



PALAVRAS CHAVES/KEY WORDS
AUTORES/AUTHORS
SISTEMA DE CONTROLE DE ATITUDE E DE ÓRBITA
SIMULAÇÃO EM LABORATÓRIO DE SCAO
ROBÔTICA
MODELOS CINEMÁTICOS E DINÂMICO

AUTORIZADA POR/AUTHORIZED BY
Ralf Gielow
Presidente Conselho PG

AUTOR RESPONSÁVEL
RESPONSIBLE AUTHOR
Alcy Rodolfo dos Santos Carrara

DISTRIBUIÇÃO/DISTRIBUTION
☐ INTERNA / INTERNAL
☒ EXTERNA / EXTERNAL
☐ RESTRITA / RESTRICTED

REVISADA POR / REVISED BY
Agenor de Toledo Fleury

CDU/UDC
629.7.062.2

DATA / DATE
Junho 1989

TÍTULO/TITLE	PUBLICAÇÃO Nº PUBLICACION NO INPE-4864-TDL/375
	PROJETO PRELIMINAR DE UM POSICIONADOR PARA MOVIMENTAÇÃO DE UM SIMULADOR SOLAR
AUTORES/AUTHORSHIP	Alcy Rodolfo dos Santos Carrara

ORIGEM
ORIGIN
PG/DEM

PROJETO
PROJECT
FRH/CEA

Nº DE PAG.
NO OF PAGES
189

ULTIMA PAG.
LAST PAGE
167

VERSÃO
VERSION

Nº DE MAPAS
NO OF MAPS

RESUMO - NOTAS / ABSTRACT - NOTES

Este trabalho consiste no projeto preliminar de um manipulador mecânico para posicionar e movimentar um simulador solar com fins de utilização em testes de Sistemas de Controle de Atitude e de Órbita (SCAO) de satélites. Este equipamento pode ser instalado no laboratório de simulação física (LIT) do Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE). Na primeira parte do trabalho os tipos e requisitos dos testes são analisados, a configuração e geometria do robô-posicionador são determinadas. Na segunda parte os modelos cinemáticos e cinéticos são obtidos e simulados através das transformações homogêneas de Denavit-Hartenberg e da formulação recursiva de Newton-Euler para o modelo dinâmico. Esses modelos foram codificados em programas de computador em FORTRAN IV. A partir dos resultados de simulação desses modelos é possível; então, o detalhamento dos atuadores e sistema de controle para o manipulador em uma fase subsequente a este projeto.

OBSERVAÇÕES/REMARKS

Dissertação de Mestrado em Ciência Espacial/Mecânica Espacial, aprovada em março de 1989.

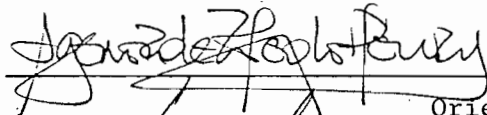
Aprovada pela Banca Examinadora
em cumprimento a requisito exigido
para a obtenção do Título de Mestre
em Ciência Espacial

Dr. Atair Rios Neto



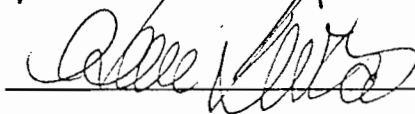
Presidente

Dr. Agenor de Toledo Fleury



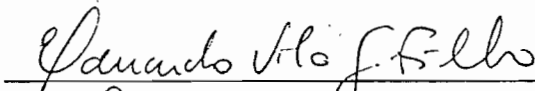
Orientador

Dr. Otávio Santos Cupertino Durão



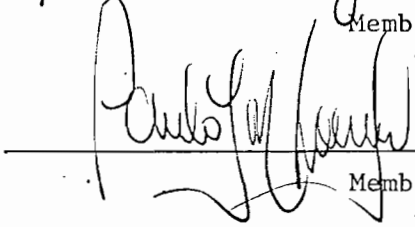
Orientador

Dr. Eduardo Vila Gonçalves Filho



Membro da Banca
-convidado-

Dr. Paulo Tadeu de Mello Lourenção



Membro da Banca
-convidado-

Candidato: Alcy Rodolfo dos Santos Carrara

São José dos Campos, 02 de março de 1989

CITAÇÃO

Inadequação do Estudo

Costumamos referir-nos ao estudo como se só houvesse uma modalidade. Entretanto, existe o estudo vivo e o estudo morto. Parece estranho, mas vou esclarecer o que isso significa. Aprender por aprender é estudo morto, enquanto aprender algo para ser utilizado na sociedade é estudo vivo. O estudo para pesquisar a Verdade é diferente, e muito importante.

(...) O estudo destina-se ao desenvolvimento do cérebro humano. É para edificar uma base, como se fosse o alicerce de uma casa. Sobre essa base, precisamos fazer uma nova construção, ou seja, utilizar o estudo, desenvolvê-lo e com ele criar coisas novas. Isso significa ajustar os passos ao contínuo progresso cultural. E não é só isso. O verdadeiro estudo vivo é aquele que avança ainda mais, desempenhando a função de orientar a cultura.

(Mokiti Okada, 25/06/1949)

A minha mãe Cida Santos.

AGRADECIMENTOS

Nesta longa jornada que foram os cursos e a Dissertação, tive o apoio e carinho de muitas pessoas. A mais efetiva e importante foi minha mãe Cida Santos que hoje dedica 25 anos de sua vida a este Instituto. Ao meu orientador e amigo Dr. Agenor de Toledo Fleury cabe a segunda maior parcela de gratidão o qual ao longo de três anos lutou ombro a ombro comigo numa tarefa que muitas vezes parecia impraticável. Houve alguns amigos que foram peças-chave ao longo do caminho citando artigos ou fornecendo dicas para a resolução de determinado problema, estes foram Valder Matos de Medeiros, Hélio Koiti Kuga, Valdemir Carrara, Sebastião Varotto, Ulisses Tadeu Vieira Guedes, Petrônio Noronha de Souza, Luiz Carlos Gadelha, Gilberto Gandelman, Dr. Marcelo Lopes de Oliveira e Souza, Dr. José Jaime da Cruz e Cássia de Assis Fleury. Na figura de co-orientador que juntou-se a equipe no final do trabalho foi preciosa a colaboração do amigo Dr. Otávio Durão com sua experiência na área de automação industrial. Muitas vezes um tapinha nas costas e palavras de ânimo e alento são coisas tão importantes quanto eficazes orientações e isso eu agradeço a todos os outros amigos que não citei e que pertencem ao extinto Departamento de Mecânica Espacial e Controle (DMC). Um agradecimento especial cabe ao ex-chefe do DMC Dr. Atair Rios Neto que me encaminhou quando cheguei aqui no INPE. Tenho muito que agradecer a Deus e Meishu-Sama por fazerem o impossível acontecer em horas que tudo parecia perdido.

ABSTRACT

The purpose of this work is to perform the preliminar design of a mechanical manipulator (a robot) to accurately move and point a sun simulator for use in satellite AOCS tests. This equipment is to be installed in INPE's (Brazilian Institute for Space Research) existing facilities. In the first part, types and tests requirements are analized and robot configuration and geometry are determined according to the test facilities. In the second part the kynematics and kinetic models are obtained and simulated through the Denavit-Hartenberg's homogeneous transformations and recursive Newton-Euler dynamic formulation computer program are codified in FORTRAN IV. Taking into account the achieved results of these model simulations one can design the actuators and control system for the manipulator in the next phase of the project.

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
LISTA DE FIGURAS	<i>xiii</i>
LISTA DE TABELAS	<i>xvii</i>
LISTA DE SÍMBOLOS	<i>xix</i>
<u>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</u>	1
<u>CAPÍTULO 2 - CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA</u>	5
2.1 - Simulação física de sistemas de controle de atitude e de órbita (SCAO) de satélites	5
2.2 - Sensores óticos de atitude	11
2.3 - Geometria Sol-Terra-Satélite	12
2.4 - Soluções conhecidas	15
2.5 - Proposta de trabalho	17
<u>CAPÍTULO 3 - DINÂMICA DO MOVIMENTO SOL-TERRA-SATÉLITE</u>	21
3.1 - Fundamentos da mecânica celeste	21
3.1.1 - Sistemas de coordenadas	21
3.1.2 - Elementos Keplerianos da órbita	23
3.1.3 - Determinação da posição do Sol no sistema orbital ...	25
3.1.4 - Condições para ocorrência de sombra	27
3.1.5 - Órbitas heliossíncronas	32
3.2 - Equacionamento da dinâmica do Sol	36
3.3 - Resultados de simulação do movimento do Sol	41
<u>CAPÍTULO 4 - PROJETO PRELIMINAR</u>	53
4.1 - Escolha da configuração	53
4.2 - Graus de liberdade e geometria do posicionador	58
4.3 - Fundamentos de robótica	63
4.3.1 - Características do processo a ser controlado	63
4.3.2 - Parâmetros de Denavit-Hartenberg	63
4.3.3 - Transformações homogêneas	64
4.3.4 - Modelo geométrico direto	66
4.3.5 - Modelo geométrico inverso	68

	<u>Pág.</u>
4.3.6 - Jacobiano	69
4.4 - Soluções adotadas	70
4.4.1 - Matrizes A_i	70
4.4.2 - Matrizes T	74
4.4.3 - Modelo geométrico direto	76
4.4.4 - Modelo geométrico inverso	77
4.4.5 - Determinação da trajetória	81
4.4.5.1 - Posição cartesiana	81
4.4.5.2 - Velocidade cartesiana	90
4.4.5.3 - Aceleração cartesiana	91
4.4.6 - Jacobiano	92
<u>CAPÍTULO 5 - SIMULAÇÃO DO MODELO DINÂMICO</u>	99
5.1 - O modelo dinâmico	99
5.2 - Formulação de Newton-Euler recursiva	102
5.2.1 - Coordenadas móveis	102
5.2.2 - Cinemática dos elementos	104
5.2.3 - Equações de movimento para manipuladores	106
5.3 - Esquema computacional	110
5.4 - Algoritmo computacional	113
5.5 - Simulação cinemática do manipulador	118
5.5.1 - Simulação cinemática em uma órbita	121
5.5.2 - Simulação cinemática em uma trajetória entre dois pontos	134
5.6 - Simulação dinâmica do manipulador	145
5.6.1 - Simulação dinâmica em uma órbita	147
5.6.2 - Simulação dinâmica em uma trajetória entre dois pontos	151
<u>CAPÍTULO 6 - CONCLUSÃO E COMENTÁRIOS</u>	157
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	163

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pag.</u>
2.1 - Componentes do SCAO	5
2.2 - Teste dinâmico em malha fechada com mesa de 3 eixos	8
2.3 - Teste dinâmico em malha fechada com mancal esférico à ar ..	9
2.4 - Geometria Sol-Terra-Satélite	14
2.5 - Desenho esquemático do posicionador desenvolvido pelo DFVLR	16
3.1 - Sistema de coordenadas geocêntrico inercial (OXYZ)	22
3.2 - Sistema de coordenadas orbital	23
3.3 - Elementos Keplerianos	24
3.4 - Coordenadas esféricas do Sol no sistema orbital	26
3.5 - Vista lateral da ocorrência de sombra na órbita	27
3.6 - Vista superior da ocorrência de sombra na órbita.	28
3.7 - Elementos para determinação do ângulo geocêntrico entre o Sol e o plano da órbita	32
3.8 - Movimento do Sol em ascensão reta no sistema geocêntrico inercial	42
3.9 - Movimento do Sol em declinação no sistema geocêntrico inercial	43
3.10 - Movimento relativo do Sol sobre um satélite sem ocorrência de sombra ($\alpha_0 = 23,34^\circ$; $\delta_0 = 9,75^\circ$)	44
3.11 - Movimento relativo do Sol sobre um satélite com ocorrência de sombra ($\alpha_0 = 342,06^\circ$; $\delta_0 = -7,60^\circ$)	44
3.12 - Azimute (α) do Sol em função do tempo	46
3.13 - Fluxograma do programa VASOL/TRAJETÓRIA	47
3.14 - Elevação do Sol (β) em função do tempo	48
3.15 - $\dot{\alpha}$ em função do tempo	48
3.16 - $\dot{\beta}$ em função do tempo	49
3.17 - $\ddot{\alpha}$ em função do tempo	49
3.18 - $\ddot{\beta}$ em função do tempo	50
3.19 - Fluxograma do programa VASOL/DINÂMICA/ESPACIAL	51
4.1 - Facilidades de teste no LIT	54
4.2 - Facilidades do teste dinâmico no DFVLR	55
4.3 - Configuração proposta	56
4.4 - Simulador solar	57

	<u>Pág.</u>
4.5 - Posição dos eixos referentes às propriedades inerciais ...	58
4.6 - Configuração do robô	60
4.7 - Ombro	61
4.8 - Braço	61
4.9 - Componente de articulação 3 do punho	62
4.10 - Cilindros externo e interno	62
4.11 - Parâmetros de Denavit-Hartenberg	64
4.12 - Versores $\hat{n}$, $\hat{o}$ e $\hat{a}$	67
4.13 - Sistemas de coordenadas dos elementos	71
4.14 - Versores $\hat{n}$, $\hat{o}$, $\hat{a}$ e o vetor $\vec{p}$	77
4.15 - Vetores $\vec{p}$, $\vec{s}$ e $\vec{p}$	84
4.16 - Versores $\hat{n}$, $\hat{o}$ e $\hat{a}$ ao longo da simulação	87
5.1 - Relações entre três sistemas de coordenadas	102
5.2 - Forças e momentos exercidos no elemento i	107
5.3 - Parâmetros relacionando elementos adjacentes	112
5.4 - Fluxograma para simulação do modelo dinâmico	115
5.5 - Fluxograma para o Gerador de Trajetórias	116
5.6 - Fluxograma para o Simulador Cinemático das juntas	117
5.7 - Parâmetros geométricos do punho	118
5.8 - Parâmetros geométricos do ombro	119
5.9 - Parâmetros geométricos do braço	119
5.10 - Parâmetros geométricos do cilindro externo	120
5.11 - Parâmetros geométricos do cilindro interno	120
5.12 - Trajetória do RPSS5 no plano X_0Z_0 (Figura 4.13)	125
5.13 - Trajetória do RPSS5 no plano X_0Y_0	125
5.14 - Trajetória do RPSS5 no plano Y_0Z_0 (Figura 5.13)	126
5.15 - Posição da junta 1 durante a órbita	126
5.16 - Velocidade angular da junta 1 durante a órbita	127
5.17 - Aceleração angular da junta 1 durante a órbita	127
5.18 - Posição da junta 2 durante a órbita	128
5.19 - Velocidade angular da junta 2 durante a órbita	128
5.20 - Aceleração angular da junta 2 durante a órbita	129
5.21 - Posição da junta 3 durante a órbita	129
5.22 - Velocidade angular da junta 3 durante a órbita	130
5.23 - Aceleração angular da junta 3 durante a órbita	130

	<u>Pág.</u>
5.24 - Posição da junta 4 durante a $\bar{o}$ rbita	131
5.25 - Velocidade angular da junta 4 durante a $\bar{o}$ rbita	131
5.26 - Aceleração angular da junta 4 durante a $\bar{o}$ rbita	132
5.27 - Posição da junta 5 durante a $\bar{o}$ rbita	132
5.28 - Velocidade angular da junta 5 durante a $\bar{o}$ rbita	133
5.29 - Aceleração angular da junta 5 durante a $\bar{o}$ rbita	133
5.30 - Trajetória no plano X_0Z_0 entre dois pontos	135
5.31 - Trajetória no plano X_0Y_0 entre dois pontos	136
5.32 - Trajetória no plano Y_0Z_0 entre dois pontos	136
5.33 - Posição da junta 1 na trajetória ponto a ponto	137
5.34 - Velocidade da junta 1 na trajetória ponto a ponto	137
5.35 - Aceleração da junta 1 na trajetória ponto a ponto	138
5.36 - Posição da junta 2 na trajetória ponto a ponto	138
5.37 - Velocidade da junta 2 na trajetória ponto a ponto	139
5.38 - Aceleração da junta 2 na trajetória ponto a ponto	139
5.39 - Posição da junta 3 na trajetória ponto a ponto	140
5.40 - Velocidade da junta 3 na trajetória ponto a ponto	140
5.41 - Aceleração da junta 3 na trajetória ponto a ponto	141
5.42 - Posição da junta 4 na trajetória ponto a ponto	141
5.43 - Velocidade da junta 4 na trajetória ponto a ponto	142
5.44 - Aceleração da junta 4 na trajetória ponto a ponto	142
5.45 - Posição da junta 5 na trajetória ponto a ponto	143
5.46 - Velocidade da junta 5 na trajetória ponto a ponto	143
5.47 - Aceleração da junta 5 na trajetória ponto a ponto	144
5.48 - Torque aplicado na junta 1 durante a $\bar{o}$ rbita	148
5.49 - Torque aplicado na junta 2 durante a $\bar{o}$ rbita	148
5.50 - Torque aplicado na junta 3 durante a $\bar{o}$ rbita	149
5.51 - Torque aplicado na junta 4 durante a $\bar{o}$ rbita	149
5.52 - Torque aplicado na junta 5 durante a $\bar{o}$ rbita	150
5.53 - Torque aplicado na junta 1 na trajetória entre dois pontos	152
5.54 - Torque aplicado na junta 2 na trajetória entre dois pontos	152
5.55 - Torque aplicado na junta 3 na trajetória entre dois pontos	153
5.56 - Torque aplicado na junta 4 na trajetória entre dois pontos	153
5.57 - Torque aplicado na junta 5 na trajetória entre dois pontos	154

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
3.1 - Comparação das forças perturbadoras com o campo central .	34
3.2 - Propriedades de órbitas heliossíncronas	36
4.1 - Propriedades inerciais e características do simulador so lar	58
4.2 - Parâmetros de Denavit-Hartenberg	72
4.3 - Ângulos α e β ao longo da simulação de uma órbita	88
4.4 - Componentes dos versores $\hat{n}$, $\hat{o}$ e $\hat{a}$	88

LISTA DE SÍMBOLOS

a	- Semi-eixo da elipse da órbita, m
$\hat{a}$	- Versor de aproximação da garra do manipulador
a_e	- Raio equatorial da Terra, m
A_i	- Transformação homogênea que descreve translação e/ou rotação entre sistemas de coordenadas de duas articulações adjacentes
A_{i-1}^i	- Matriz de rotação 3 x 3 que transforma qualquer vetor escrito no sistema de coordenadas i num vetor escrito no sistema $i-1$
a_i	- Translação de um comprimento a_i ao longo do eixo X_{i-1}
AU	- Unidade astronômica, $1,49 \times 10^8$ km
b	- Semi-eixo menor da elipse da órbita, m
CM	- Centro de massa do corpo em questão
d_i	- Translação ao longo do eixo Z_{i-1} , mm
e	- Excentricidade da elipse da órbita
F_i	- Vetor força externa total atuante no i -ésimo elemento, N
f	- Anomalia verdadeira da órbita, graus
f_i	- Força exercida no elemento i pelo elemento $i-1$, N
i	- Ângulo de inclinação da órbita, graus
i_θ	- Ângulo geocêntrico entre o Sol e o plano da órbita do satélite, graus
I_i	- Matriz de inércia, kg m^2
J	- Matriz Jacobiana (Jacobiano)
J_2	- Coeficiente dos harmônicos esféricos
M	- Anomalia média, graus
$M(\Omega, i, \omega, f)$	- Matriz de rotação do sistema inercial para o sistema orbital
m_i	- Massa do i -ésimo junta, kg

$\hat{n}$	- Versor normal da garra do manipulador
n_0	- Movimento médio do satélite, rad s^{-1}
n_i	- Momento exercido no elemento i pelo elemento $i-1$, N.m
$\hat{o}$	- Versor de orientação da garra do manipulador
N_i	- Vetor momento externo total atuante no i -ésimo elemento, N.m
P	- Período da órbita, s
$\vec{p}$	- Vetor de posição da garra do manipulador
p_i^*	- Vetor posição da origem do sistema de coordenadas da junta $i-1$ em relação ao sistema de coordenadas i , escrito no i -ésimo sistema, mm
q_i	- Coordenada generalizada que descreve a posição angular ou linear da i -ésima junta do manipulador
r	- Raio vetor do satélite no sistema orbital, m
r_s	- Raio vetor do satélite na sombra escrito no sistema orbital, m
$r_\oplus$	- Raio médio terrestre, m
$\hat{S}$	- Versor Sol no sistema inercial, m
$\hat{S}_s$	- Versor Sol sistema orbital, m
s_i	- Vetor posição do CM do i -ésimo elemento escrito no seu próprio sistema de coordenadas, mm
s.c.	- Sistema de coordenadas
sr	- Esterradiano, ângulo sólido que, tendo vértice no centro da esfera, subtende na superfície da mesma área igual ao quadrado do raio da esfera, sr
${}^i T_n$	- Transformação homogênea que descreve translação e rotação sucessiva a partir do elemento i até o elemento n
t_s	- Tempo de duração de eclipse na órbita, s
v_i	- Velocidade linear da i -ésima junta m s^{-1}
$\dot{v}_i$	- Aceleração linear da i -ésima junta, m s^{-2}

$\ddot{\mathbf{v}}_i$	- Aceleração linear do centro de massa do i -ésimo elemento, $m s^{-2}$
$\ddot{\mathbf{v}}_0$	- Vetor aceleração da gravidade, $9,80665 m s^{-2}$
α	- Ângulo de azimute do Sol no sistema orbital, graus
α_i	- Rotação em torno do eixo X_i no sentido horário de um ângulo α_i entre o eixo Z_i e o eixo Z_{i-1}
α_0	- Ângulo de ascensão reta do Sol no sistema inercial, graus
β	- Ângulo de elevação do Sol no sistema orbital, graus
γ	- Ponto de equinócio vernal
δ	- Distância de iluminação, m
δ_0	- Ângulo de declinação do Sol no sistema inercial, graus
θ	- Ângulo entre o semi-eixo maior da órbita e o raio vetor r , graus
θ_i	- Ângulo de rotação da junta $i-1$, graus
μ	- Constante de gravitação da Terra, $3,9860047 \times 10^3 m^3 s^{-2}$
τ_i	- Torque de entrada na junta i , N.m
Ω	- Argumento do nodo ascendente da órbita, graus
ω	- Argumento do perigeu, graus
ω_i	- Velocidade angular da i -ésima junta, $rad s^{-1}$
$\dot{\omega}_i$	- Aceleração angular da i -ésima junta, $rad s^{-2}$

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Este trabalho consiste no projeto preliminar de um manipulador mecânico para movimentar e posicionar um simulador solar utilizado em ensaios de Sistemas de Controle e de Órbita (SCAO) de satélites artificiais.

O SCAO é um sistema crítico de um satélite, pois através de sua atuação é possível garantir o apontamento de antenas, executar transferências de órbita, mudar a atitude do satélite para novas aquisições de dados, etc.

A crescente complexidade das missões espaciais exige que se tenha um SCAO cada vez mais multifuncional e com desempenho à altura das precisões exigidas. O processo a ser controlado é complexo e variável no tempo. Desta forma, para que se possa assegurar o sucesso da missão é necessário testar seus componentes.

Um componente importante na obtenção de informações a respeito da atitude (comportamento angular de um corpo no espaço) é o sensor solar. É através dos sensores solares que muitas ações do SCAO são comandadas. A informação gerada, neste caso, é a posição do Sol em relação a espaçonave.

Para simular as condições de iluminação e o ambiente a que estará sujeito o SCAO, a geometria Sol-Terra-Satélite, principais componentes desse cenário, tem que ser reproduzida com precisão dentro do laboratório de simulação física. Essa geometria é variável ao longo da órbita e o conhecimento preciso de sua dinâmica é requisito para que se possa testar adequadamente os sensores solares. Uma das soluções para se fazer isso é movimentar o Sol (simulador solar) deixando a Terra imóvel. No caso em estudo (INPE), o simulador de Terra das facilidades de teste disponíveis é de grandes dimensões, daí a opção por essa solução.

Dentro de um contexto de análise que envolveu aspectos de custo, precisão e simplicidade construtiva foi escolhido um robô posicionador para mover e posicionar o simulador solar dentro do laboratório.

Historicamente, os manipuladores mecânicos começaram a ser utilizados na II Guerra Mundial para manipular cargas radioativas em ambientes protegidos onde um operador situado em ambiente imune à radiação movia manualmente braços mecânicos, de modo a transferir essas cargas. Após alguns estudos foram implementados motores elétricos nas juntas desses braços e, através de algum dispositivo de comando foi possível mover cargas maiores. Posteriormente surgiram os computadores e, com o desenvolvimento de linguagens de programação adequadas, foi possível usá-los para comandar máquinas operatrizes com o fim de usinar peças de formas complexas, como perfis aerodinâmicos utilizados em aviões, de uma forma pré-programada. Os robôs surgiram com o desenvolvimento das técnicas de fabricação de peças de precisão e linguagens computacionais capazes de implementar as modernas técnicas de controle automático além de dotar a máquina da capacidade de tomar decisões baseada nas informações do ambiente externo (Inteligência Artificial).

Por outro lado o surgimento da Tecnologia Espacial tornou possível ao homem utilizar satélites artificiais para diversas aplicações que vão desde a coleta de dados a respeito das condições físicas da Terra até a exploração de outro planeta. Porém, com a complexidade dos sistemas que compõem estas espaçonaves tornou-se necessário realizar testes específicos em tais sistemas para garantir a perfeita operação.

A proposta de utilizar um manipulador mecânico programável num teste de simulação para qualificar um Sistema de Controle de Atitude e de Órbita (SCAO) de um satélite de baixa altitude é nova e na bibliografia não constam referências de semelhante uso. Esse teste consiste em reproduzir o movimento do Sol em relação ao satélite no laboratório (representado por um simulador dinâmico) em certas situações consideradas de interesse. O objetivo do presente trabalho é projetar um posicionador dinâmico capaz de posicionar e movimentar um simulador solar para ser uti-

lizado em testes num laboratório de simulação física de SCAO de satélites.

Em uma primeira análise o problema é caracterizado dentro dos requisitos e tipos de teste para o SCAO de satélites e as motivações para efetuar o teste com um simulador solar (desenvolvido pelo INPE) em movimento. Os parâmetros que serão considerados na definição do problema são apresentados no Capítulo 2.

No Capítulo 3, a dinâmica Sol-Satélite-Terra é equacionada dentro do contexto da Mecânica Celeste. São feitas simulações de uma certa órbita gerando graficamente o movimento do Sol durante a órbita de um satélite heliossíncrono.

No Capítulo 4 é apresentada toda a modelagem geométrica do robô com as soluções de projeto que foram adotadas.

No Capítulo 5 é feita a simulação cinemática e dinâmica de um caso preliminarmente projetado (em termos de contornos e geometrias do manipulador). É introduzida a formulação do modelo dinâmico, que foi implementado em computador, baseado numa comparação entre as diversas técnicas disponíveis para geração numérica deste modelo. São obtidos os torques que gerarão as trajetórias projetadas.

No Capítulo 6 é avaliada toda a formulação e analisados os resultados obtidos. Também são discutidas as direções para o prosseguimento do trabalho.

CAPÍTULO 2

CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

2.1 - SIMULAÇÃO FÍSICA DE SISTEMAS DE CONTROLE DE ATITUDE E DE ÓRBITA (SCAO) DE SATÉLITES

Controle de atitude é o nome dado ao processo de configurar e manter um corpo com uma certa orientação no espaço.

Um Sistema de Controle de Atitude e de Órbita (SCAO) de um satélite é o sistema através do qual o processo é controlado. Em geral, consiste de três tipos de componentes: os sensores de atitude, a lógica do processo de controle (representada na Figura 2.1 pela Eletrônica de Controle de Atitude e de Órbita - ECAO) e os atuadores. Os sensores de atitude determinam a atitude em que se encontra o satélite. A lógica de controle determina quando o controle é necessário, quais as ações a serem fornecidas pelos atuadores e como gerá-las. O atuador é o mecanismo que fornece a ação de controle, em geral, no caso do satélite, um torque. Esses componentes são ilustrados no diagrama de blocos da Figura 2.1.

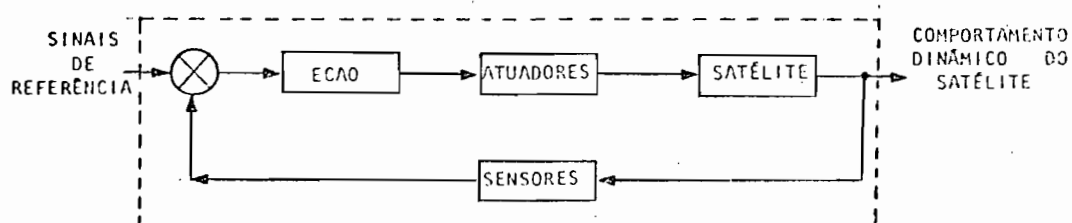


Fig. 2.1 - Componentes do SCAO.

O SCAO é programado para atuar em vários modos, nos quais gerencia as informações obtidas de vários sensores de atitude e gera funções de comando para os atuadores existentes nas malhas de controle que compõem o sistema.

Seu grau de complexidade dependerá da configuração física do satélite e da natureza da missão a que se destina.

Para qualificar o sistema de controle para a missão destinada ao satélite são necessários testes que reproduzam com precisão as condições do satélite em voo e simulem situações de ocorrência esperada durante a missão e, desta forma, verifiquem o comportamento do SCAO face a estas condições simuladas (Wertz, 1978).

A simulação do sistema de controle pode em parte ser executada por modelos de sensores, lógica de controle e atuadores que rodam em computadores digitais junto com a dinâmica do satélite em questão, porém existem condições que só podem ser obtidas quando se configura fisicamente o SCAO, numa situação bastante parecida com a do satélite em voo.

Os tipos de simulação física normalmente encontrados são aquelas em que se *estimulam* os sensores e atuadores de atitude de forma real em laboratório. Além disso, existem também aquelas simulações em que se reproduz o ambiente espacial em condições extremas com o objetivo de testar a resistência e confiabilidade dos sistemas e do satélite para uma previsão dos possíveis defeitos e paneis ocorridos em órbita. Estes últimos são chamados testes ambientais.

Quatro tipos de testes estão hoje em dia consagrados como maneiras de qualificar funcionalmente um SCAO para satélites (Fleury et alii, 1984):

- a) Simulação em computador digital.
- b) Testes estáticos em malha fechada (static closed loop tests).

c) Testes dinâmicos em malha fechada (dynamic closed loop tests).

d) Testes dinâmicos em simuladores com mancal esférico a ar.

Os três primeiros tipos de teste são os mais frequentemente utilizados na qualificação de sistemas de controle enquanto que o último pela complexidade de sua implantação é reservado a qualificação de componentes (sensores ou atuadores).

A maneira mais simples e barata de simular as manobras que qualificam um SCAO é, sem dúvida, a simulação em computador digital, porém ela não permite determinar todos os problemas embutidos no SCAO por mais perfeitos que sejam os modelos matemáticos usados para substituir os equipamentos da malha de controle. Em vista disso usa-se o teste em que o "hardware" esteja envolvido para que se possa detectar todas as prováveis pães do sistema.

Conforme mencionado em Fleury et alii (1984) os sensores (solares, de terra e estelares) serão testados fisicamente no:

a) Teste dinâmico em malha fechada com mesa de rotação controlada de 3 eixos.

b) Teste dinâmico em malha fechada com mancal esférico a ar.

Estes testes fazem parte dos quatro tipos de testes de qualificação de SCAO anteriormente mencionados. Os diagramas de bloco dos referidos testes são apresentados nas Figuras 2.2 e 2.3 (Fleury et alii, 1984).

No teste dinâmico em malha fechada com mesa servocontrolada de três eixos (Figura 2.2) os sensores ficam rigidamente ligados ao eixo mais interno da mesa servocontrolada. Os simuladores celestes (solar, de terra ou estelar) estimulam os sensores e podem se movimentar relativamente ao laboratório com seus movimentos controlados pelo computador. Sinais de sensores são processados pela ECAO e os comandos de controle são

enviados aos modelos de atuadores embutidos no sistema de computação através de anéis de contato deslizante (slip-rings) instalados nos mancais dos quadros (gimbals) da mesa. O sistema de computação usa os sinais calculados pelos modelos dos atuadores para obter o movimento do satélite. O movimento do satélite é reproduzido pelos quadros da mesa servocontrolada e, em consequência, o *satélite* adquire uma nova configuração relativa aos simuladores celestes (Fleury et alii, 1984).

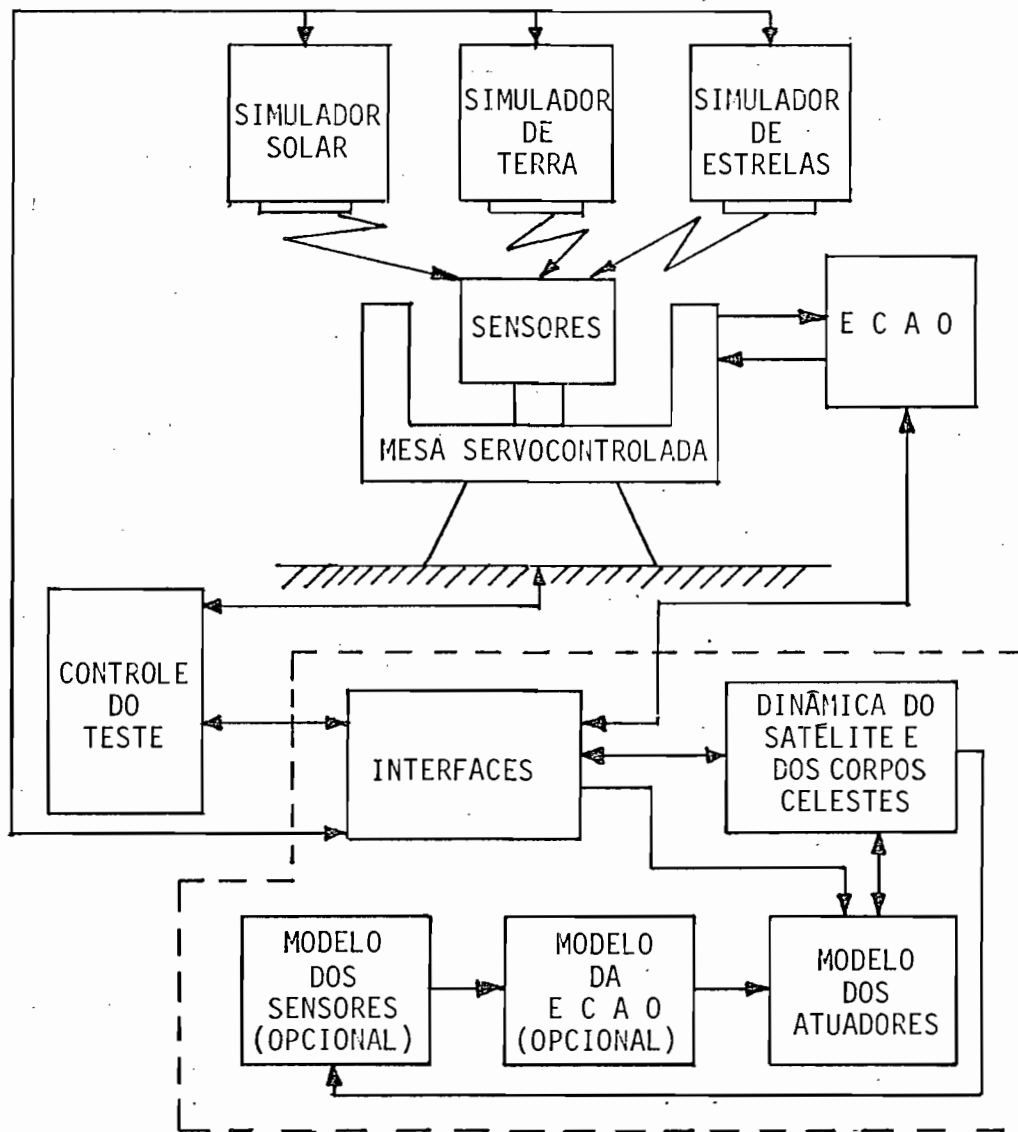


Fig. 2.2 - Teste dinâmico em malha fechada com mesa de 3 eixos.
FONTE: Fleury et alii (1984).

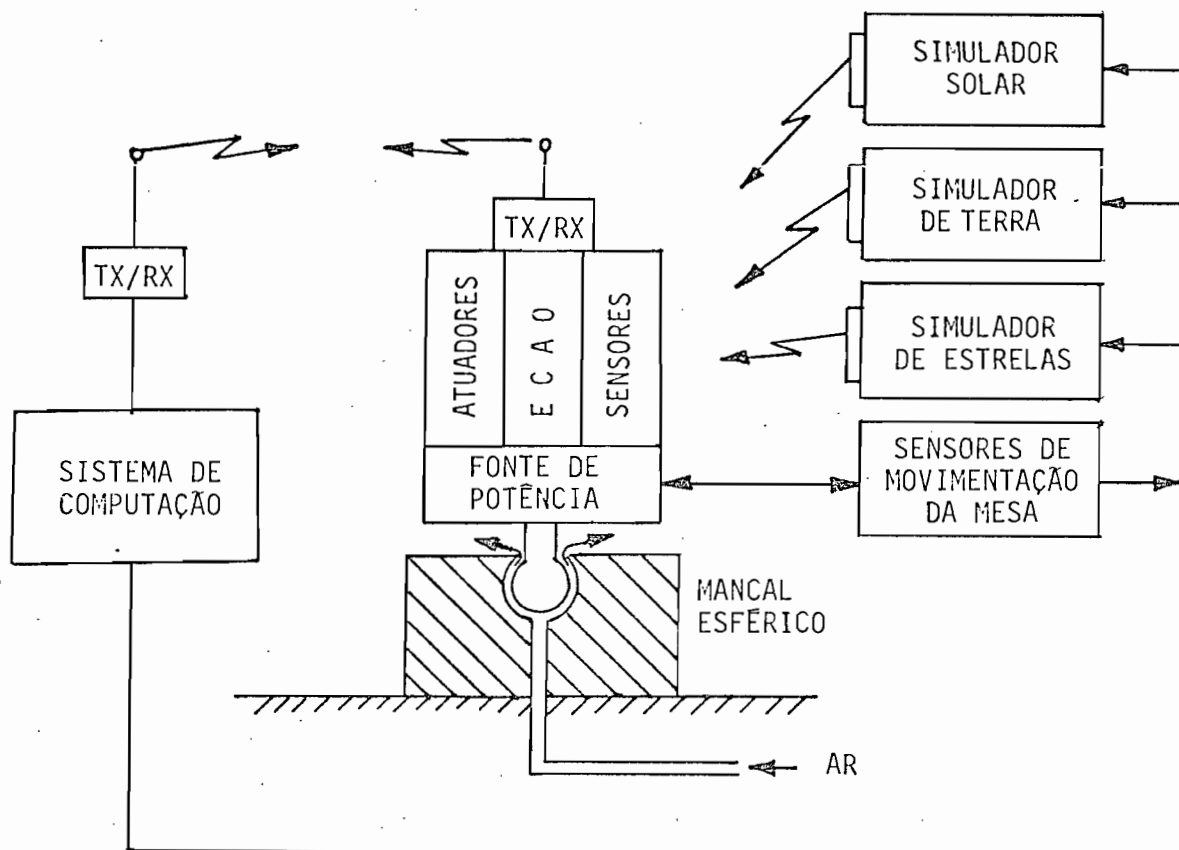


Fig. 2.3 - Teste dinâmico em malha fechada com mancal esférico a ar.

FONTE: Fleury et alii. (1984).

Ainda em relação a Figura 2.2 as setas que apontam para os sensores representam as referências para determinação da atitude do satélite. Dependendo do controle do teste, ou seja, do tipo de manobra ou forma de controle que se está testando, essas informações determinarão a movimentação da mesa conforme o sinal de controle que for fornecido aos servomotores da mesa e determinarão uma nova atitude. Um outro aspecto importante para compreensão da forma como o teste é realizado é que o computador que o controla contém um módulo que determina a dinâmica do satélite e dos corpos celestes envolvidos na determinação da atitude do satélite. Este módulo comanda os posicionadores que são necessários, conforme o caso, à movimentação dos simuladores de corpos celestes para que possam configurar novas referências para determinar outras atitudes do satélite.

De acordo com estas direções está sendo finalizado um laboratório específico para simuladores de SCAO no Laboratório de Integração e Testes (LIT) do INPE. As primeiras aplicações serão efetuadas em SCAO de satélites de baixa altitude ($h = 400$ a 2000 km).

As posições da Terra e do Sol se modificam ao longo de um teste dinâmico desta natureza. A Terra não muda muito a sua imagem na esfera celeste centrada na espaçonave sendo necessário reproduzir o disco terrestre com $\approx 130^\circ$ de visada do satélite. Isso gera um equipamento de grande volume, peso elevado e, desta forma, com grande inércia e difícil de movimentar. Para um satélite próximo à Terra ela é o segundo objeto celestial mais brilhante e representa até 40% do céu. Sendo assim, representa um alvo espalhado para o sensor de Terra ou de horizonte ($3,9$ este radianos a 500 km de altitude) e, logicamente a aproximação de fonte puntual luminosa válida para o Sol não pode ser empregada (o Sol subtende 7×10^{-5} sr, Betelgeuse a estrela com o maior raio angular subtende 6×10^{-14} sr).

Uma forma de executar em laboratório a dinâmica da geometria Satélite-Terra-Sol seria computar através de uma propagação de órbita simplificada a posição do Sol em azimuth e elevação num sistema de coordenadas orbital. A Terra deve ficar fixa em relação ao pacote de sensores colocado nos quadros da mesa (podendo admitir uma pequena variação de altura no caso de simular a dinâmica de uma órbita elíptica) e o simulador solar é movimentado de acordo com a dinâmica acima referida. As razões para esta sugestão residem no peso e dimensão do simulador de Terra e na velocidade de movimentação requerida para o Sol.

No presente trabalho projeta-se, preliminarmente, um posicionador para que, controlado por computador, movimente um simulador solar de forma a alcançar as finalidades dos testes anteriormente descritos (Figuras 2.2 e 2.3) seguindo as direções acima mencionadas.

2.2 - SENSORES ÓTICOS DE ATITUDE

Os sensores solares são os sensores óticos mais largamente utilizados. Em geral, um ou dois tipos de sensor solar voam no satélite. A versatilidade desse tipo de sensor se deve ao fato do pequeno raio angular do Sol ($0,267^\circ$ a distância de 1 AU) que é aproximadamente independente da órbita e, desta forma, uma aproximação por fonte luminosa puntual é válida para a maioria das aplicações. Este fator simplifica o projeto do sensor e dos algoritmos de determinação de atitude. O Sol é suficientemente brilhante para permitir o uso de equipamentos simples e confiáveis sem problemas de confundi-lo com outras fontes luminosas existentes e consomem pouca potência durante seu funcionamento. Quase todos os satélites utilizam o Sol como fonte de potência. Os sistemas de controle de atitude são frequentemente baseados no uso do Sol como pulso de referência para ativar jatos em atuadores (ou torques) ou, mais geralmente, sempre que informações sobre ângulos de fase são requeridas. Os sensores solares são também utilizados para proteger equipamentos sensíveis (tais como sensores de estrelas), para fornecer uma referência para o controle de atitude interno, ou para posicionar painéis de células solares.

Uma observação a ser feita é que, na maioria das órbitas, o Sol está disponível na maior parte da órbita (superior a 2/3). Porém, quando há ocorrência de eclipse, utilizam-se as propagações de atitude com as informações fornecidas pelos sensores inerciais (giroscópios, giroômetros, etc.)

As três classes básicas de sensores solares são:

- a) Sensores analógicos: têm um sinal de saída que é uma função contínua do ângulo solar.
- b) Sensores de presença do Sol: fornecem um sinal de saída constante toda vez que o Sol está dentro do campo de visão (FOV).
- c) Sensores digitais: fornecem uma saída discreta e codificada que é uma função do ângulo solar. Podem ser de um eixo fornecendo o

ângulo solar (ângulo do Sol com o eixo de rotação do satélite) ou de dois eixos que fornecem, geralmente, um ângulo de azimute e um ângulo de elevação, ambos definidos no sistema do satélite.

Os sensores de Terra ou de horizonte são importantes para a navegação espacial, em particular para satélites que monitoram recursos naturais da Terra, condições climáticas, etc. A detecção apenas da presença da Terra não satisfaz os objetivos de determinação de atitude pois fornece somente dois ângulos formados pelos eixos de atitude da espaçonave com o vetor fornecido pelo sensor de Terra, chamado vetor de nadir, que tem sua origem na espaçonave e é dirigido para o centro da Terra. Assim, um eixo de atitude fica com sua posição indeterminada. Quase todos os sensores de Terra são projetados para localizar o horizonte da Terra e, desta forma, determinar o vetor de nadir. Os sensores de horizonte são os principais meios para determinar diretamente a orientação da espaçonave com relação à Terra.

Os sensores de estrelas medem coordenadas de estrelas no sistema de coordenadas da espaçonave e fornecem informações de atitude quando as coordenadas observadas são comparadas com direções estelares obtidas de um catálogo de estrelas. Em geral, sensores estelares são os sensores mais precisos, conseguindo precisões da ordem de 1 arcosegundo. Todavia seu custo é alto, são pesados, caros e necessitam mais energia do que qualquer outro sensor de atitude. Um problema adicional é o grande volume computacional requerido para o processamento das informações. Consequentemente esse tipo de sensor é refinado e caro só se justificando em missões que exigem grande capacidade de apontamento. Além disso tem problemas de interferência de outras fontes brilhantes tais como o Sol, a Terra ou outras (Wertz, 1978).

2.3 - GEOMETRIA SOL-TERRA-SATÉLITE

Conforme mencionado anteriormente, a Terra representa 40% do céu para o satélite em órbita próxima da Terra enquanto o Sol é um ponto luminoso devido ao seu pequeno raio angular, visto do satélite.

Dado que a órbita do satélite é uma elipse com um dos focos no centro da Terra, no caso presente de satélite terrestre, são necessárias seis variáveis para descrever sua posição no espaço (semelhante a um corpo rígido no espaço): o semi-eixo maior a ; a excentricidade e (que é nula no caso da órbita circular); o ângulo de inclinação do plano da órbita com o Equador i ; o ângulo do nodo ascendente Ω que descreve o ponto onde o satélite cruza o plano do Equador; o ângulo que fornece a posição do ponto onde se encontra mais próximo da Terra chamado argumento do perigeu ω e o ângulo que fornece a sua posição em relação a passagem pelo perigeu em termos de um movimento angular médio que é a anomalia média M . Estes elementos da órbita serão descritos no Capítulo 3.

Para um sistema de coordenadas fixo no satélite a Terra quase não se movimenta a menos que o satélite apresente um movimento de rotação em torno de seu centro de massa. No caso de órbita elíptica o ângulo de visada da Terra irá variar e para órbita circular permanecerá constante.

O Sol se movimenta assumindo posições diferentes ao longo de uma órbita (na realidade o satélite é que se move) com trajetórias diferentes dependendo da altitude, ângulo de inclinação do plano da órbita, ângulo do argumento do nodo ascendente e a posição em que o Sol se encontra no sistema de coordenadas centrado na Terra. Seu movimento aproximadamente esférico na abóbada celeste necessita apenas dois ângulos para que se descreva sua posição.

Definido o sistema de referência onde estas posições serão descritas pode-se gerá-las a partir de um algoritmo de propagação de órbita. A Figura 2.4 ilustra a geometria do problema para um satélite heliosíncrono (que é o tipo de satélite em que as condições de iluminação do Sol são mantidas durante a missão).

Como o satélite orbita em torno da Terra haverá eclipse conforme as condições de iluminação fazendo com que neste trecho da órbita o satélite só enxergue a Terra e algumas estrelas. Estas condições também podem ser implementadas através de algoritmos.

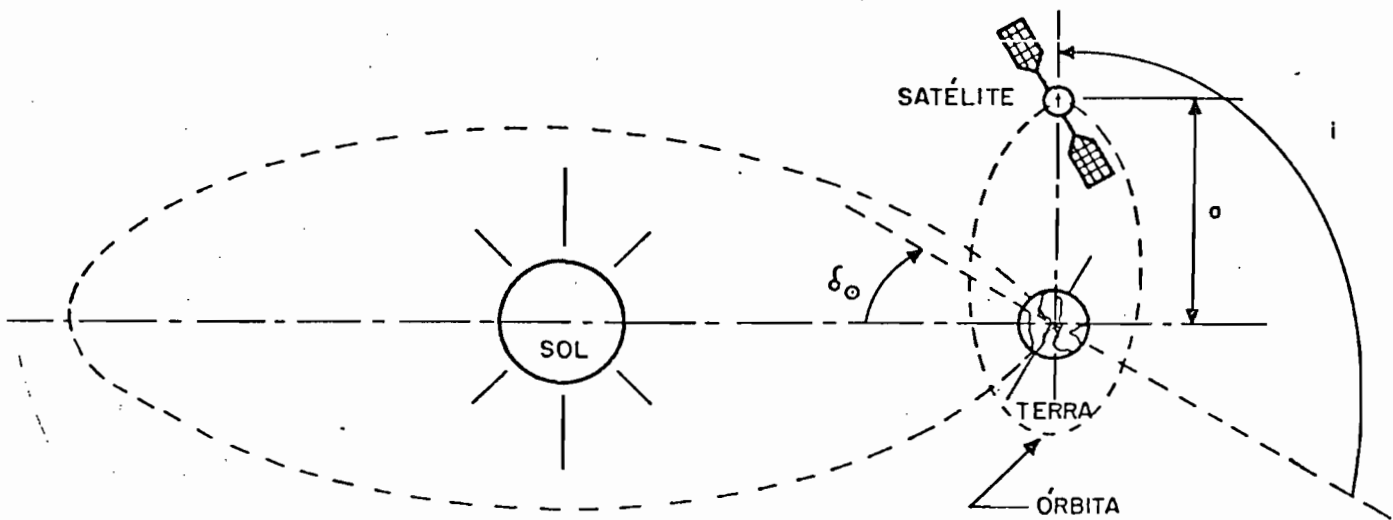


Fig. 2.4 - Geometria Sol-Terra-Satélite.

Os equipamentos mencionados na Seção 2.1 participam do teste dinâmico da seguinte forma: o simulador dinâmico de 3 eixos (mesa de rotação controlada da CONTRAVES) simula o movimento em atitude do satélite em órbita (rotações em torno de seu CM); o simulador de horizonte simula a visibilidade da Terra; o simulador solar a visibilidade do Sol.

Para simular a geometria Sol-Satélite-Terra ao longo da missão existem duas motivações:

- 1) Realizar um teste contínuo em que uma órbita completa é simulada verificando o comportamento do SCA0/sensor solar fase às várias condições desse percurso.
- 2) Teste em pontos determinados com posicionamento a intervalos de tempo controlados para aquisição de dados em diversas situações consideradas de interesse. Um caso de teste poderia ser a simulação com um intervalo de dois anos da missão em pontos selecionados, porém, realizada durante um dia no laboratório.

Em ambos os casos um posicionamento preciso, dinâmico e automatizado é necessário para evitar a situação de microposicionamento manual seguido de demoradas aferições, o que anula a viabilidade do teste dinâmico.

2.4 - SOLUÇÕES CONHECIDAS

O simulador solar, em geral, constitui-se de um tudo em L que gera um raio luminoso com feixe colimado que independentemente de sua distância com relação ao sensor solar, subtende a mesma abertura angular. O feixe é produzido por lâmpadas de Xenon que devem emitir a mesma potência luminosa por unidade de área que o Sol nas condições reais de órbita. Um dos erros de medida angular dos sensores solares é a função da variação local da radiação solar (DFVLR, 1983) e isso deve ser evitado no projeto do simulador. Um bom simulador solar é resultado de um projeto cuidadoso sob os pontos de vista óptico, eletrônico e mecânico, o que geralmente leva a um conjunto pesado e de operação difícil. Mais ainda a situação complica caso se pretenda resolver o problema de simulação dinâmica da geometria Satélite-Terra-Sol. Uma das poucas soluções conhecidas é aquela proposta pelo Deutsche Forschungs und Versuchsanstalt für Luft und Raumfahrt e.V. (DFVLR), a agência espacial alemã. Neste caso, o simulador solar é preso a uma estrutura circular que se move sobre um trilho também circular atendendo às variações do azimute do Sol através do deslocamento da estrutura sobre o trilho e às variações da elevação do Sol através da rotação de um braço que suporta o simulador solar girando em torno de um eixo radial em relação a estrutura circular. O equipamento é esquematizado na Figura 2.5. O simulador dinâmico de 3 eixos é colocado no centro do trilho circular e a interseção dos eixos do simulador dinâmico fica no ponto indicado no esquema da Figura 2.5.

O esquema do INPE não permite esse tipo de montagem pois o simulador dinâmico usa um outro tipo de configuração que exige que o posicionador do simulador seja colocado externamente de modo a não interferir nos movimentos dos quadros do simulador dinâmico que é empregado nesse caso.

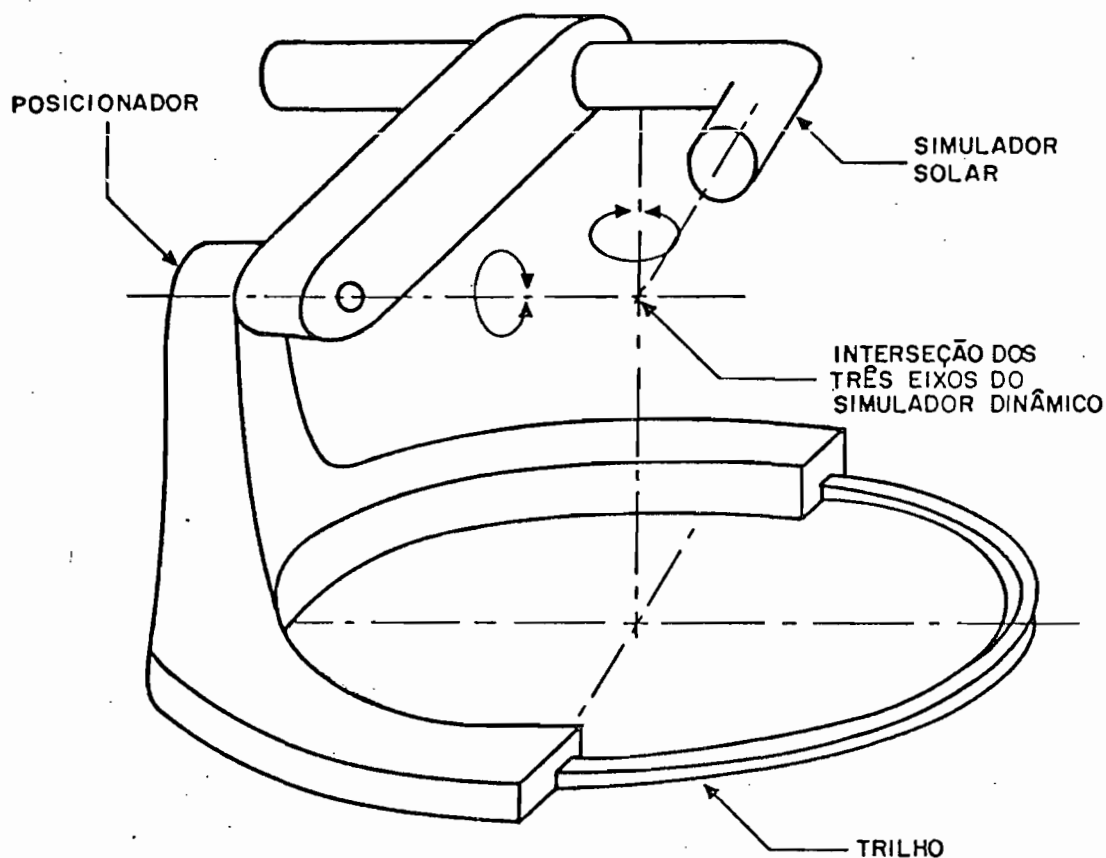


Fig. 2.5 - Desenho esquemático do posicionador desenvolvido pelo DFVLR.

