



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS

AUTORIZAÇÃO PARA PUBLICAÇÃO
AUTHORIZATION FOR PUBLICATION

AUTORES AUTHORS	PALAVRAS CHAVES/KEY WORDS <i>Filtro Estendido de Kalman</i> <i>Estimação de Coeficientes Magnéticos</i> <i>Refinamento de Atitude</i>		AUTORIZADA POR/AUTHORIZED BY <i>Ralf Güntow</i> <i>Presidente do Conselho de PG</i>	
	AUTOR RESPONSÁVEL RESPONSIBLE AUTHOR <i>Ulisses Thadeu V. Guedes</i>		DISTRIBUIÇÃO/DISTRIBUTION ☐ INTERNA / INTERNAL ☒ EXTERNA / EXTERNAL ☐ RESTRITA / RESTRICTED	
		REVISADA POR / REVISED BY <i>Luiz Danilo D. Ferreira</i>		
CDU/UDC 681.5.015.44		DATA / DATE Agosto 1989		
TÍTULO/TITLE	PUBLICAÇÃO Nº PUBLICATION NO INPE-4866-TDL/377		ORIGEM ORIGIN <i>PG/DEM</i>	
	<i>PROCEDIMENTO DE ESTIMAÇÃO DE ATITUDE PARA SATÉLITES ESTABILIZADOS POR ROTAÇÃO</i>		PROJETO PROJECT <i>FRH/CEA</i>	
Nº DE PAG. NO OF PAGES <i>120</i>				
ULTIMA PAG. LAST PAGE <i>B.3</i>				
VERSÃO VERSION				
AUTORES/AUTHORSHIP	<i>Ulisses Thadeu Vieira Guedes</i>		Nº DE MAPAS NO OF MAPS	
RESUMO - NOTAS / ABSTRACT - NOTES <i>Este trabalho propõe um procedimento de estimação de atitude para satélites estabilizados por rotação considerando torques perturbados de origem magnética. Admite-se que as observações dos sensores tenham sofrido tratamento prévio de seleção e compressão. As observações resultantes são submetidas a este procedimento que estima os coeficientes magnéticos (momento magnético e parâmetro de Foucault) e refina a atitude do satélite através de um Filtro Estendido de Kalman. Estes valores estimados e refinados podem ser empregados para prever a atitude futura, garantindo maior confiabilidade dos valores preditos em relação à atitude real do satélite.</i>				
OBSERVAÇÕES / REMARKS <i>Dissertação de Mestrado em Ciência Espacial/Mecânica Orbital, aprovada em 03 de março de 1989.</i>				

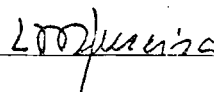
Aprovada pela Banca Examinadora
em cumprimento a requisito exigido
para a obtenção do Título de Mestre
em Ciência Espacial

Dr. José Jaime da Cruz



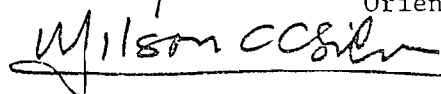
Presidente

Dr. Luis Danilo Damasceno Ferreira



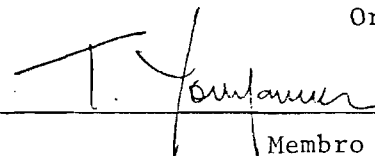
Orientador

Dr. Wilson C. Canesin da Silva



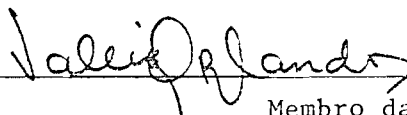
Orientador

Dr. Takashi Yoneyama



Membro da Banca
-convidado-

Dr. Valcir Orlando



Membro da Banca

Candidato: Ulisses Thadeu Vieira Guedes

São José dos Campos, 03 de março de 1989

*A minha família,
pela compreensão e estímulo.*

AGRADECIMENTOS

Ao Instituto de Pesquisas Espaciais pelas facilidades concedidas à realização deste trabalho.

Aos Doutores Luís Danilo Damasceno Ferreira e Wilson Custódio Canesin Silva pela orientação prestada no conteúdo dinâmico deste trabalho, transmitindo entusiasmo nas horas descrentes e segurança nas incertezas.

Ao Engenheiro Hélio Koiti Kuga (MSc) pela sugestão do tema da dissertação, pelo constante interesse, tendo sabido achar tempo para sugestões, no conteúdo e redação, sempre que solicitado.

Aos membros da Banca Examinadora, por suas sugestões, durante a apresentação preliminar.

A todos que, direta ou indiretamente, colaboraram para a realização deste trabalho.

ABSTRACT

This work proposes an attitude estimation procedure for spin stabilizes satellites considering disturbing torques of magnetic nature. It is assumed that the sensor's data were previously selected and compressed. The resulting observations are submitted to the proposed procedure. Then the magnetics coefficients (residual magnetic moment and Eddy coefficient) are estimated and the satellite's attitude are refined through a Extended Kalman Filter. A better confiability is warranted by employing this estimated and refined values at the attitude prediction.

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
LISTA DE FIGURAS.....	xi
LISTA DE TABELAS.....	xv
LISTA DE SIMBOLOS.....	xvii
 <u>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</u>	 1
 <u>CAPÍTULO 2 - MODELAGEM DOS TORQUES PERTURBADORES</u>	
2.1 - Introdução.....	7
2.2 - Considerações Gerais.....	7
2.3 - Modelagem dos torques Magnéticos.....	9
2.3.1 - Torque devido aos momentos magnéticos.....	10
2.3.2 - Torque devido às correntes de Foucault.....	12
 <u>CAPÍTULO 3 - DINÂMICA DO MOVIMENTO DE ATITUDE</u>	 15
 <u>CAPÍTULO 4 - PROCEDIMENTO ESTOCÁSTICO DE ESTIMAÇÃO DE ATITUDE</u>	
4.1 - Introdução.....	21
4.2 - Filtro Estendido de Kalman.....	23
4.3 - Branqueamento das observações.....	27
4.4 - Modelo dinâmico.....	28
4.5 - Aplicação do Método.....	29
4.5.1 - Etapa de Propagação.....	30
4.5.2 - Etapa de Atualização.....	31
 <u>CAPÍTULO 5 - SIMULAÇÕES E TESTES DO PROCEDIMENTO ESTOCÁSTICO</u>	
5.1 - Introdução.....	35
5.2 - Simulador de Órbita.....	35
5.3 - Simulador de atitude.....	36
5.4 - Geração das Observações.....	37

	<u>Pág.</u>
5.5 - Parâmetros para Análise do Estimador.....	39
5.6 - Testes do Procedimento.....	42
5.7 - Comentários.....	84
<u>CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES.....</u>	85
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	87
APÊNDICE A - DERIVADAS PARCIAIS DO MODELO DE ATITUDE	
APÊNDICE B - CONDIÇÕES INICIAIS DOS SIMULADORES DE ATITUDE E DE ÓRBITA	

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1.1 - Instantes de leitura e envio das informações dos sensores de um satélite estabilizado por rotação.....	2
2.1 - Sistemas de Coordenadas OXYZ e Oxyz.....	8
2.2 - Posicionamento do vetor momento magnético residual.....	11
3.1 - Comportamento para m diferentes.....	19
3.2 - Comportamento para p diferentes.....	20
4.1 - Diagrama de Blocos de tratamento dos dados.....	23
5.1 - Erro do módulo de vetor velocidade de rotação x tempo (Primeiro Teste).....	44
5.2 - Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x tempo (Primeiro Teste).....	44
5.3 - Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x tempo (Primeiro Teste).....	45
5.4 - Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x tempo (Primeiro Teste).....	45
5.5 - Erro no momento magnético x tempo (Primeiro Teste).....	46
5.6 - Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Primeiro Teste)....	46
5.7 - Erro do módulo de vetor velocidade de rotação x tempo (Segundo Teste).....	47
5.8 - Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x tempo (Segundo Teste).....	48
5.9 - Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x tempo (Segundo Teste).....	48
5.10- Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x tempo (Segundo Teste).....	49
5.11- Erro no momento magnético x tempo (Segundo Teste).....	49
5.12- Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Segundo Teste)....	50
5.13- Erro do módulo de vetor velocidade de rotação x tempo (Terceiro Teste).....	52

	<u>Pág.</u>
5.14- Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x tempo (Terceiro Teste).....	52
5.15- Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x tempo (Terceiro Teste).....	53
5.16- Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x tempo (Terceiro Teste).....	53
5.17- Erro no momento magnético x tempo (Terceiro Teste).....	54
5.18- Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Terceiro Teste)....	54
5.19- Erro do módulo de vetor velocidade de rotação x tempo (Quarto Teste).....	56
5.20- Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x tempo (Quarto Teste).....	56
5.21- Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x tempo (Quarto Teste).....	57
5.22- Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x tempo (Quarto Teste).....	57
5.23- Erro no momento magnético x tempo (Quarto Teste).....	58
5.24- Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Quarto Teste).....	58
5.25- Resíduo da componente X x tempo (Quarto Teste).....	59
5.26- Resíduo da componente Y x tempo (Quarto Teste).....	59
5.27- Resíduo da componente Z x tempo (Quarto Teste).....	60
5.28- Erro do módulo de vetor velocidade de rotação x tempo (Quinto Teste).....	61
5.29- Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x tempo (Quinto Teste).....	62
5.30- Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x tempo (Quinto Teste).....	62
5.31- Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x tempo (Quinto Teste).....	63
5.32- Erro no momento magnético x tempo (Quinto Teste).....	63
5.33- Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Quinto Teste).....	64
5.34- Resíduo da componente X x tempo (Quinto Teste).....	64
5.35- Resíduo da componente Y x tempo (Quinto Teste).....	65
5.36- Resíduo da componente Z x tempo (Quinto Teste).....	65
5.37- Erro do módulo de vetor velocidade de rotação x tempo (Sexto Teste).....	67

	<u>Pág.</u>
5.38- Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x <u>tem</u> po (Sexto Teste).....	67
5.39- Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x <u>tem</u> po (Sexto Teste).....	68
5.40- Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x <u>tem</u> po (Sexto Teste).....	68
5.41- Erro no momento magnético x tempo (Sexto Teste).....	69
5.42- Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Sexto Teste).....	69
5.43- Erro do módulo de vetor velocidade de rotação x tempo (Sétimo Teste).....	70
5.44- Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x <u>tem</u> po (Sétimo Teste).....	71
5.45- Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x <u>tem</u> po (Sétimo Teste).....	71
5.46- Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x <u>tem</u> po (Sétimo Teste).....	72
5.47- Erro no momento magnético x tempo (Sétimo Teste).....	72
5.48- Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Sétimo Teste).....	73
5.49- Erro do módulo de vetor velocidade de rotação x tempo (Oitavo Teste).....	74
5.50- Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x <u>tem</u> po (Oitavo Teste).....	74
5.51- Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x <u>tem</u> po (Oitavo Teste).....	75
5.52- Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x <u>tem</u> po (Oitavo Teste).....	75
5.53- Erro no momento magnético x tempo (Oitavo Teste).....	76
5.54- Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Oitavo Teste).....	76
5.55- Erro do módulo de vetor velocidade de rotação x tempo (Nono Teste).....	77
5.56- Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x <u>tem</u> po (Nono Teste).....	78
5.57- Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x <u>tem</u> po (Nono Teste).....	78
5.58- Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x <u>tem</u> po (Nono Teste).....	79

	<u>Pág.</u>
5.59- Erro no momento magnético x tempo (Nono Teste).....	79
5.60- Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Nono Teste).....	80
5.61- Erro do módulo de vetor velocidade de rotação x tempo (Dê cimo Teste).....	81
5.62- Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x tem po (Décimo Teste).....	81
5.63- Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x tem po (Décimo Teste).....	82
5.64- Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x tem po (Décimo Teste).....	82
5.65- Erro no momento magnético x tempo (Décimo Teste).....	83
5.66- Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Décimo Teste).....	83

LISTA DE TABELAS

Pág.

3.1 - Condições Iniciais para Teste de influência dos coeficien <u>tes</u> sobre a atitude do satélite estabilizado por rotação...	19
5.1 - Coordenadas das Estações de Rastreamento.....	36

LISTA DE SÍMBOLOS

$\vec{A}$	- vetor de observações fornecidos por método preliminar
b	- informações do sensor solar
$\vec{B}$	- vetor campo geomagnético
B_x, B_y, B_z	- componentes retangulares de $\vec{B}$ no sistema Oxyz
B_X, B_Y, B_Z	- componentes retangulares de $\vec{B}$ no sistema OXYZ
$\bar{B}_p$	- valor médio da projeção do campo geomagnético no plano de rotação
$E(.)$	- operador Esperança
$f(.,.)$	- função vetorial do estado
$F(.,.)$	- matriz de derivadas parciais de $f(.,.)$
F_{ij}	- elementos da matriz de derivadas $F(.,.)$
$G(.)$	- matriz de funções
G	- matriz constante assumida pela matriz $G(.)$
$H(.)$	- matriz de função estado/observação.
H'	- matriz de função estado/observação branqueada
I	- matriz Identidade
$[I]$	- matriz de Inercia

I_x, I_y, I_z	- momentos de inercia do sistema Oxyz
$\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$	- versores do sistema OXYZ
$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$	- versores do sistema Oxyz
$K(.)$	- matriz ganho de Kalman
K_w	- constante
$\vec{L}$	- vetor quantidade de movimento angular
$\vec{m}$	- vetor momento magnético
$\vec{m}_r$	- vetor momento magnético residual
m_r	- magnitude do momento magnético residual
$\vec{Nf}$	- vetor Torque de Foucault
Nf_x, Nf_y, Nf_z	- componentes retangulares de $\vec{Nf}$ no sistema OXYZ
Nf_x, Nf_y, Nf_z	- componentes retangulares de $\vec{Nf}$ no sistema Oxyz
$\vec{Nm}$	- vetor Torque magnético
Nm_x, Nm_y, Nm_z	- componentes retangulares de $\vec{Nm}$ no sistema OXYZ
Nm_x, Nm_y, Nm_z	- componentes retangulares de $\vec{Nm}$ no sistema Oxyz
OXYZ	- sistema de coordenadas geocêntrico (inercial)
Oxyz	- sistema de coordenadas fixo ao centro do satélite e convenientemente apontado

p	- parâmetro de Foucault
$P(.)$	- Matriz de covariância de erros do estado
P_A	- matriz de covariância de erros associada ao A
$Q(.)$	- matriz de covariância associada ao ruído dinâmico
Q	- matriz de covariância $Q(.)$ constante durante algum intervalo tempo
R^l	- matriz de rotação
$R(.)$	- matriz de covariância associada ao ruído das obser <u>vações</u>
S	- matriz decomposta (Cholesky) de $R(.)$
t	- instante de tempo genérico
t_s	- instante de tempo discretizado
v'	- vetor ruído das observações $v(.)$ branqueado
$\vec{w}$	- vetor velocidade de rotação (e/ou estabilização)
w	- magnitude do vetor $\vec{w}$
w_p	- velocidade de rotação projetada no plano de rota <u>ção</u>
w_x, w_y, w_z	- componentes retangulares de $\vec{w}$ no sistema OXYZ
$x(.)$	- vetor de estado

$z(.)$	- vetor de observações
z'	- vetor de observações branqueada
α	- ascensão reta
β	- informações do sensor magnético validadas
γ	- direção do Equinócio Vernal
δ	- declinação
$\delta(t-\tau)$	- função Delta de Dirac
δ_{kj}	- delta de Kronecker
$\eta(.)$	- ruído branco gaussiano associado ao estado
θ	- informações angulares do sensor solar
$v(.)$	- vetor ruído branco gaussiano associado às observações
$\phi(.,.,.)$	- matriz de transição
ω	- magnitude da velocidade angular do satélite ao redor do seu eixo de rotação
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_m, \sigma_p$	- desvios padrões de w_x, w_y, w_z, m_r, p , respectivamente
Δw	- diferença entre o valor real e o estimado
$\Delta \hat{w}$	- raiz quadrada da covariância (erro estimado)
θ	- informações angulares do sensor solar validadas

- Ξ - matriz de rotação definida pelo Jacobiano das rela
ções entre as coordenadas esféricas e as retangu
lares
- T_X, T_Y, T_Z - desvios padrões de $\Omega_X, \Omega_Y, \Omega_Z$
- $\Omega_X, \Omega_Y, \Omega_Z$ - componentes retangulares do vetor velocidade de ro
tação no sistema OXYZ

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A estabilização por rotação em satélites artificiais ocorre, de modo geral, em forma transitória ou permanente, durante a vida do satélite. Em particular, quando lançado por foguetes, utiliza-se este tipo de estabilização durante o período de sua injeção em órbita. Neste caso, a estimação de atitude de seu eixo de rotação é um segmento importante, prestado pelo sistema de apoio de solo ao longo de cada missão, mesmo que tal satélite seja posteriormente controlado em três eixos. A atitude do eixo de estabilização pode ser exigida (ou desejada) em tempo real com o propósito de monitorar o comportamento do satélite, assim como avaliar o instante adequado para realização de possíveis manobras dentro de uma estratégia estabelecida pela missão. Logo, a eficiência de um algoritmo de determinação de atitude do eixo de rotação torna-se elemento importante na manutenção e operacionalidade do satélite (Shuster, 1983).

