

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

INPE-7891-TDI/740

**CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÃO DE UM SATÉLITE
RÍGIDO/FLEXÍVEL DURANTE MANOBRAS DE ATITUDE**

Silmara Alexandra da Silva

Dissertação de Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espacial/Mecânica Espacial e Controle – (ETE/CMC), orientada pelo Dr. Luiz Carlos Gadelha de Souza, aprovada em 30 de abril de 1999.

INPE
São José dos Campos
2000

629.7.062.2

SILVA, S. A.

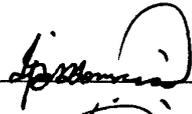
Controle de vibração de um satélite rígido/flexível durante manobras de atitude / S. A. Silva. – São José dos Campos: INPE, 2000.

143p. – (INPE-7891-TDI/740).

1.Amortecimento de vibração. 2.Veículo espacial flexível. 3.Controle ativo. 4.Controle de atitude de satélite. 5.Manobras. I.Título.

Aprovado pela Banca Examinadora em cumprimento a requisito exigido para a obtenção do Título de **Mestre em Engenharia e Tecnologia Espaciais / Mecânica Espacial e Controle.**

Dr. Ijar Milagre da Fonseca



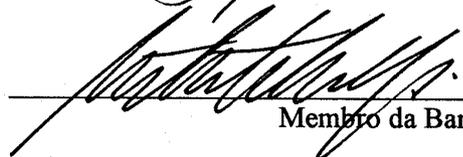
Presidente

Dr. Luiz Carlos Gadelha de Souza



Orientador

Dr. Mário Kataoka Filho



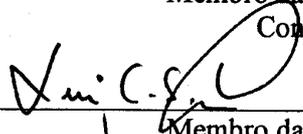
Membro da Banca

Dr. Álvaro M. S. Soares



Membro da Banca
Convidado

Dr. Luís Carlos Sandoval Goes



Membro da Banca
Convidado

Candidato (a) : Silmara Alexandra da Silva.

São José dos Campos, 30 de abril de 1999.

“A ciência sem a religião é imperfeita,
a religião sem a ciência é cega.”

(Albert Einstein)

Dedico esta dissertação aos meus pais Sebastião e Maria, aos meus irmãos Joziane e Wilton, à minha sobrinha Maria Fernanda e especialmente ao meu namorado Victor.

AGRADECIMENTOS

Ao CNPq por ter financiado minha pesquisa.

Ao meu orientador Dr. Luiz Carlos Gadelha de Souza que me ajudou e orientou todo este trabalho, sem ele seria impossível concluí-lo.

Aos membros da banca que aceitaram participar desta defesa.

À minha família, meu namorado e todos meus amigos, quero agradecer o apoio, a paciência e o carinho que me ofereceram durante o desenvolvimento desta dissertação.

RESUMO

Este trabalho apresenta o controle ativo de vibração estrutural durante uma manobra de atitude. O modelo do satélite investigado é composto de um corpo rígido mais um apêndice flexível com um amortecedor de vibrações ativo – (AVA) localizado na extremidade livre do apêndice. São realizadas manobras no sistema que conseqüentemente, o movimento do corpo rígido excita a parte flexível do satélite. A tarefa do amortecedor ativo de vibrações (AVA) é de amortecer eficientemente alguma vibração causada pela manobra. O sistema é modelado usando uma abordagem Lagrangiana. Tendo encontrado os modos de vibração da estrutura, são obtidas as expressões para Energia Cinética e Potencial. A equação de Lagrange é então aplicada para obter as equações de movimento do sistema. É avaliado o comportamento dos pólos e zeros em função do aumento da massa localizada na extremidade do apêndice. As simulações são realizadas para diferentes tipos de estratégias de manobras. É observado que o amortecedor ativo de vibrações (AVA) junto com a lei de controle proporcional integral (PI) aplica uma força proporcional à velocidade da deflexão da estrutura flexível. Baseado nisso é mostrado que a abordagem na qual usa-se N atuadores é efetiva para o controle de N modos de vibração.

FLEXIBLE STRUCTURE VIBRATION CONTROL DURING ATTITUDE MANOUVER

ABSTRACT

This work presents the results of an active structural vibration control performed during an attitude control manouver. The satellite model investigated is composed of a rigid hub plus a flexible cantilevered beam with a proof-mass actuator (PMA) located at free end. As the satellite manouvers from rest to a pre-defined position, the rigid body motion can excite the flexible part of the satellite. The PMA tasks is to damp-out any vibration caused by this manouver efficiently. The rigid/flexible satellite is modeled, using a relatively simple structural dynamics approach. Having found the vibration modes of the structure, expressions for kinetic and potential energy are derived. Lagrange's equation is then applied to obtain the satellite equations of motion. Numerical simulations evaluate the vibration control problem for different control manouvers strategies. It is evaluated the behavior of the poles and zeros as a function of the increase of the mass located in the extremity of the beam. It is observed that the PMA, together with a proportional plus integral control law, provides a control force proportional to the velocity of the flexible structure. Based on this, it is shown that the approach of using N such actuators is effective to control the first N vibration modes.

SUMÁRIO

	pág.
LISTA DE FIGURAS	
LISTA DE TABELAS	
LISTA DE SÍMBOLOS	
CAPÍTULO 1 - APRESENTAÇÃO.....	29
1.1 - Introdução	29
1.2 - Objetivos	31
1.3 - Justificativa.....	31
1.4 - Metodologia.....	32
1.4.1 - Modelagem	32
1.4.2 - Sistema de Controle.....	32
1.4.3 - Implementação Computacional.....	33
1.5 - Breve Revisão Bibliográfica	33
1.6 - Organização do Trabalho.....	37
CAPÍTULO 2 - MODELAGEM DO APÊNDICE FLEXÍVEL.....	39
2.1 - Dinâmica do Apêndice Flexível	39
2.1.1 - Freqüências Naturais e as Funções de Forma do Sistema.....	47
2.1.2 - Função de Forma.....	48

2.2 - Equações de Movimento.....	54
2.2.1 - Energia Cinética.....	54
2.2.2 - Energia Potencial.....	57
2.2.3 - Equações de Movimento na Forma Modal.....	59
CAPÍTULO 3 - SISTEMA DE CONTROLE.....	63
3.1 - Introdução.....	63
3.2 - Conceitos Básicos.....	63
3.3 - Controle do Apêndice.....	69
3.4 - Controle do Apêndice Através do Atuador.....	70
3.4.1 - Função de Transferência da Deflexão do Apêndice.....	70
3.4.2 - Controle Direto pelo Amortecedor de Vibrações Ativo.....	74
3.5 - AVA e Controle Proporcional Integral.....	80
3.6 - Estabilidade do Sistema Compensado.....	82
3.7 - Resposta do Sistema Compensado.....	88
3.8 - Múltiplos Atuadores.....	90
CAPÍTULO 4 - SIMULAÇÕES E RESULTADOS.....	97
4.1 - Análise de Pólos e Zeros da Função de Transferência.....	97
4.2 - Estudo do Comportamento do Sistema Através do Diagrama de Bode.....	102
4.3 - Estudo do Comportamento do Sistema em Malha Aberta.....	107
4.4 - Estudo do Comportamento do Sistema em Malha Fechada.....	108

4.5 - Estabilidade do Sistema Compensado	112
4.6 - Manobras	112
4.6.1 - Manobras Utilizando Um Atuador	113
4.6.2 - Múltiplos Atuadores.....	119
CAPÍTULO 5 - COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES	135
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	139
APÊNDICE A - BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR.....	143

LISTA DE FIGURAS

	pág.
2.1 - Diagrama de corpo livre correspondente a um elemento de viga de comprimento dx	39
2.2 - Barra (Apêndice) engastada-livre com uma massa na extremidade.....	41
2.3 - Gráfico da função de forma para o primeiro modo ($M=0\text{kg}$, $L=1\text{m}$).....	50
2.4 - Gráfico da função de forma para o segundo modo ($M=0\text{kg}$, $L=1\text{m}$).....	50
2.5 - Gráfico da função de forma para o terceiro modo ($M=0\text{kg}$, $L=1\text{m}$).....	50
2.6 - Gráfico da função de forma para o primeiro modo ($M=0\text{kg}$, $L=61\text{m}$).....	51
2.7 - Gráfico da função de forma para o segundo modo ($M=0\text{kg}$, $L=61\text{m}$).....	51
2.8 - Gráfico da função de forma para o terceiro modo ($M=0\text{kg}$, $L=61\text{m}$).....	51
2.9 - Gráfico da função de forma para o primeiro modo ($M=10\text{kg}$, $L=61\text{m}$).....	52
2.10 - Gráfico da função de forma para o segundo modo ($M=10\text{kg}$, $L=61\text{m}$)...	52
2.11 - Gráfico da função de forma para o terceiro modo ($M=10\text{kg}$, $L=61\text{m}$).....	52
2.12 - Gráfico da função de forma para o primeiro modo ($M=162\text{kg}$, $L=61\text{m}$).....	53
2.13 - Gráfico da função de forma para o segundo modo ($M=162\text{kg}$, $L=61\text{m}$).....	53
2.14 - Gráfico da função de forma para o terceiro modo ($M=162\text{kg}$, $L=61\text{m}$)...	53
3.1 – Diagrama de Blocos de um Sistema de Controle em Malha Fechada. ...	64

3.2 - Diagrama de blocos de um controlador proporcional.....	65
3.3 - Diagrama de blocos de um controlador integral.....	66
3.4 - Diagrama de blocos de um controlador proporcional integral.	67
3.5 - Diagrama de blocos de um controlador proporcional derivativo.....	68
3.6 - Diagrama de blocos de um controlador proporcional integral derivativo.....	69
3.7 - Dinâmica do AVA.	74
3.8 - Descrição do AVA.	74
4.1 - Gráfico de pólos e zeros para $m'=0$	99
4.2 - Gráfico de pólos e zeros para $m'=6.18e-2$	100
4.3 - Gráfico de pólos e zeros para $m'=1.002$	101
4.4 - Diagrama de Bode para o sistema em malha aberta.	105
4.5 - Diagrama de Bode para o sistema em malha fechada.	106
4.6 - Pólos do sistema em malha aberta.	107
4.7 - Pólos do sistema em malha fechada.	108
4.8 - Pólos do sistema em malha fechada para $10 \times K$	109
4.9 - Pólos do sistema em malha fechada $100 \times K$	110
4.10 - Resposta no tempo para $K=0.8053$	111
4.11 - Resposta no tempo para $K=10 \times 0.8053$	111
4.12 - Resposta no tempo para $K=100 \times 0.8053$	112

4.13 - Manobra 1, M=10kg para o primeiro modo de vibração.....	114
4.14 - Manobra 1, M=10kg para o segundo modo de vibração.....	114
4.15 - Manobra 1, M=10kg para o terceiro modo de vibração.....	114
4.16 - Ângulo da manobra 1.....	115
4.17 - Manobra 2, M=10kg para o primeiro modo de vibração.....	115
4.18 - Manobra 2, M=10kg para o segundo modo de vibração.....	115
4.19 - Manobra 2, M=10kg para o terceiro modo de vibração.....	116
4.20 - Ângulo da manobra 2.....	116
4.21 - Manobra 3, M=10kg para primeiro modo de vibração.....	116
4.22 - Manobra 3, M=10kg para segundo modo de vibração.....	117
4.23 - Manobra 3, M=10kg para o terceiro modo de vibração.....	117
4.24 - Ângulo da manobra 3.....	117
4.25 - Manobra 4, M=10kg para primeiro modo de vibração.....	118
4.26 - Manobra 4, M=10kg para segundo modo de vibração.....	118
4.27 - Manobra 4, M=10kg para terceiro modo de vibração.....	118
4.28 - Ângulo da manobra 4.....	119
4.29 - Manobra 1, caso 1 para o primeiro modo de vibração.....	121
4.30 - Manobra 1, caso 1 para o segundo modo de vibração.....	121
4.31 - Manobra 1, caso 1 para o terceiro modo de vibração.....	121
4.32 - Manobra 2, caso 1 para o primeiro modo de vibração.....	122

4.33 - Manobra 2, caso 1 para o segundo modo de vibração.	122
4.34 - Manobra 2, caso 1 para o terceiro modo de vibração.	122
4.35 - Manobra 3, caso 1 para o primeiro modo de vibração.	123
4.36 - Manobra 3, caso 1 para o segundo modo de vibração.	123
4.37 - Manobra 3, caso 1 para o terceiro modo de vibração.	123
4.38 - Manobra 4, caso 1 para o primeiro modo de vibração.	124
4.39 - Manobra 4, caso 1 para o segundo modo de vibração.	124
4.40 - Manobra 4, caso 1 para o terceiro modo de vibração.	124
4.41 - Manobra 1, caso 2 para o primeiro modo de vibração.	125
4.42 - Manobra 1, caso 2 para o segundo modo de vibração.	126
4.43 – Manobra 1, caso 2 para o terceiro modo de vibração.	126
4.44 – Manobra 4, caso 2 para o primeiro modo de vibração.	126
4.45 - Manobra 4, caso 2 para o segundo modo de vibração.	127
4.46 - Manobra 4, caso 2 para o terceiro modo de vibração.	127
4.47 - Manobra 1, caso 3 para o primeiro modo de vibração.	128
4.48 - Manobra 1, caso 3 para o segundo modo de vibração.	128
4.49 - Manobra 1, caso 3 para o terceiro modo de vibração.	129
4.50 - Manobra 3, caso 3 para o primeiro modo de vibração.	129
4.51 - Manobra 3, caso 3 para o segundo modo de vibração.	129
4.52 - Manobra 3, caso 3 para o terceiro modo de vibração.	130

4.53 - Manobra 1, caso 4 para o primeiro modo de vibração.	131
4.54 - Manobra 1, caso 4 para o segundo modo de vibração.	131
4.55 - Manobra 1, caso 4 para o terceiro modo de vibração.	131
4.56 - Manobra 3, caso 4 para o primeiro modo de vibração.	132
4.57 - Manobra 3, caso 4 para o segundo modo de vibração.	132
4.58 - Manobra 3, caso 4 para o terceiro modo de vibração.	132

LISTA DE TABELAS

	pág.
2.1 - VALORES DE λ E ω	48
2.2 – VALORES DE L_N E M_N PARA $M=10$ KG.....	62
2.3 – VALORES DE L_N E M_N PARA $M=162$ KG.....	62
4.1 - AUTO VALOR, AMORTECIMENTO, FREQUÊNCIAS	99
4.2 - AUTO VALOR, AMORTECIMENTO E FREQUÊNCIAS	100
4.3 - AUTO VALOR, AMORTECIMENTO E FREQUÊNCIAS	101
4.4- AUTO VALOR, AMORTECIMENTO E FREQUÊNCIA DO SISTEMA EM MALHA ABERTA.....	108
4.5 - AUTO VALOR, AMORTECIMENTO E FREQUÊNCIA DO SISTEMA EM MALHA FECHADA.....	109
4.6 - AUTO VALOR, AMORTECIMENTO, FREQUÊNCIA DO SISTEMA EM MALHA FECHADA PARA $10 \times K$	109
4.7 - AUTO VALOR, AMORTECIMENTO, FREQUÊNCIA DO SISTEMA EM MALHA FECHADA.....	110
4.8 - AUTO VALORES DA MATRIZ A	112
4.9 - MANOBRAS REALIZADAS	113
4.10 - DESCRIÇÃO DO CASO 1.....	120
4.11 - DESCRIÇÃO DO CASO 2.....	125
4.12 - DESCRIÇÃO DO CASO 3.....	128

4.13 - DESCRIÇÃO DO CASO 4.....	130
---------------------------------	-----

LISTA DE SÍMBOLOS

$y(x,t)$ Deflexão transversal de algum ponto x no tempo t

$f(x,t)$ Força transversal por unidade de comprimento

E Módulo de elasticidade

I Momento de inércia sobre o eixo normal para x e y

$M(x,t)$ Momento de flexão

$Q(x,t)$ Força de cisalhamento

σ Densidade de massa da barra

L Comprimento da barra

$Y(x)$ Função de forma

M Massa na extremidade do apêndice

$Y_n(x)$ Modos da barra normalizados

$\phi_n(t)$ Coordenadas generalizadas (representa a amplitude do movimento variando no tempo)

$$\dot{\phi}_n(t) = \frac{d\phi_n(t)}{dt}$$

$v(x,t)$ Velocidade da barra em relação ao espaço inercial

$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t}$ Velocidade da barra em relação a posição de equilíbrio

$\theta(t)$ Ângulo da base do mastro em relação a posição de equilíbrio

m Massa do atuador de vibrações ativo (AVA)

k Constante da mola do AVA

$u(t)$ Força de controle aplicada pelo AVA

$u_1(t)$ Força de controle modificada aplicada pelo AVA

K_i Ganho do controlador proporcional integral

$p(t)$ Deslocamento da mola do ponto de equilíbrio

$$\dot{p}(t) = \frac{dp(t)}{dt}$$

$$\ddot{p}(t) = \frac{d^2p(t)}{dt^2}$$

$$\dot{y}(L, t) = \frac{dy(L, t)}{dt}$$

$$\ddot{y}(L, t) = \frac{d^2y(L, t)}{dt^2}$$

$T(t)$ Energia Cinética do Sistema

$V(t)$ Energia Potencial do Sistema

ω Frequência do Sistema

λ Auto valor da equação diferencial

$\dot{\theta}(t)$ Velocidade angular do satélite

$\ddot{\theta}(t)$ Aceleração angular do satélite

$Q_n(t)$ Força Generalizada não conservativa

$F(t)$ Força Aplicada na extremidade da barra

δw	Trabalho Virtual
$s(t)$	Posição da mola em equilíbrio
β_n	Razão de amortecimento estrutural
K	Ganho do atuador AVA
K_p	Ganho do Controle Proporcional
ζ	Razão de amortecimento introduzido no sistema
α_m	Ganho dos múltiplos atuadores
ℓ	Transformada de Laplace
s	Resposta no domínio da frequência

CAPÍTULO 1

APRESENTAÇÃO

1.1 - INTRODUÇÃO

A despeito da utilização de pequenos satélites artificiais para as mais diversas aplicações, a conquista do espaço não será possível sem a construção de grandes estruturas com componentes rígido/flexíveis a serem lançados em missões espaciais mais complexas. As missões a serem realizadas por estas estruturas envolvem cada vez mais o emprego de um grande número de instrumentos, os quais exigem a utilização de painéis solares cada vez maiores em face das exigências de consumo de potência, além da utilização de antenas de dimensão maior que as até então empregadas. Estes fatores, além da limitação de peso por parte dos foguetes lançadores, faz com que a flexibilidade das estruturas tenham um papel preponderante, não podendo ser desconsiderada durante o projeto do Sistema de Controle de Atitude e Órbita (SCAO). Por isso, deseja-se que o Sistema de Controle de Atitude e Órbita (SCAO) das estruturas espaciais flexíveis apresente um bom desempenho tanto no que diz respeito ao controle do corpo rígido como também ao amortecimento das eventuais vibrações induzidas pela flexibilidade do sistema. Como exemplo de estruturas espaciais complexas tem-se o “Hubble Space Telescope” e a “International Space Station” (ISS) (Souza, 1997). Um aspecto relevante no que diz respeito à dinâmica de estruturas espaciais a serem colocadas em órbita em sua forma final de operação, é que estas são pesadas e de grande comprimento, de modo que sua configuração final depende do desdobramento de fases anteriores e/ou mesmo de sua construção no espaço. Portanto, é de extrema importância o desenvolvimento e o aperfeiçoamento de métodos de equacionamento com o propósito de melhorar a compreensão do comportamento dinâmico de estruturas complexas, bem como o desenvolvimento de técnicas de controle de atitude para manobras que

envolvem a rotação de satélites com componentes rígido/flexíveis. Os efeitos decorrentes do movimento de líquidos no interior dos reservatórios e o impacto na atitude do satélite provocado pela abertura dos painéis solares também são problemas que devem ser considerados no equacionamento da dinâmica e do controle de veículos espaciais com estruturas rígido/flexíveis. Numa fase posterior ao estudo do comportamento dinâmico e do sistema de controle através de simulações é importante a validação dos algoritmos de controle implementados via uma montagem experimental. Exemplos de tais estudos podem ser encontrados em Soares et al. (1997 a, b, c).

Técnicas de controle recentes em desenvolvimento na área de Teoria de Controle têm sido empregadas em satélites rígido/flexíveis. Uma forma de se obter um sistema de controle que leva em consideração a modelagem de incertezas da estrutura flexível é através da utilização de métodos como “Linear Quadratic Gaussian” (LQG), LQG/“Loop Transfer Recovery” (LQG/LTR) e o “Parameter Robust”/“Loop Transfer Recovery”(LQG) (Souza, 1996, 1994), (Joshi, 1989). Esses métodos melhoram a estabilidade do sistema e ao mesmo tempo reduzem a sensibilidade deste em relação a variações de parâmetros.

Por outro lado, a aplicação de técnicas comparativamente mais simples, também é uma boa forma de permitir o entendimento e a familiaridade com as dificuldades que surgem devido a uma modelagem complexa e o impacto desta na síntese de controladores. Uma forma econômica de conduzir tais investigações é utilizando-se modelos dinâmicos mais simples, mantendo entretanto a representatividade do sistema. Diante de tais desafios é notória a necessidade de estudos e o desenvolvimento de novas tecnologias para o projeto de sistemas de controle de estruturas espaciais flexíveis. O trabalho proposto é uma contribuição neste sentido.

1.2 - OBJETIVOS

Neste trabalho, o problema de controlar as vibrações de um painel flexível é investigado. É importante observar que a medida que a manobra é realizada o movimento de corpo rígido pode excitar a parte flexível. Pretende-se desenvolver um controlador para amortecer as vibrações causadas pela manobra de atitude o mais rápido possível.

O controlador utilizado é composto por um Amortecedor de Vibrações Ativo (AVA) associado a uma Lei de Controle Proporcional a velocidade angular para amortecer as vibrações excessivas da estrutura flexível durante uma manobra de atitude.

1.3 - JUSTIFICATIVA

A realização desse projeto visa dar continuidade à formação de um grupo de pesquisa na área de dinâmica e controle de atitude de satélites rígido/flexíveis. O desenvolvimento de tal grupo é de grande importância para o Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), haja visto os vários projetos em andamento como por exemplo o “China-Brazil Earth Resources Satellite” (CBERS), o qual se caracteriza por ser um satélite com dinâmica complexa. Possui um painel solar grande e flexível e sua configuração é assimétrica.

Além disso, é importante observar que a pesquisa da dinâmica e controle de estruturas flexíveis tem envolvido vários centros de pesquisas espaciais do mundo inteiro sendo o projeto da “International Space Station” (ISS) o grande responsável pelo avanço de estudos nesta área. Portanto, a continuidade e o desenvolvimento de pesquisas nesta área pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) é a forma de inserir pesquisadores deste Instituto no cenário da tecnologia espacial mundial.

1.4 - METODOLOGIA

1.4.1 - MODELAGEM

O sistema modelado é composto por um corpo rígido central com um painel flexível acoplado a este. Inicia-se com a modelagem do painel sem considerar-se nenhum detalhe de controle. O estudo do comportamento dinâmico do painel é utilizado no projeto do sistema de controle. Esse painel é modelado como se fosse uma barra uniforme com uma massa em uma extremidade e a outra presa ao corpo rígido. A dinâmica do sistema é modelada através da abordagem Lagrangeana para obtenção das equações de movimento. A influência dessa massa no sistema e o que ocorre com a variação da mesma, são estudados, posteriormente, essa massa é substituída pelo controlador AVA. Com as equações de movimento obtidas, estas são utilizadas para analisar o comportamento dinâmico do sistema. Como exemplo apresenta-se a análise da frequência do sistema e de sua função de forma.

1.4.2 - SISTEMA DE CONTROLE

Nesse trabalho é projetado um sistema de controle capaz de controlar (amortecer) as possíveis vibrações elásticas de um apêndice flexível. Considerando que a dinâmica estrutural é simples, essa técnica de controle é baseada no amortecimento das vibrações do apêndice através de atuadores localizados tanto na extremidade do apêndice como distribuídos ao longo da estrutura. Esses atuadores trabalham com realimentação de velocidade. No início considera-se um único atuador localizado na extremidade do apêndice com a finalidade de amortecer o modo fundamental de vibração e, posteriormente, consideram-se atuadores ao longo da estrutura. É feita uma análise considerando a atuação do AVA e verificando a eficiência do mesmo durante a realização de algumas manobras. Após o término desse estudo utilizando um único atuador acrescenta-se atuadores localizados ao longo do apêndice flexível e estuda-se seu comportamento e a resposta em relação ao

caso anterior. Esse tipo de técnica com múltiplos atuadores é empregada para alcançar razões de amortecimento específicas para os primeiros modos de vibração do sistema.

1.4.3 - IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

A implementação computacional desse trabalho foi feita utilizando-se o software Matlab para as simulações realizadas.

1.5 - BREVE REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O problema de manobrar satélites e amortecer vibração dos apêndices flexíveis ao mesmo tempo, está, cada vez mais, tornando-se importante e objeto de interesse para estudos na área espacial. O trabalho desenvolvido por Meirovitch et al. (1987) trata do problema de manobrar uma estrutura grande no espaço e ao mesmo tempo amortecer a vibração residual. Nesse caso, é considerado que a estrutura possui movimentos de manobras de grandes ângulos e pequenas deformações elásticas. Controle ótimo e técnicas de alocação de pólos são utilizadas para amortecer a vibração durante a manobra. A teoria é ilustrada através de manobras simultâneas e controle de vibração realizados através do Experimento no Laboratório de Controle de Espaçonaves (Spacecraft Control Laboratory Experiment - SCOLE) no meio espacial.

Em Wie (1988), foi desenvolvido um estudo utilizando modelamento de pólo e zero e síntese de controle de vibração ativo para o Controle de Estruturas Flexíveis de um Sistema de Vôo com Mastro (Control of Flexible Structures Mast Flight System - COFS-I). Nesse trabalho, a função de transferência analítica da força do atuador na extremidade do apêndice em relação à deflexão é obtida para a síntese do controlador. Um novo conceito de filtro estrutural generalizado para a estabilização do modo flexível é aplicado nesse experimento. A simplicidade e praticidade da abordagem clássica de funções de transferência para controle de vibração estrutural ativo são estudadas e demonstradas para o COFS-I; em particular um filtro estrutural de fase não-

mínima é proposto para o experimento de controle não-colocado do COFS-I. O efeito da dinâmica do atuador (*proof-mass*) e o atraso de tempo na malha de controle na estabilização fase/ganho dos modos flexíveis também são estudados. Esse artigo apresenta os resultados encontrados para o experimento COFS-I como também a modelagem matemática, síntese de controle de vibração ativo e resultados de simulação digital que são também discutidos. Nesse trabalho, também é mostrada uma abordagem clássica de função de transferência para síntese de controle de vibração estrutural, a qual também é utilizada nesta tese.

O trabalho desenvolvido por Silva (1997) também refere-se a modelamento de um sistema rígido/flexível e ao projeto de um sistema de controle. Nesse trabalho foi estudado o desempenho do sistema de controle de um satélite artificial durante o procedimento de transferência de órbita e no modo normal de operação, o qual é caracterizado pelo apontamento de um de seus eixos para o Sol. No procedimento de transferência as forças e os torques envolvidos são grandes, o que torna a presença da flexibilidade na modelagem relevante, logo o modelo do satélite nesta fase é constituído por uma combinação de um corpo rígido central e apêndices flexíveis. Na fase normal de operação, o satélite está sujeito apenas à ação de torques de pequena magnitude não afetando o movimento flexível, portanto, o satélite é modelado como um corpo rígido. Na fase de transferência, utilizou-se uma estratégia do tipo Hohmann e um controlador do tipo bang-bang. Nesta fase, os erros no controle da atitude, elementos orbitais, consumo de combustível, influência da resposta elástica no sistema de controle e comportamento dos apêndices flexíveis foram analisados. Na fase normal de operação, utilizou-se um controlador PD cujos ganhos foram determinados através do método de alocação de pólos. Nesta fase analisou-se o desempenho do sistema de controle quando sob o efeito da imprecisão dos sensores e de torques perturbadores devido ao arrasto atmosférico, à pressão de radiação solar e resíduos magnéticos. As medidas dos sensores e dos giros foram processadas por um filtro discreto de Kalman.

Como resultado desta investigação, foi possível observar que as respostas elásticas influenciam o desempenho do sistema de controle o que sugere que no projeto de um sistema de controle utilize-se bandapassante de pelo menos uma ordem de grandeza abaixo da frequência natural de vibração do flexível. No apontamento, verificou-se que a precisão do apontamento é mais afetada pelos erros dos sensores que pela ação dos torques perturbadores, além disso a imprecisão dos sensores é amenizada quando a taxa de amostragem é diminuída.

Como exemplo de estudos que envolvam controle experimental de estruturas flexíveis pode-se citar Soares(1997, a, b) que desenvolveu um trabalho que envolve o projeto e a implementação, com o objetivo de estudar a dinâmica e o controle ativo de um aparato experimental. Esse trabalho foi desenvolvido para representar uma estrutura espacial flexível tal como um satélite com múltiplos apêndices flexíveis. Nesse estudo é apresentado o procedimento do projeto, a instrumentação digital e analógica, o modelamento analítico juntamente com a validação prática. Para o desenvolvimento desse trabalho é considerado sensor e atuador colocado e os testes para obtenção dos resultados são realizados no domínio da frequência.

O trabalho realizado por Soares et al. (1997) também enfoca um estudo e análise modal de um sistema com apêndices flexíveis. A análise realizada nesse trabalho é validada através de uma montagem experimental que se encontra no laboratório dinâmico do ITA-IEMP e tem como objetivo estudar o comportamento dinâmico da estrutura. Essa configuração experimental pode ser comparada com uma estrutura de satélite e os resultados encontrados podem ser aplicados na área aeroespacial. Os modos de vibração do sistema foram obtidos através dessa montagem experimental, os valores encontrados foram satisfatórios e foram comparados com o modelo analítico.

No trabalho de Papadopoulos et al. (1997), é considerado o problema de supressão de vibração. Como já estudado anteriormente, os pólos de malha

fechada devem ser colocados corretamente no semi plano esquerdo complexo para manter a estabilidade do sistema. A técnica discutida nesse trabalho tem como objetivo selecionar a localização de pólos de malha fechada no estado ou no problema de realimentação da saída. O amortecimento é o único parâmetro que é permitido variar. A interpretação geométrica indica que cada pólo em malha fechada está restrito a um arco circular cujo raio corresponde ao pólo de malha aberta de frequência natural não amortecida. É proposta uma abordagem analítica para conhecer-se o estado requisitado e o ganho da saída realimentada. O método é baseado na análise de sensibilidade dos auto valores de malha fechada para cada elemento do ganho. O exemplo de viga engastada de Euler-Bernoulli é utilizado para demonstrar esse procedimento. Esta nova formulação oferece uma única saída no projeto de estado, a possibilidade de atribuição dos auto vetores e auto valores de estado e a localização do pólo limitado no projeto de saída do contexto de álgebra linear.

O trabalho de Gennaro (1998) também aborda o assunto de amortecimento de vibração de apêndices flexíveis de um satélite durante o ajuste da atitude ou manobras com grandes ângulos. Os estudos realizados estão baseados em um modelo obtido através da abordagem Lagrangiana e parametrização de Quatérnios Unitário (Wertz, 1978). São utilizados atuadores piezoelétricos para amortecer a vibração induzida nas hastes flexíveis durante as manobras. Os resultados obtidos através de simulações realizadas revelam grande interesse e uma possível utilização prática de tal esquema de controle. A lei de controle requer somente a medida de atitude e velocidade angular. Esse estudo é de muito interesse, pois tanto pequenos satélites com hastes flexíveis e antenas, como também estações espaciais grandes compostas de estruturas deformáveis alcançarão benefícios com o desenvolvimento do controle de amortecimento distribuído.