FONTE: DFVLR (1983).

As soluções de projeto adotadas no dispositivo alemão tem como principais vantagens a facilidade de posicionamento do simulador solar (azimute e elevação são diretamente posicionados) e a grande liberdade de movimento angular ($\pm 90^\circ$ em azimute e $\pm 69^\circ$ em elevação). Os deslocamentos são servo-assistidos.

Porém, as dimensões do equipamento são de tal forma grandes que não é possível garantir grandes precisões, devido à necessidade de usar dimensões de uma circunferência de aproximadamente 4m de diâmetro. A imprecisão de acabamento pode ocasionar vibrações indesejáveis, além de folgas que geram falhas no posicionamento do simulador solar. Um outro aspecto é que, devido aos requisitos de precisão, foram utilizados controladores muito caros, o que, acrescido a um custo de fabricação já bem

elevado, tornam o custo total proibitivo. O equipamento, da forma como foi construído e concebido, permite testar os efeitos da radiação solar em vários ângulos de inclinação porém o efeito dinâmico do Sol não é pretendido. Problemas principalmente na resposta em frequência de seu controlador levaram a que não se prestasse à simulação do efeito dinâmico. Como exemplo, o braço de rotação tem uma precisão de posicionamento de $\pm 0.8^\circ$ enquanto que o ângulo subtendido pelo feixe luminoso é de 32 arco-minuto (DFVLR, 1983). Isto faz com que o teste em movimento seja inviável.

Uma solução de baixo custo, boa precisão e razoável flexibilidade, é utilizar um manipulador mecânico. As precisões de posicionamento, em casos extremos, atingem centésimos de milímetro podendo-se chegar a milésimos de milímetro. Simulando-se o movimento do Sol em algumas órbitas pode-se analisar a viabilidade dessa solução tendo-se como base o espaço disponível para a instalação do posicionador, as dimensões do simulador dinâmico de 3 eixos e o tamanho e peso do simulador solar.

Este tipo de solução teria como vantagem adicional o fato de ser diretamente aplicável a situações em que se tem alvos móveis, configuração bastante utilizada na simulação física de outros objetos aeroespaciais que não satélites. Embora nesse último caso a idéia de um posicionador dinâmico já seja bastante utilizada (CONTRAVES, 1987), na simulação física de SCAO de satélites essa proposta nos parece totalmente original.

2.5 - PROPOSTA DE TRABALHO

No presente trabalho são tratados os diversos aspectos envolvidos no projeto preliminar de um posicionador para um simulador solar típico. Este dispositivo deverá ser projetado e construído no INPE para atender aos requisitos de qualificação do teste dinâmico em malha fechada com mesa de 3 eixos descrito na Seção 2.1. Tais requisitos são pertinentes a testes para sistemas de controle de atitude e de órbita para satélites de baixa altitude.

A partir de movimentos comandados e controlados por computador o posicionador deverá ser capaz de simular a iluminação de uma órbita, dentro de certas faixas de azimute e elevação do Sol no sistema de referência orbital, ou movimentos particulares de atitude do satélite em órbita com a precisão desejada para qualificação do sensor solar e do "hardware" do SCAO.

De acordo com o RIA (Robot Institute of America) um robô é: "um simulador programável, multifuncional projetado para mover material, peças, ferramentas ou dispositivos especializados através de movimentos programados variáveis para a execução de uma variedade de tarefas". Por outro lado a BRA (British Robot Association) define um robô da seguinte forma: "Um dispositivo reprogramável projetado tanto para manipular quanto para transportar peças, ferramentas ou implementos especializados de fabricação através de movimentos programados variáveis para a realização de tarefas de fabricação específicas" (Rānky and Ho, 1985). Desta forma o posicionador em questão pode ser caracterizado como um robô. Com a configuração e a geometria do robô definidas, serão apresentados a seguir, os fundamentos da robótica, que tornam possível a obtenção dos modelos necessários para que se prossiga com o projeto. Obtidos estes modelos serão determinadas as soluções para o robô em questão.

No Capítulo 3 será analisada a geometria Sol-Terra-Satélite dentro do enfoque da Mecânica Celeste. As condições de sombra serão obtidas com o objetivo de sua implementação em computador. A partir dessa geometria será gerada a dinâmica solar. Com essa dinâmica são gerados e apresentados resultados de simulação do movimento do Sol para uma órbita típica.

No Capítulo 4 o projeto preliminar será desenvolvido baseado nos resultados de simulação anteriores. A partir daí escolhe-se a configuração do posicionador e os graus de liberdade e a geometria serão determinados. A síntese do tipo, do número e das dimensões do posicionador também será feita. Com a determinação dos graus de liberdade e da geometria do manipulador mecânico torna-se necessário modelar a geometria e a dinâmica do posicionador para que se possa determinar forças e/ou

torques requeridos para movimentar o simulador solar.

No Capítulo 5, a dinâmica obtida através dos modelos acima mencionados será simulada em computador dentro de certos parâmetros e geometrias previamente definidos em função dos requisitos de projeto e teste.

No Capítulo 6 serão apresentadas as conclusões do trabalho e direções a seguir no projeto detalhado do robô.

CAPÍTULO 3

DINÂMICA DO MOVIMENTO SOL-TERRA-SATÉLITE

A necessidade de posicionar o simulador solar depende dos requisitos dentro dos quais o SCAO foi projetado. Os processos que serão controlados pelo SCAO necessitam de controle em tempo real visto que o satélite se encontra em movimento ao longo de sua órbita e está sujeito a atuação de forças externas que variam dependendo da região em que o mesmo se encontra. Os requisitos de apontamento das antenas e/ou sensores do satélite para transmissão de dados e telemetria tornam este controle mais crítico conforme a natureza da missão.

Neste capítulo é obtida a modelagem dinâmica do movimento relativo do Sol sobre o satélite para permitir que o simulador solar cumpra seu papel nas simulações dinâmicas. Como a atitude do satélite é definida em relação ao sistema de coordenadas orbital, a distância será equacionada em relação a esse sistema.

3.1 - FUNDAMENTOS DA MECÂNICA CELESTE

3.1.1 - SISTEMAS DE COORDENADAS

São utilizados dois sistemas de coordenadas neste trabalho: o sistema de coordenadas geocêntrico inercial e o sistema de coordenadas orbital.

O sistema de coordenadas geocêntrico inercial é ilustrado na Figura 3.1. Este sistema de coordenadas também é conhecido como Sistema Cartesiano Celeste Médio dentre os sistemas de coordenadas geocêntricos porque utiliza o pólo Norte Médio, não considerando o movimento de precessão geral e nutação da Terra. Este sistema é definido como se segue:

- a) Origem: centro de gravidade da Terra.
- b) Eixo OZ: dirigido para o pólo Norte Médio (W3).

c) Eixo OX: dirigido para o ponto vernal médio (W1).

d) Eixo OY: a 90° de OX no sentido direto (W2).

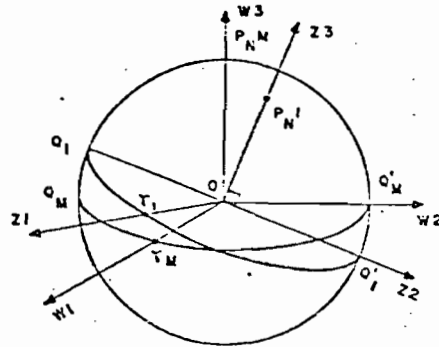


Fig. 3.1 - Sistema de coordenadas geocêntrico inercial (OXYZ).

A linha do equinócio vernal (γ) é definida pela interseção do plano da eclíptica (plano da órbita da Terra em torno do Sol) com o plano do Equador e o ponto vernal está na linha imaginária que vem do centro da Terra ao Sol no primeiro dia do outono no hemisfério Sul ou primeiro dia da primavera no hemisfério Norte. O ponto vernal médio é o correspondente às 00:00 horas do primeiro dia do ano de 1950.

O sistema de coordenadas orbital é ilustrado a seguir na Figura 3.2. Na direção radial da órbita situa-se o eixo Z_s . Na direção transversal da órbita coincidindo com a direção da velocidade e no mesmo sentido situa-se o eixo X_s . O eixo Y_s completa o triedro no sentido positivo.

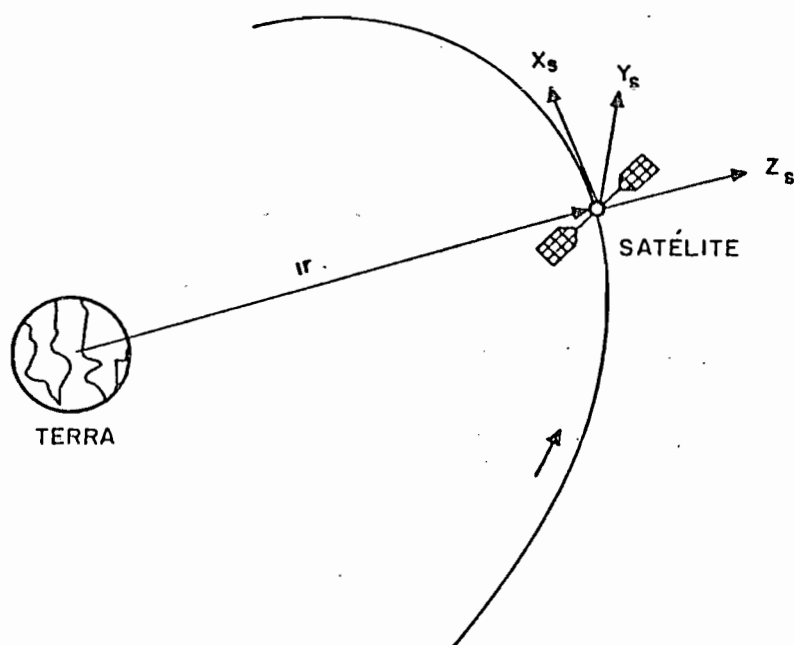


Fig. 3.2 - Sistema de coordenadas orbital.

3.1.2 - ELEMENTOS KEPLERIANOS DA ÓRBITA

Definido o sistema de coordenadas geocêntrico inercial pode-se definir os elementos keplerianos ou elementos orbitais, baseado na Figura 3.3.

Para definir a posição de um satélite na órbita no espaço são necessárias seis coordenadas visto que a órbita pode ser encarada como um sólido no espaço. São tais coordenadas: a o semi-eixo maior da elipse que é descrita pelo satélite: e é a excentricidade da elipse da órbita: i o ângulo da inclinação entre o plano da órbita e o plano do Equador no sentido indicado na Figura 3.3; ω é o ângulo medido a partir da linha dos nodos até onde se localiza o perigeu (Π) ou o ponto onde o satélite está mais próximo da Terra; Ω é o argumento do nodo ascendente ou o ângulo entre o eixo X do sistema geocêntrico inercial e a linha que vai do centro

da Terra até o ponto em que a órbita cruza o plano do Equador; M é a anomalia média que é o ângulo medido a partir do perigeu onde se localizaria o satélite se estivesse numa órbita circular após o mesmo intervalo de tempo em relação ao tempo de passagem pelo perigeu.

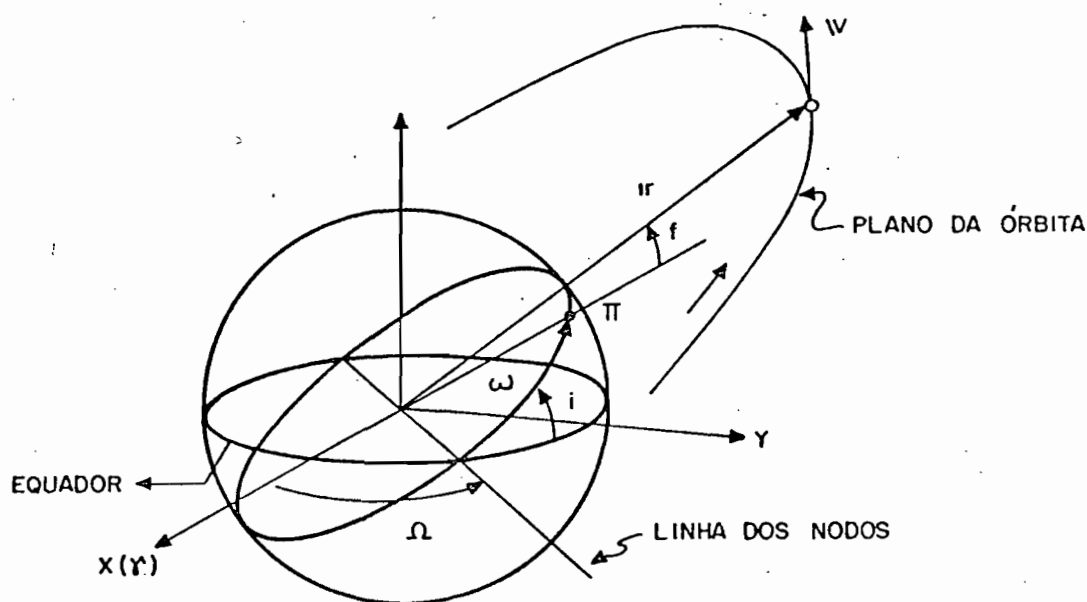


Fig. 3.3 - Elementos Keplerianos.

FONTE: Pilchowski et alii (1981).

A posição do Sol no sistema geocêntrico inercial é descrita através de dois ângulos: $\alpha_{\odot}$, a ascensão reta do Sol, é o ângulo medido no plano do Equador a partir do eixo X com vértice no centro da Terra até o ponto onde se encontra a coordenada do Sol; $\delta_{\odot}$, a declinação do Sol é o ângulo medido a partir do plano do Equador com vértice no mesmo ponto no sentido vertical até onde se encontra o Sol.

3.1.3 - DETERMINAÇÃO DA POSIÇÃO DO SOL NO SISTEMA ORBITAL

Tendo-se a ascensão reta (α_0) e a declinação do Sol (δ_0) pode-se determinar o versor Sol ($\hat{S}$), que é definido no sistema geocêntrico inercial:

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} \cos\alpha_0 \cos\delta_0 \\ \sin\alpha_0 \cos\delta_0 \\ \sin\delta_0 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Aplicando uma matriz de rotação que permita obter um versor escrito no sistema orbital a partir de um versor escrito no sistema geocêntrico inercial pode-se obter o versor Sol no sistema orbital.

$$\hat{S}_s = M(\Omega, i, \omega, f) \hat{S}, \quad (3.2)$$

onde $\hat{S}_s$ é o versor Sol escrito no sistema orbital, a anomalia verdadeira ou o ângulo medido a partir do perigeu até o ponto onde se encontra o satélite e cujo vértice se localiza no centro da Terra, ou seja, num dos focos da elipse da órbita. A matriz $M(\Omega, i, \omega, f)$ é dada por:

$$M(\Omega, i, \omega, f) = \begin{pmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ R_x & R_y & R_z \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

cujos elementos são:

$$\begin{aligned} P_x &= -\cos\Omega \sin(\omega+f) - \sin\Omega \cos i \cos(\omega+f) \\ P_y &= -\sin(\omega+f) \sin\Omega + \cos(\omega+f) \cos i \cos\Omega \\ P_z &= \sin i \cos(\omega+f) \\ Q_x &= \sin i \sin\Omega \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$Q_y = -\sin i \cos \Omega$$

$$Q_z = \cos i$$

$$R_x = \cos \Omega \cos(\omega+f) - \sin \Omega \cos i \sin(\omega+f)$$

$$R_y = \sin \Omega \cos(\omega+f) + \cos \Omega \cos i \sin(\omega+f)$$

$$R_z = \sin i \sin(\omega+f)$$

Obtendo-se o vetor $\hat{S}_s$ as coordenadas x_s, y_s, z_s são determinadas e assim obtêm-se a posição do Sol no sistema orbital em coordenadas esféricas:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{y_s}{x_s} \right) \quad (3.5)$$

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{z_s}{\sqrt{x_s^2 + y_s^2}} \right)$$

A Figura 3.4 ilustra as coordenadas α , azimute do Sol no sistema orbital e β , a elevação do Sol no mesmo sistema.

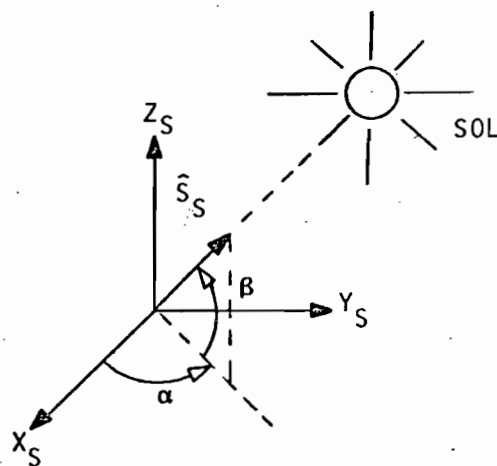


Fig. 3.4 - Coordenadas esféricas do Sol no sistema orbital.

Estes resultados foram obtidos por Medeiros e Souza (1986). Nesse trabalho também se encontra a sub-rotina POSOL escrita em FORTRAN IV que obtém α e β dado o versor Sol no sistema inercial ($\hat{S}$) e os elementos orbitais.

3.1.4 - CONDIÇÕES PARA OCORRÊNCIA DE SOMBRA

As Figuras 3.5 e 3.6 ilustram as condições geométricas da órbita e da posição do Sol para que haja ocorrência de sombra.

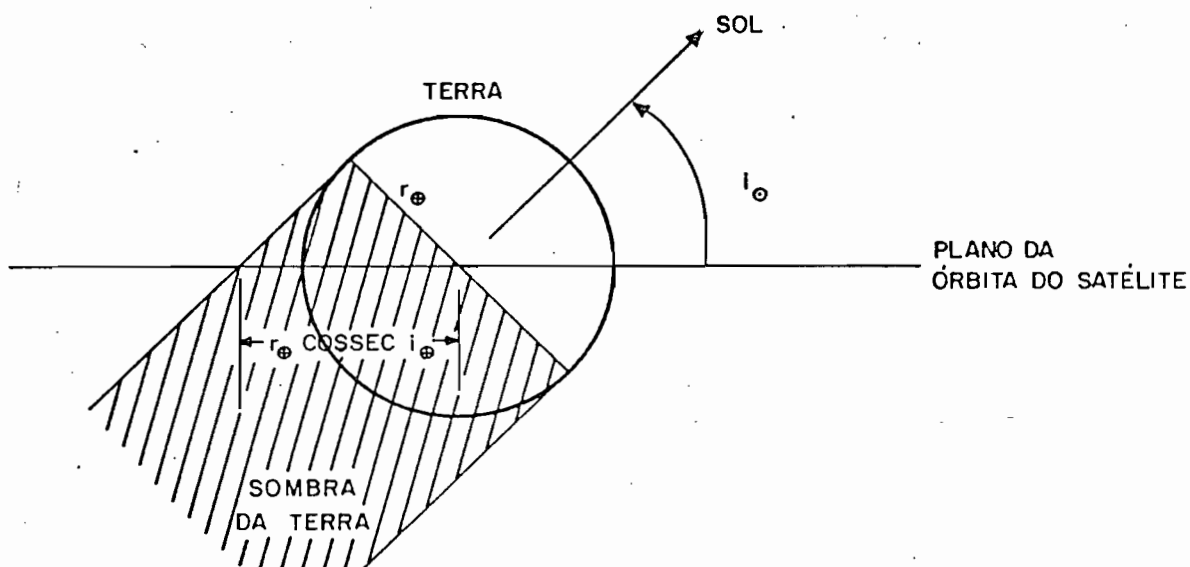


Fig. 3.5 - Vista lateral da ocorrência de sombra na órbita

FONTE: Kuga e Guedes (1986).

Os parâmetros que são mostrados são o ângulo geocêntrico entre o Sol e o plano da órbita do satélite $i_{\odot}$ e $r_{\oplus}$ o raio médio terrestre (considerando Terra esférica).

Olhando de cima o plano da órbita teremos uma elipse formada pela sombra da Terra chamada elipse de sombra e cujos parâmetros são importantes para o cálculo das condições de iluminação (Figura 3.6). Estas são determinadas baseando-se na formulação que se segue (Kuga e Guedes, 1987; Stoddard, 1961), onde as seguintes hipóteses simplificadoras foram adotadas:

- a) A sombra é cilíndrica com diâmetro idêntico ao diâmetro médio da Terra, suposta perfeitamente esférica.
- b) A sombra não apresenta penumbra.
- c) Os efeitos da refração atmosférica são desprezados.

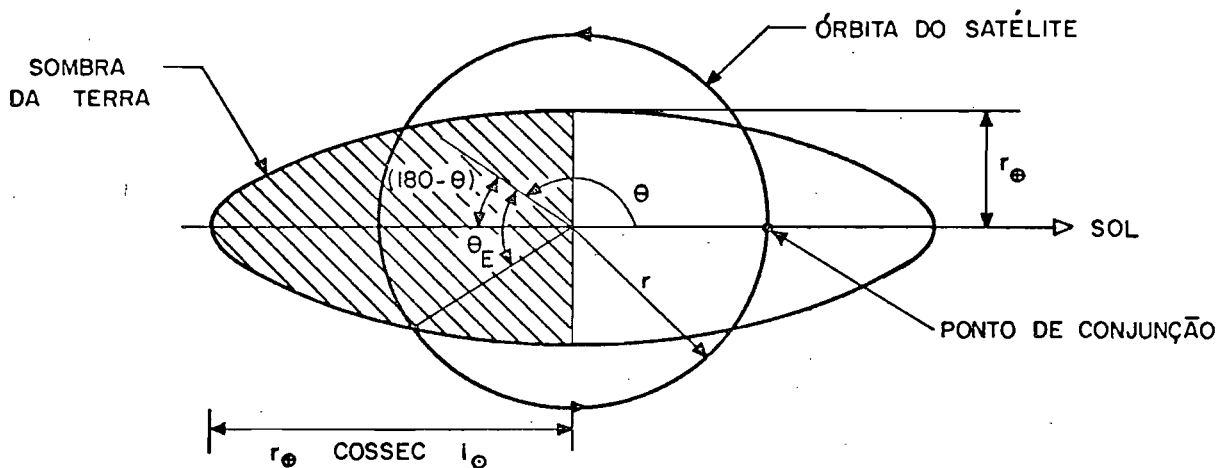


Fig. 3.6 - Vista superior da ocorrência de sombra na órbita.

FONTE: Kuga e Guedes (1986).

A equação de uma elipse que tenha seu centro na origem é dada por:

$$r^2 = \frac{b^2}{1 - e^2 \cos^2 \theta} \quad (3.6)$$

onde:

r = distância do centro a um ponto genérico sobre a elipse.

b = semi-eixo menor da elipse.

e = excentricidade da elipse.

θ = ângulo entre o semi-eixo maior de referência e o raio vetor r .

Aplicando esta formula à elipse formada pela sombra da Terra (onde r_s é o raio vetor desta elipse):

$$r_s^2 = \frac{r_\oplus^2}{1 - e_s^2 \cos^2 \theta} \quad (3.7)$$

A excentricidade de uma elipse é dada por:

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \quad (3.8)$$

onde:

a = semi-eixo maior da elipse.

Aplicando esta equação à elipse de sombra, temos:

$$e_s = \frac{\sqrt{r_\oplus^2 \operatorname{cosec}^2 i_\theta - r_\oplus^2}}{r_\oplus \operatorname{cosec} i_\theta} = \cos i_\theta \quad (3.9)$$

O satélite entra e deixa a sombra quando:

$$r = r_s \quad (3.10)$$

Substituindo a Equação (3.9) na Equação (3.7) e resolvendo para $\cos \theta$ temos:

$$\cos \theta = \pm \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{r_\oplus}{r}\right)^2}}{\cos i_\theta} \quad (3.11)$$

onde pela observação da Figura 3.6 podemos concluir que θ deve ser maior que 90° para que haja significado físico ($\cos \theta < 0$).

O caso limite para ocorrência ou não de eclipse é $\cos \theta = -1$ e $\theta = 180^\circ$ e, desta forma:

$$\cos^2 i_\oplus = 1 - \left(\frac{r_\oplus}{r} \right)^2, \text{ ou:}$$

$$r = r_\oplus \operatorname{cosec} i_\oplus = r_\oplus + h \quad (3.12)$$

Assim se r for menor que $r_\oplus \operatorname{cosec} i_\oplus$ haverá eclipse e, por outro lado, se r for maior que $r_\oplus \operatorname{cosec} i_\oplus$ não haverá eclipse.

- Determinação das anomalias de entrada e saída de sombra:

Retomando a Figura 3.6 temos que o ângulo geocêntrico que o satélite percorre durante o eclipse é dado por:

$$\theta_E = 2(180^\circ - \theta) \quad (3.13)$$

onde θ é obtido através da Equação 3.11.

O tempo de duração de um eclipse é obtido através de:

$$t_s = \frac{\theta_E}{360^\circ} P \quad (3.14)$$

e o período P da órbita determinado através da terceira lei de Kepler:

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \quad (3.15)$$

fórmula que nos permitirá contar o número de pontos que podemos obter a través da propagação de órbita para um determinado passo de propagação.

- Determinação do ângulo geocêntrico entre o Sol e o plano da órbita:

De todos os elementos orbitais apenas dois deles são necessários para estabelecer a orientação do plano da órbita que se necessita conhecer: o ângulo de inclinação da órbita i , que é $0^\circ < i < 90^\circ$ para órbitas diretas e $90^\circ < i < 180^\circ$ para órbitas retrógradas, e a ascensão reta do nodo ascendente (Ω) da órbita. Para a orientação do Sol é preciso que se tenha sua posição definida em termos dos ângulos $\alpha_\odot$ e $\delta_\odot$ mencionados anteriormente.

Usando a lei dos cossenos para triângulos esféricos aplicados ao triângulo ABS da Figura 3.7:

$$\text{sen } i_\odot = \cos i \text{sen } \delta_\odot + \text{sen } i \cos \delta_\odot \text{sen}(\Omega - \alpha_\odot) \quad (3.16)$$

onde $i_\odot$ poderá ser um ângulo do primeiro ou segundo quadrante, $\text{sen } i_\odot$ não pode ser negativo pois a sombra está sempre do lado oposto ao Sol em relação à Terra. Se um valor negativo for encontrado para $\text{sen } i_\odot$ o valor do ângulo $i_\odot$ será a diferença entre 180° e o determinado através da fórmula acima.

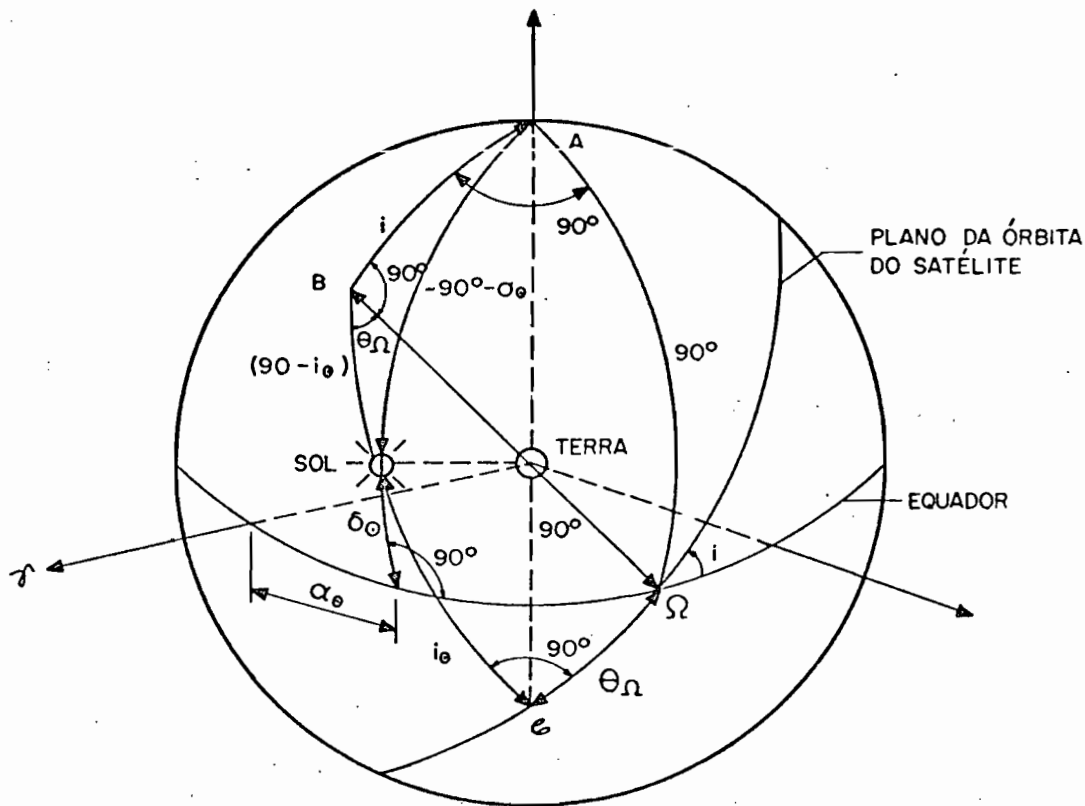


Fig. 3.7 - Elementos para determinação do ângulo geocêntrico entre o Sol e o plano da órbita.

FONTE: Kuga e Guedes (1986).

3.1.5 - ÓRBITAS HELIOSSÍNCRONAS

A órbita real do satélite, não segue estritamente as três leis de Kepler. Isto é o mesmo que dizer que os elementos orbitais ($a, e, i, \Omega, \omega, M$) não se conservam durante o voo do satélite. Existem as chamadas perturbações da órbita que provocam variações nos elementos, fazendo-se necessária uma modelagem precisa de todas estas perturbações para que se possa prever a posição do satélite e, assim, apontar as antenas do centro de controle em Terra que possibilitam a telemetria e transmissão dos dados adquiridos pelo satélite durante sua órbita. No caso do presente trabalho a precisão com que é determinada a posição do satélite terá um efeito direto na determinação da posição do Sol (através da sub-rotina POSOL) e sobre o posicionamento do manipulador.

Existem três tipos diferentes de perturbação de órbita:

- a) Perturbações devidas às forças não gravitacionais.
- b) Distribuição não esférica de massa da Terra.
- c) Interações do satélite com um terceiro corpo.

As forças gravitacionais que causam perturbações são a força do arrasto devida à interação do satélite com a atmosfera; torques magnéticos perturbadores causados pela interação das correntes elétricas com o campo magnético da Terra; arrasto provocado pelo vento solar e partículas de poeira interplanetária (micrometeoróides); pressão de radiação solar. A principal perturbação para satélites com órbitas de baixa altitude é a força de arrasto atmosférico. As forças devidas à distribuição não esférica de massa têm sua parcela mais significativa para o achatamento dos pólos e parcelas menores causadas pelo desvio da forma da Terra real em relação a forma achatada. Estas forças são modeladas analiticamente através da expansão do potencial gravitacional em séries de coeficientes harmônicos (ver, por exemplo, Silva e Ferreira, 1984). As forças perturbadoras devidas a um terceiro corpo adquirem maior significado à medida que o satélite se afasta da Terra, sendo que aí a atração gravitacional da Lua e do Sol tornam-se mais importantes. As forças de atração entre corpos são a maior fonte de perturbação para vãos interplanetários.

Dentre as perturbações da órbita existem perturbações chamadas seculares, que introduzem taxas de variação que não variam com o tempo nos elementos orbitais e perturbações periódicas cujas taxas variam ao longo do tempo.

Neste trabalho, serão consideradas para efeito do cálculo da posição do satélite as influências do achatamento terrestre sobre Ω , o argumento do nodo ascendente; ω , o argumento do perigeu e M , a anomalia média.

As órbitas circulares são possuem perigeu, porém sua perturbação é sentida na anomalia média. Para o objetivo do trabalho e levando em conta que se está considerando apenas satélites próximos (400 km a 2000 km de altitude), a precisão obtida apenas com essa influência no cálculo da posição do satélite é suficiente como mostra a Tabela 3.1 (Silva e Ferreira, 1984).

Quando apenas as variações seculares dos elementos orbitais devido ao coeficiente J_2 dos harmônicos esféricos (achatamento terrestre) são consideradas, a ascensão reta do nodo ascendente (Ω) a um tempo t é dada por Silva e Ferreira (1984):

$$\Omega = \Omega_0 - \frac{3n_0 J_2 a_e^2}{2(1-e^2)^2 a^2} \cos i(t-t_0) \quad (3.17)$$

TABELA 3.1

COMPARAÇÃO DAS FORÇAS PERTURBADORAS COM O CAMPO CENTRAL

PERTURBAÇÕES	TIPO	SAT. PRÓXIMO	GEOESTACIONÁRIO
$\ddot{\mathbf{r}} = -(\mu/r^3)\mathbf{r}$	Kepler	1	1
$+ (\mu/r^3)J_{20} (a_e/r)^2 f_{20}(\psi)\mathbf{r}$	Achatamento	10^{-3}	10^{-5}
$+ (\mu/r^3) \sum_{n,m} J_{nm} (a_e/r)^n f_{nm}(\psi, \lambda)\mathbf{r}$	Geopotencial	10^{-6}	10^{-8}
$+ \mu_L \left[\frac{\mathbf{r}_L - \mathbf{r}}{ \mathbf{r}_L - \mathbf{r} } - \frac{\mathbf{r}_L}{r_L^3} \right] + \mu_S \left[\frac{\mathbf{r}_S - \mathbf{r}}{ \mathbf{r}_S - \mathbf{r} } - \frac{\mathbf{r}_S}{r_S^3} \right]$	Lunissolar	10^{-7}	10^{-5}
$- \frac{1}{2} C_D (S/m) \rho \mathbf{v}_r \mathbf{v}_r$	Arrasto	10^{-7}	0
$- \nu C_R (S/m) P_S \hat{\mathbf{r}}_S$	P. Radiação	10^{-8}	10^{-6}
$+ \nabla R_i$	Marés		
$+ \dots$	(h = 1000 km)	10^{-10}	10^{-13}

FONTE: Silva e Ferreira (1984)

onde $\mathbf{r}$ = raio vetor; ψ = latitude e λ = longitude

S/m = área projetada do satélite dividida pela sua massa, adotada unitária.

$$n_0 = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}, \text{ movimento médio.}$$

a_e = raio equatorial da Terra (6378140 m).

$J_2 = -1082,6 \times 10^{-6}$, coeficiente dos harmônicos esféricos.

e = excentricidade da órbita.

Dada uma certa altitude haverá um certo ângulo de inclinação que fará com que Ω varie $0,9856^\circ/\text{dia}$ ou uma rotação por ano o que é o mesmo que dizer que serão mantidas as condições de iluminação ao longo das órbitas. Tal órbita é chamada de heliossíncrona porque a orientação do plano da órbita permanecerá aproximadamente fixa, relativamente ao Sol, conforme a Terra se move em sua órbita. Desta forma, o satélite vê sempre a superfície da Terra no mesmo tempo local para uma dada altitude. Este tipo de órbita é particularmente conveniente para pesquisar a superfície da Terra ou monitorar variações na superfície terrestre porque as condições de iluminação são as mesmas a cada tempo que a região é monitorada. Nessa condição é que são utilizados os satélites de sensoriamento remoto. São apresentadas na Tabela 3.2 os parâmetros das órbitas heliossíncronas em função da altitude (Wertz, 1978).

O estudo desse tipo de órbita é particularmente importante para a chamada Missão Espacial Completa Brasileira (MECB) pois, dentre os quatro satélites previstos, dois são satélites de sensoriamento remoto. Em particular, o estudo de um posicionador de Simulador Solar está altamente ligado à órbita do satélite. Como os primeiros testes de simulação de SCAO serão para satélites de sensoriamento remoto, a ênfase no desenvolvimento deste capítulo é para este tipo de órbita embora o programa desenvolvido possa ser utilizado para outras situações.

TABELA 3.2

PROPRIEDADES DE ÓRBITAS HELIOSSÍNCRONAS

ALTITUDE MÉDIA (km)	e = 0	e = 0,1		
	i (GRAUS)	i (GRAUS)	h _p (km)	h _a (km)
0	96,68			
200	96,33			
400	97,03			
600	97,79			
800	98,60	98,43	82	1518
1000	99,48	99,29	262	1738
2000	104,89	104,59	1162	2838
3000	112,41	111,94	2062	3938
4000	122,93	122,19	2962	5038
5000	138,60	137,32	3862	6138
5974	180,00	168,55	4738	7209

FONTE: Wertz (1978).

Onde: h_p = altura do perigeu e h_a = altura do apogeu.

3.2 - EQUACIONAMENTO DA DINÂMICA DO SOL

As coordenadas cartesianas do versor Sol ($\hat{S}$) no sistema do satélite ($\hat{S}_s$) são obtidas através da multiplicação matricial da Equação 3.3 pelo vetor expresso pela Equação 3.1:

$$\hat{S}_s = \begin{pmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ R_x & R_y & R_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha_\theta & \cos\delta_\theta \\ \sin\alpha_\theta & \cos\delta_\theta \\ \sin\delta_\theta \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

As expressões de velocidade ($\dot{x}_s, \dot{y}_s, \dot{z}_s$) e da aceleração ($\ddot{x}_s, \ddot{y}_s, \ddot{z}_s$) serão obtidas derivando-se as expressões acima em relação ao tempo no sistema orbital, visto que as variações que ocorrem são todas temporais. Na obtenção destas expressões serão adotadas hipóteses simplificadoras que são:

- a) A ascensão reta do Sol (α_0) e a declinação (δ_0) são constantes durante a simulação de uma órbita.
- b) Será considerada órbita circular ($f=M$ e $\omega=0$).
- c) Serão levadas em conta somente as perturbações seculares, e destas somente o geopotencial com o coeficiente J_2 .

Com estas hipóteses e atribuindo:

$$A = \cos \alpha_0 \cos \delta_0$$

$$B = \sin \delta_0 \cos \delta_0 \quad (3.19)$$

$$C = \sin \delta_0$$

chega-se as seguintes expressões:

$$x_s = A(-\cos \Omega \sin f - \sin \Omega \cos f \cos i) + B(-\sin \Omega \sin f + \cos \Omega \cos f \cos i) + C \cos f \sin i$$

$$y_s = A \sin \Omega \sin i - B \cos \Omega \sin i + C \cos i$$

$$z_s = A(\cos \Omega \cos f - \sin \Omega \sin f \cos i) + B(\sin \Omega \cos f + \cos \Omega \sin f \cos i) + C \sin f \sin i \quad (3.20)$$

As equações aqui consideradas para determinar as taxas de variação nos elementos orbitais são as equações planetárias de Lagrange (ver, por exemplo, Silva e Ferreira, 1984). Nestas equações ao eliminar os coeficientes

que são responsáveis pelas perturbações periódicas e considerar somente a perturbação devido ao coeficiente J_2 são anuladas as perturbações que ocorreriam no semi-eixo maior da órbita (a), na excentricidade (e) e no ângulo de inclinação (i). Desta forma, as equações acima derivadas em relação ao tempo no sistema orbital, resultam:

$$\begin{aligned}\dot{\ddot{x}}_S &= \dot{\Omega} (A(\text{sen}\Omega \text{ senf} - \text{cos}\Omega \text{ cosf} \text{ cosi}) \\ &\quad + B(-\text{cos}\Omega \text{ senf} - \text{sen}\Omega \text{ cosf} \text{ cosi})) \\ &\quad + \dot{f} (A(-\text{cos}\Omega \text{ cosf} + \text{sen}\Omega \text{ senf} \text{ cosi}) \\ &\quad + B(-\text{sen}\Omega \text{ cosf} - \text{cos}\Omega \text{ senf} \text{ cosi}) - C \text{senf} \text{ seni}) \\ \dot{\ddot{y}}_S &= \dot{\Omega} (A \text{cos}\Omega \text{ seni} + B \text{sen}\Omega \text{ seni}) \\ \dot{\ddot{z}}_S &= \dot{\Omega} (A(-\text{sen}\Omega \text{ cosf} - \text{cos}\Omega \text{ senf} \text{ cosi}) \\ &\quad + B(\text{cos}\Omega \text{ cosf} - \text{sen}\Omega \text{ senf} \text{ cosi})) \\ &\quad + \dot{f} (A(-\text{cos}\Omega \text{ senf} - \text{sen}\Omega \text{ cosf} \text{ cosi}) \\ &\quad + B(-\text{sen}\Omega \text{ senf} + \text{cos}\Omega \text{ cosf} \text{ cosi}) + C \text{cosf} \text{ seni})\end{aligned}\tag{3.21}$$

Derivando-se as expressões acima, da mesma forma anterior, serão encontradas as expressões da aceleração cartesiana do Sol no sistema orbital:

$$\begin{aligned}\ddot{\ddot{x}}_S &= \dot{\Omega}^2 (A(\text{cos} \text{ senf} + \text{sen} \text{ cosf} \text{ cosi}) \\ &\quad + B(\text{sen}\Omega \text{ senf} - \text{cos}\Omega \text{ cosf} \text{ cosi})) \\ &\quad + \dot{\Omega} \dot{f} (2A(\text{sen}\Omega \text{ cosf} + \text{cos}\Omega \text{ senf} \text{ cosi}) \\ &\quad + 2B(-\text{cos}\Omega \text{ cosf} + \text{sen}\Omega \text{ senf} \text{ cosi})) \\ &\quad + \dot{f}^2 (A(\text{cos}\Omega \text{ senf} + \text{sen}\Omega \text{ cosf} \text{ cosi}) \\ &\quad + B(\text{sen}\Omega \text{ senf} - \text{cos}\Omega \text{ cosf} \text{ cosi}) - C \text{cosf} \text{ seni}) \\ \ddot{\ddot{y}}_S &= \dot{\Omega}^2 (-A \text{sen}\Omega \text{ seni} + B \text{cos}\Omega \text{ seni})\end{aligned}\tag{3.22}$$

$$\begin{aligned}\ddot{z}_S = & \dot{\Omega}^2 \left[A(-\cos\Omega \cos f + \sin\Omega \sin f \cos i) \right. \\ & \left. + B(-\sin\Omega \cos f - \cos\Omega \sin f \cos i) \right] \\ & + \dot{\Omega} \dot{f} \left[2A(\sin\Omega \sin f - \cos\Omega \cos f \cos i) \right. \\ & \left. + 2B(\cos\Omega \sin f - \sin\Omega \cos f \cos i) \right] \\ & + \dot{f}^2 \left[A(-\cos\Omega \cos f + \sin\Omega \sin f \cos i) \right. \\ & \left. + B(-\sin\Omega \cos f - \cos\Omega \sin f \cos i) - C \sin f \sin i \right]\end{aligned}$$

Obtidas as equações que expressam a velocidade e a aceleração cartesiana do vetor Sol ($\hat{S}$) no sistema orbital, pode-se determinar as taxas de variação no tempo das coordenadas esféricas do Sol ($\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$) derivando as expressões 3.5 como se segue:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} &= \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\partial \alpha}{\partial x_S} \dot{x}_S + \frac{\partial \alpha}{\partial y_S} \dot{y}_S \\ \dot{\alpha} &= - \frac{y_S}{x_S^2 + y_S^2} \dot{x}_S + \frac{x_S}{x_S^2 + y_S^2} \dot{y}_S \\ \dot{\beta} &= \frac{d\beta}{dt} = \frac{\partial \beta}{\partial x_S} \dot{x}_S + \frac{\partial \beta}{\partial y_S} \dot{y}_S + \frac{\partial \beta}{\partial z_S} \dot{z}_S\end{aligned} \quad (3.23)$$

e fazendo:

$$FAI = \left(x_S^2 + y_S^2 + z_S^2 \right)^{1/2} \sqrt{x_S^2 + y_S^2} \quad (3.24)$$

tem-se:

$$\dot{\beta} = FAI \left[-x_S z_S \dot{x}_S - y_S z_S \dot{y}_S + (x_S^2 + y_S^2) \dot{z}_S \right] \quad (3.25)$$

Obtidas as expressões para $\dot{\alpha}$ e $\dot{\beta}$ obtêm-se $\ddot{\alpha}$ e $\ddot{\beta}$ derivando as equações 3.23 e 3.25 e agrupando os termos de forma semelhante a anterior:

$$\ddot{\alpha} = \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial x_S} \dot{x}_S + \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial y_S} \dot{y}_S + \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial \dot{x}_S} \ddot{x}_S + \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial \dot{y}_S} \ddot{y}_S \quad (3.26)$$

Onde:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial x_s} &= \frac{1}{(x_s^2 + y_s^2)^2} (2x_s y_s \dot{x}_s + (y_s^2 - x_s^2) \dot{y}_s) \\ \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial y_s} &= \frac{-1}{(x_s^2 + y_s^2)^2} ((x_s + 3y_s) \dot{x}_s + 2y_s x_s \dot{y}_s)\end{aligned}\quad (3.27)$$

$$\frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial \dot{x}_s} = -\frac{y_s}{x_s^2 + y_s^2}$$

$$\frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial \dot{y}_s} = \frac{y_s}{x_s^2 + y_s^2}$$

$$\ddot{\beta} = \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial x_s} \dot{x}_s + \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial y_s} \dot{y}_s + \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial z_s} \dot{z}_s + \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial \dot{x}_s} \ddot{x}_s + \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial \dot{y}_s} \ddot{y}_s + \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial \dot{z}_s} \ddot{z}_s\quad (3.28)$$

Onde:

$$\frac{\partial \dot{\beta}}{\partial \dot{x}} = -\frac{x_s z_s}{FA1}$$

$$\frac{\partial \dot{\beta}}{\partial \dot{y}_s} = \frac{y_s z_s}{FA1}$$

$$\frac{\partial \dot{\beta}}{\partial \dot{z}_s} = \frac{x_s^2 + y_s^2}{FA1}$$

E fazendo:

$$FA2 = \frac{1}{FA1}$$

$$FA3 = \frac{-x_s z_s \dot{x}_s - y_s z_s \dot{y}_s + (x_s^2 + y_s^2) \dot{z}_s}{FA2^2}$$

$$\frac{\partial \dot{\beta}}{\partial x_S} = (-z_S \dot{x}_S + 2x_S \dot{z}_S) \text{FA2} - x_S \left[2\sqrt{x_S^2 + y_S^2} + \frac{x_S^2 + y_S^2 + z_S^2}{\sqrt{x_S^2 + y_S^2}} \right] \text{FA3} \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial \dot{\beta}}{\partial y_S} = (-z_S \dot{y}_S + 2y_S \dot{z}_S) \text{FA2} - y_S \left[2\sqrt{x_S^2 + y_S^2} + \frac{x_S^2 + y_S^2 + z_S^2}{\sqrt{x_S^2 + y_S^2}} \right] \text{FA3}$$

As Equações 3.23 a 3.29 permitem obter as equações dinâmicas para simulação do movimento do Sol em laboratório, ou seja, agora é possível gerar a trajetória que o simulador solar deverá seguir no espaço e a dinâmica que rege o seu movimento nessa trajetória.

3.3 - RESULTADOS DE SIMULAÇÃO DO MOVIMENTO DO SOL

O movimento do Sol foi simulado com valores próximos à órbita projetada para o satélite de sensoriamento remoto da MECB ($a=7028120\text{m}$; $e=0$) considerando que a órbita é heliossíncrona. O valor do argumento do nodo ascendente (Ω) é dependente da posição do Sol e para a data de lançamento prevista é de $105,32^\circ$. O ângulo de inclinação é determinado em função da Equação 3.17 ($i=98,61^\circ$). A posição do Sol é escolhida em função dos valores que se pretende como extremos para a capacidade de simulação do robô ($\alpha_0 = 23,34^\circ$ e $\delta_0 = 9,75^\circ$), isto porque, dada uma órbita, a posição do Sol irá determinar quais os valores extremos de α e β que o posicionador irá atingir simulando uma órbita completa. Certas posições do Sol geram ângulos impossíveis de serem simulados em funções das instalações existentes para o laboratório de simulação física do SCA0.

A posição do Sol no sistema inercial é obtida através da sub-rotina SOL (Kuga et alii, 1981) nos dias do ano de 1986 e, desta forma, são obtidos gráficos que mostram o movimento do Sol no sistema geocêntrico inercial ao longo do ano em função da ascensão reta ($\alpha_{\odot}$) (Figura 3.8) e da declinação ($\delta_{\odot}$) (Figura 3.9).

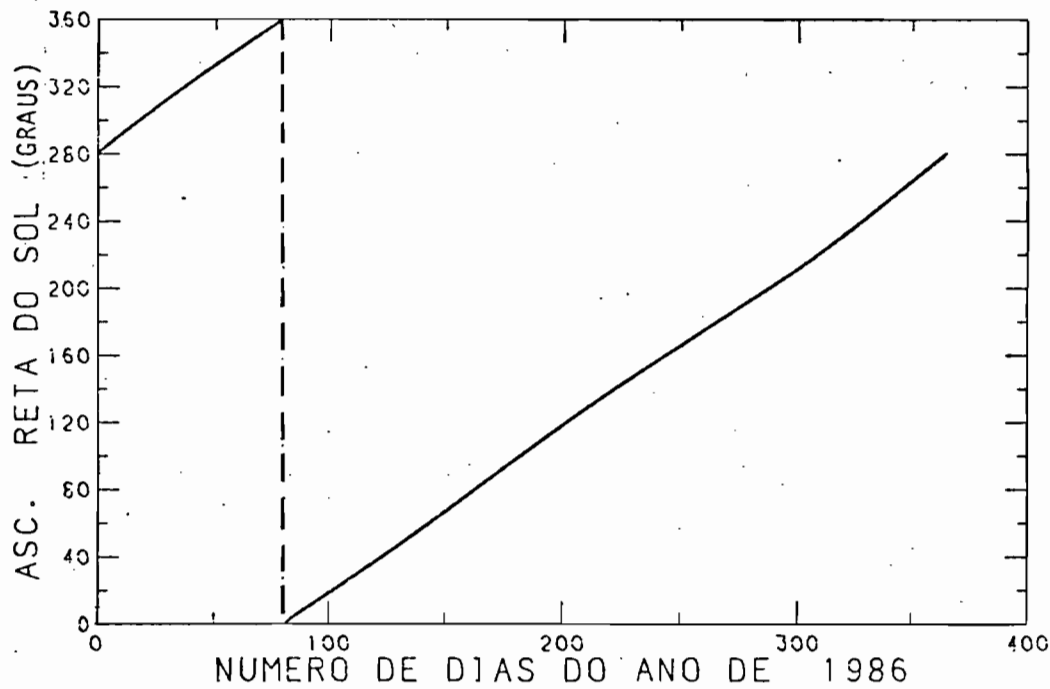
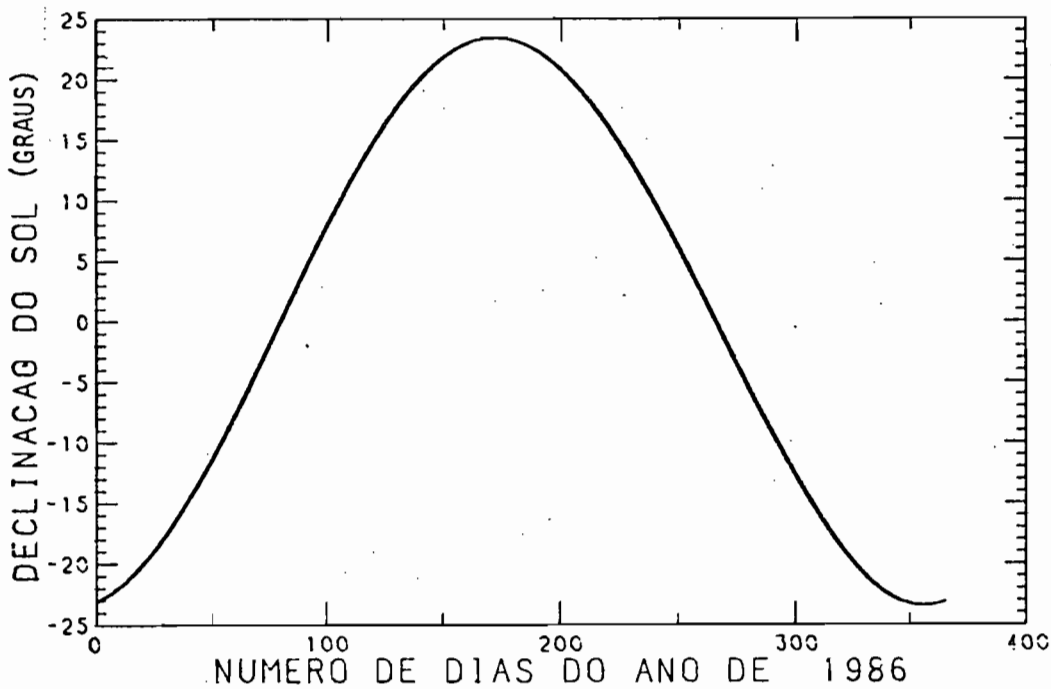


Fig. 3.8 - Movimento do Sol em ascensão reta no sistema geocêntrico inercial.