Inúmeros trabalhos sobre determinação e propagação de atitude de satélites estabilizados por rotação (ou mesmo aplicáveis na fase inicial de injeção), existem na literatura científica.

Thomas e Capelarri (1964) propõem um método de determinação e de propagação de atitude envolvendo um equacionamento analítico nas modelagens dos torques perturbadores obtendo, na determinação, as coordenadas esféricas inerciais, ascensão reta e declinação. Estas são obtidas a partir de informações provenientes de sensores solares. Esse método foi aplicado aos satélites Telstar I e II.

Heyler (1981) propõe um método de determinação de atitude considerando apenas as informações do magnetômetro que são armazenadas num computador de bordo ao longo de suas realizações. Lá, a etapa de propagação dá-se pelas equações de Euler juntamente com os quaternions.

Thompson et alii, (1984) descreve um método de determinação de atitude e do erro tendencioso do magnetômetro investigado pelo grupo de apoio da missão AMPTE (Active Magnetospheric Particle Tracer Explorer), apoiando-se num método de mínimos quadrados sem envolver a dinâmica do sistema.

Em Wertz (1978) encontram-se os procedimentos de estimação considerando as características locais das medidas e envolvendo a dinâmica do sistema.

A importância do método de determinação de atitude cresce quando, além da determinação da atitude do eixo de estabilização, se deseja estimar alguns parâmetros ou coeficientes utilizados nas equações dinâmicas do sistema, envolvendo perturbações de longo período.

Conforme a missão, os satélites, estabilizados por rotação, podem possuir computadores de bordo capazes de armazenar as informações, provenientes dos sensores, por grandes períodos de tempo. Tais informações são adquiridas ao longo de sua trajetória orbital. Elas permanecem armazenadas até que o satélite cruze por uma das regiões de visibilidade das estações de rastreamento. Então, tais informações são enviadas para aquela estação e processadas pelo sistema de apoio de solo. A Figura 1.1 mostra alguns instantes onde ocorrem as leituras das informações e o envio delas à estação de rastreamento.

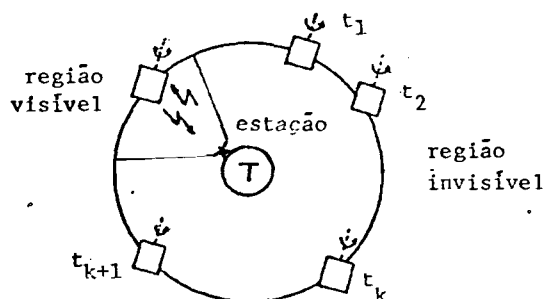


Fig. 1.1 - Instantes de leitura e envio das informações dos sensores de um satélite estabilizado por rotação.

Essas informações contêm, implicitamente, os efeitos das perturbações agentes na atitude do satélite. Dentre elas constam aos torques magnéticos devidos ao momento magnético residual e às correntes de Foucault (representadas através do parâmetro de Foucault).

Por outro lado, alguns satélites possuem computador de bordo mais simples, isto é, sem capacidade de armazenamento das informações dos sensores, por grandes períodos de tempo. São, portanto, satélites com "hardware" computacional mais simplórios. Neste caso específico, as informações provenientes dos sensores são lidas e enviadas, sequencialmente, para uma estação de rastreamento, quando o satélite cruza pela região visível daquela estação.

Perante a modelagem dinâmica adotada, pode ser exigido, ou de interesse, estimar alguns coeficientes, tais como o momento magnético e o parâmetro de Foucault, que influem na precisão do "software" de propagação de atitude e controle. Tais coeficientes podem ter seus valores calculados matematicamente e/ou obtidos experimentalmente. Contudo estes coeficientes são sensíveis às condições ambientais locais (p.e. o momento magnético residual que se altera ao se ligarem ou desligarem equipamentos eletro-eletrônicos). Portanto, os valores desses coeficientes influenciam a atitude do satélite, principalmente quando se considera que o "hardware" do satélite realiza e informa as leituras das medidas dos sensores de atitude somente ao longo das passagens por estações de rastreio.

No entanto, buscam-se valores médios desses coeficientes para que estes possam ser utilizados em um simulador de atitude para monitorar o comportamento do satélite e avaliar os instantes adequados de possíveis manobras. Aquelos valores serão denominados coeficientes (ou parâmetros) de longo período.

Evidentemente, as avaliações desses coeficientes, considerando apenas os efeitos locais, acarretam em falsas atitudes

quando simuladas para grandes intervalos de tempo. Logo, nessas condições, a análise e previsão de prováveis manobras podem comprometer a vida do satélite, pois se o satélite obtém as informações dos sensores e as envia somente ao longo das passagens por estações de rastreio, tem-se uma grande influência sobre as variações daqueles coeficientes e conseqüentemente, sobre a atitude do satélite.

Propõe-se, neste trabalho, um procedimento onde as estimativas de atitude locais (em relação a uma estação de rastreamento) sejam tratadas como observações para que se possam captar os parâmetros de longo período ao invés de estimar os coeficientes localmente. Assim a aplicação daqueles parâmetros na previsão de longo termo proporciona resultados mais confiáveis. Desse modo, considera-se o procedimento como um refinamento das estimativas de atitude, ajustando os coeficientes de interesse para grandes períodos de propagação e fornecendo melhores informações sobre o comportamento da atitude do satélite.

Em outras palavras, as estimativas locais de atitude, resultantes da aplicação de um método preliminar grosseiro, são tratadas como entradas (observações) de um Filtro Estendido de Kalman. Este filtro refina tais estimativas de atitude e estima os coeficientes a partir de uma modelagem dinâmica do movimento de atitude do satélite, de modo a permitir uma previsão confiável do comportamento da atitude por longos períodos.

Uma das motivações para a aplicação desse método é devido a analogia com o trabalho de Varoto (1986), em que simulações mostram a viabilidade e precisão deste tipo de enfoque, aplicado à determinação de atitude em três eixos.

Por meio de simulações digitais semi-realistas, propõe-se a qualificação de tal procedimento na aplicação a um satélite estabilizado por rotação, onde agem torques de natureza distinta e que merecem, portanto, um tratamento matemático diferenciado.

No Capítulo 2 apresenta-se a modelagem dos torques mais significativos que perturbam a atitude do satélite estabilizado por rotação, tecendo comentários sobre a obtenção prática e teórica dos parâmetros envolvidos.

No Capítulo 3 apresentam-se as equações dinâmicas que regem o movimento de atitude do satélite, ilustrando seu comportamento para uma dada condição inicial. O capítulo apresenta também, através de figuras, as influências dos coeficientes, quando têm seus valores numéricos alterados, sobre a atitude do satélite considerando a modelagem dinâmica adotada.

No Capítulo 4 apresenta-se o procedimento estocástico de estimação de atitude, abrangendo um resumo teórico do filtro estendido de Kalman, e sua aplicação.

No Capítulo 5 apresentam-se os resultados das simulações e os testes do procedimento, abrangendo os simuladores envolvidos na geração das observações e os resultados obtidos.

Finalmente, no Capítulo 6 tecem-se comentários e conclusões a respeito do método proposto.

CAPÍTULO 2

MODELAGEM DOS TORQUES PERTURBADORES

2.1 - INTRODUÇÃO

A dinâmica das equações de atitude de um satélite artificial, representada pelas equações de Euler, exige uma modelagem dos torques atuantes sobre o satélite. Para a integração das equações de Euler, tal modelagem deve ser função do tempo e da atitude (Wertz, 1978). A modelagem abrange os torques de origem magnética direta e/ou induzida. Direta quando originada por correntes elétricas que circulam nos componentes eletro-eletrônicos do satélite e induzidas quando geradas por correntes induzidas pelo movimento de rotação do satélite sob ação de um campo magnético externo (campo geomagnético). Outros torques, tais como o gradiente de gravidade, a pressão de radiação e o arrasto atmosférico são menos significativos e, além de acarretarem maior esforço computacional, podem, normalmente, ser englobados pelo nível de ruído no Filtro Estendido de Kalman.

2.2 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

Adotam-se os seguintes sistemas de coordenadas para a modelagem dos torques (Figura 2.1):

- a) OXYZ - Sistema de coordenadas com eixos triortogonais e correspondentes ao sistema Inercial, cuja origem coincide com o centro de massa do satélite, com eixo Z apontado para o Norte, X para o equinócio Vernal, Y, e Y perpendicular aos dois anteriores e no sentido destro. Sejam $\hat{I}$, $\hat{J}$ e $\hat{K}$ os versores deste sistema.
- b) Oxyz - Sistema de coordenadas fixo no centro de massa do satélite, com eixo x definido pela intersecção entre o plano de rotação e o equador Inercial (plano OXY), z na direção do eixo de rotação do satélite e y perpendicular a x e z, e

contido no plano de rotação e formando um triedro positivo. Sejam $\hat{i}$, $\hat{j}$ e $\hat{k}$ os versores deste sistema.

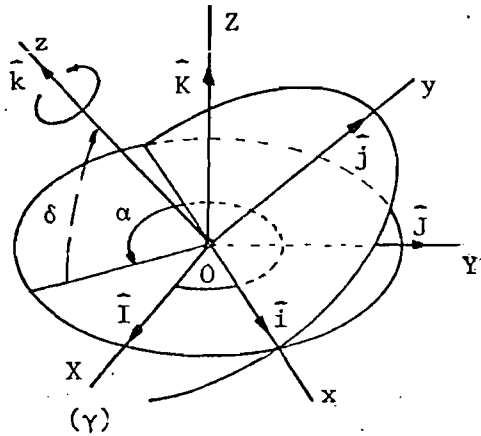


Fig. 2.1. - Sistema de Coordenadas OXYZ e Oxyz

Com auxílio da Figura 2.1, a matriz de rotação que estabelece a transformação entre bases dos sistemas Oxyz para OXYZ, em função das coordenadas angulares, ascensão reta, α , e declinação, δ , do eixo de rotação, é dado por:

$$R^1 = \begin{bmatrix} -\sin \alpha & -\cos \alpha \sin \delta & \cos \alpha \cos \delta \\ \cos \alpha & -\sin \alpha \sin \delta & \sin \alpha \cos \delta \\ 0 & \cos \delta & \sin \delta \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

ou seja, $[\hat{I} \ \hat{J} \ \hat{K}]^T = R^1 [\hat{i} \ \hat{j} \ \hat{k}]^T$.

O vetor de rotação de estabilização do satélite, $\vec{w}$, escrito no sistema Oxyz é definido por:

$$\vec{w} = w \hat{k}. \quad (2.2)$$

Escrevendo $\vec{w}$ no sistema Inercial, OXYZ, utilizando as coordenadas retangulares, tem-se:

$$\vec{w} = w_x \hat{I} + w_y \hat{J} + w_z \hat{K}, \quad (2.3)$$

e, ainda no sistema Inercial OXYZ, em função das coordenadas esféricas, tem-se:

$$\vec{w} = w \cdot \cos \alpha \cdot \cos \delta \hat{I} + w \cdot \sin \alpha \cdot \cos \delta \hat{J} + w \cdot \sin \delta \hat{K}. \quad (2.4)$$

Igualando as componentes das Equações 2.3 e 2.4, e considerando os limites da declinação de -90° a $+90^\circ$, resultam:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= w_X / w_p ; \\ \sin \alpha &= w_Y / w_p ; \\ \cos \delta &= w_p / w ; \\ \sin \delta &= w_Z / w , \end{aligned} \quad (2.5)$$

onde $w_p = \sqrt{(w_X^2 + w_Y^2)}$ e corresponde à velocidade de rotação projetada no plano equatorial.

Substituindo as Equações 2.5 em 2.1, tem-se a matriz de rotação escrita em função das componentes retangulares inerciais da velocidade de rotação de estabilização, ou seja:

$$R^1 = \begin{bmatrix} -w_Y / w_p & -(w_X \cdot w_Z) / (w \cdot w_p) & w_X / w \\ w_X / w_p & -(w_Y \cdot w_Z) / (w \cdot w_p) & w_Y / w \\ 0 & w_p / w & w_Z / w \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

2.3 - MODELAGEM DOS TORQUES MAGNÉTICOS

Os torques magnéticos resultam dos seguintes fatores:

- a) Interação entre o momento magnético residual do satélite, (gerado pela distribuição de correntes elétricas dos componentes elétricos do satélite) com o campo externo (campo geomagnético) no sentido de se alinharem;

- b) Correntes de Foucault, ou sejam, aquelas induzidas pela rotação do satélite sob ação do campo geomagnético, que apresentam influências expressivas sobre a rotação do satélite;
- c) Histerese, cujo efeito é aplicável somente em materiais com características ferro-magnéticas ou para magnéticas, estando, portanto, em função do meio físico estrutural do satélite (Wertz, 1978).

Resumindo: são considerados na modelagem das perturbações, agentes no movimento de atitude de satélites estabilizados por rotação, os torques devido ao momento magnéticos residual e às correntes de Foucault.

2.3.1 - Torque devido aos momentos magnéticos ($\vec{N}_m$)

O torque magnético que provém da interação dos momentos magnéticos com o campo geomagnético local, é dado por (Wertz, 1978):

$$\vec{N}_m = \vec{m} \times \vec{B}, \quad (2.7)$$

onde:

$\vec{m}$ é o vetor momento magnético considerado;

$\vec{B}$ é o vetor campo geomagnético local.

O vetor campo geomagnético, $\vec{B}$, escrito no sistema Oxyz apresenta as seguintes componentes: B_x, B_y, B_z , e no sistema Inercial: B_X, B_Y e B_Z .

O vetor momento magnético residual, $\vec{m}_r$, apresenta-se, na realidade, direção e amplitude variáveis (Jackson, 1983), pois este

vetor é função das densidades de correntes que circulam pelos condutores distribuídos pelo satélite.

Na prática, o valor quantitativo de $\vec{m}_r$ é obtido experimentalmente, porém, sob condições magnéticas nem sempre próximas daquelas operacionais (em órbita).

Através do uso de compensadores magnéticos, a direção do vetor momento magnético residual, $\vec{m}_r$, é orientada próxima daquela do eixo de rotação. Assim minimiza-se a projeção daquele vetor sobre o plano de rotação. Caso contrário, tais componentes perturbariam a rotação de estabilização do satélite ciclicamente ou mesmo podendo reduzir a velocidade de estabilização, uma vez que o vetor momento magnético residual apresenta, naturalmente, variações em sua amplitude. Tal situação é análoga ao acionamento de uma bobina, disposta perpendicularmente ao eixo de rotação, mantendo sua polaridade e alterando seu momento magnético. No equacionamento apresentado por Shiguehara (1972), Ferreira and Cruz (1989) pode-se avaliar tal situação.

Considerando o alinhamento entre o vetor momento magnético residual e o eixo de rotação (Figura 2.2), tem-se:

$$\vec{m}_r = m_r \hat{k} , \quad (2.8a)$$

ou no sistema OXYZ,

$$\vec{m}_r = m_r (w_x \hat{I} + w_y \hat{J} + w_z \hat{K}) / w . \quad (2.8b)$$

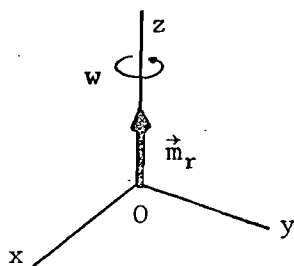


Fig. 2.2 - Posicionamento do vetor momento magnético residual.

Substituindo as Expressões 2.8a e 2.8b em 2.7 e considerando o campo geomagnético, $\vec{B}$, escrito nos sistemas de coordenadas Oxyz e OXYZ, obtêm-se os torques magnéticos devido à componente residual escrito nestes dois sistemas de coordenadas (Oxyz e OXYZ):

Torque magnético residual :

- Sistema Local:

$$\vec{N}_m = m_r (-B_Y \hat{i} + B_X \hat{j}) ; \quad (2.9a)$$

- Sistema Inercial:

$$\begin{aligned} \vec{N}_m = m_r [(w_Y B_Z - w_Z B_Y) \hat{I} + (w_Z B_X - w_X B_Z) \hat{J} + \\ + (w_X B_Y - w_Y B_X) \hat{K}] / w . \end{aligned} \quad (2.9b)$$

2.3.2 - Torque devido às correntes de Foucault ($\vec{N}_f$)

O torque devido às correntes de Foucault (aqui denominado de torque de Foucault) é gerado pela circulação de correntes elétricas induzidas no corpo do satélite dotado de movimento rotacional sob ação de um campo magnético. Por definição, ele depende da rotação do corpo, do campo magnético que o envolve e das características geométricas e condutivas do corpo em questão representadas pelo parâmetro de Foucault. Wertz (1978) e Smith (1962), mostram como calcular este parâmetro matematicamente.

O valor numérico desse parâmetro também é obtido experimentalmente, contudo sob condições magnéticas diferentes daquelas que se obteria em regime operacional do satélite. Yu (1963) apresenta alguns valores numéricos deste parâmetro para o satélite Telstar. Eles foram obtidos matematicamente e experimentalmente. O

valor real considerado foi aquele que melhor se ajustou aos dados de atitude. Comparando-o com os valores teórico e experimental notou-se um desvio de até 22%, mostrando a inexistência de confiabilidade para se adotar permanentemente os valores teórico ou experimental.