1.6 - ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Esse trabalho está dividido em cinco capítulos os quais estão apresentados a seguir:

Capítulo 1 apresenta a introdução do trabalho, como é feito o desenvolvimento do mesmo, qual o principal objetivo, qual a motivação para o estudo desse assunto, a metodologia aplicada, uma revisão de trabalhos desenvolvidos envolvendo o mesmo assunto estudado nesse trabalho e a organização geral da dissertação.

Capítulo 2 apresenta a modelagem do sistema proposto, com todas as equações que regem esse sistema sem considerar o controle.

Capítulo 3 apresenta uma introdução aos sistemas de controle e todo o equacionamento do controle utilizado tanto com um único atuador como para múltiplos atuadores.

Capítulo 4 mostra as simulações realizadas nesse trabalho.

Capítulo 5 apresenta e analisa os resultados obtidos com as diversas simulações realizadas, as conclusões obtidas com o desenvolvimento dessa dissertação e propõe sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

MODELAGEM DO APÊNDICE FLEXÍVEL

2.1 - DINÂMICA DO APÊNDICE FLEXÍVEL

Nesta seção é apresentado o modelo matemático de um apêndice flexível engastado-livre com massa na extremidade, o qual será utilizado para representar a parte flexível do satélite.

Para obter a equação diferencial de uma barra com uma massa na extremidade e fixa na outra é necessário considerar-se vibração transversal do apêndice, as forças e o momento agindo em um elemento de barra, como mostra a Figura 2.1.

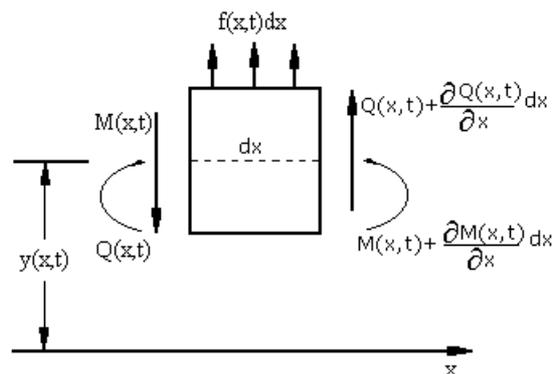


Fig. 2.1 - Diagrama de corpo livre correspondente a um elemento de viga de comprimento dx .

FONTE: Elements of Vibration Analysis(1975, p. 207)

O equacionamento segue abaixo:

Somatória das forças de movimento:

$$\left(Q(x,t) + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} dx \right) - Q(x,t) + f(x,t)dx = m(x)dx \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

Somatória dos Momentos:

$$\left(M(x,t) + \frac{\partial M(x,t)}{\partial x} dx \right) - M(x,t) + \left(Q(x,t) + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} dx \right) dx + f(x,t) dx \frac{dx}{2} = 0 \quad (2.2)$$

Desprezando-se os termos de segunda ordem em dx:

$$Q(x,t) = - \frac{\partial M(x,t)}{\partial x} \quad (2.3)$$

Substituindo-se (2.3) em (2.1):

$$- \frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (2.4)$$

A Equação (2.4) deve ser satisfeita no domínio $0 < x < L$. Essa equação relaciona o Momento de Flexão $M(x,t)$, a força transversal $f(x,t)$ e o deslocamento flexível $y(x,t)$. Uma relação entre o momento de flexão e a deformação flexível pode ser encontrada em Meirovitch (1975) da seguinte forma:

$$M(x,t) = EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \quad (2.5)$$

Substituindo a Equação (2.5) em (2.4) tem-se:

$$EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = f(x,t) \quad (2.6)$$

onde $m(x) = \sigma$ (massa por unidade de comprimento).

A Equação (2.6) representa a equação diferencial de uma barra (apêndice flexível) engastada com vibração transversal em flexão

As condições de contorno mais comuns associadas a essa barra (apêndice flexível) são:

Engastada em uma extremidade

$$1) y(0, t) = 0 \quad (2.7)$$

$$2) \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad (2.8)$$

Extremidade livre

$$3) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = 0 \quad \frac{d^2 y(x, t)}{dx^2} \Big|_{x=L} = 0 \quad (2.9)$$

Devido a massa na extremidade do apêndice

$$4) \left(M \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} - EI \frac{\partial^3 y(x, t)}{\partial x^3} \right) \Big|_{x=L} = 0 \quad (2.10)$$

As condições de contorno são empregadas para o caso mostrado na Figura (2.2).

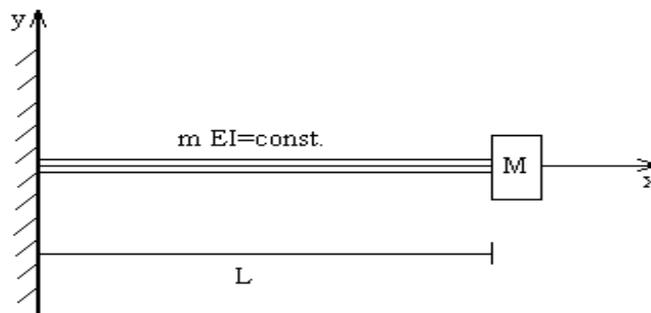


Fig. 2.2 - Barra (Apêndice) engastada-livre com uma massa na extremidade.

As condições de contorno são aplicadas de acordo com o problema a ser resolvido. No caso em estudo, considera-se um apêndice fixo em uma das

extremidades e na outra uma massa M que posteriormente será substituída por um AVA.

Para determinar a forma da resposta de um sistema linear de parâmetros distribuídos, é resolvido o problema de auto-valor. Esse problema é estudado para produzir a solução envolvendo um conjunto infinito de auto-valores e correspondentes auto-funções.

Considera-se primeiramente a possibilidade de movimento síncrono, de forma ter um movimento que a forma geral do deslocamento não mude com o tempo. Também considera-se a vibração transversal do apêndice assumindo-se $f(x,t)=0$ na Equação (2.6), com isso a solução dessa equação se torna separável em espaço e tempo:

$$y(x,t) = Y(x)\phi(t) \quad (2.11)$$

onde $Y(x)$ representa a função de forma do apêndice variando no espaço e o $\phi(t)$ representa a amplitude do movimento variando no tempo. Aplicando a Equação (2.11) na Equação (2.6) tem-se que:

$$EI \frac{\partial^4}{\partial x^4} Y(x)\phi(t) = -\sigma \frac{\partial^2}{\partial t^2} Y(x)\phi(t) \quad (2.12)$$

Separando a Equação (2.12) em x e t, tem-se que:

$$\frac{EI}{\sigma} \frac{1}{Y(x)} \frac{\partial^4 Y(x)}{\partial x^4} = - \frac{1}{\phi(t)} \frac{\partial^2 \phi(t)}{\partial t^2} \quad (2.13)$$

(A)

(B)

Na Equação (2.13) pode ser observado que o lado esquerdo é independente de t assim como o lado direito é independente de x. Essa equação deve ser satisfeita para todo t e x, o que implica os dois lados da igualdade terem o mesmo valor, ou seja ser constante. Essa constante deve ser positiva, ω^2 , pois

se essa for negativa a solução da equação é inconsistente e diverge com o tempo.

É substituído $\omega^2 = \lambda$ e iguala-se (A) e (B) a ω^2 :

$$\frac{EI}{\sigma} \frac{1}{Y(x)} \frac{\partial^4 Y(x)}{\partial x^4} = \omega^2 \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial^4 Y(x)}{\partial x^4} - \frac{\sigma \omega^2}{EI} Y(x) = 0 \quad (2.15)$$

$$-\frac{1}{\phi(t)} \frac{\partial^2 \phi(t)}{\partial t^2} = \omega^2 \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial^2 \phi(t)}{\partial t^2} + \omega^2 \phi(t) = 0 \quad (2.17)$$

Da Equação (2.14):

$$\frac{\partial^4 Y(x)}{\partial x^4} - \lambda^4 Y(x) = 0$$

Onde $m(x)=m=\lambda$ (constante)

$$\lambda^4 = \frac{\sigma \omega^2}{EI} \quad (2.18)$$

Pode-se verificar que ω^2 é um parâmetro na solução para $Y(x)$, onde o conjunto de valores do parâmetro ω^2 que satisfaz as Equações (2.15) e (2.17) e as condições de contorno são chamados de valores característicos ou auto valores e as soluções não triviais associadas as funções de forma $Y(x)$ são chamadas de funções características ou auto funções. A solução da equação característica geralmente consiste de um infinito conjunto de auto valores e correspondente infinito conjunto de auto funções que é único exceto para suas amplitudes.

$$Y(x) = C_1 \operatorname{sen} \lambda x + C_2 \operatorname{cos} \lambda x + C_3 \operatorname{senh} \lambda x + C_4 \operatorname{cosh} \lambda x \quad (2.19)$$

A Equação (2.19) precisa ser melhorada para obtenção de suas raízes.

Resolvendo a Equação (2.17):

$$\frac{\partial^2 \phi(t)}{\partial t^2} = -\omega^2 \phi(t) \quad (2.20)$$

$$\phi(t) = A_1 \operatorname{cos}(\omega t - \alpha) \quad (2.21)$$

Na Equação (2.21) A_1 é uma constante arbitrária, ω é a frequência do movimento harmônico e α é o ângulo de fase.

Encontradas as soluções das Equações diferenciais (2.15) e (2.17), são aplicadas as condições de contorno na Equação (2.19) para determinar os valores das constantes.

Da primeira condição de contorno tem-se que:

$$Y(0) = \frac{dY(0)}{dx} = 0 \quad (2.22)$$

Substituindo-se na Equação (2.19) obtém-se:

$$a) Y(0)=0$$

$$C_2 = -C_4 \quad (2.23)$$

$$b) \frac{dY(0)}{dx} = 0$$

$$C_1 = -C_3 \quad (2.24)$$

Da segunda condição de contorno tem-se que:

$$\left. \frac{d^2 Y(x,t)}{dx^2} \right|_{x=L} = 0 \quad \text{obtem-se} \quad \left. \frac{d^2 Y(x)}{dx^2} \right|_{x=L} = 0 \quad (2.25)$$

Substituindo-se na Equação (2.19) obtém-se:

a)

$$C_4 = -C_2$$

$$C_3 = -C_1$$

b)

$$C_2 = -C_1 \frac{(\text{sen } \lambda L + \text{senh } \lambda L)}{(\text{cos } \lambda L + \text{cosh } \lambda L)} \quad (2.26)$$

Utilizando-se a quarta condição de contorno e a Equação de movimento (2.6), tem-se que:

$$\left(EI \frac{\partial^4 Y(x)}{\partial x^4} + \sigma \frac{EI}{M} \frac{\partial^3 Y(x)}{\partial x^3} \right)_{x=L} = 0 \quad (2.27)$$

Substituindo-se na Equação (2.27) o termo $\frac{d^4 Y}{dx^4}$ retirado da Equação (2.15):

$$\left(\frac{\sigma}{M} \frac{\partial^3 Y(x)}{\partial x^3} + \frac{\sigma \omega^2}{EI} Y(x) \right)_{x=L} = 0 \quad (2.28)$$

Substituindo-se a Equação (2.18) na Equação (2.28):

$$\frac{d^3 Y(L)}{dx^3} + \lambda^4 \frac{M}{\sigma} Y(L) = 0 \quad (2.29)$$

Avaliando a Equação (2.19) no ponto $x=L$ e substituindo-se C_2 , C_3 e C_4 tem-se:

$$Y(L) = C_1 \operatorname{sen} \lambda L - C_1 \cos \lambda L \frac{(\operatorname{sen} \lambda L + \operatorname{senh} \lambda L)}{(\cos \lambda L + \cosh \lambda L)} - C_1 \operatorname{senh} \lambda L + C_1 \cosh \lambda L \frac{(\operatorname{sen} \lambda L + \operatorname{senh} \lambda L)}{(\cos \lambda L + \cosh \lambda L)} \quad (2.30)$$

$$\frac{d^3 Y(x)}{dx^3} \Big|_{x=L} = -C_1 \cos \lambda L - C_1 \operatorname{sen} \lambda L \frac{(\operatorname{sen} \lambda L + \operatorname{senh} \lambda L)}{(\cos \lambda L + \cosh \lambda L)} - C_1 \cosh \lambda L + C_1 \operatorname{senh} \lambda L \frac{(\operatorname{sen} \lambda L + \operatorname{senh} \lambda L)}{(\cos \lambda L + \cosh \lambda L)} \quad (2.31)$$

Substituindo-se na Equação diferencial (2.29) as Equações (2.30) e (2.31):

$$\lambda^3 \left[\begin{array}{l} -C_1 \cos \lambda L - C_1 \operatorname{sen} \lambda L \frac{(\operatorname{sen} \lambda L + \operatorname{senh} \lambda L)}{(\cos \lambda L + \cosh \lambda L)} - C_1 \cosh \lambda L + \\ C_1 \operatorname{senh} \lambda L \frac{(\operatorname{sen} \lambda L + \operatorname{senh} \lambda L)}{(\cos \lambda L + \cosh \lambda L)} \end{array} \right] + \frac{\lambda^4 M}{\sigma} \left[\begin{array}{l} C_1 \operatorname{sen} \lambda L - C_1 \cos \lambda L \frac{(\operatorname{sen} \lambda L + \operatorname{senh} \lambda L)}{(\cos \lambda L + \cosh \lambda L)} - C_1 \operatorname{sen} \lambda L + \\ C_1 \cosh \lambda L \frac{(\operatorname{sen} \lambda L + \operatorname{senh} \lambda L)}{(\cos \lambda L + \cosh \lambda L)} \end{array} \right] = 0 \quad (2.32)$$

a) Colocando C_1 em evidência:

$$C_1 \lambda^3 \left[\begin{array}{l} -\cos \lambda L - \operatorname{sen} \lambda L \frac{(\operatorname{sen} \lambda L + \operatorname{senh} \lambda L)}{(\cos \lambda L + \cosh \lambda L)} - \cosh \lambda L + \\ \operatorname{senh} \lambda L \frac{(\operatorname{sen} \lambda L + \operatorname{senh} \lambda L)}{(\cos \lambda L + \cosh \lambda L)} \end{array} \right] + \frac{C_1 \lambda^4 M}{\sigma} \left[\begin{array}{l} \operatorname{sen} \lambda L - \cos \lambda L \frac{(\operatorname{sen} \lambda L + \operatorname{senh} \lambda L)}{(\cos \lambda L + \cosh \lambda L)} - \operatorname{sen} \lambda L + \\ \cosh \lambda L \frac{(\operatorname{sen} \lambda L + \operatorname{senh} \lambda L)}{(\cos \lambda L + \cosh \lambda L)} \end{array} \right] = 0 \quad (2.33)$$

b) Para simplificar e eliminar os denominadores faz-se uma multiplicação por $\frac{\cos \lambda L + \cosh \lambda L}{C_1 \lambda^3}$:

$$\frac{M\lambda}{\sigma} \left[\frac{\text{sen} \lambda L (\cos \lambda L + \cosh \lambda L) - \cos \lambda L (\text{sen} \lambda L + \text{senh} \lambda L) - \text{senh} \lambda L (\cos \lambda L + \cosh \lambda L) + \cosh \lambda L (\text{sen} \lambda L + \text{senh} \lambda L)}{\cos \lambda L + \cosh \lambda L} \right] \quad (2.34)$$

c) Resolvendo-se as multiplicações:

$$\left[\begin{aligned} & -\cos^2 \lambda L - \cos \lambda L \cosh \lambda L - \text{sen}^2 \lambda L - \text{sen} \lambda L \text{senh} \lambda L - \\ & \cosh \lambda L \cos \lambda L - \cosh^2 \lambda L + \text{senh} \lambda L \text{sen} \lambda L + \text{senh}^2 \lambda L \end{aligned} \right] + \frac{\lambda M}{\sigma} \left[\begin{aligned} & \text{sen} \lambda L \cos \lambda L + \text{sen} \lambda L \cosh \lambda L - \cos \lambda L \text{sen} \lambda L - \cos \lambda L \text{senh} \lambda L - \\ & \text{senh} \lambda L \cos \lambda L - \text{senh} \lambda L \cosh \lambda L + \cosh \lambda L \text{sen} \lambda L + \cosh \lambda L \text{senh} \lambda L \end{aligned} \right] = 0 \quad (2.35)$$

d) Simplificando-se algumas relações trigonométricas:

$$\left[-(\text{sen}^2 \lambda L + \cos^2 \lambda L) - 2 \cos \lambda L \cosh \lambda L + \text{senh}^2 \lambda L - \cosh^2 \lambda L \right] + \frac{M\lambda}{\sigma} \left[-2 \cos \lambda L \text{senh} \lambda L + 2 \text{sen} \lambda L \cosh \lambda L \right] = 0 \quad (2.36)$$

$$1 + \cos \lambda L \cosh \lambda L + \frac{M\lambda}{\sigma} \left[\cos \lambda L \text{senh} \lambda L - \text{sen} \lambda L \cosh \lambda L \right] = 0 \quad (2.37)$$

As raízes da Equação (2.37) correspondem aos valores de λ através dos quais é possível encontrar as freqüências naturais do sistema. Também é possível determinar as funções de forma correspondentes. Esse desenvolvimento será realizado na seção seguinte.

2.1.1 - FREQUÊNCIAS NATURAIS E AS FUNÇÕES DE FORMA DO SISTEMA

Para calcular as freqüências naturais do sistema é necessário encontrar os valores de λ que satisfazem a Equação (2.37):

Afim de tornar os valores das freqüências obtidos nesta modelagem comparáveis com exemplos da literatura foram utilizados os dados do artigo de Wie (1988).

$$EI=21.4 \times 10^6 \text{Nm}^2$$

$$L=61\text{m}$$

$$\sigma=2.65\text{kg/m}$$

$$M=162\text{kg}$$

Esses valores foram substituídos na Equação (2.37) para valores de $M=0$, $M=10\text{kg}$, $M=40\text{kg}$, $M=80\text{kg}$ e $M=162\text{kg}$. Foi utilizado um programa desenvolvido no Matlab com a função `fzero.m` para calcular os valores de λ e depois calcular os valores de ω . Os valores calculados encontram-se na Tabela 2.1 os quais são coerentes com os valores da referência Wie (1988).

TABELA 2.1 - VALORES DE λ E ω

N° de Modos	Massa 0kg		Massa 10kg		Massa 40kg		Massa 80 kg		Massa 162kg	
	λ	ω	λ	ω	λ	ω	λ	ω	λ	ω
1	0.0373	2.6851	0.0207	2.4027	0.0258	1.8963	0.0233	1.5451	0.0204	1.1882
2	0.0769	16.8277	0.0735	15.3369	0.0692	13.6454	0.0674	12.9167	0.0660	12.4090
3	0.1287	47.1183	0.1237	43.4931	0.1193	40.5068	0.1178	39.4959	0.1169	38.8678
4	0.1802	92.3331	0.1741	86.1030	0.1700	82.1546	0.1688	81.0096	0.1681	80.3387
5	0.2317	152.633	0.2247	143.485	0.2210	138.801	0.2200	137.574	0.2194	136.878
6	0.2832	228.007	0.2755	215.736	0.2722	210.482	0.2713	209.201	0.2708	208.489
7	0.3348	318.456	0.3265	302.920	0.3234	297.216	0.3226	295.896	0.3222	295.173
8	0.3863	423.981	0.3775	405.078	0.3747	399.011	0.3741	397.662	0.3737	396.932
9	0.4378	544.580	0.4286	522.237	0.4261	515.872	0.4255	514.500	0.4252	513.764
10	0.4893	680.254	0.4798	654.415	0.4774	647.801	0.4769	646.412	0.4766	645.671

2.1.2 - FUNÇÃO DE FORMA

A função de forma pode ser obtida através da Equação (2.19). Fazendo uma substituição de C_2 , C_3 e C_4 , através das Equações (2.23), (2.24) e (2.26), com isso tem-se que:

$$Y(x) = C_1 \left[\begin{array}{l} \text{sen } \lambda x - \cos \lambda x \frac{(\text{sen } \lambda x + \text{senh } \lambda x)}{(\cos \lambda x + \cosh \lambda x)} - \text{senh } \lambda x + \\ \cosh \lambda x \frac{(\text{sen } \lambda x + \text{senh } \lambda x)}{(\cos \lambda x + \cosh \lambda x)} \end{array} \right] \quad (2.38)$$

$$Y(x) = C_1 P(x) \quad (2.39)$$

Normalizando:

$$Y(L) = 1 \quad (2.40)$$

$$1 = C_1 \left[\begin{array}{l} \text{sen } \lambda L - \cos \lambda L \frac{(\text{sen } \lambda L + \text{senh } \lambda L)}{(\cos \lambda L + \cosh \lambda L)} - \text{senh } \lambda L + \\ \cosh \lambda L \frac{(\text{sen } \lambda L + \text{senh } \lambda L)}{(\cos \lambda L + \cosh \lambda L)} \end{array} \right] \quad (2.41)$$

$$C_1 = \frac{1}{P(L)} \quad (2.42)$$

A Equação (2.42) representa a função de forma do sistema:

$$Y(x) = \frac{P(x)}{P(L)} \quad (2.43)$$

$$Y(x) = \frac{\left[\text{sen } \lambda x - \text{senh } \lambda x + (\cosh \lambda x - \cos \lambda x) \frac{(\text{sen } \lambda x + \text{senh } \lambda x)}{(\cos \lambda x + \cosh \lambda x)} \right]}{\left[\text{sen } \lambda L - \text{senh } \lambda L + (\cosh \lambda L - \cos \lambda L) \frac{(\text{sen } \lambda L + \text{senh } \lambda L)}{(\cos \lambda L + \cosh \lambda L)} \right]} \quad (2.44)$$

De acordo com cada valor de massa diferente é possível representar os gráficos correspondentes.

Em seguida, apresentam-se os gráficos que representam as funções de forma para os três primeiros modos de vibração do sistema.

Os gráficos são relacionados com a solução da equação característica, ou seja, quando $M=0\text{kg}$ e $L=1\text{m}$, eles representam a forma padrão da função de forma.

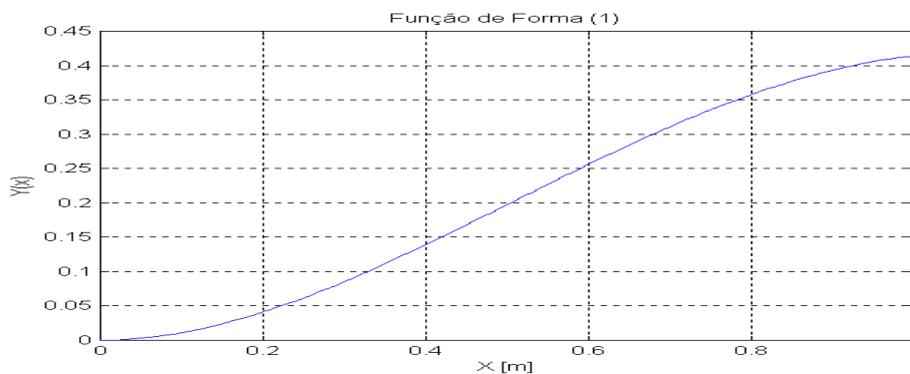


Fig. 2.3 - Gráfico da função de forma para o primeiro modo ($M=0\text{kg}$, $L=1\text{m}$).

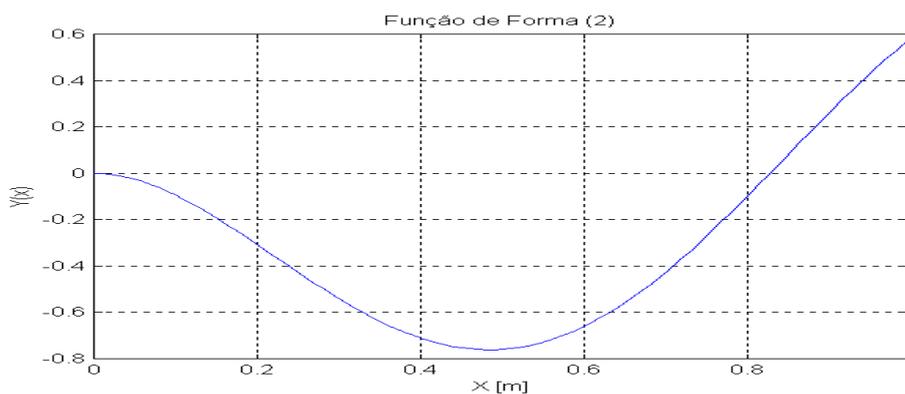


Fig. 2.4 - Gráfico da função de forma para o segundo modo ($M=0\text{kg}$, $L=1\text{m}$).

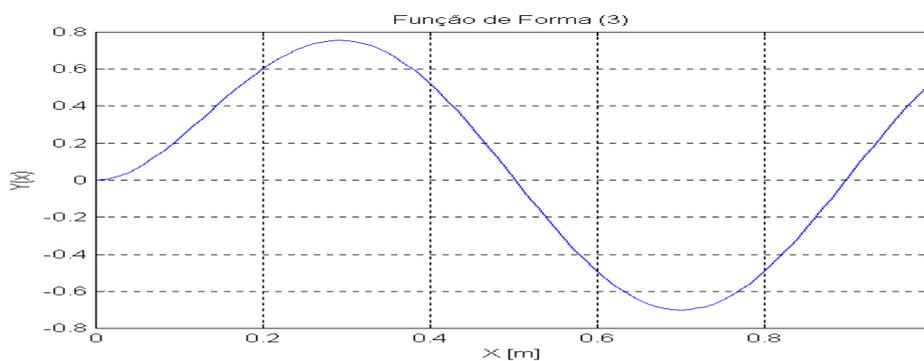


Fig. 2.5 - Gráfico da função de forma para o terceiro modo ($M=0\text{kg}$, $L=1\text{m}$).

Os gráficos a seguir representam o sistema em questão, com diferentes valores de massa.

Para $M=0\text{kg}$, $L=61\text{m}$:

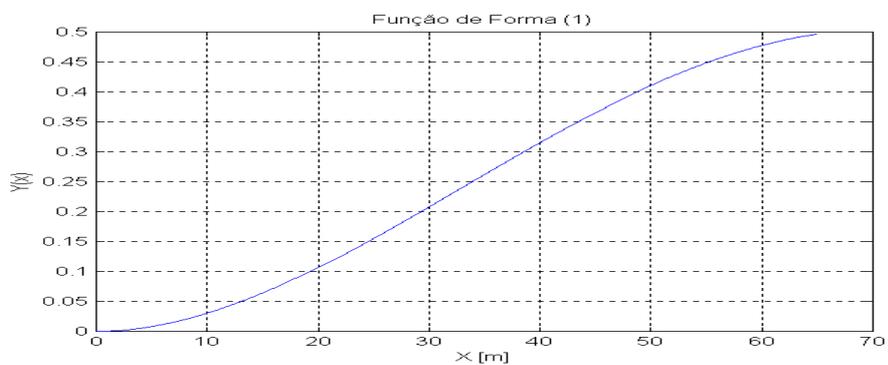


Fig. 2.6 - Gráfico da função de forma para o primeiro modo ($M=0\text{kg}$, $L=61\text{m}$).

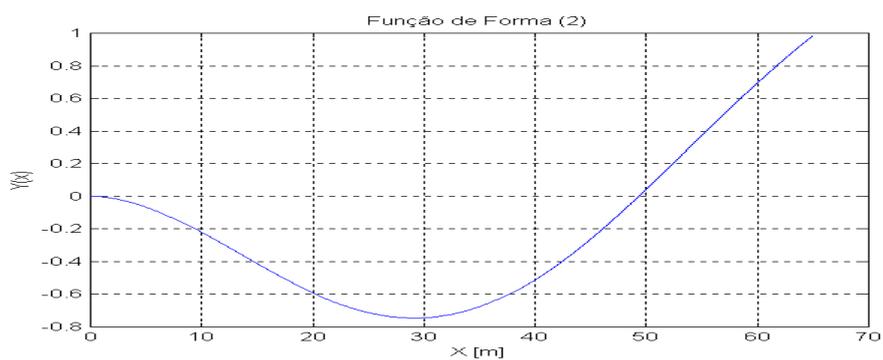


Fig. 2.7 - Gráfico da função de forma para o segundo modo ($M=0\text{kg}$, $L=61\text{m}$).

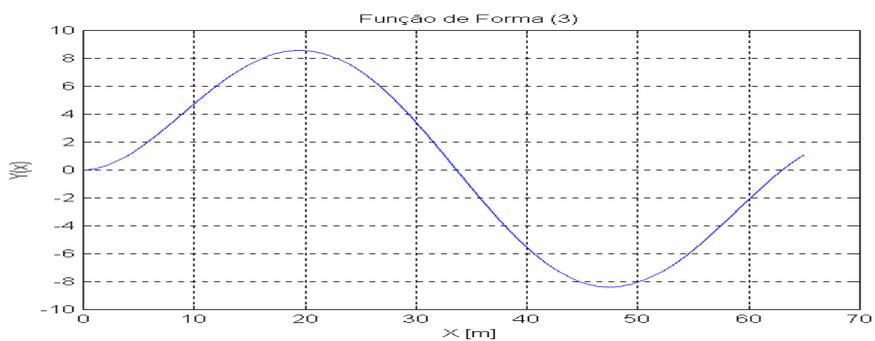


Fig. 2.8 - Gráfico da função de forma para o terceiro modo ($M=0\text{kg}$, $L=61\text{m}$).

Para $M=10\text{kg}$ e $L=61\text{m}$:

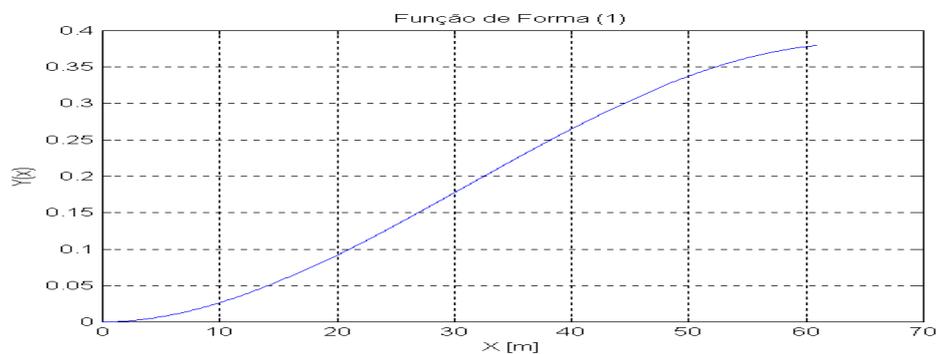


Fig. 2.9 - Gráfico da função de forma para o primeiro modo ($M=10\text{kg}$, $L=61\text{m}$).

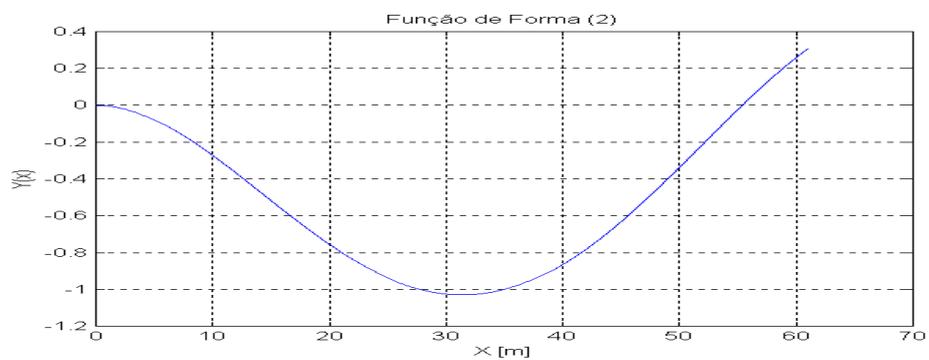


Fig. 2.10 - Gráfico da função de forma para o segundo modo ($M=10\text{kg}$, $L=61\text{m}$).