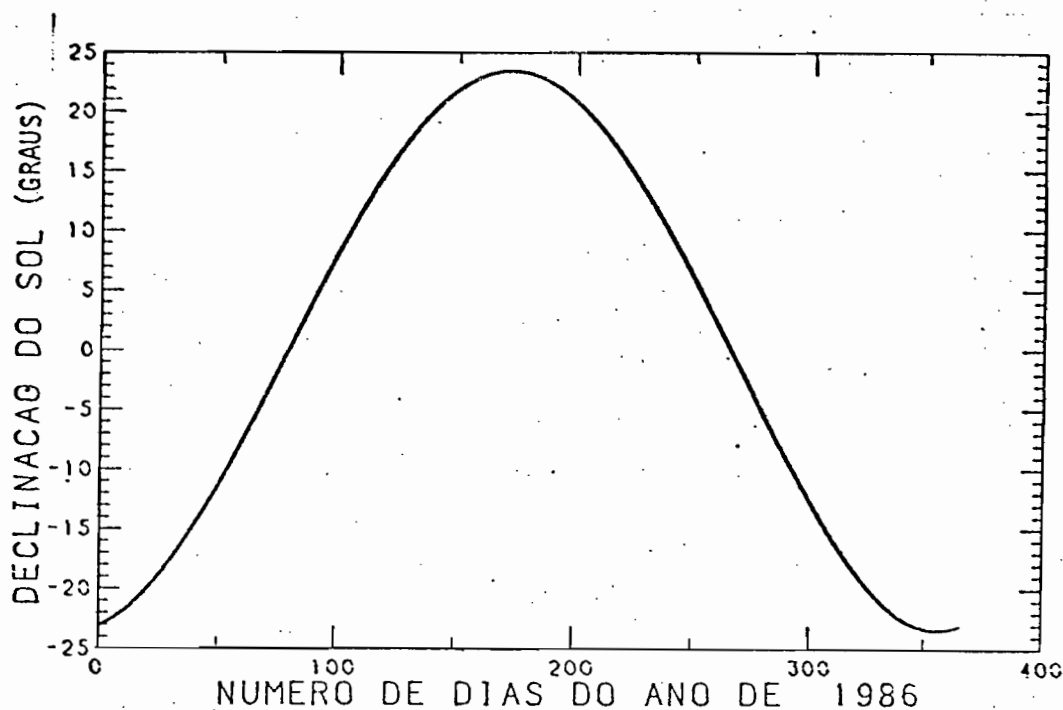


Fig. 3.9 - Movimento do Sol em declinação no sistema geocêntrico inercial.

Utilizando a sub-rotina POSOL e repetindo o mesmo procedimento de Medeiros e Souza (1986) é possível gerar para qualquer órbita circular o movimento relativo do Sol sobre o satélite em azimute (α) e elevação (β) no sistema orbital conforme as Equações 3.3 a 3.5. Isto foi feito através do programa VASOL/TRAJETÓRIA para a órbita mencionada sob duas condições de iluminação ($\alpha_{\theta} = 23,34^{\circ}$; $\delta_{\theta} = 9,75^{\circ}$ e $\alpha_{\theta} = 342,06^{\circ}$; $\delta_{\theta} = -7,60^{\circ}$). Os resultados são mostrados nas Figuras 3.10 e 3.11. O fluxo grama é apresentado na Figura 3.13. Se a órbita apresentar eclipse a formulação empregada para calcular as anomalias médias de entrada e saída é apresentada na seção 3.1.4.

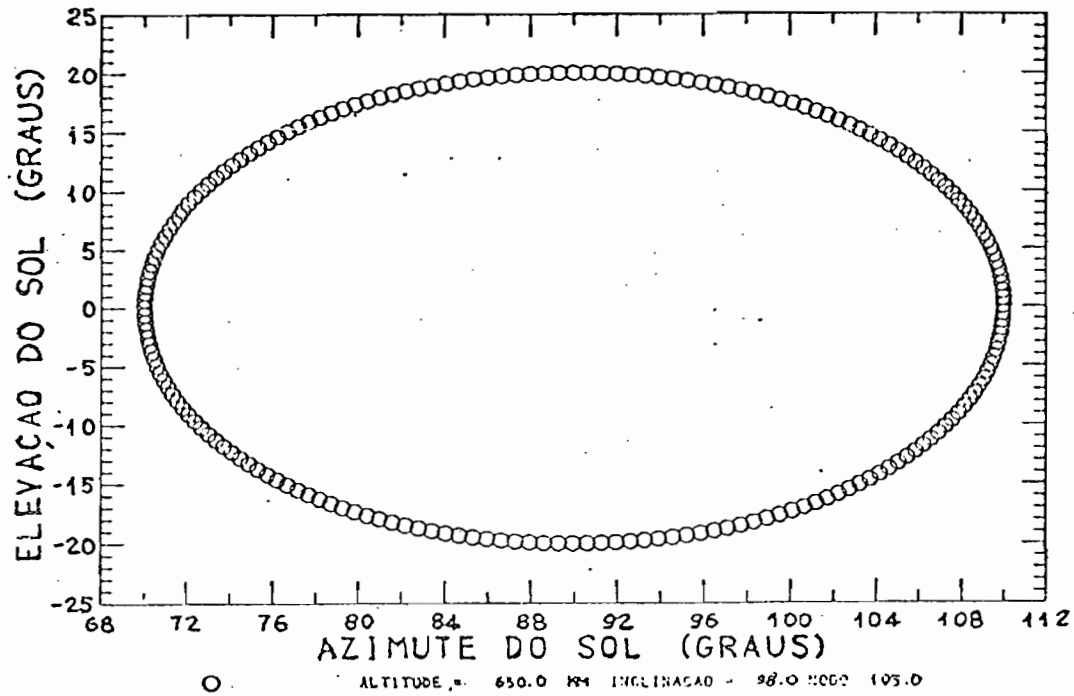


Fig. 3.10 - Movimento relativo do Sol sobre um satélite sem ocorrência de sombra ($\alpha_0 = 23,34^\circ$; $\delta_0 = 9,75^\circ$).

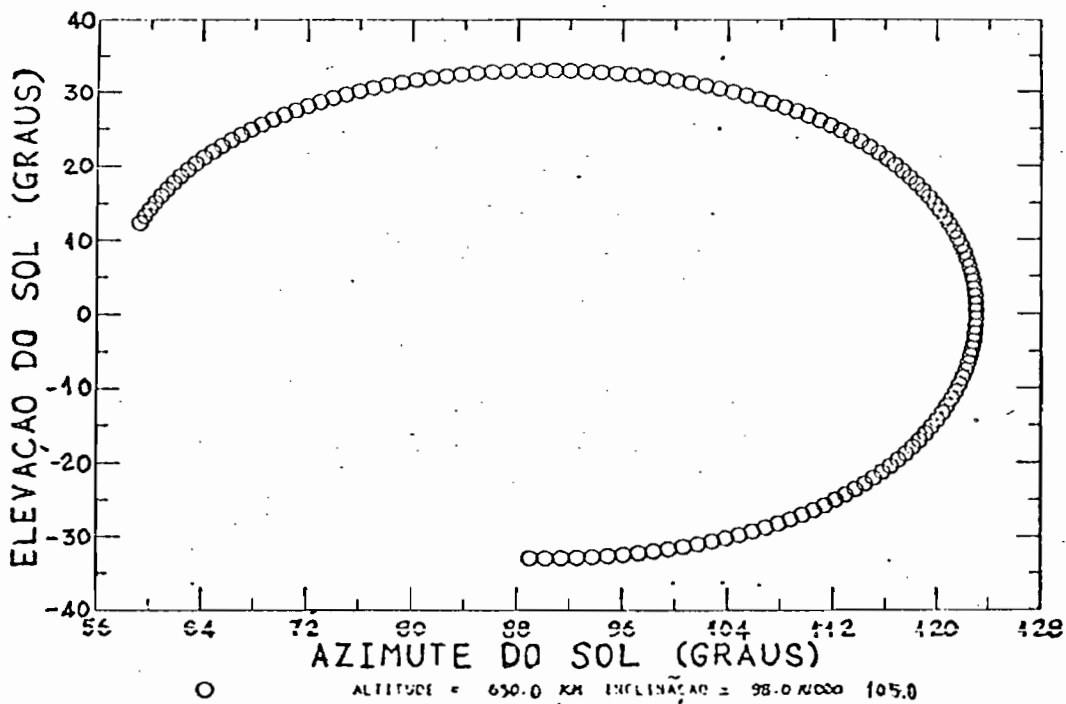


Fig. 3.11 - Movimento relativo do Sol sobre um satélite com ocorrência de sombra ($\alpha_0 = 342,06^\circ$; $\delta_0 = -7,60^\circ$).

Para orientar o projeto do manipulador, no que diz respeito a posição do Sol no sistema geocêntrico inercial e ocorrência ou não de sombra em uma órbita em que se simulará o movimento do manipulador foi co di fi ca do um programa baseado nas condições de sombra mencionadas na seção 3.1.4. Um ponto a ser observado é que na faixa de altitudes consideradas (400 km a 2000 km) os limites de azimuth e elevação quase não mudam quando se varia apenas a altitude, mantendo-se constantes os outros elementos orbitais visto que a altitude é pequena em relação a distância Terra-Sol que é de 1 AU ou $\approx 1,49 \times 10^{11}$ m. A saída do programa é uma matriz de pa râ me tro s que permite que se tenham os efeitos das condições de iluminação causados em várias órbitas ao longo do ano.

As expressões dinâmicas do movimento solar no sistema do sa tê li te obtidas na seção 3.2 podem ser simuladas através do programa VASOL/DINÂMICA/ESPACIAL que ao mesmo tempo cria um arquivo de nome GETRAJ. Este arquivo contém os parâmetros dinâmicos que serão lidos pelo programa que simula o movimento do manipulador. Isto foi feito para a órbita descrita no início desta seção e os resultados são apresentados nas Figuras 3.12 e 3.14 a 3.18 que são os gráficos de α_{xt} , β_{xt} , $\dot{\alpha}_{xt}$, $\dot{\beta}_{xt}$, $\ddot{\alpha}_{xt}$, $\ddot{\beta}_{xt}$ respec tivamente. Um fluxograma representativo do algoritmo utilizado é apresen tado na Figura 3.19.

A partir da órbita que se deseja simular serão passados pa ra o projeto detalhado do robô os limites de azimuth e elevação do Sol que deverão ser atingidos no teste e os parâmetros dinâmicos que o movi men to do simulador solar deverá obedecer ao simular-se uma órbita comple ta. Através do programa VASOL/TRAJETÓRIA pode-se conhecer a posição do Sol ao longo da órbita em termos dos ângulos α e β .

O programa pode ser utilizado para qualquer órbita na faixa de 400 a 2000 km. Para altitudes fora desta faixa a técnica de propagação terá que ser reestudada.

Finalmente, analisando os gráficos da dinâmica pode-se observar que o movimento solar é lento e isto vai exigir mecanismos espe cializados para ativar os movimentos do robô na condição de simulação

dinâmica da geometria Sol-Terra-Satélite juntamente com o ensaio do Sistema de Controle de Altitude e Órbita (SCAO).

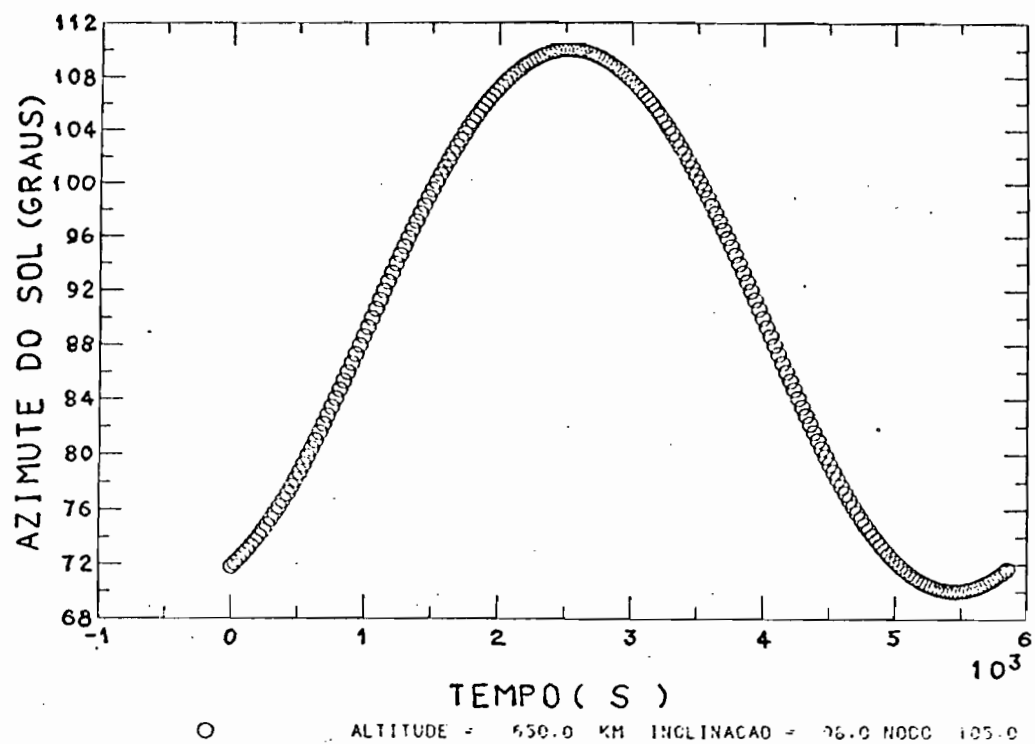


Fig. 3.12 - Azimute (α) do Sol em função do tempo

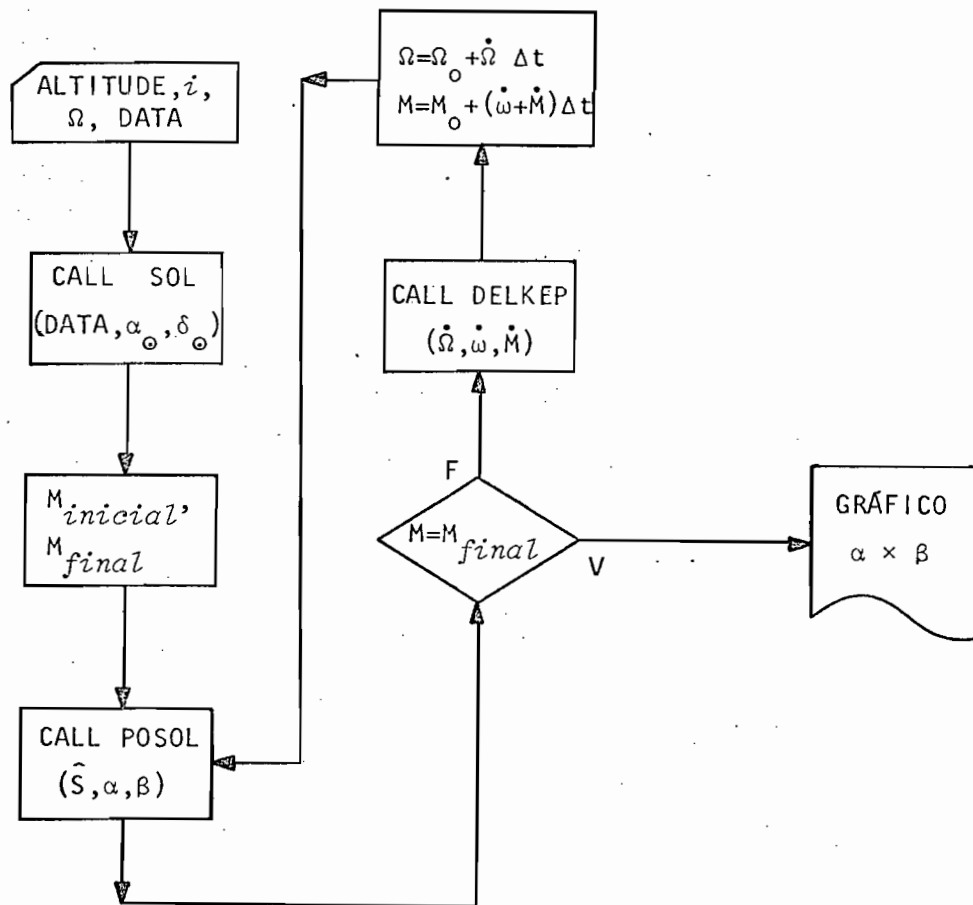


Fig. 3.13 - Fluxograma do programa VASOL/TRAJETÓRIA.

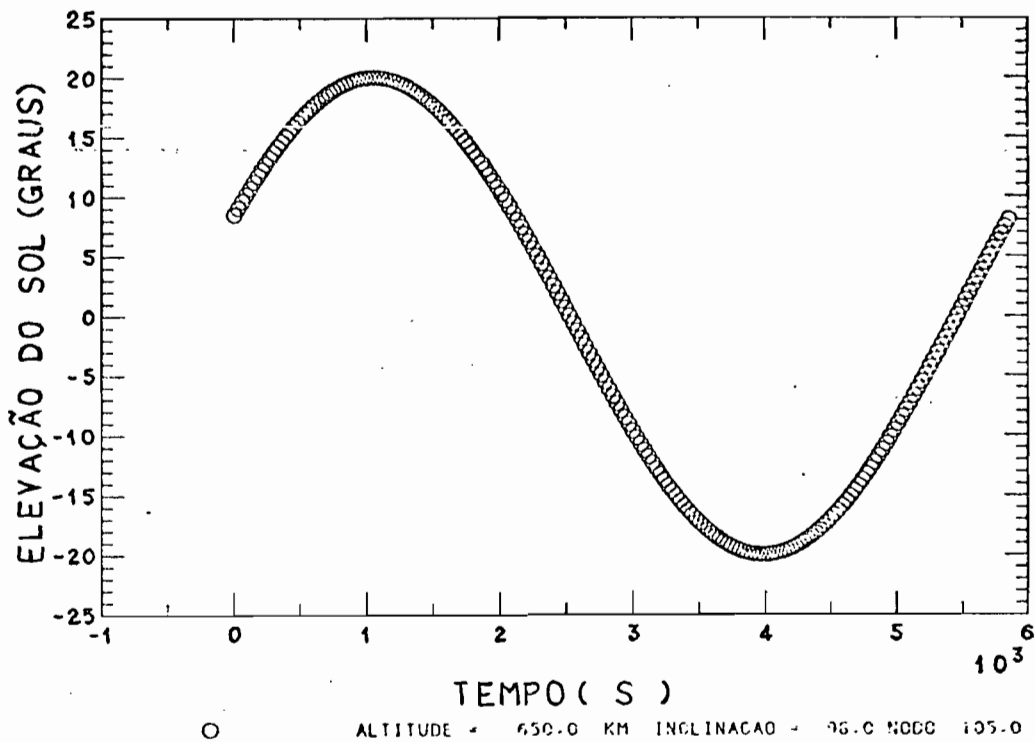


Fig. 3.14 - Elevação do Sol (β) em função do tempo.

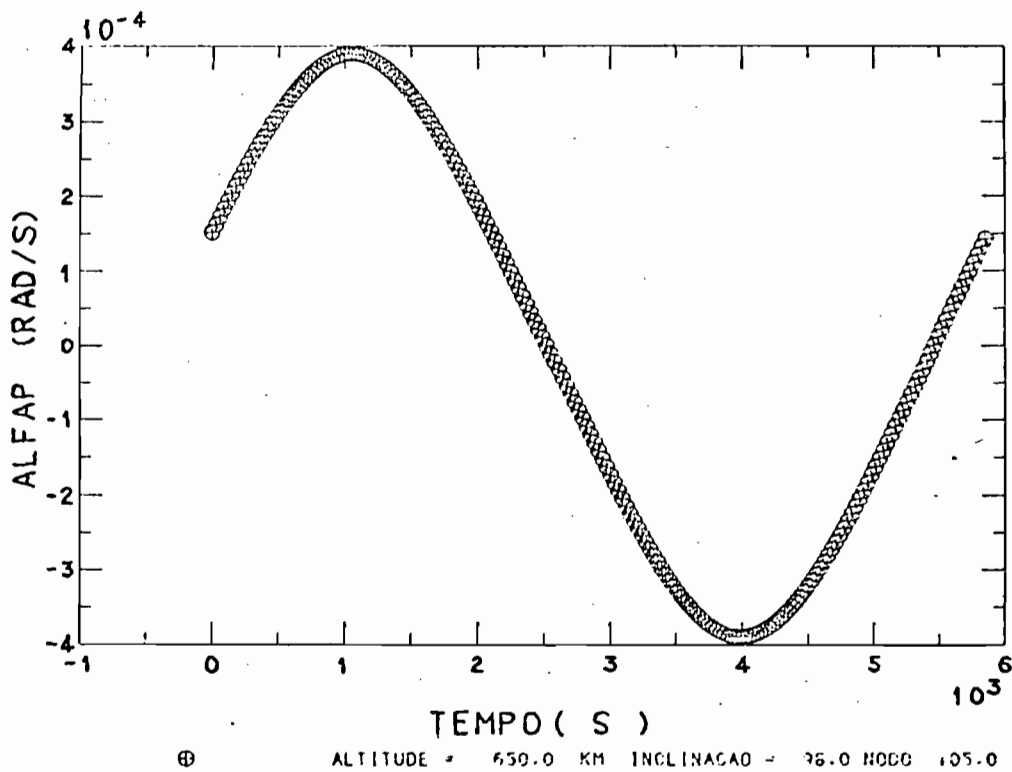


Fig. 3.15 - $\dot{\alpha}$ em função do tempo.

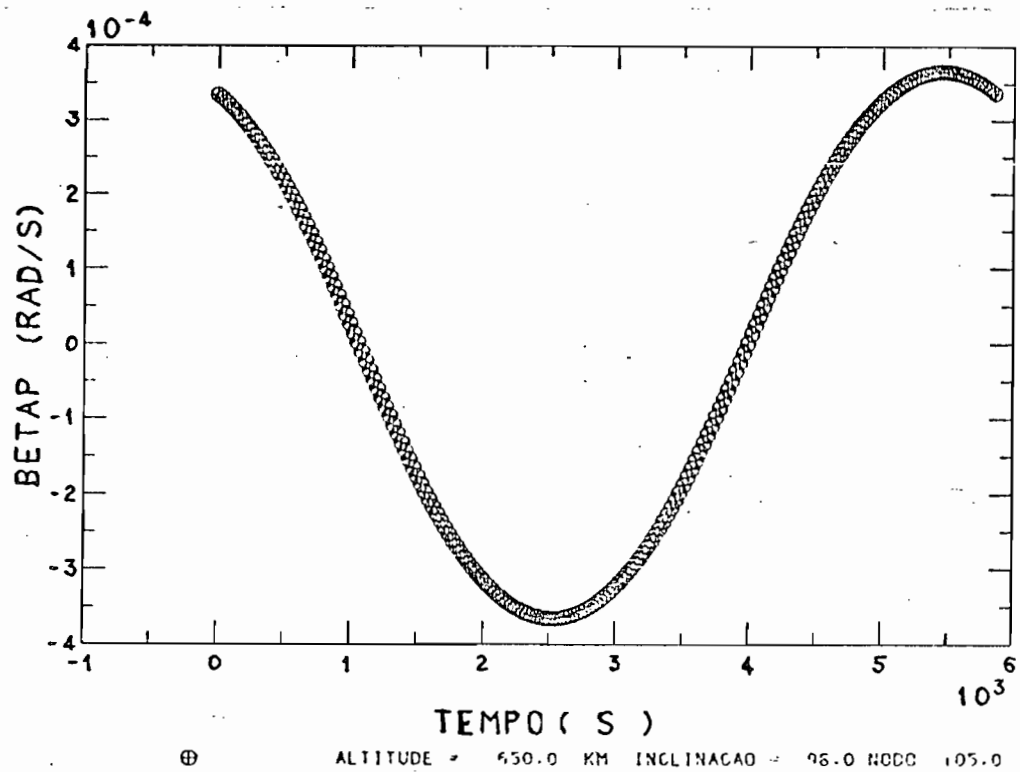


Fig. 3.16 - $\dot{\beta}$ em função do tempo.

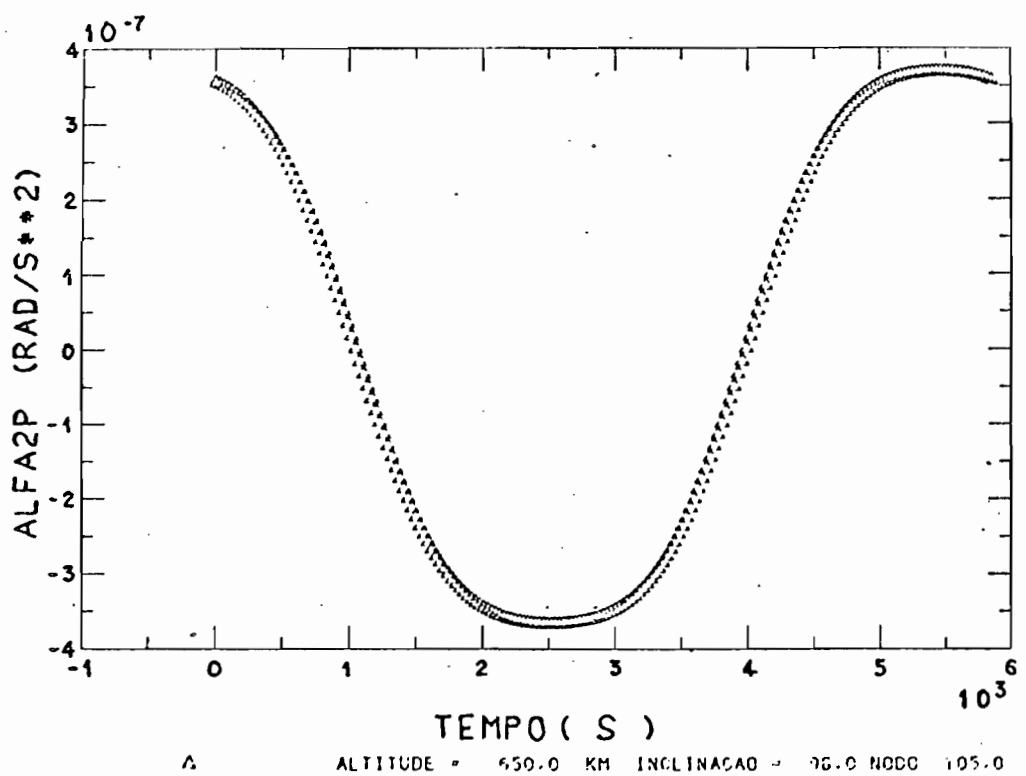


Fig. 3.17 - $\ddot{\alpha}$ em função do tempo.

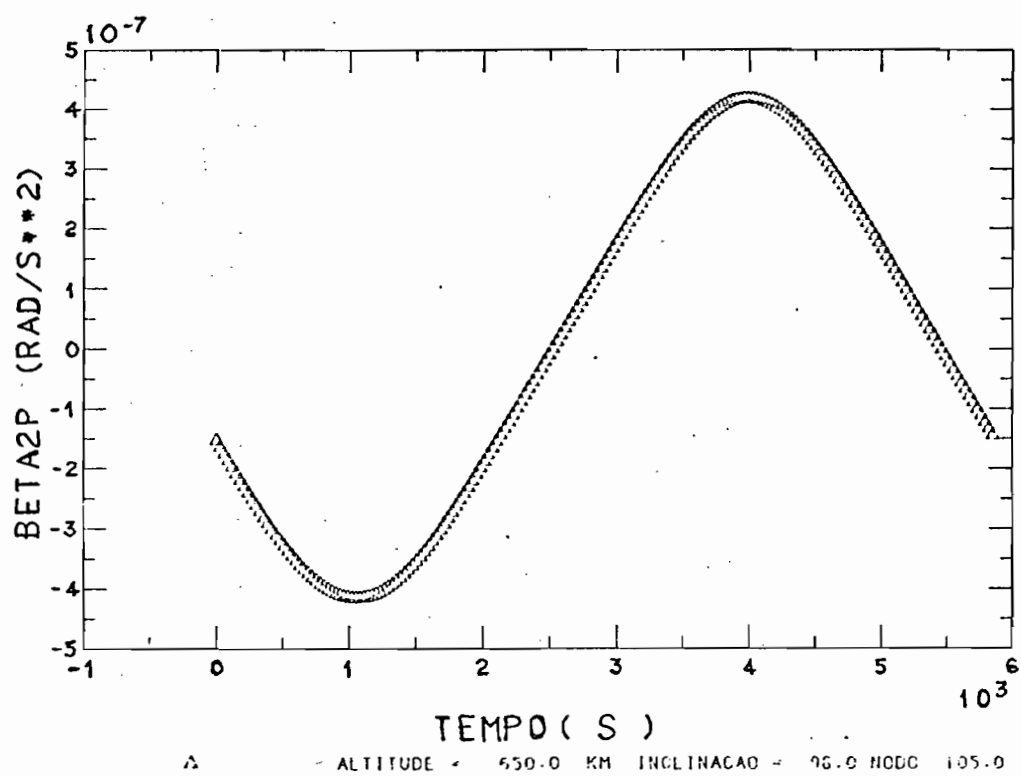


Fig. 3.18 - β em função do tempo.

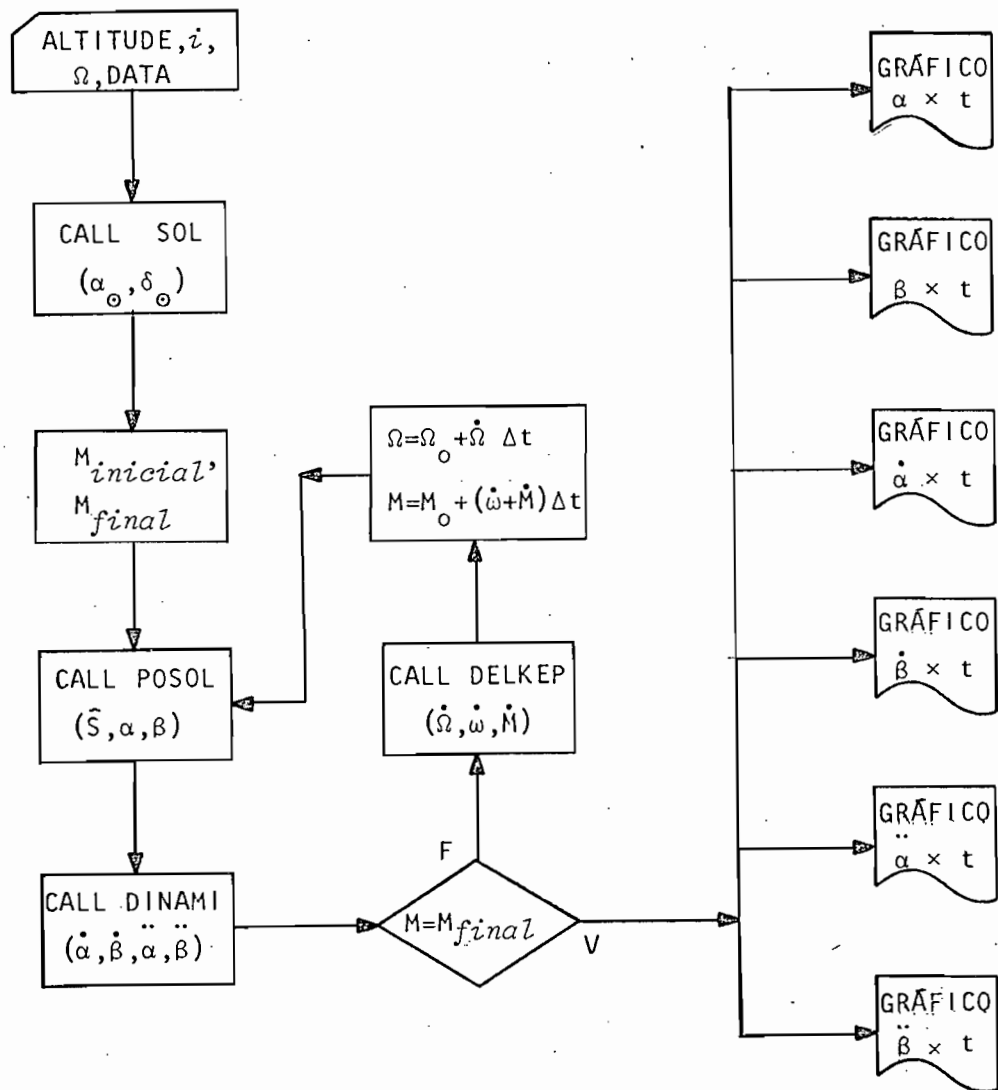


Fig. 3.19 - Fluxograma do programa VASOL/DINÂMICA/ESPACIAL.

CAPÍTULO 4

PROJETO PRELIMINAR

Definidas as necessidades de simulação através da proposta do Capítulo 2 e da formulação dinâmica do Capítulo 3, pode-se então escolher uma configuração adequada e definir algumas dimensões construtivas para o posicionador.

4.1 - ESCOLHA DA CONFIGURAÇÃO

A configuração do posicionador é função das facilidades de teste já existentes ou em fase de implantação no Laboratório de Simulação Física de Sistemas de Controle de Atitude e de Órbita, instalado em sala especial do Laboratório de Integração e Testes do INPE. Essas incluem diversos equipamentos, porém para efeito do posicionador são importantes as dimensões de um bloco sísmico onde a mesa de rotação controlada está montada e o espaço disponível no bloco para montar o robô. A Figura 4.1 ilustra estas dimensões.

É importante que se conheça com precisão a posição do simulador solar durante todo o teste e, obviamente, em posições diferentes. O ponto de partida para se definir uma configuração de teste para o posicionador e a mesa de rotação controlada onde vão montados os sensores e o SCAO, é dado pelos gráficos obtidos na Seção 3.3. O que se pretende é um posicionador capaz de reproduzir os ângulos esféricos definidos pela Equação 3.5.

A montagem que foi feita no DFVLR dificilmente poderia ser adaptada ao caso do INPE, pois a mesa, ou simulador dinâmico, é de montagem equatorial (o eixo mais externo deve ser montado paralelo à linha do Equador terrestre) com o simulador solar numa disposição que envolve totalmente a mesa de rotação. Isso permite cobrir quase toda uma semi-esfera celeste. O simulador dinâmico do INPE emprega montagem azimutal com o eixo mais externo da mesa ativando um ângulo de azimute e além disso um si

mulador de Terra de grandes dimensões situa-se logo acima da mesa. As grandes dimensões desse simulador de Terra são necessárias para simulação de órbitas de baixa altitude. A montagem do DFVLR tem o posicionamento direto em azimute e elevação para o simulador solar sem necessidade de variar outras coordenadas e com controle totalmente automatizado, porém seu custo é muito alto em vista do elevado grau de precisão exigido nas peças, associado às grandes proporções das mesmas. Além disso, devido à falta de rigidez, há grande perda de precisão ao longo do movimento, impossibilitando a movimentação do simulador solar durante o teste dinâmico (Figura 4.2). A montagem azimutal do Laboratório de Simulação Física de SCAO exige que o simulador solar seja movimentado externamente apontando sempre para o centro do simulador dinâmico onde se posiciona o SCAO, e cumprindo a trajetória resultante da dinâmica descrita no Capítulo 3.

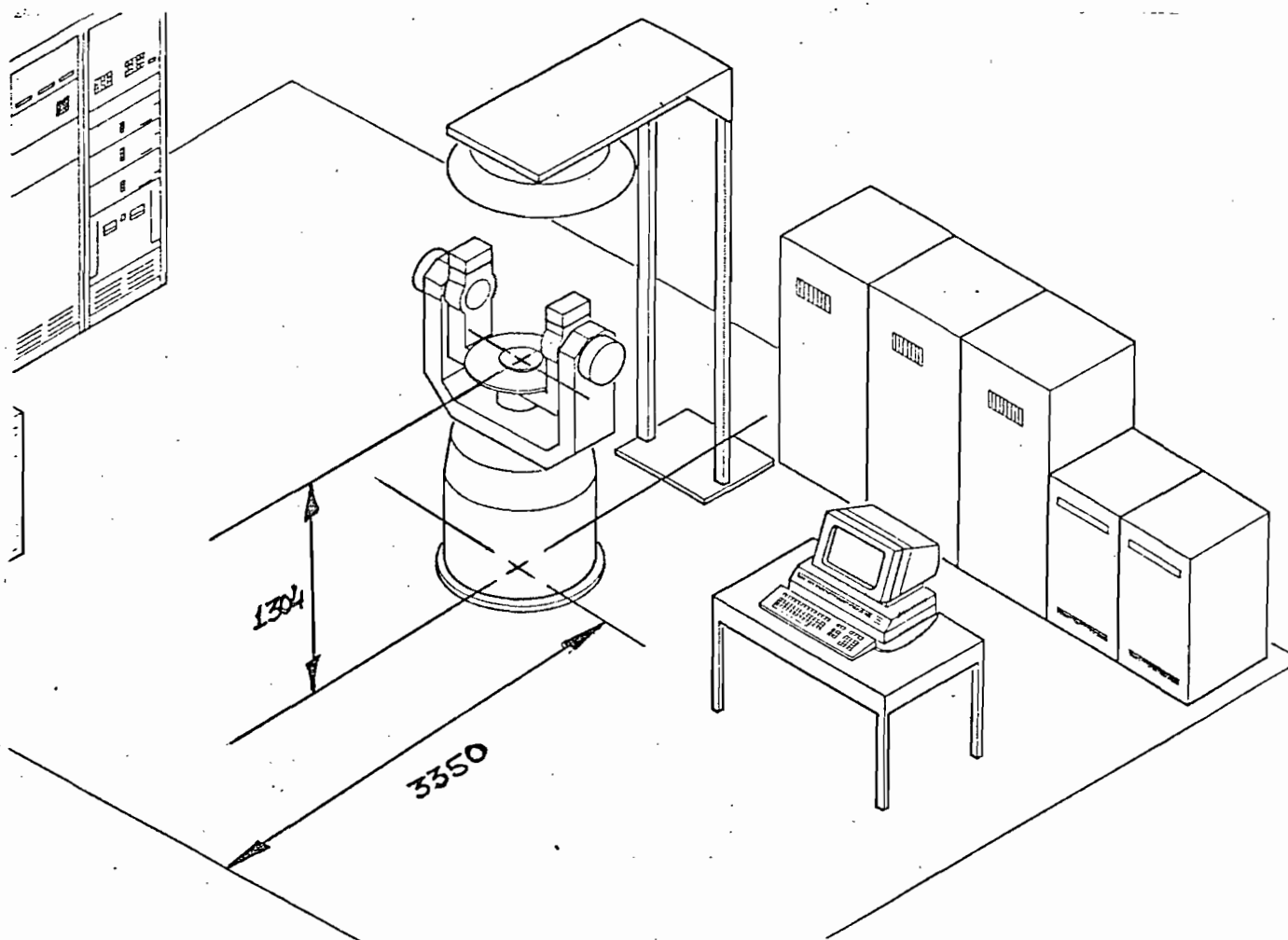


Fig. 4.1 - Facilidades de teste no LIT.

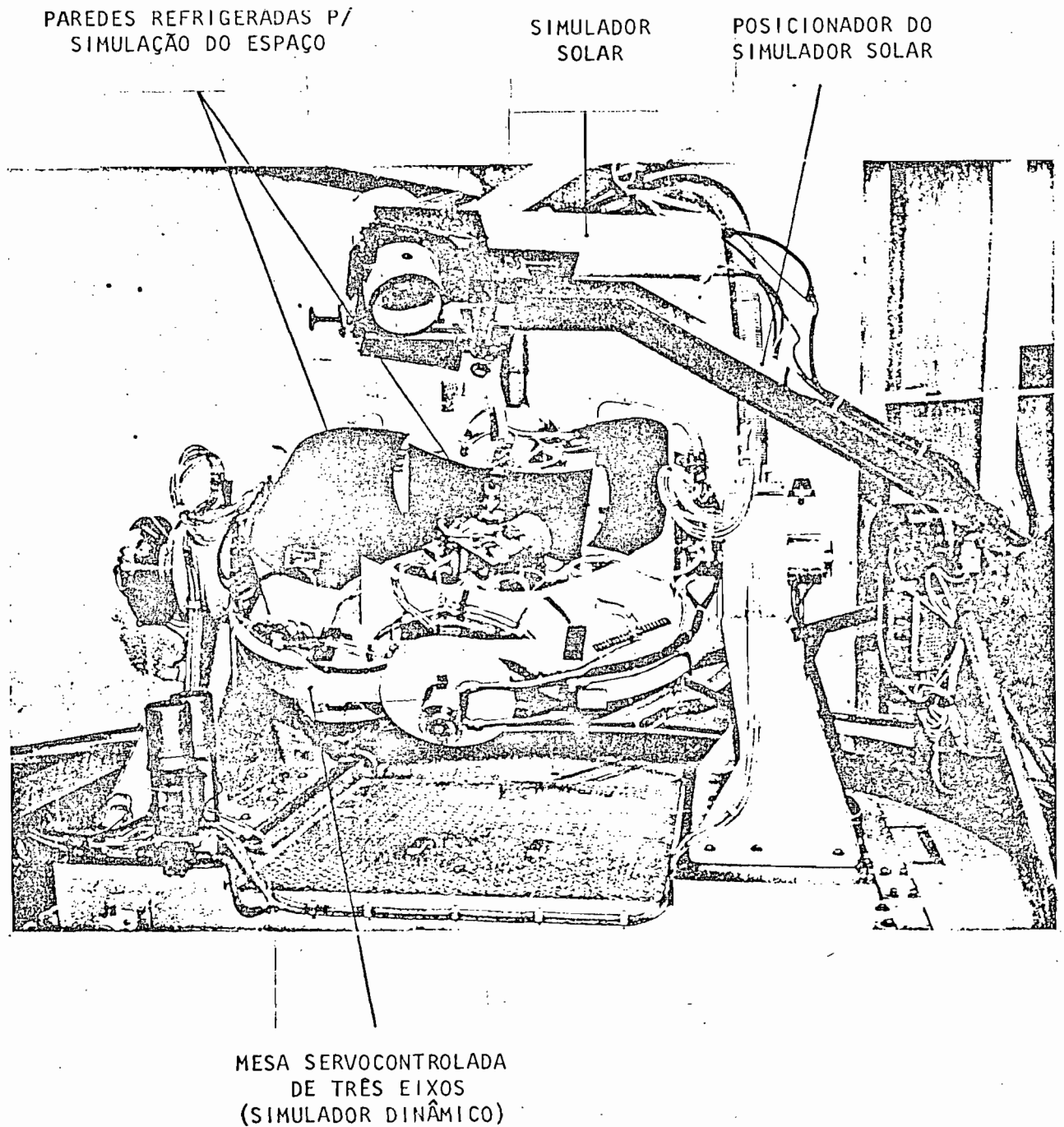


Fig. 4.2 - Facilidades do teste dinâmico no DFVLR.
FONTE: DFVLR (1983).

Uma proposta que se mostra atraente é utilizar um manipulador mecânico, valendo-se das modernas teorias da robótica, para cumprir a função de posicionar o simulador solar. Das configurações de robô possíveis a única que se aplica ao caso é a articulada (braço articulado) constituída de elementos ligados por juntas rotacionais.

A configuração proposta para o posicionador é, então, um manipulador mecânico de braços articulados (denominados genericamente de elementos) ligados por juntas rotacionais, montado sobre uma base fixada ao bloco sísmico e colocado externamente à mesa de rotação controlada e ao simulador de Terra em um espaço disponível entre o simulador e a borda do bloco sísmico (Figura 4.3).

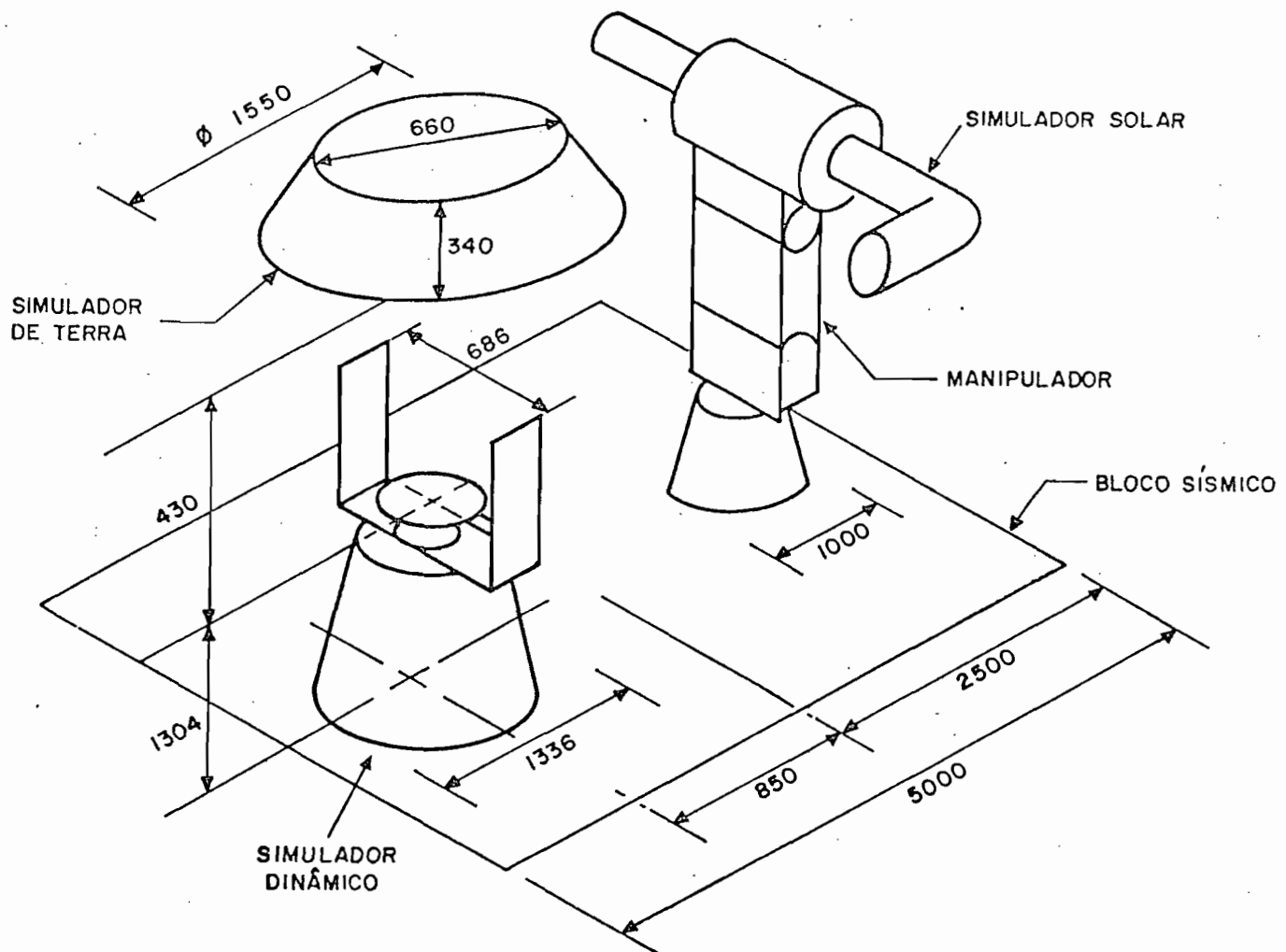


Fig. 4.3 - Configuração proposta.

Os limites de azimuth e elevação que se pretende simular com este posicionador não podem ser tão grandes quanto os do DFVLR por razões geométricas associadas à configuração escolhida, e também pelo custo, mas esse deverá permitir a maior abertura angular possível e, acima de tudo, deverá ter uma boa precisão no posicionamento.

As características do simulador solar desenvolvido pelo INPE (Fleury e Souza, 1988) são ilustradas na Figura 4.4 e as propriedades inerciais listadas na Tabela 4.1 em relação aos eixos da Figura 4.5.

O sistema de coordenadas definido na Figura 4.5 é conveniente para trabalhar com os parâmetros de Denavit-Hartenberg (1955) que serão posteriormente definidos e utilizados nas seções subsequentes.

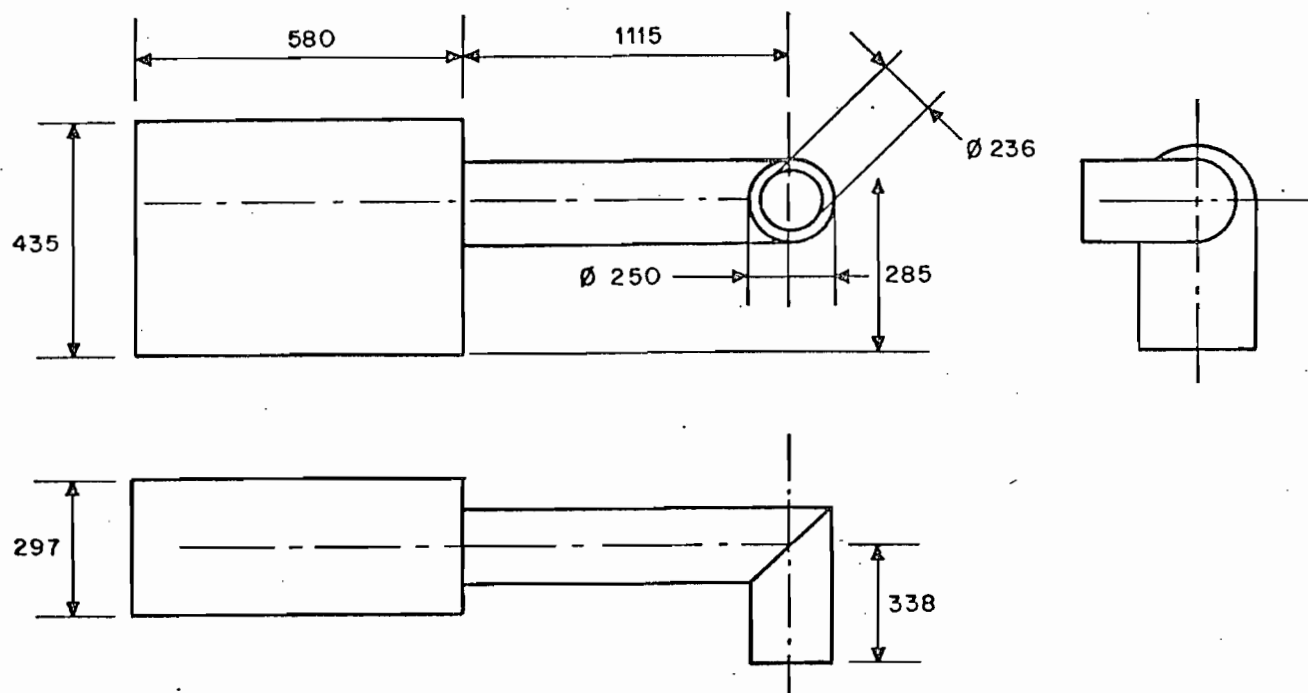


Fig. 4.4 - Simulador solar.

FONTE: Fleury e Souza (1988).

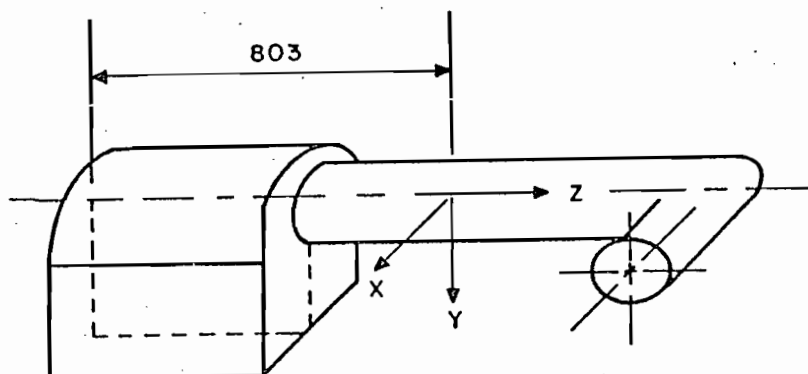


Fig. 4.5 - Posição dos eixos referentes às propriedades inerciais.

TABELA 4.1

PROPRIEDADES INERCIAIS E CARACTERÍSTICAS DO SIMULADOR SOLAR

Inércia (kg.mm ²)	Valor	Eixo (Fig.4.5)	Coord.CM (mm)
I_{xx}	$1,40 \times 10^7$	X	14
I_{yy}	$1,42 \times 10^7$	Y	44
I_{zz}	$8,63 \times 10^5$	Z	0
I_{xy}	0	Peso (N)	
I_{yz}	$-1,15 \times 10^6$	487	
I_{xz}	$6,34 \times 10^5$		

4.2 - GRAUS DE LIBERDADE E GEOMETRIA DO POSICIONADOR

Ao longo do movimento, o foco luminoso do simulador solar estará permanentemente iluminando os sensores do SCA0 de maneira a reproduzir a situação do satélite em órbita.

Mantendo-se o simulador solar com seu eixo Z (Figura 4.5) paralelo à direção horizontal, bastam dois ângulos de atitude para que assumam um determinado par α e β no espaço, uma vez posicionado corretamente. Para que o posicionador suporte o simulador no espaço é mais fácil que o sistema de suspensão esteja o mais próximo possível do centro de massa do posicionador. Dessa forma, evita-se gerar torques inúteis devido a posição do CM do simulador. Por outro lado, para movimentar o centro de massa do simulador independentemente em três coordenadas cartesianas, são necessários mais três graus de liberdade. Portanto, com um robô articulado de 5 graus de liberdade é possível simular o movimento do Sol sobre o satélite. Com um braço articulado em uma coluna vertical, chamada em robótica de *ombro*, pode-se movimentar o CM do simulador solar e com um terceiro dispositivo, chamado doravante de *punho*, mantê-lo com o eixo Z paralelo à horizontal ao longo do movimento do braço e do ombro conjugados. No punho dois outros graus de liberdade se encarregam do posicionamento em azimute e elevação. Isto é ilustrado através da geometria do robô na Figura 4.6.

As Figuras 4.7 a 4.10 esboçam o contorno preliminarmente projetado para as peças que compõem o manipulador. Nestas peças serão implementados mecanismos para ativar os movimentos pretendidos, o que pertence ao projeto detalhado do posicionador (Michalec, 1966; Truxal, 1958; Greenwood, 1962).

O funcionamento das peças ocorre da seguinte forma: o ombro é uma árvore que gira em torno de seu próprio eixo posicionado em uma base e apoiada sobre mancais; o braço é articulado em uma extremidade no ombro e em outra no punho, tendo, portanto, 2 graus de liberdade; o cilindro externo é montado sobre o punho e gira sobre ele transversalmente (este último movimento não pode ser deduzido das figuras mostradas). O cilindro interno suporta o simulador solar ativando diretamente o ângulo de elevação do Sol β e girando no interior do cilindro externo quando o CM do simulador é posicionado a uma determinada distância de iluminação. A Figura 4.6, já mostrada, ilustra estes movimentos.