O Torque de Foucault ($\vec{N}_f$) é dado por (Yu, 1963):

$$\vec{N}_f = p \vec{B} \times (\vec{B} \times \vec{w}) ; \quad (2.10)$$

que escrito no Sistema local apresenta-se como:

$$\vec{N}_f = p w [B_x B_z \hat{i} + B_y B_z \hat{j} - (B_x^2 + B_y^2) \hat{k}] ; \quad (2.11a)$$

ou, se escrito no sistema OXYZ, Inercial:

$$\begin{aligned} \vec{N}_f = p \{ & [-(B_y^2 + B_z^2) w_x + B_x B_y w_y + B_z B_x w_z] \hat{I} + \\ & + [B_x B_y w_x - (B_x^2 + B_z^2) w_y + B_z B_y w_z] \hat{J} + \\ & + [B_x B_z w_x + B_z B_y w_y - (B_x^2 + B_y^2) w_z] \hat{K} \}, \end{aligned} \quad (2.11b)$$

onde :

- p é o parâmetro de Foucault;
- $\vec{B}$ é o vetor campo geomagnético;
- $\vec{w}$ é o vetor velocidade de rotação do satélite.

CAPÍTULO 3

DINÂMICA DO MOVIMENTO DE ATITUDE

As equações diferenciais que regem o movimento da atitude do satélite se originam a partir da quantidade de movimento angular do mesmo. Sejam I_x , I_y , I_z os momentos principais de inércia do satélite.

A quantidade de movimento angular, $\vec{L}$, é dada por:

$$\vec{L} = [I] \cdot \vec{w} \quad , \quad (3.1)$$

onde:

[I] é a matriz de inércia;

Considerando ausência de nutação, ou seja, alinhamento entre o eixo de rotação e o momento angular do satélite, tem-se:

$$\vec{w} = [0 \ 0 \ w]^T ; \quad (3.2)$$

e

$$[I] = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Substituindo as Equações 3.2 e 3.3 na Equação 3.1, resulta:

$$\vec{L} = I_z w \hat{k} \quad . \quad (3.4a)$$

Escrevendo $\vec{w}$ em função das coordenadas retangulares no

sistema Inercial OXYZ, resulta:

$$\vec{L} = I_z (w_x \hat{I} + w_y \hat{J} + w_z \hat{K}) . \quad (3.4b)$$

Pelo teorema da quantidade de movimento angular:

$$\frac{d \vec{L}}{dt} = \Sigma \vec{N} , \quad (3.5)$$

onde $\vec{N}$ é o vetor correspondente a um torque atuante.

Derivando a Equação 3.4.a, tem-se:

$$\frac{d \vec{L}}{dt} = I_z (\dot{w} \hat{k} + w \frac{d \hat{k}}{dt}) \quad (3.6)$$

Decompondo o versor $\hat{k}$ no sistema inercial OXYZ, em função das coordenadas angulares (Equação 3.5), resulta:

$$\hat{k} = \cos \alpha \cos \delta \hat{I} + \sin \alpha \cos \delta \hat{J} + \sin \delta \hat{K}. \quad (3.7)$$

Derivando as componentes da Equação 3.7, vem:

$$\begin{aligned} \frac{d \hat{k}}{dt} = & \dot{\delta} (-\cos \alpha \sin \delta \hat{I} - \sin \alpha \sin \delta \hat{J} + \cos \delta \hat{K}) \\ & + \dot{\alpha} \cos \delta (-\sin \alpha \hat{I} + \cos \alpha \hat{J}). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Mas as parcelas vetoriais do segundo membro da Equação 3.8 correspondem aos versores $\hat{j}$ e $\hat{i}$ do sistema Local escritos no sistema Inercial, OXYZ, (Figura 2.1). Ou, de um outro modo, através da matriz de rotação R^{l^T} (Equação 2.1) aplicada sobre a Equação 3.8, resulta:

$$\frac{d \hat{k}}{dt} = \dot{\alpha} \cos \delta \hat{i} + \dot{\delta} \hat{j} . \quad (3.9)$$

Substituindo a Equação 3.9 em 3.6, resulta:

$$\frac{d \vec{L}}{dt} = I_z \cdot (\dot{\alpha} \cos \delta \hat{i} + \dot{\delta} \hat{j}) + \dot{w} \hat{k}). \quad (3.10a)$$

Derivando a Equação 3.4b, obtêm-se para o sistema Inercial OXYZ em função das coordenadas retangulares:

$$\frac{d \vec{L}}{dt} = I_z (\dot{w}_x \hat{I} + \dot{w}_y \hat{J} + \dot{w}_z \hat{K}). \quad (3.10b)$$

Substituindo a Equação 3.10 na Equação 3.5, e tomando as componentes dos torques dados pelas Equações 2.9, e 2.11, resultam as equações diferenciais dinâmicas do movimento, ou sejam:

a) No sistema Oxyz:

$$\dot{\alpha} = (Nm_x + Nf_x) / (I_z w \cos \delta);$$

$$\dot{\delta} = (Nm_y + Nf_y) / (I_z w); \quad (3.11a)$$

$$\dot{w} = (Nf_z) / I_z ,$$

b) No sistema OXYZ:

$$\dot{w}_x = (Nm_x + Nf_x) / I_z ;$$

$$\dot{w}_y = (Nm_y + Nf_y) / I_z ; \quad 3.11b)$$

$$\dot{w}_z = (Nm_z + Nf_z) / I_z .$$

Na análise das Equações 3.11a observa-se a influência dos torques perturbadores sobre o satélite. Dentre eles somente o torque de Foucault atua sobre a rotação de estabilização do satélite,

embora influencie também na sua orientação. Substituindo as Equações 2.11a na última das Equações 3.11a tem-se:

$$\dot{w} = -p (B_x^2 + B_y^2) w / I_z. \quad (3.12)$$

Resolvendo a Equação 3.12, considerando um campo magnético perpendicular médio, $\overline{B_p}$, (Yu, 1963), tem-se:

$$w = w_0 \exp(- (I_z t) / (p \overline{B_p}^2)), \quad (3.13)$$

onde:

w_0 - é a velocidade de rotação inicial de estabilização do satélite

I_z - é o momento principal de inércia coincidente com o eixo de rotação;

t - é o instante de tempo;

$\overline{B_p}^2$ - é o valor médio da projeção do vetor campo geomagnético sobre o plano de rotação;

Observa-se que o principal efeito do torque de Foucault é a queda da velocidade de rotação com comportamento exponencial (Yu, 1963; Thomas and Cappelari, 1964; Wertz, 1978).

O torque devido ao momento magnético residual é o responsável pela precessão do eixo de rotação do satélite, pois está disposto sobre o plano de rotação do satélite (Equação 2.9a) e sua magnitude é diretamente proporcional à projeção do campo geomagnético sobre aquele plano. O movimento de precessão do eixo de rotação é inversamente proporcional à rotação de estabilização.

A partir das condições iniciais (Tabela 3.1) realizaram-se algumas simulações para se avaliar a influência dos coeficientes momento magnético residual e parâmetro de Foucault na atitude de um satélite estabilizado por rotação.

TABELA 3.1

CONDIÇÕES INICIAIS PARA TESTE DE INFLUÊNCIA
DOS COEFICIENTES SOBRE A ATITUDE DO SATÉLITE.

Asc. Reta (Grau)	Declinação (Grau)	Rotação (rpm)	I_z (kg.m)	Δt Integ. (dia)
255	23,5	60	10,05	1

Através da Figura 3.1 avalia-se o comportamento da atitude do satélite, dada pela orientação do eixo de rotação, para o mesmo período de simulação e condições iniciais de atitude (Tabela 3.1), porém com momento magnético residual de $-0,5$ e -1 A.m^2 . O parâmetro de Foucault é fixo e igual a $1147,5 \text{ m}^4/\text{Ohm}$.

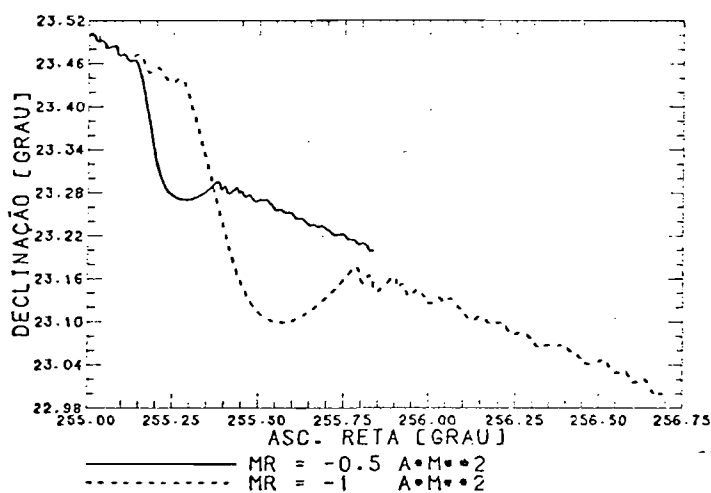


Fig. 3.1 - Comportamento para m diferentes

Através da Figura 3.2 avalia-se o comportamento da velocidade de rotação do satélite em torno do eixo de estabilização, w , para o mesmo período de simulação e condições iniciais de atitude

(Tabela 3.1), porém com parâmetro de Foucault de 940 e 1355 m^4/Ohm . O momento magnético residual é constante e igual a $-0,5 \text{ A.m}^2$.

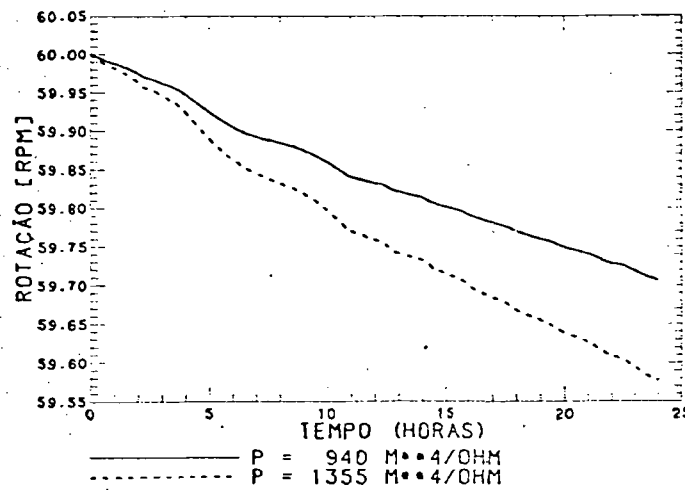


Fig. 3.2 - Comportamento para p diferentes.

CAPÍTULO 4

PROCEDIMENTO ESTOCÁSTICO DE ESTIMAÇÃO DE ATITUDE

4.1 - INTRODUÇÃO

O procedimento estocástico de estimação de atitude sugerido consiste na aplicação do Filtro Estendido de Kalman com o objetivo principal de captar o comportamento médio ao longo das realizações dos parâmetros de longo período, a partir das estimativas locais da atitude de um satélite estabilizado por rotação, obtidas por algum método preliminar. Desta forma, obtém-se maior confiabilidade para aplicações em que são necessárias previsões de atitude por longos períodos. Para satélites com controle em três eixos já existe um esquema semelhante proposto por Varotto et alii (1986) e Varotto (1986), cujos resultados podem ser considerados excelentes. Este esquema pode ser considerado como um refinamento das estimativas obtidas localmente, pois ajusta os coeficientes ao longo de um grande período e fornece melhores informações sobre o comportamento secular da atitude do satélite. As estimativas locais grosseiras de atitude, obtidas por algum método, são portanto tratadas como observações para o filtro.

Assim, determinado o vetor de estado a nível preliminar, propõe-se a aplicação do Filtro Estendido de Kalman com o objetivo de, além de refinar os elementos de atitude, estimar os coeficientes associados à dinâmica do sistema, ou seja, o momento magnético residual, m_r , e o coeficiente de Foucault, p , descritos no Capítulo 2.

Em satélites estabilizados por rotação tais coeficientes têm influência significativa nas equações dinâmicas por serem os principais responsáveis pela precessão do eixo de rotação (eixo de estabilização), e pelo decaimento da velocidade de rotação (Figuras 3.1 a 3.4). Portanto, se os valores destes coeficientes forem mal determinados, eles podem perfeitamente comprometer a missão como

um todo, pois invalida o software de propagação de atitude e, como consequência, a previsão de manobras de controle de atitude.

No caso em que as informações, provenientes dos sensores, sejam lidas e transmitidas somente nas regiões visíveis por alguma estação de rastreamento, tais informações sofrem, no solo, um tratamento preliminar (pré-processamento) onde são selecionadas e ajustadas convenientemente. As informações validadas então, são novamente tratadas por algum método mais simples (p. e., mínimos quadrados) que, por sua vez, fornecerá a atitude do satélite e a respectiva matriz de covariância de erros correspondente à aquela passagem. Finalmente estes resultados são considerados como entrada para o procedimento aqui proposto, devendo resultar em valores de atitude mais refinados bem como captar estimativas do momento magnético e do parâmetro de Foucault correspondentes ao momento médio do satélite no intervalo de tempo considerado.

A Figura 4.1 representa o diagrama de blocos dos tratamentos usuais aplicados sobre as observações dos sensores até a obtenção refinada da atitude do satélite, para um satélite contendo sensores solares e magnéticos.

Na Figura 4.1 θ e b são as informações fornecidas pelos sensores solares e magnéticos; ω corresponde a magnitude da velocidade angular do satélite ao redor de seu eixo de rotação; θ e β são as informações validadas daqueles sensores; $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ são as componentes do vetor de velocidade de rotação do satélite no sistema inercial e T_x, T_y, T_z os respectivos desvios padrões; w_x, w_y, w_z as componentes do vetor velocidade de rotação do satélite refinado pelo procedimento, refletindo a atitude do satélite, m , o momento magnético estimado, p , o parâmetro de Foucault estimado e $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_m, \sigma_p$ os respectivos desvios padrões.

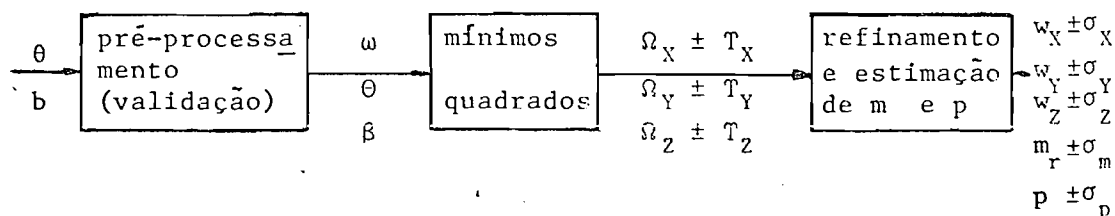


Fig. 4.1 - Diagrama de Blocos de tratamentos dos dados.

Pela análise das equações dinâmicas envolvidas, conclui-se que o sistema apresenta comportamento dinâmico não-linear e pela forma com que as observações são obtidas, elas são lineares e discretas. As observações são coletadas durante o cruzamento do satélite com a região visível por uma estação de rastreamento, quando então, há a comunicação satélite-estação permitindo o intercâmbio de informações, dentre elas as informações sobre a atitude local do satélite.

4.2 - FILTRO ESTENDIDO DE KALMAN

Seja o sistema dinâmico, não linear, descrito pela equação diferencial estocástica vetorial (Gelb et alii, 1974), dada por:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t) + G(t) \eta(t) \quad (4.1)$$

associada ao modelo discreto de observações, linear, dado por:

$$z(t_k) = H(t_k) x(t_k) + v(t_k) , \quad (4.2)$$

onde:

$x(t)$ é o vetor de estado de dimensão n ;

$f(x(t), t)$ é a função vetorial de estado, não linear, com dimensão n ;

$G(t)$ é uma matriz de funções $n \times n$ dependente do tempo;
 $\eta(t)$ é um ruído branco gaussiano, de dimensão n , com propriedades estatísticas:

$$E(\eta(t)) = 0 ;$$

$$E(\eta(t) \cdot \eta^T(\tau)) = Q(t) \cdot \delta(t-\tau) , \quad (4.3)$$

onde:

$Q(t)$ é a matriz, $(n \times n)$, de covariância associada ao ruído dinâmico;

$\delta(t-\tau)$ é a função delta de Dirac,

$z(t_k)$ é o vetor de observações de dimensão r ;

$H(t_k)$ é a matriz de funções de dimensão $r \times n$;

$v(t_k)$ é o vetor ruído branco gaussiano associado às observações com estatísticas:

$$E(v(t_k)) = 0$$

$$E(v(t_k) \cdot v^T(t_j)) = R(t_k) \cdot \delta_{kj} , \quad (4.4)$$

onde:

δ_{kj} é o delta de Kronecker;

$R(t_k)$ uma matriz definida positiva, que representa a covariância associada ao ruído das observações.

O procedimento de Kalman consta de duas etapas, sendo que na primeira, denominada de etapa de propagação, realiza-se a integração numérica das estimativas do estado e da respectiva matriz de covariância dos erros, P , através da matriz de transição do sistema linearizado, ϕ , proporcionando uma propagação de um instante t_k genérico até o instante t_{k+1} correspondente a observação $z(t_{k+1})$. Na segunda etapa, denominada de etapa de atualização ou filtragem, atualiza-se o vetor de estado e a respectiva matriz de covariância dos erros através do processamento das r observações componentes do vetor

$z(t_{k+1})$. O processo realiza-se sequencialmente até que seja avaliada a última observação disponível.