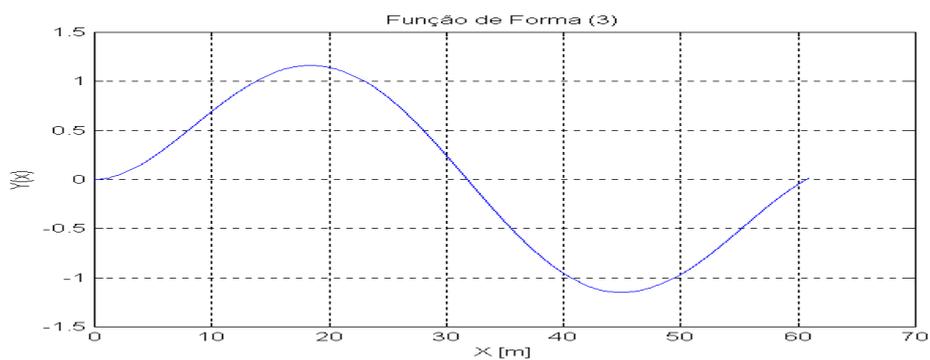


Fig. 2.11 - Gráfico da função de forma para o terceiro modo ($M=10\text{kg}$, $L=61\text{m}$).

Para $M=162\text{kg}$ e $L=61\text{m}$:

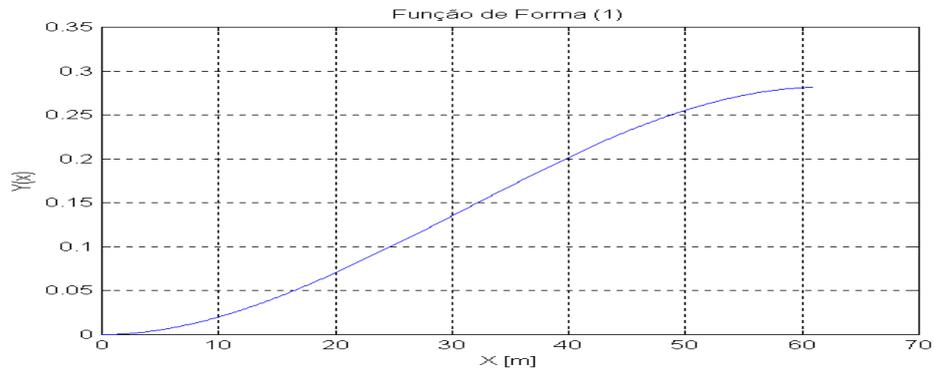


Fig. 2.12 - Gráfico da função de forma para o primeiro modo ($M=162\text{kg}$, $L=61\text{m}$).

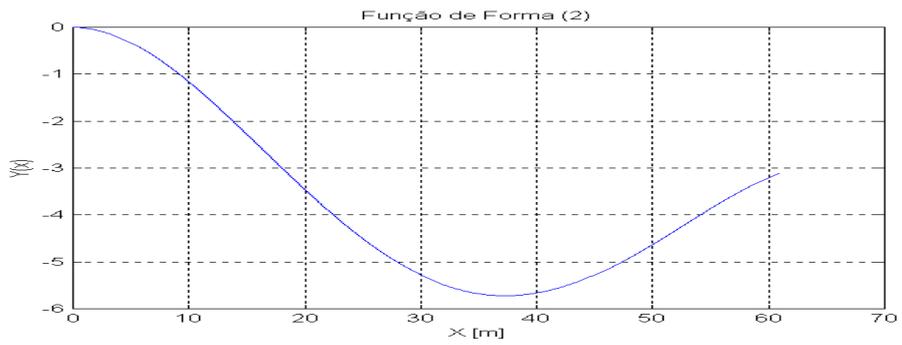


Fig. 2.13 - Gráfico da função de forma para o segundo modo ($M=162\text{kg}$, $L=61\text{m}$).

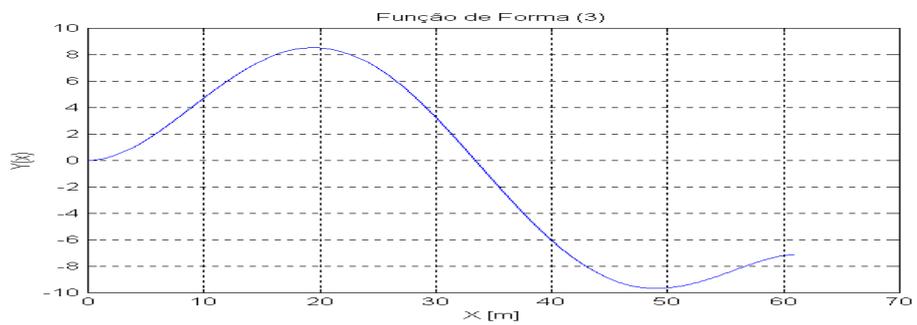


Fig. 2.14 - Gráfico da função de forma para o terceiro modo ($M=162\text{kg}$, $L=61\text{m}$).

2.2 - EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

As equações de movimento são obtidas utilizando-se a abordagem Lagrangiana, entretanto, é importante salientar que a rotação necessária a realização da manobra de atitude é introduzida pela aceleração angular no sistema rígido, a qual pode ser interpretada como uma perturbação.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_r} + \frac{\partial V}{\partial q_r} = Q_r \quad (2.45)$$

É utilizado o método dos modos assumidos. Esse método assume uma solução do problema de valor de contorno associado com o sistema conservativo na forma:

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^N Y_n(x) \phi_n(t) \quad (2.46)$$

onde $Y_n(x)$ são as funções admissíveis e $\phi_n(t)$ são as coordenadas generalizadas.

Antes de encontrar a Equação de Lagrange é necessário obter a Energia Cinética e a Energia Potencial do Sistema.

2.2.1 - ENERGIA CINÉTICA

A forma geral da Energia Cinética de um sistema com um apêndice flexível e uma massa na extremidade é dada por:

$$T = \frac{\sigma}{2} \int_0^L v^2(x, t) dx + \frac{M}{2} v^2(L, t) \quad (2.47)$$

Considerando que a velocidade é absoluta então é necessário incluir a rotação em relação da posição de equilíbrio que é dada por $\theta(t)$. A velocidade absoluta do painel é dada por:

$$v(x,t) = x\dot{\theta}(t) + \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \quad (2.48)$$

$x\dot{\theta}(t) \Rightarrow$ velocidade tangencial devido à rotação do raio de um deslocamento x .

Expandindo-se $\frac{\partial y(x,t)}{\partial t}$ utilizando-se a Equação (2.46):

$$v(x,t) = x\dot{\theta}(t) + \sum_{n=1}^N Y_n(x)\dot{\phi}_n(t) \quad (2.49)$$

Substituindo-se (2.49) em (2.48):

$$T(t) = \frac{\sigma}{2} \left[\int_0^L x^2 \dot{\theta}^2(t) dx + \int_0^L 2x\dot{\theta}(t) \sum_{n=1}^N Y_n(x)\dot{\phi}_n(t) dx + \int_0^L \sum_{n=1}^N Y_n(x)\dot{\phi}_n \sum_{m=1}^N Y_m(x)\dot{\phi}_m(t) dx \right] + \frac{M}{2} \left[L^2 \dot{\theta}^2(t) + 2L\dot{\theta}(t) \sum_{n=1}^N Y_n(L)\dot{\phi}_n(t) + \sum_{n=1}^N Y_n(L)\dot{\phi}_n(t) \sum_{m=1}^N Y_m(L)\dot{\phi}_m(t) \right] \quad (2.50)$$

Fazendo-se:

$$F_n = \int_0^L x Y_n(x) dx \quad (2.51)$$

E substituindo-se na Equação (2.50):

$$T(t) = \frac{\sigma}{2} \left[\dot{\theta}^2(t) \int_0^L x^2 dx + 2\dot{\theta}(t) F_n \sum_{n=1}^N \dot{\phi}_n(t) + \int_0^L \sum_{n=1}^N Y_n(x)\dot{\phi}_n(t) \sum_{m=1}^N Y_m(x)\dot{\phi}_m(t) dx \right] + \frac{M}{2} \left[L^2 \dot{\theta}^2(t) + 2L\dot{\theta}(t) \sum_{n=1}^N Y_n(L)\dot{\phi}_n(t) + \sum_{n=1}^N Y_n(L)\dot{\phi}_n(t) \sum_{m=1}^N Y_m(L)\dot{\phi}_m(t) \right] \quad (2.52)$$

$Y_n(x)$ são as funções admissíveis e $\phi(t)$ são as coordenadas generalizadas, é usado o método dos modos assumidos para solução de em conjunto com as equações de Lagrange para obter as equações de movimento, produzindo uma solução aproximada do problema de auto valor associado. Assumindo que a barra possui uma massa em sua extremidade, então se faz necessário algumas modificações; considerando $x=L$ quando há massa M concentrada na extremidade, assim na Equação (2.50) pode ser usado a seguinte condição de ortogonalidade, essa ortogonalidade pode ser demonstrada com as condições de contorno.

$$\sigma \int_0^L Y_m(x) Y_n(x) dx + M Y_m(L) Y_n(L) = 0 \quad \text{para } m \neq n \quad (2.53)$$

Para a Equação (2.52) pode-se obter:

$$\begin{aligned} T(t) = & \frac{\sigma}{2} \dot{\theta}^2(t) \frac{L^3}{3} + \sigma \dot{\theta}(t) F_n \sum_{n=1}^N \dot{\phi}_n(t) + \frac{\sigma}{2} \sum_{n=1}^N \dot{\phi}_n^2(t) \int_0^L \phi_n^2(x) dx + \\ & \frac{M}{2} L^2 \dot{\theta}^2(t) + ML \dot{\theta}(t) \sum_{n=1}^N Y_n(L) \dot{\phi}_n(t) + \frac{M}{2} \sum_{n=1}^N Y_n^2(L) \dot{\phi}_n^2(t) \end{aligned} \quad (2.54)$$

Fazendo-se:

$$G_n = \int_0^L Y_n^2(x) dx \quad (2.55)$$

Substituindo-se (2.55) em (2.54) tem-se que:

$$\begin{aligned} T(t) = & \frac{\sigma L^3}{6} \dot{\theta}^2(t) + \sigma \dot{\theta}(t) F_n \sum_{n=1}^N \dot{\phi}_n(t) + \frac{\sigma}{2} \sum_{n=1}^N \dot{\phi}_n^2(t) G_n + \frac{ML^2}{2} \dot{\theta}^2(t) + \\ & ML \dot{\theta}(t) \sum_{n=1}^N Y_n(L) \dot{\phi}_n(t) + \frac{M}{2} \sum_{n=1}^N Y_n^2(L) \dot{\phi}_n^2(t) \end{aligned} \quad (2.56)$$

A Equação (2.56) representa a Energia Cinética do sistema.

2.2.2 - ENERGIA POTENCIAL

A energia potencial do apêndice é devida a energia potencial elástica e é dada na seguinte forma:

$$V(t) = \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (2.57)$$

Expandindo-se $\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}$ através de:

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \sum_{n=1}^N \frac{d^2 Y_n(x)}{dx^2} \phi_n(t) \quad (2.58)$$

Substituindo-se (2.58) em (2.57):

$$V(t) = \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\sum_{n=1}^N \frac{d^2 Y_n(x)}{dx^2} \phi_n(t) \sum_{m=1}^N \frac{d^2 Y_m(x)}{dx^2} \phi_m(t) \right) dx \quad (2.59)$$

Como $Y_n(x)$ são as funções admissíveis para uma viga uniforme, satisfazem a seguinte relação de ortogonalidade:

$$\int_0^L \frac{d^2 Y_n(x)}{dx^2} \frac{d^2 Y_m(x)}{dx^2} dx = 0 \quad \text{para } m \neq n \quad (2.60)$$

Considerando-se a condição de ortogonalidade, a Equação (2.59) passa a ser:

$$V(t) = \frac{EI}{2} \sum_{n=1}^N \left(\phi_n^2(t) \int_0^L \left(\frac{d^2 Y_n(x)}{dx^2} \right)^2 dx \right) \quad (2.61)$$

A Energia Potencial poderia permanecer desta forma com termos $\int_0^L \left(\frac{d^2 Y_n(x)}{dx^2} \right)^2 dx$, mas quando é considerada a equivalência entre a Energia Cinética e a Energia Potencial durante a vibração livre do apêndice, é possível

reescrever esta equação utilizando-se os termos $\int_0^L Y_n^2(x)dx$ ao invés dos anteriores. Com a substituição, esses termos estarão presentes na expressão final da Energia Cinética, Equação (2.56), através das constantes G_n , pois há uma redução do número de termos que facilitará a integração numérica.

Na situação considerada, o apêndice está vibrando livremente em n-ésimos modos [$y(x,t)=Y_n(x)\phi_n(t)$]. Utilizando-se a Equação (2.47) é possível obter-se a Equação (2.62) de uma forma mais simplificada. Assim as expressões da Energia Cinética e Potencial são descritas da seguinte forma:

$$T = \dot{\phi}_n^2(t) \left(\frac{\sigma G_n + M Y_n^2(L)}{2} \right) \quad (2.62)$$

$$V(t) = \phi_n^2(t) \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2 Y_n(x)}{dx^2} \right)^2 dx \quad (2.63)$$

Do princípio da Conservação de Energia tem-se que o máximo valor da Energia Cinética durante a vibração livre deve ser igual ao máximo valor da Energia Potencial. Para encontrar os valores máximos utilizou-se a equação (2.21), onde fez-se uma aproximação para $\phi_n(t) = \cos \omega_n t$ e através desta tem-se que:

$$\max(T(t)) = \omega_n^2 \left(\frac{\sigma G_n + M Y_n^2(L)}{2} \right) \quad (2.64)$$

$$\max(V(t)) = EI \frac{\int_0^L \left(\frac{d^2 Y_n(x)}{dx^2} \right)^2 dx}{2} \quad (2.65)$$

Igualando-se os dois tem-se:

$$\omega_n^2 \left(\frac{\sigma G_n + MY_n^2(L)}{2} \right) = EI \frac{\int_0^L \left(\frac{d^2 Y_n(x)}{dx^2} \right)^2 dx}{2} \quad (2.66)$$

Com isso $V(t)$ da Equação (2.61) passa a ser:

$$V(t) = \sum_{n=1}^N \left[\omega_n^2 \left(\frac{\sigma G_n + MY_n^2(L)}{2} \right) \phi_n^2(t) \right] \quad (2.67)$$

A Equação (2.67) representa a Energia Potencial do sistema.

2.2.3 - EQUAÇÕES DE MOVIMENTO NA FORMA MODAL

Após ter calculado a Energia Cinética e Potencial é possível aplicar a Equação de Lagrange para obter as equações de movimento do sistema.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_n} \right) - \frac{\partial T}{\partial \phi_n} + \frac{\partial V}{\partial \phi_n} = Q_n \quad (2.68)$$

Utilizando-se as equações da Energia Cinética e Energia Potencial e calculando cada derivada:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_n} = \sigma \dot{\theta}(t) F_n + \sigma \dot{\phi}_n(t) G_n + ML \dot{\theta}(t) Y_n(L) + MY_n^2(L) \dot{\phi}_n(t) \quad (2.69)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_n} \right) = \sigma \ddot{\theta}(t) F_n(t) + \sigma \ddot{\phi}_n(t) G_n + ML \ddot{\theta}(t) Y_n(L) + MY_n^2(L) \ddot{\phi}_n(t) \quad (2.70)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \phi_n} = 0 \quad (2.71)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \phi_n} = \omega_n^2 (\sigma G_n + MY_n^2(L)) \phi_n(t) \quad (2.72)$$

Substituindo as derivadas na equação de Lagrange:

$$\sigma\ddot{\theta}(t)F_n + \sigma\ddot{\phi}_n(t)G_n + ML\ddot{\theta}(t)Y_n(L) + MY_n^2(L)\ddot{\phi}_n(t) + \omega_n^2\phi_n(t)(\sigma G_n + MY_n^2(L)) = Q_n \quad (2.73)$$

Colocando-se $\ddot{\theta}(t)$ e $\ddot{\phi}_n(t)$ em evidência obtém-se a equação abaixo após aplicar as Equações de Lagrange:

$$(\sigma F_n + MLY_n(L))\ddot{\theta}(t) + (\sigma G_n + MY_n^2(L))(\ddot{\phi}_n(t) + \omega_n^2\phi_n(t)) = Q_n \quad (2.74)$$

Observando-se a Equação (2.74) depois de ter aplicado a formulação Lagrangiana pode-se observar o termo $Q_n(t)$ que é a n-ésima força generalizada. Assumindo que a força $F(t)$ está sendo aplicada na extremidade livre do apêndice no mesmo sentido de $y(x,t)$. Para obter esse valor é necessário considerar o Trabalho Virtual associado. Com isso o Trabalho Virtual é dado por:

$$\delta w = F(t)\delta y(L, t) \quad (2.75)$$

Substituindo-se em $y(L,t)$:

$$\delta w = F(t)\sum_{n=1}^N Y_n(L)\delta\phi_n(t) \quad (2.76)$$

Utilizando-se a definição de forças generalizadas:

$$\delta w = \sum_{n=1}^N Q_n(t)\delta\phi_n(t) \quad (2.77)$$

Com essa definição é possível obter uma relação para $Q_n(t)$ através das Equações (2.76) e (2.77):

$$Q_n(t) = F(t)Y_n(L) \quad (2.78)$$

Substituindo-se a Equação (2.78) na equação (2.74):

$$(\sigma F_n + MLY_n(L))\ddot{\theta}(t) + (\sigma G_n + MY_n^2(L))(\ddot{\phi}_n(t) + \omega_n^2 \phi_n(t)) = F(t)Y_n(L) \quad (2.79)$$

Arrumando a Equação (2.79):

$$(\sigma G_n + MY_n^2(L))(\ddot{\phi}_n(t) + \omega_n^2 \phi_n(t)) = -(\sigma F_n + MLY_n(L))\ddot{\theta}(t) + F(t)Y_n(L) \quad (2.80)$$

Analisando a Equação (2.80) pode-se notar que existem algumas constantes que podem ser calculadas numericamente, essas constantes dependem dos termos $\int_0^L xY_n(x)dx$ e $\int_0^L Y_n^2(x)dx$. Esses termos são calculados numericamente para as primeiras funções. Definindo-se:

$$M_n = \sigma G_n + MY_n^2(L) \quad (2.81)$$

$$L_n = (\sigma F_n + MLY_n(L)) \quad (2.82)$$

Substituindo-se (2.81) e (2.82) em (2.80):

$$\ddot{\phi}_n(t) + \omega_n^2 \phi_n(t) = -\frac{L_n}{M_n} \ddot{\theta}(t) + \frac{Y_n(L)}{M_n} F(t) \quad (2.83)$$

Observando a Equação (2.80) pode-se notar a existência de algumas constantes que são G_n e F_n , estas constantes foram calculadas através de um programa utilizando-se o software Matlab e esse programa utiliza uma função chamada quad8.m que calcula a integral definida da função dada. Após ter calculado G_n e F_n esses valores são substituídos em M_n e L_n e são então calculados numericamente. M_n e L_n são constantes que multiplicam a equação de movimento. Os resultados obtidos de L_n e M_n são para uma massa de 162kg e também para uma massa de 10kg na extremidade do apêndice.

As Tabelas 2.2 e 2.3 contém os valores de L_n e M_n para um barra de 61m, com uma massa em sua extremidade de 10kg ou 162kg. O programa que gera esses valores foi desenvolvido utilizando-se o software Matlab.

TABELA 2.2 – VALORES DE L_N E M_N PARA $M=10$ KG

N	1	2	3	4	5	6
λ_n	0.0204	0.0661	0.1170	0.1681	0.2195	0.2709
L_n	2.6762e+3	-2.8372e+4	-1.5777e+4	-2.3892e+4	-1.6997e+4	-1.9668e+4
M_n	34.9112	6.5641e+3	1.6752e+4	4.0928e+4	5.5767e+4	7.9909e+4

TABELA 2.3 – VALORES DE L_N E M_N PARA $M=162$ KG

N	1	2	3	4	5	6
λ_n	0.0204	0.0661	0.1170	0.1681	0.2195	0.2709
L_n	1.1948e+4	-1.9100e+4	-6.5051e+3	-1.4620e+4	-7.7249e+3	-1.0396e+4
M_n	186.9112	6.7161e+3	1.6904e+4	4.1080e+4	5.5919e+4	8.0061e+4

Então, foi encontrada a equação de movimento do sistema estudado, sem considerar o controle. A Equação (2.83) é a equação de movimento que representa esse sistema. Essa equação descreve a dinâmica do sistema, sendo $\ddot{\theta}(t)$ uma aceleração externa que será considerada como uma perturbação ao sistema. Essa situação será simulada no Capítulo 4.

No próximo capítulo é feita uma análise de como controlar esse apêndice utilizando-se um atuador AVA e depois com múltiplos atuadores localizados ao longo do apêndice.

CAPÍTULO 3

SISTEMA DE CONTROLE

3.1 - INTRODUÇÃO

Nesse capítulo são apresentados alguns conceitos básicos da área de controle, esses conceitos são importantes porque auxiliam o entendimento do sistema de controle empregado neste trabalho.

Considera-se, primeiramente, o uso de um atuador (AVA), depois acrescenta-se a este, um controlador Proporcional. Esse sistema de controle é colocado na extremidade do apêndice e é então estudado seu comportamento em função das perturbações causadas pela rotação do satélite. Posteriormente, foram estudadas situações com atuadores distribuídos ao longo da estrutura.

3.2 - CONCEITOS BÁSICOS

Atitude: Atitude de um satélite é a sua orientação no espaço. Se refere à orientação angular de um sistema de coordenadas fixo no corpo em relação a um sistema externo definido separadamente.

Determinação de Atitude: É o processo de medir a orientação do satélite em relação a um referencial inercial ou algum objeto de interesse, tal como a Terra.

Manobra de Atitude: Algumas missões espaciais envolvem a orientação e/ou reorientação de apontamento de um ou mais eixos do satélite e esta operação é chamada de 'manobra de atitude'.

Controle Clássico: Está relacionado com sistemas da baixa ordem, em particular sistemas com única entrada e única saída. Essa teoria utiliza extensivamente o conceito de função de transferência. A análise e o projeto são realizados no domínio da frequência.

Controle Moderno: É baseado no conceito de espaço de estados, utiliza análise vetorial-matricial. Análise e projeto são realizados no domínio do tempo. Uma curiosidade é que o controle clássico tende a ser mais físico que o controle moderno que tende a ser mais matemático, mas eles podem ser projetados em conjunto no sentido de um complementar o outro.

Sistema de Controle: Um sistema trivial de controle em malha fechada é apresentado na Figura 3.1:

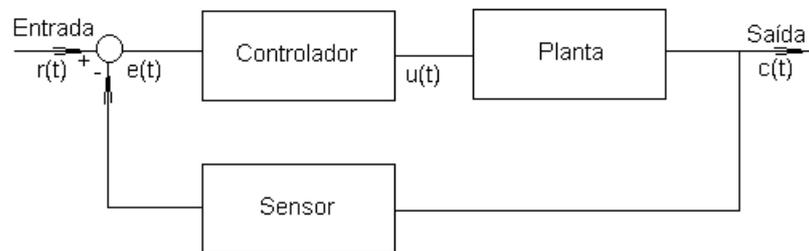


Fig. 3.1 – Diagrama de Blocos de um Sistema de Controle em Malha Fechada.

Observando a Figura 3.1 é possível entender cada parte que compõe o sistema. A planta é o sistema físico ou o processo a ser controlado. Neste caso é considerada a inclusão dos amplificadores de potência e atuadores. O sensor é o instrumento que mede os sinais que estão associados à orientação do satélite. O controlador é o sistema dinâmico propositalmente adicionado à malha para melhorar as características do sistema em malha fechada.

Em um sistema de controle em malha fechada também é importante o conceito de erro que está relacionado com a diferença entre o valor desejado da saída e o valor atual.

Ação de Controle Proporcional: Para um controlador desse tipo a relação entre a saída do controlador $u(t)$ e o sinal de erro $e(t)$ é dada por:

$$u(t) = K_p e(t) \quad (3.1)$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \quad (3.2)$$

onde, K_p é a sensibilidade proporcional ou ganho do controlador e s é a representação no domínio da frequência, pois a Equação (3.2) está na forma de Transformada de Laplace.

Independente do mecanismo real ou da forma da potência de operação, o controlador proporcional é essencialmente um amplificador com um ganho ajustável. O diagrama de blocos desse controlador é mostrado na Figura 3.2.

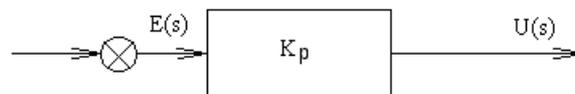


Fig. 3.2 - Diagrama de blocos de um controlador proporcional.

FONTE: Adaptada de Ogata (1983, p.172).

Ação de Controle Integral: Em um controlador com ação de controle integral o valor da saída do controlador $u(t)$ é variado com uma taxa proporcional ao sinal de erro $e(t)$, isto é, a taxa de variação:

$$\frac{du(t)}{dt} = K_i e(t) \quad (3.3)$$

ou

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt \quad (3.4)$$

onde, K_i é ajustável e a função de transferência do controlador é a seguinte:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s} \quad (3.5)$$

Essa lei de controle permite produzir um sinal grande quando o erro é diferente de zero, implicando na eliminação do erro residual. O erro residual é proveniente do controlador proporcional. Na Figura 3.3 encontra-se o diagrama de blocos do controlador integral.

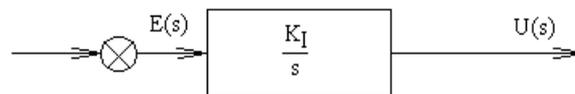


Fig. 3.3 - Diagrama de blocos de um controlador integral.

FONTE: Adaptada de Ogata (1993, p.174).

Ação de Controle Proporcional-Integral: Essa ação de controle é definida pela seguinte equação:

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt \quad (3.6)$$

A função de transferência desse controle é dada por:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (3.7)$$

onde K_p representa o ganho proporcional e T_i é chamado de tempo integral. Tanto K_p como T_i são ajustáveis. O tempo integral ajusta a ação de controle integral, enquanto uma mudança no valor de K_p afeta tanto a parte proporcional como a parte integral da ação de controle. O controlador proporcional integral é uma combinação do controlador proporcional e do controlador integral. O controlador proporcional produz uma velocidade da resposta aceitável mas com insuficiente precisão, enquanto que o controlador integral resulta numa precisão aceitável em “steady-state”, porém com a velocidade da resposta reduzida. Assim, as vantagens de ambos são combinadas representando o controlador PI, que devido a essa combinação se torna um dos controladores

mais utilizados. Também aumenta em 1 grau a ordem do sistema, alterando, assim, a equação característica, o que implica em uma dificuldade de atender os requisitos em regime transiente. A Figura 3.4 representa o diagrama de blocos desse tipo de controlador.

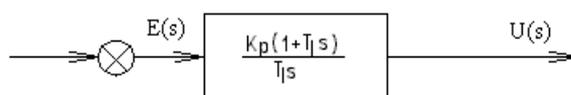


Fig. 3.4 - Diagrama de blocos de um controlador proporcional integral.

FONTE: Adaptada de Ogata (1993, p.175).

Ação de Controle Proporcional Derivativo: A ação de controle é definida pela seguinte equação:

$$u(t) = K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3.8)$$

O K_p representa o ganho proporcional e T_d é uma constante chamada tempo derivativo. Tanto K_p como T_d são ajustáveis. A ação de controle derivativa, algumas vezes denominada controle de taxa, indica que a magnitude da saída do controlador é proporcional à taxa de variação do sinal de erro. Essa ação de controle tem a vantagem de fornecer a resposta rápida pois é proporcional ao erro e também é utilizada para amortecimento de oscilações, pois leva em consideração a velocidade. Tem a desvantagem de amplificar os sinais de ruído e causa um efeito de saturação no atuador. A ação de controle derivativa não deve ser utilizada sozinha, pois, esta ação somente é efetiva durante os períodos transitórios. A Figura 3.5 representa o diagrama de blocos do controlador proporcional derivativo.

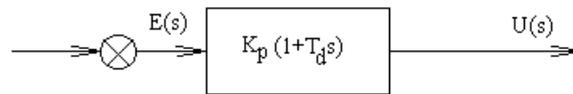


Fig. 3.5 - Diagrama de blocos de um controlador proporcional derivativo.

FONTE: Adaptada de Ogata (1993, p.175).

Ação de Controle Proporcional-Integral-Derivativa: A combinação da ação de controle proporcional, ação de controle integral e ação de controle derivativa é denominada ação de controle proporcional-integral-derivativa. Essa ação de controle combinada possui vantagens de cada uma das três ações de controle individuais. O controlador PID é o controlador convencional mais eficiente que existe, ele tem como objetivos atingir a trajetória desejada rapidamente, amortecer as oscilações e minimizar o erro em regime permanente. Um controlador do tipo P leva rapidamente o sistema para o estado desejado. Um controlador PD visa amortecer as oscilações e o PID melhora o desempenho em regime permanente, pois vai somando os erros anteriores. A equação de um controlador com esta ação combinada é dada por:

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3.9)$$

onde K_p representa a sensibilidade proporcional, T_d representa o tempo derivativo e T_i representa o tempo integral. O diagrama de blocos de um controlador proporcional-integral-derivativo é mostrado na Figura 3.6.

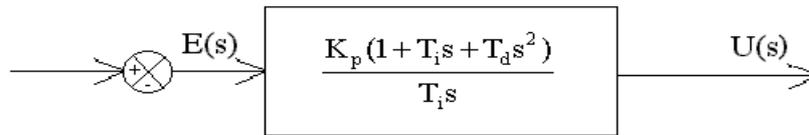


Fig. 3.6 - Diagrama de blocos de um controlador proporcional integral derivativo.

FONTE: Adaptada de Ogata (1993, p.178).

Estabilidade: A característica mais importante do comportamento dinâmico de um sistema de controle é a estabilidade, ou seja, se o sistema é estável ou instável. Um sistema de controle está em equilíbrio se, na ausência de qualquer perturbação ou entrada, a saída permanecer no mesmo estado. Um sistema de controle invariante no tempo e linear é estável se a saída volta ao seu estado de equilíbrio quando o sistema é sujeito a uma perturbação. Um sistema de controle, invariante no tempo e linear é instável se uma oscilação da saída continua indefinidamente ou a saída diverge sem limite de seu estado de equilíbrio quando o sistema é sujeito a uma perturbação.

3.3 - CONTROLE DO APÊNDICE

No capítulo anterior a dinâmica do apêndice foi estudada sem considerar nenhum detalhe de controle. Agora é feita uma análise das equações obtidas observando-se o efeito de algumas manobras estratégicas. O sistema é projetado de uma forma proporcional à velocidade dos primeiros modos de vibração do painel, com o objetivo de evitar uma vibração excessiva.

Inicialmente é considerado o uso de um único atuador AVA localizado na extremidade do apêndice o qual usa uma lei de controle Proporcional Integral que será reduzida a uma lei de controle Proporcional.

Assume-se que esse sistema de controle será suficiente para obter-se o amortecimento desejado do modo fundamental de vibração. Os dados

utilizados nesse trabalho correspondem aos valores utilizados no trabalho de Wie (1988).

3.4 - CONTROLE DO APÊNDICE ATRAVÉS DO ATUADOR

Como já foi dito é utilizado somente um atuador. A massa que está localizada na extremidade do painel é substituída por um amortecedor de vibrações ativo (AVA) que tem como objetivo amortecer as eventuais vibrações excessivas do painel. Esse AVA é um atuador descrito em Wie (1988), que pode ser considerado como um equivalente à roda de reação que é um dos primeiros esquemas de atuador para o controle de atitude de veículos espaciais. O AVA aplica força enquanto que as rodas de reação aplicam torque. É acrescentado um controle proporcional integral para compensar a baixa frequência característica do atuador AVA. Essa lei de controle PI é suficiente para, em conjunto com o AVA, amortecer o modo fundamental. Para esse sistema compensado também são estudadas a sua estabilidade e a resposta desse, devido as manobras do corpo rígido.