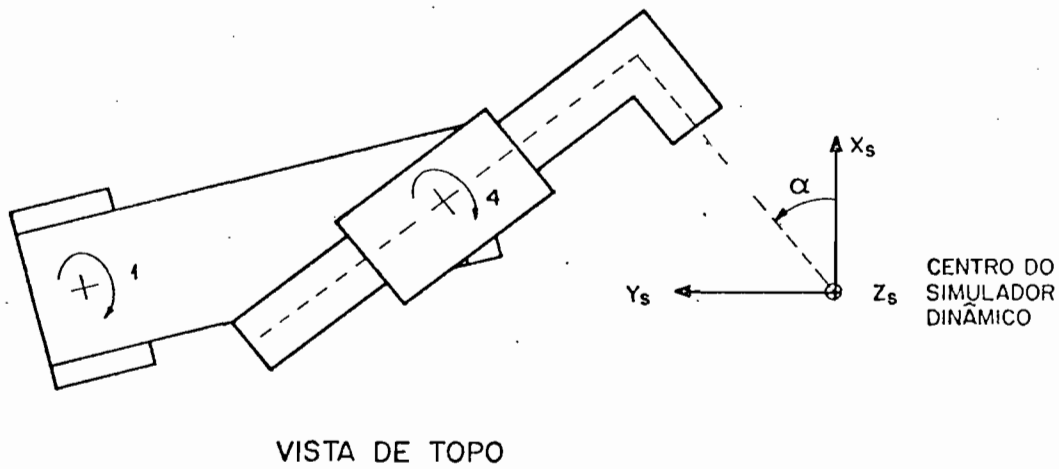
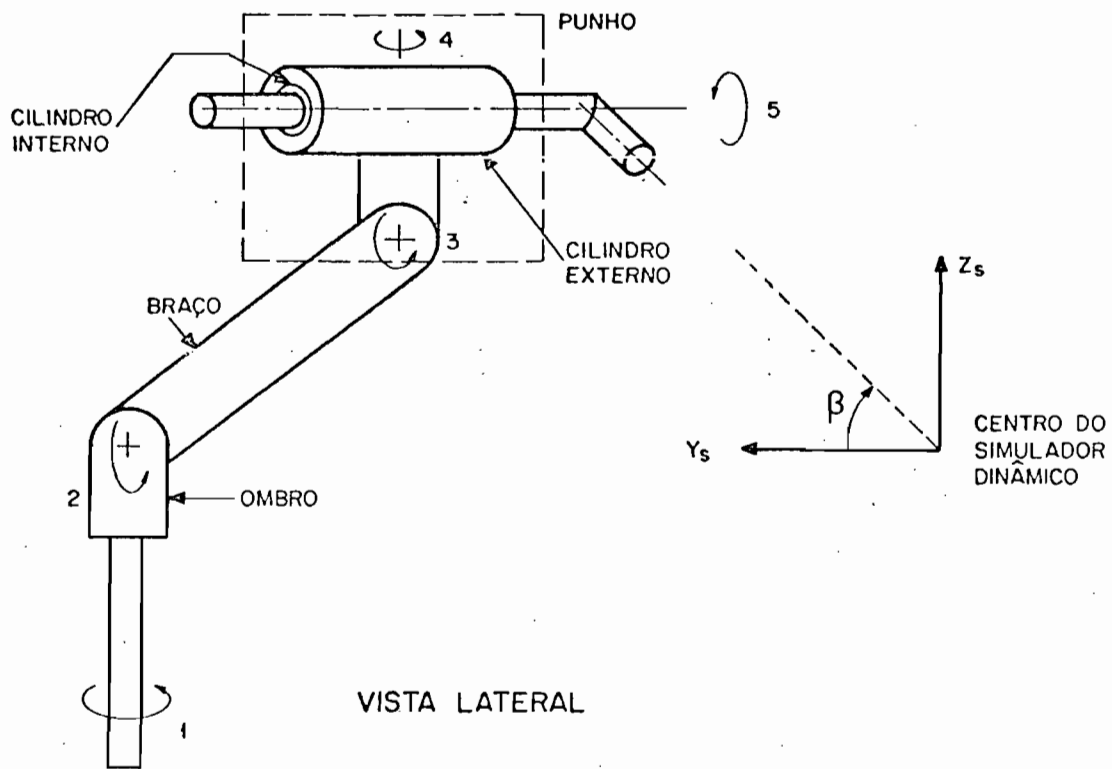


Fig. 4.6 - Configuração do robô.

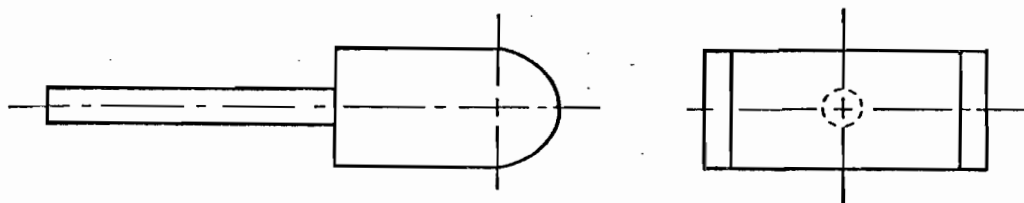


Fig. 4.7 - Ombro.

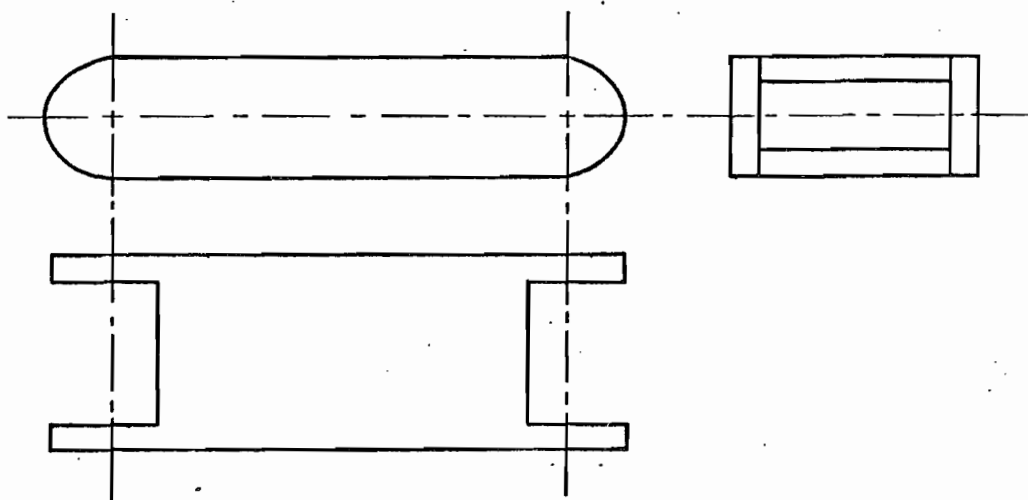


Fig. 4.8 - Braço.

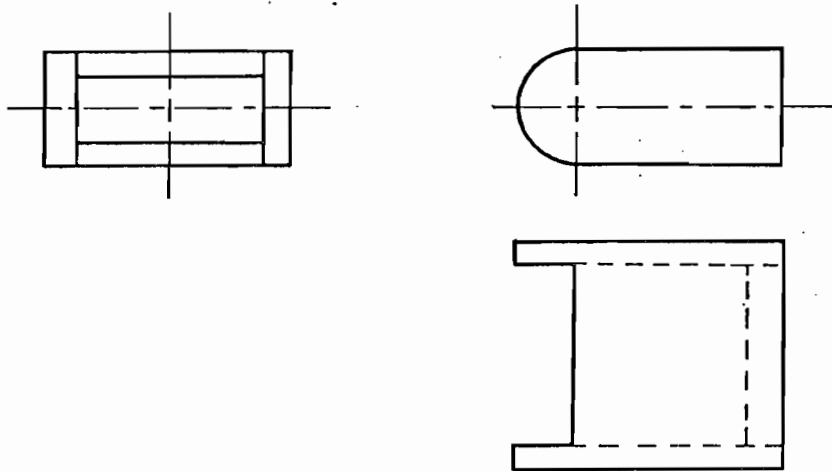


Fig. 4.9 - Componente de articulação 3 do punho (Figura 4.6).

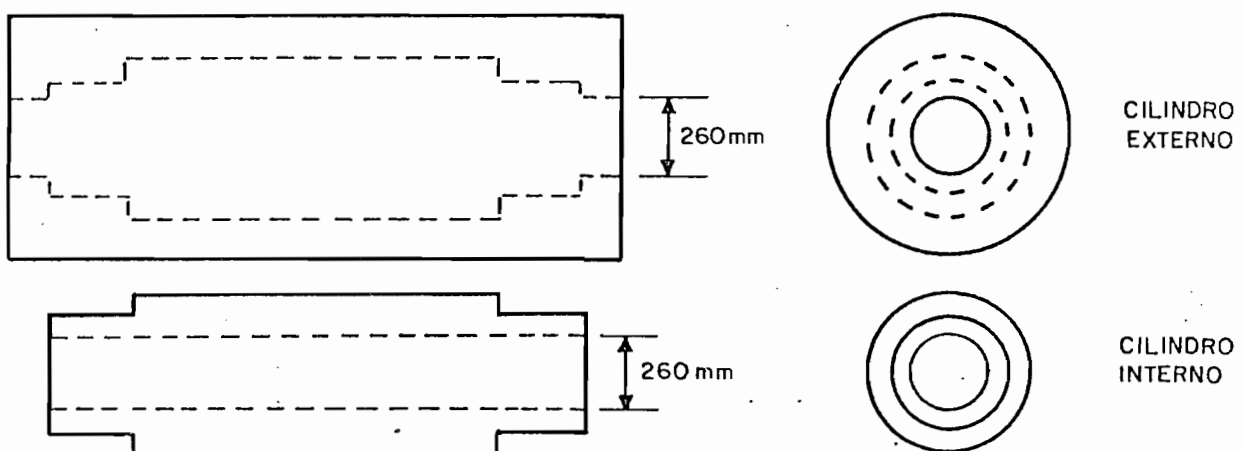


Fig. 4.10 - Cilindros externo e interno.

4.3 - FUNDAMENTOS DA ROBÓTICA

4.3.1 - CARACTERÍSTICAS DO PROCESSO A SER CONTROLADO

Dentro do enfoque de controle de processos, as variáveis que se deseja controlar, em posição, no caso de robôs são, na realidade, a orientação e a posição do ponto final de atuação e, as variáveis de entrada são os esforços e torques nas juntas. No caso presente o ponto final de atuação que está sendo considerado é o foco luminoso do simulador solar que mantém o apontamento para os sensores do SCA0.

Na situação de regime permanente, o modelo que relaciona as variáveis das juntas com as variáveis do ponto final de atuação é o modelo cinemático (ou também chamado de geométrico). No regime transitório, o modelo que relaciona estas variáveis é o modelo dinâmico que fornece torques/esforços nas juntas em função das taxas de variação das juntas ou do ponto final de atuação (Latre, 1988).

Por simplicidade, o ponto final de atuação ("end effector") será chamado de garra ("gripper").

4.3.2 - PARÂMETROS DE DENAVIT-HARTENBERG

Para estudar pares de mecanismos, foi proposto por Denavit-Hartenberg (1955), uma notação simbólica para descrever tais mecanismos em termos de uma notação matricial. São atribuídos dois sistemas coordenadas, um a cada elemento do mecanismo, sendo $X_1Y_1Z_1$ vinculado ao elemento 1 e $X_2Y_2Z_2$ vinculado ao elemento 2. É dado um ponto M de coordenadas (x_2, y_2, z_2) e deseja-se saber as coordenadas de M em x_1, y_1, z_1 conhecida a posição da origem de $X_2Y_2Z_2$ em $X_1Y_1Z_1$. Este problema conduz a um sistema de equações não homogêneo com relação as variáveis x_2, y_2, z_2 . É proposta uma transformação que conduz a um sistema de equações homogêneo e que pode ser representado por uma notação matricial (Denavit e Hartenberg, 1955).

A notação simbólica dos pares de mecanismos obedece as seguintes convenções válidas para qualquer tipo de par de mecanismos:

- Alinhar os eixos X_i dos sistemas de coordenadas das juntas na mesma direção do eixo X da base fixa.
- Fazer com que as juntas rotacionais girem em torno dos seus eixos Z_i .
- Fazer com que as juntas translacionais transladem ao longo de seus eixos Z_i .

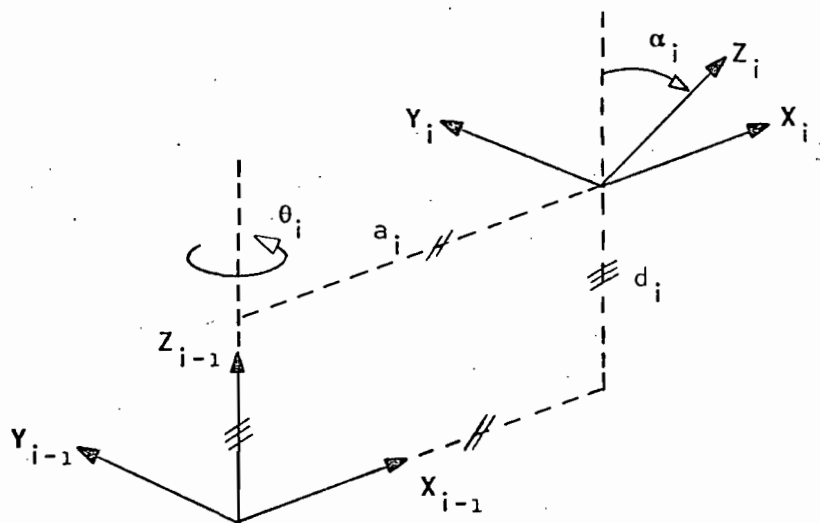


Fig. 4.11 - Parâmetros de Denavit-Hartenberg.

Tendo-se atribuído os sistemas de coordenadas de acordo com as convenções acima as relações sucessivas entre o elemento i e o elemento $i-1$ são descritas pelos seguintes parâmetros de Denavit-Hartenberg (Rānky e Ho, 1985):

θ_i - Rotação de um ângulo θ_i em torno do eixo Z_{i-1} .

d_i - Translação de uma distância d_i ao longo do eixo Z_{i-1} .

a_i - Translação de um comprimento a_i ao longo do eixo X_{i-1} .

α_i - Rotação em torno do eixo X_i no sentido horário de um ângulo α_i entre o eixo Z_i e o eixo Z_{i-1} .

4.3.3 - TRANSFORMAÇÕES HOMOGÊNEAS

As Transformações Homogêneas que descrevem a translação ou rotação relativa entre os sistemas de coordenadas dos elementos são conhecidas historicamente como matrizes (A). Uma matriz (A) é, então, o produto de quatro transformações relacionando o sistema de coordenadas do elemento i e o sistema de coordenadas do elemento $i-1$, ou seja:

$$(A_i) = \text{Rot}(Z, \theta_i) \text{Trans}(0, 0, d_i) \text{Trans}(a_i, 0, 0) \text{Rot}(X, \alpha_i) \quad (4.1)$$

onde:

$\text{Rot}(Z, \theta_i)$ - Rotação em torno do eixo Z de um ângulo θ_i .

$\text{Trans}(0, 0, d_i)$ - Translação em z de um comprimento d_i .

A transformação que conduz a um sistema de equações homogêneo resulta em uma matriz 4 x 4 cuja representação é dada por Paul (1981):

$$(A_i) = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

A inversa $(A_i)^{-1}$ é determinada através de (Denavit e Hartenberg, 1955):

$$(A_i)^{-1} = \begin{pmatrix} \cos\theta_i & \sin\theta_i & 0 & -a_i \\ -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & \sin\alpha_i & d_i \sin\alpha_i \\ \sin\theta_i \sin\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & -d_i \cos\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

4.3.4 - MODELO GEOMÉTRICO DIRETO

Em relação às matrizes (A) obtidas anteriormente, (A_1) descreve a posição e orientação do primeiro elemento em relação à base do manipulador, (A_2) descreve a posição e orientação do segundo elemento em relação ao primeiro e assim por diante. É importante notar que a matriz (A) descreve um sistema de coordenadas em relação a outro sistema de coordenadas. De uma forma mais explícita, expressa os versores que definem as direções dos eixos de um sistema de coordenadas e a coordenada de sua origem em relação a um outro sistema. Desta forma se pós-multiplicarmos uma transformação que representa um sistema de coordenadas $((A_1))$ por uma segunda transformação que descreve uma rotação e/ou translação $((A_2))$, fazemos essa translação e/ou rotação com relação ao sistema de coordenadas que constitui a primeira transformação. Se a primeira transformação descreve um sistema de coordenadas com relação à base então o resultado desse produto $((A_1)(A_2))$ será a representação do sistema de coordenadas resultante em relação ao sistema da base. O pós-produto das sucessivas matrizes (A) tem sido historicamente chamado de matrizes (T) . Para um manipulador com n elementos:

$${}^i T_n = A_i A_{i+1} \dots A_n \quad (4.4)$$

Neste caso o sistema de coordenadas da garra do manipulador seria descrito com relação à base (elemento 0) através de:

$${}^0 T_n = A_1 A_2 \dots A_n \quad (4.5)$$

O problema de controle em robótica corresponde ao controle de posição e orientação da garra ou ferramenta. A matriz 0T_n ou simplesmente T_n , como é conhecida, contém os versores $\hat{n}$, $\hat{o}$, $\hat{a}$ que descrevem a orientação da garra da seguinte forma (ver Figura 4.12): o versor de aproximação $\hat{a}$ correspondente ao eixo Z fica na direção que a garra do posicionador se aproxima de um objeto conhecido; $\hat{o}$ é o versor de orientação e que corresponderia ao eixo Y; $\hat{n}$ completa o triedro sendo o produto vetorial dos anteriores, ou seja:

$$\hat{n} = \hat{o} \times \hat{a} \quad (4.6)$$

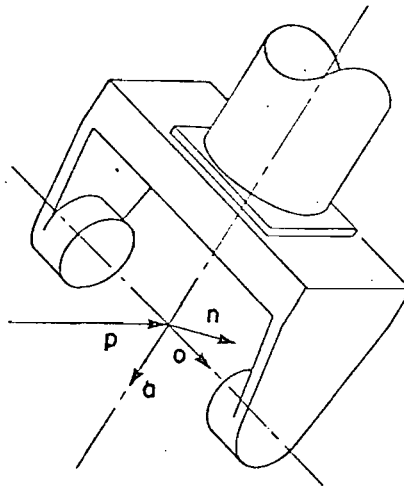


Fig. 4.12 - Versores $\hat{n}$, $\hat{o}$ e $\hat{a}$.

A posição da garra no sistema de coordenadas da base é dada pelo vetor p assim chamado vetor posição. O modelo geométrico direto é, então, o pós-produto sucessivo de todas as matrizes (A) gerando a descrição da posição e orientação da garra em relação à base do manipulador dados os valores das coordenadas das juntas. O modelo geométrico direto é, então dado por:

$$T_n = \begin{bmatrix} \text{cossenos diretores dos} & \text{posição da} \\ \text{eixos do sist. coord.} & \text{origem do sist.} \\ \text{da garra (3 x 3)} & \text{coord. da} \\ & \text{garra (3 x 1)} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ & \vdots \end{bmatrix}$$

ou seja:

$$T_n = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

onde:

n = Número de elementos.

4.3.5 - MODELO GEOMÉTRICO INVERSO

O modelo geométrico inverso vai permitir conhecer as coordenadas necessárias às juntas para que a garra assuma uma determinada posição e orientação no espaço. Isto significa resolver as equações cinemáticas do modelo direto. Uma técnica para obter o modelo inverso (Paul, 1981) é a pré-multiplicação sucessiva da Equação 4.5 pelas inversas das matrizes A_i . Desta forma:

$$\begin{aligned} A_1^{-1} T_n &= {}^1 T_n \\ A_2^{-1} A_1^{-1} &= {}^2 T_n \\ &\vdots \\ A_{n-1}^{-1} \dots A_1^{-1} T_n &= {}^{n-1} T_n \end{aligned} \quad (4.8)$$

Através da Equação 4.8, tomam-se alguns componentes das matrizes resultantes, igualando-os aos componentes equivalentes das matrizes T obtendo-se as expressões do modelo geométrico inverso que permitem obter as coordenadas das juntas em função das componentes de $\hat{n}$, $\hat{o}$, $\hat{a}$ e $\vec{p}$.

Em certos casos, pode ocorrer problemas de redundância na determinação dos ângulos. Isso é resolvido através da introdução de vínculos

na determinação das trajetórias que serão seguidas pela garra.

Portanto, para que se obtenha as coordenadas das juntas em cada ponto da trajetória é necessário conhecer a matriz T_n em todos estes pontos.

4.3.6 - JACOBIANO

Para obter velocidades das juntas dadas as velocidades do ponto luminoso é necessário derivar a função vetorial que representa a posição e orientação da ponta do simulador em relação à base, ou seja, o modelo geométrico. Chamando de $\{y\}$ o vetor que representa as posições e os ângulos de atitude da ponta do simulador e $\{x\}$ o vetor constituído pelas coordenadas das juntas no espaço de juntas temos (Latre, 1988):

$$\{y\} = f(\{x\}) \rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{f(\{x\})}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (4.9)$$

$$J \triangleq (J_{ij}) \quad (4.10)$$

$$J_{ij} \triangleq \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \quad (4.11)$$

onde:

J - Matriz Jacobiana ou simplesmente Jacobiano.

Em robótica o Jacobiano que é de interesse é aquele que relaciona as velocidades das juntas com as velocidades da garra, ou seja:

$$\{\dot{y}\} = J \{\dot{x}\} \quad (4.12)$$

Na realidade, interessa obter as velocidades das juntas dadas as velocidades da garra e, para isso, é necessário o Jacobiano inverso:

$$\{\dot{x}\} = J^{-1} \{\dot{y}\} \quad (4.13)$$

O Jacobiano $\bar{J}$, geralmente, função apenas das coordenadas das juntas, porém depende do sistema de coordenadas onde estão representadas as velocidades linear e angular da garra.

Além das velocidades, outros parâmetros cinemáticos importantes são as acelerações angulares e/ou lineares das juntas. Isto pode ser obtido derivando-se a Equação 4.13 e obtendo uma expressão para $\{\ddot{x}\}$ (Hollerbach e Sahar, 1983):

$$\{\ddot{x}\} = J^{-1}(\{\ddot{y}\} - \dot{J} \{\dot{x}\}) \quad (4.14)$$

onde:

$\dot{J}$ - Derivada temporal da matriz Jacobiana, que é obtida derivando J em relação ao tempo.

4.4 - SOLUÇÕES ADOTADAS

De acordo com as geometrias definidas na seção 4.2 e com os aspectos teóricos abordados na seção 4.3 foram adotadas soluções de projeto originando a formulação que se segue.

4.4.1 - MATRIZES A_i

Para que se possa determinar as matrizes A_i de cada elemento de acordo com os parâmetros de Denavit-Hartenberg é necessário atribuir os sistemas de coordenadas aos elementos do manipulador de acordo com as convenções estabelecidas na seção 4.3.2 e através da Equação 4.2. Isto é ilustrado na Figura 4.13.

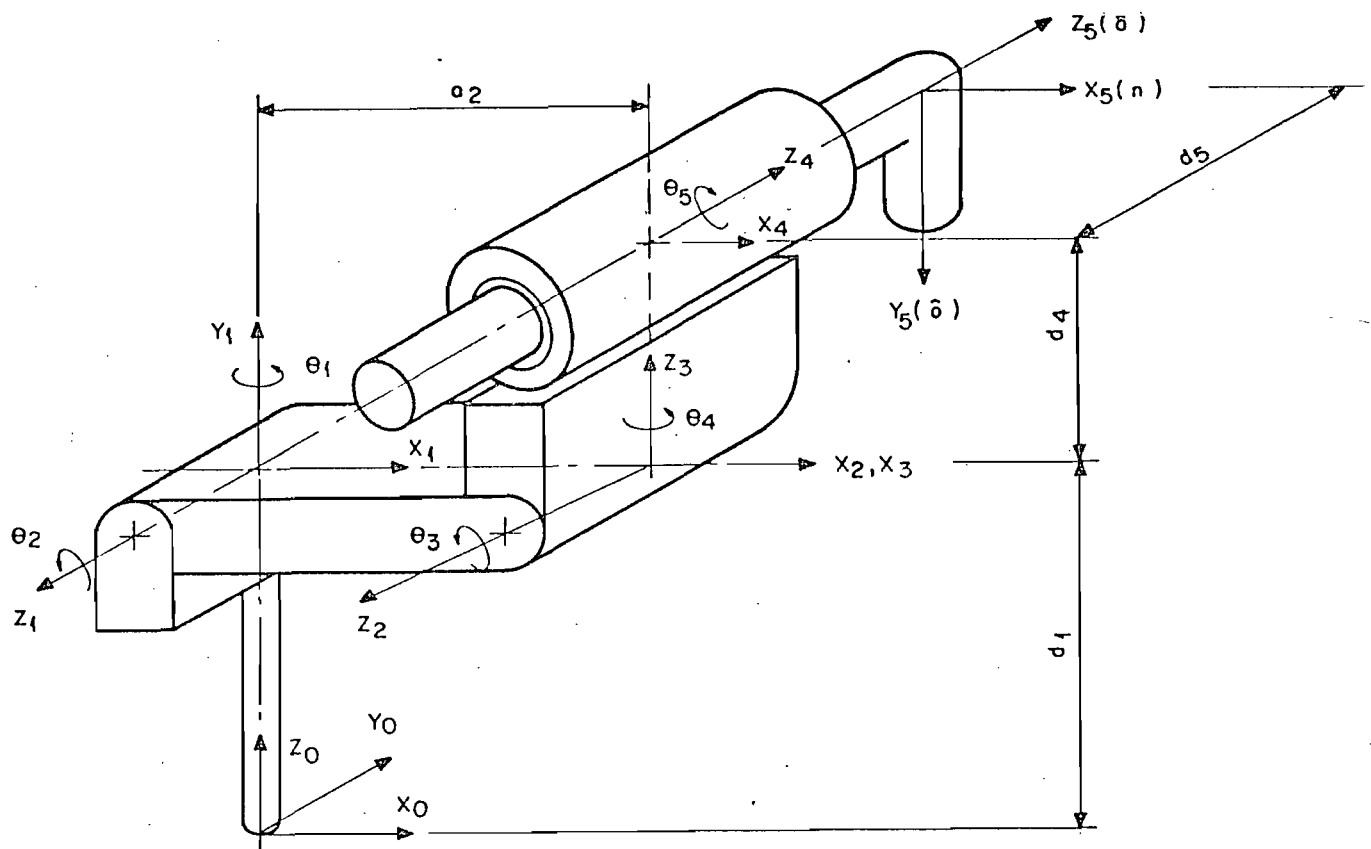


Fig. 4.13 - Sistemas de coordenadas dos elementos.

Como resultado destas atribuições surgem os parâmetros de Denavit-Hartenberg para a determinação das matrizes A_i . Estes parâmetros são ilustrados na Tabela 4.2.

Baseado na Tabela 4.2 e na Equação 4.2 são obtidas as matrizes A_i como se segue.

TABELA 4.2

PARÂMETROS DE DENAVIT-HARTENBERG

ELEMENTO →	0	1	2	3	4	5
PARÂMETRO ↓						
θ_i	0	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
d_i	0	d_1	0	0	d_4	d_5
a_i	0	0	a_2	0	0	0
α_i	0	90^0	0	-90^0	-90^0	0

Fazendo: $\sin\theta_i = S_i$

$\cos\theta_i = C_i$

$$A_1 = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & a_2 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & a_2 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} C_3 & 0 & -S_3 & 0 \\ S_3 & 0 & C_3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} C_4 & 0 & -S_4 & 0 \\ S_4 & 0 & C_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_5 = \begin{pmatrix} C_5 & -S_5 & 0 & 0 \\ S_5 & C_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A partir das Equações 4.15 e através da Equação 4.3 obtêm-se as inversas das matrizes A_i :

$$A_1^{-1} = \begin{pmatrix} C_1 & S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -d_1 \\ S_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(4.16)

$$A_2^{-1} = \begin{pmatrix} C_2 & S_2 & 0 & -a_2 \\ -S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_3^{-1} = \begin{pmatrix} C_3 & S_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A_4^{-1} = \begin{pmatrix} C_4 & S_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & d_4 \\ -S_4 & C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_5^{-1} = \begin{pmatrix} C_5 & S_5 & 0 & 0 \\ -S_5 & C_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4.4.2 - MATRIZES T

As matrizes T, obtidas pela pós-multiplicação sucessiva das matrizes A_i são obtidas a seguir:

$${}^4T_5 = A_5 = \begin{pmatrix} C_5 & -S_5 & 0 & 0 \\ S_5 & C_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(4.17)

$${}^3T_5 = A_4 A_5 = \begin{pmatrix} C_4 C_5 & -C_4 S_5 & -S_4 & -S_4 d_5 \\ S_4 C_5 & -S_4 S_5 & C_4 & C_4 d_5 \\ -S_5 & -C_5 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$${}^2T_5 = A_3 A_4 A_5 = \begin{pmatrix} C_3 C_4 C_5 + S_3 S_5 & -C_3 C_4 S_5 + S_3 C_5 & -C_3 S_4 \\ S_3 C_4 C_5 - C_3 S_5 & -S_3 C_4 S_5 - C_3 C_5 & -S_3 S_4 \\ -S_4 C_5 & S_4 S_5 & -C_4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -C_3 S_4 d_5 - S_3 d_4 \\ -S_3 S_4 d_5 + C_3 d_4 \\ -C_4 d_5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$${}^1T_5 = A_2 A_3 A_4 A_5 = \begin{pmatrix} {}^1T_{511} & {}^1T_{512} & {}^1T_{513} & {}^1T_{514} \\ {}^1T_{521} & {}^1T_{522} & {}^1T_{523} & {}^1T_{524} \\ {}^1T_{531} & {}^1T_{532} & {}^1T_{533} & {}^1T_{534} \\ {}^1T_{541} & {}^1T_{542} & {}^1T_{543} & {}^1T_{544} \end{pmatrix}$$

onde:

$${}^1T_{511} = C_2(C_3 C_4 C_5 + S_3 S_5) - S_2(S_3 C_4 C_5 - C_3 S_5) \quad (4.18)$$

$${}^1T_{512} = C_2(-C_3 C_4 S_5 + S_3 C_5) - S_2(-S_3 C_4 S_5 - C_3 C_5)$$

$${}^1T_{513} = -C_2 C_3 S_4 + S_2 S_3 S_4$$

$${}^1T_{514} = C_2(-C_3 C_4 d_5 - S_3 d_4) - S_2(-S_3 S_4 d_5 + C_3 d_4) + a_2 C_2$$

$${}^1T_{521} = S_2(C_3 C_4 C_5 + S_3 S_5) + C_2(S_3 C_4 C_5 - C_3 S_5)$$

$${}^1T_{522} = S_2(-C_3 C_4 S_5 + S_3 C_5) + C_2(-S_3 C_4 S_5 - C_3 C_5)$$

$${}^1T_{5_{23}} = -S_2C_3S_4 + C_2S_3S_4$$

$${}^1T_{5_{24}} = S_2(-C_3S_4d_5 - S_3d_4) - C_2(-S_3S_4d_5 + C_3d_4) + a_2S_2$$

$${}^1T_{5_{31}} = -S_4C_5$$

$${}^1T_{5_{32}} = S_4S_5$$

$${}^1T_{5_{33}} = -C_4$$

$${}^1T_{5_{34}} = -C_4d_5$$

$${}^1T_{5_{41}} = {}^1T_{5_{42}} = {}^1T_{5_{43}} = 0$$

$${}^1T_{5_{44}} = 1$$

4.4.3 - MODELO GEOMÉTRICO DIRETO

O modelo geométrico resultante da pós-multiplicação sucessiva das matrizes A_i é obtido usando a formulação dada pela Equação 4.7 e pós-multiplicando A_1 pela última das Equações 4.17:

$$n_x = C_1 \{ C_2 (C_3C_4C_5 + S_3S_5) - S_2 (S_3C_4C_5 - C_3S_5) \} - S_1S_4C_5 \quad (4.19)$$

$$n_y = S_1 \{ C_2 (C_3C_4C_5 + S_3S_5) - S_2 (S_3C_4C_5 - C_3S_5) \} + C_1S_4C_5$$

$$n_z = S_2 (C_3C_4C_5 + S_3S_5) + C_2 (S_3C_4C_5 - C_3S_5)$$

$$o_x = C_1 \{ C_2 (-C_3C_4S_5 + S_3C_5) - S_2 (S_3C_4S_5 - C_3C_5) \} + S_1S_4S_5$$

$$o_y = S_1 \{ C_2 (-C_3C_4S_5 + S_3C_5) - S_2 (S_3C_4S_5 - C_3C_5) \} - C_1S_4S_5$$

$$o_z = S_2 (-C_3C_4S_5 + S_3C_5) + C_2 (-S_3C_4S_5 - C_3C_5)$$

$$a_x = C_1 (-C_2C_3S_4 + S_2S_3S_4) - S_1C_4$$

$$a_y = S_1(-C_2C_3S_4 + S_2S_3S_4) + C_1C_4$$

$$a_z = -S_2C_3S_4 - C_2S_3S_4$$

$$p_x = C_1(C_2(C_3C_4d_5 - S_3d_4) - S_2(-S_3S_4d_5 + C_3d_4) + a_2C_2) - S_1C_4d_5$$

$$p_y = S_1(C_2(-C_3C_4d_5 - S_3d_4) - S_2(-S_3S_4d_5 + C_3d_4) + a_2C_2) + C_1C_4d_5$$

$$p_z = S_2(-C_3C_4d_5 - S_3d_4) + C_2(-S_3S_4d_5 + C_3d_4) + a_2S_2 + d_1$$

Os versores $\hat{n}$, $\hat{o}$, $\hat{a}$ e o vetor $\vec{p}$ são ilustrados na Figura 4.14.

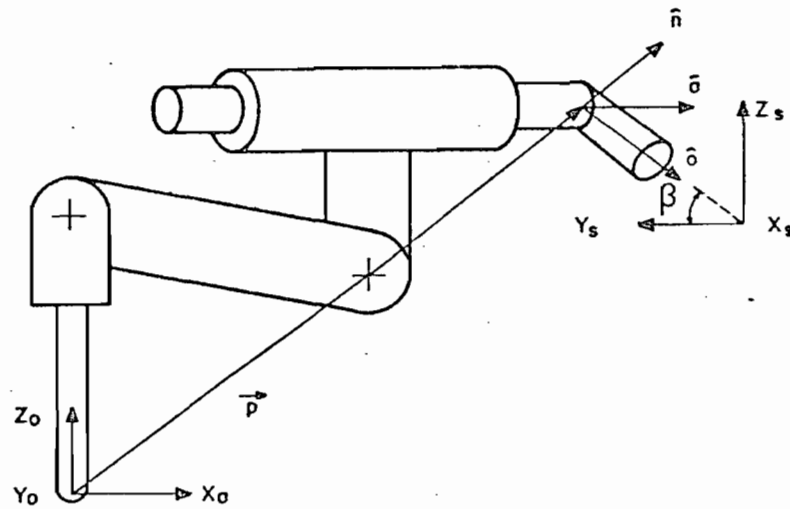


Fig. 4.14 - Versores $\hat{n}$, $\hat{o}$, $\hat{a}$ e o vetor $\vec{p}$.

4.4.4 - MODELO GEOMÉTRICO INVERSO

O modelo geométrico inverso é obtido através da técnica mencionada na seção 4.3.5 e da Equação 4.8. É necessário mencionar que ao pré-multiplicar a matriz T pelas inversas das matrizes A_i os elementos de T são multiplicados em sua forma simbólica, ou seja, os produtos são todos funções das componentes dos versores $\hat{n}$, $\hat{o}$, $\hat{a}$ e do vetor $\vec{p}$.

$$A_1^{-1} T_5 = {}^1T_5$$

$$A_1^{-1} T_5 = \begin{bmatrix} f_{11}(\hat{n}) & f_{11}(\hat{o}) & f_{11}(\hat{a}) & f_{11}(\vec{p}) \\ f_{12}(\hat{n}) & f_{12}(\hat{o}) & f_{12}(\hat{a}) & f_{12}(\vec{p}) \\ f_{13}(\hat{n}) & f_{13}(\hat{o}) & f_{13}(\hat{a}) & f_{13}(\vec{p}) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.20a)$$

onde:

$$f_{13}(\hat{a}) = S_1 a_x - C_1 a_y \quad (4.20b)$$

$$f_{13}(\vec{p}) = S_1 p_x - C_1 p_y \quad (4.20c)$$

São escolhidas as Equações 4.20b e 4.20c para determinar o ângulo θ_1 . Igualando-as a ${}^1T_{5_{33}}$ e ${}^1T_{5_{34}}$ (Equação 4.18) respectivamente obtêm-se:

$$\theta_1 = \text{ATAN} \left(\frac{p_y - a_y d_5}{p_x - a_x d_5} \right) \quad (4.21)$$

O fato de introduzir um vínculo na movimentação do simulador de que seu eixo Z (eixo Z_4 na Figura 4.12) estará sempre na horizontal implica que a componente a_z seja sempre nula visto que os versores são escritos no sistema de coordenadas da base $X_0 Y_0 Z_0$. Entrando com essa condição nas Equações 4.19 fica:

$$a_z = (-S_2 C_3 - C_2 S_3) S_4$$

Como θ_4 não se anula em nenhum ponto da trajetória (dado experimental das simulações e, além disso, deve-se evitar que isto ocorra para evitar problemas de indeterminação), então:

$$S_{23} = 0 \quad (4.22)$$

ou seja:

$$\theta_2 = -\theta_3 \quad (4.23)$$

e:

$$C_{23} = 1 \quad (4.24)$$

onde:

$$S_{23} = \sin(\theta_2 + \theta_3) \text{ e } C_{23} = \cos(\theta_2 + \theta_3).$$

Temos que:

$$A_3^{-1} A_2^{-1} A_1^{-1} T_5 = {}^3T_5$$
$$A_3^{-1} A_2^{-1} A_1^{-1} T_5 = \begin{bmatrix} f_{31}(\hat{n}) & f_{31}(\hat{o}) & f_{31}(\hat{a}) & f_{31}(\vec{p}) \\ f_{32}(\hat{n}) & f_{32}(\hat{o}) & f_{32}(\hat{a}) & f_{32}(\vec{p}) \\ f_{33}(\hat{n}) & f_{33}(\hat{o}) & f_{33}(\hat{a}) & f_{33}(\vec{p}) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

onde:

$$f_{33}(\vec{p}) = -S_{23}(C_1 p_x + S_1 p_y) + C_{23}(p_z - d_1) + a_2 S_3 \quad (4.26)$$

igualando a Equação 4.26 acima ao elemento correspondente da matriz 3T_5 (Equação 4.17), temos:

$$f_{33}(\vec{p}) = d_4$$

e, valendo-se das Equações 4.22 a 4.24, obtém-se:

$$S_3 = \frac{d_4 + d_1 - p_z}{a_2} \quad (4.27)$$

Dado que:

$$A_4^{-1} A_3^{-1} A_2^{-1} A_1^{-1} T_5 = {}^4T_5$$

$$A_4^{-1} A_3^{-1} A_2^{-1} A_1^{-1} T_5 = \begin{bmatrix} f_{41}(\hat{n}) & f_{41}(\hat{o}) & f_{41}(\hat{a}) & f_{41}(\vec{p}) \\ f_{42}(\hat{n}) & f_{42}(\hat{o}) & f_{42}(\hat{a}) & f_{42}(\vec{p}) \\ f_{43}(\hat{n}) & f_{43}(\hat{o}) & f_{43}(\hat{a}) & f_{43}(\vec{p}) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

onde:

$$f_{41}(\vec{p}) = 0$$

$$f_{41}(\vec{p}) = C_4 \left[C_{23}(C_1 p_x + S_1 p_y) - a_2 C_3 + S_{23}(p_z - d_1) \right] + S_4 \left[-S_1 p_x + C_1 p_y \right] \quad (4.29)$$

e de forma análogo à anterior:

$$C_3 = \frac{1}{a_2} \left[C_1 p_x + S_1 p_y + \frac{S_4(-S_1 p_x + C_1 p_y)}{C_4} \right] \quad (4.30)$$

e baseado nas Equações 4.27 e 4.30:

$$\theta_3 = \text{ATAN2}(S_3, C_3) \quad (4.31)$$

Retomando a Equação 4.25, calculando o termo $f_{33}(\hat{n})$ e igualando ao termo correspondente de 3T_5 (Equação 4.17), temos:

$$S_4 = -C_{23}(C_1 a_x + S_1 a_y) - S_{23} a_z$$

$$S_4 = -C_1 a_x - S_1 a_y \quad (4.32)$$

A primeira das Equações 4.20 nos fornece o valor de C_4 :

$$C_1 = C_4 a_y - S_4 a_x \quad (4.33)$$

As Equações 4.32 a 4.33 fornecem:

$$\theta_4 = \text{ATAN2}(S_4, C_4) \quad (4.34)$$

Calculando os termos $f_{42}(\bar{n})$ e $f_{42}(\bar{o})$ são obtidas as expressões para S_5 e C_5 igualando-os aos elementos correspondentes da matriz 4T_5 :

$$\begin{aligned} f_{42}(\bar{n}) &= S_{23}(C_1 n_x + S_1 n_y) - C_{23} n_z = S_5 \\ S_5 &= -n_z \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned} f_{42}(\bar{o}) &= S_{23}(C_1 o_x + S_1 o_y) - C_{23} o_z = C_5 \\ C_5 &= -o_z \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\theta_5 = \text{ATAN2}(-n_z, -o_z) \quad (4.37)$$

As Equações 4.21, 4.23, 4.27, 4.30, e 4.31 a 4.37 constituem, então, o modelo geométrico inverso. É importante notar que a função ATAN2 do FORTRAN IV aparece nas expressões porque deve ser usada sempre que possível para evitar problemas na determinação dos ângulos.

4.4.5 - DETERMINAÇÃO DA TRAJETÓRIA

4.4.5.1 - POSIÇÃO CARTESIANA

A determinação da trajetória consiste em obter uma curva no espaço que deverá ser seguida pela extremidade luminosa do simulador solar e que seja compatível com as características do manipulador.

Retomando as Equações do modelo geométrico e manipulando-as de uma forma que apareçam explicitamente S_{23} e C_{23} e lembrando que $S_{23} = 0$ e $C_{23} = 1$, temos:

$$\begin{aligned} p_x &= C_1(-C_{23}C_4d_5 - S_{23}d_4 + a_2C_2) - S_1C_4d_5 \\ p_x &= a_2C_1C_2 - S_{14} \end{aligned} \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} p_y &= S_1(-C_{23}C_4d_5 - S_{23}d_4 + a_2C_2) + C_1C_4d_5 \\ p_y &= a_2S_1C_2 + C_{14} \end{aligned} \quad (4.39)$$

$$\begin{aligned} p_z &= -S_{23}S_4d_5 + C_{23}d_4 + a_2S_2 + d_1 \\ p_z &= d_4 + d_1 + a_2S_2 \end{aligned} \quad (4.40)$$

$$\begin{aligned} n_x &= C_1(C_{23}C_4C_5 + S_{23}S_5) - S_1S_4C_5 \\ n_x &= C_{14}C_5 \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} n_y &= S_1(C_{23}C_4C_5 + S_{23}S_5) + C_1S_4C_5 \\ n_y &= S_{14}C_5 \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} n_z &= S_{23}C_4C_5 - C_{23}S_5 \\ n_z &= -S_5 \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} o_x &= C_1(S_{23}C_5 - C_{23}C_4S_5) + S_1S_4S_5 \\ o_x &= -C_{14}S_5 \end{aligned} \quad (4.44)$$

$$\begin{aligned} o_y &= S_1(S_{23}C_5 - C_{23}C_4S_5) - C_1S_4S_5 \\ o_y &= -S_{14}S_5 \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$o_z = S_{23}C_4S_5 - S_{23}C_5$$

$$o_z = -C_5 \quad (4.46)$$

$$a_x = -C_1C_{23}S_4 - S_1C_4$$

$$a_x = -S_{14} \quad (4.47)$$

$$a_y = -S_1C_{23}S_4 + C_1C_4$$

$$a_y = C_{14} \quad (4.48)$$

$$a_z = -S_{23}S_4$$

$$a_z = 0$$

Seja δ um escalar dado pela distância entre o ponto luminoso do simulador solar ao centro da mesa, associado ao vetor $\vec{p}$ (veja Figura 4.15). Seja $\vec{s}$ o vetor que vai da base ao ponto correspondente ao centro do simulador dinâmico de 3 eixos. Chamando de B o espaçamento entre a mesa e o robô podemos expressar o vetor $\vec{p}$ função dos parâmetros α e β . A Figura 4.14 ilustra estes vetores e o espaçamento B.

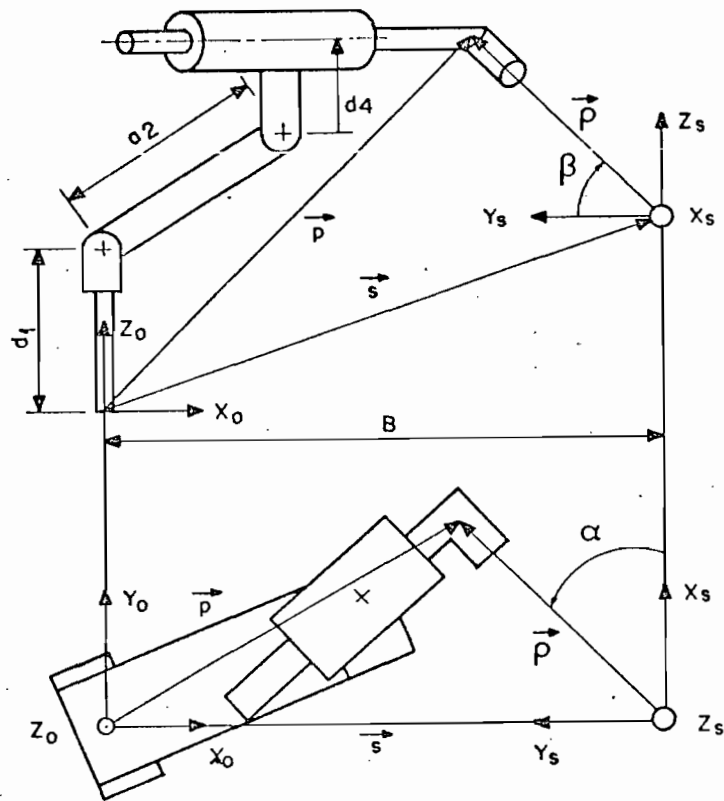


Fig. 4.15 - Vetores $\vec{p}$, $\vec{s}$ e $\vec{p}$.

Escrevendo estes vetores no sistema de coordenadas da base (Figura 4.14):

$$\vec{p} = -\delta \cos \beta \sin \alpha \hat{i} + \delta \cos \beta \cos \alpha \hat{j} + \delta \sin \beta \hat{k} \quad (4.49)$$

$$\vec{s} = B \hat{i} + d_1 \hat{k} \quad (4.50)$$

e, desta forma:

$$\vec{p} = \vec{s} + \vec{p}$$

$$\vec{p} = (B - \delta \cos \beta \sin \alpha) \hat{i} + \delta \cos \beta \cos \alpha \hat{j} + (d_1 + \delta \sin \beta) \hat{k} \quad (4.51)$$

As Equações 4.38, 4.39 e 4.40 também definem o vetor $\vec{p}$, porém, escrito em função das características geométricas do manipulador:

$$\vec{p} = (a_2 C_1 C_2 + a_x d_5) \hat{i} + (a_2 S_1 C_2 + a_y d_5) \hat{j} + (d_1 + d_4 + a_2 S_2) \hat{k} \quad (4.52)$$

Escrevendo o módulo do vetor dado pela Equação 4.52 e lembrando que baseado nas Equações 4.47 e 4.48:

$$a_x^2 + a_y^2 = 1 \quad (4.53)$$

chega-se a:

$$|\vec{p}| = \sqrt{a_2^2 + 2a_2 C_2 d_5 (C_1 a_x + S_1 a_y) + 2a_2 S_2 (d_1 + d_4) + d_5^2 + (d_1 + d_4)^2} \quad (4.54)$$

Temos que (Equações 4.23 a 4.30):

$$C_2 = \frac{1}{a_2} \left[C_1 p_x + S_1 p_y + \frac{S_4 (-S_1 p_x + C_1 p_y)}{C_4} \right]$$

colocando a expressão acima em função de C_{14} e S_{14} e substituindo as Equações 4.47 e 4.48, resulta em:

$$C_2 = \frac{1}{a} \left[\frac{a_y p_x - a_x p_y}{C_4} \right] \quad (4.55)$$

Retomando a Equação 4.27 e através de 4.40:

$$S_2 = \frac{\delta \sin \beta - d_4}{a_2} \quad (4.56)$$

Considerando as Equações 4.55 e 4.56 e as relações:

$$S_1 = \frac{p_y - a_y d_5}{d_5} \quad (4.57)$$

$$C_1 = \frac{p_x - a_x d_5}{d_5} \quad (4.58)$$

as equações 4.33, 4.47 e 4.48 e os valores das componentes do vetor $\vec{p}$ da dos pela Equação 4.51 substituídos na Equação 4.54 chega-se a:

$$|\vec{p}| = \sqrt{2\delta(\sin\beta(d_1+d_4) + \cos\beta(\cos\alpha a_y d_5 - \sin\alpha a_x d_5)) + a_2^2 + d_1^2 - d_4^2 - d_5^2 + 2Bd_5 a_x} \quad (4.59)$$

Uma outra forma de obter o valor do módulo deste vetor $\vec{p}$ é através da Equação 4.51, que fornece:

$$|\vec{p}| = \sqrt{\delta^2 + 2\delta(-B\cos\beta\sin\alpha + d_1\sin\beta) + B^2 + d_1^2} \quad (4.60)$$

Igualando as Equações 4.59 e 4.60 obtêm-se a expressão que fornece a distância de iluminação em cada ponto da trajetória em função da trajetória e das características geométricas do manipulador:

$$\delta^2 - 2\delta(\sin\beta d_4 + B\sin\alpha\cos\beta) + B^2 - a_2^2 - d_4^2 + d_5^2 - 2Bd_5 a_x = 0 \quad (4.61)$$

A Equação 4.61 doravante será chamada de Equação de Iluminação e fornecerá duas distâncias de iluminação para cada ponto da trajetória.

Expressando a Equação de Iluminação na forma:

$$a\delta^2 + b\delta + c = 0 \quad (4.62)$$

que tem como soluções:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \delta_2 &= \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{aligned} \quad (4.63)$$

onde δ_2 será sempre a menor distância, pois $-b$ é um valor positivo maior do que o radical e a também é positivo. Assim δ_2 será sempre adotada em todos os pontos.

Para que se obtenha em cada ponto o valor dos ângulos das juntas é necessário que se conheça as componentes dos versores $\hat{n}$, $\hat{o}$, e $\hat{a}$ e o vetor $\vec{p}$. O vetor $\vec{p}$ é determinado uma vez conhecida a distância de iluminação δ e é dado pela Equação 4.51.

Em relação aos versores $\hat{n}$, $\hat{o}$ e $\hat{a}$ acontece uma manobra de *capotamento* do simulador solar motivado pela sua assimetria que consiste em uma rotação em torno do eixo Z , seguida de uma rotação em torno do eixo Z_3 (Figura 4.13) fazendo com que, olhando o plano Z_0Y_0 , o ponto luminoso que estava iluminando à direita do manipulador mecânico passe a iluminar à esquerda do mesmo e assim a simulação possa continuar. Isto ocasiona a mudança de posição dos versores. Expressando-os em relação as variáveis α e β haverá mudanças de sinal nas equações que expressam os versores, uma vez que os sistemas de referência que definem os ângulos são diferentes. Isto faz com que seja preciso determinar estes sinais em cada ponto. A posição dos versores é ilustrada na Figura 4.16.

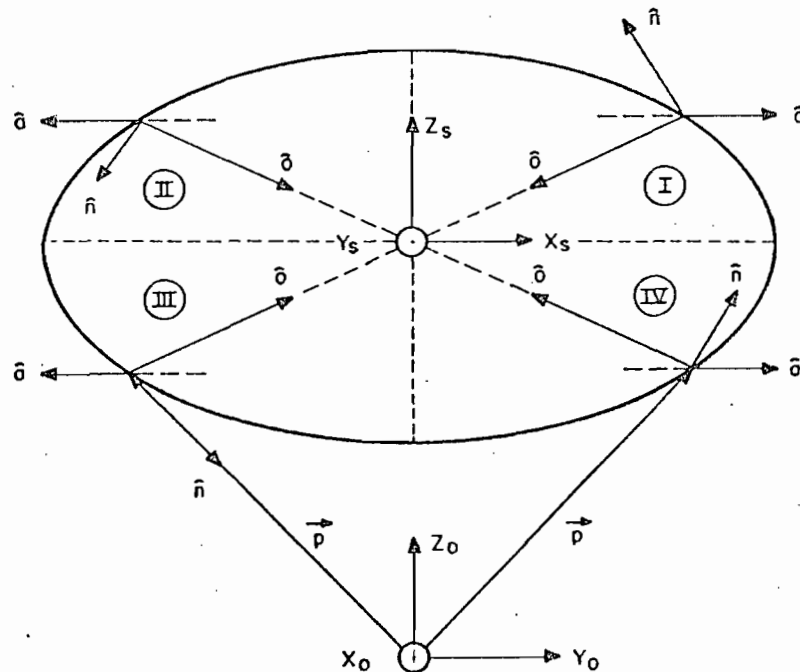


Fig. 4.16 - Versores $\hat{n}$, $\hat{o}$ e $\hat{a}$ ao longo da simulação.

Na Tabela 4.3 são mostrados os ângulos α e β definidos em relação aos eixos $X_s Y_s Z_s$ nas regiões I, II, III e IV que aparecem na Figura 4.15.

TABELA 4.3

ÂNGULOS α E β AO LONGO DA SIMULAÇÃO DE UMA ÓRBITA

REGIÃO →	I	II	III	IV
ÂNGULO ↓				
α	$0 < \alpha < 90^\circ$	$> 90^\circ$	$> 90^\circ$	$0 < \alpha < 90^\circ$
β	> 0	> 0	< 0	< 0

Com base na Figura 4.15 e na Tabela 4.3 pode-se, então de terminar os valores das componentes dos versores, o que é ilustrado na Tabela 4.4.