A etapa de propagação consiste, como dito, da integração do vetor de estado e da matriz de covariância dos erros (Gelb et alii, 1974):

- para o estado integra-se a equação diferencial :

$$\dot{x}(t/t_k) = f(x(t/t_k), t) , \quad t_k \leq t \leq t_{k+1} \quad (4.5)$$

A matriz de covariância de erros das estimativas, P , é calculada em função da matriz de transição do sistema linearizado em torno da estimativa mais recente do estado, ou seja:

$$\begin{aligned} P(t_{k+1}/t_k) &= \phi(t_{k+1}, t_k) P(t_k/t_k) \phi^T(t_{k+1}, t_k) + \\ &+ \int_{t_k}^{t_{k+1}} \phi(\tau, t) G(\tau) Q(\tau) G^T(\tau) \phi^T(\tau, t) d\tau , \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde:

$\phi(t_{k+1}, t_k)$ é a matriz de transição de estado do sistema linearizado obtida pela integração da matriz de derivadas parciais de $f(x(t/t_k), t)$ em relação ao estado avaliada em torno da trajetória de referência, ou seja:

$$\dot{\phi}(t, t_k) = F(x(t/t_k), t) \phi(t, t_k) ; \quad t_k \leq t \leq t_{k+1} \quad (4.7)$$

com

$$F(x(t/t_k), t) = \frac{\partial f(x(t/t_k), t)}{\partial x(t/t_k), t} \quad (4.8)$$

e condição inicial:

$$\phi_0(t/t_k) = I \text{ (matriz Identidade) para } t=t_k. \quad (4.9)$$

Supondo que a solução aproximada até a primeira ordem seja suficientemente precisa, utiliza-se a regra do trapézio como ferramenta no cálculo da segunda parcela da Equação 4.6. Considerando que os dois pontos da função integrando são conhecidos, e que as matrizes $Q(t)$ e $G(t)$ sejam constantes durante o intervalo de tempo de amostragem, ou seja: $Q(t)=Q(t_k)=Q(t_{k+1}) = Q$ e $G(t)=G(t_k)=G(t_{k+1}) = G$, resulta:

$$Q = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \phi(\tau, t_k) G Q G^T \phi^T(\tau, t_k) d\tau =$$

$$Q = (G Q G^T + (t_{k+1}, t_k) G Q G^T \phi^T(t_{k+1}, t_k)) (t_{k+1} - t_k) / 2. \quad (4.10)$$

Sustituindo a igualdade da Equação 4.10 em 4.6, resulta:

$$P(t_{k+1}/t_k) = \phi(t_{k+1}, t_k) P(t_k/t_k) \phi^T(t_{k+1}, t_k) + Q. \quad (4.11)$$

A etapa de atualização, ou filtragem, é dada por:

$$K(t_{k+1}) = P(t_{k+1}/t_k) H^T(t_{k+1}) (H(t_{k+1}) P(t_{k+1}/t_k) H^T(t_{k+1})$$

$$+ R(t_{k+1}))^{-1}; \quad (4.12)$$

$$\hat{x}(t_{k+1}/t_{k+1}) = K(t_{k+1}) \cdot (z(t_{k+1}) - H(t_{k+1}) \hat{x}(t_{k+1}/t_k))$$

$$+ \hat{x}(t_{k+1}/t_k); \quad (4.13)$$

$$P(t_{k+1}/t_{k+1}) = P(t_{k+1}/t_k) - K(t_{k+1})H(t_{k+1})P(t_{k+1}/t_k), \quad (4.14)$$

onde:

$K(t_{k+1})$ é a matriz de ganho de Kalman.

Observa-se que o cálculo do ganho de Kalman (Equação 4.12) exige uma inversão de matriz que, dependendo das dimensões envolvidas, se torna indesejável, complexa e dispendiosa sob o ponto de vista computacional. A inversão pode ser contornada utilizando processamento sequencial das componentes do vetor de observações, com menor risco de problemas numéricos, desde que a matriz de covariância de erros associada às observações, $R(t_k)$, apresente-se diagonal, ou seja, com erros não correlacionados (Sorenson, 1966).

4.3 - BRANQUEAMENTO DAS OBSERVAÇÕES

A não diagonalidade de $R(t_k)$ pode também ser contornada fatorizando-a através de uma decomposição de Cholesky (Bierman, 1977). Multiplicando ambos os lados da Equação 4.2 pela matriz inversa da decomposta de $R(t_k)$, obtém-se, numa nova base, um novo conjunto de observações transformada cuja matriz de covariância de erros apresenta-se diagonal e unitária. Assim torna-se possível o processamento sequencial do vetor de observações, ou seja, uma componente a cada vez. Denomina-se de branqueamento das medidas a transformação realizada sobre as observações que resultem observações transformadas que possuem matriz de covariância de erro igual a identidade.

A álgebra do processo inicializa-se considerando o modelo de observações dado pela Equação 4.2 e as estatísticas dadas pela Equação 4.4.

Com $R(t_k)$ cheia e definida positiva, fatora-se, por exemplo, por decomposição de Cholesky (Bierman, 1977):

$$R(t_k) = S \cdot S^T \quad . \quad (4.15)$$

Então a Equação de observações é modificada para:

$$z' = H' x + v' \quad , \quad (4.16)$$

onde:

$$\begin{aligned} z' &= S^{-1} z(t_k) ; \\ H' &= S^{-1} H(t_k) ; \\ v' &= (z' - H' x) . \end{aligned} \quad (4.17)$$

Logo o valor esperado e a matriz de covariância do novo ruído são dadas por:

$$\begin{aligned} E(v') &= 0 ; \\ E(v' v'^T) &= E(S^{-1} v(t_k) v^T(t_k) S^{-T}) = S^{-1} E(v(t_k) v^T(t_k)) S^{-T} \\ &= S^{-1} R(t_k) S^{-T} = S^{-1} S S^T S^{-T} = I \quad . \end{aligned} \quad (4.18)$$

A inversão S^{-1} é bastante simples pois a decomposição de Cholesky é escolhida de forma a produzir matrizes S triangulares (Bierman, 1977).

4.4 - MODELO DINÂMICO

Este tópico descreve o modelo dinâmico apresentado nos Capítulos 2 e 3, que rege a parcela determinística das equações

estocásticas, no Filtro Estendido de Kalman para o processo de determinação de atitude em estudo.

Por envolver menor tempo de processamento computacional, optar-se-á pelo equacionamento em coordenadas retangulares do modelo dinâmico.

Substituindo as Equações 2.9b e 2.11b na Equação 3.11b, ou sejam, aquelas escritas no sistema inercial em componentes retangulares, resulta:

$$\dot{w}_X = (-p(B_Y^2 + B_Z^2)w_X + (pB_XB_Y + m_rB_Z/w)w_Y + (pB_XB_Z - m_rB_Y/w)w_Z)/I_Z \quad (4.19.1)$$

$$\dot{w}_Y = (-p(B_X^2 + B_Z^2)w_Y + (pB_XB_Y - m_rB_Z/w)w_X + (pB_YB_Z + m_rB_X/w)w_Z)/I_Z \quad (4.19.2)$$

$$\dot{w}_Z = (-p(B_X^2 + B_Y^2)w_Z + (pB_XB_Z + m_rB_Y/w)w_X + (pB_YB_Z - m_rB_X/w)w_Y)/I_Z \quad (4.19.3)$$

4.5 - APLICAÇÃO DO MÉTODO

Além da determinação refinada da atitude e matriz de covariância, realizar-se-á a determinação de coeficientes de interesse a serem utilizados num propagador de atitude que serviria para definição de estratégias de controle da atitude de um satélite estabilizado por rotação. Tais coeficientes, já identificados como coeficiente de Foucault, p , e momento magnético residual, m_r , deverão, pois, complementar o vetor de estado. Logo:

$$\vec{x} = (\vec{w} : m_r : p) , \quad (4.20)$$

onde:

$\vec{x}$ - vetor de estado;

$\vec{w}$ - vetor de rotação do satélite escrito no sistema inercial;

Considerando que as estimativas locais preliminares, resultantes de aplicação de algum método, são agora consideradas "observações" para este procedimento, define-se o vetor de observações por:

$$z(t_k) = (\Omega_X \quad \Omega_Y \quad \Omega_Z) , \quad (4.21)$$

onde Ω_X , Ω_Y e Ω_Z correspondem as componentes do vetor velocidade de rotação "observado" escritas neste sistema com a matriz de covariância de erros associada dada por $R(t_k)$.

A matriz de funções do modelo de observação (Equação 4.2), $H(t_k)$, é então definida por:

$$H(t_k) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} . \quad (4.22)$$

4.5.1 - Etapa de propagação

Para a etapa de propagação, considerando as Equações 4.19 e os valores dos parâmetros de estado m_r e p constantes, a matriz de funções de estado (Equação 4.1), $f(x(t),t)$, é dada por:

$$f(x(t),t) = \begin{vmatrix} \dot{w}_X & \dot{w}_Y & \dot{w}_Z & 0 & 0 \end{vmatrix} . \quad (4.23)$$

A matriz de derivadas parciais de $f(x(t),t)$, é dada por:

$$F(x(t),t) = \begin{vmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & F_{14} & F_{15} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} & F_{24} & F_{25} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} & F_{34} & F_{35} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} , \quad (4.24)$$

onde as equações correspondentes aos elementos da matriz são apresentados no Apêndice A.

Nota-se a influência constante das componentes do campo geomagnético, $\vec{B}$, nas Equações 4.19 e A.1 à A.15, a serem utilizadas na etapa de propagação.

O vetor campo geomagnético depende da posição orbital do satélite. Constata-se, através de simulações, que para órbitas baixas as variações na posição orbital do satélite, correspondentes a um intervalo de tempo superior a 5 minutos, proporcionam erros significativos nas componentes daquele vetor. Consequentemente, visando reduzir o tempo de processamento computacional, estipulou-se um intervalo de 5 minutos para a atualização do campo geomagnético, $\vec{B}$, quando na integração do vetor de estado, x , e da matriz de transição, ϕ , (Equações 4.5 e 4.7). Isto ocorre naquelas propagações realizadas nas regiões invisíveis pelas estações de rastreamento.

Nas regiões de visibilidade o vetor campo geomagnético é atualizado a cada propagação durante o intervalo de amostragem das observações.

Na Equação 4.6 a integração é calculada utilizando a regra do trapézio (Equação 4.10) e considerando a matriz G unitária, ou seja matriz identidade, resulta:

$$P(t_{k+1}/t_k) = \phi(t_{k+1}, t_k) (P(t_k/t_k) + Q \cdot (t_{k+1} - t_k)/2) \phi^T(t_{k+1}, t_k) + Q \cdot (t_{k+1} - t_k)/2 \quad (4.25)$$

4.5.2 - Etapa de atualização

A etapa de atualização é realizada de modo sequencial sempre verificando a diagonalidade da matriz de covariância de erros

associada às observações, $R(t_k)$, e realizando o branqueamento quando necessário.

Inicialmente, aplica-se o método de branqueamento das observações dado pelas Equações 4.15 a 4.18 tomam-se as condições iniciais da etapa de atualização correspondente ao estado e covariância finais resultantes da propagação, ou seja:

$$\hat{x}_o(t_{k+1}/t_{k+1}) = \hat{x}(t_{k+1}/t_k) ; \quad (4.26a)$$

$$P(t_{k+1}/t_{k+1}) = P(t_{k+1}/t_k) . \quad (4.26b)$$

onde o índice $(.{}_o)$ indica que nenhuma observação ainda foi processada.

O algoritmo de atualização do filtro convencional de Kalman (Equações 4.12 a 4.14) é sensível a erros de arredondamento/truncamento computacionais e assim a precisão numérica se degrada. Dessa forma os resultados por vezes podem deixar de ser significativos (Kuga, 1982).

Busca-se, portanto, uma maneira mais estável para contornar os efeitos numéricos. Para isso, substitui-se o filtro convencional pelo filtro estabilizado pela forma apresentada por Joseph (Bucy e Joseph, 1968) que é mais preciso numericamente. Basicamente é feita a substituição da equação de atualização da matriz de covariância de erros do estado, P , (Equação 4.14), pela forma equivalente:

$$\begin{aligned} P(t_{k+1}/t_{k+1}) = & (I - K(t_{k+1})H(t_{k+1}))P(t_{k+1}/t_k)(I - K(t_{k+1})H(t_{k+1})) \\ & + K(t_{k+1})R(t_{k+1})K^T(t_{k+1}) \end{aligned} \quad (4.27)$$

A justificativa numérica para o fato é que os erros de primeira ordem no cálculo do ganho de Kalman (Equação 4.12) não se propagam na Equação 4.27 .

Substituindo as Equações 4.17 nas equações correspondentes à etapa de atualização dada pelas Equações 4.12, 4.13 e 4.27, obtêm-se as novas equações a serem utilizadas para a atualização sequencial das observações, onde o índice i (sobrescrito) varia de 1 ao número de elementos do vetor de observações (Equação 4.21) indicando que a estimativa inclui informações até o i -ésimo elemento daquele vetor, ou seja:

$$K^i(t_{k+1}) = \frac{P^{i-1}(t_{k+1}/t_{k+1}) H_i'^T}{(1 + H_i' P^{i-1}(t_{k+1}/t_{k+1}) H_i'^T)} ; \quad (4.28)$$

$$\hat{x}^i(t_{k+1}/t_{k+1}) = \hat{x}^{i-1}(t_{k+1}/t_{k+1}) + K^i(t_{k+1}) v_i' ; \quad (4.29)$$

$$P^i(t_{k+1}/t_{k+1}) = (I - K^i(t_{k+1}) H_i') P^{i-1}(t_{k+1}/t_{k+1}) (I - K^i(t_{k+1}) H_i')^T + K^i(t_{k+1}) K^T(t_{k+1}) . \quad (4.30)$$

Assim o vetor de estado atualizado e a matriz de covariância de erros associada ao estado, é dada por:

$$\hat{x}(t_{k+1}/t_{k+1}) = \hat{x}^3(t_{k+1}/t_{k+1}) ; \quad (4.31)$$

$$P(t_{k+1}/t_{k+1}) = P^3(t_{k+1}/t_{k+1}) ; \quad (4.32)$$

onde o sobrescrito ($.^3$) corresponde ao último índice da sequencialização (Equações 4.28 a 4.30), pois o vetor de observações é composto somente de três elementos correspondentes a cada instante de amostragem (Equação 4.21).

CAPÍTULO.5

SIMULAÇÕES E TESTES DO PROCEDIMENTO ESTOCÁSTICO

5.1 - INTRODUÇÃO

O objetivo dos testes é a avaliação do desempenho do processo de estimação em relação ao problema proposto; possibilidade de divergências das estimativas; precisão e rendimento computacional e, se possível, ensaios envolvendo dados de um satélite real. Na ausência destes, optou-se pela realização de simulações digitais através do emprego de programas computacionais de simulação de atitude validados de satélites estabilizados por rotação. Busca-se, portanto, observações simuladas que reflitam condições semi-realísticas que possam incluir vínculos térmicos e/ou estruturais de uma missão e consideram condições orbitais de visibilidade em relação à estação de rastreamento. Busca-se, portanto, uma certa realidade operacional a fim de valorizar o objetivo de estudar e avaliar o procedimento estocástico proposto.

A seguir são descritos os subprocessos envolvidos para a geração das observações de um satélite simulado. Tais subprocessos correspondem à ação conjunta de simuladores de órbita e atitude, acoplados a um analisador de passagens por 2 estações selecionadas, de sorte a estarem localizadas no hemisfério sul e contidas no trecho percorrido pelo satélite.

5.2 - SIMULADOR DE ÓRBITA

Partindo-se das condições iniciais apresentadas no Apêndice B e utilizando-se, opcionalmente, um gerador numérico de órbitas (Kuga e Silva, 1984) obtém-se um arquivo de dados orbitais. Então, avalia-se a visibilidade do satélite em relação às duas estações (Tabela 5.1) utilizando tais dados orbitais. Isto permite informar ao simulador de atitude os instantes adequados para a geração

das observações de atitude assim como fornecer os dados orbitais para o cálculo do vetor campo geomagnético.

TABELA 5.1

COORDENADAS DAS ESTAÇÕES DE RASTREAMENTO

Estação	Longitude (grau)	Latitude (grau)	Altitude (m)	Elev.Min. (grau)
A	-56,1	-15,55	250	5
B	123,9	-15,55	60	5

5.3 - SIMULADOR DE ATITUDE

Para a geração das observações de atitude, utiliza-se o simulador proposto por Kuga et alii (1987) adaptado tanto para a utilização de dados orbitais simulados, quanto para permitir oscilação do momento magnético residual dentro de limites definidos, ao longo das passagens pelas estações. O motivo dessa oscilação é a simulação do comportamento de determinados componentes elétricos do satélite que alteram este momento magnético (Capítulo 2). Os torques perturbadores de atitude envolvidos são os devidos ao momento magnético residual, às correntes de Foucault e, opcionalmente, ao gradiente de gravidade. Nas simulações realizadas para a geração de atitudes, a serem consideradas verdadeiras, utilizou-se um modelo de campo geomagnético considerando os 10 harmônicos zonais e tesserais disponíveis (Lopes et alii, 1983). As condições iniciais de simulação da atitude são apresentadas no Apêndice B.