3.4.1 - FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DA DEFLEXÃO DO APÊNDICE

É encontrada uma relação entre a deflexão do apêndice e a força de controle em forma de função de transferência. A partir do que foi desenvolvido no início do trabalho, considerando-se a modelagem durante a vibração livre, essas equações são utilizadas com a aplicação da Transformada de Laplace para obter a função de transferência da deflexão do apêndice $Y(x,t)$ em relação a força aplicada na extremidade do mesmo $u(t)$. Essa função de transferência corresponde a não excitação do apêndice, ou seja, quando o satélite (corpo rígido) não aplica aceleração angular na base do apêndice.

A Equação de movimento (2.6) e as condições de contorno, Equações (2.7), (2.8) e (2.9) não são alteradas do início do trabalho. Mas a última condição de contorno, a Equação (2.10), é alterada no seu lado direito da igualdade, considerando a força aplicada na extremidade do apêndice, $u(t)$.

Com o auxílio da Transformada de Laplace as equações podem ser escritas da seguinte forma:

$$EI \frac{\partial^4 Y(x,s)}{\partial x^4} + \sigma s^2 Y(x,s) = 0 \quad (3.10)$$

$$Y(x,s) = \frac{\partial Y(x,s)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial^2 Y(x,s)}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = 0 \quad (3.12)$$

$$\left(Ms^2 Y(x,s) - EI \frac{\partial^3 Y(x,s)}{\partial x^3} \right) \Big|_{x=L} = U(s) \quad (3.13)$$

onde:

$$Y(x,s) = \int_0^\infty y(x,t) e^{-st} dt \quad (3.14)$$

$$U(s) = \int_0^\infty u(t) e^{-st} dt \quad (3.15)$$

Tratando s como uma constante, a Equação (3.10) é uma equação diferencial ordinária para $Y(x,s)$ como função de x . A solução geral dessa equação é dada por:

$$Y(x,s) = B_1 \operatorname{sen} \mu x + B_2 \operatorname{cos} \mu x + B_3 \operatorname{senh} \mu x + B_4 \operatorname{cosh} \mu x \quad (3.16)$$

onde:

$$\mu^4 = -\frac{\sigma s^2}{EI} \quad (3.17)$$

$$B_2 = -B_1 \frac{(\operatorname{sen} \mu L + \operatorname{senh} \mu L)}{(\operatorname{cos} \mu L + \operatorname{cosh} \mu L)} \quad (3.18)$$

$$B_3 = -B_1 \quad (3.19)$$

$$B_4 = B_1 \frac{(\text{sen}\mu L + \text{senh}\mu L)}{(\text{cos}\mu L + \text{cosh}\mu L)} \quad (3.20)$$

A Equação (3.16) pode ser escrita da seguinte forma:

$$Y(x,s) = B_1 \left[\begin{array}{l} \text{sen}\mu x - \text{cos}\mu x \left(\frac{\text{sen}\mu L + \text{senh}\mu L}{\text{cos}\mu L + \text{cosh}\mu L} \right) + \\ - \text{senh}\mu L + \text{cosh} \left(\frac{\text{sen}\mu L + \text{senh}\mu L}{\text{cos}\mu L + \text{cosh}\mu L} \right) \end{array} \right] \quad (3.21)$$

Reescrevendo a Equação (3.13) com a substituição da Equação (3.17) e mais algumas simplificações tem-se que:

$$\left(Ms^2 Y(x,s) - EI \frac{\partial^3 Y(x,s)}{\partial x^3} \right)_{x=L} = U(s) \quad \div EI$$

$$\left(\frac{Ms^2}{EI} Y(x,s) - \frac{\partial^3 Y(x,s)}{\partial x^3} \right)_{x=L} = \frac{1}{EI} U(s)$$

$$\left(-\frac{\mu^4 M}{\sigma} Y(x,s) - \frac{\partial^3 Y(x,s)}{\partial x^3} \right)_{x=L} = \frac{1}{EI} U(s) \quad (-1)$$

$$\left(\frac{\mu^4 M}{\sigma} Y(x,s) + \frac{\partial^3 Y(x,s)}{\partial x^3} \right)_{x=L} = -\frac{1}{EI} U(s) \quad (3.22)$$

Usando a Equação (3.16), calculando $\frac{\partial^3 Y(x,s)}{\partial x^3} \Big|_{x=L}$, substituindo na Equação

(3.22) e mais algumas manipulações algébricas encontra-se a nova equação:

$$1 + \cosh \mu L \cos \mu L + \frac{M\mu}{\sigma} (\sinh \mu L \cos \mu L - \sin \mu L \cosh \mu L) = \frac{\cos \mu L + \cosh \mu L}{2EI\mu^3} U(s) \quad (3.23)$$

ou ainda de uma maneira melhor para visualização:

$$B_1 = \frac{\cos \mu L + \cosh \mu L}{2EI\mu^3 \left(1 + \cosh \mu L \cos \mu L + \frac{M\mu}{\sigma} (\sinh \mu L \cos \mu L - \sin \mu L \cosh \mu L) \right)} U(s) \quad (3.24)$$

Para obter-se a função de transferência, utiliza-se as Equações (3.21) e (3.24):

Da Equação (3.21):

$$B_1 = \frac{Y(x,s)}{\sin \mu x - \cos \mu x \left(\frac{\sin \mu x + \sinh \mu x}{\cos \mu x + \cosh \mu x} \right) - \sinh \mu x + \cos \mu x \left(\frac{\sin \mu x + \sinh \mu x}{\cos \mu x + \cosh \mu x} \right)} \quad (3.25)$$

Chamando o denominador da Equação (3.25) de η e substituindo:

$$\frac{Y(x,s)}{\eta} = \frac{\cos \mu L + \cosh \mu L}{2EI\mu^3 \left(1 + \cosh \mu L \cos \mu L + \frac{M\mu}{\sigma} (\sinh \mu L \cos \mu L - \sin \mu L \cosh \mu L) \right)} U(s)$$

$$\frac{Y(x,s)}{U(s)} = \frac{(\cos \mu L + \cosh \mu L)(\sin \mu x - \sinh \mu x) - (\sin \mu L + \sinh \mu L)(\cos \mu x - \cosh \mu x)}{2EI\mu^3 \left(1 + \cosh \mu L \cos \mu L + \frac{M\mu}{\sigma} (\sinh \mu L \cos \mu L - \sin \mu L \cosh \mu L) \right)} \quad (3.26)$$

Essa expressão representa a força de deflexão em relação à força aplicada na extremidade do apêndice, e está de acordo com o trabalho de Wie (1988). Foi feita uma análise dos pólos e zeros dessa variando-se a massa e observando-se a influência dela na localização destes pólos e zeros. Os gráficos e comentários são apresentados no Capítulo 4.

3.4.2 - CONTROLE DIRETO PELO AMORTECEDOR DE VIBRAÇÕES ATIVO

Primeiramente é necessário conhecer a dinâmica do AVA, a qual é mostrada nas Figuras 3.7 e 3.8.

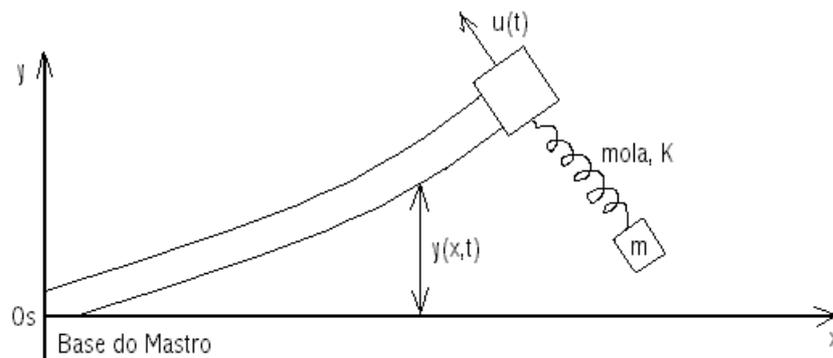


Fig. 3.7 - Dinâmica do AVA.

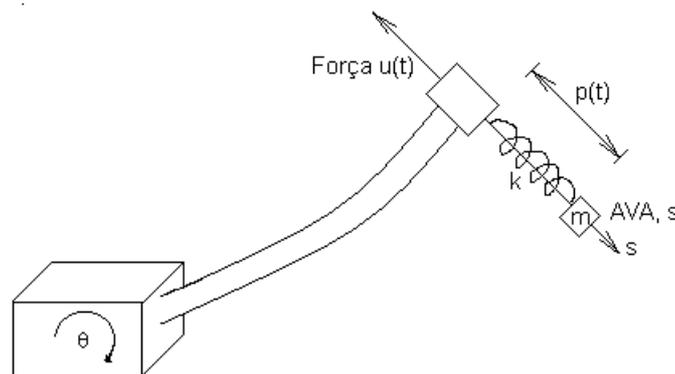


Fig. 3.8 - Descrição do AVA.

A descrição desse amortecedor de vibrações ativo é a seguinte, consiste de uma massa m engastada em uma mola de constante k . Essa massa é

acionada por um motor linear DC que tem como função abastecer a força $u(t)$ como mostra a Figura 3.8. A massa retorna afetando a mola que reage na extremidade do apêndice.

Considerando um eixo inercial, O_s , instantaneamente alinhado ao longo da direção $y(L,t)$, no tempo t como mostrado na Figura 3.7 tem-se que:

$$p(t) = s(t) - y_2(t) \quad (3.27)$$

A Equação (3.27) mostra o deslocamento da mola a partir do ponto de equilíbrio, podendo, este, ser negativo. No tempo t , a aceleração inercial da massa na extremidade do apêndice é dada por:

$$\ddot{y}_2(t) = \ddot{y}(L,t) + L\ddot{\theta}(t) \quad (3.28)$$

Pode ser observado, através da Equação (2.48), que a aceleração de m no tempo t em relação ao eixo O_s é $m\ddot{s}(t)$. Então aplicando-se a 2ª Lei de Newton para m :

$$m\ddot{s}(t) = -u(t) - kp(t) \quad (3.29)$$

Reescrevendo a Equação (3.29) utilizando a Equação (3.28) tem-se que:

$$u(t) = -m\ddot{s}(t) - kp(t)$$

$$u(t) = -m(\ddot{s}(t) - \ddot{y}_2(t)) - m\ddot{y}_2(t) - kp(t)$$

$$u(t) = -m\ddot{p}(t) - m(\ddot{y}(L,t) + L\ddot{\theta}(t)) - kp(t) \quad (3.30)$$

A Equação (3.30) descreve a dinâmica do AVA. O termo $-mL\ddot{\theta}(t)$ pode ser visto como o termo que mostra a excitação que o satélite, corpo rígido, causa no apêndice. Separando essas equações tem-se a força de controle modificada, $u_1(t)$, que é dada por:

$$u_1(t) = -m(\ddot{p}(t) + \ddot{y}(L,t)) - kp(t) \quad (3.31)$$

Substituindo $u(t)$ na Equação (3.31) tem-se:

$$u(t) = u_1(t) - mL\ddot{\theta}(t) \quad (3.32)$$

A partir da Equação (3.32) é possível fazer a substituição de $u(t)$ no modelo de equações de movimento, o qual foi obtido no final do Capítulo 2, como:

$$\ddot{\phi}_n(t) + \omega_n^2 \phi_n(t) = -\frac{L_n}{M_n} \ddot{\theta}(t) + \frac{Y_n(L)}{M_n} F(t) \quad (3.33)$$

Substituindo na Equação (3.33) no lugar de $F(t)$ a Equação (3.32):

$$\begin{aligned} \ddot{\phi}_n(t) + \omega_n^2 \phi_n(t) &= -\frac{L_n}{M_n} \ddot{\theta}(t) + \frac{Y_n(L)}{M_n} u(t) \\ \ddot{\phi}_n(t) + \omega_n^2 \phi_n(t) &= -\frac{L_n}{M_n} \ddot{\theta}(t) + \frac{Y_n(L)}{M_n} (u_1(t) - mL\ddot{\theta}(t)) \\ &= -\frac{L_n}{M_n} \ddot{\theta}(t) + \frac{Y_n(L)}{M_n} u_1(t) - \frac{Y_n(L)}{M_n} mL\ddot{\theta}(t) \\ \ddot{\phi}_n(t) + \omega_n^2 \phi_n(t) &= -\left(\frac{L_n}{M_n} + \frac{Y_n(L)}{M_n} mL \right) \ddot{\theta}(t) + \frac{Y_n(L)}{M_n} u_1(t) \end{aligned} \quad (3.34)$$

Pode-se notar que na Equação (3.34) está sendo omitido o termo de amortecimento da estrutura, mas nesse estágio não é difícil de acrescentar esse termo. Considerando o amortecimento estrutural utilizado em Wie (1988) sugerido de 0,2%, os modos não devem ser alterados e o engaste entre a barra e o satélite não é considerado.

Supondo que o amortecimento da estrutura de n -ésima modos tenha razão de amortecimento β_n , assim o modelo de equações de movimento com amortecimento passa a ser:

$$\ddot{\phi}_n(t) + 2\beta_n \omega_n \dot{\phi}_n(t) + \omega_n^2 \phi_n(t) = -\left(\frac{L_n + Y_n(L)mL}{M_n}\right)\ddot{\theta}(t) + \frac{Y_n(L)}{M_n}u_1(t) \quad (3.35)$$

É considerada uma Lei de Controle básica do atuador segundo o trabalho de Wie (1988) dada por:

$$u_1(t) = -K(\dot{y}(L,t) - \dot{p}(t)) \quad (3.36)$$

onde K é o ganho do atuador. Esta lei poderia ser implementada com o uso de aceleradores colocados juntamente com o atuador na extremidade do apêndice, significando controle colocado. Esses aceleradores deveriam medir $\ddot{y}(L,t)$ e $\ddot{p}(t)$, os quais seriam integrados para abastecer a realimentação da velocidade e finalmente o motor linear DC deve utilizar esse sinal para abastecer a força indicada na Figura 3.8.

Combinando as Equações (3.31) e (3.36) tem-se:

$$-m(\ddot{p}(t) + \ddot{y}(L,t)) - kp(t) = -K(\dot{y}(L,t) - \dot{p}(t)) \quad (3.37)$$

A Equação (3.37) implica no comportamento do sistema do AVA representado por $p(t)$ para a deflexão na extremidade do apêndice (como dado por $y(L,t)$). No entanto, posteriormente serão necessárias as relações diretas entre $\dot{y}(L,t)$ e $p(t)$ e entre $\dot{y}(L,t)$ e $u_1(t)$. Para obter essas relações é utilizada a aproximação feita por Wie (1988), que utiliza Transformada de Laplace.

A melhor forma de obter esta relação a Equação (3.38) é através da Transformada de Laplace da Equação (3.37):

$$\frac{P(s)}{\mathcal{L}[\dot{y}(L,t)]} = \frac{(K - ms)}{(ms^2 + Ks + k)} \quad (3.38)$$

Deve-se trabalhar com o ganho e tentar evitar que este atinja valores elevados.

Supondo que a Função de Transferência de $y(L,t)$ para $u_1(t)$ é conhecida e denotada por $G(s)$, assim:

$$G(s) = \frac{Y(L,s)}{U_1(s)} \quad (3.39)$$

Onde $Y(L,s)$ e $U_1(s)$ são as transformadas de Laplace de $y(L,t)$ e $u_1(t)$ respectivamente. No início desse Capítulo foi visto que $G(s)$ é dado pela Equação (3.26). Considerando a Teoria de Transformada de Laplace de $\ddot{y}(L,t)$ tem-se que:

$$\ell[\ddot{y}(L,t)] = s^2 G(s) U_1(s) \quad (3.40)$$

Fazendo a Transformada de Laplace da Equação (3.36):

$$U_1(s) = -K \ell[\dot{y}(L,t)] + KsP(s) \quad (3.41)$$

Lembrando que $P(s)$ é a transformada de Laplace de $p(t)$. Com isso a Equação (3.41) pode ser substituída na Equação (3.40):

$$\ell[\ddot{y}(L,t)] = -s^2 K G(s) (\ell[\dot{y}(L,t)] - sP(s)) \quad (3.42)$$

Utilizando-se essa Equação (3.42) e a transformada de Laplace da Equação (3.37) tem-se que:

$$\frac{P(s)}{\ell[\dot{y}(L,t)]} = \frac{K(ms^2 G(s) + 1)}{ms^2 + k + Ks(1 + ms^2 G(s))} \quad (3.43)$$

A Equação (3.43) fornece a relação direta entre $p(t)$ e $\dot{y}(L,t)$ em termos de suas transformadas de Laplace. Para um ganho muito alto (K) segue-se que:

$$\frac{P(s)}{\ell[\dot{y}(L,t)]} \approx \frac{1}{s} \quad \text{ou} \quad \frac{\ell[\dot{p}(t)]}{\ell[\dot{y}(L,t)]} \approx 1 \quad (3.44)$$

sendo que a velocidade de saída $\dot{p}(t)$ segue a velocidade de entrada $\dot{y}(L,t)$. Se for assumido $G(s)$ pequeno então a Equação (3.43) se apresenta da seguinte forma:

$$\frac{P(s)}{\mathcal{L}[\dot{y}(L,t)]} \approx \frac{K}{ms^2 + k + Ks} \quad (3.45)$$

Essa aproximação favorece que o apêndice não entre em ressonância. Prosseguindo com os cálculos para encontrar uma relação similar entre $\dot{y}(L,t)$ e $u_1(t)$, é assumido que a Equação (3.45) é válida e através de alguns cálculos matemáticos tem-se que:

$$\frac{P(s)}{\mathcal{L}[\dot{y}(L,t)]} \cong \frac{K}{ms^2 + Ks + k}$$

$$K\mathcal{L}[\dot{y}(L,t)] \cong (ms^2 + Ks + k)P(s)$$

$$K\mathcal{L}[\dot{y}(L,t)] \cong ms^2P(s) + KsP(s) + kP(s)$$

$$K(\mathcal{L}[\dot{y}(L,t)] - sP(s)) \cong (ms^2 + k)P(s) \quad (3.46)$$

Substituindo-se a Equação (3.41) na Equação (3.46) produz-se a seguinte equação:

$$U_1(s) \cong -(ms^2 + k)P(s) \quad (3.47)$$

Utilizando-se a Equação (3.45) novamente e substituindo-se nessa $P(s)$, tem-se que:

$$\frac{U_1(s)}{\mathcal{L}[\dot{y}(L,t)]} \cong -\frac{K(ms^2 + k)}{ms^2 + Ks + k} \quad (3.48)$$

Assumindo-se que $ms^2 \gg k$ então a Equação (3.48) passa a ser:

$$\frac{U_1(s)}{\mathcal{L}[\dot{y}(L,t)]} \cong -\frac{ms}{1 + \frac{ms}{K}} \quad (3.49)$$

$ms^2 \gg k$ só é quando a freqüência de excitação for maior que a freqüência natural de $\sqrt{\frac{k}{m}}$. O resultado da Equação (3.49) é muito importante, pois relata a velocidade na extremidade do apêndice para o controle da força abastecida pelo atuador. Essa equação apresentada é satisfatória para o AVA pelo menos em alguns intervalos de freqüência. A Equação (3.49) mostra que a força de controle $u_1(t)$ será pequena para freqüências baixas, o que não é muito desejado, assim o atuador é acionado para proporcionar amortecimento do modo fundamental. Para que o problema seja resolvido será então acrescentado um controlador proporcional integral de compensação.

3.5 - AVA E CONTROLE PROPORCIONAL INTEGRAL

Nessa seção é estudado o AVA atuando juntamente com a lei de controle PI. O atuador obedece à Equação (3.49) num intervalo de freqüência de interesse e, nessa seção, essa equação será considerada como um resultado exato dado por:

$$\frac{U_1(s)}{\mathcal{L}[\dot{y}(L,t)]} = -\frac{ms}{1 + \frac{m}{K}s} \quad (3.50)$$

Na Equação (3.50), pode ser visto que a partir da força de controle a ser atenuada em baixas freqüências, o atuador pretende amortecer o modo fundamental e esse comportamento não é aceitável. No entanto, há uma compensação na adição do controle proporcional integral (PI). Esse controle é acrescentado para aumentar a resposta de baixa freqüência sem diminuir a resposta em alta freqüência.

Supondo que o controle PI é acrescentado na forma $K_p + \frac{K_i}{s}$, com isso a

Equação (3.50) passa a ser:

$$\frac{U_1(s)}{\ell[\dot{y}(L,t)]} = -\left(K_p + \frac{K_i}{s}\right) \frac{ms}{1 + \frac{m}{K}s}$$

$$\frac{U_1(s)}{\ell[\dot{y}(L,t)]} = -\left(\frac{sK_p + K_i}{s}\right) \frac{ms}{1 + \frac{m}{K}s} \quad (3.51)$$

Logo tem-se que:

$$\frac{K_p}{K_i} = \frac{m}{K} \quad (3.52)$$

Com este resultado, $U_1(s)$ será proporcional a $\ell[\dot{y}(L,t)]$ e a seguir $u_1(t)$ será proporcional a $\dot{y}(L,t)$. Através da escolha do controle PI para satisfazer a Equação (3.52), a constante de amortecimento do modo fundamental deverá ser alcançada. É desejado que essa manipulação proporcione um amortecimento específico do modo fundamental. Uma vantagem é a simplificação nas análises subsequentes. Trabalhando a Equação (3.51) com a Equação (3.52) tem-se que:

$$\frac{U_1(s)}{\ell[\dot{y}(L,t)]} = -mK_i \quad (3.53)$$

O que implica:

$$u_1(t) = -mK_i \dot{y}(L,t) \quad (3.54)$$

Na Tabela (2.1) de freqüências pode-se observar que a freqüência fundamental é bem distinta das freqüências dos outros modos, com isso a velocidade na extremidade do apêndice pode ser aproximada para:

$$\dot{y}(L,t) \cong Y_1(L)\dot{\phi}_1(t) \quad (3.55)$$

A Equação (3.55) é uma aproximação baseada na Equação (2.46). A partir dessa aproximação, substitui-se $u_1(t)$ na Equação (3.35) e tem-se:

$$\ddot{\phi}_n(t) + 2\beta_n\omega_n\dot{\phi}_n(t) + \omega_n^2\phi_n(t) = -\left(\frac{L_n + Y_n(L)mL}{M_n}\right)\ddot{\theta}(t) + \frac{Y_n(L)}{M_n}(-mK_I\dot{y}(L,t)) \quad (3.56)$$

$$\ddot{\phi}_1(t) + 2\beta_1\omega_1\dot{\phi}_1(t) + \omega_1^2\phi_1(t) = -\left(\frac{L_1 + Y_1(L)mL}{M_1}\right)\ddot{\theta}(t) + \frac{Y_1(L)}{M_1}(-m)K_I Y_1(L)\dot{\phi}_1(t) \quad (3.57)$$

Fazendo que $Y_1(L)=1$, ou seja, normalizado, tem-se que:

$$\ddot{\phi}_1(t) + \left(2\beta_1\omega_1 + \frac{mK_I}{M_1}\right)\dot{\phi}_1(t) + \omega_1^2\phi_1(t) \approx -\left(\frac{L_1 + mL}{M_1}\right)\ddot{\theta}(t) \quad (3.58)$$

A Equação (3.58) mostra diretamente como o atuador pode proporcionar amortecimento do modo fundamental. A partir de agora será estudada a estabilidade do controle. Também será estudado como o amortecimento deve ser encontrado com mais precisão considerando somente o modo fundamental.

3.6 - ESTABILIDADE DO SISTEMA COMPENSADO

Foi mostrado que o controle PI deve ser utilizado para fazer o controle da força $u_1(t)$ proporcional à velocidade na extremidade do apêndice $\dot{y}(L,t)$. Esse assunto foi estudado para a Equação (3.52) e está explícito na Equação (3.54).

A seguir será estudada a estabilidade do sistema através de um modelo de equações como descrito pela Equação (3.35). A análise é feita através de uma aproximação da função de forma do apêndice para os três primeiros modos seguindo o modelo da Equação (3.35). Deve ficar claro que uma análise similar poderia ser realizada para outros graus no modelo truncado. Mas se fosse necessário um modelo extremamente preciso, esta técnica seria suficiente. Para os três primeiros modos de aproximação tem-se que:

$$\dot{y}(L, t) = \sum_{n=1}^N Y_n(L) \dot{\phi}_n(t) \quad (3.59)$$

$$\dot{y}(L, t) = Y_1(L) \dot{\phi}_1(t) + Y_2(L) \dot{\phi}_2(t) + Y_3(L) \dot{\phi}_3(t) \quad (3.60)$$

$$\dot{y}(L, t) = \dot{\phi}_1(t) + \dot{\phi}_2(t) + \dot{\phi}_3(t) \quad (3.61)$$

Lembrando que as funções de forma são normalizadas. Nesta seção é tratada a fórmula aproximada como exata. Para investigar a estabilidade do sistema considera-se $\ddot{\theta}(t) = 0$. Combinando-se as Equações (3.58) e (3.61) tem-se que:

$$\ddot{\phi}_n(t) + 2\beta_n \omega_n \dot{\phi}_n(t) + \omega_n^2 \phi_n(t) = -\frac{mK_l}{M_n} \dot{y}(L, t) \quad (3.62)$$

para n=1

$$\ddot{\phi}_1(t) + 2\beta_1 \omega_1 \dot{\phi}_1(t) + \omega_1^2 \phi_1(t) = -\frac{mK_l}{M_1} (\dot{\phi}_1(t) + \dot{\phi}_2(t) + \dot{\phi}_3(t)) \quad (3.63)$$

para n=2

$$\ddot{\phi}_2(t) + 2\beta_2 \omega_2 \dot{\phi}_2(t) + \omega_2^2 \phi_2(t) = -\frac{mK_l}{M_2} (\dot{\phi}_1(t) + \dot{\phi}_2(t) + \dot{\phi}_3(t)) \quad (3.64)$$

para n=3

$$\ddot{\phi}_3(t) + 2\beta_3 \omega_3 \dot{\phi}_3(t) + \omega_3^2 \phi_3(t) = -\frac{mK_l}{M_3} (\dot{\phi}_1(t) + \dot{\phi}_2(t) + \dot{\phi}_3(t)) \quad (3.65)$$

Reescrevendo-se as equações acima tem-se:

$$\ddot{\phi}_1(t) + \left(2\beta_1 \omega_1 + \frac{mK_l}{M_1} \right) \dot{\phi}_1(t) + \frac{mK_l}{M_1} (\dot{\phi}_2(t) + \dot{\phi}_3(t)) + \omega_1^2 \phi_1(t) = 0 \quad (3.66)$$

$$\ddot{\phi}_2(t) + \left(2\beta_2\omega_2 + \frac{mK_1}{M_2} \right) \dot{\phi}_2(t) + \frac{mK_1}{M_2} (\dot{\phi}_1(t) + \dot{\phi}_3(t)) + \omega_2^2 \phi_2(t) = 0 \quad (3.67)$$

$$\ddot{\phi}_3(t) + \left(2\beta_3\omega_3 + \frac{mK_1}{M_3} \right) \dot{\phi}_3(t) + \frac{mK_1}{M_3} (\dot{\phi}_1(t) + \dot{\phi}_2(t)) + \omega_3^2 \phi_3(t) = 0 \quad (3.68)$$

Para determinar a estabilidade do sistema é necessário transformá-lo em um sistema de 1° ordem, como:

$$Z_1(t) = \phi_1(t) \quad (3.69)$$

$$Z_2(t) = \phi_2(t) \quad (3.70)$$

$$Z_3(t) = \phi_3(t) \quad (3.71)$$

$$Z_4(t) = \dot{\phi}_1(t) \quad (3.72)$$

$$Z_5(t) = \dot{\phi}_2(t) \quad (3.73)$$

$$Z_6(t) = \dot{\phi}_3(t) \quad (3.74)$$

Dessa forma a equação pode ser escrita na forma matricial:

$$\dot{Z}(t) = AZ(t) \quad (3.75)$$

onde:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega_1^2 & 0 & 0 & -(2\beta_1\omega_1 + \gamma_1) & -\gamma_1 & -\gamma_1 \\ 0 & -\omega_2^2 & 0 & -\gamma_2 & -(2\beta_2\omega_2 + \gamma_2) & -\gamma_2 \\ 0 & 0 & -\omega_3^2 & -\gamma_3 & -\gamma_3 & -(2\beta_3\omega_3 + \gamma_3) \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

Lembrando que:

$$\gamma_n = \frac{mK_1}{M_n} \quad (3.77)$$

Supondo que há uma solução para estas equações diferenciais na forma:

$$Z(t) = ve^{\lambda t} \quad (3.78)$$

Onde v é um vetor não nulo de constantes e λ é também uma constante que pode ser complexa. Assim, da Equação (3.75) tem-se que:

$$\lambda ve^{\lambda t} = Ave^{\lambda t} \quad (3.79)$$

$$Ave^{\lambda t} - \lambda ve^{\lambda t} = 0$$

$$(A - \lambda I)ve^{\lambda t} = 0$$

$$(A - \lambda I)v = 0 \quad (3.80)$$

Onde I é a matriz identidade de ordem 6×6 , conseqüentemente λ é o auto valor de A e v o auto vetor de A . Considerando-se o comportamento dessa solução; primeiro expandindo-se λ em parte real e parte imaginária, a Equação (3.78) passa a ser:

$$Z(t) = ve^{(\lambda_R + i\lambda_I)t} \quad (3.81)$$

Fica claro a partir da Equação (3.81) que as vibrações decairão para zero se e somente se λ_R for um valor negativo. Também pode-se concluir que a frequência de oscilação desta solução é simplesmente $|\lambda_I|$, ou seja, a magnitude de λ_I . A solução é o modo de amortecimento do sistema. A partir das Equações (3.69), (3.70), (3.71), (3.72), (3.73) e (3.74) a função de forma do apêndice pode ser obtida da seguinte forma:

$$\sum_{n=1}^N Y_n(x) v_n \quad (3.82)$$

Onde v_n é a n-ésima componente do vetor v e a função de forma não é normalizada. Nota-se que há amortecimento com o atuador acoplado ao sistema e com isso também se altera a função de forma.

No entanto, desde que a intenção é de introduzir 5% de amortecimento na função de forma fundamental, não deve ocorrer uma mudança muito grande na função de forma ao calcular o amortecimento do novo modo através da Equação (3.81). A solução pode ser encontrada na forma padrão. Então, são introduzidos a razão de amortecimento ζ e o não amortecimento da frequência natural ω .

Assim a Equação (3.81) deve ser reescrita da seguinte forma:

$$Z(t) = v e^{\left(-\zeta\omega \pm i\omega\sqrt{1-\zeta^2}\right)t} \quad (3.83)$$

Então, equacionando os coeficientes real e imaginário tem-se que:

$$\lambda_R = -\zeta\omega \quad (3.84)$$

$$\lambda_I^2 = (1 - \zeta^2)\omega^2 \quad (3.85)$$

Mas:

$$\lambda_I^2 + \lambda_R^2 = \zeta^2\omega^2 + \omega^2 - \zeta^2\omega^2 \quad (3.86)$$

$$\lambda_I^2 + \lambda_R^2 = \omega^2 \quad (3.87)$$

$$\omega = \sqrt{\lambda_I^2 + \lambda_R^2} \quad (3.88)$$

Substituindo na Equação (3.84):

$$\lambda_R = -\zeta\omega \quad \Rightarrow \quad \omega = -\frac{\lambda_R}{\zeta}$$

$$-\frac{\lambda_R}{\zeta} = \sqrt{\lambda_I^2 + \lambda_R^2}$$

$$\zeta = -\frac{\lambda_R}{\sqrt{\lambda_I^2 + \lambda_R^2}} \quad (3.89)$$

A Equação (3.89) representa a razão de amortecimento do sistema em função dos auto valores.

Já foi considerado o comportamento da solução da Equação (3.78). Para que o sistema seja assintoticamente estável é necessário que todos os auto valores da matriz A tenham parte real negativa. Se a matriz possui um completo conjunto de auto valores distintos ($\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_6$) com correspondentes auto vetores (v_1, v_2, \dots, v_6) então a solução geral para a Equação (3.75) é do tipo:

$$Z(t) = \sum_{n=1}^6 C_n v_n e^{\lambda_n t} \quad (3.90)$$

Onde C_n são constantes. Ocorrerão alguns auto-valores complexos conjugados.