TABELA 4.4

COMPONENTES DOS VERSORES $\hat{n}$, $\hat{o}$ E $\hat{a}$

REGIÃO →	I	II	III	IV
COMPONENTE ↓				
n_x	$\text{sen}\alpha\text{sen}\beta$	$-\text{sen}\alpha\text{sen}\beta$	$-\text{sen}\alpha\text{sen}\beta$	$\text{sen}\alpha\text{sen}\beta$
n_y	$-\text{cos}\alpha\text{sen}\beta$	$\text{cos}\alpha\text{sen}\beta$	$\text{cos}\alpha\text{sen}\beta$	$-\text{cos}\alpha\text{sen}\beta$
n_z	$\text{cos}\beta$	$-\text{cos}\beta$	$-\text{cos}\beta$	$\text{cos}\beta$
o_x	$\text{sen}\alpha\text{cos}\beta$	$\text{sen}\alpha\text{cos}\beta$	$\text{sen}\alpha\text{cos}\beta$	$\text{sen}\alpha\text{cos}\beta$
o_y	$-\text{cos}\alpha\text{cos}\beta$	$-\text{cos}\alpha\text{cos}\beta$	$-\text{cos}\alpha\text{cos}\beta$	$-\text{cos}\alpha\text{cos}\beta$
o_z	$-\text{sen}\beta$	$-\text{sen}\beta$	$-\text{sen}\beta$	$-\text{sen}\beta$
a_x	$\text{cos}\alpha$	$-\text{cos}\alpha$	$-\text{cos}\alpha$	$\text{cos}\alpha$
a_y	$\text{sen}\alpha$	$-\text{sen}\alpha$	$-\text{sen}\alpha$	$\text{sen}\alpha$
a_z	0	0	0	0

Retomando a Equação 4.61 pode-se obter, para uma dada geometria, os limites de α e β que podem ser simulados. O limite inferior e superior para simulação do ângulo β é obtido fazendo-se $\alpha = 90^\circ$, pois o Sol atinge sua posição mais alta e mais baixa neste ponto (Figura 3.10), impondo que a Equação 4.63 tenha solução real chega-se a uma equação que define estes limites. Esta formulação é apresentada a seguir. Para que a Equação 4.61 tenha solução real:

$$b^2 - 4ac > 0 \rightarrow d_4 \sin \beta + B \cos \beta - \sqrt{B^2 - a_2^2 + d_4^2 + d_5^2} > 0$$

Fazendo: $d_4 = a \cos \theta$

$$B = a \sin \theta$$

e resolvendo para a e θ vem:

$$\beta = -\tan^{-1} \left(\frac{B}{d_4} \right) + \sin^{-1} \left[\sqrt{\frac{B^2 - a_2^2 + d_4^2 + d_5^2}{B^2 + d_4^2}} \right] \quad (4.64)$$

onde para a segunda parcela obtêm-se dois ângulos, gerando, então $\beta_{\max}$ e $\beta_{\min}$. Procedimento análogo pode ser feito para α onde, na Equação 4.61 $\beta = 0$, pois é neste ponto que o Sol atinge o maior α (Figura 3.10), resultando pelo mesmo procedimento ($\Delta > 0$ na Equação 4.61):

$$\cos \alpha = \frac{d_5 \pm \sqrt{a_2^2 - d_4^2}}{B} \quad (4.65)$$

Porém, a equação acima só tem sentido físico se a soma do tamanho do braço com a distância centro do punho ao ponto luminoso for menor do que o espaçamento B entre a mesa e a base do robô. Isto ocorre no caso que foi testado no Capítulo 5.

4.4.5.2 - VELOCIDADE CARTESIANA

A velocidade cartesiana na extremidade luminosa do simulador solar é obtida derivando-se as componentes do vetor $\vec{p}$ (Equação 4.51) em relação ao tempo, resultando em:

$$\begin{aligned}\dot{p}_x &= -\dot{\delta}\cos\beta\sin\alpha + \delta\dot{\beta}\sin\beta\sin\alpha - \delta\dot{\alpha}\cos\beta\cos\alpha \\ \dot{p}_y &= \dot{\delta}\cos\beta\cos\alpha - \delta\dot{\beta}\sin\beta\cos\alpha - \delta\dot{\alpha}\cos\beta\sin\alpha \\ \dot{p}_z &= \dot{\delta}\sin\beta + \delta\dot{\beta}\cos\beta\end{aligned}\quad (4.66)$$

A introdução do parâmetro δ acontece porque a distância de iluminação varia, e é obtido como se segue. Escrevendo-se a Equação 4.63 de uma outra forma:

$$\delta = f_1 - \sqrt{f_2 - f_3} \quad (4.67)$$

onde:

$$\begin{aligned}f_1 &= d_4\sin\beta + B\cos\beta\sin\alpha \\ f_2 &= f_1^2 \\ f_3 &= B^2 - a_2^2 + d_4^2 + d_5^2 - 2Bd_5XR1\cos\alpha\end{aligned}\quad (4.68)$$

onde XR1 é um fator que vai depender das regiões I a IV. Derivando a Equação 4.67 vem:

$$\dot{\delta} = \dot{f}_1 - \frac{\dot{f}_2 - \dot{f}_3}{2\sqrt{f_2 - f_3}} \quad (4.69)$$

onde:

$$\dot{f}_1 = \dot{\alpha} B\cos\beta\cos\alpha + \dot{\beta}db \quad (4.70)$$

$$db = d_4 \cos \beta - B \sin \beta \sin \alpha \quad (4.70a)$$

$$\dot{f}_2 = 2\dot{f}_1 \dot{f}_1 \quad (4.71)$$

$$\dot{f}_3 = 2\dot{\alpha} B d_5 X R I \sin \alpha \quad (4.72)$$

4.4.5.3 - ACELERAÇÃO CARTESIANA

A aceleração cartesiana do ponto luminoso do simulador solar é obtida através da derivada temporal das Equações 4.66:

$$\begin{aligned} \ddot{p}_x = & - \ddot{\alpha} \delta \cos \beta \cos \alpha - 2\dot{\alpha} \dot{\delta} \cos \beta \cos \alpha + 2\dot{\alpha} \ddot{\beta} \delta \sin \beta \cos \alpha \\ & + \dot{\alpha}^2 \delta \cos \beta \sin \alpha + \ddot{\beta} \delta \sin \beta \sin \alpha + 2\dot{\beta} \dot{\delta} \sin \beta \sin \alpha \\ & + \dot{\beta}^2 \delta \cos \beta \sin \alpha - \ddot{\delta} \cos \beta \sin \alpha \\ \ddot{p}_y = & - \ddot{\alpha} \delta \cos \beta \sin \alpha - 2\dot{\alpha} \dot{\delta} \cos \beta \sin \alpha + 2\dot{\alpha} \ddot{\beta} \delta \sin \beta \sin \alpha \sin \alpha \\ & - \dot{\alpha} \delta \cos \beta \cos \alpha - \ddot{\beta} \delta \sin \beta \cos \alpha - 2\dot{\beta} \dot{\delta} \sin \beta \cos \alpha \\ & - \dot{\beta}^2 \delta \cos \beta \cos \alpha + \ddot{\delta} \cos \beta \cos \alpha \\ \ddot{p}_z = & \ddot{\delta} \sin \beta + 2\dot{\delta} \dot{\beta} \cos \beta + \delta \ddot{\beta} \cos \beta - \delta \dot{\beta} \end{aligned} \quad (4.73)$$

E de forma análoga a anterior:

$$\ddot{\delta} = \ddot{f}_1 - \frac{2(f_2 - f_3)(\ddot{f}_2 - \ddot{f}_3) - (\dot{f}_2 - \dot{f}_3)^2}{4(f_2 - f_3)^{3/2}} \quad (4.74)$$

onde:

$$\begin{aligned} \ddot{f}_1 = & \ddot{\beta} db - \dot{\beta}^2 f_1 - 2\dot{\alpha} \dot{\beta} B \sin \beta \cos \alpha + \dot{\alpha} B \cos \beta \cos \alpha - \dot{\alpha}^2 B \cos \beta \sin \alpha \\ \ddot{f}_2 = & 2(\dot{f}_1^2 + f_1 \ddot{f}_1) \end{aligned} \quad (4.75)$$

$$\ddot{f}_3 = 2\dot{\alpha}^2 B d_5 X R l \cos \alpha$$

4.4.6 - JACOBIANO

Retomando a Equação 4.9 o vetor $\{y\}$ é dado por:

$$\{y\} = \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} \quad (4.76)$$

Para obter o Jacobiano é necessário, então, derivar as expressões que definem as componentes do vetor acima e que são funções das coordenadas das juntas. As expressões de p_x , p_y e p_z já foram obtidas (Equações 4.38, 4.39 e 4.40) e as expressões de α são obtidas baseadas na Tabela 4.4, nas Equações 4.43, 4.46, 4.47 e 4.48 e reportando a Figura 4.15.

Na região I (Tabela 4.4):

$$\beta = \text{ATAN2} \left(\frac{\sin \beta}{\cos \beta} \right) = \text{ATAN2} \left(\frac{-o_z}{n_z} \right)$$

e em relação a coordenada das juntas (Equações 4.43 e 4.46):

$$o_z = -C_5$$

$$n_z = -S_5$$

resultando em:

$$\beta = \text{ATAN2} \left(\frac{C_5}{-S_5} \right) \quad (4.77)$$

E de forma idêntica a anterior:

$$\alpha = \text{ATAN2} \left(\frac{\text{sen}\alpha}{\text{cos}\alpha} \right) = \text{ATAN2} \left(\frac{a_y}{a_x} \right)$$

porém:

$$a_y = C_{14}$$

$$a_x = -S_{14}$$

e, desta forma:

$$\alpha = \text{ATAN2} \left(\frac{C_{14}}{-S_{14}} \right) \quad (4.78)$$

Na região II:

$$\beta = \text{ATAN2} \left(\frac{\text{sen}\beta}{\text{cos}\beta} \right) = \text{ATAN2} \left(\frac{-o_z}{-n_z} \right)$$

$$\beta = \text{ATAN2} \left(\frac{C_5}{S_5} \right) \quad (4.79)$$

$$\alpha = \text{ATAN2} \left(\frac{\text{sen}\alpha}{\text{cos}\alpha} \right) = \text{ATAN2} \left(\frac{-a_y}{-a_x} \right)$$

$$\alpha = \text{ATAN2} \left(\frac{-C_{14}}{S_{14}} \right) \quad (4.80)$$

Na região III:

$$\beta = \text{ATAN2} \left(\frac{\text{sen}\beta}{\text{cos}\beta} \right) = \text{ATAN2} \left(\frac{-o_z}{-n_z} \right)$$

$$\alpha = \text{ATAN2} \left(\frac{\text{sen}\alpha}{\text{cos}\alpha} \right) = \text{ATAN2} \left(\frac{-a_y}{-a_x} \right)$$

o que resulta nas Equações 4.79 e 4.80.

Na região IV:

$$\beta = \text{ATAN2} \left(\frac{\text{sen}\beta}{\text{cos}\beta} \right) = \text{ATAN2} \left(\frac{-o_z}{n_z} \right)$$

$$\alpha = \text{ATAN2} \left(\frac{\text{sen}\alpha}{\text{cos}\alpha} \right) = \text{ATAN2} \left(\frac{a_y}{a_x} \right)$$

o que resulta nas Equações 4.77 e 4.78.

Derivando as Expressões 4.38, 4.39 e 4.40, vem:

$$\begin{aligned} \dot{p}_x = & \dot{\theta}_1 (-a_2 S_1 C_2 - d_5 C_1 C_4 + d_5 S_1 S_4) + \dot{\theta}_2 (-a_2 C_1 S_2) \\ & + \dot{\theta}_4 (d_5 S_1 S_4 - d_5 C_1 C_4) \end{aligned} \quad (4.81)$$

$$\dot{p}_y = \dot{\theta}_1 (a_2 C_1 C_2 - d_5 S_1 C_4 - d_5 C_1 S_4) + \dot{\theta}_2 (-a_2 S_1 S_2) + \dot{\theta}_4 (-d_5 S_1 C_4) \quad (4.82)$$

$$\dot{p}_z = -a_2 C_3 \dot{\theta}_3 \quad (4.83)$$

E, da mesma forma derivando as Expressões 4.77 a 4.80, temos para as regiões I e IV:

$$\dot{\alpha} = \frac{d}{dt} \left[\tan^{-1} \left(\frac{C_{14}}{-S_{14}} \right) \right]$$

$$\dot{\alpha} = \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_4 \quad (4.84)$$

$$\dot{\beta} = \frac{d}{dt} \left[\tan^{-1} \left(\frac{C_5}{-S_5} \right) \right]$$

$$\dot{\beta} = \dot{\theta}_5 \quad (4.85)$$

E da mesma forma para as regiões II e III:

$$\dot{\alpha} = \frac{d}{dt} \left[\tan^{-1} \left(\frac{-C_{14}}{S_{14}} \right) \right]$$

$$\dot{\alpha} = \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_4$$

que é idêntica à Equação 4.84:

$$\dot{\beta} = \frac{d}{dt} \left[\tan^{-1} \left(\frac{C_5}{S_5} \right) \right]$$

$$\dot{\beta} = -\dot{\theta}_5 \quad (4.86)$$

Portanto, apenas o sinal de $\dot{\beta}$ vai mudar nas regiões I-IV e II-III ao longo da simulação de uma órbita.

Escrevendo o Jacobiano baseado no conceito definido na seção 4.3.6 podemos escrever:

$$J = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & J_{15} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} & J_{25} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & J_{35} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} & J_{45} \\ J_{51} & J_{52} & J_{53} & J_{54} & J_{55} \end{pmatrix} \quad (4.87)$$

onde:

$$J_{11} = -a_2 S_1 C_2 + d_5 (S_1 S_4 - C_1 C_4)$$

$$J_{12} = -a_2 C_1 S_2$$

$$J_{13} = 0$$

$$J_{14} = d_5(S_1 S_4 - C_1 C_4)$$

$$J_{15} = 0$$

$$J_{21} = a_2 C_1 C_2 - d_5(S_1 C_4 + C_1 S_4)$$

$$J_{22} = -a_2 S_1 S_2$$

$$J_{23} = 0 \quad (4.88)$$

$$J_{24} = -d_5 S_1 C_4$$

$$J_{25} = J_{31} = J_{32} = 0$$

$$J_{33} = -a_2 C_3$$

$$J_{34} = J_{35} = J_{42} = J_{43} = 0$$

$$J_{44} = J_{41} = 1$$

$$J_{45} = J_{51} = J_{52} = J_{53} = J_{54} = 0$$

$$J_{55} = 1 \quad \text{para regiões I e IV ou } -1 \text{ para as regiões II e III.}$$

A derivada do Jacobiano, necessária à obtenção das acelerações angulares das juntas, é obtida simplesmente derivando as Equações 4.88 em relação ao tempo, o que resulta em:

$$\dot{J}_{11} = \dot{\theta}_1(-a_2 C_1 S_2 + d_5 C_1 S_4 + d_5 S_1 C_4) + \dot{\theta}_2 a_2 S_1 S_2 + \dot{\theta}_4 (d_5 S_1 S_4 + d_5 C_1 S_4)$$

$$\dot{J}_{12} = \dot{\theta}_1 a_2 S_1 S_2 - \dot{\theta}_2 a_2 C_1 C_2$$

$$\dot{J}_{13} = 0 \quad (4.89)$$

$$\dot{J}_{14} = \dot{\theta}_1 (d_5 C_1 S_4 + d_5 S_1 C_4) + \dot{\theta}_4 (d_5 S_1 C_4 + d_5 C_1 S_4)$$

$$\dot{J}_{15} = 0$$

$$\dot{J}_{21} = \dot{\theta}_1 (-a_2 S_1 C_2 - d_5 C_1 C_4 + d_5 S_1 S_4) - \dot{\theta}_2 a_2 C_1 S_2 + \dot{\theta}_4 (d_5 S_1 S_4 - d_5 C_1 C_4)$$

$$\dot{J}_{22} = -\dot{\theta}_1 a_2 C_1 S_2 - \dot{\theta}_2 a_2 S_1 C_2$$

$$\dot{J}_{23} = 0$$

$$\dot{J}_{24} = \dot{\theta}_1 (-d_5 C_1 C_4 + d_5 S_1 S_4) + \dot{\theta}_4 (-d_5 C_1 C_4 + d_5 S_1 S_4)$$

$$\dot{J}_{25} = \dot{J}_{31} = \dot{J}_{32} = 0$$

$$\dot{J}_{33} = \dot{\theta}_3 a_2 S_3$$

$$\dot{J}_{34} = \dot{J}_{35} = \dot{J}_{41} = \dot{J}_{42} = \dot{J}_{43} = \dot{J}_{44} = \dot{J}_{45} = \dot{J}_{51} = 0$$

$$\dot{J}_{52} = \dot{J}_{53} = \dot{J}_{54} = \dot{J}_{55} = 0$$

Os resultados obtidos nesse capítulo são utilizados para as simulações cinemática e dinâmica do posicionador, que são feitas no capítulo seguinte.

CAPÍTULO 5

SIMULAÇÃO DO MODELO DINÂMICO

5.1 - O MODELO DINÂMICO

A dinâmica dos manipuladores mecânicos tem sido tema de muitos trabalhos recentes em robótica. A importância do uso do modelo dinâmico é a sua utilização em simulação, realimentação da malha de controle e análise do manipulador. Ele fornece os esforços/torques a serem desenvolvidos pelos atuadores das juntas uma vez conhecidos os parâmetros cinemáticos de uma certa trajetória. Quando se tem um robô já projetado e construído, um modelo dinâmico preciso viabiliza ou não uma determinada tarefa a ser realizada, através da simulação, verificando se os torques/esforços estão dentro da capacidade dos atuadores. Isto significa considerar efeitos de flexibilidade, histerese nos atuadores e o efeito do atrito viscoso (Good et alii, 1985), além da dinâmica de corpo rígido que será descrita neste capítulo. Na realimentação da malha de controle, o modelo dinâmico é usado para computar os esforços/torques de referência ("set points") e, baseado no modelo dos atuadores, pode-se analisar a validade da estratégia de controle. Na análise, o projetista entra com as características do manipulador e, através da simulação em movimentos pré-programados considerados críticos, pode especificar atuadores e verificar a resistência mecânica das estruturas do protótipo. No presente trabalho esse modelo será utilizado com o fim de permitir estimar os torques necessários às simulações no teste dinâmico mencionado na seção 2.1 através das motivações da seção 2.3 e do posicionamento comandado em α e β para dois pontos diferentes durante um certo intervalo de tempo e, desta forma, permitir a escolha de atuadores e dimensionamento de estruturas na fase de projeto detalhado.

A equação geral de movimento angular de um manipulador mecânico rígido é dada por:

$$I(q)\ddot{q} + V\dot{q} + f(\dot{q}_i\dot{q}_j, q; i, j = 1, 2, \dots, n) + g(q) = \tau \quad (5.1)$$

onde:

$I(q)$ - Matriz de inércia.

n - Número de juntas.

V - Matriz de atrito viscoso.

$f(\dot{q}_i \dot{q}_j, q)$ - Vetor definindo termos de Coriolis e termos centrífugos.

$g(q)$ Vetor que define os termos de gravidade.

τ = Vetor de momentos generalizados de entrada.

Nota-se que o valor dos torques fornecidos às juntas é dependente de quatro termos. No primeiro termo aparecem as inércias efetivas e de acoplamento entre as juntas. No segundo termo aparecem as forças de atrito viscoso onde geralmente os termos são função da temperatura do lubrificante, etc. No terceiro termo aparecem os termos de Coriolis ($q_i q_j$) e termos centrífugos ($\dot{q}_i^2$ ou $\dot{q}_j^2$). O quarto termo da equação geral de movimento é o torque aplicado à junta para vencer as forças externas onde será considerada somente a gravidade, o que é um procedimento usual em robótica.

Para obter os torques da Equação 5.1 existem diversas abordagens disponíveis na literatura (Hollerbach, 1980) que podem ser divididas em dois grupos: o primeiro baseado nas equações de Newton-Euler e o segundo baseado nas equações de Lagrange para escrever as equações de movimento. De um modo geral as técnicas que utilizam a formulação de Lagrange são computacionalmente mais custosas devido ao fato de envolver muitas operações matriciais (o tempo de computação pode ser diminuído com o uso de processadores vetoriais); por outro lado, esta formulação é mais direta. Hollerbach (1980) faz uma comparação da eficiência computacional das várias técnicas que podem ser utilizadas: a formulação recursiva de Newton-Euler é a mais eficiente com o tempo computacional variando linearmente com o número de graus de liberdade do manipulador (Brady et alii, 1982). O aspecto de tempo real de computação do modelo dinâmico

fundamental devido à sua utilização dentro da malha de controle. Um outro ponto é a complexidade das equações da formulação de Lagrange quando se tem manipuladores com mais de três graus de liberdade. A formulação de Lagrange é aplicada para cada elemento por (Luh et alii, 1980):

$$\begin{aligned} \tau_i = & \sum_{j=i}^n \left\{ \sum_{k=1}^j \left[U_{jk}^T I_j U_{ji} \right] \ddot{q}_k \right\} \\ & + \sum_{j=i}^n \left\{ \sum_{k=1}^j \sum_{m=1}^j \text{Tr} \left[U_{jkm}^T I_j U_{ji} \right] \dot{q}_m \dot{q}_k \right\} - \sum_{j=i}^n m_j \hat{g}^T U_{ji} \hat{r}_j \\ i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (5.2)$$

onde:

Tr - Operador traço da matriz.

τ_i - Força generalizada de entrada na junta i .

m_j - Massa do elemento j .

$\hat{r}_j$ - Vetor descrevendo o CM do elemento j com relação ao j -ésimo sistema de coordenadas.

$\hat{g}_j^T$ - Vetor de aceleração gravitacional em uma base ao nível do mar.

I_j - Matriz de inércia para o elemento j .

U_{jkm} e U_{jk} - Matrizes 4×4 que transformam vetores e matrizes entre os vários sistemas de coordenadas das juntas.

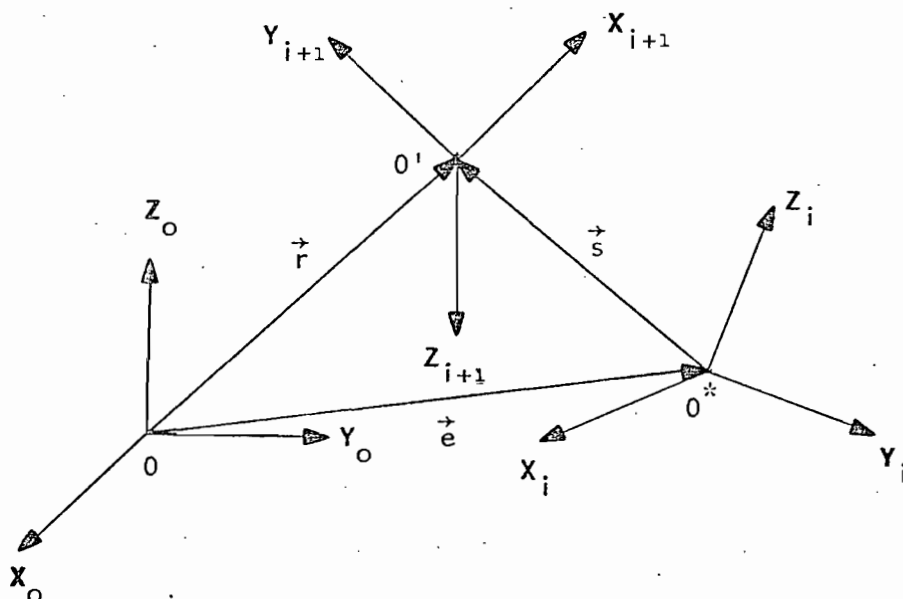
O operador traço (Tr) que aparece na Equação 5.2 e a complexidade das matrizes U (similares às matrizes A e T mencionadas no Capítulo 4) constituem a razão da complicada manipulação do sistema de equações de formulação de Lagrange (Luh et alii, 1980).

No presente trabalho é utilizada a formulação Newton-Euler recursiva obtida por Luh et alii (1980) que pode ser aplicada aos elementos sequencialmente. As equações de Newton-Euler foram aplicadas, anteriormente, aos elementos em cadeia aberta de satélites por Hooker e Margulies (1965). O processo envolve a transformação sucessiva das velocidades e acelerações da base do manipulador à garra, elemento a elemento usando as relações de sistemas de coordenadas móveis. As forças e momentos são transformados da garra para a base para obter os torques nas juntas.

5.2 - FORMULAÇÃO DE NEWTON-EULER RECURSIVA

5.2.1 - COORDENADAS MÓVEIS

Sejam três sistemas de coordenadas conforme ilustrado na Figura 5.1.



5.1 - Relações entre três sistemas de coordenadas.

Estes sistemas de coordenadas são atribuídos aos elementos conforme as convenções da Seção 4.3.2 e, desta maneira, movem junto com os elementos. O sistema de coordenadas da base $(X_0 Y_0 Z_0)$ é fixado ao elemento 0 com origem em o , o sistema $X_i Y_i Z_i$ está fixado ao elemento i com origem em o^* e $X_{i+1} Y_{i+1} Z_{i+1}$ fixado ao elemento $i+1$ com origem o' . Desta forma, o' é localizada pelo vetor $\vec{r}$ relativo a origem o ou pelo vetor $\vec{s}$ relativo a origem o^* . Conforme ilustrado na Figura 5.1 estes vetores são relacionados por:

$$\vec{r} = \vec{s} + \vec{e} \quad (5.3)$$

Chamando de $\vec{v}_e$ e $\vec{\omega}_e$, respectivamente, as velocidades linear e angular do sistema de coordenadas $X_i Y_i Z_i$ em relação à base $X_0 Y_0 Z_0$, a velocidade do sistema de coordenadas $X_{i+1} Y_{i+1} Z_{i+1}$ com relação à base é dada por:

$$\vec{v}_r = \frac{d^* \vec{s}}{dt} + \vec{\omega}_e \times \vec{s} + \vec{v}_e \quad (5.4)$$

d^*/dt representa derivada temporal com relação a um sistema de coordenadas móvel $X_i Y_i Z_i$. A aceleração linear é dada por:

$$\dot{\vec{v}}_r = \frac{d^{*2} \vec{s}}{dt^2} + \dot{\vec{\omega}}_e \times \vec{s} + 2\vec{\omega}_e \times \left(\frac{d^* \vec{s}}{dt} \right) + \vec{\omega}_e \times (\vec{\omega}_e \times \vec{s}) + \dot{\vec{v}}_e \quad (5.5)$$

onde o terceiro e o quarto termo representam, respectivamente, a aceleração de Coriolis e centrífuga.

Sejam $\vec{\omega}_r$ e $\vec{\omega}_s$ a velocidade angular do sistema de coordenadas $X_{i+1} Y_{i+1} Z_{i+1}$ com relação, respectivamente, aos sistemas $X_0 Y_0 Z_0$ e $X_i Y_i Z_i$, então:

$$\vec{\omega}_r = \vec{\omega}_e + \vec{\omega}_s \quad (5.6)$$

$$\dot{\vec{\omega}}_r = \dot{\vec{\omega}}_e + \dot{\vec{\omega}}_s \quad (5.7)$$

mas:

$$\dot{\vec{\omega}}_s = \frac{d^*\vec{\omega}_s}{dt} + \vec{\omega}_e + \vec{\omega}_s \quad (5.8)$$

desta forma, a Equação 5.7 fica:

$$\dot{\vec{\omega}}_r = \dot{\vec{\omega}}_e + \frac{d^*\vec{\omega}_s}{dt} + \vec{\omega}_e \times \vec{\omega}_s \quad (5.9)$$

As Equações 5.4, 5.5, 5.6 e 5.9 são as relações básicas para velocidades e acelerações entre os elementos e a base do manipulador.

5.2.2 - CINEMÁTICA DOS ELEMENTOS

Os sistemas de coordenadas são atribuídos aos elementos, onde $\hat{x}_i$, $\hat{y}_i$ e $\hat{z}_i$ são definidos como versores unitários. Em relação aos sistemas de coordenadas $X_i Y_i Z_i$ e $X_{i+1} Y_{i+1} Z_{i+1}$ pode-se dizer que:

$$\dot{\vec{v}}_r = \dot{\vec{v}}_{i+1}, \vec{v}_e = \vec{v}_i, \vec{\omega}_r = \vec{\omega}_{i+1}, \vec{\omega}_e = \vec{\omega}_i \quad (5.10)$$

Como todas as juntas do manipulador em questão são rotacionais as equações obtidas são válidas para este tipo de junta.

Desde que um movimento angular do elemento $i+1$ é em torno do eixo Z_i , então:

$$\vec{\omega}_s = \dot{q}_{i+1} \hat{z}_i \quad (5.11)$$

onde $\dot{q}_{i+1}$ é a magnitude da velocidade angular do elemento $i+1$ com relação a $X_i Y_i Z_i$. Desta forma:

$$\frac{d^*\vec{\omega}_s}{dt} = \ddot{q}_{i+1} \hat{z}_i \quad (5.12)$$

Combinando as Equações 5.6, 5.9, 5.11 e 5.12, vem:

$$\vec{\omega}_{i+1} = \vec{\omega}_i + \dot{q}_{i+1} \vec{z}_i \quad (5.13)$$

$$\dot{\vec{\omega}}_{i+1} = \dot{\vec{\omega}}_i + \ddot{q}_{i+1} \vec{z}_i + \vec{\omega}_i \times (\dot{q}_{i+1} \vec{z}_i) \quad (5.14)$$

A velocidade e aceleração linear podem ser obtidas através das Equações 5.4 e 5.5. Fazendo:

$$\vec{s} = \vec{p}_{i+1}^* \quad (5.15)$$

onde $\vec{p}_{i+1}^*$ é a posição da origem do sistema de coordenadas $X_{i+1}Y_{i+1}Z_{i+1}$, que é atribuído ao elemento $i+1$, relativo à origem de $X_iY_iZ_i$. Como a junta entre os elementos $i+1$ e i é rotacional o sistema de coordenadas $i+1$ tem uma velocidade angular $\vec{\omega}_s$ em relação a $X_iY_iZ_i$ e, desta forma:

$$\frac{d^*\vec{s}}{dt} = \vec{\omega}_s \times \vec{p}_{i+1}^* \quad (5.16)$$

$$\frac{d^{*2}\vec{s}}{dt^2} = \frac{d^*\vec{\omega}_s}{dt} \times \vec{p}_{i+1}^* + \vec{\omega}_s \times (\vec{\omega}_s \times \vec{p}_{i+1}^*) \quad (5.17)$$

Combinando as Equações 5.6, 5.10, 5.15 e 5.16 e substituindo-as em 5.4, resulta:

$$\vec{v}_{i+1} = \vec{\omega}_{i+1} \times \vec{p}_{i+1}^* + \vec{v}_i \quad (5.18)$$

Usando as Equações 5.6, 5.8, 5.10, 5.16, 5.17, e as propriedades do triplo produto vetorial:

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{b} \cdot (\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c} \cdot (\vec{a} \cdot \vec{b})$$

a Equação 5.5 pode ser reescrita resultando em:

$$\dot{\vec{v}}_{i+1} = \dot{\vec{\omega}}_{i+1} \times \vec{p}_{i+1}^* + \vec{\omega}_{i+1} \times (\vec{\omega}_{i+1} \times \vec{p}_{i+1}^*) + \dot{\vec{v}}_i \quad (5.19)$$

As Equações 5.13, 5.14, 5.18, e 5.19 fornecem as relações recursivas das velocidades e acelerações entre os elementos i e $i+1$.

5.2.3 - EQUAÇÕES DE MOVIMENTO PARA MANIPULADORES

Seguindo a formulação desenvolvida em Luh et alii (1980), sejam:

m_i - Massa total do elemento i .

$\vec{r}_i$ - Posição do centro de massa do elemento i com relação as coordenadas da base.

$\vec{F}_i$ - Vetor força externa total exercida no elemento i .

$\vec{N}_i$ - Vetor momento externo total exercido no elemento i , em relação ao CM do elemento.

I_i - Matriz de inércia do elemento i em torno do centro de massa em $X_o Y_o Z_o$.

$$\vec{F}_i = \frac{d(m_i \vec{v}_i)}{dt} = m_i \dot{\vec{v}}_i \quad (5.20)$$

$$\vec{N}_i = \frac{d(I_i \vec{\omega}_i)}{dt} = I_i \dot{\vec{\omega}}_i + \vec{\omega}_i \times (I_i \vec{\omega}_i) \quad (5.21)$$

onde $\vec{\omega}_i$ e $\dot{\vec{\omega}}_i$ podem ser computados pelas Equações 5.13 e 5.14. A aceleração da gravidade está incluída em $\dot{\vec{v}}_i$, a aceleração linear do centro de massa do elemento i . A velocidade e aceleração linear virtuais do centro

Desta forma, $\vec{v}_r$ deve ser substituído na Equação 5.4 por $\vec{v}_i$ e $\dot{\vec{v}}_r$ na Equação 5.5 deve ser substituído por $\dot{\vec{v}}_i$. Baseado na Equação 5.10 substitui-se $\dot{\vec{v}}_e$ por $\dot{\vec{v}}_i$, $\vec{\omega}_e$ por $\vec{\omega}_i$, $\dot{\vec{\omega}}_e$ por $\dot{\vec{\omega}}_i$ notando que:

$$\frac{d^* \hat{s}_i}{dt} = 0 \quad (5.22)$$

$$\frac{d^{*2} \hat{s}_i}{dt^2} = 0 \quad (5.23)$$

pois o sistema de coordenadas X_i, Y_i, Z_i e $\hat{s}_i$ são fixos no elemento i . Consequentemente 5.4 e 5.5 resultam em:

$$\vec{v}_i = \vec{\omega}_i \times \hat{s}_i + \vec{v}_i \quad (5.24)$$

$$\dot{\vec{v}}_i = \dot{\vec{\omega}}_i \times \hat{s}_i + \vec{\omega}_i \times (\vec{\omega}_i \times \hat{s}_i) + \dot{\vec{v}}_i \quad (5.25)$$

A força externa total $\vec{F}_i$ e os momentos $\vec{N}_i$ são aqueles exercidos no elemento i pela gravidade e pelos elementos $i-1$ e $i+1$. Com relação à Figura 5.2, sejam:

$\vec{f}_i$ - força exercida no elemento i pelo elemento $i-1$.

$\vec{n}_i$ - momento exercido no elemento i pelo elemento $i-1$.

Então, através do equilíbrio dinâmico em cada elemento obtêm-se as seguintes relações recursivas:

$$\vec{F}_i = m_i \dot{\vec{v}}_i = m_i (\vec{a}_{CM_i} - \vec{g}) = \vec{f}_i - \vec{f}_{i+1} \quad (5.26)$$

$$\vec{N}_i = \vec{n}_i - \vec{n}_{i+1} + (\vec{p}_{i+1} - \vec{r}_i) \times \vec{f}_i - (\vec{p}_i - \vec{p}_{i+1}) \times \vec{f}_{i+1}$$

onde: $\vec{a}_{CM_i}$ é a aceleração linear do CM.

Deve ser observado que estas equações sã_o valem para os momentos calcula_{dos} nos CM dos elementos, porque a força peso sã_o estã sendo levada em con_{ta} na parcela $\vec{v}_i$.

Pela Figura 5.2 temos que:

$$\vec{r}_i - \vec{p}_{i-1} = \vec{p}_i^* + \vec{s}_i$$

Desta forma $\vec{N}_i$ resulta em:

$$\vec{N}_i = \vec{n}_i - \vec{n}_{i+1} + (\vec{p}_{i-1} - \vec{r}_i) \times \vec{f}_i - \vec{p}_i^* \times \vec{f}_{i+1} \quad (5.27)$$

As Equações 5.26 e 5.27 fornecem as relações recursivas:

$$\vec{f}_i = \vec{f}_{i+1} + \vec{F}_i \quad (5.28)$$

$$\vec{n}_i = \vec{n}_{i+1} + \vec{p}_i^* \times \vec{f}_{i+1} + (\vec{p}_i^* + \vec{s}_i) \times \vec{f}_i + \vec{N}_i \quad (5.29)$$

Para manipuladores com n juntas e n+1 elementos $\vec{f}_{n+1}$ e $\vec{n}_{n+1}$ sã_o, respectivamente, as forças e momentos exercidos pela garra (elemento n) sobre um objeto externo. Pelas convenções descritas na seção 4.2.3 uma junta rotacional gira q_i radianos nas coordenadas $x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ em torno do eixo Z_{i-1} . Por esta razão o torque de entrada na junta e a projeção de $\vec{n}_i$ em $\vec{z}_{i-1}$. Desta forma:

$$\vec{\tau}_i = n_i^T \vec{z}_{i-1} \quad (5.30)$$

onde: n_i^T e o vetor $\vec{n}_i$ transposto.

As equações de movimento para um manipulador com n juntas e n+1 elementos consistem das Equações 5.13 e 5.14, 5.18 a 5.21, e 5.28 5.30 para $i = 0, 1, 2, \dots, n$. Note-se que $\dot{\omega}_0$ e $\ddot{\omega}_0$ sã_o a velocidade e aceleração angular da base enquanto v_0 e $\dot{v}_0$ sã_o a velocidade e aceleração linear da base.

Se a base $\bar{e}$ é fixa logo o elemento 0 é estacionário: $\omega_0 = \dot{\omega}_0 = 0$ e $v_0 = 0$. Entretanto, para incluir a gravidade nas equações de movimento, $\dot{v}_0$ é definido como:

$$\dot{v}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 9,80665 \text{ m/s}^2 \end{pmatrix} \quad (5.31)$$

onde o último termo se refere a aceleração da gravidade no nível do mar. Com isso o valor dado pela relação 5.31 será adicionado a cada aceleração dos elementos e, assim a cada força $\vec{F}_i$ atuante em cada elemento através da Equação 5.20.

5.3 - ESQUEMA COMPUTACIONAL

As equações de movimento obtidas na Seção 5.2 são referenciadas ao sistema de coordenadas da base. A matriz de inércia I_i é dependente da orientação do elemento i , que está variando. Desta forma, o cálculo dos torques torna-se muito complicado além do inconveniente de necessitar de uma transformação para obter o torque fornecido à junta. Uma técnica mais eficiente para computar as forças e os torques de entrada é referenciar a dinâmica de cada elemento ao seu próprio sistema de coordenadas tal como segue.

Seja A_{i-1}^i uma matriz 3×3 que transforma qualquer vetor com relação ao sistema de coordenadas $X_i Y_i Z_i$ para um novo sistema cujos eixos são paralelos a $X_{i-1} Y_{i-1} Z_{i-1}$, mas sua origem é a mesma de $X_i Y_i Z_i$, ou seja, uma rotação pura. Desta forma:

$$A_0^i = A_0^1 A_1^2 \dots A_{i-1}^i \quad (5.32)$$

Desde que cada sistema de coordenadas é ortonormal, então:

$$\left(A_{i-1}^i \right)^{-1} = \left(A_{i-1}^i \right)^T = A_i^{i-1} \quad (5.33)$$

Em vez de calcular $\dot{\omega}_{i+1}$, ω_{i+1} , etc. deve-se calcular $A_{i+1}^0 \dot{\omega}_{i+1}$, $A_{i+1}^0 \omega_{i+1}$, etc. que são as decomposições dos vetores $\dot{\omega}_{i+1}$ e ω_{i+1} no sistema de coordenadas dos elementos. A transformação desses vetores economiza o esforço computacional que seria gasto na transformação das matrizes de inércia. Desta forma, o conjunto completo de equações fica:

$$A_{i+1}^0 \vec{\omega}_{i+1} = A_{i+1}^i (A_i^0 \vec{\omega}_i + z_0 \dot{q}_{i+1}) \quad (5.34)$$

$$A_{i+1}^0 \dot{\vec{\omega}}_{i+1} = A_{i+1}^i \left[A_i^0 \dot{\vec{\omega}}_i + z_0 \ddot{q}_{i+1} + (A_i^0 \vec{\omega}_i) \times (z_0 \dot{q}_{i+1}) \right] \quad (5.35)$$

onde:

$$z_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.36)$$

$$A_{i+1}^0 \vec{v}_{i+1} = (A_{i+1}^0 \vec{\omega}_{i+1}) \times (A_{i+1}^0 \vec{p}_{i+1}^*) + A_{i+1}^i (A_i^0 \vec{v}_i) \quad (5.37)$$

$$A_{i+1}^0 \dot{\vec{v}}_{i+1} = (A_{i+1}^0 \dot{\vec{\omega}}_{i+1}) \times (A_{i+1}^0 \vec{p}_{i+1}^*) + (A_{i+1}^0 \vec{\omega}_{i+1}) \times \left[(A_{i+1}^0 \vec{\omega}_{i+1}) \times (A_{i+1}^0 \vec{p}_{i+1}^*) \right] + A_{i+1}^i (A_i^0 \dot{\vec{v}}_i) \quad (5.38)$$

$$A_i^0 \vec{F}_i = m_i A_i^0 \dot{\vec{v}}_i \quad (5.39)$$

$$A_i^0 \vec{N}_i = (A_i^0 I_i A_i^i) (A_i^0 \dot{\vec{\omega}}_i) + (A_i^0 \vec{\omega}_i) \times \left[(A_i^0 I_i A_i^i) (A_i^0 \vec{\omega}_i) \right] \quad (5.40)$$

onde $A_i^0 I_i A_i^i$ é a matriz de inércia do elemento i em torno do sem CM, referenciado às próprias coordenadas $x_i y_i z_i$.

$$A_i^0 \vec{s}_i = (A_i^0 \vec{\omega}_i) \times (A_i^0 \vec{s}_i) + A_i^0 \vec{v}_i \quad (5.41)$$

onde $A_i^0 \vec{s}_i$ é o CM do elemento i referenciado a suas próprias coordenadas $x_i y_i z_i$.

$$A_i^0 \dot{\vec{v}}_i = (A_i^0 \dot{\vec{\omega}}_i) \times (A_i^0 \vec{s}_i) + (A_i^0 \vec{\omega}_i) \times \left[(A_i^0 \vec{\omega}_i) \times (A_i^0 \vec{s}_i) \right] + A_i^0 \dot{\vec{v}}_i \quad (5.42)$$

$$A_i^0 \vec{f}_i = A_i^{i+1} (A_{i+1}^0 \vec{f}_{i+1}) + A_i^0 \vec{F}_i \quad (5.43)$$

$$A_i^0 \vec{n}_i = A_i^{i+1} \left[A_{i+1}^0 \vec{n}_{i+1} + (A_{i+1}^0 \vec{p}_i^*) \times (A_{i+1}^0 \vec{f}_{i+1}) \right] + (A_i^0 \vec{p}_i^* + A_i^0 \vec{s}_i) \times (A_i^0 \vec{F}_i) + A_i^0 \vec{N}_i \quad (5.44)$$

$$\tau_i = (A_i^0 \vec{n}_i)^T (A_i^{i+1} z_0) \quad (5.45)$$

Note-se que para os parâmetros entre dois elementos definido conforme as convenções da Figura 5.3, obtêm-se:

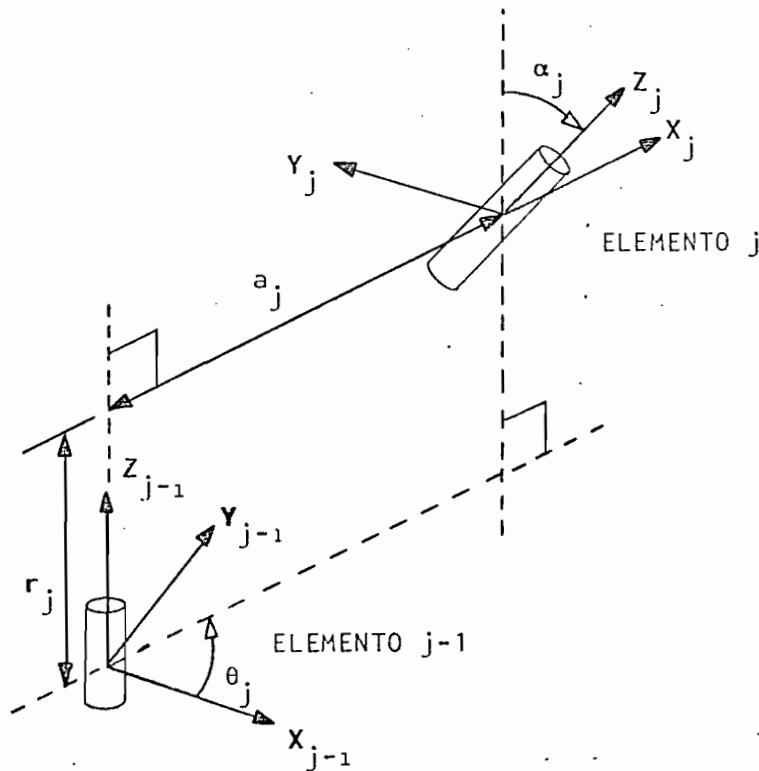


Fig. 5.3 - Parâmetros relacionando elementos adjacentes.

$$A_{i-1}^i = \begin{pmatrix} \cos\theta_i & -\cos\alpha_i & \sin\theta_i & \sin\alpha_i & \sin\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\alpha_i & \cos\theta_i & -\sin\alpha_i & \cos\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & & \cos\alpha_i & \end{pmatrix} \quad (5.46)$$

$$A_i^0 \vec{p}_i^* = \begin{pmatrix} a_i \\ r_i \sin\alpha_i \\ r_i \cos\alpha_i \end{pmatrix} \quad (5.47)$$

5.4 - ALGORITMO COMPUTACIONAL

A formulação apresentada nas seções 5.2 e 5.3 permite que se obtenha os torques via computador através da implementação do algoritmo que se segue.

São constantes do programa n , o número de juntas, $\omega_0 = \dot{\omega}_0 = 0$, $v_0 = 0$ (conforme o estabelecido na Seção 5.3), $\dot{v}_0$ e z_0 que são dados por:

$$\dot{v}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 9.80665 \text{ m/s} \end{pmatrix} \quad z_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

As variáveis pertinentes às juntas são q_i , $\dot{q}_i$, $\ddot{q}_i$ para $i = 1, 2, \dots, n$. As variáveis relacionadas aos elementos são $i, \vec{F}_i, \vec{N}_i, \vec{f}_i, \vec{n}_i, \vec{\tau}_i$.

Algoritmo

Passo 0: Atribuir $i = 1$.

Passo 1: Computar $A_i^0 \vec{\omega}_i$, $A_i^0 \dot{\vec{\omega}}_i$, $A_i^0 \vec{v}_i$ e $A_i^0 \dot{\vec{v}}_i$ através das Equações 5.34, 5.35, 5.37 e 5.38.

Passo 2: Computar $A_i^0 \dot{\vec{v}}_i$ pela Equação 5.42.

Passo 3: Computar $A_i^0 \vec{F}_i$, $A_i^0 \vec{N}_i$ através das Equações 5.39 e 5.40.

Passo 4: Se $i = n$, continue. De outra forma: atribuir $i = i + 1$ e re
e retornar ao Passo 1.

Passo 5: Computar $A_i^0 \vec{f}_i$ e $A_i^0 \vec{n}_i$ através da Equação 5.43 e 5.44 com f_{n+1} e n_{n+1} sendo as forças e momentos requeridos, respectiv
vamente, para o ponto final de atuação (ou seja elemento n)
para levar a carga.

Passo 6: Se $i = 1$ pare, de outra forma atribuir $i = i - 1$ e retornar
ao Passo 5.

Fluxograma

O fluxograma que gerou este algoritmo é apresentado na Figura
ra 5.4.

Os parâmetros dinâmicos Sol-Terra-Satélite foram gerados
através do programa VASOL/DINÂMICA/ESPACIAL e o fluxograma apresentado
na Figura 3.19.

O gerador de trajetórias tem seu algoritmo computacional base
seado na formulação apresentada na seção 4.4.5 e o fluxograma é apresen
tado na Figura 5.5.

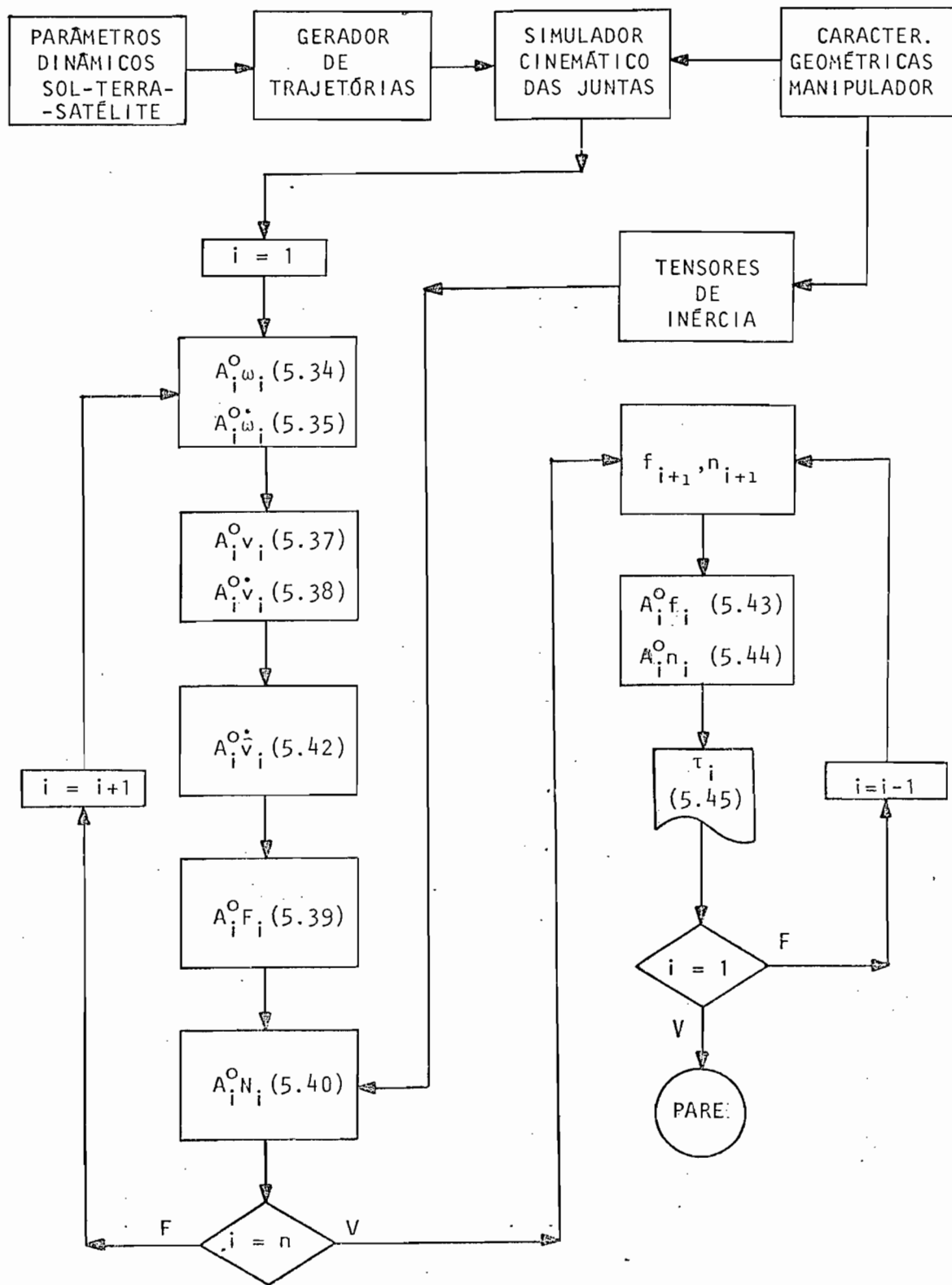


Fig. 5.4 - Fluxograma para simulação do modelo dinâmico.

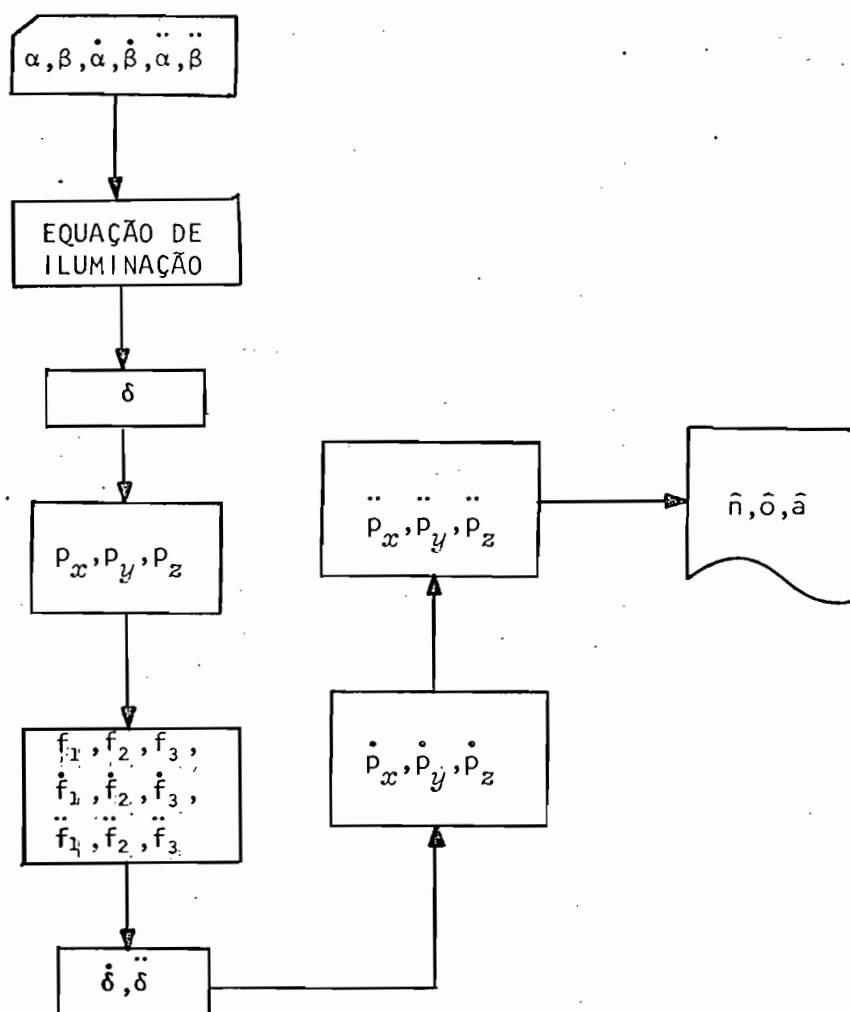


Fig. 5.5 - Fluxograma para o Gerador de Trajetórias.

O Simulador Cinemático das juntas é constituído pelo Modelo Geométrico Inverso, que fornece as posições das juntas (q_i) e pelo Jacobiano, que fornece as velocidades ($\dot{q}_i$) e acelerações das juntas ($\ddot{q}_i$), (Ver Seções 4.4.4, 4.4.6 e 4.4.7). Os modelos obtidos no Capítulo 4 são a base do algoritmo computacional.