5.4 - GERAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES

Simuladas órbita e atitude há necessidade de gerar as observações de entrada na forma da Equação 4.21 para o teste do procedimento sugerido.

Supõe-se que na prática seja utilizado um método preliminar existente de determinação de atitude que pré-processaria as medidas dos sensores, estimando localmente a atitude na forma das componentes da velocidade de rotação do satélite no referencial inercial, e respectiva matriz de covariância de erros. Estas estimativas locais seriam então utilizadas como observações para o procedimento proposto.

Resta agora discrever de que modo as observações podem ser diretamente simuladas para o teste.

Admite-se, por exemplo, que o método preliminar forneça um vetor de observações, A , constituído pelas coordenadas esféricas inerciais juntamente com a velocidade de rotação do satélite, ou seja:

$$A = [\alpha : \delta : \Omega]. \quad (5.1)$$

Seja, P_A , a matriz de covariância de erros de A que desprezando-se as correlações é dada por:

$$P_A = \begin{vmatrix} T_\alpha^2 & 0 & 0 \\ 0 & T_\delta^2 & 0 \\ 0 & 0 & T_\Omega^2 \end{vmatrix} \quad (5.2)$$

O vetor de observações para o procedimento aqui proposto (Equação 4.21) é descrito pelas coordenadas retangulares inerciais, ou seja:

$$z = \Omega_X \hat{I} + \Omega_Y \hat{J} + \Omega_Z \hat{K} . \quad (5.3)$$

Comparando as Equações 5.3 com a 2.4, resulta:

$$\Omega_X = \Omega \cos \alpha \cos \delta \quad (5.4)$$

$$\Omega_Y = \Omega \sin \alpha \cos \delta \quad (5.5)$$

$$\Omega_Z = \Omega \sin \delta \quad (5.6)$$

Nestas condições, a matriz de covariância de erros, $R(t_k)$, associada ao vetor de observações z (Equação 5.3), é dada por:

$$R(t_k) = E P_A E^T \quad (5.7)$$

onde E é uma matriz de rotação definida pelo Jacobiano das Equações 5.4 a 5.6, num ponto $\alpha = \alpha_0$, $\delta = \delta_0$, $\Omega = \Omega_0$ ou seja:

$$E = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Omega_X}{\partial \alpha} & \frac{\partial \Omega_X}{\partial \delta} & \frac{\partial \Omega_X}{\partial \Omega} \\ \frac{\partial \Omega_Y}{\partial \alpha} & \frac{\partial \Omega_Y}{\partial \delta} & \frac{\partial \Omega_Y}{\partial \Omega} \\ \frac{\partial \Omega_Z}{\partial \alpha} & \frac{\partial \Omega_Z}{\partial \delta} & \frac{\partial \Omega_Z}{\partial \Omega} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Considerando as Equações 5.4 à 5.6 e realizando as derivadas parciais da Equação 5.8, e calculando a Equação 5.7, obtém-se uma matriz de covariância de erros, $R(t_k)$, associada ao vetor de observações que pode ser não diagonal. Os elementos desta matriz são funções do quadrado da velocidade de rotação de estabilização. Sendo assim, a geração de observações simuladas, juntamente com a respectiva matriz de covariância de erros, dependem daquela velocidade de rotação. Portanto as observações simuladas podem ser geradas por:

$$\begin{aligned} \Omega_X &= w_X^v + K_w * \text{GAUSS} \\ \Omega_Y &= w_Y^v + K_w * \text{GAUSS} \\ \Omega_Z &= w_Z^v + K_w * \text{GAUSS} \end{aligned} \quad (5.9)$$

onde :

w_X^v, w_Y^v, w_Z^v são as componentes retangulares do vetor de rotação $\vec{w}^v$ simulado e decomposto segundo o sistema Inercial;

GAUSS é uma função gaussiana que assume valores aleatórios a cada vez que chamada, e apresenta características estatísticas de média nula e variância unitária;

$K_w = \lambda w^2$, sendo que $0 < \lambda \leq 1$.

Selecionou-se o valor de λ baseando-se nos resultados obtidos através da simulação das Equações 5.4 a 5.8 ;

5.5 - PARÂMETROS PARA ANÁLISE DO ESTIMADOR

Para a análise dos resultados obtidos definem-se alguns parâmetros que, quando traçados ao longo do tempo e num mesmo gráfico (curvas sobrepostas), permitem avaliar o comportamento do estimador diante das condições do teste.

- ERRO NO VETOR

a) Erro verdadeiro:

$$\Delta w = \left| \vec{w}^v - \vec{\hat{w}} \right| \quad (5.11a)$$

b) Erro estimado (Desvio Padrão) :

$$\Delta \hat{w} = \left[P_{w_X} + P_{w_Y} + P_{w_Z} \right]^{1/2} \quad (5.11b)$$

onde:

$\vec{\hat{w}}$ é o vetor velocidade de rotação estimada;

$\vec{w}^v$ é o vetor velocidade de rotação verdadeira (gerado pelo simulador de atitude);

P_{w_i} são as componentes diagonais da matriz covariância de erro do estado associadas às componentes do vetor velocidade de rotação.

Um bom comportamento do estimador caracteriza-se, por exemplo, quando Δw e $\Delta \hat{w}$ convergem para valores próximos, no fim do intervalo de estimação. Definem-se a seguir alguns parâmetros que permitem a análise dos resultados:

- ERRO NAS COMPONENTES DO VETOR VELOCIDADE DE ROTAÇÃO

$$\Delta w_i = | w_i^v - \hat{w}_i | \quad (5.12a)$$

$$\Delta \hat{w}_i = [P_{w_i}]^{1/2} \quad (5.12b)$$

onde:

$\hat{w}_i$ é a i-ésima componente do vetor velocidade de rotação estimada;

w_i^v é a i-ésima componente do vetor velocidade de rotação verdadeira (gerado pelo simulador de atitude);

P_{w_i} é o elemento da diagonal principal da matriz covariância de erro do estado associado à componente de $\vec{w}$.

- ERRO NO MOMENTO MAGNÉTICO

$$\Delta m = | m^v - \hat{m} | ; \quad (5.13a)$$

$$\Delta \hat{m} = (P_m)^{1/2}; \quad (5.13b)$$

onde:

m^v é o momento magnético utilizado pelo simulador de atitude durante a geração das observações;

$\hat{m}$ é o momento magnético estimado por este procedimento;

P_m é o elemento da diagonal principal da matriz de covariância do estado que correspondente ao momento magnético.

- ERRO NO PARÂMETRO DE FOUCAULT

$$\Delta p = | p^v - \hat{p} | ; \quad (5.14a)$$

$$\Delta \hat{p} = [P_p]^{1/2} , \quad (5.14b)$$

onde:

p^v é o parâmetro de Foucault utilizado pelo simulador de atitude durante a geração das observações;

$\hat{p}$ é o parâmetro de Foucault estimado por este procedimento;

P_p é o elemento da diagonal principal da matriz de covariância do estado que correspondente ao parâmetro de Foucault.

- RESÍDUO NORMALIZADO DA OBSERVAÇÃO

O resíduo da observação é, basicamente, a diferença entre o valor observado e o valor calculado usando o estado estimado. Algebricamente, é dado por:

$$r_i = \frac{(z_i - \hat{z}_i)}{(R_{ii})^{1/2}} \quad (5.15)$$

onde:

$(.i)$ (subscrito) corresponde a um dos componentes do vetor de observações;

z_i é o valor da observação

$\hat{z}_i$ é o valor da observação considerando o estado estimado, ou seja:

$$\hat{z}_i = \sum_{j=1}^5 H_{ij} x_j \quad (5.16)$$

R_{ii} é o valor do elemento da diagonal da matriz de covariância de erros associada às observações correspondente àquela componente do vetor de velocidade de rotação, $\vec{w}$.

5.6 - TESTES DO PROCEDIMENTO E COMENTÁRIOS

Os testes do procedimento proposto visam atingir aos objetivos abaixo relacionados:

- a) avaliar a necessidade de consideração do ruído no estado;
- b) avaliar o nível de ruído necessário para garantir a convergência do estimador considerando uma ou todas as observações disponíveis durante a passagem do satélite pelas estações de rastreamento;
- c) avaliar o período de previsão máximo sem que ocorra discrepâncias significativas entre o estado estimado propagado e o estado real da atitude;
- d) avaliar a capacidade do procedimento em estimar o momento magnético residual de longo período (aquele coeficiente apresenta variações em sua magnitude).

Os gráficos a seguir mostram os resultados obtidos após uma sequência de testes realizados com o procedimento proposto neste trabalho. São apresentados os gráficos do módulo do erro (real e estimado) do vetor de rotação do satélite, de suas componentes em coordenadas retangulares (no sistema Inercial), e das estimativas dos parâmetros de longo período m_r e p , todos em função do tempo.

Nos gráficos correspondentes ao vetor velocidade de rotação, o eixo das ordenadas apresenta-se em escala logarítmica. Naqueles relativos aos parâmetros de longo período (m_r e p), o eixo

das ordenadas corresponde ao valor do desvio padrão estimado e à magnitude da diferença entre o valor real, utilizado pelo simulador, e o valor estimado (erro real cometido na estimação).

Os testes envolvem duas situações quanto ao número de observações por passagem (uma ou ≈ 10 observações por passagem). Para uma observação calculou-se a média dos valores observados, e tomando a variância mínima dentre todas as observações relativas àquela passagem.

CASO A - RUÍDO DINÂMICO NULO

Primeiro Teste

Condições Iniciais:

$$w_{X_0} = -12,7518 \pm 18,2843 \quad [\text{rpm}]$$

$$w_{Y_0} = -55.6589 \pm 18,2843 \quad [\text{rpm}]$$

$$w_{Z_0} = 21.3102 \pm 18,2843 \quad [\text{rpm}]$$

$$m_{r_0} = -0.09918 \pm 0.5 \quad [\text{Am}^2]$$

$$p_0 = 1220.44 \pm 385.45 \quad [\text{m}^4/\text{Ohm}]$$

modelo geomagnético dipolar

$$Qw_X = Qw_Y = Qw_Z = Qm_r = Qp = 0$$

As Figuras 5.1 a 5.6 representam a aplicação do procedimento considerando todas as observações por passagem rastreada por uma das estações. Considera-se, neste caso, o ruído dinâmico nulo. Nota-se a divergência do procedimento em todas as componentes do vetor de estado (Equação 4.20). A divergência é acentuada nas componentes Y e Z do vetor de rotações e no parâmetro de Foucault. O mesmo pode-se dizer quanto ao módulo do vetor de rotações. Nele os traços de divergência ocorrem a partir de 1,5 dias.

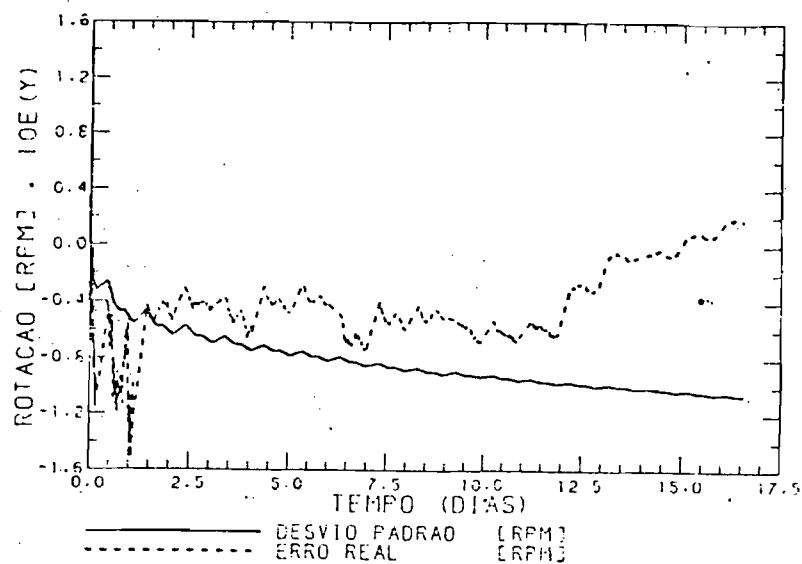


Fig. 5.1 - Erro do módulo do vetor velocidade de rotação x tempo (Primeiro Teste).

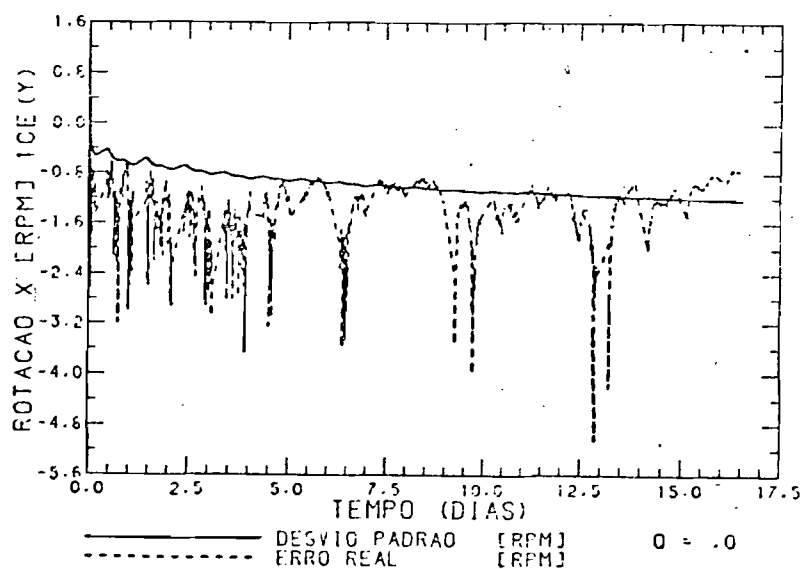


Fig. 5.2 - Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x tempo (Primeiro Teste).

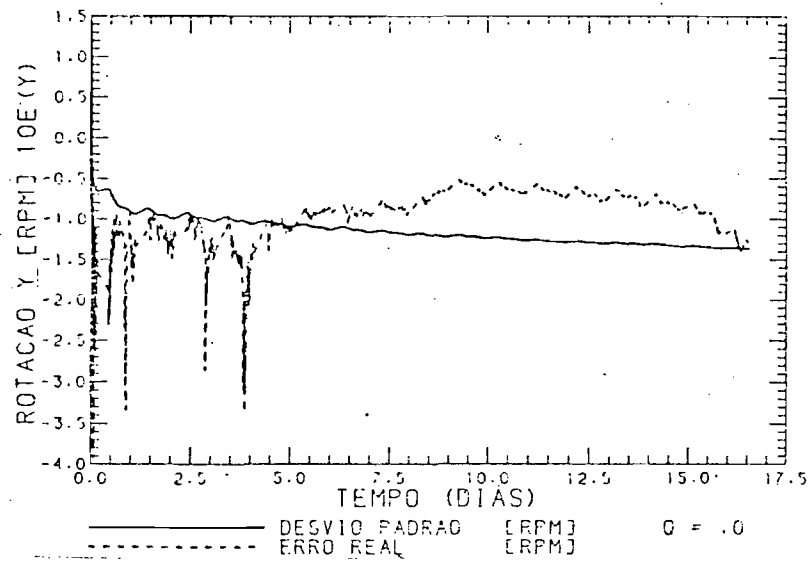


Fig. 5.3 - Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x tempo (Primeiro Teste).

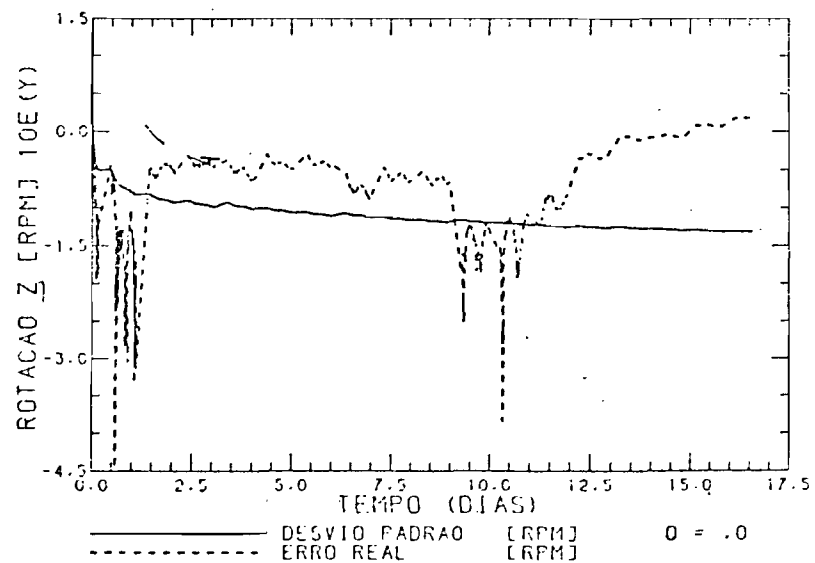


Fig. 5.4 - Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x tempo (Primeiro Teste).