Na prática, o projeto de um controlador poderia ser feito primeiro usando o modo fundamental para alcançar a razão de amortecimento ζ . Através da Equação (3.58) é possível calcular um valor estimado para K_I :

$$2\zeta\omega_1 = 2\beta_1\omega_1 + \frac{mK_I}{M_1} \quad (3.91)$$

ou

$$K_I = \frac{2M_1\omega_1}{m} (\zeta - \beta_1) \quad (3.92)$$

Esse valor de K_I pode ser utilizado em um modelo de sistema mais preciso envolvendo os n primeiros modos.

A estabilidade é obtida se, e somente se, todos os auto-valores tiverem parte real negativa. A razão de amortecimento e a função de forma são encontradas como explicado anteriormente. O modo fundamental tem uma razão de amortecimento bem próxima da especificada.

3.7 - RESPOSTA DO SISTEMA COMPENSADO

Nesta parte do trabalho apresenta-se a maneira pela qual a resposta de um sistema compensado é calculada em um caso geral.

Descreve-se a resposta numericamente para algumas manobras.

O modelo de equações é novamente transformado para um sistema de 1° ordem e neste caso a aceleração não é desprezada.

Como esses cálculos algébricos já foram apresentados em uma seção anterior, considera-se a Equação (3.93) como a equação de movimento que rege o sistema.

$$\ddot{\phi}_n(t) + 2\beta_n \omega_n \dot{\phi}_n(t) + \gamma_n (\dot{\phi}_1(t) + \dot{\phi}_2(t) + \dot{\phi}_3(t)) + \omega_n^2 \phi_n(t) = - \left(\frac{L_n + mL}{M_n} \right) \ddot{\theta}(t) \quad (3.93)$$

para $n=1,2,3$

e então colocando na forma de um sistema de primeira ordem:

$$\dot{Z}(t) = AZ(t) + b\ddot{\theta}(t) \quad (3.94)$$

Onde A permanece da mesma forma que fora obtido anteriormente e b é um vetor constante dado por:

$$b_n = 0 \quad \text{para } n=1,2,3 \quad (3.95)$$

$$b_n = -\left(\frac{L_{n-3} + mL}{M_{n-3}}\right) \quad \text{para } n=4,5,6 \quad (3.96)$$

Dada uma excitação particular $\ddot{\theta}(t)$, a Equação (3.94) deve ser resolvida numericamente utilizando-se o método de Runge-Kutta. Este é um método apropriado para resolver um sistema de n equações diferenciais que são colocadas na forma:

$$\dot{Z}(t) = f(t, z) \quad (3.97)$$

Afim de estudar a resposta atual do sistema são consideradas algumas manobras do satélite (corpo rígido). Os impulsos do satélite tem perfil do tipo liga-desliga. As manobras serão consideradas da forma:

$[t_0, t_n]$ = duração da manobra

para alguns $t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$

$$\ddot{\theta}(t) = A_i \quad \text{para } t \in [t_{i-1}, t_i]$$

Essas constantes A_i representam as acelerações angulares produzidas pelo satélite.

O ângulo total pode ser encontrado integrando-se $\ddot{\theta}(t)$, esse ângulo representa a rotação da base do apêndice.

TABELA 3.1 – MANOBRAS REALIZADAS PELO SATÉLITE

Manobras	Descrição (s e rad/s ²)				
1	t ₀ =0	t ₁ =4	t ₂ =8		
	θ̈(t)=0.0167		θ̈(t)=-0.0167		
2	t ₀ =0	t ₁ =5.3	t ₂ =10.6		
	θ̈(t)=0.0167		θ̈(t)=-0.0167		
3	t ₀ =0	t ₁ =2.5	t ₂ =7.5	t ₃ =10	
	θ̈(t)=0.0167		θ̈(t)=0		θ̈(t)=-0.0167
4	t ₀ =0	t ₁ =2.5	t ₂ =5	t ₃ =7.5	t ₄ =10
	θ̈(t)=0.0005	θ̈(t)=0.0010	θ̈(t)=-0.0010	θ̈(t)=-0.0005	

3.8 - MÚLTIPLOS ATUADORES

Até essa parte do trabalho foi considerado somente um único atuador localizado na extremidade do apêndice. A partir de agora é feito um desenvolvimento mostrando-se como é possível encontrar o amortecimento dos N primeiros modos com o uso de N atuadores. O estudo realizado é bem simples e é iniciado enfatizando-se como se obtém a equação de movimento com o uso de múltiplos atuadores. No Capítulo 2, o sistema de equações de movimento na forma modal foi obtido considerando-se uma força F(t) na extremidade, o que corresponde a uma força de controle aplicada pelo atuador nessa extremidade. Considerando-se então o projeto de N atuadores localizados nas posições x₁, x₂, ..., x_n ao longo do apêndice é aplicada uma força através dos m atuadores. Essa força é denotada por F_m(t), e, assim, a força generalizada dada na Equação (2.78) passa a ser:

$$Q_n(t) = \sum_{m=1}^N Y_n(x_m) F_m(t) \quad (3.98)$$

Pode ser realizada uma análise similar à que foi feita no Capítulo 2, sendo que a Energia Cinética e Potencial do apêndice não mudam, mas as equações de movimento modais passam a ser:

$$\ddot{\phi}_n(t) + 2\beta_n \omega_n \dot{\phi}_n(t) + \omega_n^2 \phi_n(t) = - \left(\frac{L_n + Y_n(L)mL}{M_n} \right) \ddot{\theta}(t) + \frac{\sum_{m=1}^N Y_n(x_m) F_m(t)}{M_n} \quad (3.99)$$

Supondo que cada atuador tenha um comportamento similar ao amortecedor de vibrações ativo, a realimentação da velocidade é obtida para o m-ésimo atuador através de acelerômetros colocados para localização de x_m . A força de controle para os m_{th} atuadores é dada por:

$$u_m(t) = -\alpha_m \dot{y}(x_m, t) \quad (3.100)$$

para algumas constantes α_m .

Neste caso também é utilizado um modelo truncado para aproximação da forma do apêndice para os primeiros N modos. Combinando-se as Equações (2.46) e a Equação (3.100), e, depois, substituindo-se na nova Equação de movimento (3.99) tem-se que:

$$\ddot{\phi}_n(t) + 2\beta_n \omega_n \dot{\phi}_n(t) + \omega_n^2 \phi_n(t) = - \left(\frac{L_n + Y_n(L)mL}{M_n} \right) \ddot{\theta}(t) - \frac{\sum_{m=1}^N \left(Y_n(x_m) \alpha_m \sum_{r=1}^N Y_r(x_m) \dot{\phi}_r(t) \right)}{M_n} \quad (3.101)$$

Fazendo-se:

$$b_{nr} = \frac{1}{M_n} \sum_{m=1}^N Y_n(x_m) \alpha_m Y_r(x_m) \quad (3.102)$$

A Equação (3.102) é válida para $n \neq r$.

$$b_{nn} = \frac{1}{M_n} \sum_{m=1}^N Y_n^2(x_m) \alpha_m + 2\beta_n \omega_n \quad (3.103)$$

Melhorando a Equação (3.101):

$$\ddot{\phi}_n(t) + \sum_{r=1}^N b_{nr} \dot{\phi}_r(t) + \omega_n^2 \phi_n(t) = - \left(\frac{L_n + Y_n(L)mL}{M_n} \right) \ddot{\theta}(t) \quad (3.104)$$

A Equação (3.104) é válida para $n=1, 2, \dots, N$.

Considerando-se $\ddot{\theta}(t) = 0$ e colocando-se a equação acima na forma matricial (considerando-se $N=3$):

$$I\ddot{\phi}(t) + B\dot{\phi}(t) + \Omega\phi(t) = 0 \quad (3.105)$$

onde:

$$B_{ij} = b_{ij} \quad (3.106)$$

$$\Omega_{ij} = \omega_i^2 \quad (3.107)$$

$$\Omega_{ij} = 0 \text{ para } i \neq j \quad (3.108)$$

e I é uma matriz identidade $N \times N$.

Transformando a Equação (3.104) em um sistema de primeira ordem:

$$\dot{Z}(t) = AZ(t) \quad (3.109)$$

onde:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -\Omega & -B \end{pmatrix} \quad (3.110)$$

Fazendo a transformação do sistema:

$$\ddot{\phi}_1(t) + b_{11}\dot{\phi}_1(t) + b_{12}\dot{\phi}_2(t) + b_{13}\dot{\phi}_3(t) + \omega_1^2\phi_1(t) = 0 \quad (3.111)$$

$$\ddot{\phi}_2(t) + b_{21}\dot{\phi}_1(t) + b_{22}\dot{\phi}_2(t) + b_{23}\dot{\phi}_3(t) + \omega_2^2\phi_2(t) = 0 \quad (3.112)$$

$$\ddot{\phi}_3(t) + \mathbf{b}_{31}\dot{\phi}_1(t) + \mathbf{b}_{32}\dot{\phi}_2(t) + \mathbf{b}_{33}\dot{\phi}_3(t) + \omega_1^2\phi_3(t) = 0 \quad (3.113)$$

$$Z_1(t) = \phi_1(t) \quad (3.114)$$

$$Z_2(t) = \phi_2(t) \quad (3.115)$$

$$Z_3(t) = \phi_3(t) \quad (3.116)$$

$$Z_4(t) = \dot{\phi}_1(t) \quad (3.117)$$

$$Z_5(t) = \dot{\phi}_2(t) \quad (3.118)$$

$$Z_6(t) = \dot{\phi}_3(t) \quad (3.119)$$

$$\dot{Z}_4(t) = \ddot{\phi}_1(t) \quad (3.120)$$

$$\dot{Z}_5(t) = \ddot{\phi}_2(t) \quad (3.121)$$

$$\dot{Z}_6(t) = \ddot{\phi}_3(t) \quad (3.122)$$

O sistema de equações após a substituição:

$$\dot{Z}_1(t) = Z_4(t) \quad (3.123)$$

$$\dot{Z}_2(t) = Z_5(t) \quad (3.124)$$

$$\dot{Z}_3(t) = Z_6(t) \quad (3.125)$$

$$\dot{Z}_4(t) = -\mathbf{b}_{11}x_4(t) - \mathbf{b}_{12}x_5(t) - \mathbf{b}_{13}x_6(t) - \omega_1^2x_1(t) - \frac{L_1}{M_1}\ddot{\theta}(t) \quad (3.126)$$

$$\dot{Z}_5(t) = -\mathbf{b}_{21}x_4(t) - \mathbf{b}_{22}x_5(t) - \mathbf{b}_{23}x_6(t) - \omega_2^2x_2(t) - \frac{L_2}{M_2}\ddot{\theta}(t) \quad (3.127)$$

$$\dot{Z}_6(t) = -b_{31}x_4(t) - b_{32}x_5(t) - b_{33}x_6(t) - \omega_3^2 x_3(t) - \frac{L_3}{M_3} \ddot{\theta}(t) \quad (3.128)$$

Fazendo-se os cálculos de b_{ij} para $N=3$:

$$b_{11} = 2\beta_1\omega_1 + \frac{1}{M_1}(\alpha_1 Y_1^2(x_1) + \alpha_2 Y_1^2(x_2) + \alpha_3 Y_1^2(x_3)) \quad (3.129)$$

$$b_{12} = \frac{1}{M_1}(\alpha_1 Y_1(x_1)Y_2(x_1) + \alpha_2 Y_1(x_2)Y_2(x_2) + \alpha_3 Y_1(x_3)Y_2(x_3)) \quad (3.130)$$

$$b_{13} = \frac{1}{M_1}(\alpha_1 Y_1(x_1)Y_3(x_1) + \alpha_2 Y_1(x_2)Y_3(x_2) + \alpha_3 Y_1(x_3)Y_3(x_3)) \quad (3.131)$$

$$b_{21} = \frac{1}{M_2}(\alpha_1 Y_2(x_1)Y_1(x_1) + \alpha_2 Y_2(x_2)Y_1(x_2) + \alpha_3 Y_2(x_3)Y_1(x_3)) \quad (3.132)$$

$$b_{22} = 2\beta_2\omega_2 + \frac{1}{M_2}(\alpha_1 Y_2^2(x_1) + \alpha_2 Y_2^2(x_2) + \alpha_3 Y_2^2(x_3)) \quad (3.133)$$

$$b_{23} = \frac{1}{M_2}(\alpha_1 Y_2(x_1)Y_3(x_1) + \alpha_2 Y_2(x_2)Y_3(x_2) + \alpha_3 Y_2(x_3)Y_3(x_3)) \quad (3.134)$$

$$b_{31} = \frac{1}{M_3}(\alpha_1 Y_3(x_1)Y_1(x_1) + \alpha_2 Y_3(x_2)Y_1(x_2) + \alpha_3 Y_3(x_3)Y_1(x_3)) \quad (3.135)$$

$$b_{32} = \frac{1}{M_3}(\alpha_1 Y_3(x_1)Y_2(x_1) + \alpha_2 Y_3(x_2)Y_2(x_2) + \alpha_3 Y_3(x_3)Y_2(x_3)) \quad (3.136)$$

$$b_{33} = 2\beta_3\omega_3 + \frac{1}{M_3}(\alpha_1 Y_3^2(x_1) + \alpha_2 Y_3^2(x_2) + \alpha_3 Y_3^2(x_3)) \quad (3.137)$$

Foi desenvolvido um programa no Matlab capaz de calcular todas as constantes para fazer as simulações utilizando-se os três atuadores. Para esse cálculo, foram utilizados os valores:

$$x_1 = 61\text{m}$$

$$x_2 = 40.67\text{m}$$

$$x_3 = 20.33\text{m}$$

Os resultados dessas simulações serão apresentados no Capítulo 4 e comparados com o caso de utilização de somente um atuador.

CAPÍTULO 4

SIMULAÇÕES E RESULTADOS

São apresentados nesse capítulo as simulações realizadas nesse trabalho e suas respectivas análises.

4.1 - ANÁLISE DE PÓLOS E ZEROS DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

Afim de analisar os pólos e zeros da Equação (3.26), esta foi modificada de modo a ser possível sua comparação com a Equação do artigo de Wie (1988).

A partir da Equação (3.26) considerou-se:

$$x=L=1 \quad (4.1)$$

$$\lambda^4 = -s^2 \quad (4.2)$$

$$\lambda = \mu L \quad (4.3)$$

$$m' = \frac{M\sigma}{L} \quad (4.4)$$

Com essas considerações foi possível simplificar a Equação (3.26) para:

$$\frac{Y(1,s)}{U(s)} = \frac{\text{sen } \lambda \cos \lambda - \text{senh } \lambda \cosh \lambda}{\lambda^3 (1 + \cos \lambda \cosh \lambda) + m' \lambda^4 (\cos \lambda \text{senh } \lambda - \text{sen } \lambda \cosh \lambda)} \quad (4.5)$$

Através da Equação (4.5) foi possível encontrar os pólos e zeros utilizando-se de uma simplificação matemática para análise desses valores. Primeiramente foi calculado os valores de λ para o numerador e denominador considerando-se diferentes valores de $M=0\text{kg}$, $M=10\text{kg}$, $M=162\text{kg}$. Para que os valores das freqüências fiquem nas unidades de rad/s devem ser multiplicados por $\sqrt{\frac{EI}{\sigma L^4}}$, ou seja, 0.76.

Após ter encontrado os valores de λ do numerador e denominador, pode-se representar a Equação (4.5), que é uma equação transcendental como um infinito produto de pólos e zeros como mostrado:

$$\frac{Y(1,s)}{U(s)} = \frac{\prod_{i=1}^{\infty} \left[\frac{s^2}{z_i^2} + 1 \right]}{\prod_{i=1}^{\infty} \left[\frac{s^2}{p_i^2} + 1 \right]} \quad (4.6)$$

Utilizando-se a Equação (4.6) e o software Matlab encontrou-se as seguintes Figuras (4.1), (4.2) e (4.3) dos pólos e zeros do sistema.

1) $M=0\text{kg}$, $m'=0$

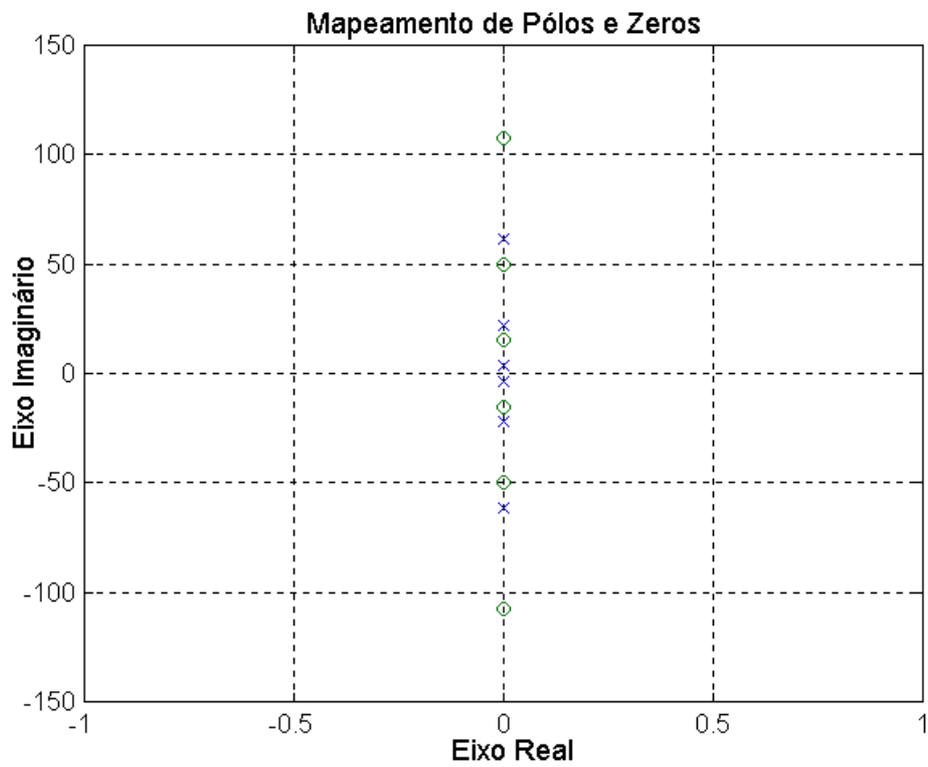


Fig. 4.1 - Gráfico de pólos e zeros para $m'=0$.

TABELA 4.1 - AUTO VALOR, AMORTECIMENTO, FREQUÊNCIAS

Auto-valor	Amortecimento	Freq. (rad/s)
$0.00e+000+ 3.52e+000i$	$-6.12e-017$	$3.52e+000$
$0.00e+000 - 3.52e+000i$	$-6.12e-017$	$3.52e+000$
$0.00e+000+ 2.20e+001i$	$-6.12e-017$	$2.20e+001$
$0.00e+000 - 2.20e+001i$	$-6.12e-017$	$2.20e+001$
$0.00e+000+ 6.18e+001i$	$-6.12e-017$	$6.18e+001$
$0.00e+000 - 6.18e+001i$	$-6.12e-017$	$6.18e+001$

2) $M=10\text{kg}$, $m'=6.18\text{e-}2$

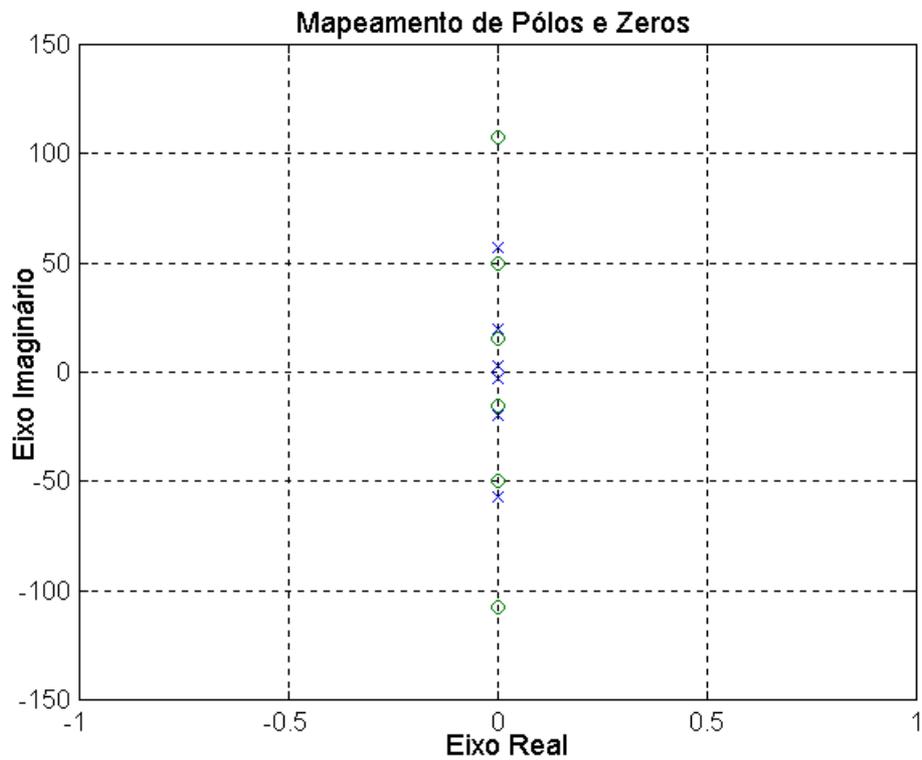


Fig. 4.2 - Gráfico de pólos e zeros para $m'=6.18\text{e-}2$.

TABELA 4.2 - AUTO VALOR, AMORTECIMENTO E FREQUÊNCIAS

Auto valor	Amortecimento	Freq. (rad/s)
$0.00\text{e}+000 + 3.14\text{e}+000\text{i}$	$-6.12\text{e-}017$	$3.14\text{e}+000$
$0.00\text{e}+000 - 3.14\text{e}+000\text{i}$	$-6.12\text{e-}017$	$3.14\text{e}+000$
$0.00\text{e}+000 + 2.01\text{e}+001\text{i}$	$-6.12\text{e-}017$	$2.01\text{e}+001$
$0.00\text{e}+000 - 2.01\text{e}+001\text{i}$	$-6.12\text{e-}017$	$2.01\text{e}+001$
$0.00\text{e}+000 + 5.71\text{e}+001\text{i}$	$-6.12\text{e-}017$	$5.71\text{e}+001$
$0.00\text{e}+000 - 5.71\text{e}+001\text{i}$	$-6.12\text{e-}017$	$5.71\text{e}+001$

3) $M=162\text{kg}$, $m=1.002$

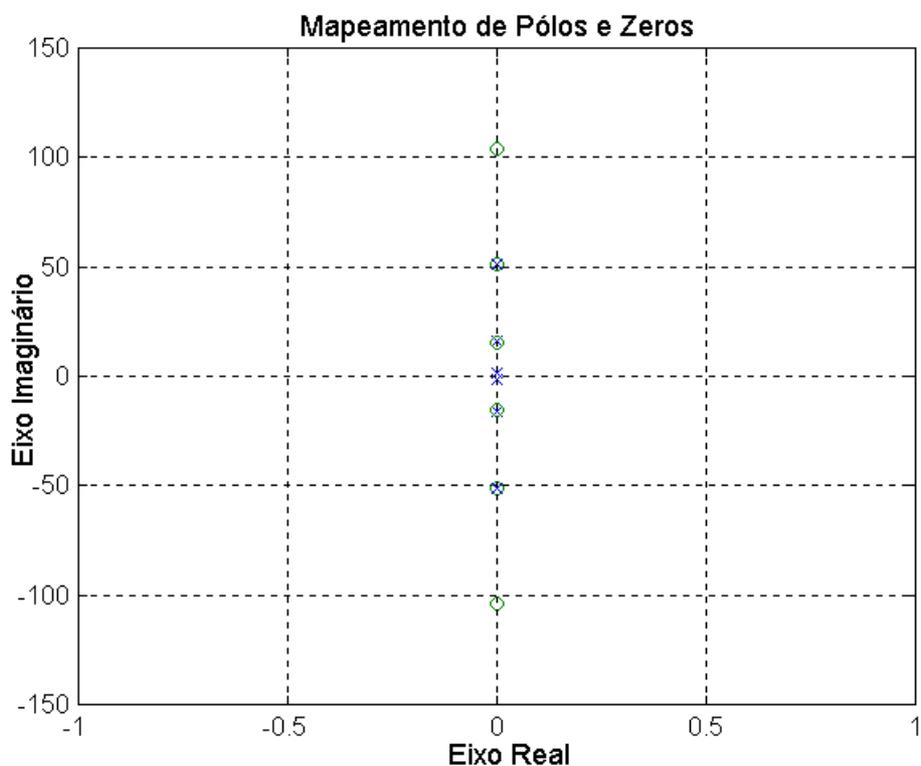


Fig. 4.3 - Gráfico de pólos e zeros para $m'=1.002$.

TABELA 4.3 - AUTO VALOR, AMORTECIMENTO E FREQUÊNCIAS

Auto valor	Amortecimento	Freq. (rad/s)
$0.00e+000 + 1.56e+000i$	$-6.12e-017$	$1.56e+000$
$0.00e+000 - 1.56e+000i$	$-6.12e-017$	$1.56e+000$
$0.00e+000 + 1.63e+001i$	$-6.12e-017$	$1.63e+001$
$0.00e+000 - 1.63e+001i$	$-6.12e-017$	$1.63e+001$
$0.00e+000 + 5.09e+001i$	$-6.12e-017$	$5.09e+001$
$0.00e+000 - 5.09e+001i$	$-6.12e-017$	$5.09e+001$

Nas Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3 são apresentados os valores dos auto valores do sistema, que são as correspondentes frequências em rad/s e também o amortecimento do sistema. Os valores encontrados são correspondentes aos do trabalho de Wie (1988), o que torna esse modelo válido e confiável. Para a realização das simulações foram consideradas apenas os três primeiros modos

de vibração, mas nada impede que sejam calculados um número maior que esse. As Figuras 4.1, 4.2 e 4.3 mostram que conforme há um aumento no valor da massa, os pólos e zeros associados com o segundo e o terceiro modo de vibração se tornam mais próximos e o primeiro modo de vibração se torna o modo dominante. Quanto aos zeros eles não sofrem nenhuma alteração, pois o numerador da função de transferência não depende do valor da massa.

4.2 - ESTUDO DO COMPORTAMENTO DO SISTEMA ATRAVÉS DO DIAGRAMA DE BODE

O ganho do sistema é determinado pela equação:

$$K_1 = \frac{2M_1\omega_1}{m}(\zeta - \beta_1) \quad (4.7)$$

onde são adotados os valores:

$$\zeta=0.05=5\%$$

$$\beta_1=0.002=0.2\%$$

Os dados utilizados no trabalho são os mesmos utilizados por Wie, (1988).

$$L=61\text{m}$$

$$\sigma=2.65\text{kg/m}$$

$$EI=2.14\text{e}7\text{Nm}^2$$

$$m=10\text{kg}$$

Os valores das frequências podem ser encontradas na Tabela 2.1 e os valores de L_n e M_n podem ser encontrados nas Tabelas 2.2 e 2.3.

O valor numérico de $K_1=0.8052596$

A equação usada para obter a matriz em malha aberta é a (3.35):

$$\ddot{\phi}_n(t) + 2\beta_n \omega_n \dot{\phi}_n(t) + \omega_n^2 \phi_n(t) = - \left(\frac{L_n + Y_n(L)mL}{M_n} \right) \ddot{\theta}(t) + \frac{Y_n(L)}{M_n} u_1(t) \quad (4.8)$$

Colocando na forma de um sistema de primeira ordem:

$$\dot{Z}(t) = AZ(t) + b\ddot{\theta}(t) \quad = \quad \dot{x}(t) = Ax(t) + b\ddot{\theta}(t) \quad (4.9)$$

$$x_1(t) = \phi_1(t) \quad x_4(t) = \dot{\phi}_1(t) \quad (4.10)$$

$$x_2(t) = \phi_2(t) \quad x_5(t) = \dot{\phi}_2(t) \quad (4.11)$$

$$x_3(t) = \phi_3(t) \quad x_6(t) = \dot{\phi}_3(t) \quad (4.12)$$

$$\dot{x}_1(t) = x_4(t) + 0 \cdot \ddot{\theta}(t) \quad (4.13)$$

$$\dot{x}_2(t) = x_5(t) + 0 \cdot \ddot{\theta}(t) \quad (4.14)$$

$$\dot{x}_3(t) = x_6(t) + 0 \cdot \ddot{\theta}(t) \quad (4.15)$$

$$\dot{x}_4(t) = -\omega_1^2 x_1(t) - 2\beta_1 \omega_1 x_4(t) - b_4 \ddot{\theta}(t) \quad (4.16)$$

$$\dot{x}_5(t) = -\omega_2^2 x_2(t) - 2\beta_2 \omega_2 x_5(t) - b_5 \ddot{\theta}(t) \quad (4.17)$$

$$\dot{x}_6(t) = -\omega_3^2 x_3(t) - 2\beta_3 \omega_3 x_6(t) - b_6 \ddot{\theta}(t) \quad (4.18)$$

Colocando na forma matricial:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega_1^2 & 0 & 0 & -2\beta_1 \omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_2^2 & 0 & 0 & -2\beta_2 \omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_3^2 & 0 & 0 & -2\beta_3 \omega_3 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Considerando sensor/atuador colocado isto é $B=C^T$:

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$C = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1] \quad (4.21)$$

A matriz 4.22 representa a matriz A numérica.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -5.77 & 0 & 0 & -0.0096 & 0 & 0 \\ 0 & -235.21 & 0 & 0 & -0.0613 & 0 \\ 0 & 0 & -1891.94 & 0 & 0 & -0.1740 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$C = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1] \quad (4.24)$$

$$D = [0] \quad (4.25)$$

A Figura 4.4 corresponde ao Diagrama de Bode para a matriz A em malha aberta:

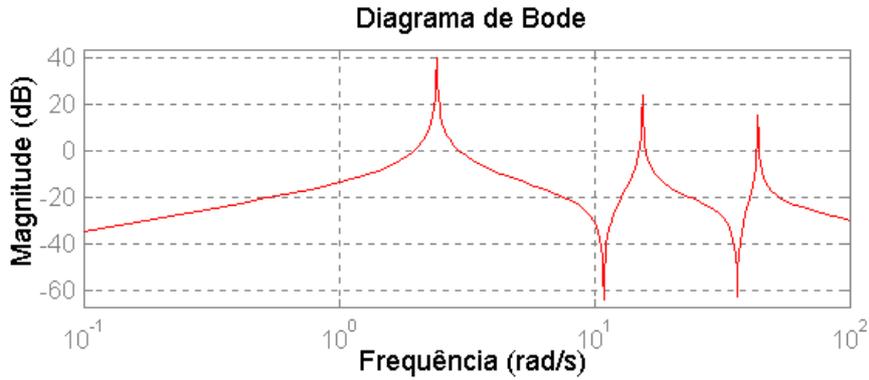


Fig. 4.4 - Diagrama de Bode para o sistema em malha aberta.

Para os cálculos numéricos da matriz A em malha fechada é utilizada a Equação (3.93):

$$\ddot{\phi}_n(t) + 2\beta_n \omega_n \dot{\phi}_n(t) + \gamma_n (\dot{\phi}_1(t) + \dot{\phi}_2(t) + \dot{\phi}_3(t)) + \omega_n^2 \phi_n(t) = - \left(\frac{L_n + mL}{M_n} \right) \ddot{\theta}(t) \quad (4.26)$$

A matriz algébrica é dada por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega_1^2 & 0 & 0 & -(2\beta_1 \omega_1 + \gamma_1) & -\gamma_1 & -\gamma_1 \\ 0 & -\omega_2^2 & 0 & -\gamma_2 & -(2\beta_2 \omega_2 + \gamma_2) & -\gamma_2 \\ 0 & 0 & -\omega_3^2 & -\gamma_3 & -\gamma_3 & -(2\beta_3 \omega_3 + \gamma_3) \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

onde:

$$\gamma_n = \frac{mK_l}{M_n} \quad (4.28)$$

O procedimento é o mesmo para o sistema em malha fechada.