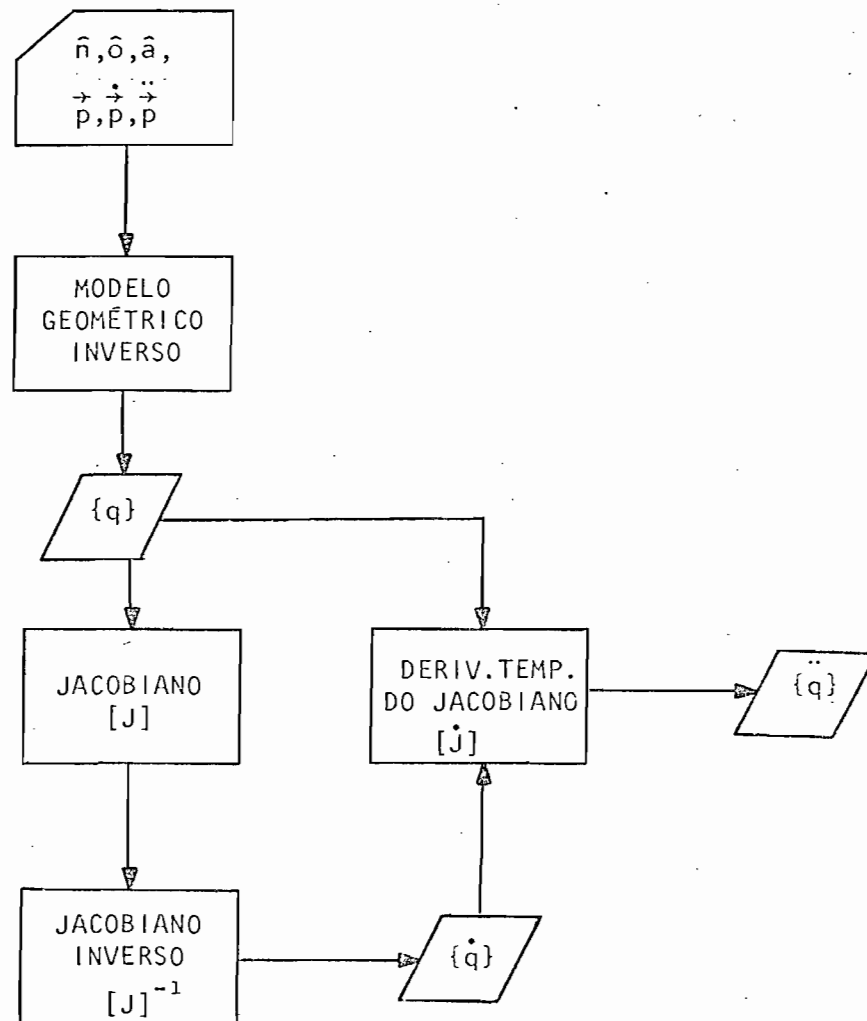


Fig. 5.6 - Fluxograma para o Simulador Cinemático das juntas.

Para efetuar as operações com matrizes (inversão, multiplicação) foi utilizado o pacote de sub-rotinas do IMSL (IMSL, 1981).

5.5 - SIMULAÇÃO CINEMÁTICA DO MANIPULADOR

A geometria do manipulador é definida segundo parâmetros previamente escolhidos e que são ilustrados nas Figuras 5.7 a 5.11. Para a simulação cinemática em questão foram adotados os seguintes parâmetros (Figuras 5.7 a 5.11):

$$c_1 + e_1 = 1304 \text{ mm (parâmetro } d_1 \text{ na Tabela 4.2)}$$

$$c_2 = 1500 \text{ mm (parâmetro } a_2 \text{ na mesma tabela)}$$

$$d_3 + b_4 = 500 \text{ mm (parâmetro } d_4 \text{ na mesma tabela)}$$

$$d_5 = 892 \text{ mm (ver parâmetro } d_5 \text{ na mesma tabela)}$$

$$B = 2850 \text{ mm (Figura 4.15)}$$

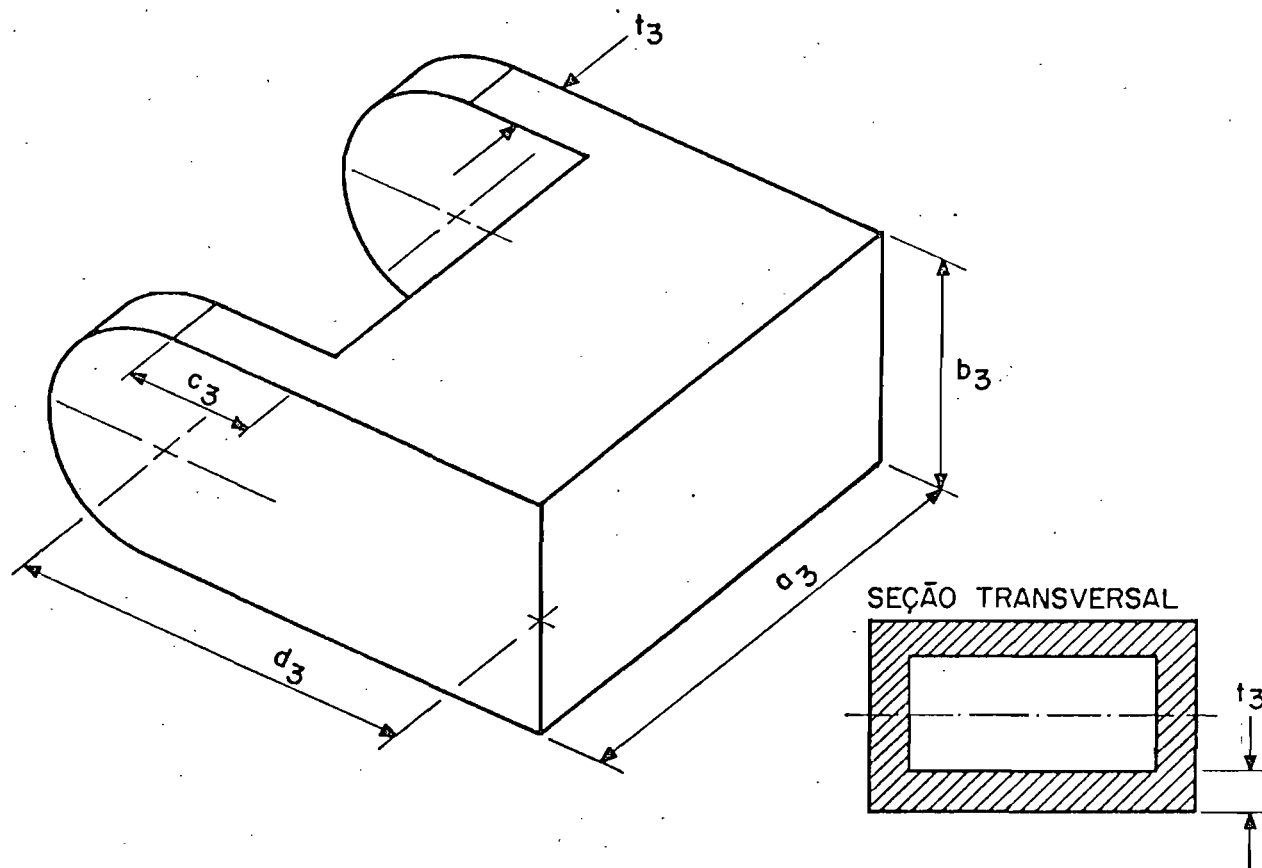


Fig. 5.7 - Parâmetros geométricos do punho.

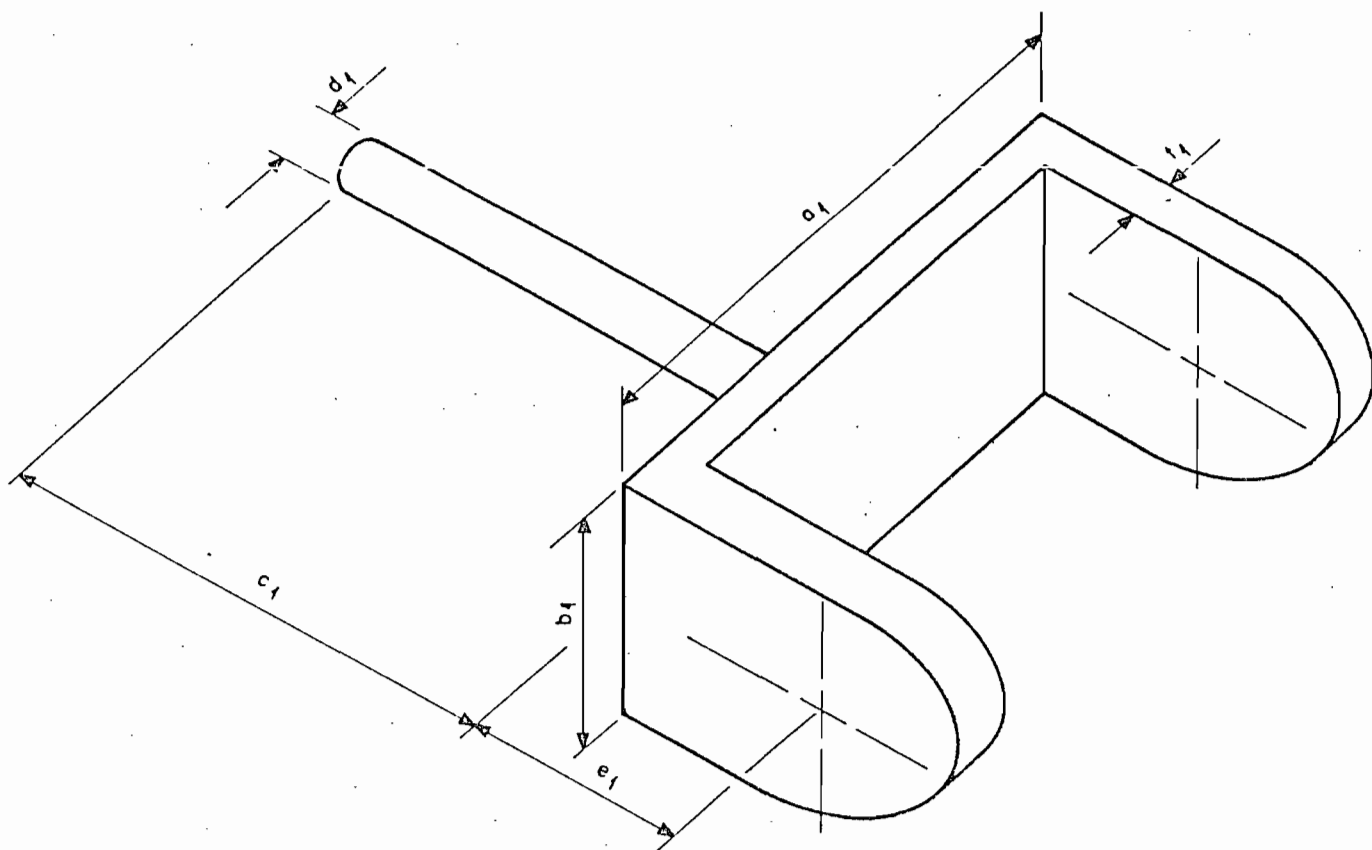


Fig. 5.8 - Parâmetros geométricos do ombro.

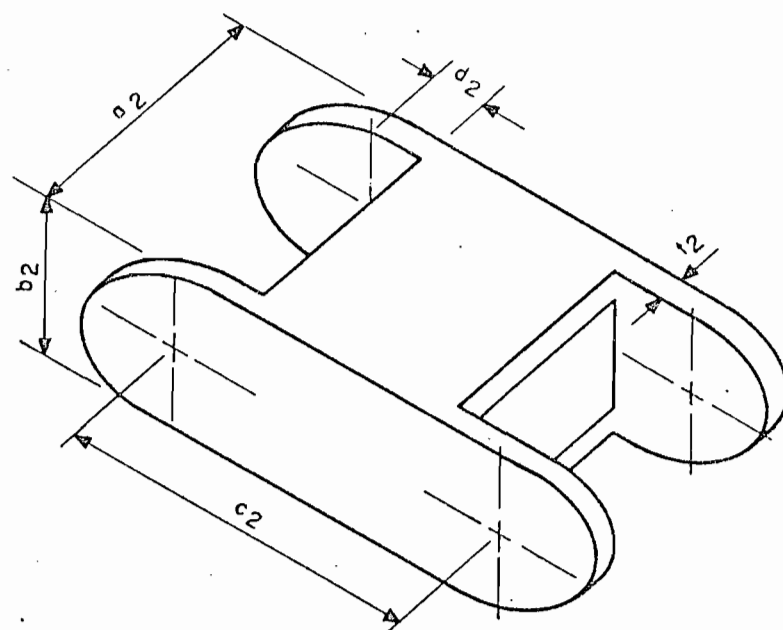


Fig. 5.9 - Parâmetros geométricos do braço.

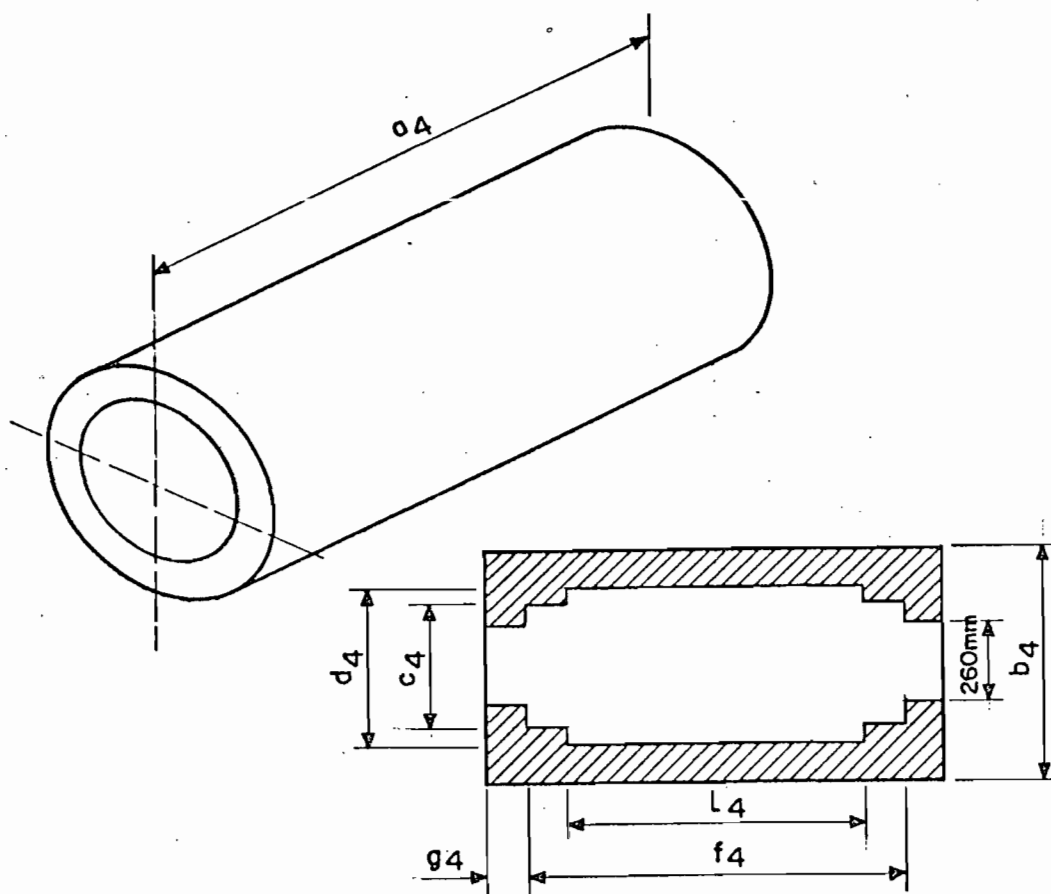


Fig. 5.10 - Parâmetros geométricos do cilindro externo.

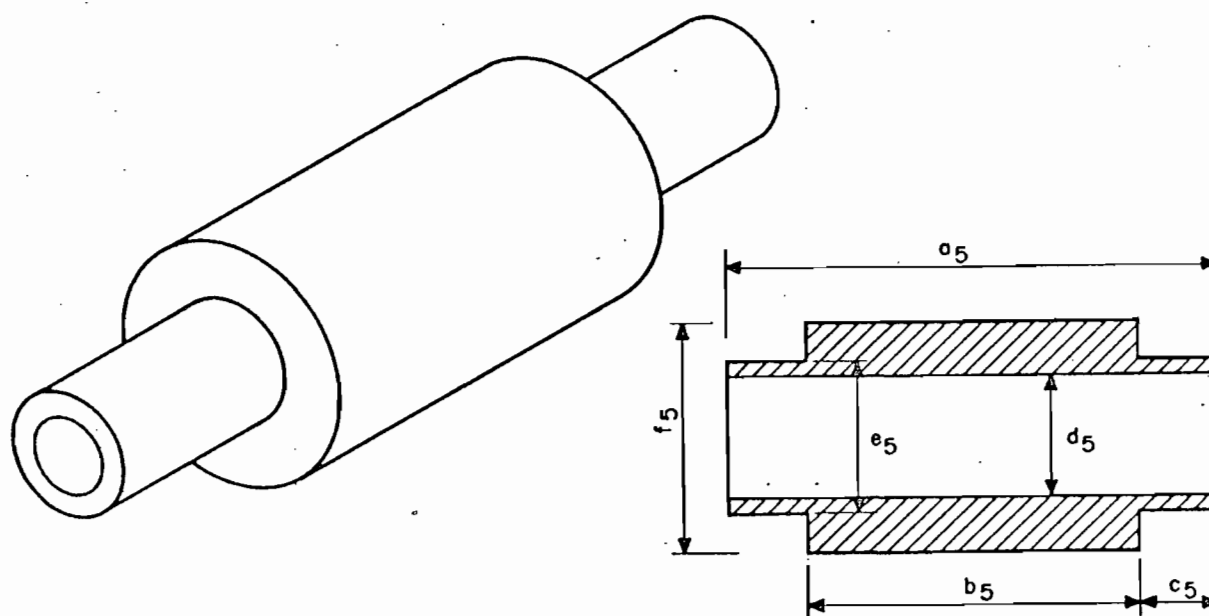


Fig. 5.11 - Parâmetros geométricos do cilindro interno.

5.5.1 - SIMULAÇÃO CINEMÁTICA EM UMA ÓRBITA

Um algoritmo baseado na formulação apresentada nas seções 3.2 e 4.4 foi implementado em FORTRAN IV no computador B-6800 obedecendo os fluxogramas das Figuras 3.19, 5.5 e 5.6. Os resultados são apresentados via rotinas gráficas (Carrara, 1984) nas Figuras 5.12 a 5.29. Os parâmetros da órbita simulada são os mesmos apresentados na seção 3.3 ($a = 7.028.120\text{m}$; $i = 98,61^{\circ}$; $\Omega = 105,32^{\circ}$; $\alpha_0 = 23,34^{\circ}$; $\delta_0 = 9,75^{\circ}$).

É importante notar que existe uma região nos gráficos apresentados onde não existem pontos (entre 3700 e 4300 s) porque a Equação de Iluminação (Equação 4.61) não apresenta solução no campo dos Reais. Isto quer dizer que não é possível manter, nestes pontos, as condições de teste dadas pelas equações apresentadas na seção 4.4.5. O programa de simulação da parte cinemática é o chamado CINEMÁTICA/RPSS5. O código RPSS5 significa Robô Posicionador para Simulador Solar com 5 graus de liberdade.

O espaçamento que foi adotado entre o simulador dinâmico e o RPSS5 (B) é para garantir que não haverá colisão entre o simulador solar e o gimbal mais externo do simulador dinâmico a partir de seu centro. Isto significa evitar não entrar em um volume de trabalho cilíndrico de 900 mm de raio do simulador dinâmico. A consequência disso é que alguns ângulos de elevação negativos não poderão ser simulados em vista dos vínculos impostos no Capítulo 4. As outras medidas foram adotadas através de um processo de tentativa e erro simulando o movimento do RPSS5. Baseado nas Equações 4.64 e 4.65 determina-se o envelope de azimutes que poderão ser simuladas pelo robô-posicionador. No caso em questão este envelope é de $\alpha_{\min} = 35,98^{\circ}$ e $\alpha_{\max} = 100,56^{\circ}$ (sem manobra de capotamento); $\beta_{\min} = -14,68^{\circ}$ e $\beta_{\max} = 34,58^{\circ}$.

Algumas observações são importantes com relação aos gráficos. Aparecem descontinuidades em alguns deles, em parte por razões construtivas, em parte por contingências do tipo de teste e configuração escolhida.

A Figura 5.12 mostra a trajetória indicada que na sua região inferior tem alguns pontos que não foram mostrados devido ao motivo mencionado anteriormente em relação à Equação de Iluminação. Ainda na mesma figura aparecem caracteres do gráfico muito próximos um do outro, isso ocorre porque a simulação começa no ponto 1 de coordenadas (1988, 283, 1439) vai até o ponto mais alto (maior z_0) que é o 2 (1521, 1, 1788), atinge o ponto mais externo para $y_0 < 0$, ponto 3 (1877, -328, 1171), chega nos pontos mais baixos 4 (1018, -229, 678) e 5 (1026, 230, 681), entre os quais estão aqueles α e β que estão fora do alcance do RPSS5, passa pelo ponto mais externo para $y > 0$, ponto 6 (1878, 328, 1172) e termina a simulação em 7 (1990, 285, 1431). A trajetória é aproximadamente simétrica em relação ao eixo Z. Porém, nestes pontos a assimetria existente causa a proximidade dos pontos na Figura 5.12. A curva que aparece na figura é, então, percorrida duas vezes. Os pontos 1 a 7 são ilustrados nas Figuras 5.12 a 5.14.

Um outro ponto a ser observado é que as coordenadas y_0 são pequenas em relação às coordenadas x_0 e z_0 . Isso é motivado pelas Equações 3.5 que são funções de arco-tangente. A função tangente é assintótica na região em torno de 90° (onde seu valor é infinito) para o argumento. Quando o ângulo α chega perto de 90° (isto ocorre no ponto mais alto) o valor de sua tangente cresce muito rápido fazendo com que para uma coordenada x_0 de aproximadamente 1500 mm, que é limitada pelo tamanho do braço, seja necessário um valor quase nulo para obter $\alpha = 90^\circ$. Para 70° , por exemplo, a tangente é aproximadamente 2,5 o que faz com que $y_0 \approx 340$ mm o que é um valor pequeno comparado às outras coordenadas. O movimento do RPSS5 nas Figuras 5.12 a 5.14 ocorre, então, numa trajetória determinada pelos ângulos α e β simulados e pela sua configuração e geometria.

A Figura 5.15, que mostra o movimento da junta 1 durante a órbita, tem uma descontinuidade em torno de 1000 s de simulação motivada pela manobra de *capotamento* mencionada na seção 4.4.5. Outra descontinuidade ocorre em torno de 4000 s, porém aí aparece um buraco onde não existem pontos por causa da ausência de solução na Equação de Iluminação e,

além disso há uma segunda manobra de capotamento. Isto ocorre em todos os gráficos seguintes.

Nas Figuras 5.19 e 5.20 ocorre uma mudança de sinal na aceleração da junta 2 devido ao fato do braço atingir seu ponto mais alto e a partir deste ponto começar a descer. Surgem, também, variações bruscas na aceleração o que acontece por causa do acoplamento da aceleração angular da junta 1 com a aceleração da junta 2. No gráfico de velocidade a visualização não é muito boa porque são comparados valores muito diferentes. Nessa faixa o gráfico quase não registra variações devido à escala que é automaticamente atribuída pela traçadora de gráficos ao comparar valores 200 vezes menores ($10^{-5} \Rightarrow 10^{-7}$). O efeito conjugado das acelerações cartesianas definidas em termos de $\ddot{\alpha}$ e $\ddot{\beta}$ mostram, por exemplo, uma freada ocorrendo em torno de 1000 s (ver Figuras 3.17 e 3.18). Esses efeitos dos acoplamentos de acelerações entre juntas são percebidos por testes com o modelo cinemático.

Na Figura 5.24 há uma descontinuidade em ≈ 2000 s e ≈ 3000 s que se deve ao fato de dentro do modelo geométrico inverso ser utilizada uma função ATAN2, que fornece valores entre $-\Pi$ e Π , o que faz com que isso ocorra, porém, não se trata de descontinuidade no movimento. Em torno de 1000 s e 4000 s as descontinuidades são reais e motivadas por duas manobras de capotamento ocorridas nesses instantes.

Em relação aos gráficos da junta 5 as duas variações que aparecem são pelas manobras de capotamento (2), além da ausência de pontos entre 3700 e 4300 s conforme o que foi mencionado.

Os resultados mostrados neste capítulo mostram que a cinemática das juntas fornece valores de estudo e análise para o projeto de talhado em termos de projeto de redutores, acionamentos, etc. e revela um movimento demasiadamente lento em alguns pontos o que exige mecanismos especializados como já foi mencionado no Capítulo 3. Uma primeira conclusão é que não é possível efetivar a aceleração angular de todas as juntas pois este efeito será imperceptível para os sensores solares devido a

valores muito baixos que aparecem (como 10^{-7} rad/s²). Velocidades angulares constantes nestes pontos são suficientes para efeito de simulação.

A simulação do modelo dinâmico completo será feita na Seção 5.6 bem como a simulação do movimento para duas posições diferentes comandadas durante um certo intervalo de tempo. Esse segundo caso de interesse permitirá avaliar o comportamento dos torques face à simulação de configurações de teste com vários dias de transcurso da missão entre uma configuração e outra.

A simulação cinemática da órbita pelos seus valores muito baixos de aceleração e velocidades não permite observar muito bem os efeitos que ocorrem. Na simulação da trajetória ponto a ponto os efeitos são mais acentuados pois as velocidades serão maiores.

Na simulação cinemática da órbita são sentidos os efeitos do movimento do Sol durante a órbita do satélite, verificados nas Figuras 3.12 e 3.14 a 3.18. Esses efeitos conjugados, somados aos acoplamentos de velocidades e acelerações das juntas resultam no comportamento cinemático mostrado.

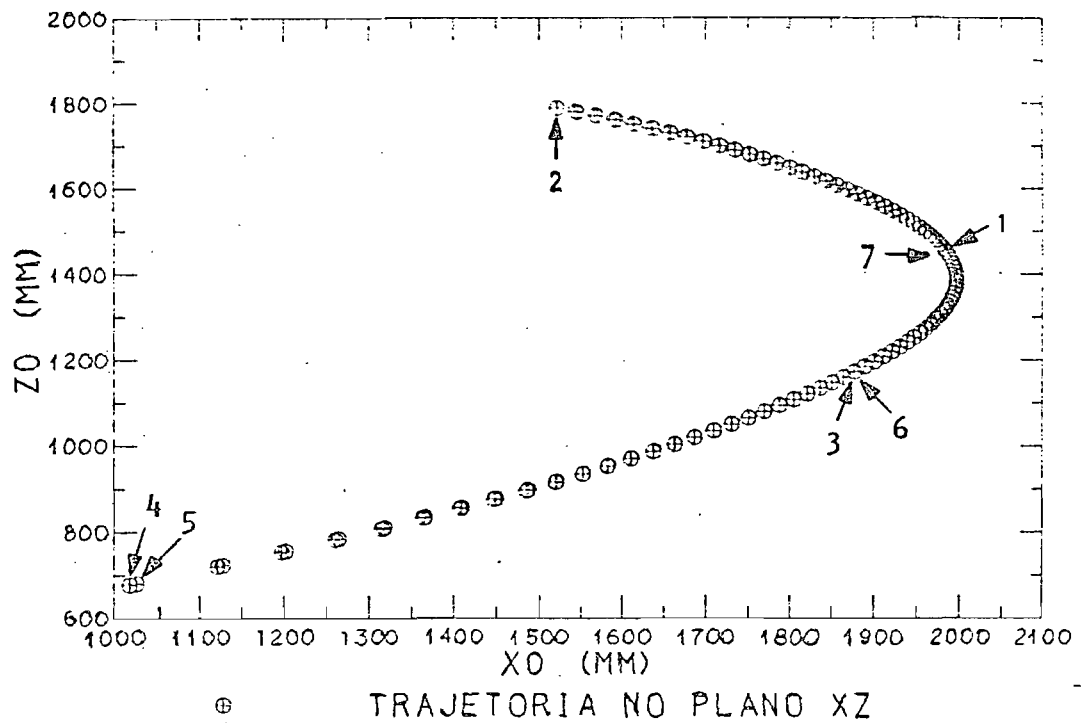


Fig. 5.12 - Trajetória do RPSS5 no plano X_0Z_0 (Figura 4.13).

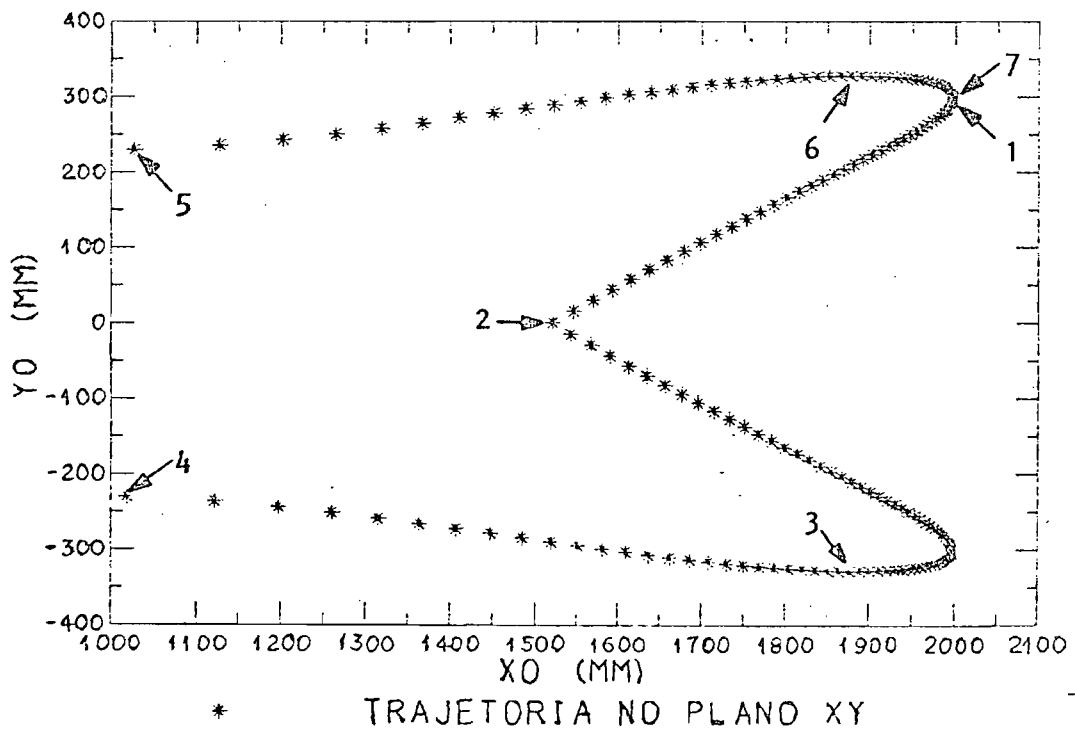


Fig. 5.13 - Trajetória do RPSS5 no plano X_0Y_0 .

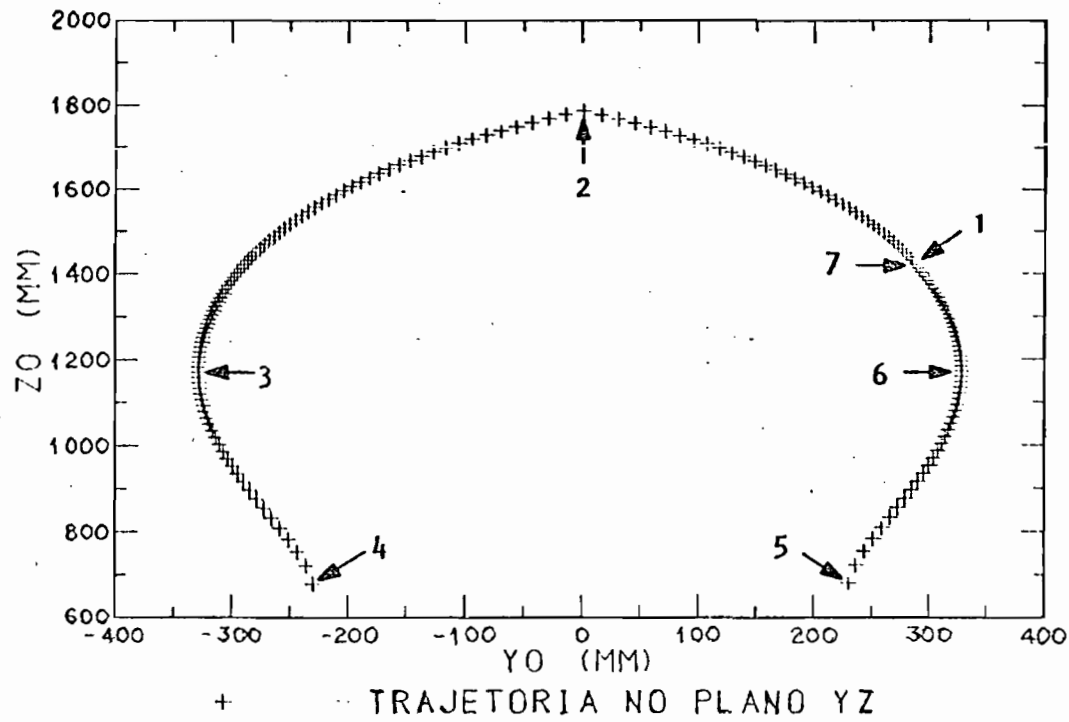


Fig. 5.14 - Trajetória do PPSS5 no plano Y_OZ_O (Figura 5.13)

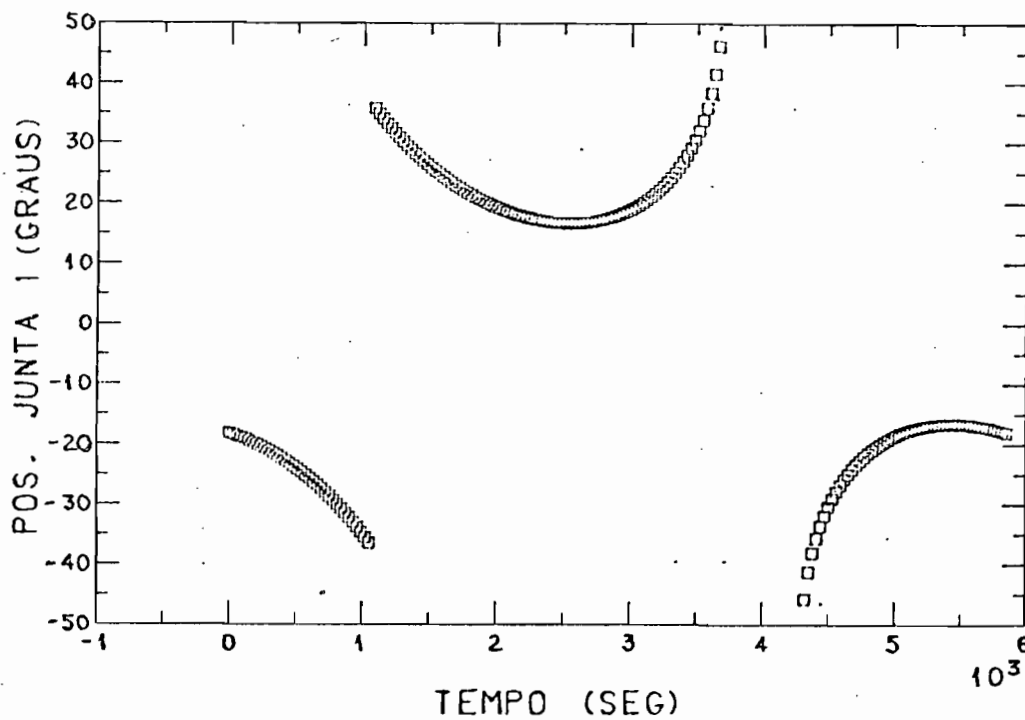


Fig. 5.15 - Posição da junta 1 durante a órbita.

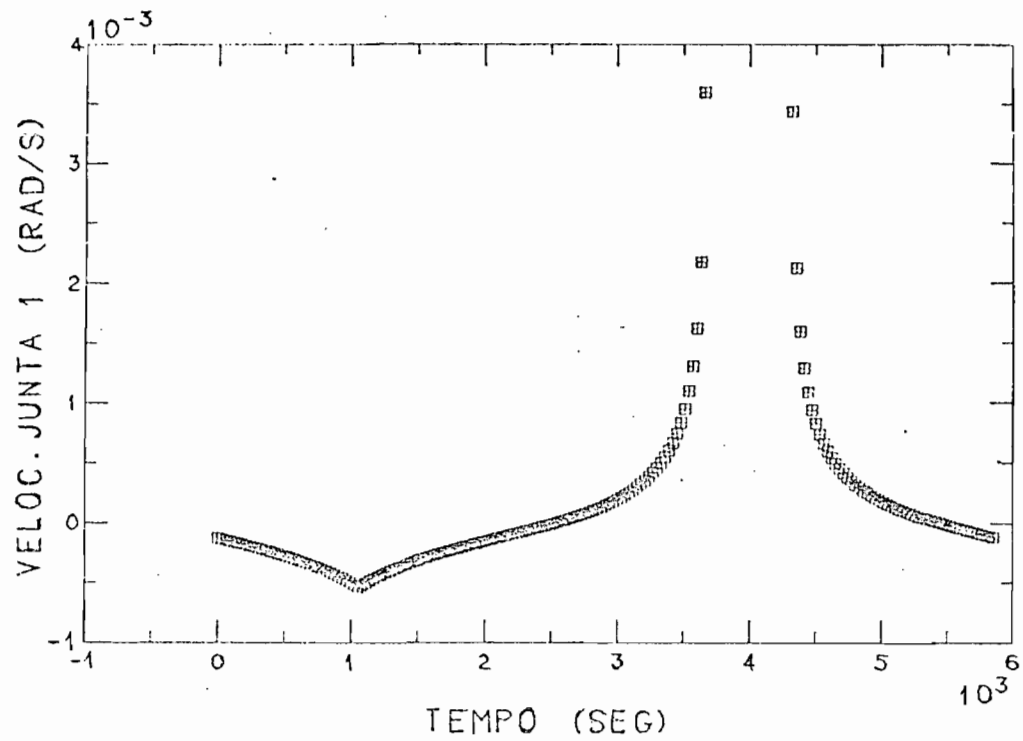


Fig. 5.16 - Velocidade angular da junta 1 durante a órbita.

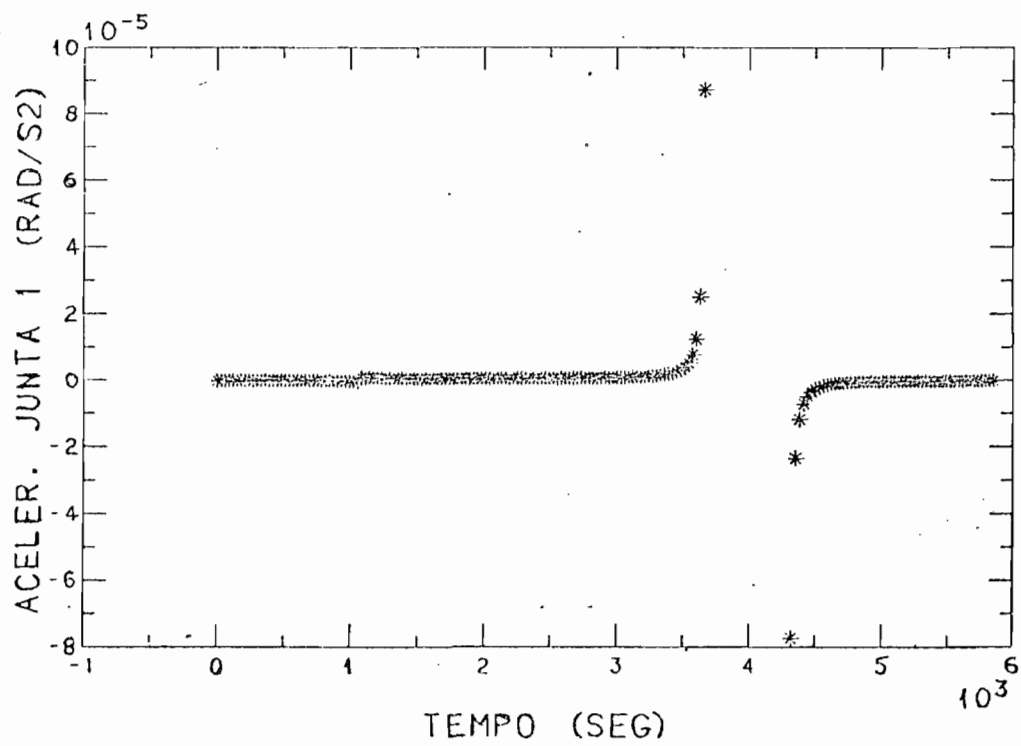


Fig. 5.17 - Aceleração angular da junta 1 durante a órbita.

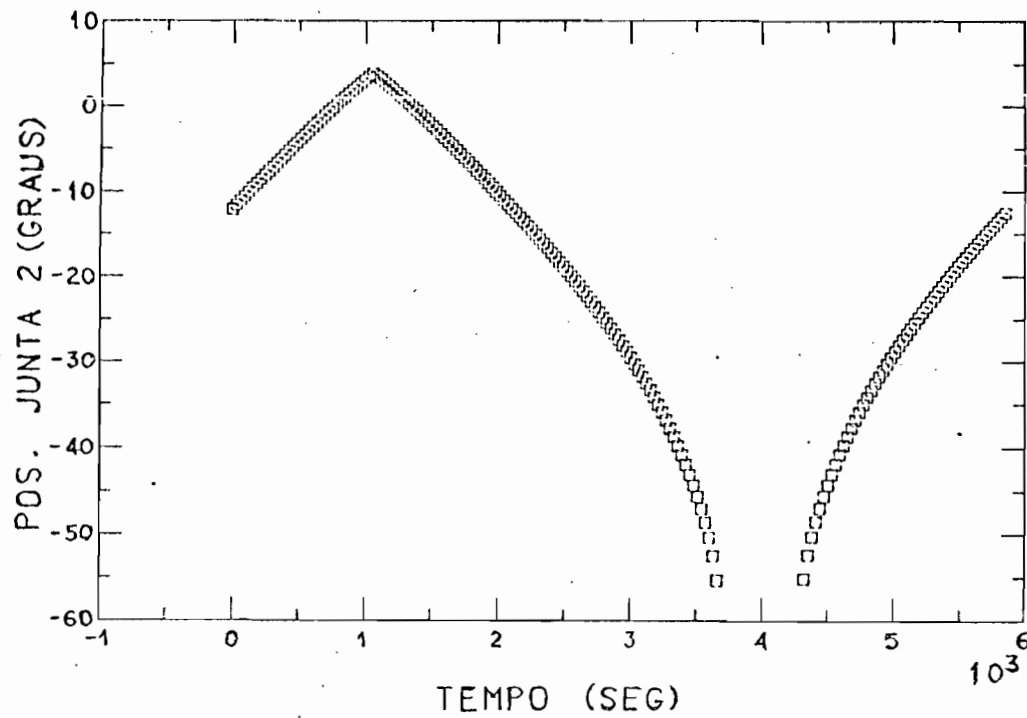


Fig. 5.18 - Posição da junta 2 durante a órbita.

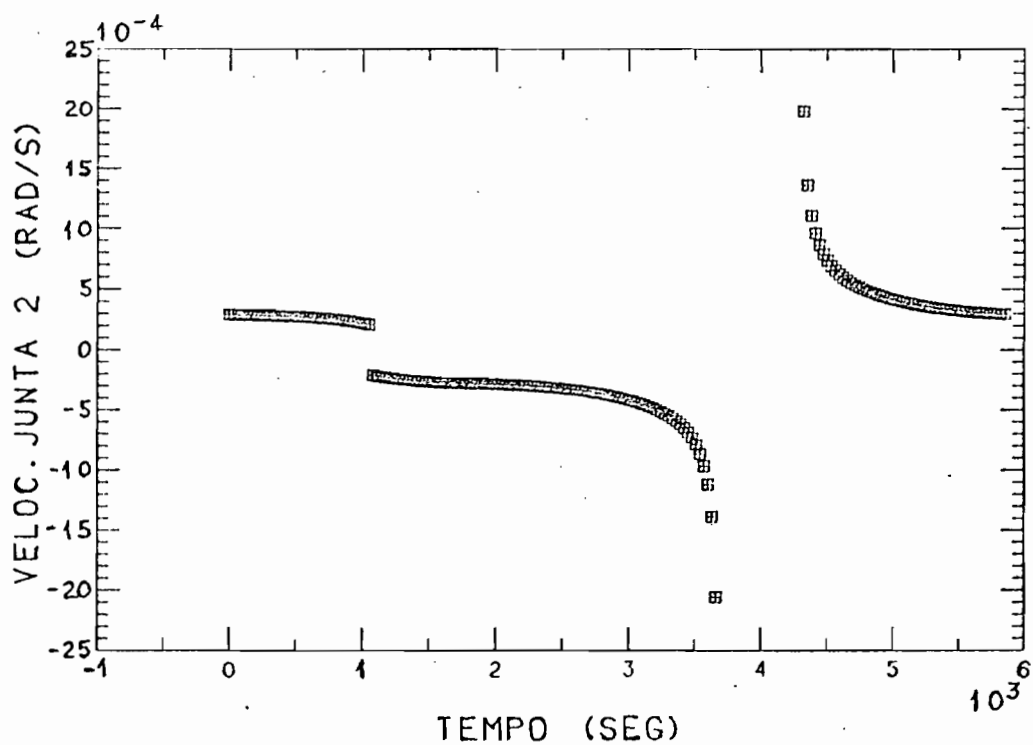


Fig. 5.19 - Velocidade angular da junta 2 durante a órbita.

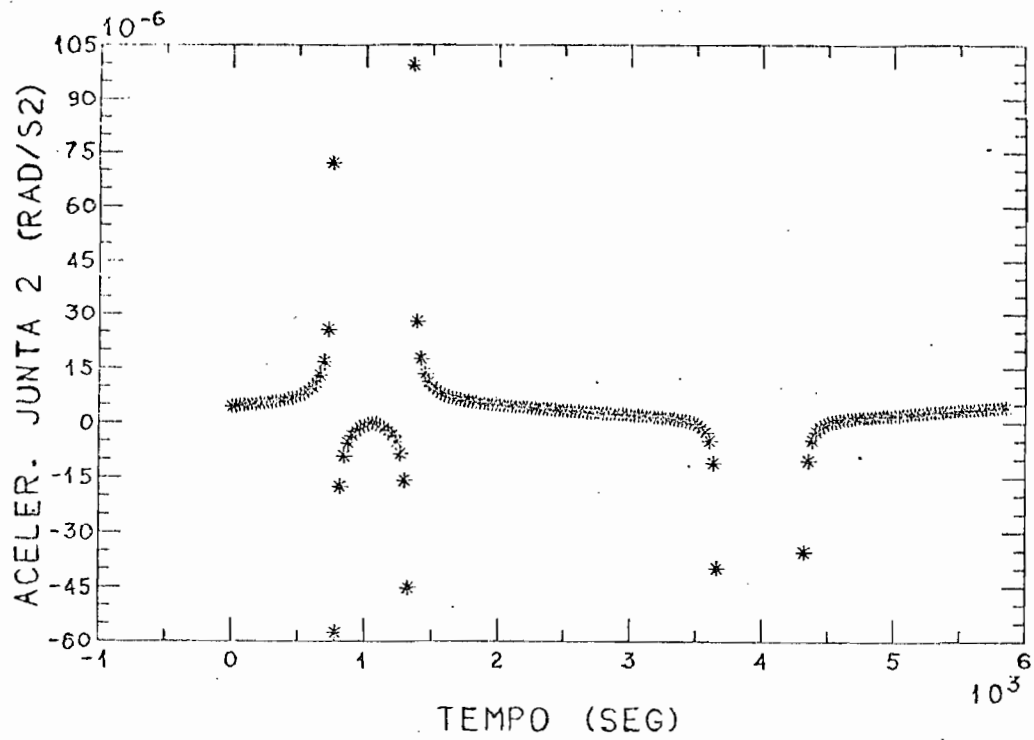


Fig. 5.20 - Aceleração angular da junta 2 durante a órbita.

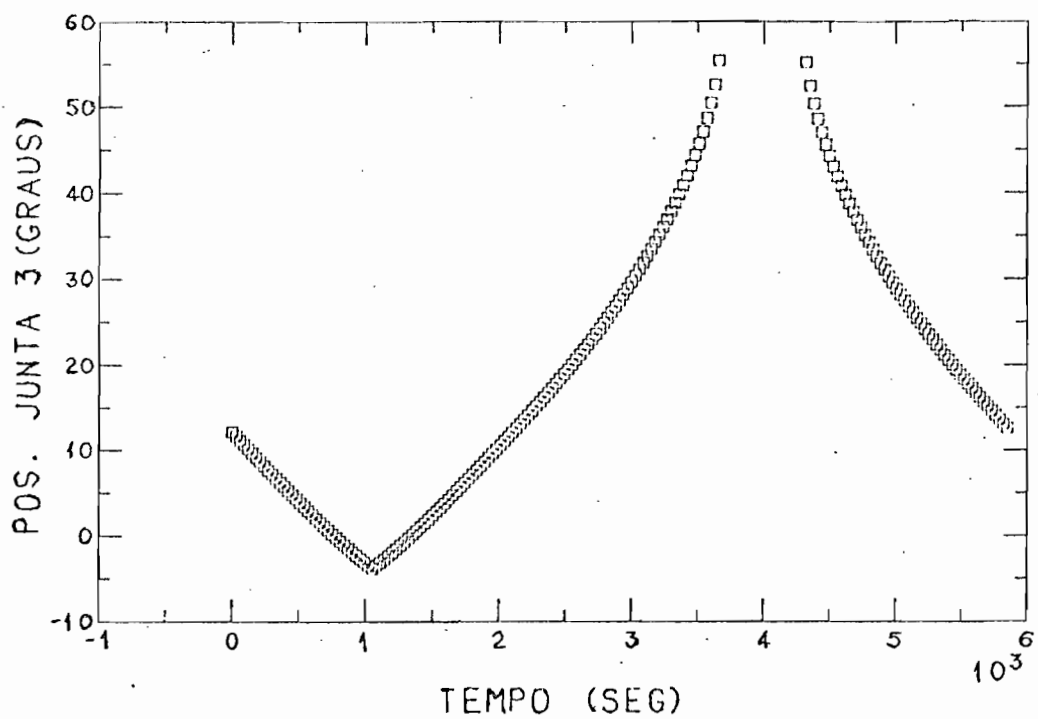


Fig. 5.21 - Posição da junta 3 durante a órbita.

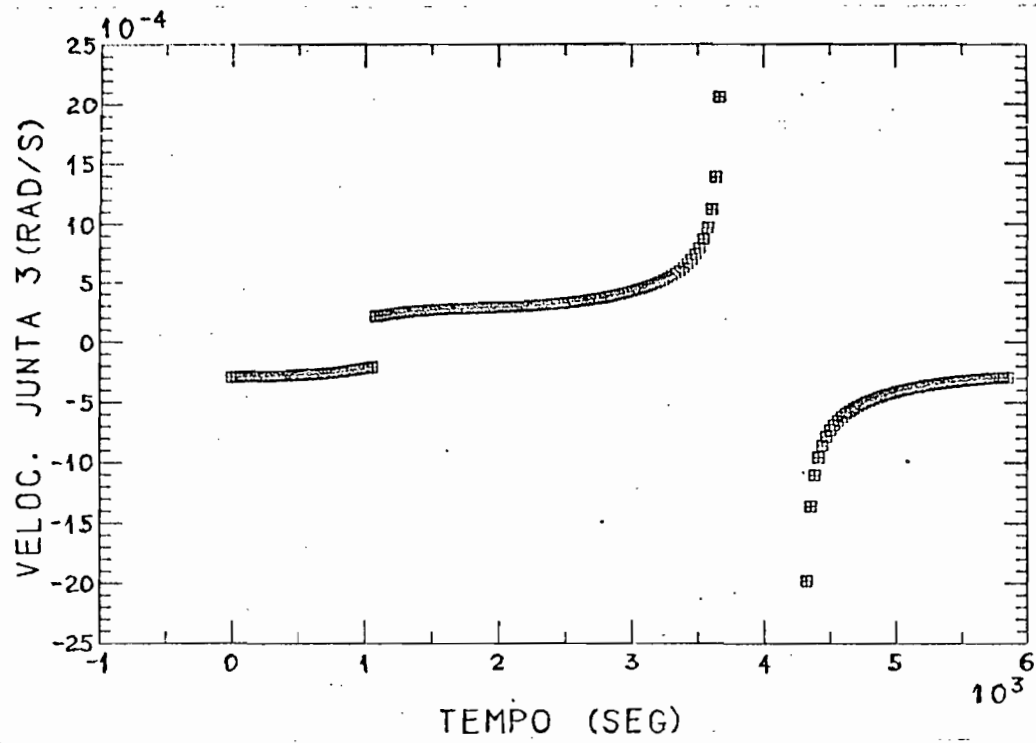


Fig. 5.22 - Velocidade angular da junta 3 durante a órbita.

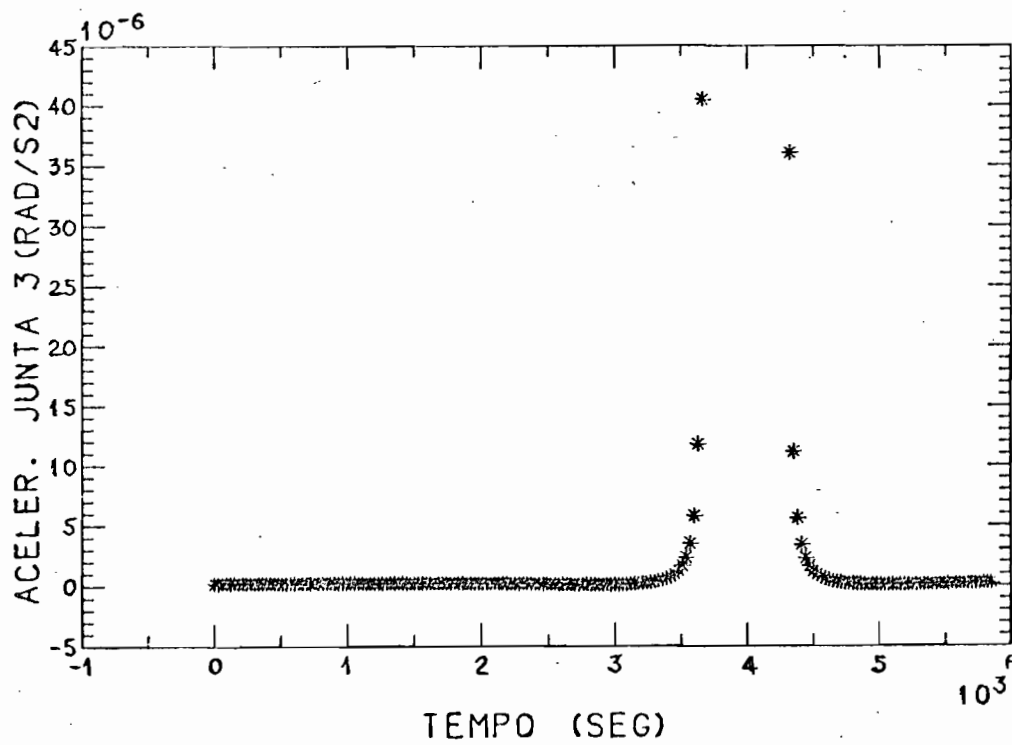


Fig. 5.23 - Aceleração angular da junta 3 durante a órbita.