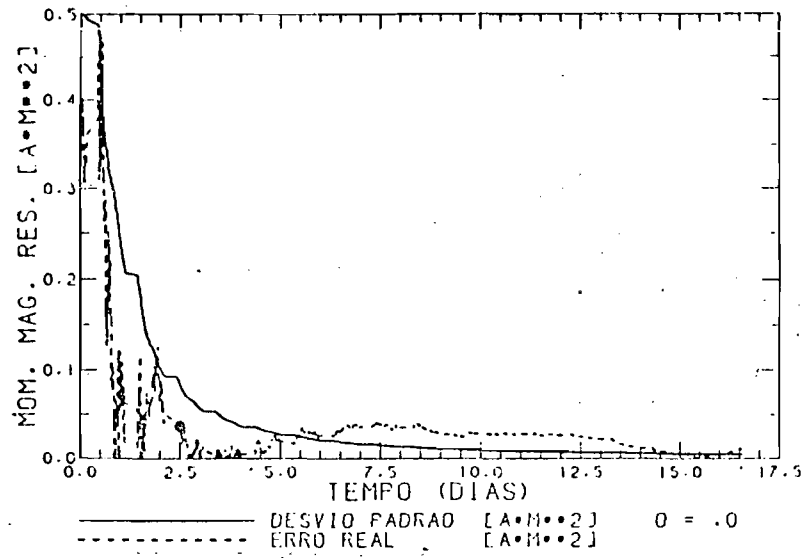


Fig. 5.5 - Erro no momento magnético x tempo (Primeiro Teste).

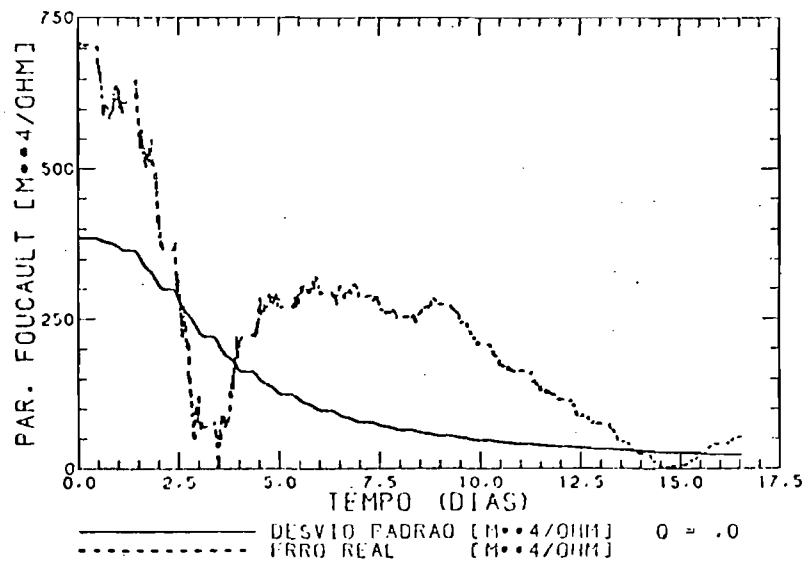


Fig. 5.6 - Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Primeiro Teste).

Segundo Teste

Condições Iniciais:

$$w_{X_0} = -12,7518 \pm 18,2843 \quad [\text{rpm}]$$

$$w_{Y_0} = -55.6589 \pm 18,2843 \quad [\text{rpm}]$$

$$w_{Z_0} = 21.3102 \pm 18,2843 \quad [\text{rpm}]$$

$$m_{r_0} = -0.09918 \pm 0.5 \quad [\text{Am}^2]$$

$$p_0 = 1220.44 \pm 707 \quad [\text{m}^4/\text{Ohm}]$$

modelo geomagnético dipolar

$$Qw_X = Qw_Y = Qw_Z = Qm_r = Qp = 0$$

As Figuras 5.7 à 5.12 representam a aplicação do procedimento considerando apenas uma observação por passagem, escolhida aleatoriamente dentre aquelas utilizadas no teste anterior. A estimação transcorreu durante aproximadamente 29 dias. Da mesma forma que no Primeiro Teste, também ocorrem divergências em todas as componentes do vetor de estado.

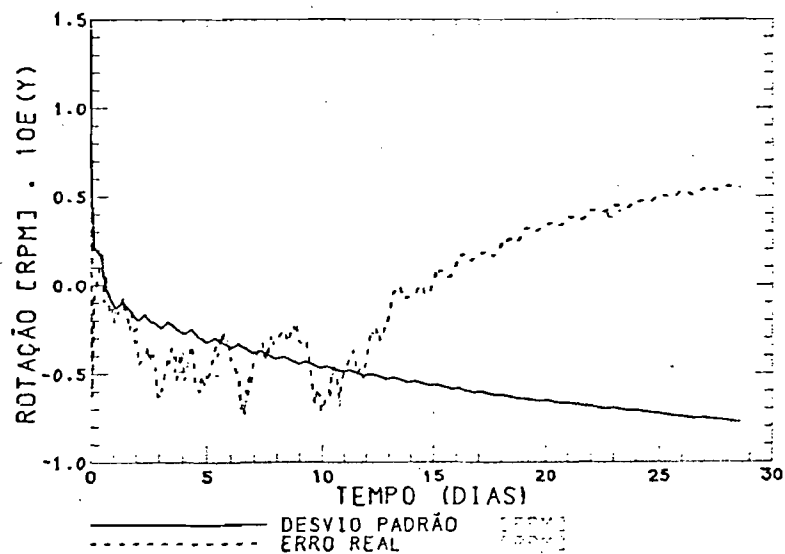


Fig. 5.7 - Erro do módulo do vetor velocidade de rotação x tempo (Segundo Teste).

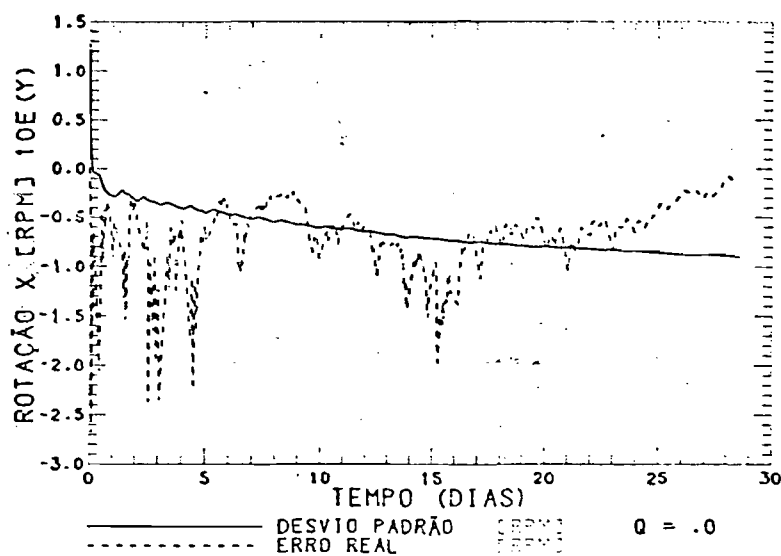


Fig. 5.8 - Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x tempo (Segundo Teste).

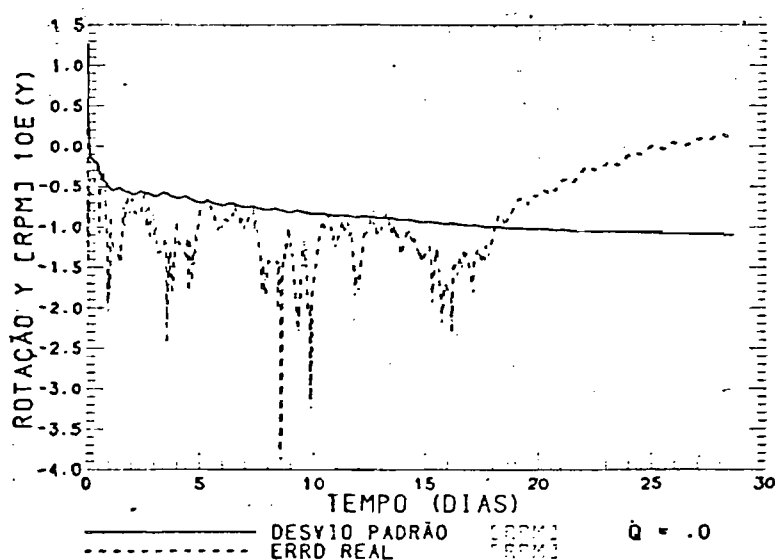


Fig. 5.9 - Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x tempo (Segundo Teste).

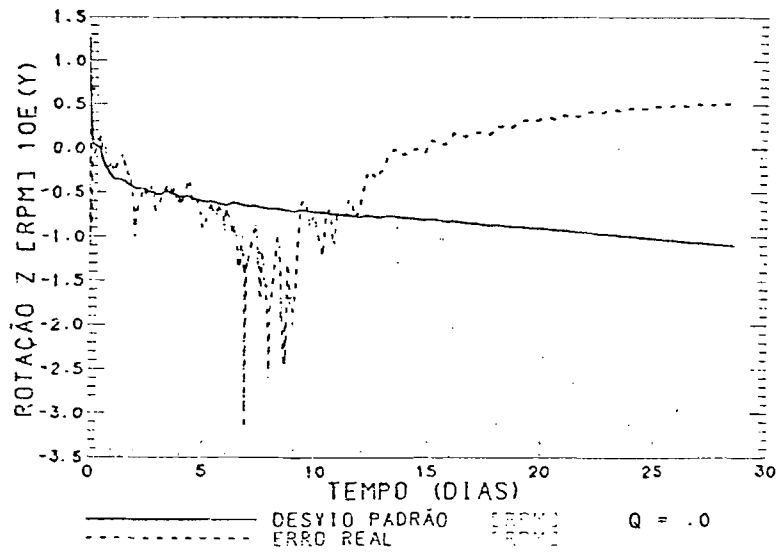


Fig. 5.10 - Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x tempo (Segundo Teste).

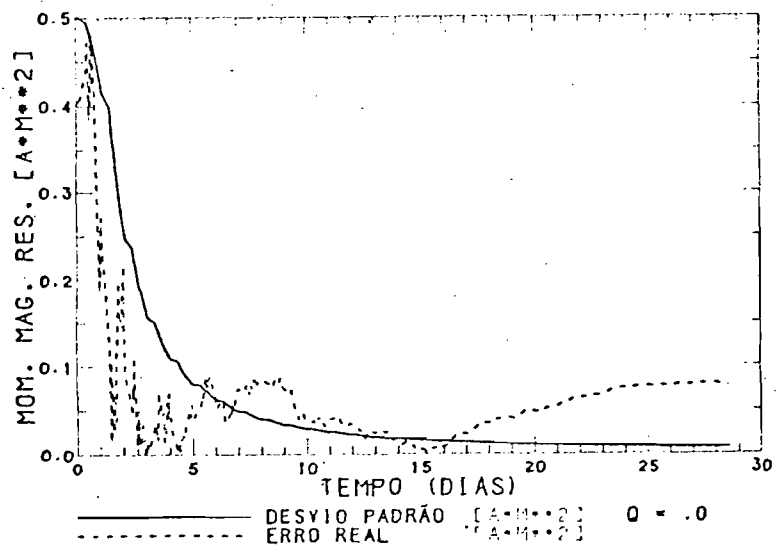


Fig. 5.11 - Erro no momento magnético x tempo (Segundo Teste).

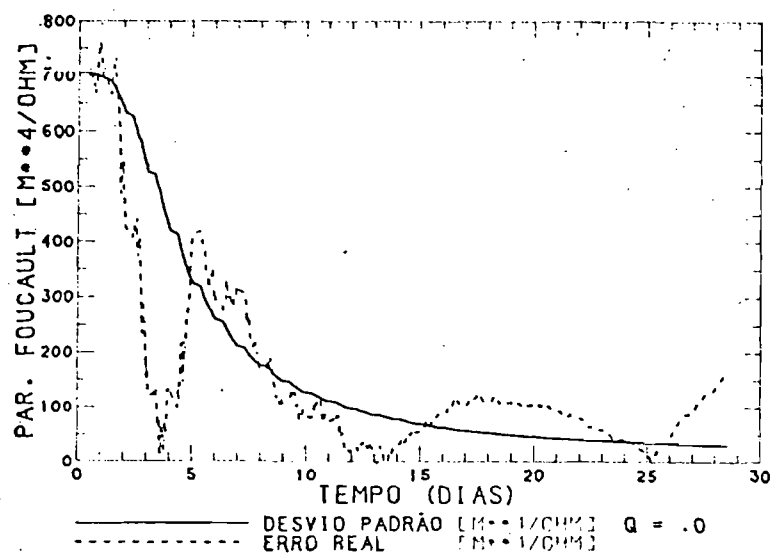


Fig. 5.12 - Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Segundo Teste).

Atribui-se a divergência nos dois primeiros testes à modelagem do campo magnético utilizada, isto é, o modelo dipolar, e ao ruído nulo.

CASO B - CONSIDERAÇÃO DE RUÍDO NAS COMPONENTES DO VETOR VELOCIDADE DE ROTAÇÃO

Pesquisou-se, por tentativa e erro, níveis de ruído que aplicados ao vetor de estado, compensassem os erros proporcionados pela imprecisão da modelagem do campo geomagnético, que foi adotado como dipolar. Inicialmente, contaminou-se com ruído apenas as componentes rotacionais do vetor de estado .

Terceiro Teste

Condições Iniciais:

$$\begin{aligned}w_{X_0} &= -12,7518 \pm 18,2843 \quad [\text{rpm}] \\w_{Y_0} &= -55.6589 \pm 18,2843 \quad [\text{rpm}] \\w_{Z_0} &= 21.3102 \pm 18,2843 \quad [\text{rpm}] \\m_{r_0} &= -0.09918 \pm 0.5 \quad [\text{Am}^2] \\p_0 &= 1220.44 \pm 707 \quad [\text{m}^4/\text{Ohm}] \\&\text{modelo geomagnético dipolar} \\Qw_X &= 9,1 \times 10^{-5} [\text{rpm}]^2 \\Qw_Y &= 9,1 \times 10^{-5} [\text{rpm}]^2 \\Qw_Z &= 9,1 \times 10^{-5} [\text{rpm}]^2 \\Qm_r &= Qp = 0\end{aligned}$$

As Figuras 5.13 a 5.18 mostram o comportamento do estimador considerando todas as observações por passagem. Observa-se a convergência em todas as componentes do vetor de estado estimado. Neste caso aplicou-se um nível de ruído no estado com covariância, Q , constante e igual a $9,1 \times 10^{-5} \text{ rpm}^2$, o que corresponde a uma incerteza de aproximadamente $9,5 \times 10^{-3} \text{ rpm}$. Sob o aspecto de precisão, o desvio padrão de cada componente do vetor de estado apresentam, ao final de 16,5 dias, os seguintes valores:

$$\begin{aligned}\sigma_w &= 0,71 \text{ rpm} \\\sigma_{w_X} &= 0,43 \text{ rpm} \\\sigma_{w_Y} &= 0,34 \text{ rpm} \\\sigma_{w_Z} &= 0,44 \text{ rpm} \\\sigma_{m_r} &= 0,15 \text{ Am}^2 \\\sigma_p &= 578 \text{ m}^4/\text{Ohm}\end{aligned}$$

Contudo, os valores dos parâmetros de longo período estimados, quando comparados com os valores reais, utilizados no simulador de atitude, apresentam-se com erros médios da ordem de $0,05 \text{ Am}^2$ para o momento magnético e de $500 \text{ m}^4/\text{Ohm}$ para o parâmetro de Foucault.

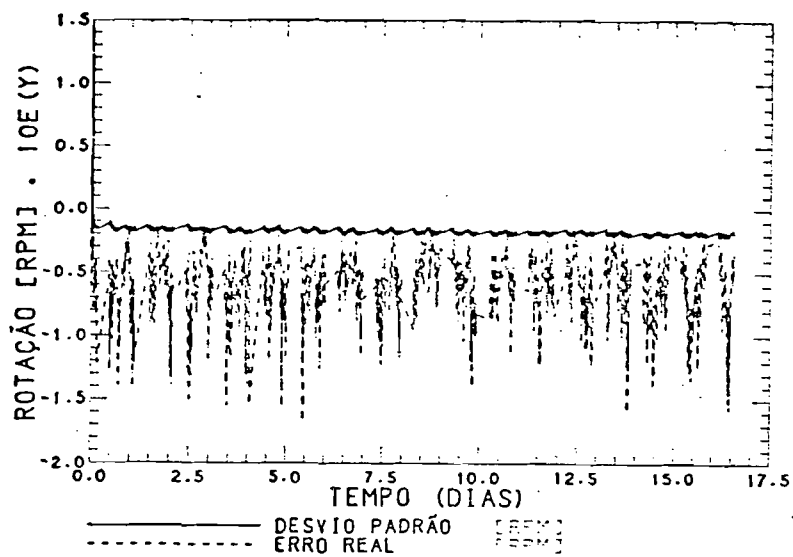


Fig. 5.13 - Erro do módulo do vetor velocidade de rotação x tempo (Terceiro Teste).