A matriz 4.29 representa a matriz A numérica.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -5.77 & 0 & 0 & -0.2403 & -0.2307 & -0.2307 \\ 0 & -235.21 & 0 & -1.23e-3 & -0.0626 & -1.23e-3 \\ 0 & 0 & -1891.94 & -4.80e-4 & -4.80e-4 & -0.1745 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

$$C = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1] \quad (4.31)$$

$$D = [0] \quad (4.32)$$

A Figura 4.5 corresponde ao Diagrama de Bode para a matriz A em malha fechada:

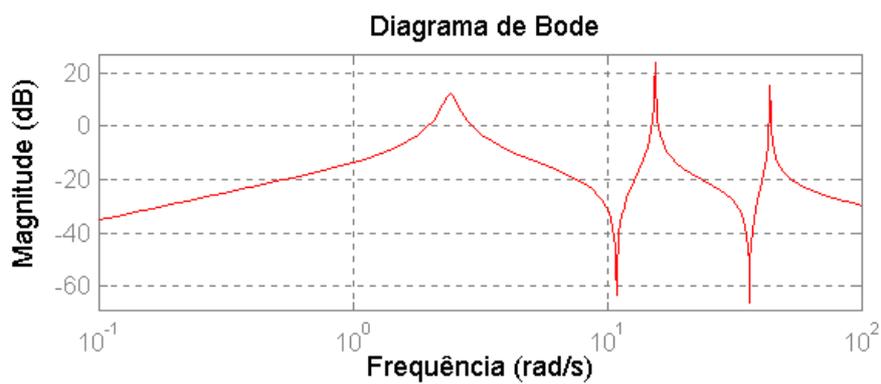


Fig. 4.5 - Diagrama de Bode para o sistema em malha fechada.

O que pode-se observar em relação as duas Figuras 4.4 e 4.5 é que diminui a amplitude somente do primeiro modo, e isso ocorre devido ao controlador ter sido projetado somente para o modo fundamental, o que implica em um controle mais eficiente para o primeiro modo do que para os outros.

4.3 - ESTUDO DO COMPORTAMENTO DO SISTEMA EM MALHA ABERTA

Para o sistema em malha aberta foi realizado uma análise de seus pólos, observando a posição destes.

Foi feito um estudo através do cálculo numérico dos valores da matriz A usando os valores das constantes referenciadas em Wie, (1988). A matriz A algébrica (4.19) e numérica (4.22) foram utilizadas para encontrar os pólos, observar o posicionamento através da Figura 4.6 e verificar que estes representam as freqüências de vibração do sistema, este fato também pode ser observado na Tabela 4.4.

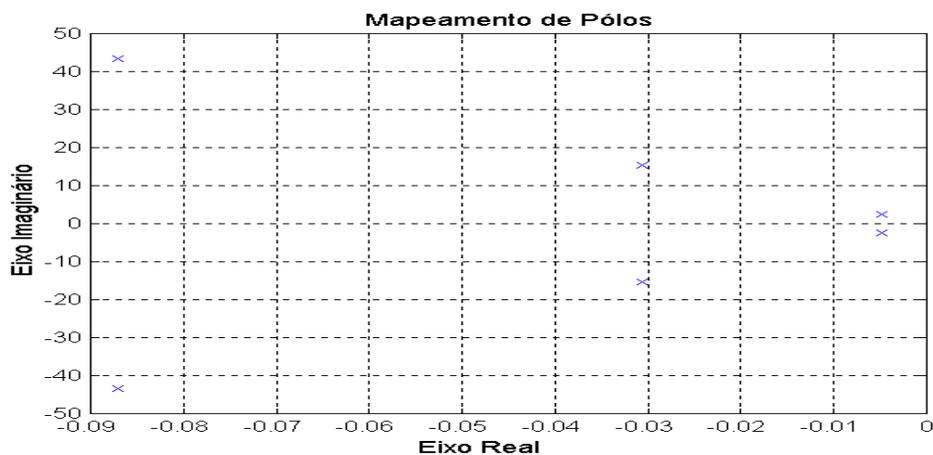


Fig. 4.6 - Pólos do sistema em malha aberta.

TABELA 4.4- AUTO VALOR, AMORTECIMENTO E FREQUÊNCIA DO SISTEMA EM MALHA ABERTA

Auto-valor	Amortecimento	Freq. (rad/s)
$-4.80e-003 + 2.40e+000i$	$2.00e-003$	$2.40e+000$
$-4.80e-003 - 2.40e+000i$	$2.00e-003$	$2.40e+000$
$-3.07e-002 + 1.53e+001i$	$2.00e-003$	$1.53e+001$
$-3.07e-002 - 1.53e+001i$	$2.00e-003$	$1.53e+001$
$-8.70e-002 + 4.35e+001i$	$2.00e-003$	$4.35e+001$
$-8.70e-002 - 4.35e+001i$	$2.00e-003$	$4.35e+001$

4.4 - ESTUDO DO COMPORTAMENTO DO SISTEMA EM MALHA FECHADA

Usando a matriz algébrica (4.27) e numérica (4.29) também fez-se um estudo da posição dos pólos, nesse caso em malha fechada.

Através da Figura 4.7 e da Tabela 4.5 pode-se observar que o primeiro modo de vibração se encontra mais distante da origem, o que é muito bom, pois o propósito é realmente de ter uma lei de controle que amorteeça com eficiência o primeiro modo de vibração.

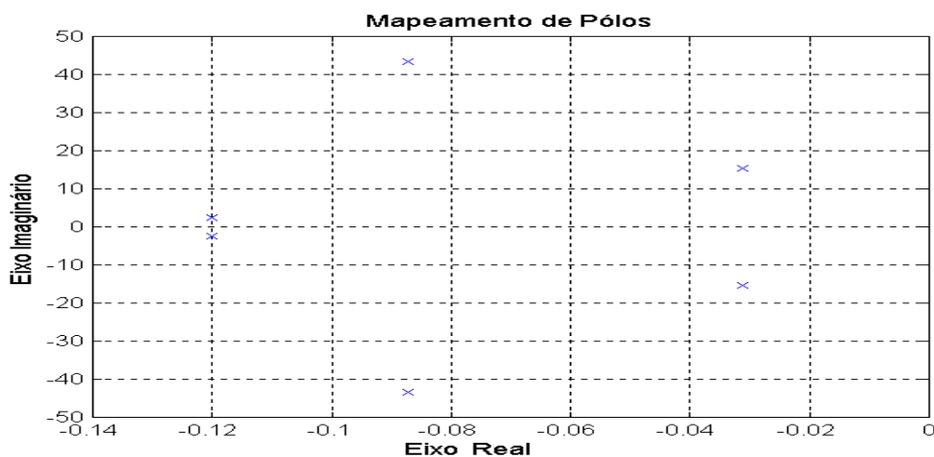


Fig. 4.7 - Pólos do sistema em malha fechada.

TABELA 4.5 - AUTO VALOR, AMORTECIMENTO E FREQUÊNCIA DO SISTEMA EM MALHA FECHADA

Auto-valor	Amortecimento	Freq. (rad/s)
$-3.13e-002 + 1.53e+001i$	$2.04e-003$	$1.53e+001$
$-3.13e-002 - 1.53e+001i$	$2.04e-003$	$1.53e+001$
$-8.72e-002 + 4.35e+001i$	$2.01e-003$	$4.35e+001$
$-8.72e-002 - 4.35e+001i$	$2.01e-003$	$4.35e+001$
$-1.20e-001 + 2.40e+000i$	$5.00e-002$	$2.40e+000$
$-1.20e-001 - 2.40e+000i$	$5.00e-002$	$2.40e+000$

As próximas análises são feitas com o aumento do valor de K e observando o efeito desse aumento no sistema de controle.

Para $K=10 \times 0.8053$:

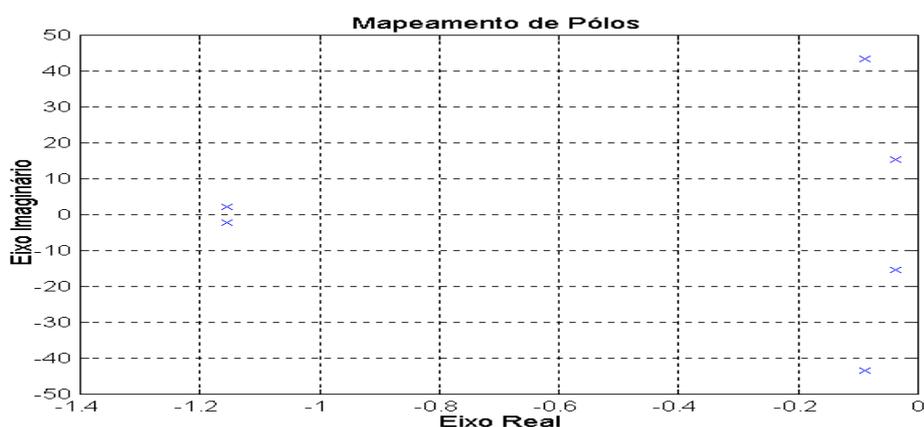


Fig. 4.8 - Pólos do sistema em malha fechada para $10 \times K$.

TABELA 4.6 - AUTO VALOR, AMORTECIMENTO, FREQUÊNCIA DO SISTEMA EM MALHA FECHADA PARA $10 \times K$.

Auto-valor	Amortecimento	Freq. (rad/s)
$-3.66e-002 + 1.53e+001i$	$2.39e-003$	$1.53e+001$
$-3.66e-002 - 1.53e+001i$	$2.39e-003$	$1.53e+001$
$-8.94e-002 + 4.35e+001i$	$2.06e-003$	$4.35e+001$
$-8.94e-002 - 4.35e+001i$	$2.06e-003$	$4.35e+001$
$-1.16e+000 + 2.11e+000i$	$4.81e-001$	$2.40e+000$
$-1.16e+000 - 2.11e+000i$	$4.81e-001$	$2.40e+000$

Para $K=100 \times 0.8053$

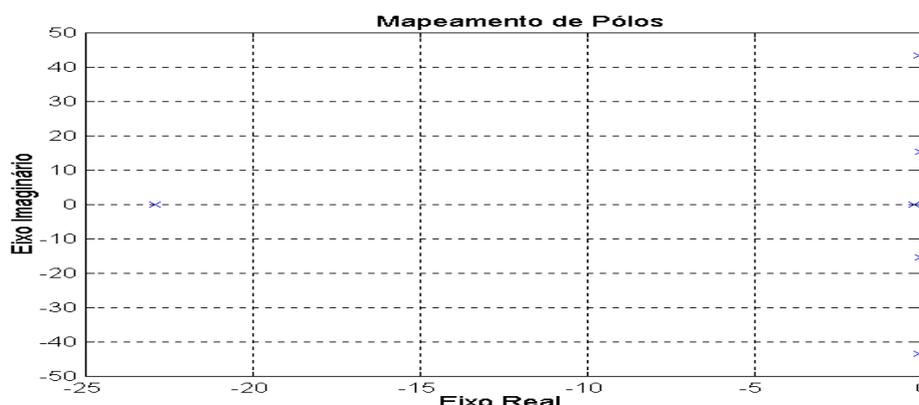


Fig. 4.9 - Pólos do sistema em malha fechada $100 \times K$.

TABELA 4.7 - AUTO VALOR, AMORTECIMENTO, FREQUÊNCIA DO SISTEMA EM MALHA FECHADA

Auto valor	Amortecimento	Freq. (rad/s)
$-4.86e-002 + 1.53e+001i$	$3.18e-003$	$1.53e+001$
$-4.86e-002 - 1.53e+001i$	$3.18e-003$	$1.53e+001$
$-1.06e-001 + 4.35e+001i$	$2.43e-003$	$4.35e+001$
$-1.06e-001 - 4.35e+001i$	$2.43e-003$	$4.35e+001$
$-2.53e-001$	$1.00e+000$	$2.53e-001$
$-2.29e+001$	$1.00e+000$	$2.29e+001$

Os resultados encontrados em relação ao aumento do valor do ganho do sistema e a influência deste no posicionamento dos pólos pode ser observado nas Figuras 4.8 e 4.9 e também nas Tabelas 4.6 e 4.7, onde pode-se verificar que com o aumento do ganho as frequências de oscilação não sofrem nenhuma mudança, no entanto a mudança ocorre no amortecimento do sistema, tornando-o maior. Também foi observado que quanto maior o ganho, o pólo do primeiro modo se desloca para a esquerda no semi plano esquerdo enquanto que os pólos do segundo e terceiro modo não se alteram. Esses efeitos ocorrem devido ao projeto do controlador ter sido realizado levando em conta somente o primeiro modo de vibração do sistema. O efeito do aumento do amortecimento também pode ser observado nas Figuras 4.10, 4.11 e 4.12, que mostram a diminuição da amplitude e a conservação da frequência de

vibração. Este fato pode ser observado melhor através da Tabela 4.4 que mostra os valores em malha aberta, e das Tabelas 4.5, 4.6 e 4.7 que mostram os valores em malha fechada, sendo que na Tabela 4.7 pode-se verificar que como o aumento do K foi muito grande e o segundo modo de vibração foi alterado com relação a sua frequência, isto significa que não pode haver um aumento excessivo no valor do ganho, pois se isso ocorrer haverá uma mudança nos valores das frequências.

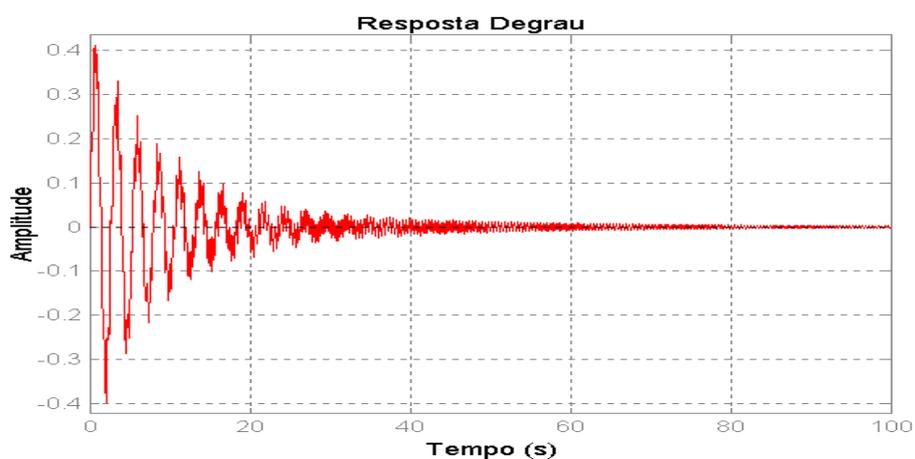


Fig. 4.10 - Resposta no tempo para $K=0.8053$.

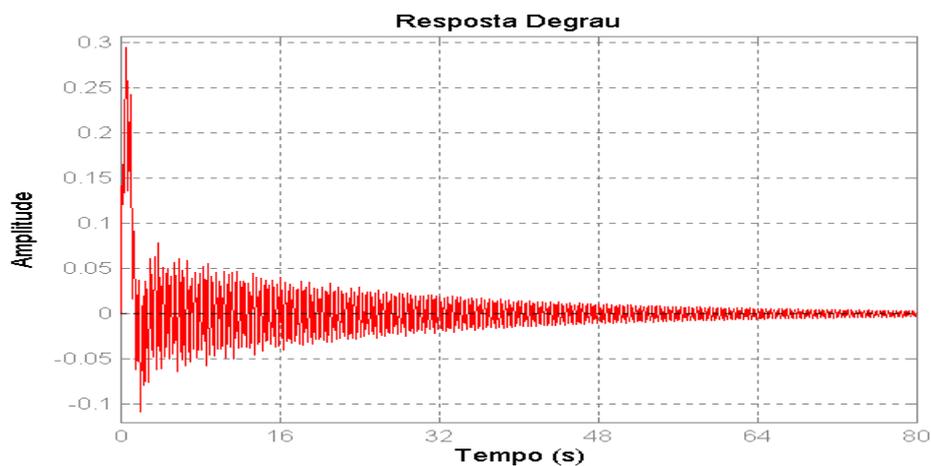


Fig. 4.11 - Resposta no tempo para $K=10 \times 0.8053$.

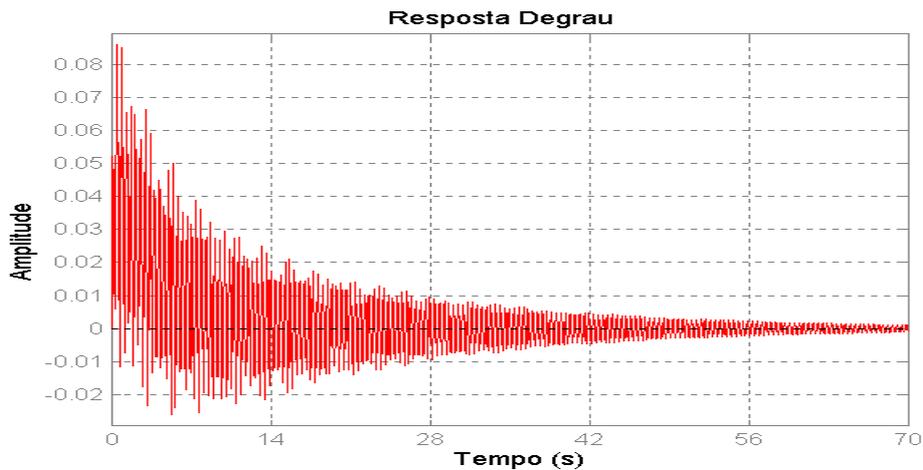


Fig. 4.12 - Resposta no tempo para $K=100 \times 0.8053$.

4.5 - ESTABILIDADE DO SISTEMA COMPENSADO

Foi estudado a estabilidade do sistema compensado através da matriz de malha aberta e malha fechada representadas no item 1.2. De acordo com auto valores correspondentes, usando no projeto um amortecimento de $\zeta=0.05$ e um amortecimento estrutural de $\beta_1=0.002$ para o modo fundamental foi possível encontrar tais auto valores. Na Tabela 4.8 pode-se observar que todos possuem parte real negativa, o que torna o sistema estável.

TABELA 4.8 - AUTO VALORES DA MATRIZ A

Auto valores em malha aberta	Auto valores em malha fechada
$-4.80e-003 + 2.40e+000i$	$-0.1202+2.3991i$
$-4.80e-003 - 2.40e+000i$	$-0.1202-2.3991i$
$-3.07e-002 + 1.53e+001i$	$-0.0313+15.3365i$
$-3.07e-002 - 1.53e+001i$	$-0.0313-15.3365i$
$-8.70e-002 + 4.35e+001i$	$-0.0872+43.4963i$
$-8.70e-002 - 4.35e+001i$	$-0.0872-43.4963i$

4.6 - MANOBRAS

Nessa seção são mostrados os resultados das manobras realizadas para esse sistema, na Tabela 4.9 é mostrada a descrição de cada manobra e a seguir as figuras correspondentes.

TABELA 4.9 - MANOBRAS REALIZADAS

Manobras	Descrição (s e rad/s ²)				
1	t ₀ =0		t ₁ =4		t ₂ =8
	$\ddot{\theta}(t)=0.0167$		$\ddot{\theta}(t)=-0.0167$		
2	t ₀ =0		t ₁ =5.3		t ₂ =10.6
	$\ddot{\theta}(t)=0.0167$		$\ddot{\theta}(t)=-0.0167$		
3	t ₀ =0	t ₁ =2.5	t ₂ =7.5	t ₃ =10	
	$\ddot{\theta}(t)=0.0167$		$\ddot{\theta}(t)=0$		$\ddot{\theta}(t)=-0.0167$
4	t ₀ =0	t ₁ =2.5	t ₂ =5	t ₃ =7.5	t ₄ =10
	$\ddot{\theta}(t)=0.0005$	$\ddot{\theta}(t)=0.0010$	$\ddot{\theta}(t)=-0.0010$	$\ddot{\theta}(t)=-0.0005$	

4.6.1 - MANOBRAS UTILIZANDO UM ATUADOR

Nesse caso é considerado um único atuador localizado na extremidade do apêndice. São realizadas as quatro manobras e os resultados são apresentados.

A primeira manobra representa a aplicação de uma aceleração positiva no intervalo de 0s a 4s e uma aceleração negativa no intervalo de 4s a 8s. Na segunda manobra o intervalo entre os impulsos é maior mas é aplicado a mesma aceleração positiva e negativa respectivamente. Na terceira manobra o intervalo é menor e ainda possui um instante em que não é aplicado nenhuma aceleração. Na manobra 4 o número de intervalos é maior e a aceleração aplicada é menor comparada as outras manobras.

São apresentados a seguir todas as figuras correspondentes a cada manobra realizada para um único atuador. Essas simulações foram realizadas através de um programa utilizando o software Matlab.

Esses gráficos correspondem a Manobra 1, M=10kg.

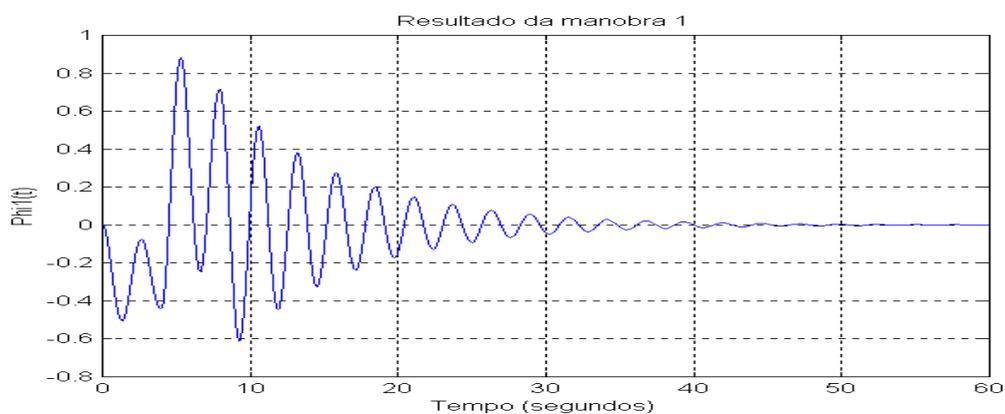


Fig. 4.13 - Manobra 1, M=10kg para o primeiro modo de vibração.

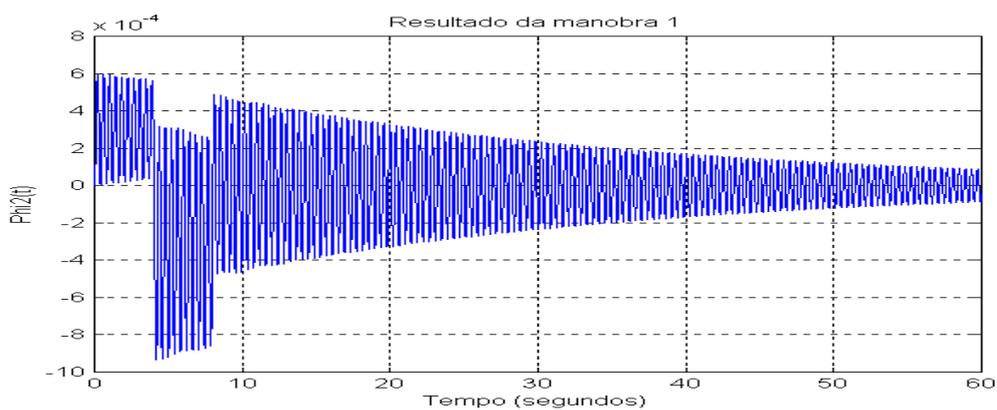


Fig. 4.14 - Manobra 1, M=10kg para o segundo modo de vibração.

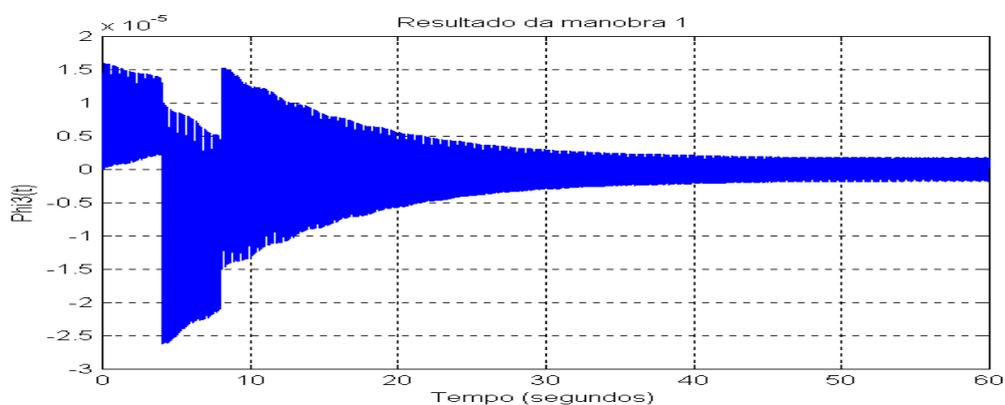


Fig. 4.15 - Manobra 1, M=10kg para o terceiro modo de vibração.

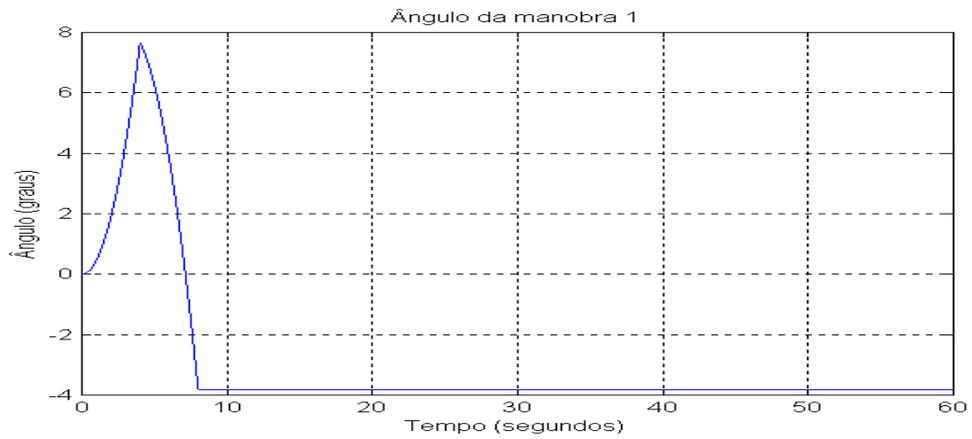


Fig. 4.16 - Ângulo da manobra 1.

Esses gráficos correspondem a Manobra 2, M=10kg.



Fig. 4.17 - Manobra 2, M=10kg para o primeiro modo de vibração.

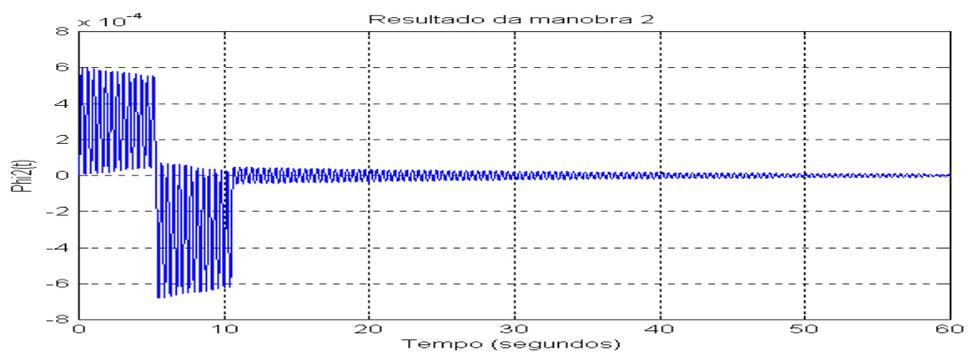


Fig. 4.18 - Manobra 2, M=10kg para o segundo modo de vibração.

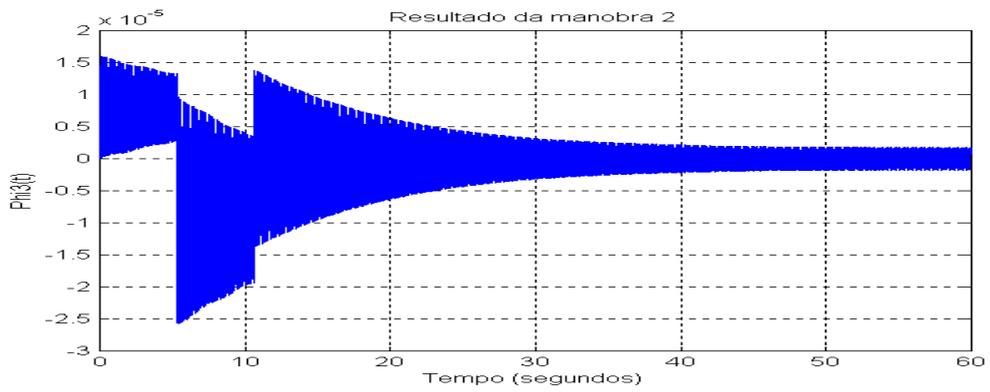


Fig. 4.19 - Manobra 2, $M=10\text{kg}$ para o terceiro modo de vibração.

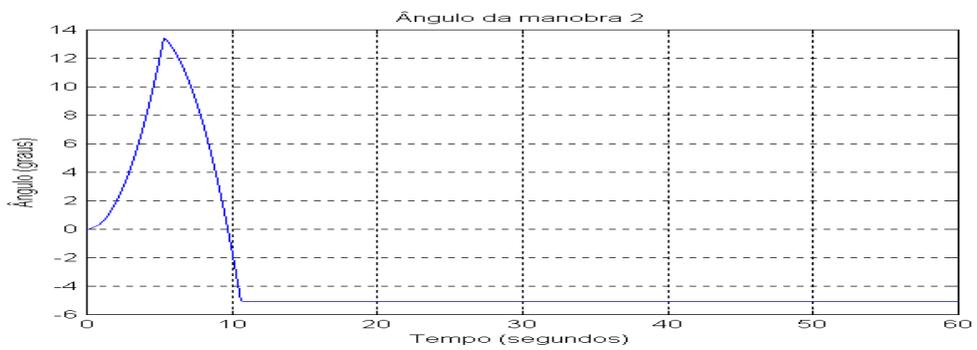


Fig. 4.20 - Ângulo da manobra 2.

Esses gráficos representam a Manobra 3, $L=61\text{m}$, $M=10\text{kg}$.

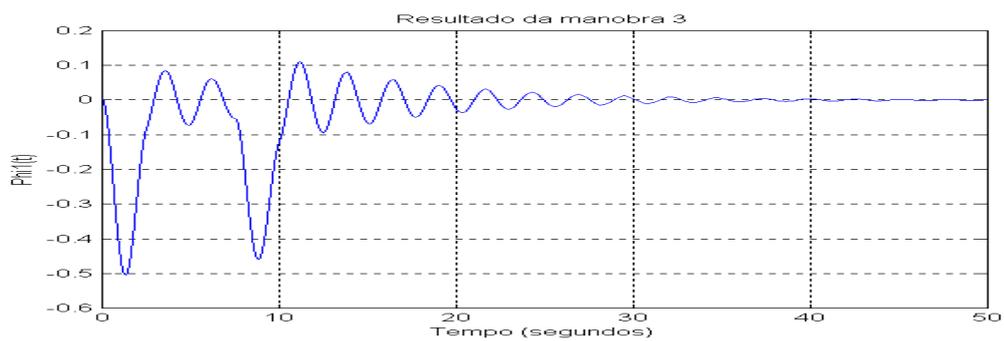


Fig. 4.21 - Manobra 3, $M=10\text{kg}$ para primeiro modo de vibração.