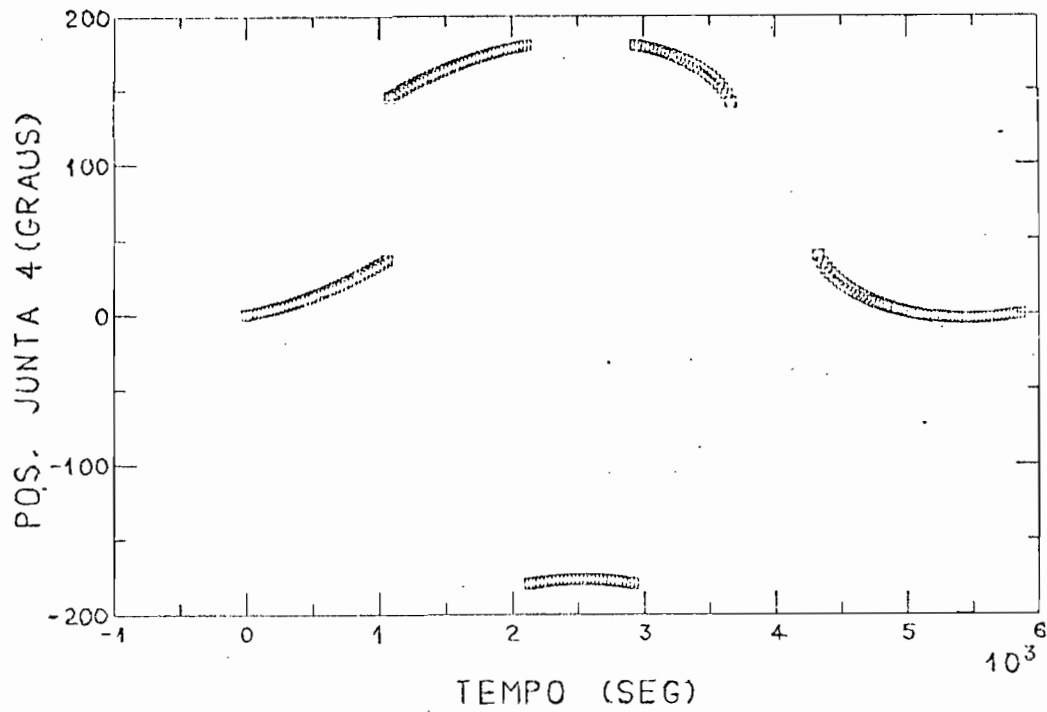


Fig. 5.24 - Posição da junta 4 durante a órbita.

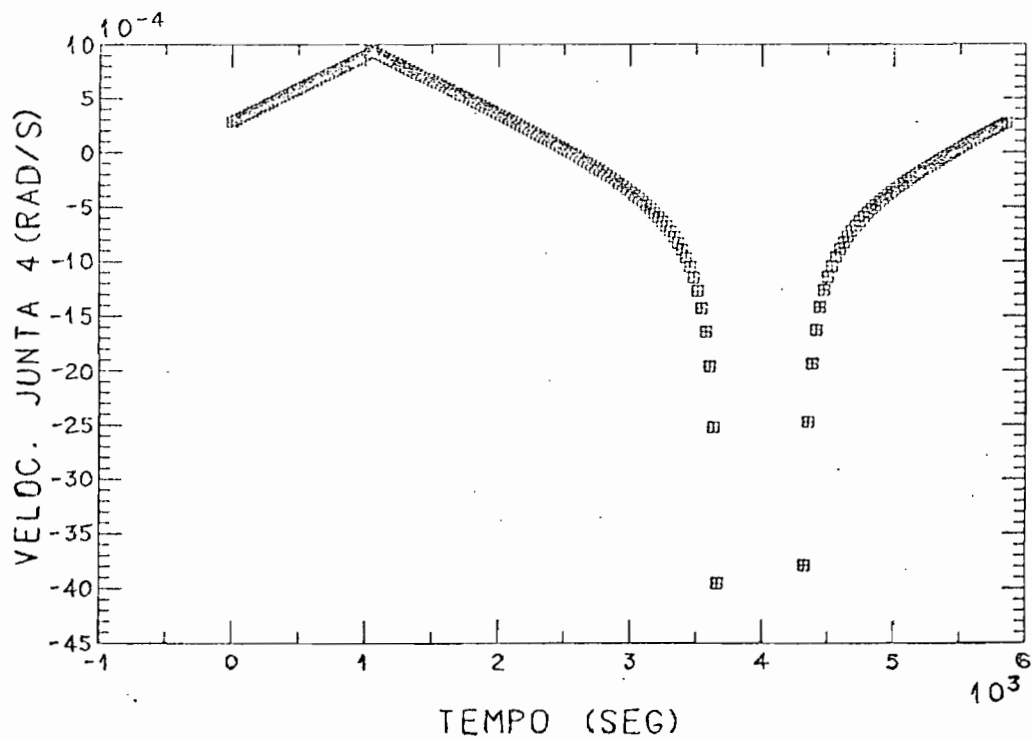


Fig. 5.25 - Velocidade angular da junta 4 durante a órbita.

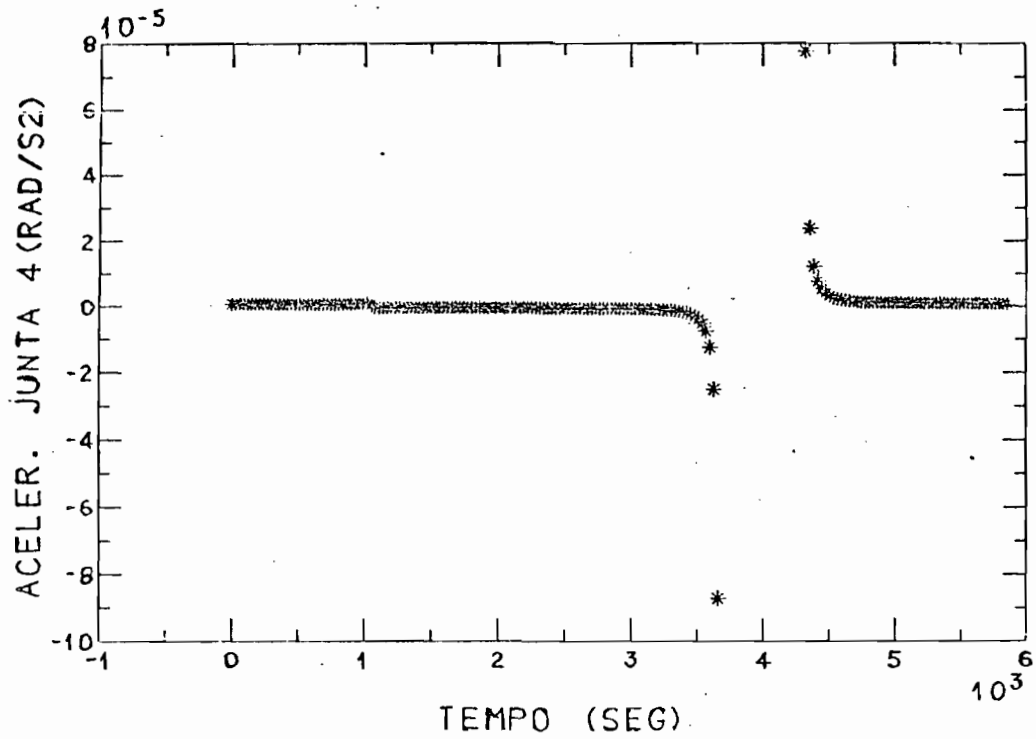


Fig. 5.26 - Aceleração angular da junta 4 durante a órbita.

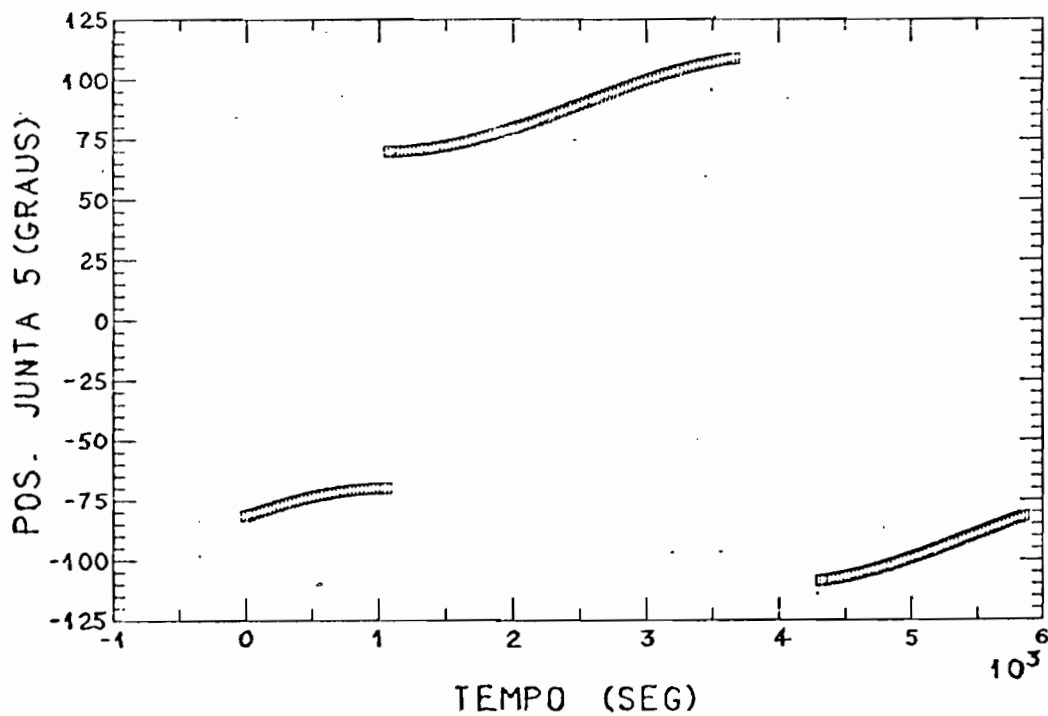


Fig. 5.27 - Posição da junta 5 durante a órbita.

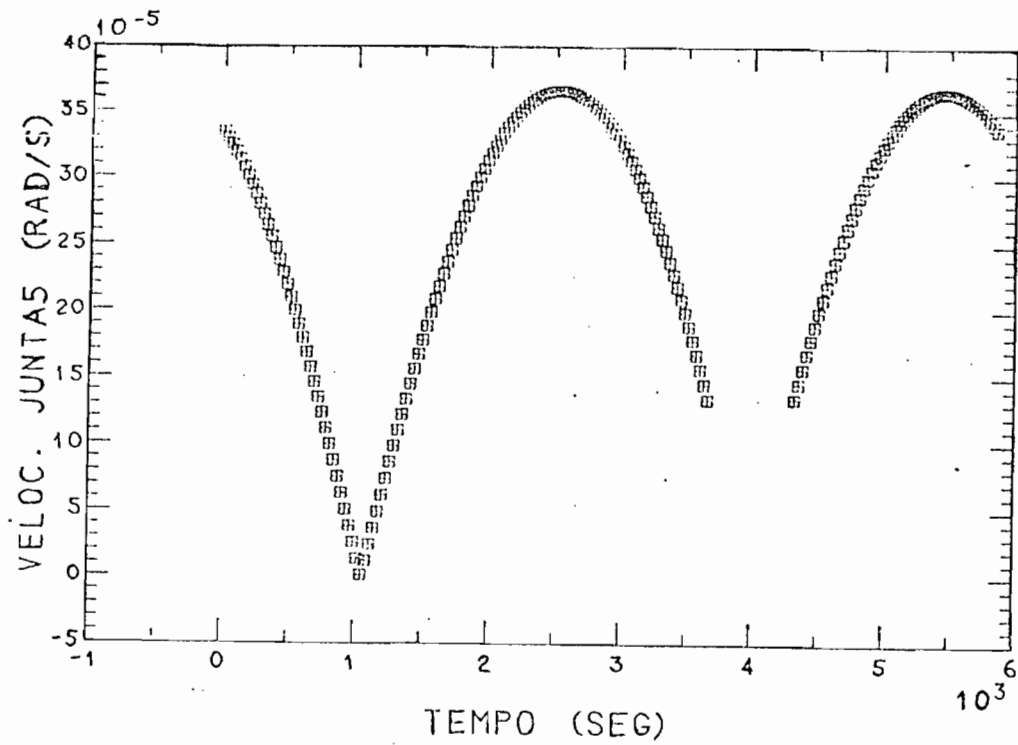


Fig. 5.28 - Velocidade angular da junta 5 durante a órbita.

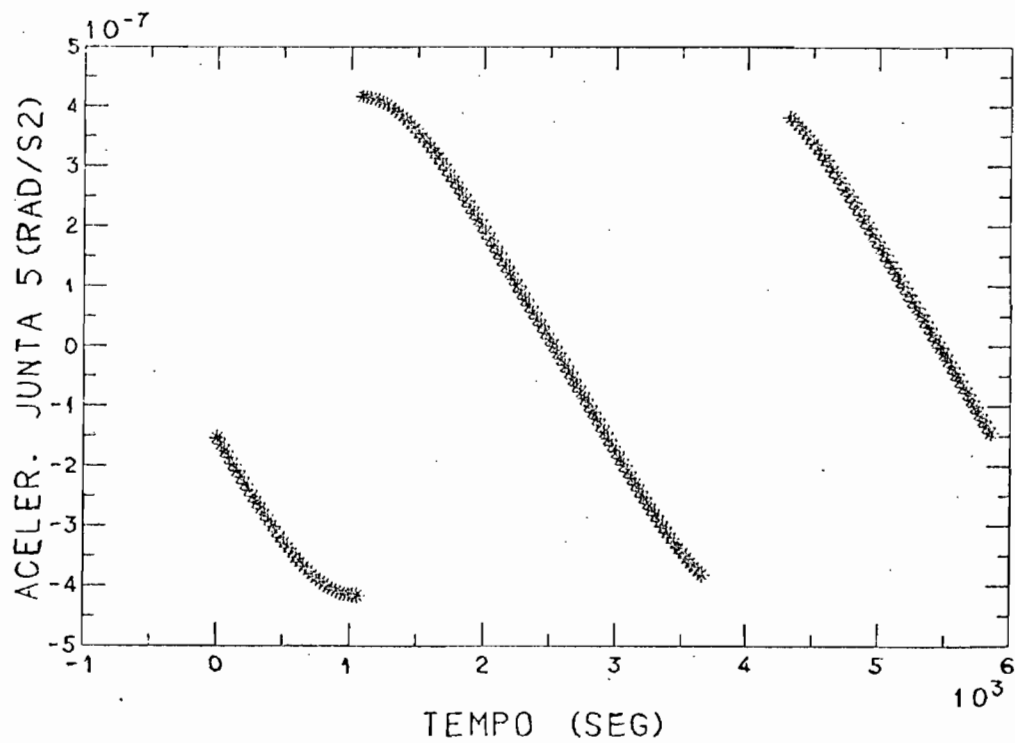


Fig. 5.29 - Aceleração angular da junta 5 durante a órbita.

5.5.2 - SIMULAÇÃO CINEMÁTICA EM UMA TRAJETÓRIA ENTRE DOIS PONTOS

Com os mesmos parâmetros geométricos utilizados na seção 5.5.1 foi feita a simulação cinemática em uma trajetória entre dois pontos em um intervalo de tempo de 20 s. O ponto inicial é de coordenadas $\alpha_1 = 65^\circ$ e $\beta_1 = -13^\circ$, o ponto final $\alpha_2 = 115^\circ$ e $\beta_2 = 13^\circ$. Nos pontos inicial e final da trajetória o simulador solar está em repouso.

A trajetória de movimento empregada na simulação foi de aceleração constante em azimuth e elevação ($\ddot{\alpha}$ e $\ddot{\beta}$) até metade do tempo de percurso, a partir daí desaceleração constante, de mesmo módulo, até o ponto final. Desta forma, as equações de posição e velocidade são as do movimento angular uniformemente acelerado em toda a trajetória. Essas equações na sua forma recursiva são dadas por:

$$\alpha_i = \alpha_{i-1} + \dot{\alpha}_{i-1} t + \frac{1}{2} \ddot{\alpha} t^2 \quad (5.48)$$

$$\beta_i = \beta_{i-1} + \dot{\beta}_{i-1} t + \frac{1}{2} \ddot{\beta} t^2 \quad (5.49)$$

$$\dot{\alpha}_i = \dot{\alpha}_{i-1} + \ddot{\alpha} t \quad (5.50)$$

$$\dot{\beta}_i = \dot{\beta}_{i-1} + \ddot{\beta} t \quad (5.51)$$

As acelerações são obtidas por:

$$\ddot{\alpha} = \frac{4(\alpha_2 - \alpha_1)}{t_T^2} \quad (5.52)$$

$$\ddot{\beta} = \frac{4(\beta_2 - \beta_1)}{t_T^2} \quad (5.53)$$

onde:

t_T - tempo total de percurso (20 s).

O tempo t que aparece nas Equações 5.48 a 5.51 é o intervalo de tempo em que se deseja computar posição, velocidade e aceleração ao longo da trajetória.

Os resultados dessa simulação são mostrados nas Figuras 5.30 a 5.47.

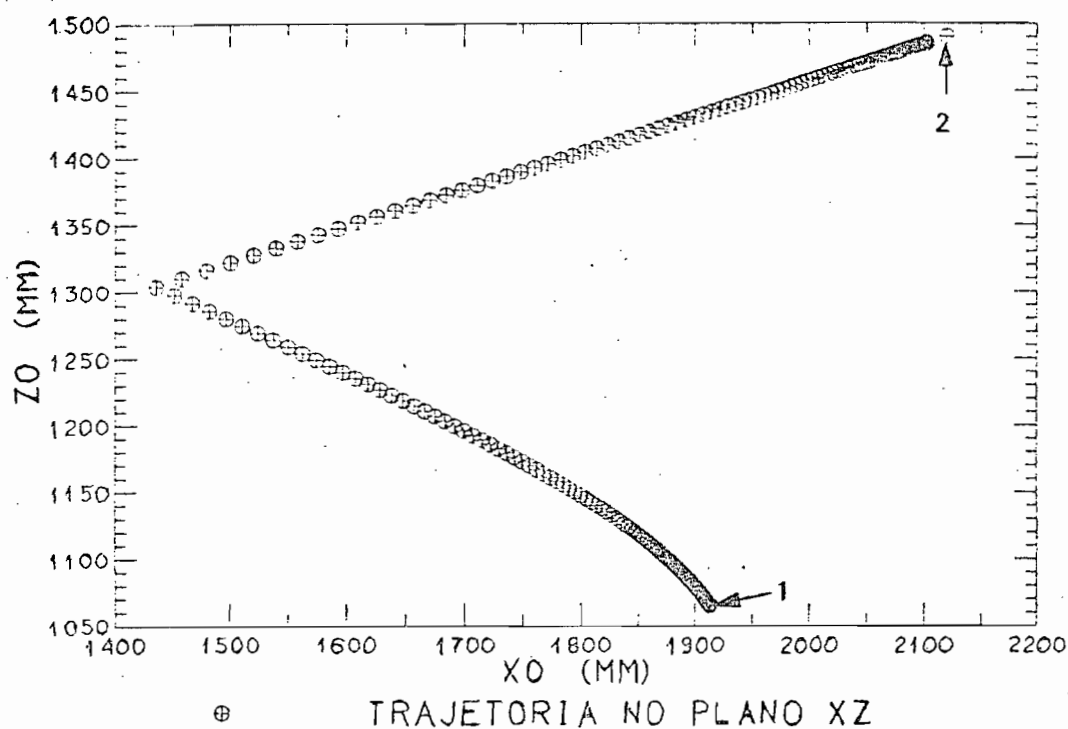


Fig. 5.30 - Trajetória no plano X_0Z_0 entre dois pontos.

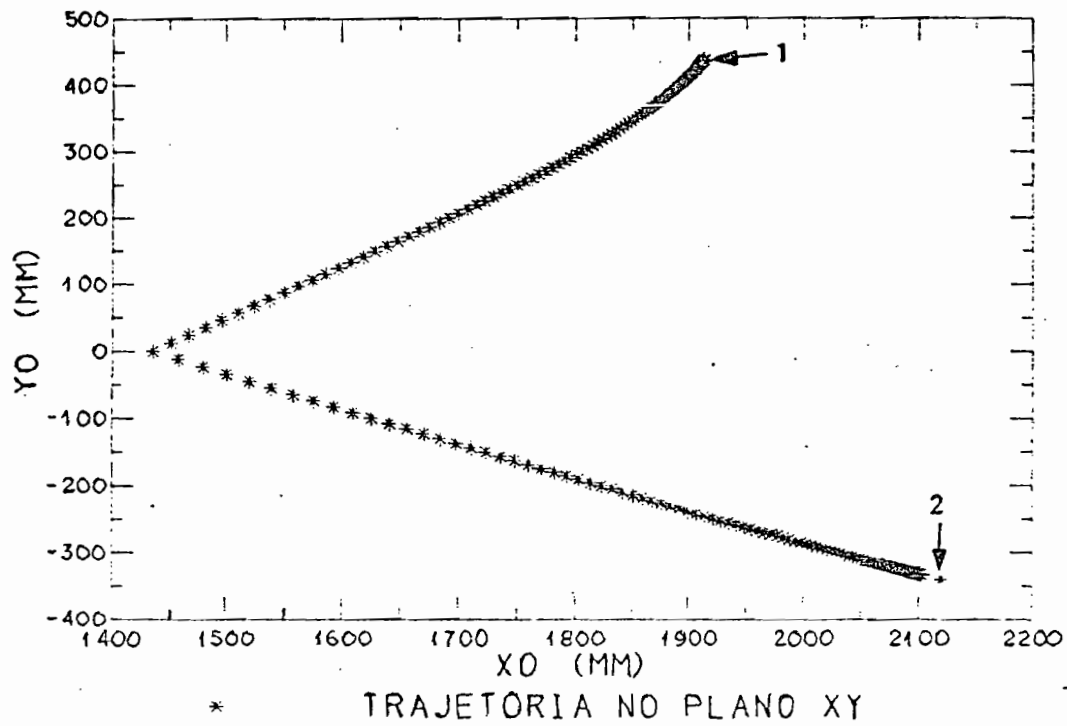


Fig. 5.31 - Trajetória no plano X_0Y_0 entre dois pontos.

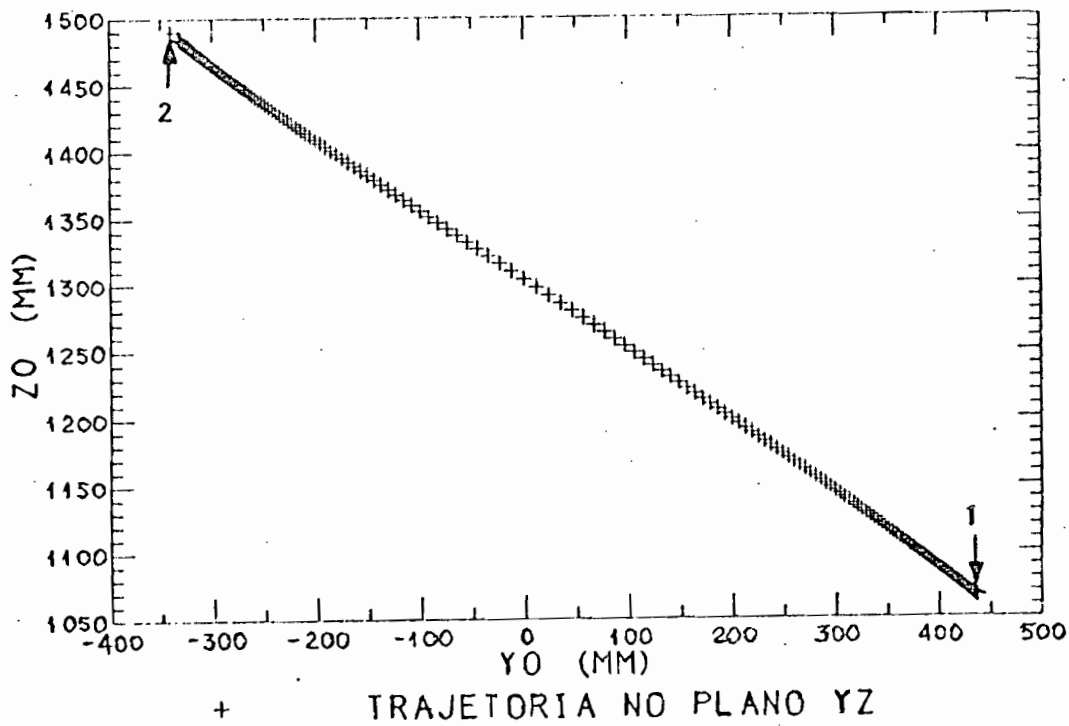


Fig. 5.32 - Trajetória no plano Y_0Z_0 entre dois pontos.

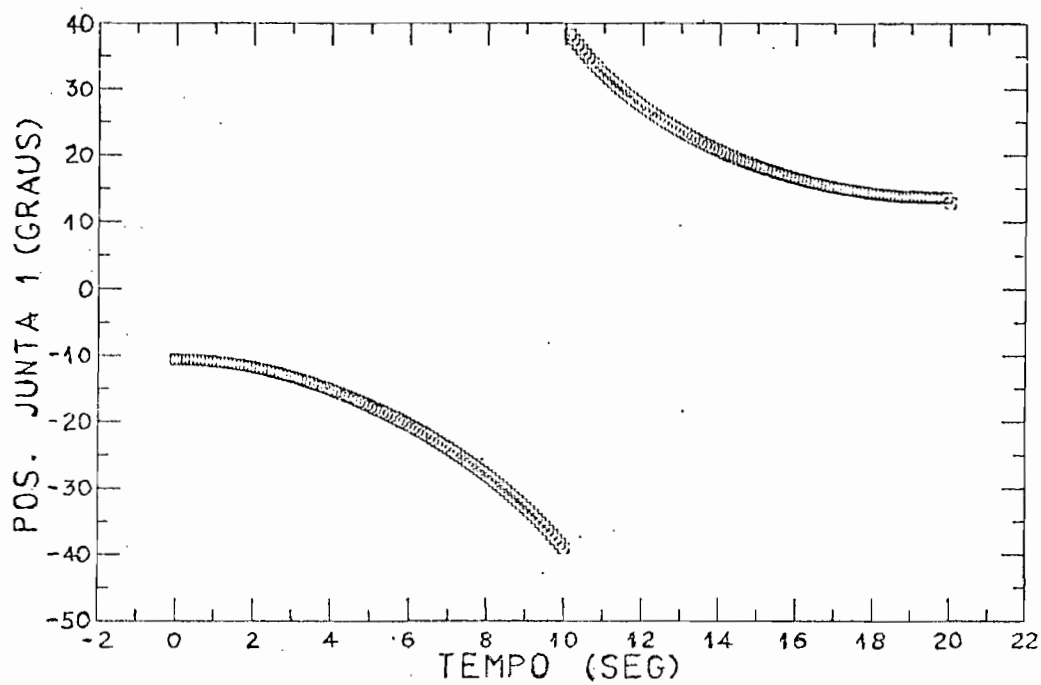


Fig. 5.33 - Posição da junta 1 na trajetória ponto a ponto.

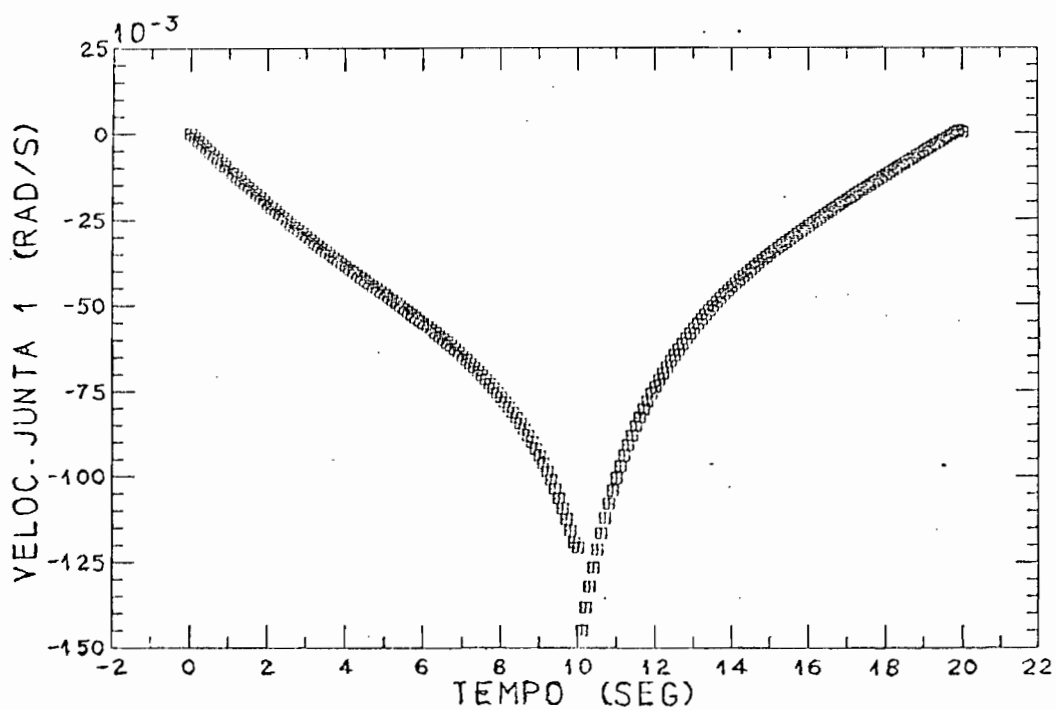


Fig. 5.34 - Velocidade da junta 1 na trajetória ponto a ponto.

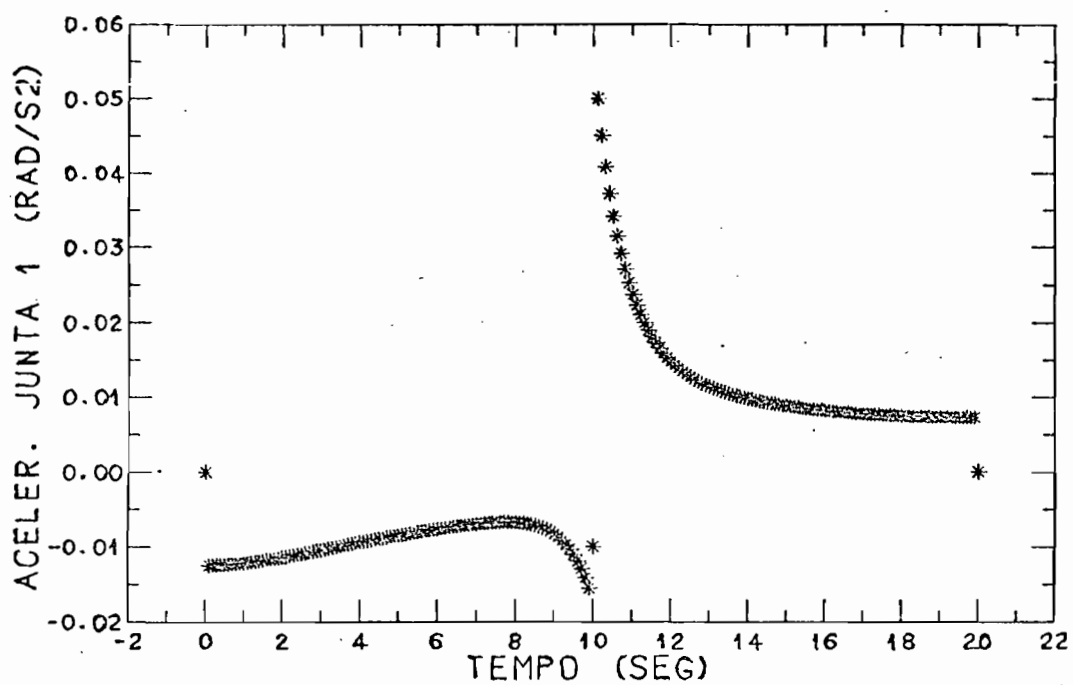


Fig. 5.35 - Aceleração da junta 1 na trajetória ponto a ponto.

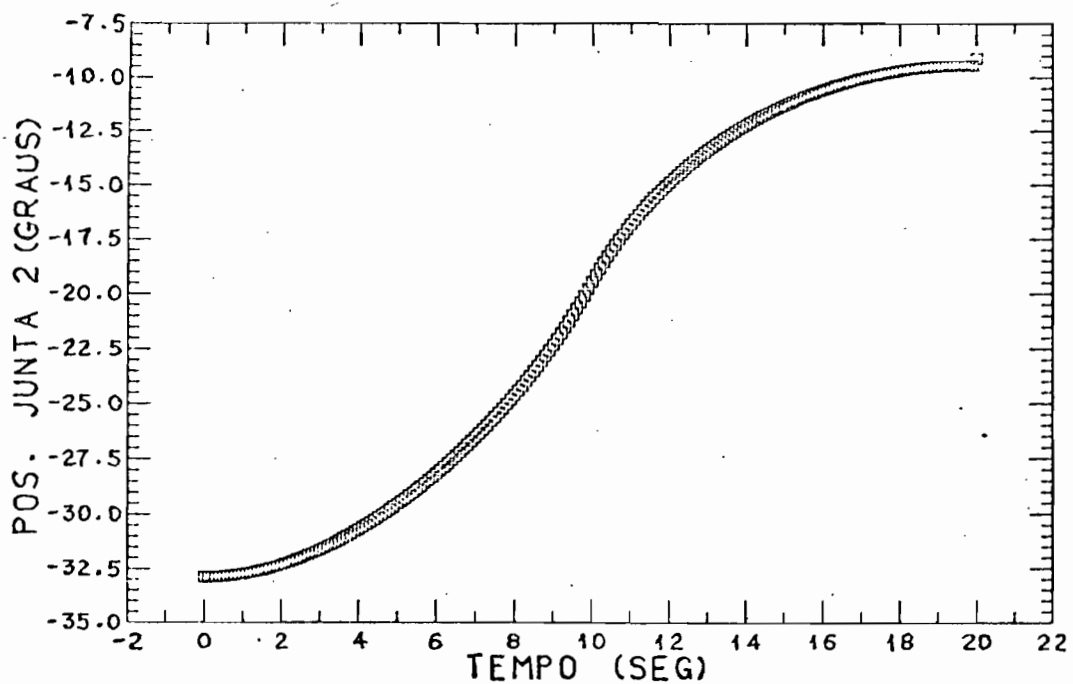


Fig. 5.36 - Posição da junta 2 na trajetória ponto a ponto.

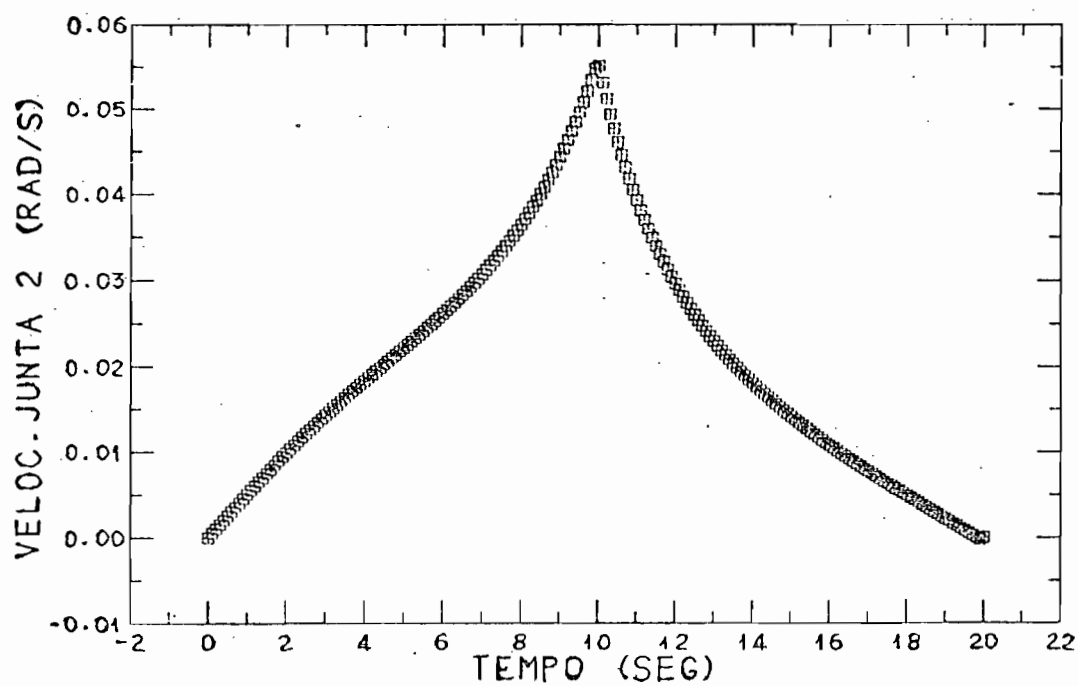


Fig. 5.37 - Velocidade da junta 2 na trajetória ponto a ponto.

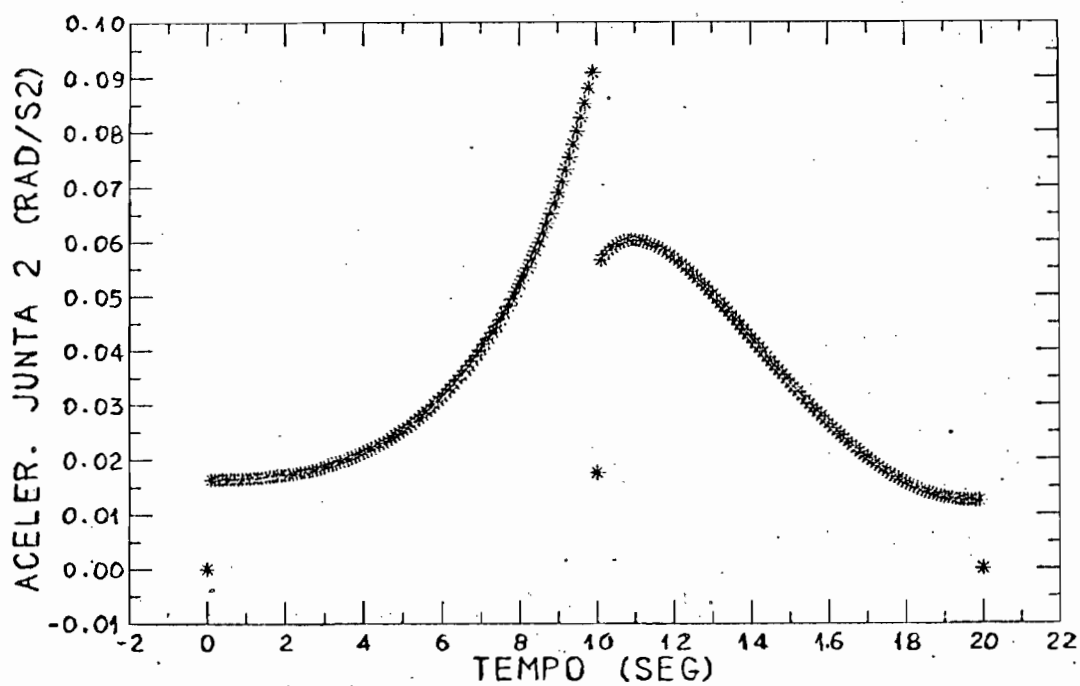


Fig. 5.38 - Aceleração da junta 2 na trajetória ponto a ponto.

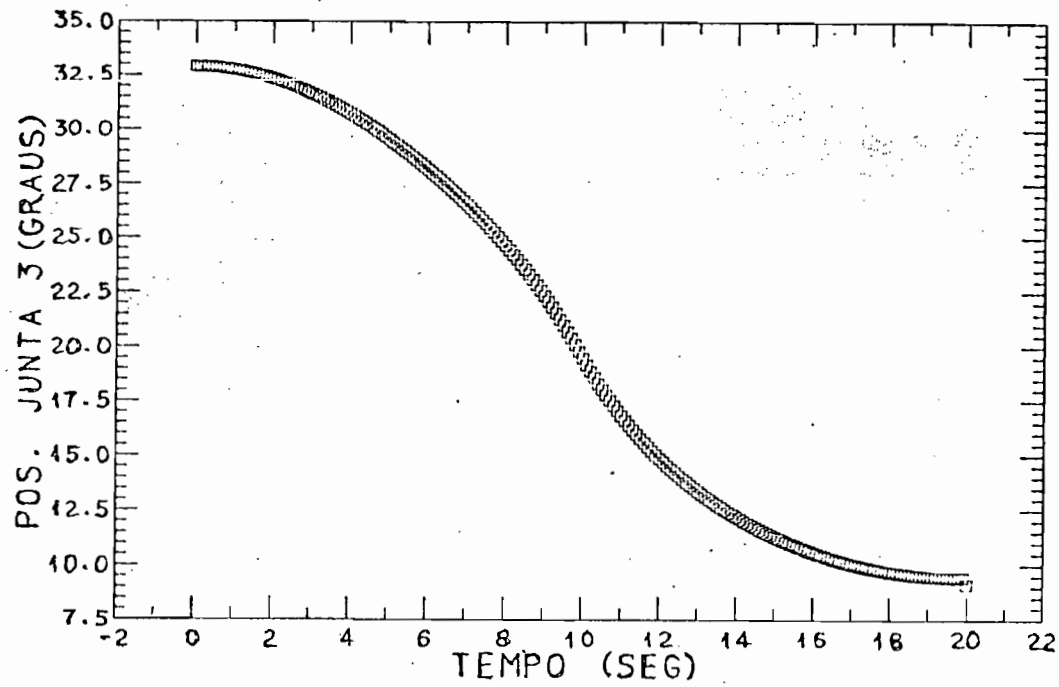


Fig. 5.39 - Posição da junta 3 na trajetória ponto a ponto.

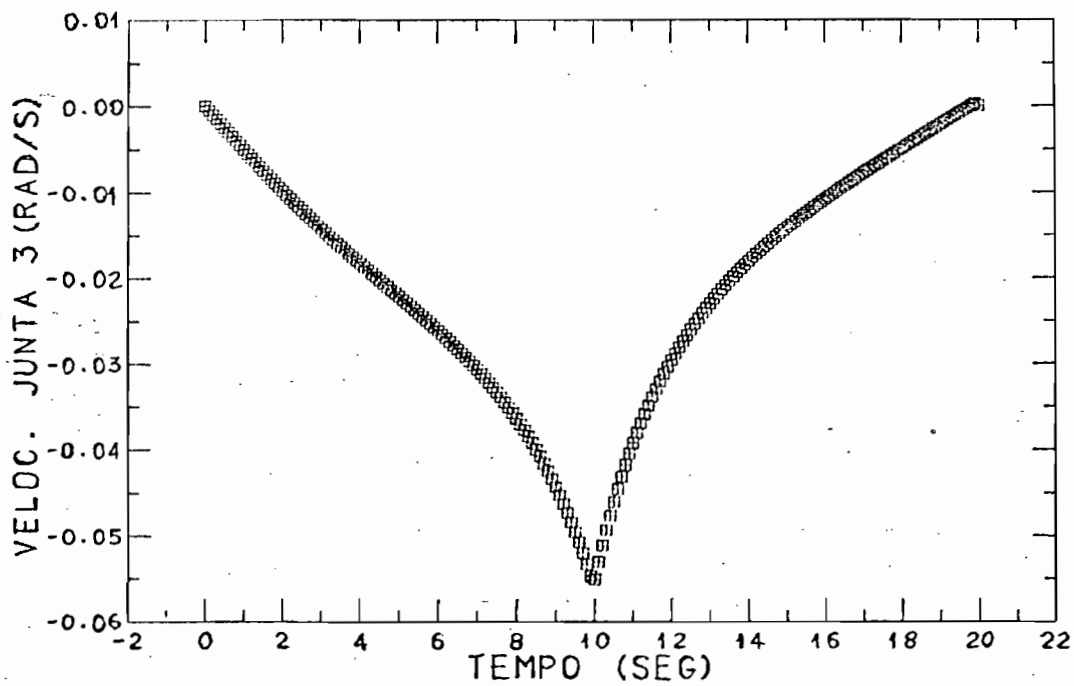


Fig. 5.40 - Velocidade da junta 3 na trajetória ponto a ponto.

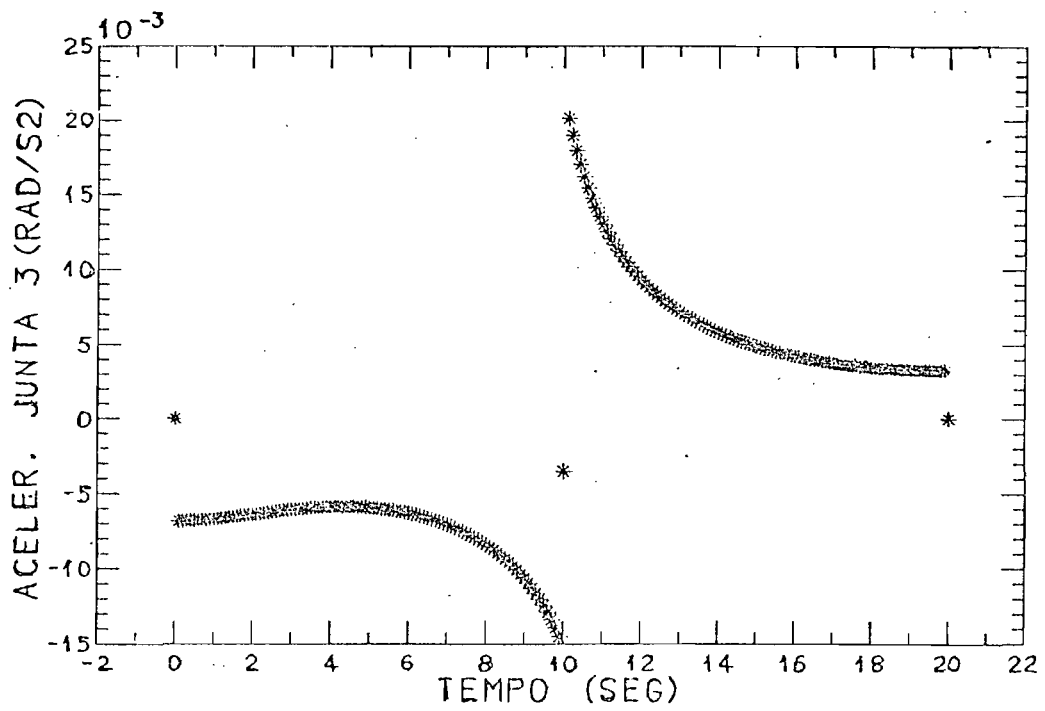


Fig. 5.41 - Aceleração da junta 3 na trajetória ponto a ponto.

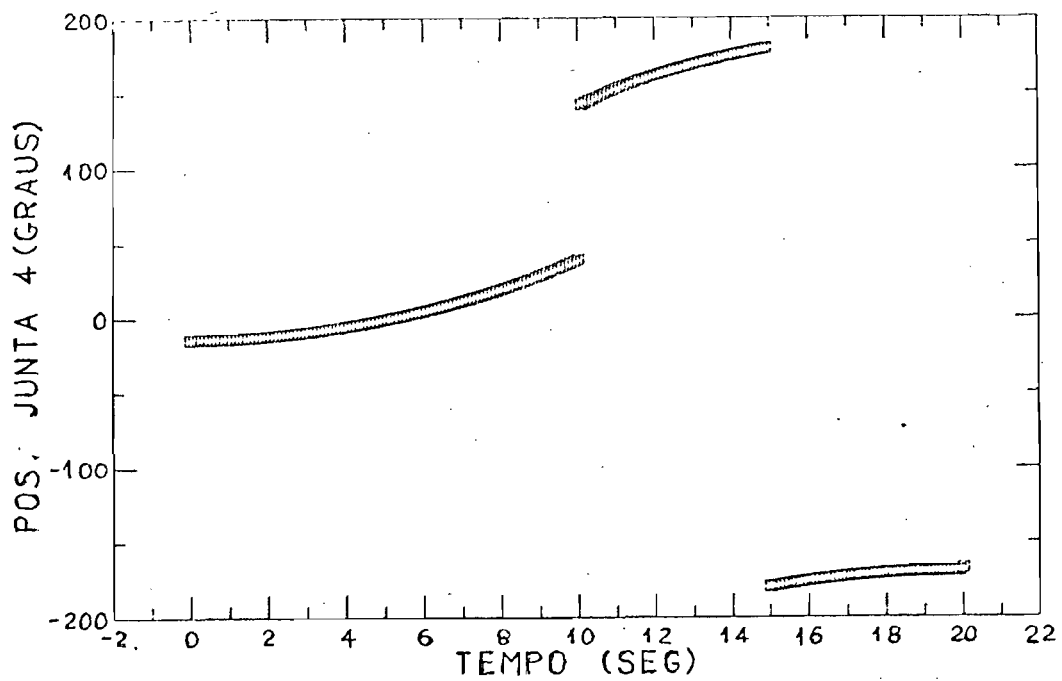


Fig. 5.42 - Posição da junta 4 na trajetória ponto a ponto.

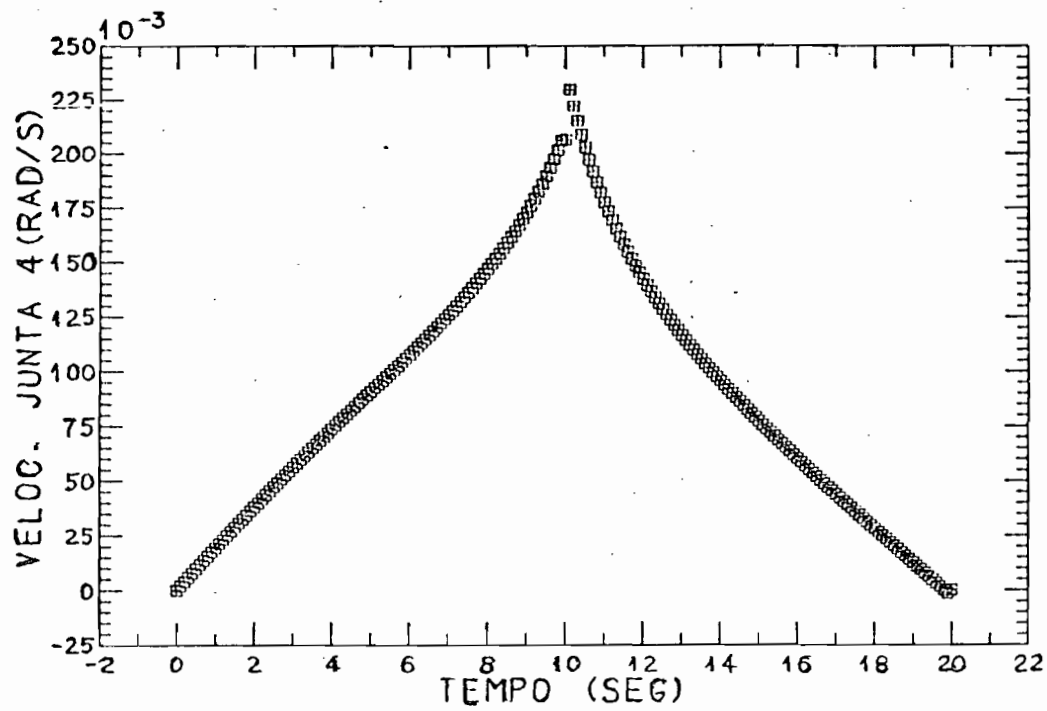


Fig. 5.43 - Velocidade da junta 4 na trajetória ponto a ponto.

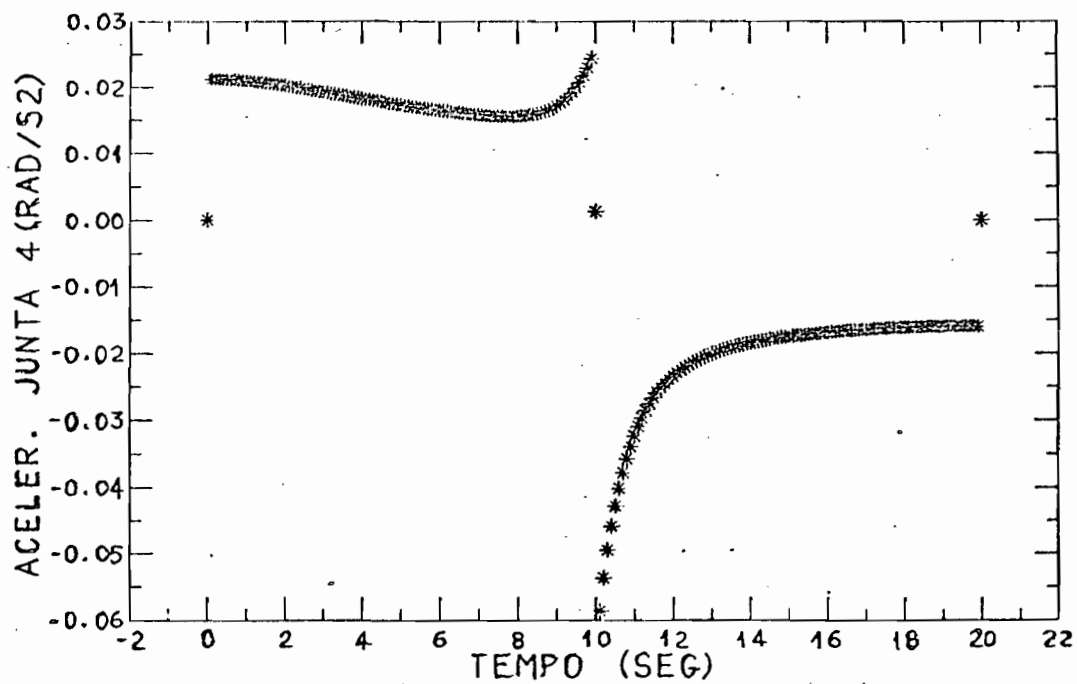


Fig. 5.44 - Aceleração da junta 4 na trajetória ponto a ponto.

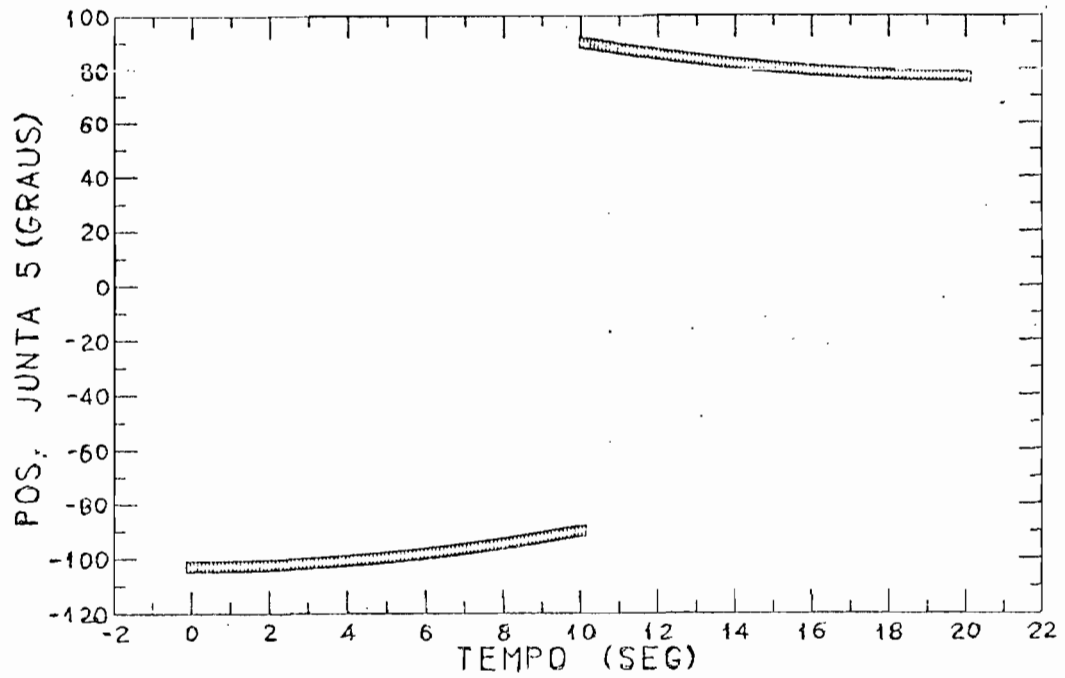


Fig. 5.45 - Posição da junta 5 na trajetória ponto a ponto.