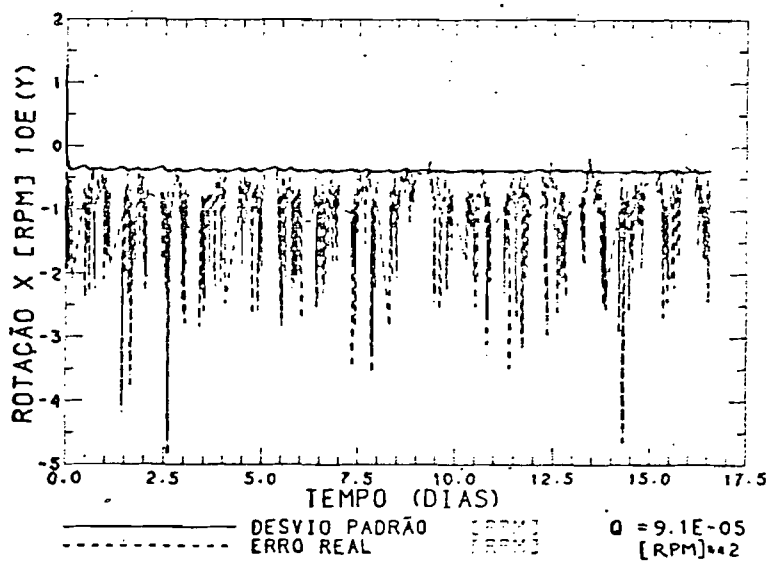


Fig. 5.14 - Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x tempo (Terceiro Teste) .

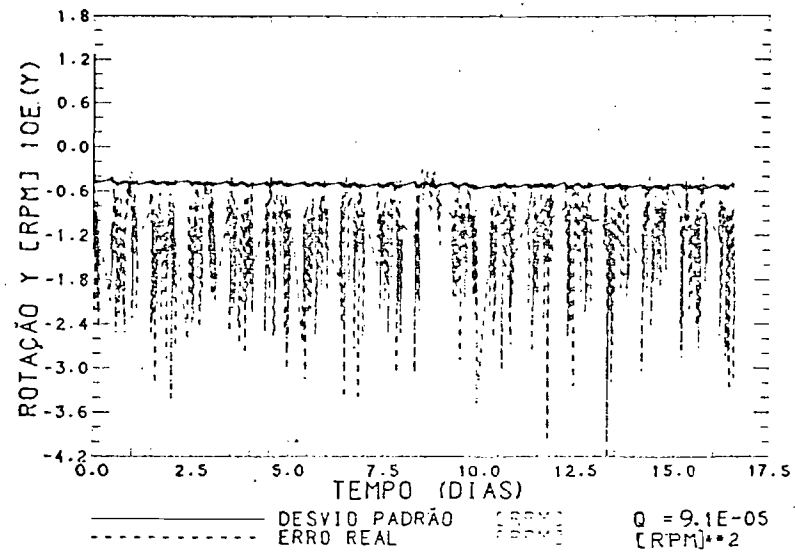


Fig. 5.15 - Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x tempo (Terceiro Teste).

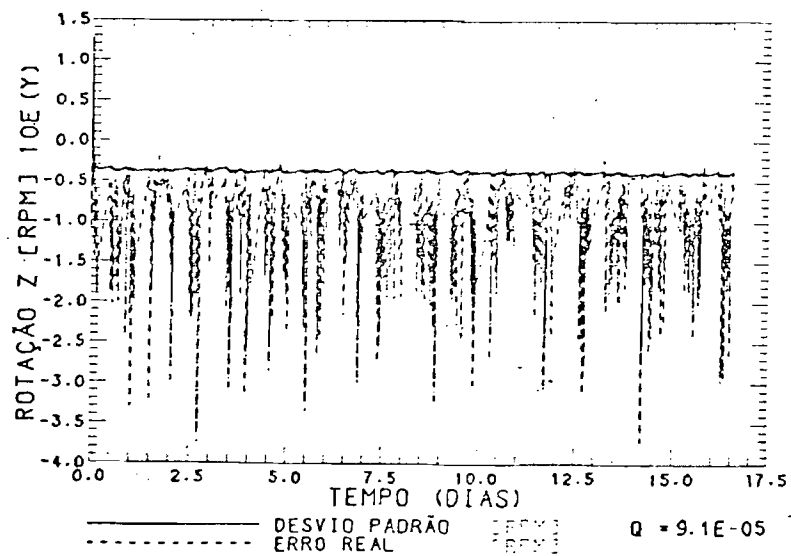


Fig. 5.16 - Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x tempo (Terceiro Teste).

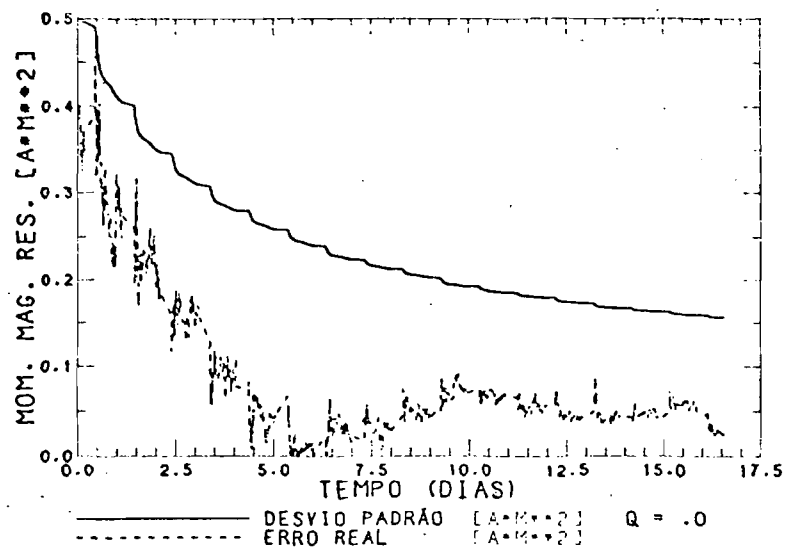


Fig. 5.17 - Erro no momento magnético x tempo (Terceiro Teste).

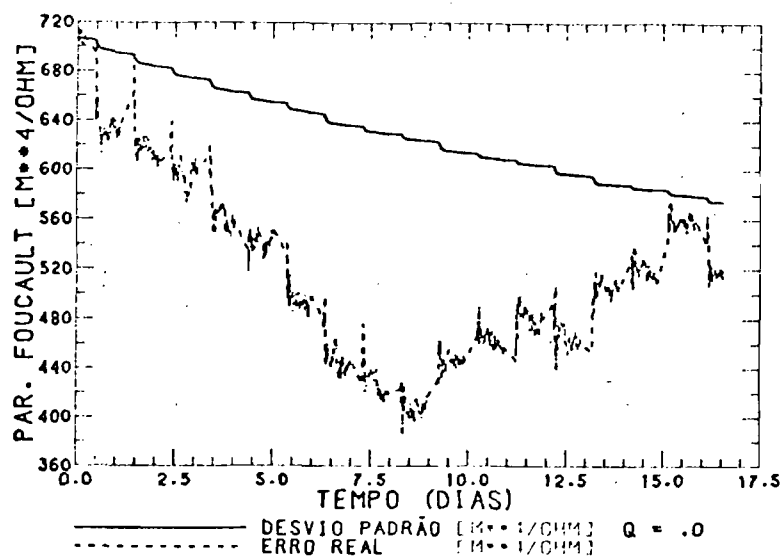


Fig. 5.18 - Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Terceiro Teste).

Quarto Teste

Condições Iniciais:

$$w_{X_o} = -12,7518 \pm 18,2843 \quad [\text{rpm}]$$

$$w_{Y_o} = -55.6589 \pm 18,2843 \quad [\text{rpm}]$$

$$w_{Z_o} = 21.3102 \pm 18,2843 \quad [\text{rpm}]$$

$$m_{r_o} = -0.09918 \pm 0.5 \quad [\text{Am}^2]$$

$$p_o = 1220.44 \pm 707 \quad [\text{m}^4/\text{Ohm}]$$

modelo geomagnético dipolar

$$Qw_X = 9,1 \times 10^{-5} \quad [\text{rpm}^2]$$

$$Qw_Y = 9,1 \times 10^{-5} \quad [\text{rpm}^2]$$

$$Qw_Z = 9,1 \times 10^{-5} \quad [\text{rpm}^2]$$

$$Qm_r = Qp = 0$$

As Figuras 5.19 a 5.27 mostram o comportamento do estimador considerando apenas uma observação por passagem. Da mesma forma, nota-se a convergência de todos os componentes do vetor de estado, perante o mesmo nível de ruído de contaminação. Observa-se também que os resíduos, correspondentes às componentes rotacionais do vetor de estado, se apresentam dentro dos limites de $\pm \sigma$. Os desvios padrões do vetor de estado, ao final de 28 dias, convergiram para os valores:

$$\sigma_w = 0,83 \text{ rpm}$$

$$\sigma_{w_X} = 0,50 \text{ rpm}$$

$$\sigma_{w_Y} = 0,40 \text{ rpm}$$

$$\sigma_{w_Z} = 0,50 \text{ rpm}$$

$$\sigma_{m_r} = 0,10 \text{ Am}^2$$

$$\sigma_p = 480 \text{ m}^4/\text{Ohm}$$

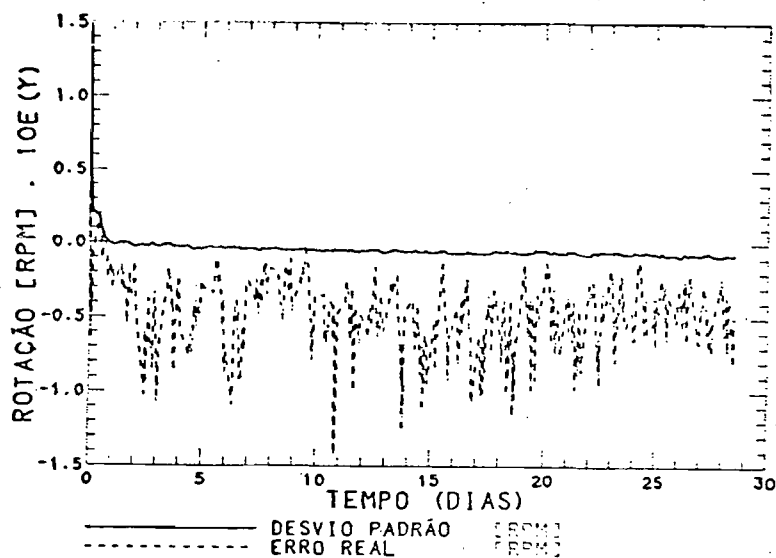


Fig. 5.19 - Erro do módulo do vetor velocidade de rotação x tempo (Quarto Teste).

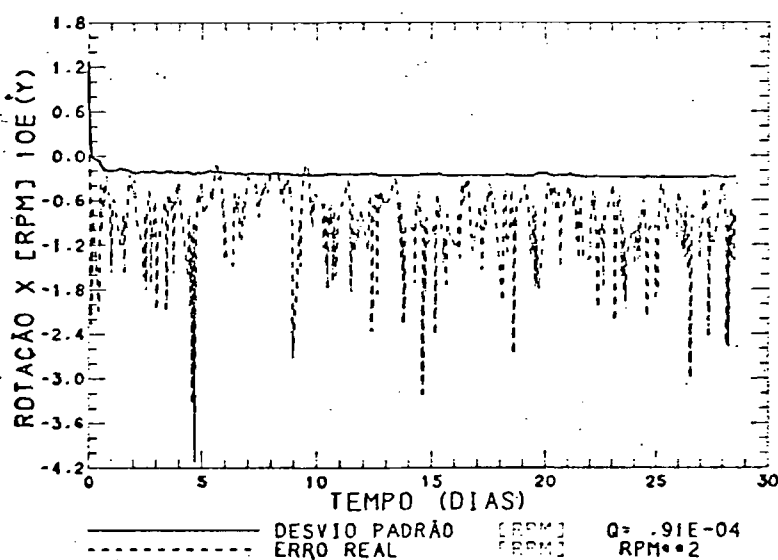


Fig. 5.20 - Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x tempo (Quarto Teste).

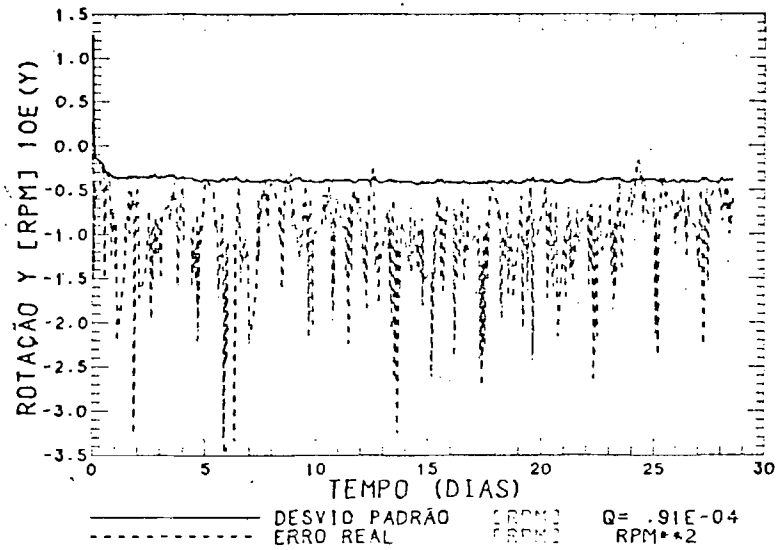


Fig. 5.21 - Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x tempo (Quarto Teste).

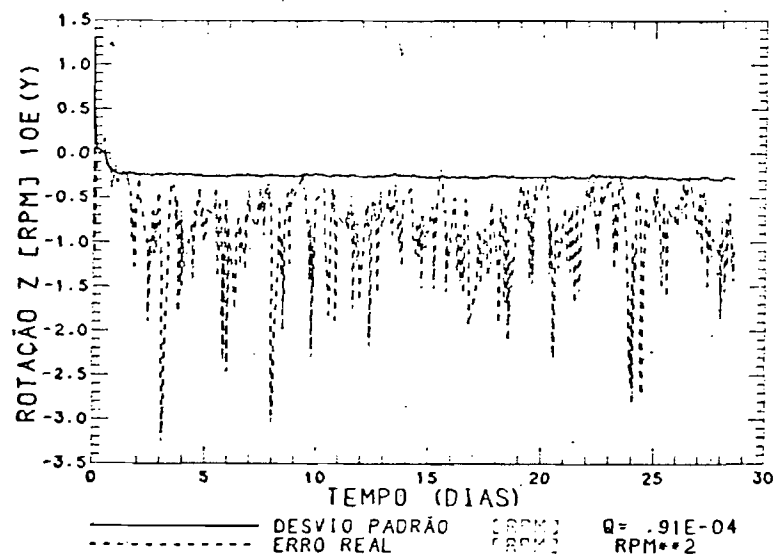


Fig. 5.22 - Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x tempo (Quarto Teste).

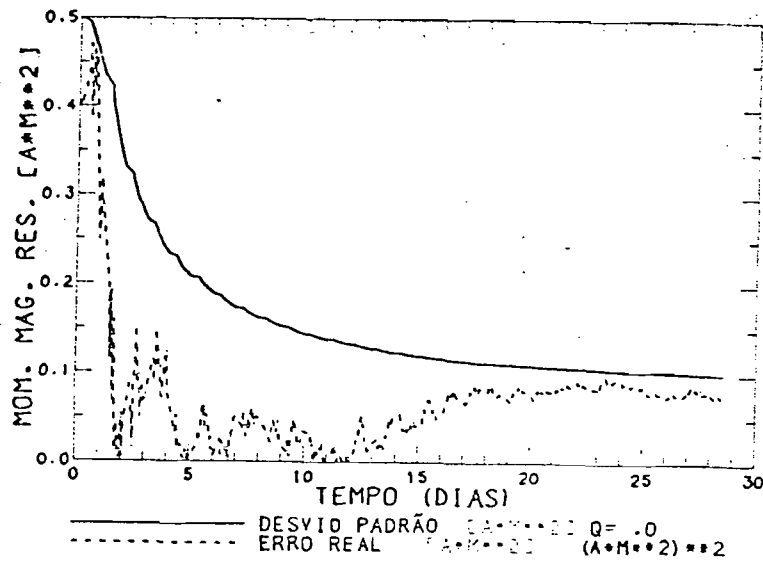


Fig. 5.23 - Erro no momento magnético x tempo (Quarto Teste).

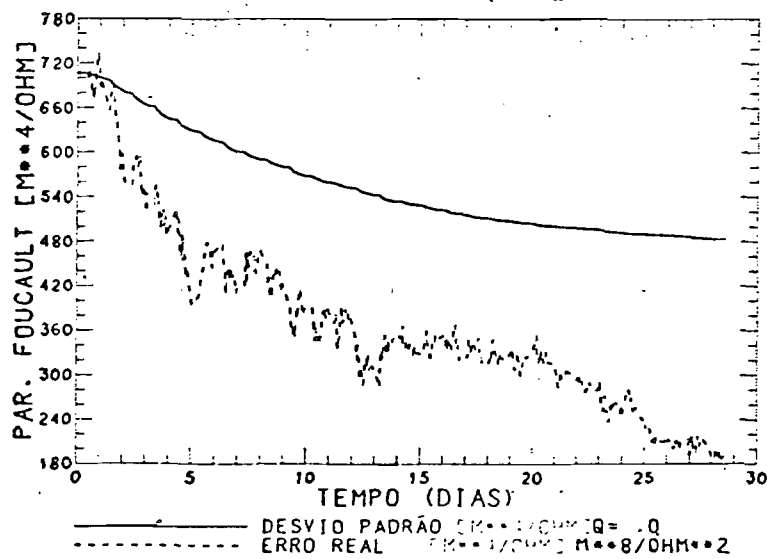


Fig. 5.24 - Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Quarto Teste).