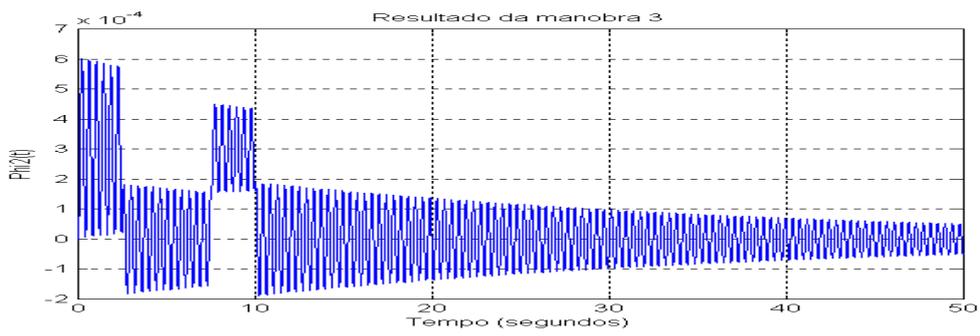


Fig. 4.22 - Manobra 3, $M=10\text{kg}$ para segundo modo de vibração.

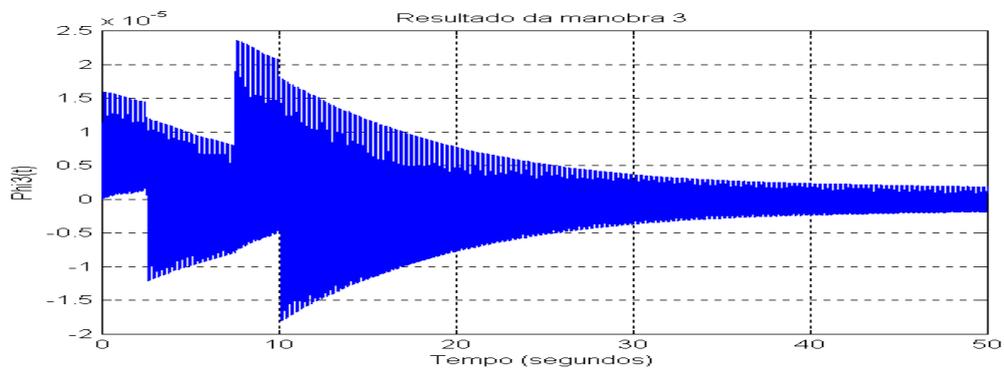


Fig. 4.23 - Manobra 3, $M=10\text{kg}$ para o terceiro modo de vibração.

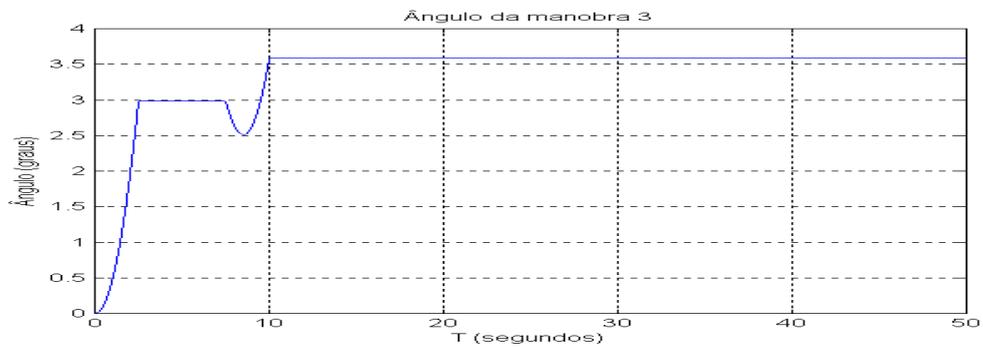


Fig. 4.24 - Ângulo da manobra 3.

Esses gráficos correspondem a Manobra 4, L=61m, M=10kg.

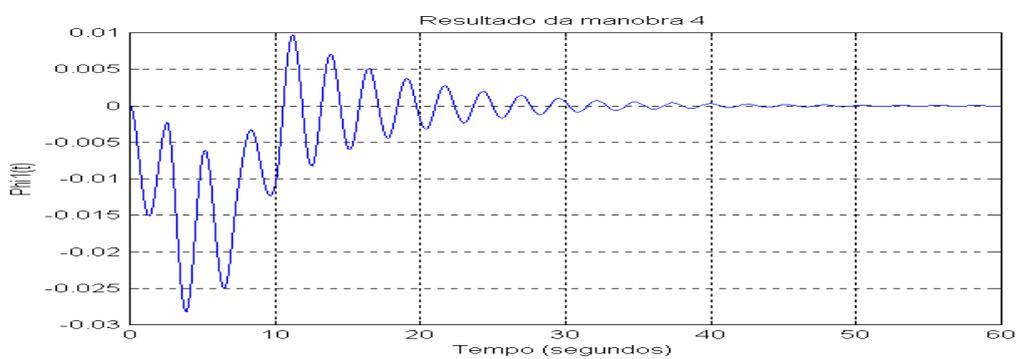


Fig. 4.25 - Manobra 4, M=10kg para primeiro modo de vibração.

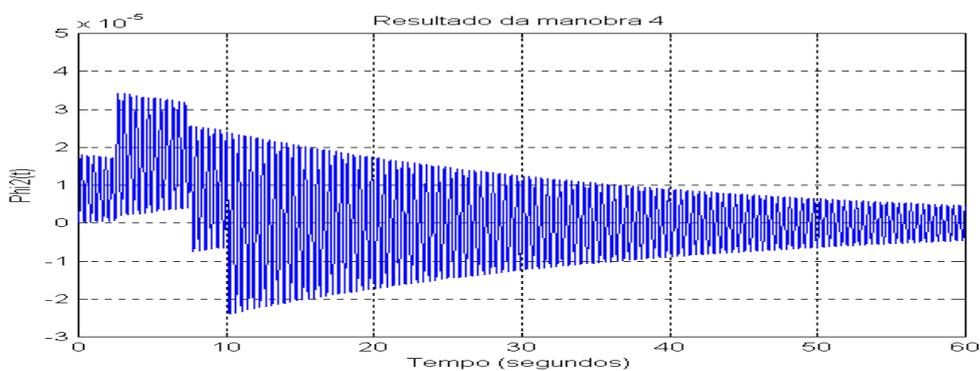


Fig. 4.26 - Manobra 4, M=10kg para segundo modo de vibração.

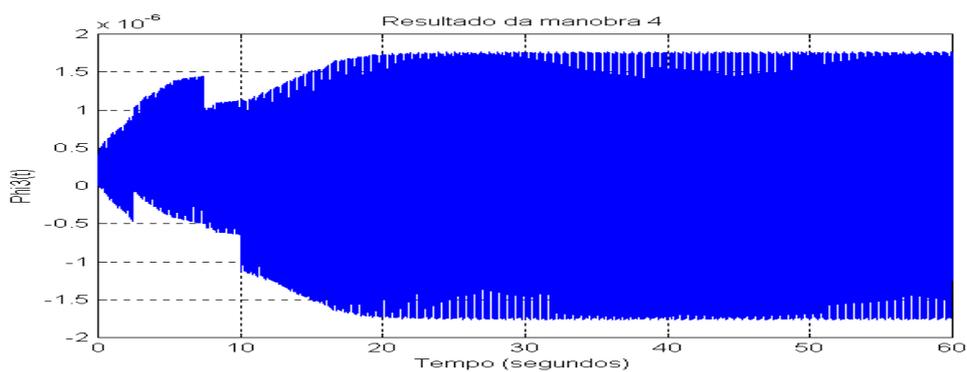


Fig. 4.27 - Manobra 4, M=10kg para terceiro modo de vibração.

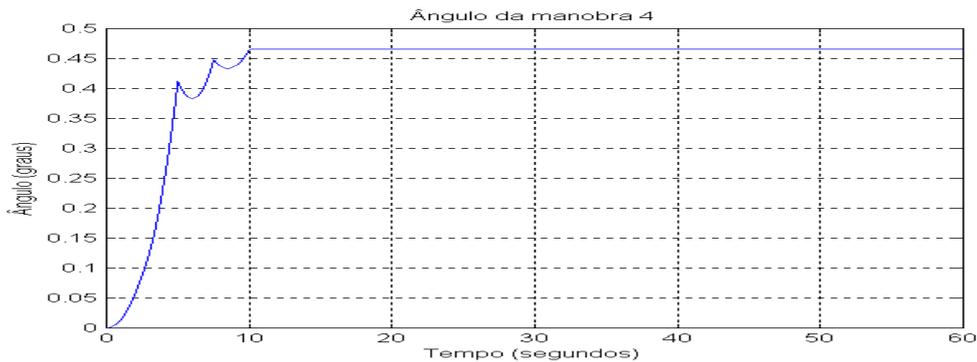


Fig. 4.28 - Ângulo da manobra 4.

Através dos resultados obtidos com a realização das manobras foi possível observar que o primeiro modo de vibração é predominante nas quatro manobras, pois move o apêndice da posição de equilíbrio muito mais que o segundo e terceiro modo de vibração, isso pode ser verificado observando as Figuras 4.13, 4.17, 4.21 e 4.25, essas figuras representam o primeiro modo de vibração para cada manobra realizada. É verificado que o primeiro modo da primeira manobra tem uma amplitude um pouco maior que 0,8, já o primeiro modo da segunda manobra não excede 0,7 e o primeiro modo da terceira manobra não é maior que 0,1, isto leva a concluir que o completo sucesso do sistema de controle depende da estratégia da manobra. Quanto as Figuras 4.14, 4.15, 4.18, 4.19, 4.22, 4.23, 4.26 e 4.27, que correspondem ao segundo e terceiro modo de vibração das manobras, pode-se observar que existe uma pequena vibração residual, que é tão pequena que não deve ser considerada. As Figuras 4.16, 4.20, 4.24 e 4.28 representam o ângulo de deslocamento do apêndice da posição de equilíbrio e foi através dessas figuras que foi possível verificar se o programa elaborado para a realização da manobra estava respondendo corretamente.

4.6.2 - MÚLTIPLOS ATUADORES

A partir de agora serão apresentadas as figuras relacionadas com o uso de múltiplos atuadores. No final do Capítulo 3 foi apresentado as equações que

geraram esses resultados. Depois de calculada a matriz A, foram realizadas simulações aplicando as mesmas manobras que foram utilizadas para um único atuador e verificando os resultados, foram considerados sensores/atuadores colocados para o sistema estudado. Para que as simulações fossem realizadas, foi desenvolvido um programa utilizando o software Matlab e as seguintes constantes:

$$N=3$$

$$m=10\text{kg}$$

$$x_1=61\text{m}$$

$$x_2=40.67\text{m}$$

$$x_3=20.33\text{m}$$

$$M_1=34.9112 \quad L_1=2.6762\text{e}+3 \quad \lambda_1=0.02077$$

$$M_2=6.5641\text{e}+3 \quad L_2=-2.8372\text{e}+4 \quad \lambda_2=0.07346$$

$$M_3=1.6752\text{e}+4 \quad L_3=-1.5777\text{e}+4 \quad \lambda_3=0.12371$$

$$\beta_1=\beta_2=\beta_3=0.2\%=0.002$$

A Tabela 4.10 mostra os valores dos ganhos utilizados, esses valores foram escolhidos aleatoriamente e testados, através dos quatro casos simulados foi possível fazer comparações entre eles e também com um único atuador.

TABELA 4.10 - DESCRIÇÃO DO CASO 1

CASO 1
$\alpha_1=1$
$\alpha_2=1$
$\alpha_3=1$

Estes gráficos correspondem ao Caso 1 Manobra 1:

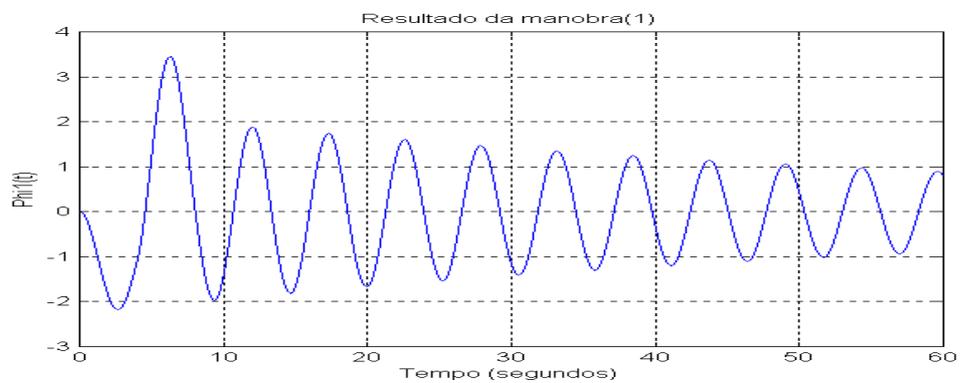


Fig. 4.29 - Manobra 1, caso 1 para o primeiro modo de vibração.

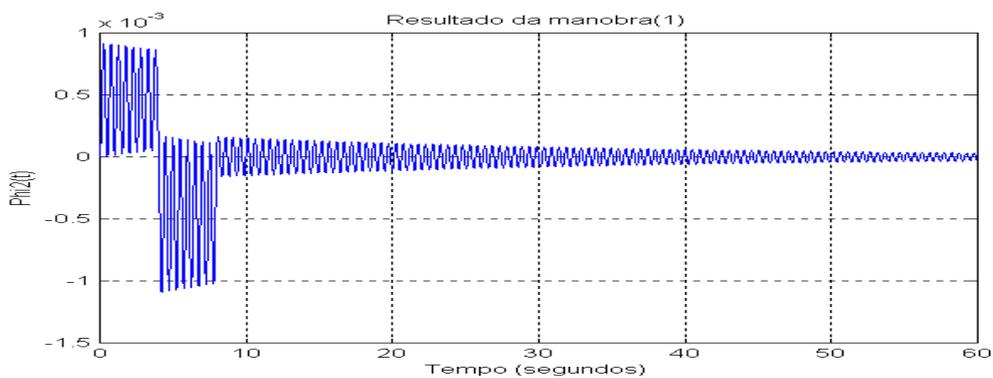


Fig. 4.30 - Manobra 1, caso 1 para o segundo modo de vibração.

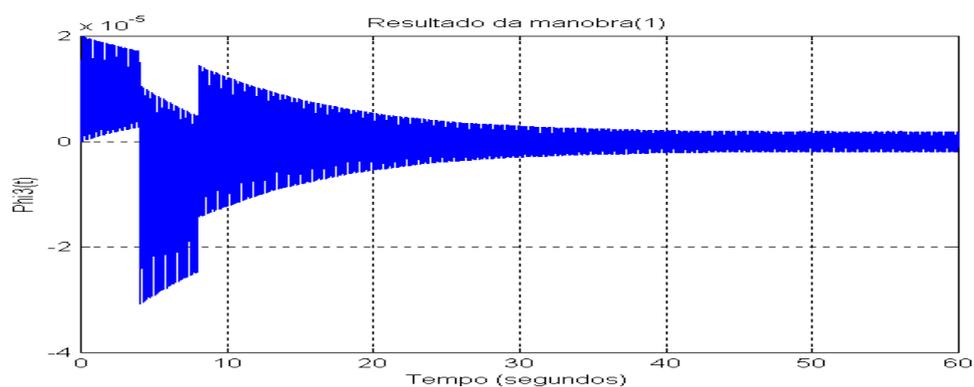


Fig. 4.31 - Manobra 1, caso 1 para o terceiro modo de vibração.

Estes gráficos correspondem ao Caso 1 Manobra 2:



Fig. 4.32 - Manobra 2, caso 1 para o primeiro modo de vibração.

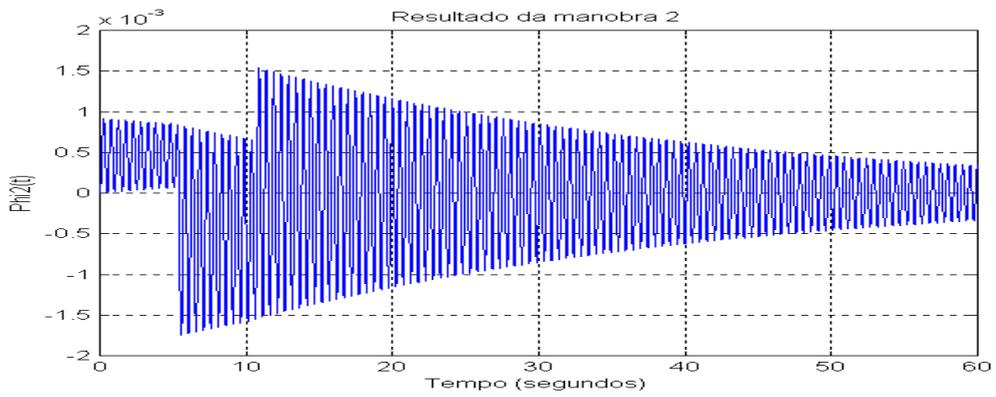


Fig. 4.33 - Manobra 2, caso 1 para o segundo modo de vibração.

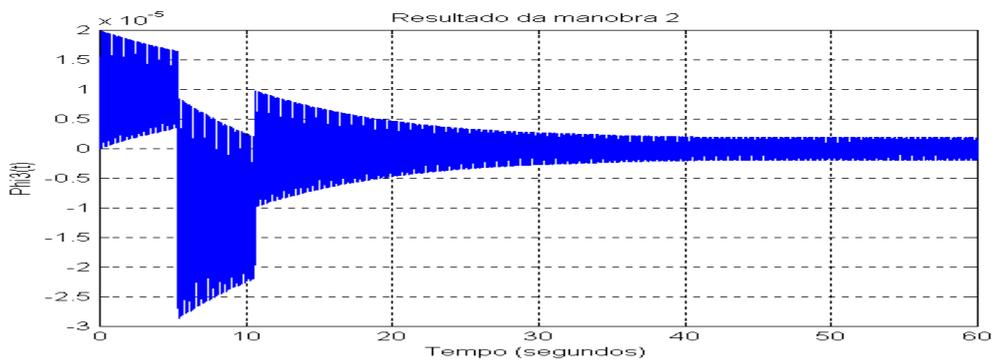


Fig. 4.34 - Manobra 2, caso 1 para o terceiro modo de vibração.

Estes gráficos correspondem ao Caso 1 Manobra 3:

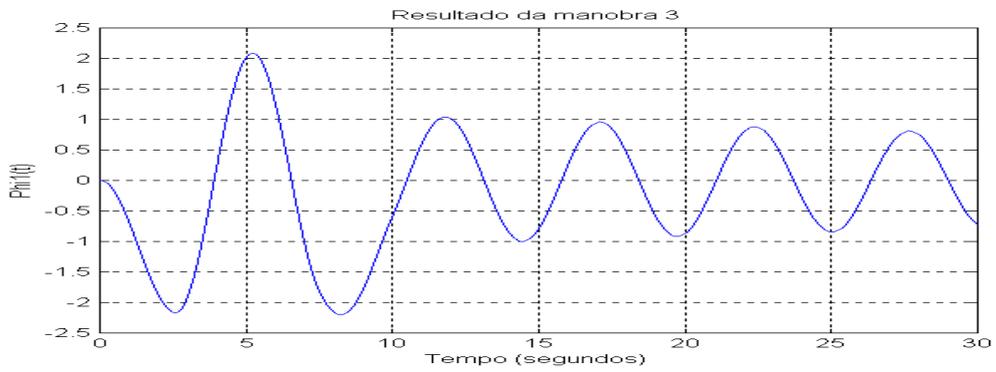


Fig. 4.35 - Manobra 3, caso 1 para o primeiro modo de vibração.

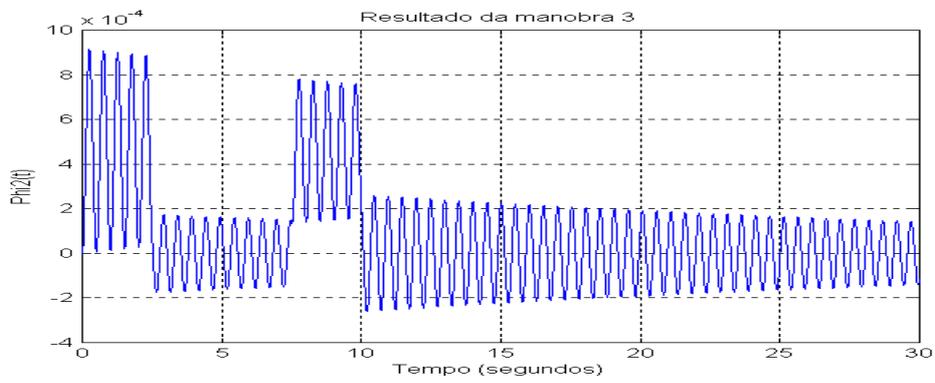


Fig. 4.36 - Manobra 3, caso 1 para o segundo modo de vibração.

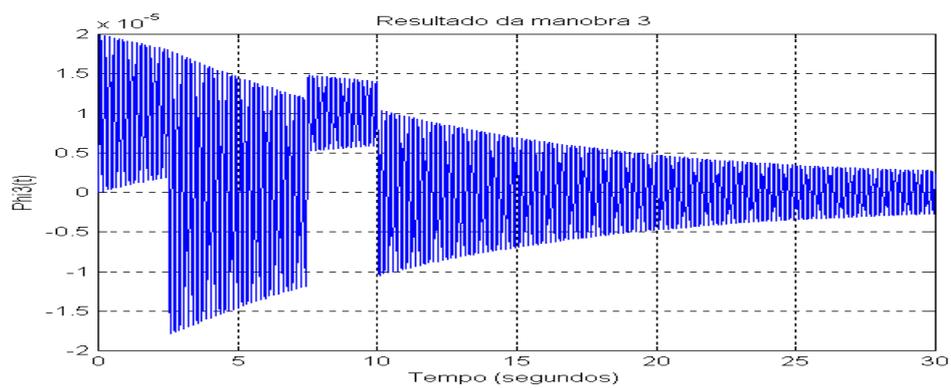


Fig. 4.37 - Manobra 3, caso 1 para o terceiro modo de vibração.

Estes gráficos correspondem ao Caso 1 Manobra 4:

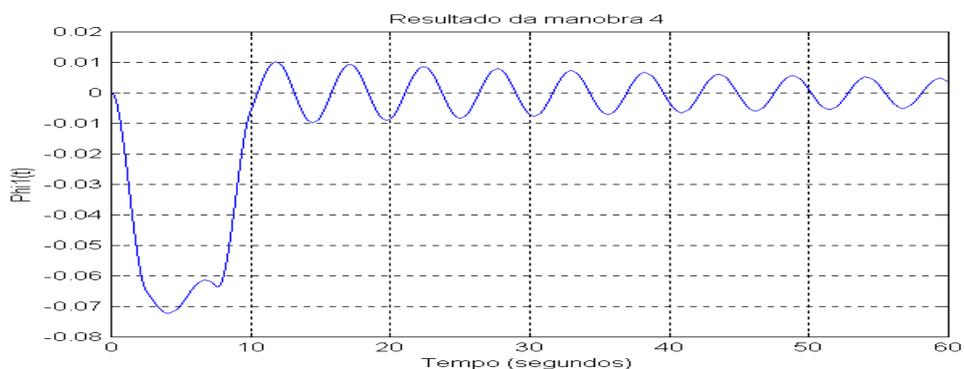


Fig. 4.38 - Manobra 4, caso 1 para o primeiro modo de vibração.

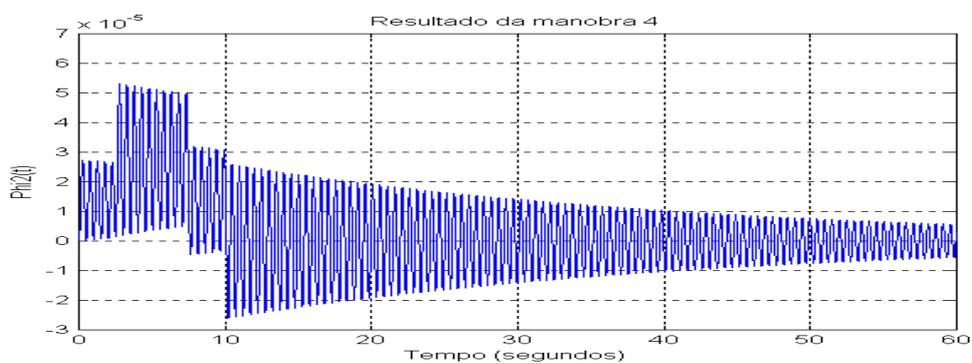


Fig. 4.39 - Manobra 4, caso 1 para o segundo modo de vibração.

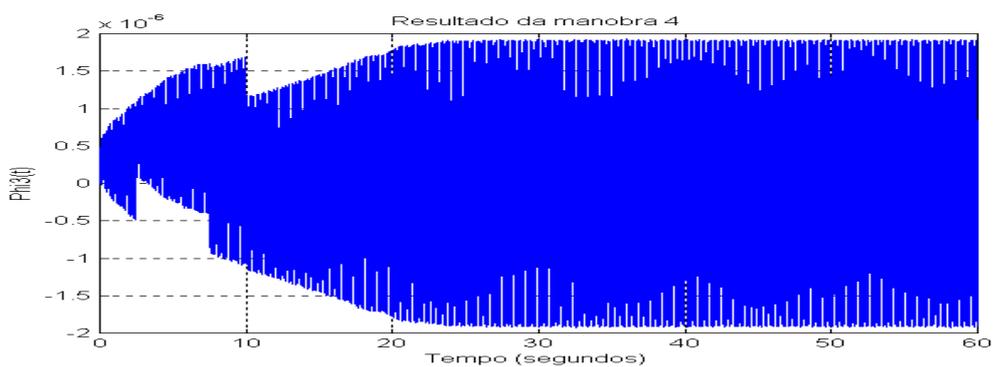


Fig. 4.40 - Manobra 4, caso 1 para o terceiro modo de vibração.

Observando os resultados obtidos com a simulação realizada considerando o caso 1, pode-se verificar que os valores propostos para os ganhos não são

adequados, para o primeiro modo de vibração da manobra 1 e 3, isso pode ser visto através das Figuras 4.29 e 4.35. De uma forma geral, comparando-se esse caso com o qual utiliza-se um único atuador, a amplitude desse caso está mais elevada e o amortecimento não ocorre como esperado. Para o primeiro modo de vibração da manobra 2 e 4 o amortecimento encontrado é bom, principalmente na manobra 2 que levou menos tempo para amortecer as vibrações sem deixar vibração residual, isso pode ser observado nas Figuras 4.32 e 4.38. Obteve-se o amortecimento das vibrações para os outros modos de vibração das outras manobras mas observou-se uma vibração residual, principalmente no terceiro modo de vibração da manobra 4, apresentada na Figura 4.40. Foi possível verificar que os valores do caso 1 não são adequados, esses resultados podem ser melhorados com a mudança dos ganhos.

TABELA 4.11 - DESCRIÇÃO DO CASO 2

CASO 2
$\alpha_1=10$
$\alpha_2=10$
$\alpha_3=10$

Estes gráficos correspondem ao Caso 2 Manobra 1: multi atuadores

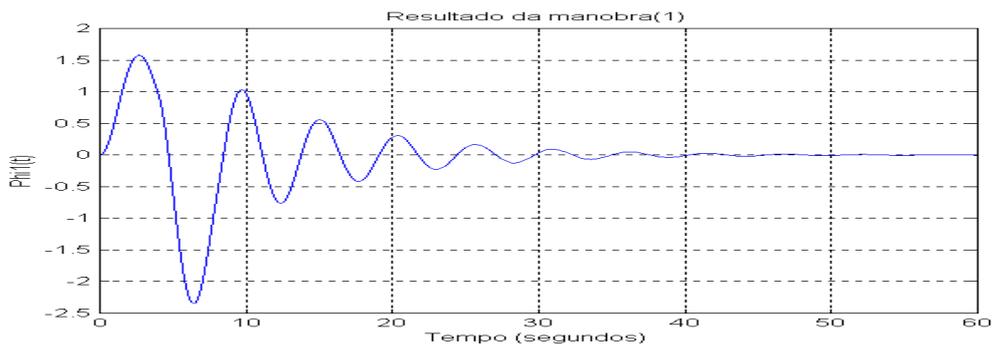


Fig. 4.41 - Manobra 1, caso 2 para o primeiro modo de vibração.

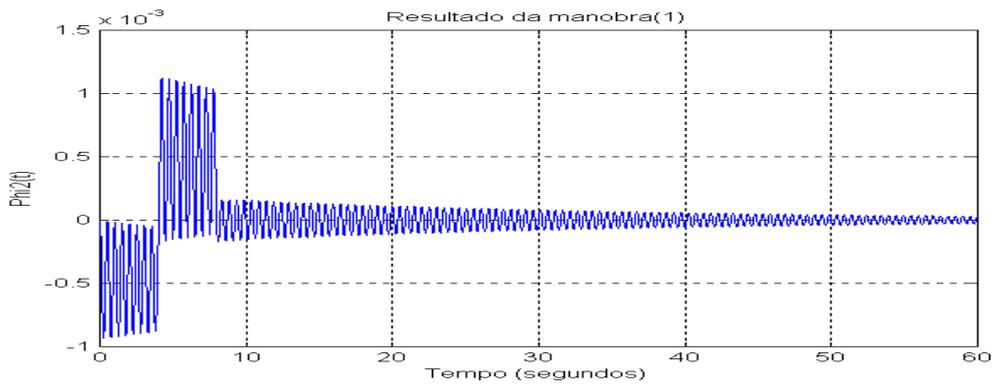


Fig. 4.42 - Manobra 1, caso 2 para o segundo modo de vibração.

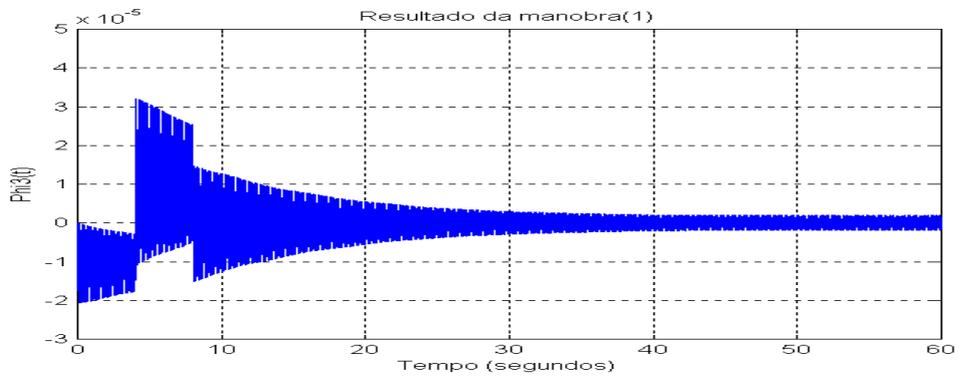


Fig. 4.43 – Manobra 1, caso 2 para o terceiro modo de vibração.

Estes gráficos correspondem ao Caso 2 Manobra 4:

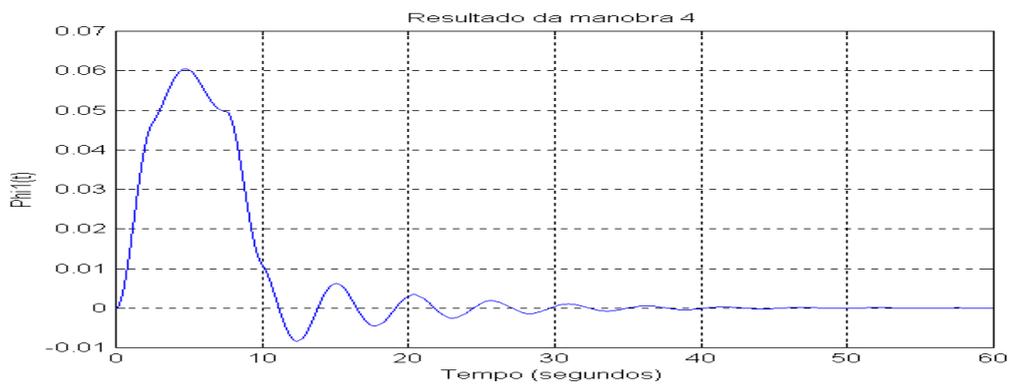


Fig. 4.44 – Manobra 4, caso 2 para o primeiro modo de vibração.