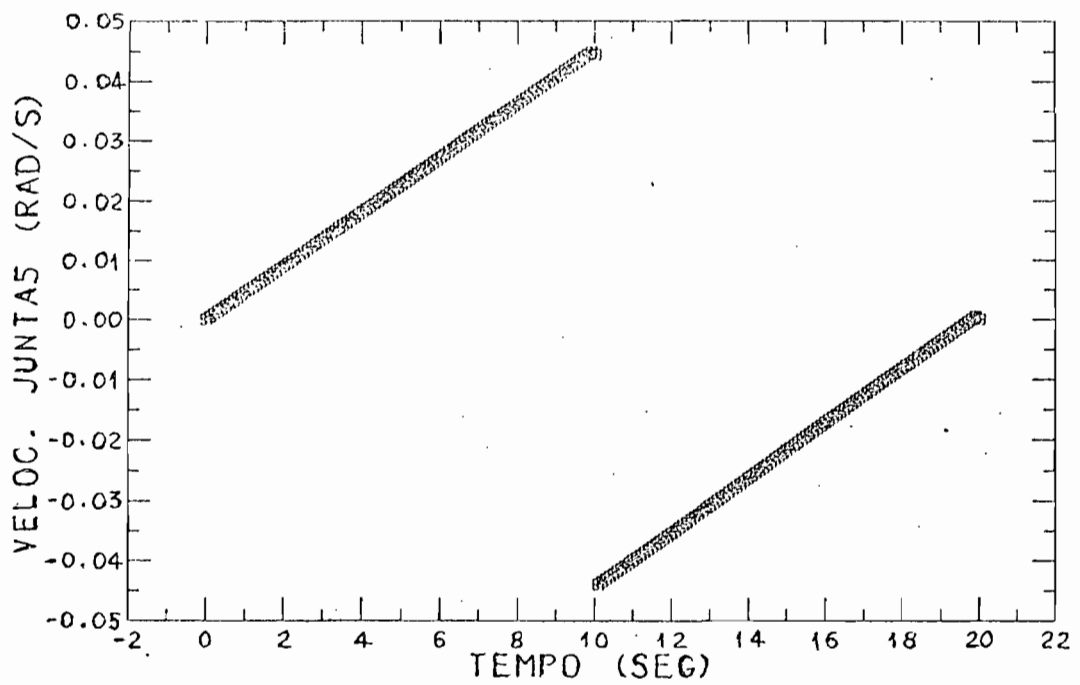


Fig. 5.46 - Velocidade da junta 5 na trajetória ponto a ponto.

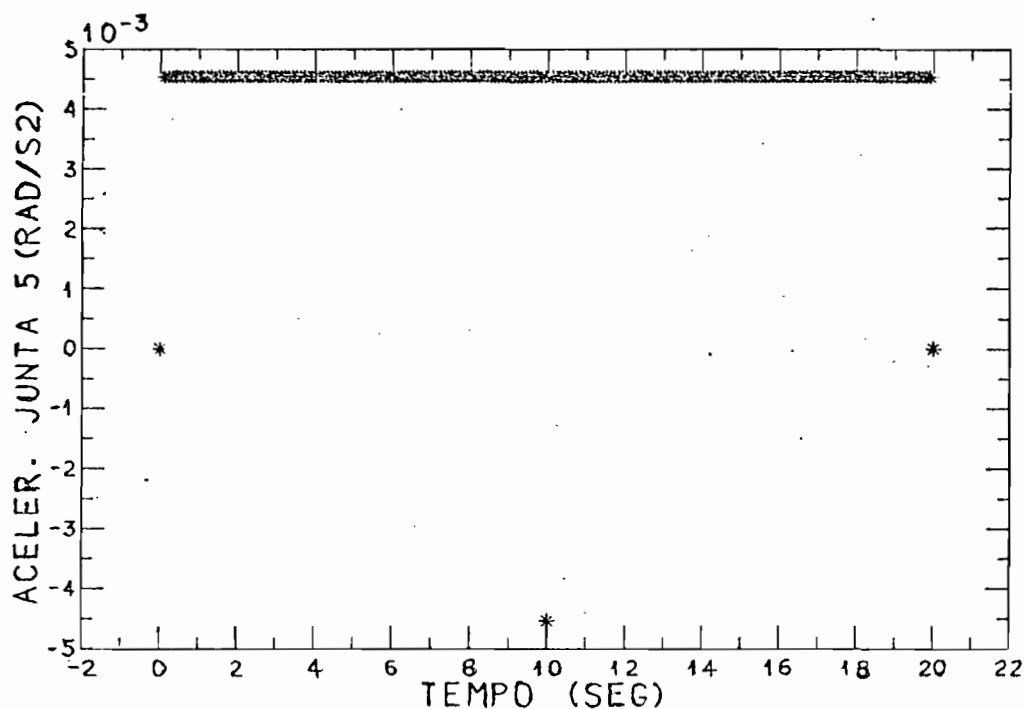


Fig. 5.47 - Aceleração da junta 5 na trajetória ponto a ponto.

Observando as Figuras 5.30 a 5.32 o efeito dos vínculos introduzidos (ver seção 4.4.5) na determinação da trajetória é notado. A trajetória no plano X_0Y_0 não é simétrica porque a distância de iluminação δ é calculada de forma diferente ao longo dos pontos da trajetória (ver Equação 4.61).

A manobra de capotamento ocorre em $t = 10$ s o que é verificado nas Figuras 5.33 e 5.42.

As acelerações das juntas mostram o efeito da inversão da aceleração em azimuth e elevação. O aspecto diferenciado das Figuras 5.38 e 5.41, apesar das posições e velocidades serem simétricas, revela aspectos de acoplamento da aceleração da junta 2 com outras juntas.

Na Figura 5.47 o valor da aceleração é positivo durante a trajetória porque a desaceleração em elevação ($\ddot{\beta}$) manifesta-se com sinal

contrário no eixo Z_4 que teve o seu sentido invertido, em relação à base, na manobra de capotamento. Na Figura 5.46 a velocidade angular da junta 5 é diretamente proporcional a velocidade angular em elevação (ver Equações 4.85 e 4.86) daí o comportamento linear observado.

Os acoplamentos que ocorrem em acelerações de juntas são complexos e são determinados pela Equação 4.14.

5.6 - SIMULAÇÃO DINÂMICA DO MANIPULADOR

O modelo dinâmico do manipulador foi simulado através da formulação recursiva de Newton-Euler codificada em um algoritmo baseado no que foi apresentado nas seções 5.3 e 5.4, e seguindo o fluxograma da Figura 5.4. Os parâmetros geométricos atribuídos aos elementos do manipulador foram os seguintes (ver Figuras 5.7 a 5.11):

$a_1 = 404$	$a_1 = 392$	$a_3 = 380$	$a_4 = 380$	$a_5 = 340$
$b_1 = 250$	$b_2 = 250$	$b_3 = 250$	$b_4 = 370$	$b_5 = 220$
$c_1 = 1000$	$c_2 = 1500$	$c_3 = 125$	$c_4 = 290$	$c_5 = 60$
$d_1 = 60$	$d_2 = 125$	$d_3 = 315$	$d_4 = 350$	$d_5 = 250$
$e_1 = 304$	$e_2 = 6$	$d_3 = 6$	$e_4 = 300$	$e_5 = 270$
$t_1 = 6$			$f_4 = 340$	$f_5 = 310$
			$g_4 = 20$	
			(valores em mm)	

O material empregado nos elementos é o alumínio estrutural com massa específica de $2,83 \times 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$.

A força e momento atuantes na ponta do simulador solar (ponto final de atuação) é nula. Referindo-se ao algoritmo da seção 5.4 a primeira iteração do passo 5 a força e momento são $f_6 = 0$ e $n_6 = 0$. Os parâmetros de Denavit-Hartenberg a_i e d_i e o espaçamento entre o robô e o

simulador dinâmico são os mesmos adotados na simulação cinemática.

Na formulação recursiva de Newton-Euler para manipuladores mecânicos encontrada em Luh et alii (1980) existem alguns aspectos dignos de nota. As matrizes de rotação A_{i-1}^i representam rotações de vetores escritos no s.c. i para s.c. $i-1$ de forma que o índice superior é o s.c. de origem e o s.c. para onde o vetor será transformado é o $i-1$. Isto não é usual e, geralmente, é representado ao contrário, sendo necessário observar que estas matrizes são 3×3 e seus componentes são definidos de uma forma particular. Essas matrizes são apenas rotações de um sistema para outro sem considerar as translações ocorridas quando da passagem do s.c. de um elemento para outro. Na hora de atribuir os parâmetros do modelo dinâmico a cada elemento é preciso estar bem consciente do sistema de coordenadas onde estão escritos os vetores e matrizes visto que numa mesma fórmula do artigo estão misturados vetores escritos em sistemas diferentes. O vetor $A_{i+1}^0 \vec{p}_i^*$ posição da origem do s.c. $i-1$ em relação ao s.c. i e escrito no sistema i aparece num produto vetorial por uma força definida no s.c. $i+1$, portanto uma rotação se faz necessária antes de efetuar este produto. A força e momento aplicados à junta f_i e n_i estão aplicados na junta i , porém estão escritos no s.c. $i+1$. O s.c. i está localizado na intersecção dos eixos do elemento $i-1$ e i . O elemento 0 é a base estacionária e aparafusada na plataforma que suporta o robô.

Nas simulações dinâmicas foi utilizado um torque de atrito de cerca de 10% do torque útil aplicado a junta, ou seja, todos os torques obtidos são multiplicados por 1.1 como forma de incluir o atrito no modelo. Este procedimento não é representativo, porém permite visualizar melhor o efeito dos torques estáticos e total.

O torque estático que aparece nos gráficos correspondentes às simulações, é aquele necessário à junta para que mantenha o manipulador em repouso no ponto de coordenadas de posição de juntas considerado. O que é o mesmo que dizer que o torque estático (ou também chamado de torque de gravidade) é o torque necessário às juntas para que o manipulador em repouso no ponto considerado. O torque estático é nulo nas

juntas 1, 3, 4, 5 por dois motivos:

- a) Vínculos de movimento introduzidos na determinação da trajetória (ver Seção 4.4.5).
- b) O simulador solar está sendo suportado pelo cilindro interno no CM do simulador solar (que tem uma matriz de inércia não diagonal = movimentado em eixos de rotação que não são os principais de inércia).

5.6.1 - SIMULAÇÃO DINÂMICA EM UMA ÓRBITA

O modelo dinâmico foi simulado em uma órbita com os mesmos parâmetros da simulação da seção 5.5.1, e os resultados obtidos são apresentados nas Figuras 5.48 a 5.52.

O nível de torque alto na junta 2 acontece porque apenas esta junta suporta o torque da gravidade de todo o conjunto (elementos 2, 3, 4 e 5). Nas outras juntas os torques são muito baixos como era esperado em vista das baixas velocidades e acelerações verificadas na simulação cinemática da Seção 5.5.1.

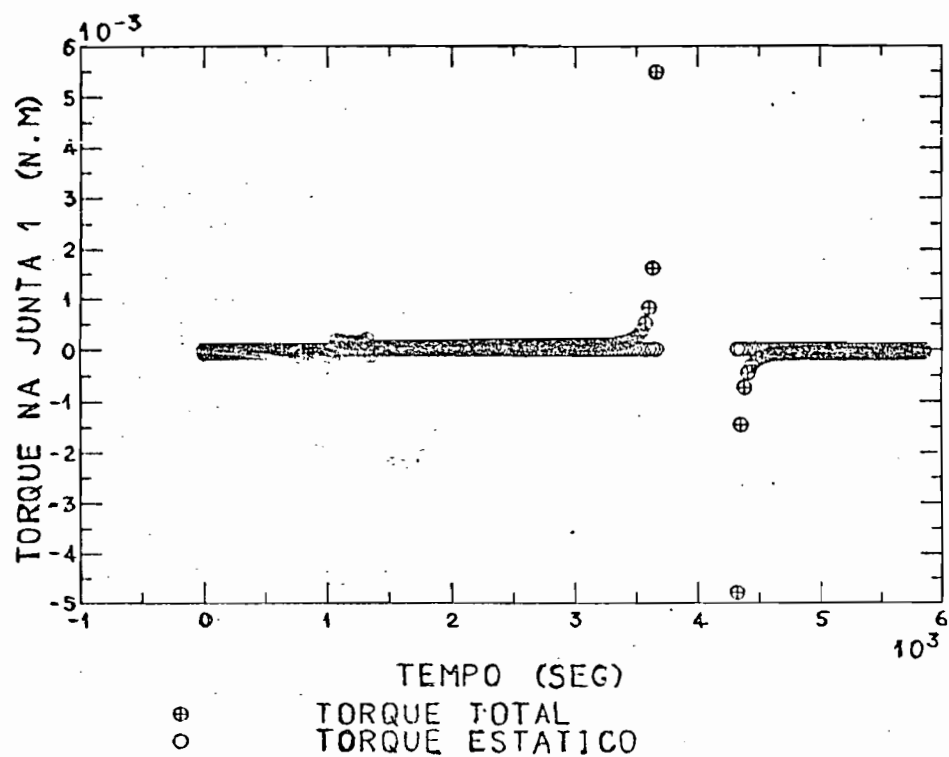


Fig. 5.48 - Torque aplicado na junta 1 durante a órbita.

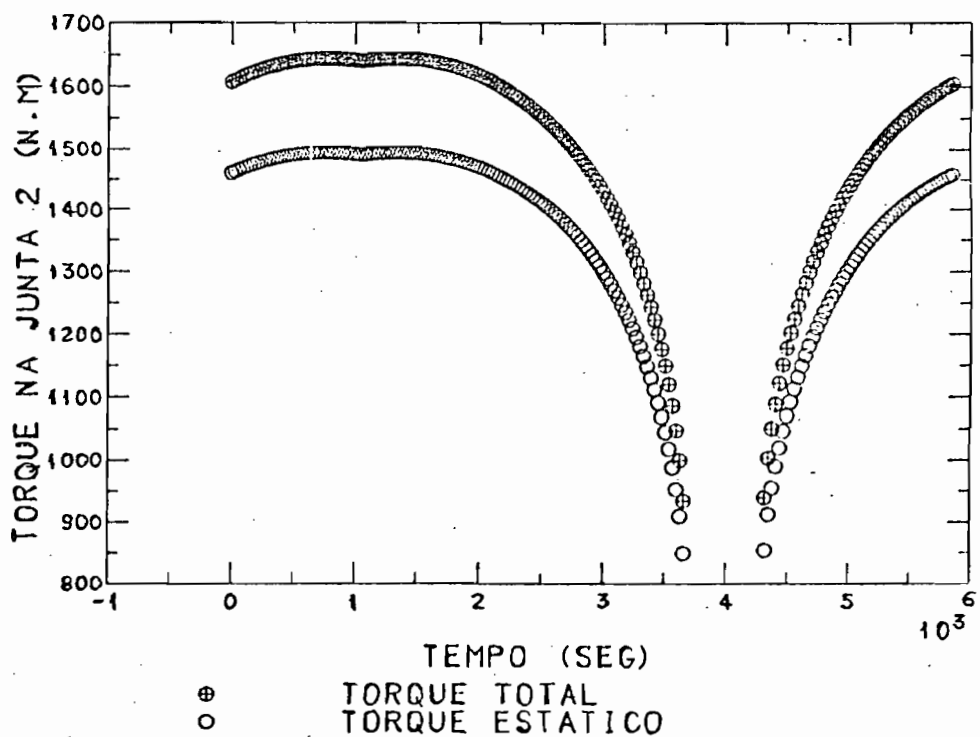


Fig. 5.49 - Torque aplicado na junta 2 durante a órbita.

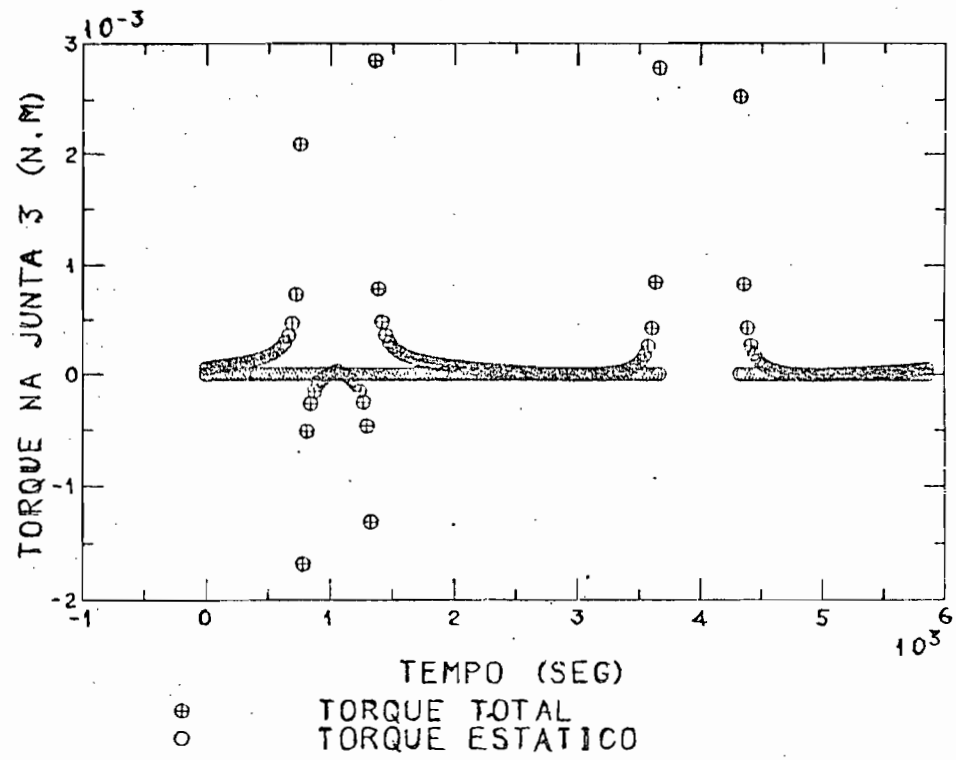


Fig. 5.50 - Torque aplicado na junta 3 durante a órbita.

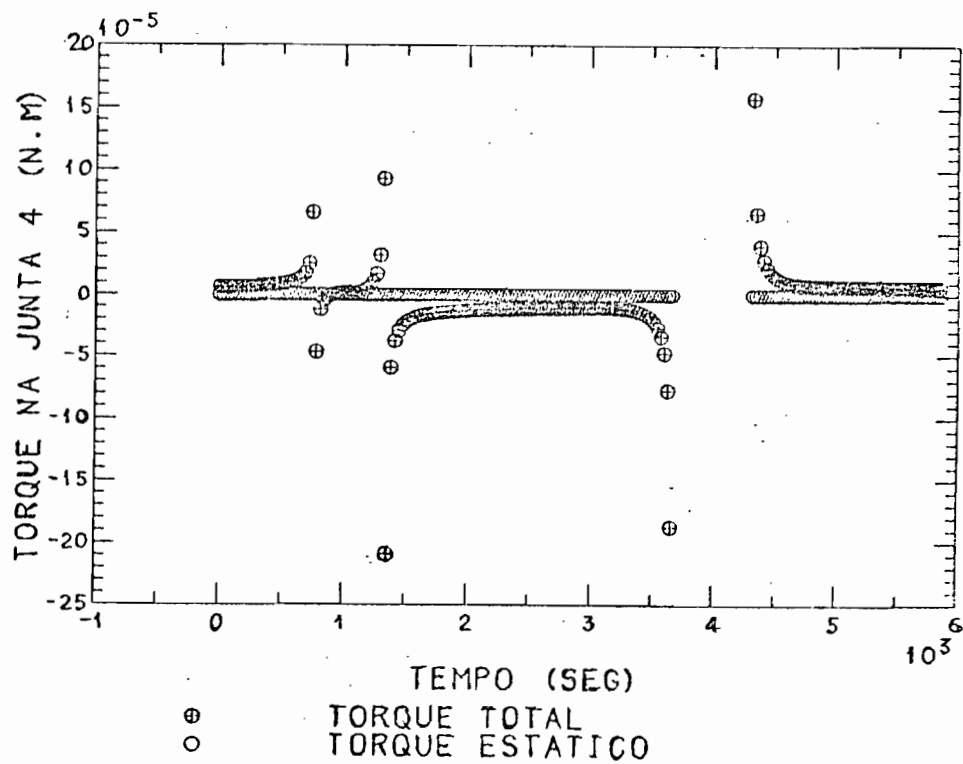


Fig. 5.51 - Torque aplicado na junta 4 durante a órbita.

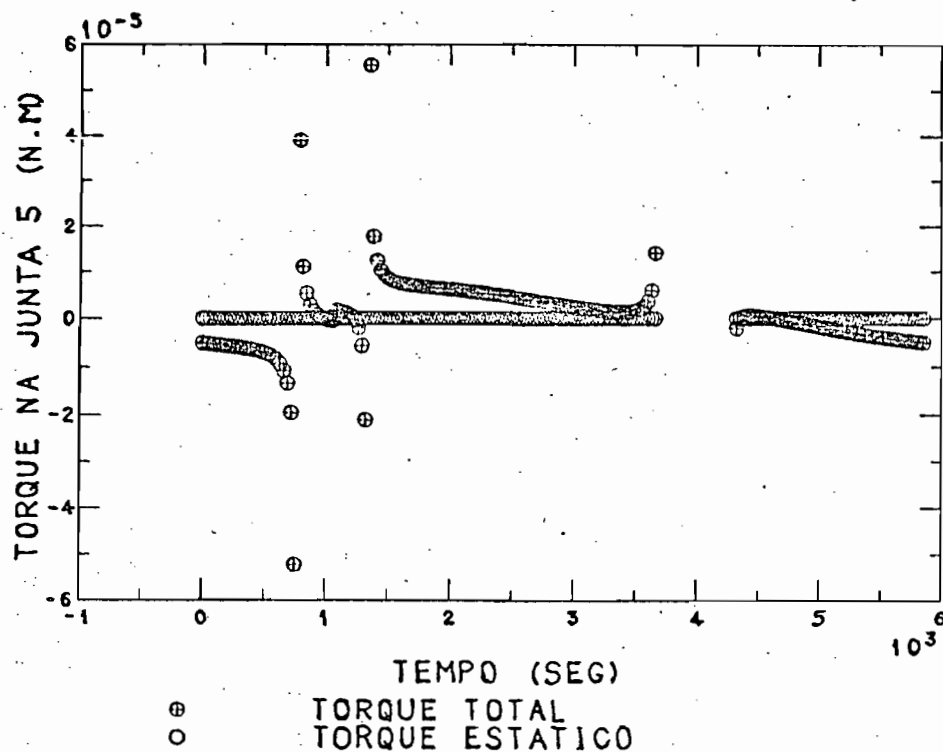


Fig. 5.52 - Torque aplicado na junta 5 durante a órbita.

O efeito das inversões de velocidades e acelerações que acontece na simulação cinemática mostra seus reflexos. Aliados a este junta-se o efeito de acoplamento de torques entre as juntas determinados pelas Equações 5.20, 5.21, 5.39 (Equação de Newton) e 5.40 (Equação de Euler) (Luh et alii, 1980; Greenwood, 1965; Hooker e Margulies, 1965).

Na Figura 5.49 em torno de 3000 s ocorre uma aproximação das curvas de torque total e torque estático. Isto é devido ao movimento a favor da aceleração da gravidade com o braço descendo. Em torno de 4300 s o efeito é o contrário aumentando a diferença entre os torques total e estático em decorrência da subida do braço e a aceleração em α e β nesses pontos.

Na Figura 5.50 as variações no torque ocorridas entre 500 e 1500 s são consequência de efeitos de acoplamento com a junta 2. Esses efeitos de acoplamento manifestam-se igualmente no mesmo trecho nas juntas

1, 3, 4 e 5.

Nas juntas 1, 4 e 5 há uma inversão de torque na região do gráfico correspondente à manobra de capotamento ocorrida durante a simulação em torno de 1000 s e 4000 s.

Os pontos ausentes do gráfico na região entre 3700 e 4300 s acontecem pela razão comentada na seção 5.5.1.

A matriz de inércia do simulador solar não é diagonal, contendo produtos de inércia. Um teste foi feito simulando uma velocidade angular constante com o manipulador na posição neutra (todas as coordenadas de posição de juntas são nulas). Apareceram torques nas outras juntas com efeito mais acentuado nas juntas 2 e 3, além da junta 5 onde ocorre a aceleração. Isto revela efeitos de acoplamento entre as juntas. Posteriormente, foram eliminados os produtos de inércia e, nessa hora anularam-se os torques nas outras juntas que não a 5.

5.6.2 - SIMULAÇÃO DINÂMICA EM UMA TRAJETÓRIA ENTRE DOIS PONTOS

Para a trajetória apresentada na Seção 5.5.2 foram gerados os torques da mesma forma que na seção 5.6.1 e com o mesmo material e geometria para os elementos do manipulador.

Os resultados são apresentados nas Figuras 5.53 a 5.57.

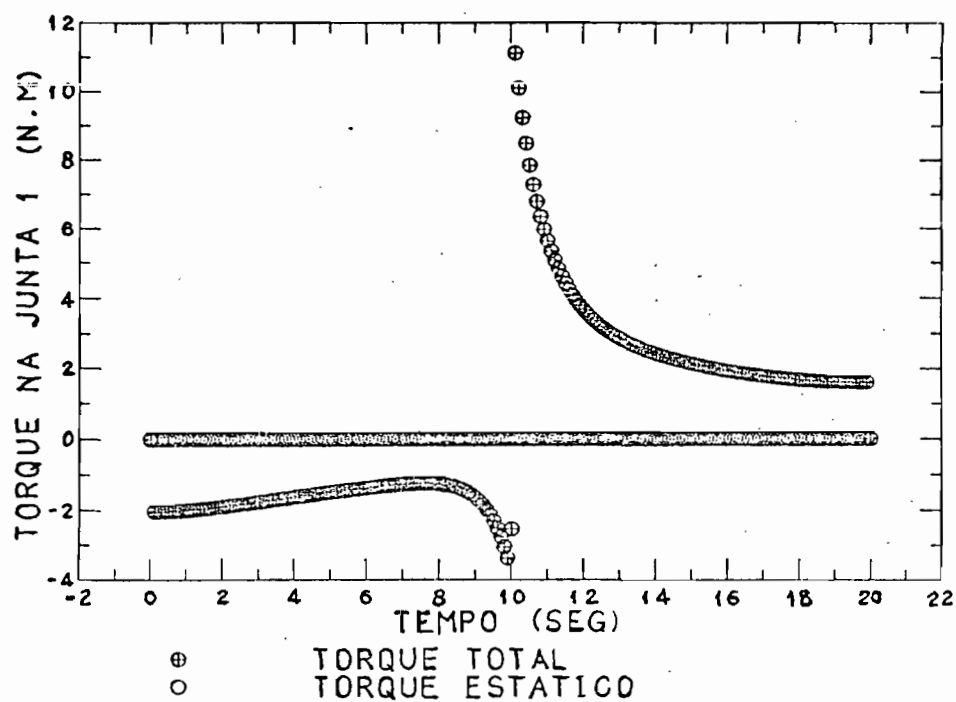


Fig. 5.53 - Torque aplicado na junta 1 na trajetória entre dois pontos.

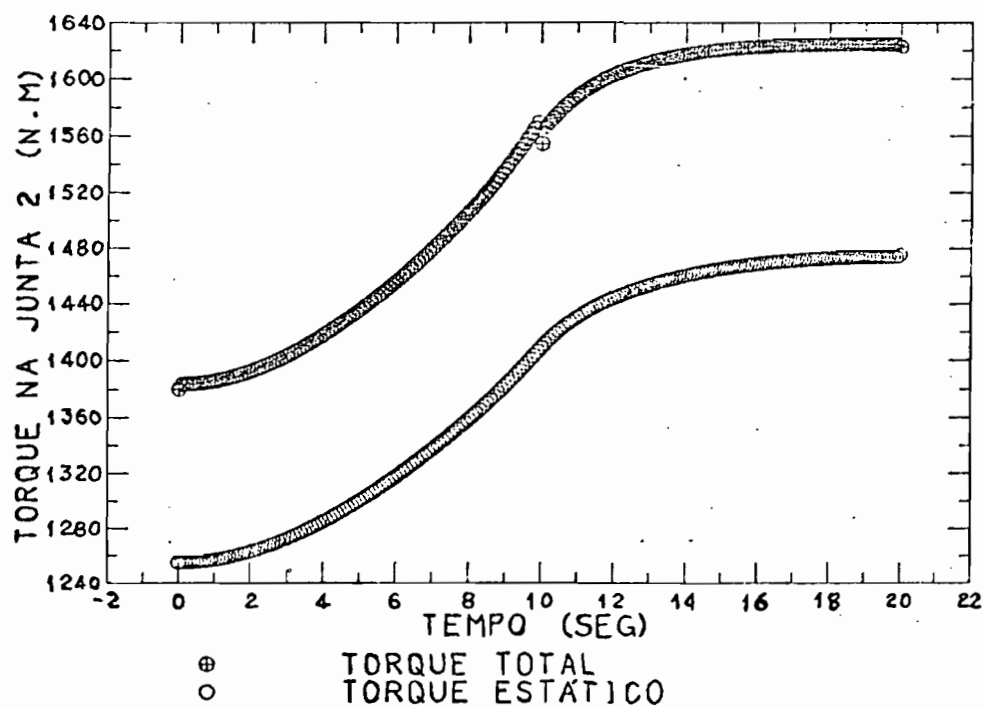


Fig. 5.54 - Torque aplicado na junta 2 na trajetória entre dois pontos.

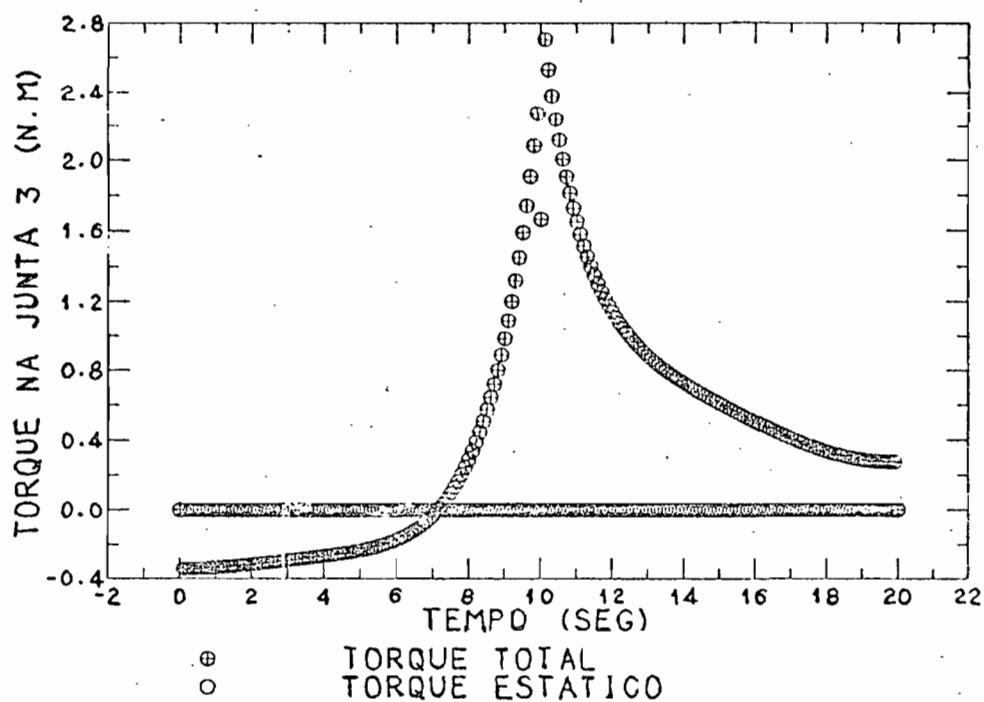


Fig. 5.55 - Torque aplicado na junta 3 na trajetória entre dois pontos.

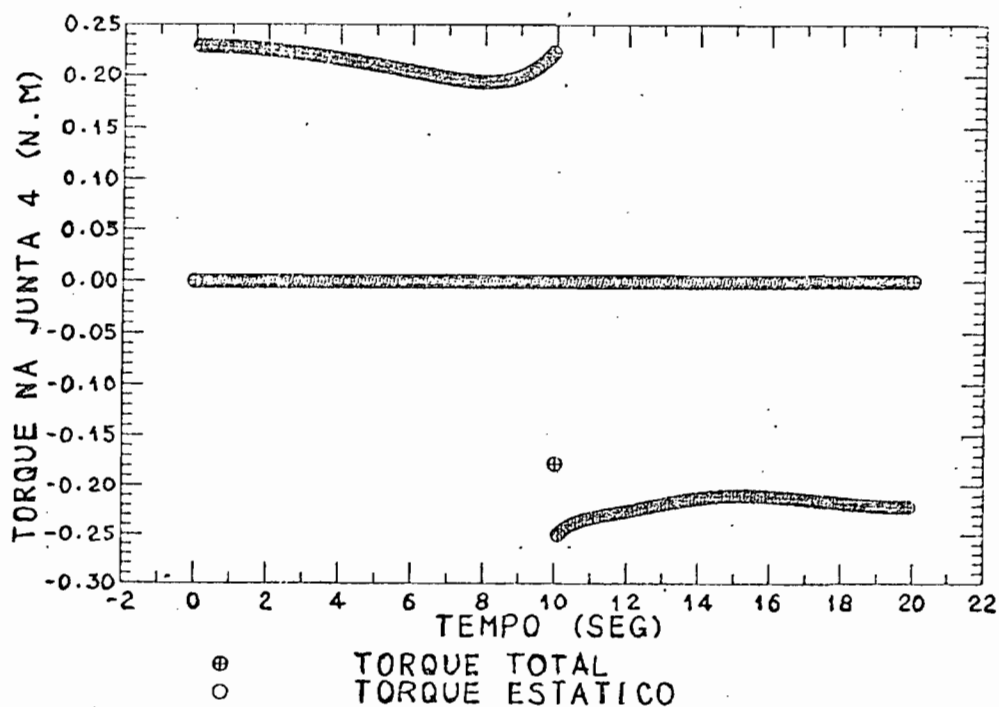


Fig. 5.56 - Torque aplicado na junta 4 na trajetória entre dois pontos.

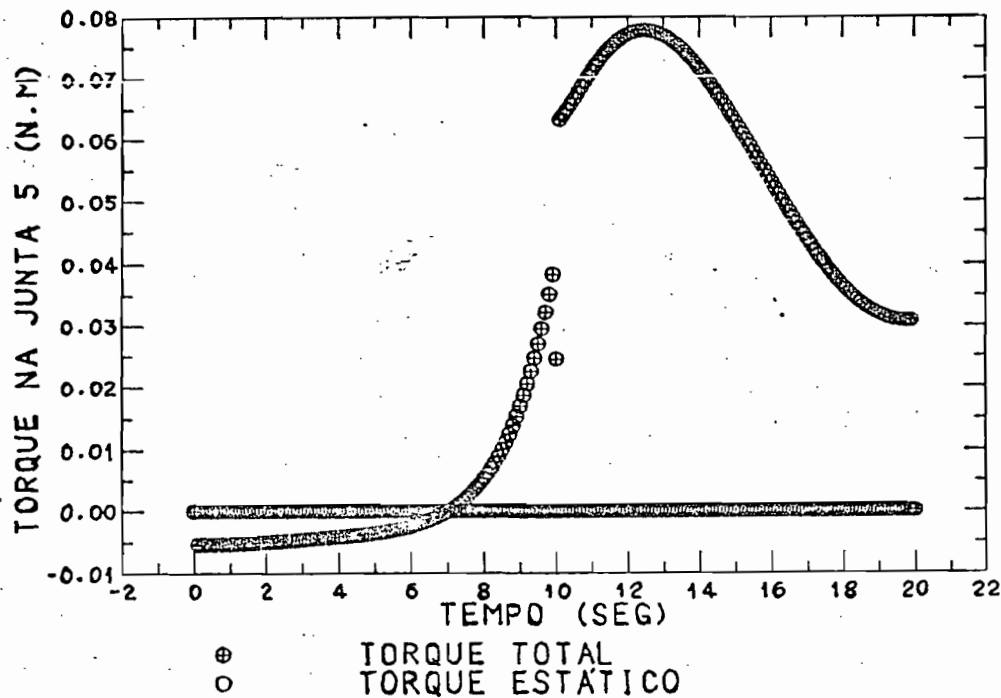


Fig. 5.57 - Torque aplicado na junta 5 na trajetória entre dois pontos.

Na Figura 5.53 o sentido de aplicação do torque se inverte em vista da manobra de capotamento e também porque é necessária a aplicação de um torque positivo para levar o simulador solar ao ponto mais externo (ver Figura 5.33) no mesmo trecho.

Na Figura 5.54 o torque estático é igual ao torque total no ponto inicial e no ponto final onde o manipulador está em repouso. À medida que ele sai do repouso a curva do torque total vai aumentando com o braço subindo e acelerando. Na metade do trecho o torque dinâmico vai sendo reduzido, com a distância entre as duas curvas diminuindo até que se anule no ponto final. A distância entre as curvas parece manter-se, porém isto não ocorre se verificada a distância entre as duas curvas cuidadosamente. Não pode haver aqui torques negativos porque isto acarretaria a queda dos elementos 2, 3, 4 e 5. Mesmo na desaceleração um torque tem que existir para sustentar o peso do conjunto.

No torque da junta 3 (Figura 5.55) o torque cresce na aceleração e diminui no segundo trecho por causa da desaceleração. O torque estático é nulo pelo motivo apresentado anteriormente.

Na junta 4 (Figura 5.56) o comportamento do torque é motivado pela manobra de capotamento e pelo efeito da estratégia de movimento adotada (ver Seção 5.5.6).

Na junta 5 (Figura 5.57) a curva de torque é resultante das propriedades de massa do simulador solar e também devido ao fato de se estar aplicando torque sempre no mesmo sentido do eixo Z_5 .

Outro aspecto importante dos resultados é que apesar das coordenadas α_1 , β_1 e α_2 , β_2 serem simétricas isso não acontece com os torques porque a cinemática é diferenciada, com o manipulador passando pelas regiões I e III (ver Figura 4.16), onde as posições dos versores de atitude $\hat{n}$, $\hat{o}$ e $\hat{a}$ e, conseqüentemente, os valores da distância de iluminação δ , são diferentes.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÃO E COMENTÁRIOS

Apesar de ser um problema complexo, de acordo com o que foi apresentado no Capítulo 2 e desenvolvido nos capítulos seguintes, conclui-se que é perfeitamente possível realizar um experimento de SCAO num laboratório de simulação física com o simulador solar sendo movimentado por um robô como o proposto. Deve ser esclarecido que a utilização de um manipulador programável pode ser bastante flexível podendo simular outros testes além da órbita completa.

Os valores obtidos para as acelerações e velocidades das juntas, no caso da simulação de uma órbita, resultaram muito baixos e isso pode preocupar os projetistas que vierem a desenvolver os mecanismos atuadores do posicionador, pois será necessário empregar redutores com grandes relações de redução. As acelerações quase nulas para os sensores solares podem ser simuladas com velocidades angulares constantes ($\dot{\alpha}$ e $\dot{\beta}$) sem perda de precisão durante o teste.

É interessante que, na fase de projeto detalhado do RPSS5, o movimento seja planejado em um sistema de CAD (Computer Aided Design) para verificar se há interferência das peças durante o movimento. Esta etapa consiste na confirmação gráfica dos vínculos geométricos de projeto utilizados.

O número de pontos para os quais não há condição de iluminação (ausência de solução para a Equação 4.61) é pequeno e não deve prejudicar a simulação contínua da órbita, que pode ser feita apenas com os pontos possíveis. Além disso basta que se varie as geometrias do RPSS5 para que se obtenha maiores aberturas.

A complexidade das equações do Capítulo 3 e do Capítulo 4 deve ser reavaliada testando-as para verificação de quais os termos que podem ser desprezados.

A simplicidade das peças que foram projetadas para os elementos é um item que barateia o custo de fabricação e facilita a manutenção do equipamento quando em operação normal. A configuração pode ser ainda alterada com a introdução de outros equipamentos nas instalações mostradas na Figura 4.1.

Os modelos que foram simulados utilizaram apenas a dinâmica de corpos rígidos que normalmente já fornece uma boa informação para projeto e análise.

A validade dos modelos que foram simulados pode ser atestada através da observação das Figuras 5.12 a 5.29 e verificando o comportamento físico do robô em movimento.

As aberturas angulares que foram conseguidas no presente trabalho são inferiores às do equipamento semelhante do DFVLR, mas isso era esperado devido a limitação de espaço e configuração do manipulador. Os programas desenvolvidos permitem que se obtenha novos valores para esses limites quando for preciso estudar o comportamento do robô em outras geometrias e, desta forma serão obtidos novos limites para α e β .

A simulação cinemática só fornece dados de posição, velocidade e aceleração o que permite apenas analisar o desempenho com relação a estas variáveis. Os resultados obtidos nesta fase preliminar permitem definir os contornos dos elementos que compõem o manipulador. Com isso calculam-se os tensores de inércia de cada uma dessas peças e, com a simulação do modelo dinâmico, especificam-se os atuadores, acrescentando suas respectivas inércias ao modelo e repete-se o processo. A rigidez do conjunto deve ser avaliada porque objetiva-se, no caso presente, precisão no posicionamento. Isto significa que o grau de acabamento das peças deve ser adequado, mas além disso o mais rígido possível. Essa premissa deve levar a um conjunto superdimensionado em relação as tensões atuantes.

Depois que os atuadores e a estrutura estiverem definidos começa, então, o projeto do controlador e, com isso, os sensores de posição e velocidade entram na análise. Pode ser que nesta fase algo venha a

ser realimentado na fase anterior. Deve ser entendido que o modelo dinâmico acompanha a evolução do projeto estando sempre atualizado com os novos elementos que são definidos.

Os resultados obtidos na simulação dinâmica do manipulador mostram as tendências de projeto por onde deve caminhar daqui em diante.

Na simulação dinâmica da órbita e da trajetória ponto a ponto podemos ver que podem ser utilizados servomotores DC nas juntas 1, 3, 4 e 5. Na junta 1 poder-se-ia empregar um motor simples (Inland Motor, 1984) sem preocupações com peso e inércia do atuador, visto que o atuador ficará na base e não gerará aumento dos torques estáticos ou dinâmicos nas outras juntas. Haverá apenas, nesse caso, um aumento da carga nos mancais da junta 1 devido ao peso desse atuador.

As fixações da junta 1 terão que prever uma grande resistência mecânica, também alta carga nos mancais, pois suporta o torque estático de todo o conjunto.

O atuador a ser utilizado na junta 2 tem que ser um atuador hidráulico (Sperry-Vickers, 1983) para que possa gerar torques das grandezas apresentadas nos gráficos de simulação dinâmica e posicionamento preciso. Essa indicação é confirmada nos robôs Cincinnati Milacron (Paul, 1981) e no robô posicionador de alvos da Contraves (Contraves, 1987).

Para os atuadores que forem empregados nas juntas 1, 3, 4, e 5 haverá problemas com a histerese dos atuadores DC pois os valores são muito baixos para simulação de uma órbita. É bom que nesses a inércia e o peso sejam baixos (Inland Motor, 1984; Sierracin/Magnedyn, 1979) pois estão distanciados da base provocando aumento dos torques que serão fornecidos. Isto vai se agravar pela necessidade de empregar redutores que possibilitem gerar as velocidades e acelerações da simulação da órbita, mas que gerarão aumento de peso e inércias em elementos distanciados da base.

Na simulação dinâmica da trajetória entre dois pontos, em um intervalo de tempo razoável ($= 20$ s), para um teste desse tipo, o envelope de torques permite o uso de atuadores conforme o que foi mencionado nos parágrafos anteriores e valida a estratégia de movimento empregada e de uso frequente em robótica (Paul, 1979; Snyder, 1985).

Com os modelos que foram obtidos no trabalho podem ser simuladas outras configurações de teste e, até mesmo, empregar o manipulador RPSS5 para simulações de outros fins. A análise cinemática e dinâmica baseada nesses modelos vai permitir a escolha dos atuadores e viabilizar a trajetória pretendida.

A partir do presente trabalho as direções a seguir seriam:

- a) Escolha dos atuadores.
- b) Definição, e dimensionamento da estrutura do manipulador (CAD, pacotes de elementos finitos, pesquisa de materiais, etc.).
- c) Modelagem dinâmica precisa incluindo efeitos de atrito, histerese, flexibilidade (Maizza-Neto, 1974), presença dos atuadores (modelo dinâmico dos atuadores: Latre, 1988), etc.
- d) Definição de estratégia de controle a ser utilizada.
- e) Simulação dinâmica com a atuação de diferentes tipos de sistemas de controle verificando, principalmente, aspectos de precisão nos pontos cartesianos da trajetória e que vão influir diretamente nos ângulos α e β a serem simulados.
- f) Avaliação do custo das diferentes alternativas de projeto que seriam viáveis a nível de mercado nacional e que atenderiam aos requisitos de precisão exigidos nos testes mencionados no Capítulo 2.

É importante notar também que o SCAO dos satélites de sensoriamiento remoto da MECB ainda não estão definidos e, daí, poderia se ter uma idéia da precisão que será necessária nos testes de simulação de SCAO, o que influiria na precisão de posicionamento requerida para o robô-posicionador do Simulador Solar, batizado pelo autor de RPSS5.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BODNER, A. *Dynamic model for an articulated robot suitable for processing on a microcomputer*. Tese de Mestrado. Technion - Israel Institute of Technology, Israel, 1985.
- BOHL, M. *Information processing*. Chicago, Science Research Associates, 1980.
- BRADY, M.; HOLLERBACH, J.M.; JOHNSON, T.L.; LOZANO-PÉREZ, T.; MASON, M.T. *Robot motion*. Cambridge, MA. MIT Press, 1982. (The MIT Press Series in Artificial Intelligence).
- BURINGTON, R.S. *Handbook of mathematical tables and formulas*. 3. ed. Sandusky, OH. Handbook Publishers, 1958.
- CARRARA, V. *As rotinas gráficas CURVA e GRAFI: descrição e utilização*. São José dos Campos, INPE, fev. 1984. (INPE-3009-RPI/087).
- CARVALHO, J.C.M.; STEFFEN JR., V.; LÉPORE NETO, F.P. *Modelo geométrico direto de um robô manipulador*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 9. Florianópolis, 7-11 dez. 1987. *Anais*. Florianópolis, UFSC, 1987, v. 2, p. 971-974.
- *Modelo geométrico inverso de um robô manipulador*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 9. Florianópolis, 7-11 dez. 1987. *Anais*. Florianópolis, UFSC, 1987, v. 2, p. 975-978.
- COIFFET, P. *Robot technology: modelling and control*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1983. (Robot Technology, 1).
- CONTRAVES *Three axis motion simulator*. Pittsburgh, PA, 1987. (Model 53M-2B). Catálogo.
- *Target positioning system*. Pittsburgh, PA, 1987. (Model TPS-600). Catálogo.
- DENAVIT, J.; HARTENBERG, R.S. A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 22(2):125-221, Jun. 1955.

- DEUTSCHE FORSCHUNGS UND VERSUCHSANSTALT FÜR LUFT UND RAUMFAHRT (DFVLR)
Hardware simulation of spacecraft dynamics and control: Workshop held at São José dos Campos, INPE, Oct. 17-28, 1983.
- DUFFY, J. *Analysis of mechanisms and robot manipulators.* London, UK, Edward Arnold, 1980.
- FINKBEINER II, D.T. *Introdução às matrizes e transformações lineares.* Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1970.
- FLEURY, A.T.; SOUZA, P.N. The role of precision mechanics in a satellite program: INPE's experience. In: JAPAN-BRAZIL SYMPOSIUM ON SCIENCE AND TECHNOLOGY, 6. São Paulo, Aug. 10-12, 1988. *Abstracts.* São Paulo, ACIESP, 1988, v. 4, p. 387-403.
- FLEURY, A.T.; ORLANDO, V.; OLIVEIRA Fo., O.B. *Objetivos atividades e necessidades dos Laboratórios de Simulação Digital, de Simulação Física de Sistemas de Controle de Atitude e de Órbita e de Controle Térmico do Departamento de Mecânica Espacial e Controle.* São José dos Campos, INPE, jul. 1984. (INPE-3174-RPE/459).
- GOOD, M.C.; SWEET, L.M.; STROBEL, K.L. Dynamic models for control system design of integrated robot and drive systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control*, 107(s.f.):53-59, Mar. 1985. (Transactions of ASME).
- GRANT, H.E. *Engineering drawing.* New York, NY, McGraw-Hill, 1962.
- GREENWOOD, D.C. *Mechanical power transmission.* New York, NY, McGraw-Hill, 1962.
- GREENWOOD, D.T. *Principles of dynamics.* Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1962.
- HIGDON, A.; STILES, W.B. *Engineering mechanics.* Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1968.
- HOLLERBACH, J.M. A recursive lagrangian formulation of manipulator dynamics and a comparative study of dynamics formulation complexity. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, SMC-10(11): 730-736, Nov. 1980.

- HOLLERBACH, J.M.; SAHAR, G. Wrist-partitioned, inverse kinematic accelerations and manipulator dynamics. *The International Journal of Rototics Research*, 2(4):61-76, Winter, 1983.
- HOOKE, W.W.; MARGULIES, G. The dynamical attitude equations for an n-body satellite. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 12(4): 123-128, Winter, 1965.
- INTERNATIONAL MATHEMATICAL AND STATISTICAL LIBRARY (IMSL) *Reference manual*. s.l., Jun. 1981. v. 2 e v. 3.
- INLAND MOTOR Kollmorgen *DC torque motors*. Radford, VA, 1984. Catálogo.
- KUGA, H.K.; GUEDES, U.T.V. *Cálculo de eclipses para órbitas elípticas*. São José dos Campos, INPE, out. 1986. (INPE-4412-NTE/277).
- KUGA, H.K.; CARRARA, V.; MEDEIROS, V.M. *Rotinas auxiliares de mecânica celeste e geração de órbitas*. São José dos Campos, INPE, 1981. (INPE-2180-REP/392).
- LATRE, L.G. Modelagem e controle de posição de robôs. *SBA: Controle e Automação*, 2(1):3-15, 1988.
- LUH, J.Y.; WALKER, M.W.; PAUL, R.P.C. On-line computational scheme for mechanical manipulators. *Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control*, 102(s.f.); 69-76, Jun. 1980.
- MABIE, H.H.; OCVRK, F.W. *Dinâmica das máquinas*. 3. ed. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1980.
- *Mecanismos*. 3. ed. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1980.
- MAIZZA-NETO, O. *Modal analysis and control of flexible manipulator arms*. Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1974.
- MEDEIROS, V.M. *Insolação do satélite de coleta de dados sob o ponto de vista da geometria orbital para otimização do aproveitamento de energia*. São José dos Campos, INPE, set. 1982. (INPE-2545-RPE/419).

- MEDEIROS, V.M.; SOUZA, L.C.G. *Movimento relativo do Sol sobre um satélite artificial*. São José dos Campos, INPE, set. 1986. (INPE-3985-NTE/260).
- MERIAM, J.L. *Dinâmica*. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1979.
- MERRIT, F.S. *Mathematic manual: methods and principles of the various branches of mathematics for reference, problem solving and review*. New York, NY, McGraw-Hill, 1962.
- MICHALEC, G.W. *Precision gearing: theory and practice*. New York, NY, John Wiley, 1966.
- PACITTI, T.; ATKINSON, C.P. *Programação e métodos computacionais*. 2. ed., Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1977. v. 1.
- PAUL, R. Manipulator cartesian path control. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, SMC-9(11):702-711, Nov. 1979.
- *Robot manipulators: mathematics, programming and control*. Cambridge, MA, MIT Press, 1981. (The MIT Press Series in Artificial Intelligence).
- PILCHOWSKI, H.U.; SILVA, W.C.C.; FERREIRA, L.D.D. *Introdução à mecânica celeste*. São José dos Campos, INPE, jun. 1981. (INPE-2126-RPE/350).
- PROVENZA, F. *Projetista de máquinas*. São Paulo, Escola Pro-Tec, 1984.
- RANKI, P.G.; HO, C.Y. *Robot modelling: control and applications with software*. Bedford, UK, IFS Publications, 1985.
- SHIGLEY, J.E. *Theory of machines*. New York, NY, McGraw-Hill, 1961. (McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering, International Student Series).
- SIERRACIN/MAGNEDYNE *Catalog No. T200*. s.l., Apr., 1979.
- SILVA J.B.T.; GAVIOLI, V.E. Desenvolvimento de um robô de pintura: os modelos matemáticos como ferramenta de projeto. In: SIMPÓSIO SOBRE ROBÓTICA, 2. São Paulo, 25-26 nov. 1987. *Anais*. Sociedade Brasileira de Comando Numérico (SOBRACON), 1987. p. 06.01-06.15.

- SILVA, W.C.C.; FERREIRA, L.D.D. *Satélite artificial - movimento orbital*.
São José dos Campos, INPE, jul. 1984. (INPE-3163-RPE/458).
- SKF *Catálogo geral*. s.l., 1982. (Catálogo 3200 PB).
- SPERRY-VICKERS *Manual de hidráulica industrial*. 8. ed. s.l., 1983.
- SNYDER, W.E. *Industrial robots: computer interfacing and control*.
Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1985. (Prentice-Hall Industrial Robots Series).
- STODDARD, L.G. Prediction of eclipses of earth satellites. *American Astronautical Society Preprints*, 61(79):157-201, Aug. 1961.
- THOMAS, G.B. *Calculus and analytic geometry*. Reading, MA, Addison-Wesley, 1966.
- TRUXAL, J.G. *Control engineers' handbook: servo-mechanisms, regulators and automatic feedback control systems*. New York, NY, McGraw-Hill, 1958.
- WERTZ, J.R. *Spacecraft attitude determination and control*. s.l., Computer Sciences Corporation. Attitude Systems Operation, 1987. (Astrophysics and Space Science Library, 73).