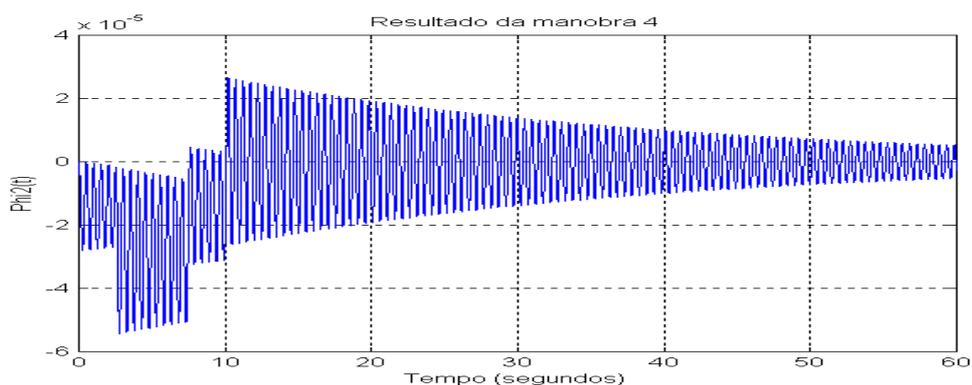


Fig. 4.45 - Manobra 4, caso 2 para o segundo modo de vibração.

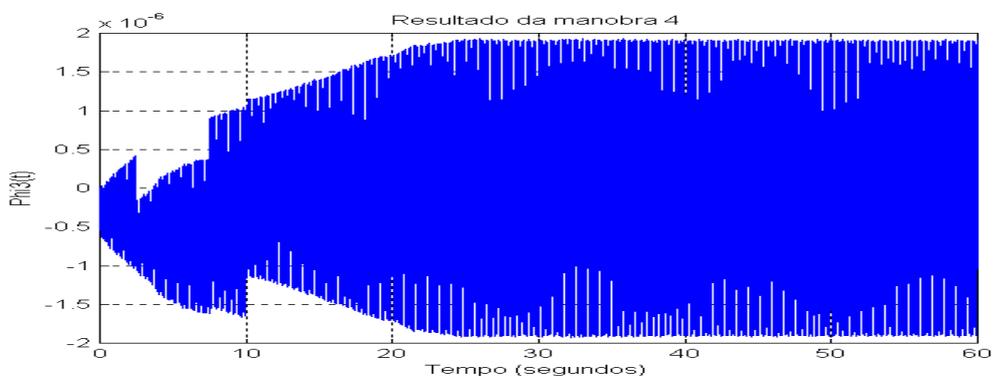


Fig. 4.46 - Manobra 4, caso 2 para o terceiro modo de vibração.

Pode-se observar que com o aumento de dez vezes nos valores dos ganhos, obteve-se resultados melhores comparados ao caso 1. Obteve-se sucesso no amortecimento dos modos de vibração para todas as manobras. Também pode ser observado o aumento na amplitude comparada com o uso de um único atuador, sendo que no primeiro modo de vibração da primeira manobra o valor é um pouco maior que 1.5 e para o primeiro modo de vibração da quarta manobra a amplitude é de 0.007, mesmo considerando esse aumento, o uso dos múltiplos atuadores para esse caso mostrou resultados bons, pois há amortecimento de todos os modos de vibração. Foram realizadas todas as simulações para as quatro manobras como foi feito no caso de um único atuador, aqui são mostrados as figuras das manobras 1 e 4, pois os resultados

da manobra 2 são bem próximos da manobra 1 e os resultados da manobra 3 bem próximos da manobra 4.

TABELA 4.12 - DESCRIÇÃO DO CASO 3

CASO 3
$\alpha_1=100$
$\alpha_2=100$
$\alpha_3=100$

Estes gráficos correspondem ao Caso 3 Manobra1:

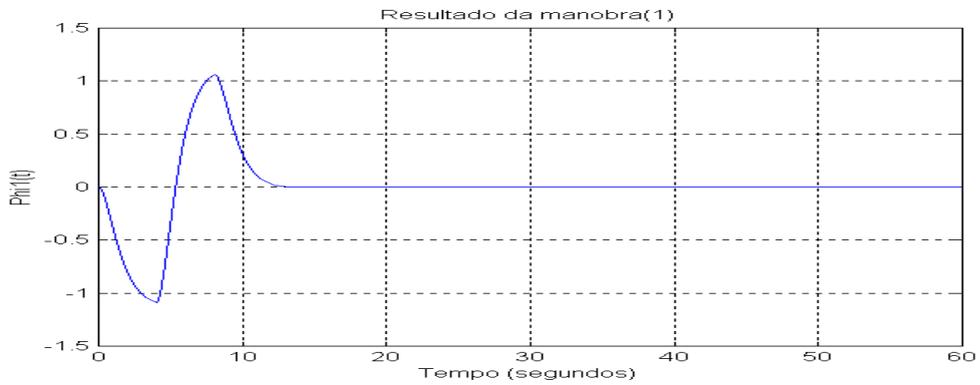


Fig. 4.47 - Manobra 1, caso 3 para o primeiro modo de vibração.

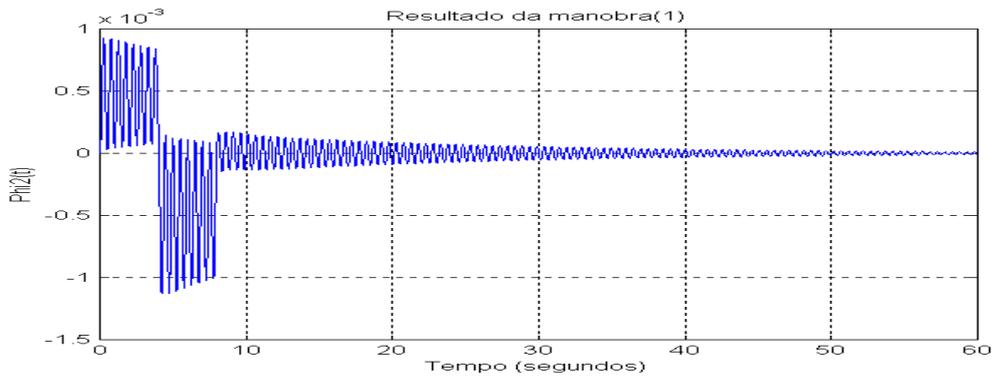


Fig. 4.48 - Manobra 1, caso 3 para o segundo modo de vibração.

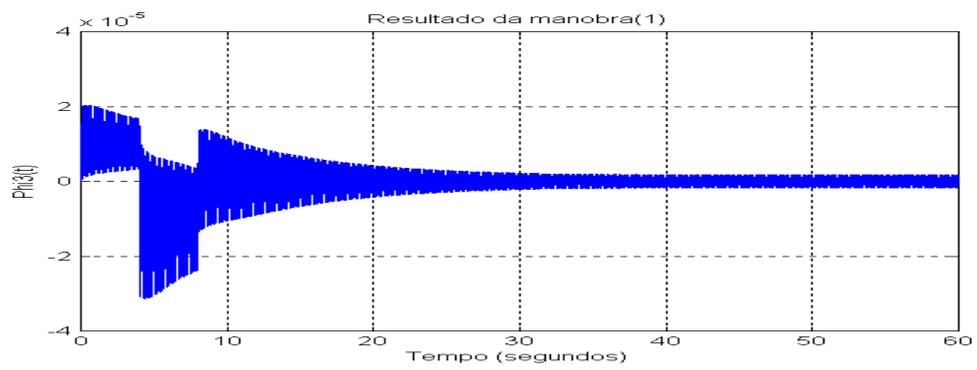


Fig. 4.49 - Manobra 1, caso 3 para o terceiro modo de vibração.

Estes gráficos correspondem ao Caso 3 Manobra 3:

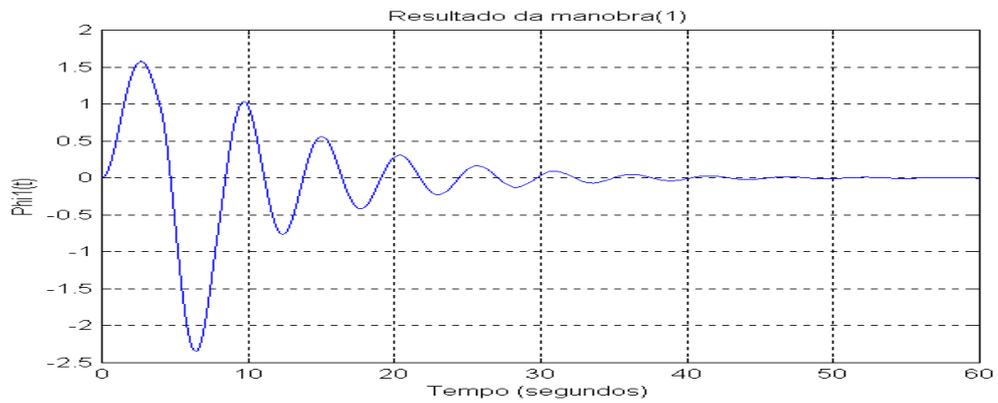


Fig. 4.50 - Manobra 3, caso 3 para o primeiro modo de vibração.

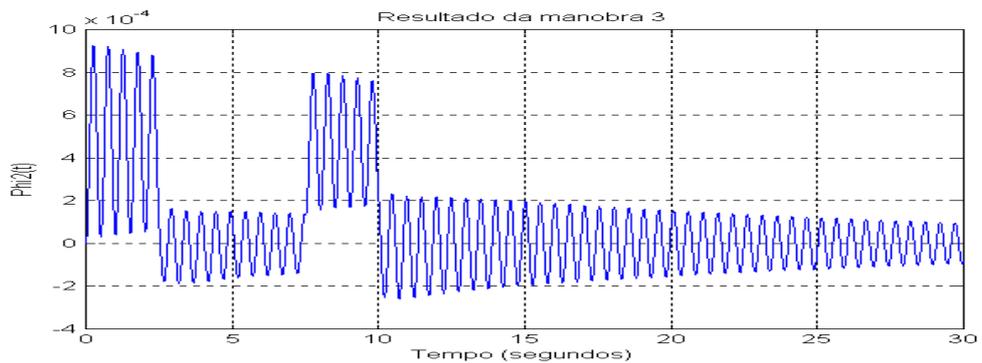


Fig. 4.51 - Manobra 3, caso 3 para o segundo modo de vibração.

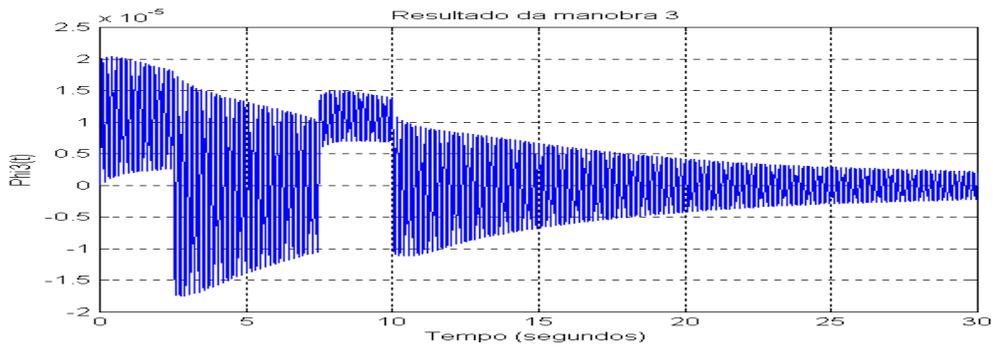


Fig. 4.52 - Manobra 3, caso 3 para o terceiro modo de vibração.

Nesse caso pode-se observar que os primeiros modos de vibração de todas as manobras foi controlado corretamente, com um tempo menor comparado ao caso com o uso de um único atuador. Também pode-se verificar que os valores escolhidos para os ganhos são bem melhores que os casos 1 e 2, pois o amortecimento ocorre mais rápido como mostrado na Figura 4.47. As amplitudes do segundo e terceiro modo de vibração são menores comparadas aos casos anteriores, esses modos também são amortecidos.

TABELA 4.13 - DESCRIÇÃO DO CASO 4

CASO 4
$\alpha_1=1000$
$\alpha_2=1000$
$\alpha_3=1000$

Estes gráficos correspondem ao Caso 4 Manobra 1:

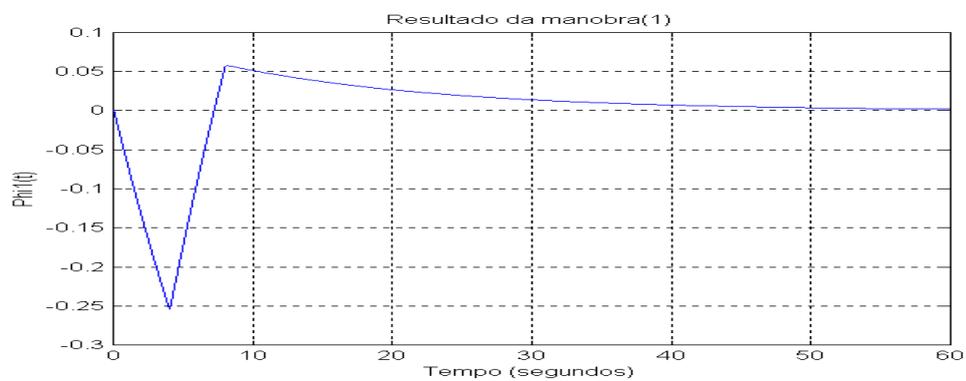


Fig. 4.53 - Manobra 1, caso 4 para o primeiro modo de vibração.

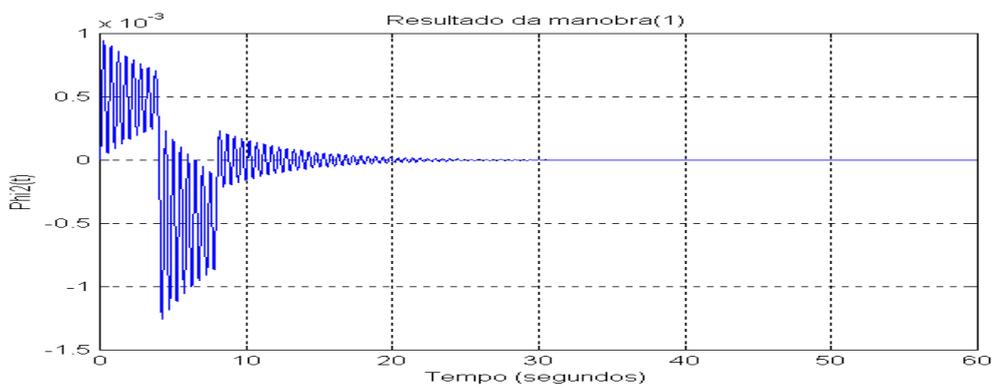


Fig. 4.54 - Manobra 1, caso 4 para o segundo modo de vibração.

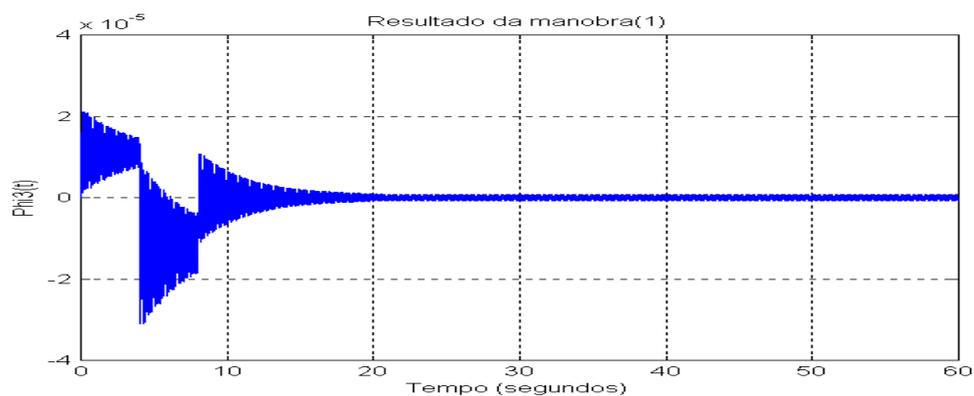


Fig. 4.55 - Manobra 1, caso 4 para o terceiro modo de vibração.

Estes gráficos correspondem ao Caso 4 Manobra 3:

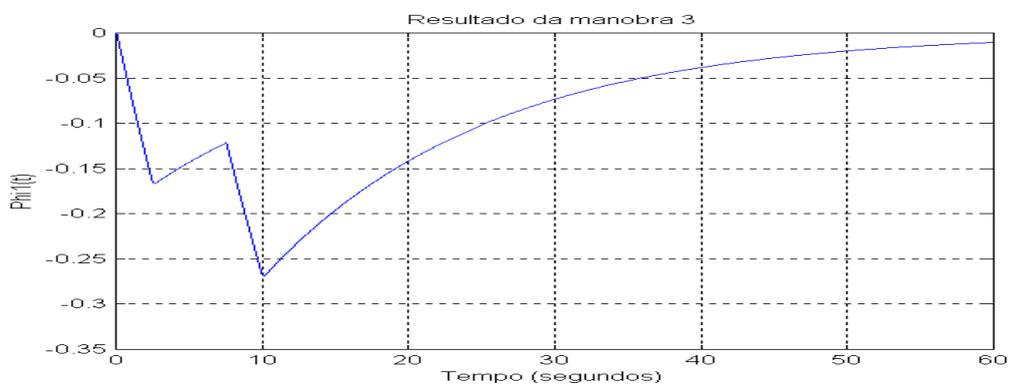


Fig. 4.56 - Manobra 3, caso 4 para o primeiro modo de vibração.

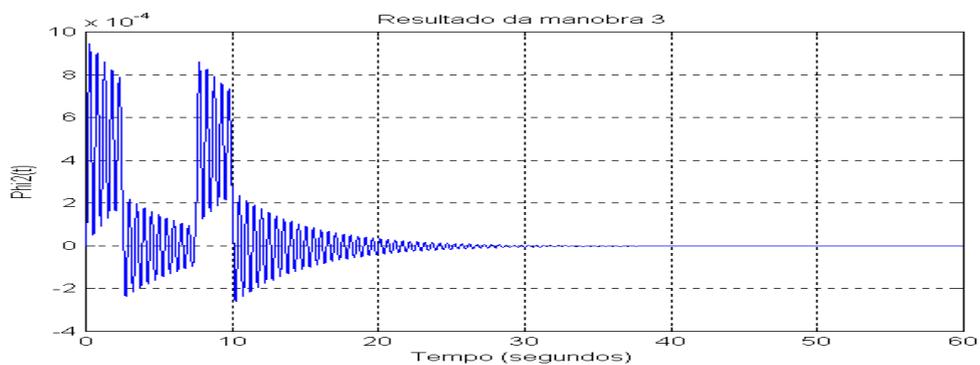


Fig. 4.57 - Manobra 3, caso 4 para o segundo modo de vibração.

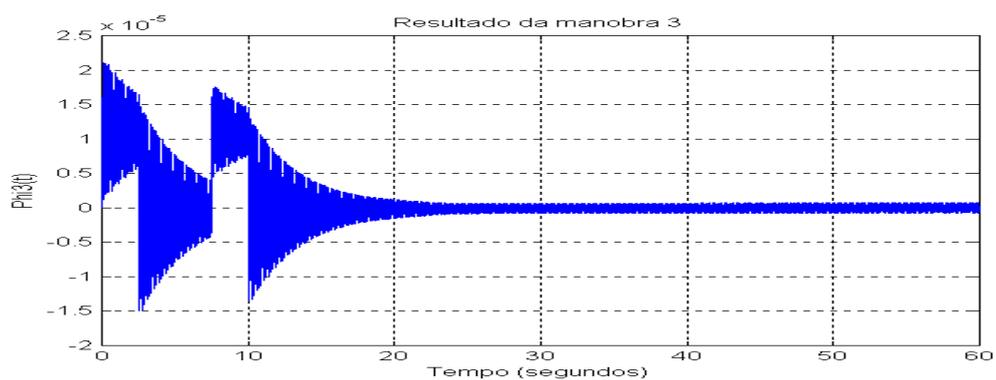


Fig. 4.58 - Manobra 3, caso 4 para o terceiro modo de vibração.

Finalmente analisando o caso 4 onde os valores dos ganhos foram aumentados mil vezes em relação ao caso 1, os resultados obtidos são aceitáveis, pois todos os modos são amortecidos e com amplitudes menores comparadas aos casos anteriores. Sendo que para o caso 4 pode-se observar que o tempo de amortecimento foi maior como nas Figuras 4.53 e 4.56, essa demora se deve ao fato da manobra utilizada, mesmo assim foi amortecida a oscilação levando o sinal para zero. Foi verificado que quanto maior o ganho melhor os resultados encontrados quanto ao amortecimento e quanto ao tempo de amortecimento, isso foi possível concluir a partir de comparações entre os quatro casos simulados.

CAPÍTULO 5

COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Nesse trabalho são apresentados os resultados do controle ativo de vibração estrutural de um satélite com apêndice flexível durante uma manobra de atitude. O sistema modelado é composto de um corpo rígido e acoplado a este um apêndice flexível. O controle está localizado na extremidade do apêndice e é formado pelo AVA juntamente com uma lei de controle do tipo PI. A tarefa do AVA é justamente amortecer as eventuais vibrações causadas pela manobra realizada. O satélite é modelado de uma forma simplificada, entretanto tenta-se manter a representatividade de um sistema complexo.

Utilizou-se a abordagem Lagrangiana para obtenção das equações de movimento do satélite. O sistema de controle foi projetado baseado no primeiro modo de vibração. O ganho selecionado é baseado numa abordagem analítica o qual mostra que o pólo e zero do primeiro modo são dominantes. Após o desenvolvimento analítico, realizou-se simulações utilizando-se o software Matlab; através desse desenvolvimento foi notado a importância de transformar a lei de controle PI para uma lei de controle P, pois a lei de controle PI é adicionada a este sistema para compensar a baixa frequência característica do AVA então é necessário uma simplificação que torna proporcional à velocidade de deflexão.

Realizou-se uma análise considerando-se o aumento do ganho calculado em dez vezes e cem vezes e pode-se observar que o sistema permaneceu com a mesma frequência de vibração mas diminui a amplitude, ou seja, o sistema tem um esforço maior, para manter a mesma frequência, através dessa análise também pode-se observar que o aumento do ganho não pode ser muito alto, pois quando considera-se de cem vezes esse aumento, há uma alteração da frequência do segundo modo de vibração, isso mostra que existe um limite para que haja aumento do ganho sem alterar a frequência.

Para as simulações realizadas utilizando-se um único atuador pode-se observar a predominância do modo fundamental, pois este move-se muito mais da posição de equilíbrio que o segundo e o terceiro modo de vibração. Os resultados obtidos também demonstram que o AVA é suficiente para o amortecimento, pois no final de cada manobra todos os modos são amortecidos gradualmente. Isto confirma que o ganho selecionado baseado no primeiro modo é uma boa aproximação.

Realizou-se um estudo considerando-se o uso de múltiplos atuadores, ou seja, utiliza-se N atuadores para amortecer N modos de vibração. Esses atuadores foram distribuídos ao longo do apêndice eqüidistantes uns dos outros. Utilizou-se valores numa forma de tentativa e erro para encontrar os ganhos e realizou-se simulações para obter comparações dos melhores valores a serem utilizados. Por meio desse estudo, pode-se verificar nos resultados encontrados que a aproximação utilizada atende a necessidade de amortecer os N modos de vibração, aplicando-se as mesmas manobras que foram utilizadas para um único atuador. O cuidado a ser tomado é quanto a escolha do ganho, pois foram estudados quatro casos diferentes em relação aos valores dos ganhos, e o que pode-se concluir dos resultados obtidos com respeito a esses valores é que quanto maior o ganho melhor o amortecimento e o tempo de amortecimento se torna menor. O caso que mostrou melhores resultados foi o caso 3, onde o valor do ganho de cada modo é igual a 100 e todas as simulações que foram realizadas mostraram bons resultados, pois foi amortecida a oscilação causada pela manobra.

Outro ponto relevante nesse trabalho é que o sucesso do controlador também está relacionado com a estratégia da manobra realizada. Dependendo da manobra pode haver ou não um bom amortecimento.

O sistema de controle projetado atendeu com eficiência o principal objetivo, mostrando que todos os modos de vibração convergem para zero, mesmo aqueles que possuem uma pequena vibração residual, por ser muito pequena é

desconsiderada, que é o de amortecer as possíveis vibrações causadas durante uma manobra de rotação do corpo rígido.

Para continuidade desse trabalho seria interessante:

- 1-Introduzir outras leis de controle do tipo PD e PID.
- 2-Considerar mais de um apêndice no modelo.
- 3-Elaborar e estudar outras manobras estratégicas.
- 4-Estudar um método analítico para obter os ganhos do sistema que utiliza múltiplos atuadores.
- 5-Implementar experimentalmente o amortecedor ativo de vibrações – AVA.
- 6-Utilizar técnicas de Controle Robusto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Gennaro, S.D. Active vibration suppression in flexible spacecraft attitude tracking. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, v. 21, n. 3, p. 400-408, May/June, 1998.
- Joshi, S. M. *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Control of large flexible space structure. , Ed. M. Thoma and A. Wyner, Springer-Verlag, 1989 . v. 131.
- Ogata, K. *Engenharia de controle moderno*. Universidade de Minnesota: Prentice Hall do Brasil, 1993. 781p.
- Papadopoulos, M., Garcia, E. Closed-Loop pole design for vibration suppression. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, v. 20, n. 2, p. 333-337, Mar/Apr, 1997.
- Silva, A. R.; Souza, L. C. G. Estudo da interação do sistema de controle e a estrutura flexível de um satélite durante manobra de transferência orbital., In: XIV Brazilian Congress of Mechanical Engineering, Dec., Bauru, 1997.
- Soares, A. M., Souza, L. C. G.; Góes, L. C. Experimental control of a multibody structure with a flexible appendages. *JSASS 11th International Session in 35th Aircraft Symposium* – paper TP-2-5, pp. 639-642, Oct., Tokio, Japan, 1997a.
- Soares, A. M., Souza, L. C. G. and Góes, L. C. Modelling, Experimental identification and LQG/LTR control of multibody system with flexible appendages. In: *XIV Brazilian Congress of Mechanical Engineering*, Dec. 08-12, Bauru, SP, 1997b.

- Soares, A. M., Souza, L. C. G. and Góes, L. C. Modal analysis of a multibody system with a flexible appendages. In: Balthazar, J. et al., ed. *Nonlinear Dynamics, Chaos, Control, and Their Applications to Engineering Science*, Rio Claro, 1997c. *Anais São José dos Campos: INPE*, 1997. v. 1, p.312-316.
- Souza, L. C. G. A generic dynamic model for robust control design. In: *Second International Aerospace Congress – IAC'97*, August, Moscou, 1997. *Anais. São José dos Campos: INPE*, 1997, p. 39.
- Souza, L. C. G. Robust control design for a flexible space with mixed uncertainty model. *Revista Brasileira de Ciências*, v. 16, p. 116-123, Fev., 1994.
- Souza, L. C. G. Robust controller design for flexible space system using a combination of LQG/LTR and PRLQG methods. *Dynamics and Control of Structure in Space III*, Editors: C.L. Kirk and Inman, Computational Mechanics Publication – CMP, 151-166, 1996.
- Wertz, J. R. *Spacecraft attitude determination and control*. London: D. Reidel Publishing Company. 1978. 861p.
- Wie, B. Active vibration control synthesis for the control of flexible structures mast flight system. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, v. 11, n. 3, p. 271-277, May./June. 1988.

APÊNDICE A

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

- Clough, R. W., Penzien, J. *Dynamics of structures*. Tokio: Kosaico Printing. 1975. 634p.
- Greensite, A. L. *Control theory: analysis and design of space vehicle flight control systems*. California: Spartan Books, 1970. 732p.
- Greenwood, D. T. *Principles of dynamics*. Canada: Prentice Hall. 1965. 518p.
- Griffin, M. D., French, J. R. *Space vehicle design*. Washington: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1991. 465p.
- Junior, F. A. *Theory and problems of differential and integral calculus*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1964. 343p.
- Junior, R. R. C. *Structural dynamics and introduction to computer methods*. United States of America: John Wiley & Sons. 1981. 527p.
- Junkins, J. L., Kim, Y. *Introduction to dynamics and control of flexible structures*. Washington: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1993. 452p.
- Junkins, J. L.; Rahman, Z. H.; Bang, H. Near-minimum-time control of distributed parameter systems: analytical and experimental results. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 14, n. 2, p. 406:415, Mar.-Abr. 1991.
- Leonhard, W. *Introduction to control engineering and linear control systems*. India: Allied Publishers Private. 1976. 243p.

- Li, Z.; Bainum, P. M. 3-D maneuver and vibration control of flexible spacecraft using the momentum exchange feedback control concept. *The Journal of Astronautical Sciences*, v. 42, n. 2, p.175-188, Abr./Jun. 1994.
- Lin, Y. Y.; Lin, G. L. General attitude maneuvers of spacecraft with flexible structures. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 18, n. 2, p. 264-271, Mar./Abr. 1995.
- Meirovitch, L. *Elements of vibration analysis*. Tokio: McGraw-Hill. 1975. 495p.
- Meirovitch, L. *Analytical methods in vibrations*. London: The Macmillan Company. 1967. 555p.
- Meirovitch, L. *Computational methods in structural dynamics*. Maryland: Sijthoff & Noordhoff International Publishers. 1980. 439p.
- Meirovitch, L.; Kwak, M. K. On the maneuvering and control of space structures. In : 1st International Dynamics of Flexible Structures in Space Conference, 03-17., Cranfield, 1990. *Anais*.
- Meirovitch, L.; Quinn, R. D. Maneuvering and vibration control of flexible spacecraft. *The Journal of Astronautical*, v. 35, n. 3, p. 301-328, July/Set. 1987.
- Meirovitch, L.; Quinn, R. D. Maneuvering and vibration control of flexible spacecraft. In: Nasa Workshop on Structural Dynamics and Control Interaction of Flexible Structures, Abril, Alabama, 1986. *Anais*. São José dos Campos: INPE, 1986, p.867-877.
- Rimrott, F. P. J. *Mechanical Engineering Series: Introductory Attitude Dynamics*. Canada: Springer-Verlag, 1988. 383p.
- Shahian, B., Hassul, M. *Control system design using matlab*. New Jersey: Prentice Hall-Englewood Cliffs. 1993. 503p.

- Silva, A. R. *Estudo do sistema de controle de um satélite artificial durante a fase de transferência orbital e apontamento*. São José dos Campos. 86p. (INPE-6397-TDI/613). Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1997.
- Silva, A. R; Souza, L. C. G.; et al Control system design for the French-Brazilian satellite. In: Second International Aerospace Congress – IAC'97, Ago./ Set., Moscow, Russia, 1997. *AbstractII-5*. Russia, 1997, p. 38.
- Sim, E.; Lee, S. W. Active vibration control of flexible structures with acceleration feedback. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 16, n. 2, p. 413-415, Mar./Abr. 1993.
- Spiegel, M. R. *Theory and problems of Laplace transforms*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1965. 261p.
- Spiegel, M. R. *Manual de fórmulas, métodos e tabelas de matemática*. São Paulo: Makron Books do Brasil Editora. 1992. 420p.
- Souza, L. C. G. Dynamic model for a flexible system aiming at a robust control design. In: *X ENIEF – Mecânica Computacional*, November, Bariloche, 1997. *Anais*. São José dos Campos: INPE, 1997. V. 18, p. 367-376.
- Timoshenko, S., Goodier, J. N. *Theory of elasticity*. Tokio: McGraw-Hill Book Company. 1934. 506p.
- Thomson, W. T. *Theory of vibration with applications*. New Jersey: Prentice Hall. 1981. 493p.