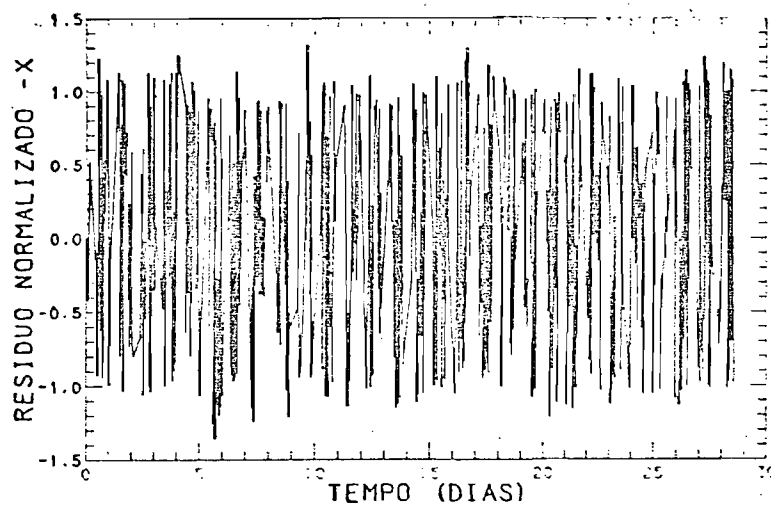


Fig. 5.25 - Resíduo da componente X versus tempo (Quarto Teste).

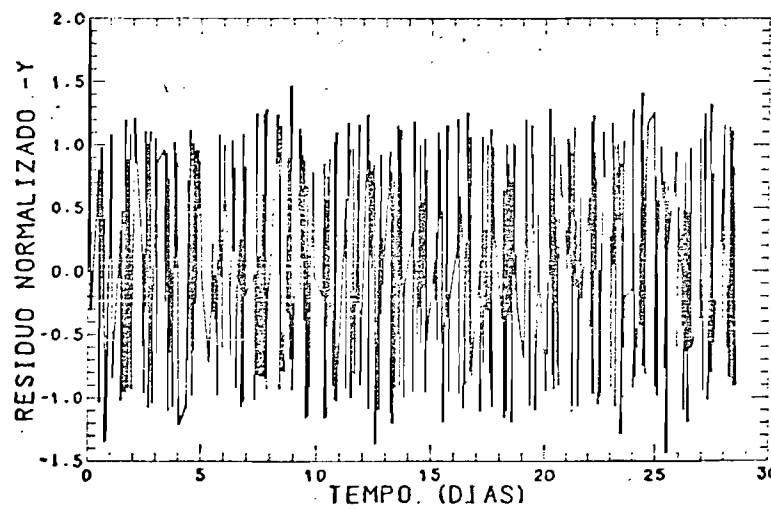


Fig. 5.26 - Resíduo da componente Y versus tempo (Quarto Teste).

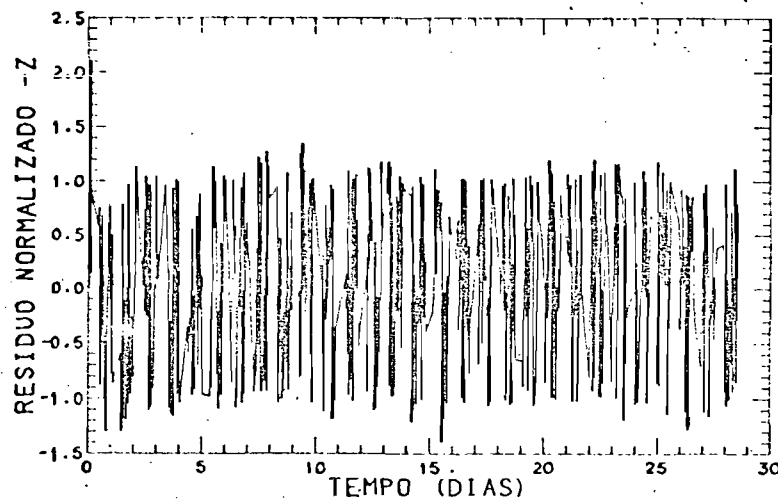


Fig. 5.27 - Resíduo da componente Z versus tempo (Quarto Teste).

Quinto Teste

Condições Iniciais:

$$w_{X_0} = -12,7518 \pm 18,2843 \quad [\text{rpm}]$$

$$w_{Y_0} = -55.6589 \pm 18,2843 \quad [\text{rpm}]$$

$$w_{Z_0} = 21.3102 \pm 18,2843 \quad [\text{rpm}]$$

$$m_{r_0} = -0.09918 \pm 0.5 \quad [\text{Am}^2]$$

$$p_0 = 1220.44 \pm 707 \quad [\text{m}^4/\text{Ohm}]$$

modelo geomagnético dipolar

$$Qw_X = 9,1 \times 10^{-6} \quad [\text{rpm}^2]$$

$$Qw_Y = 4,6 \times 10^{-5} \quad [\text{rpm}^2]$$

$$Qw_Z = 4,6 \times 10^{-5} \quad [\text{rpm}^2]$$

$$Qm_r = 1 \times 10^{-8} \quad [\text{Am}^2]^2$$

$$Qp = 1 \times 10^{-8} \quad [\text{m}^4/\text{ohm}]^2$$

Visando a melhores precisões das componentes do vetor de estado, decidiu-se alterar o nível de ruído nas componentes

referentes aos parâmetros de longo período (m_r e p). Ao longo dos testes realizados, verificou-se um forte acoplamento entre as componentes daquele vetor. Obtiveram-se os resultados ilustrados pelas Figuras 5.28 a 5.36. Observa-se, por estas figuras a convergência em todas as componentes do estado. Ao final de, aproximadamente, 28 dias, obtiviremos os desvios padrões do estado estimado:

$$\sigma_w = 0,83 \text{ rpm}$$

$$\sigma_{w_x} = 0,31 \text{ rpm}$$

$$\sigma_{w_y} = 0,40 \text{ rpm}$$

$$\sigma_{w_z} = 0,50 \text{ rpm}$$

$$\sigma_{m_r} = 0,05 \text{ Am}^2$$

$$\sigma_p = 380 \text{ m}^4/\text{Ohm}$$

As diferenças entre o valor real e o valor estimado do momento magnético residual e do parâmetro de Foucault, correspondentemente, assumiram os menores valores quando comparados com o Quarto Teste.

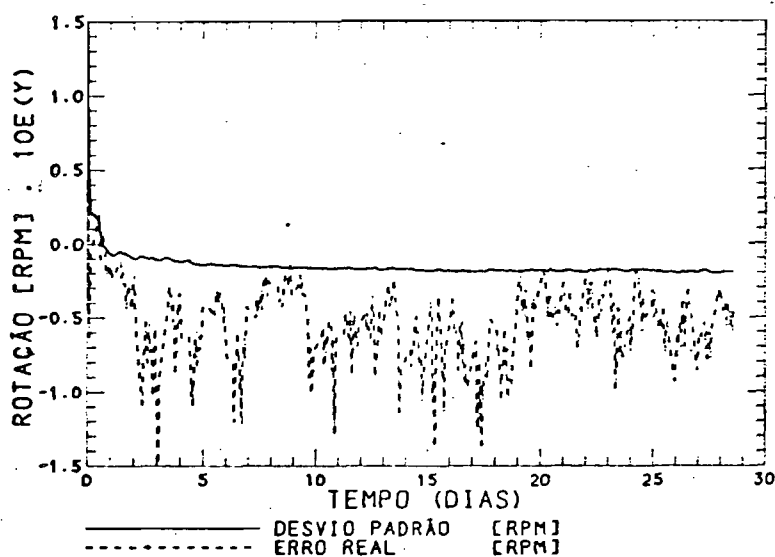


Fig. 5.28 - Erro do módulo do vetor velocidade de rotação x tempo (Quinto Teste).

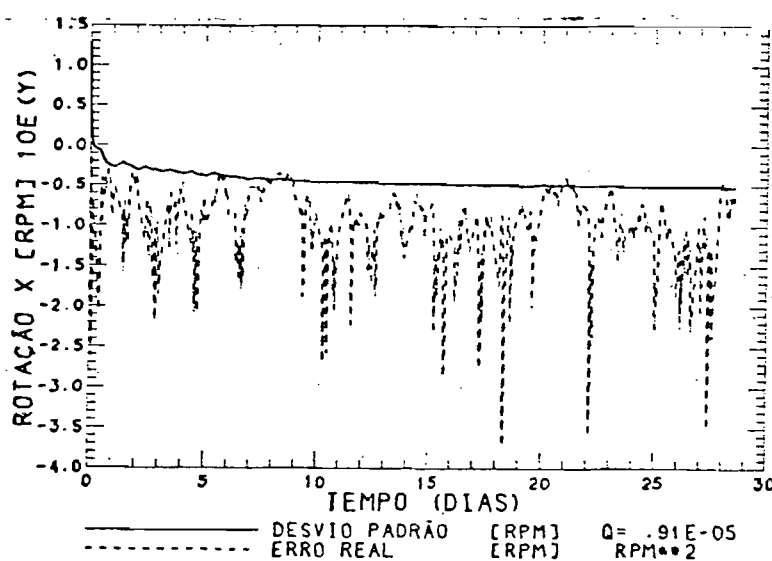


Fig. 5.29 - Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x tempo (Quinto Teste).

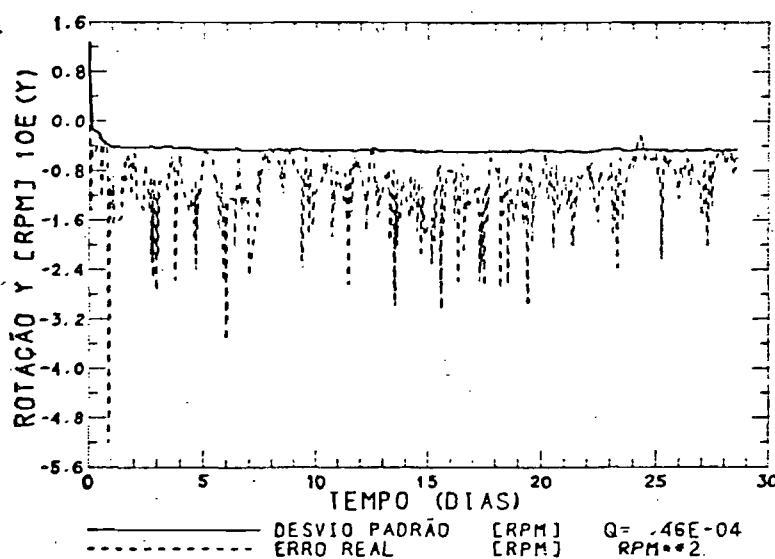


Fig. 5.30 - Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x tempo (quinto Teste).

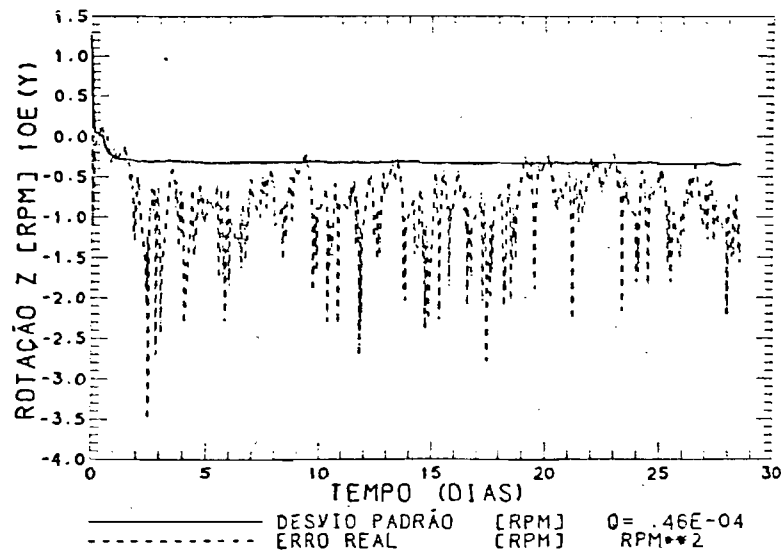


Fig. 5.31 - Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x tempo (Quinto Teste).

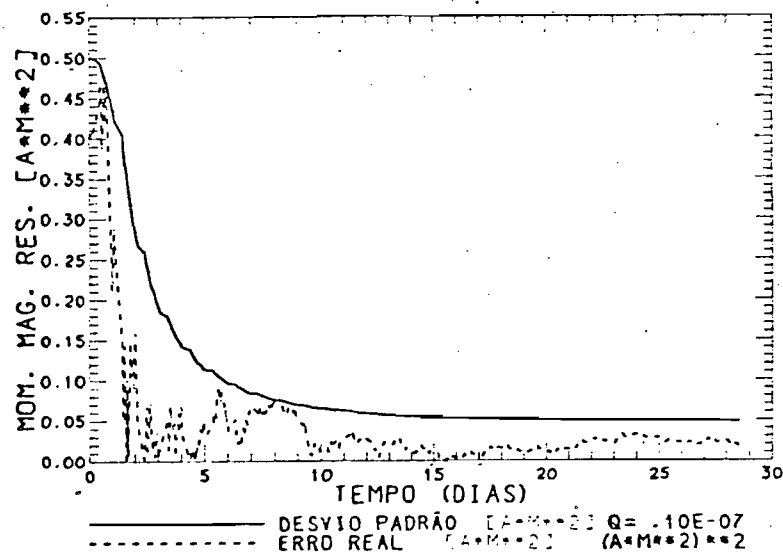


Fig. 5.32 - Erro no momento magnético x tempo (Quinto Teste).

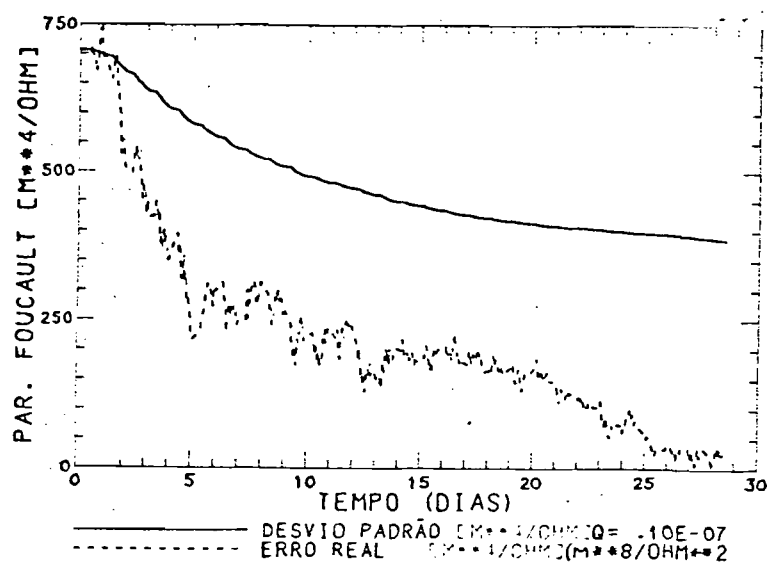


Fig. 5.33 - Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Quinto Teste).

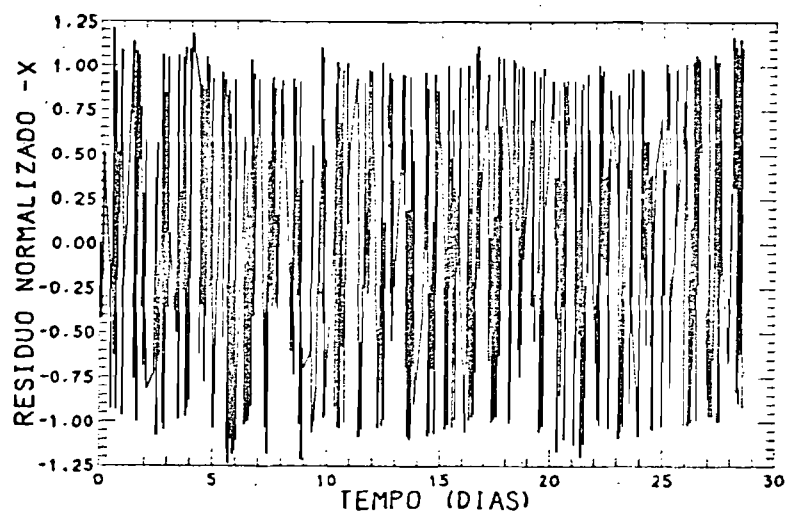


Fig. 5.34 - Resíduo da componente X versus tempo (Quinto Teste).

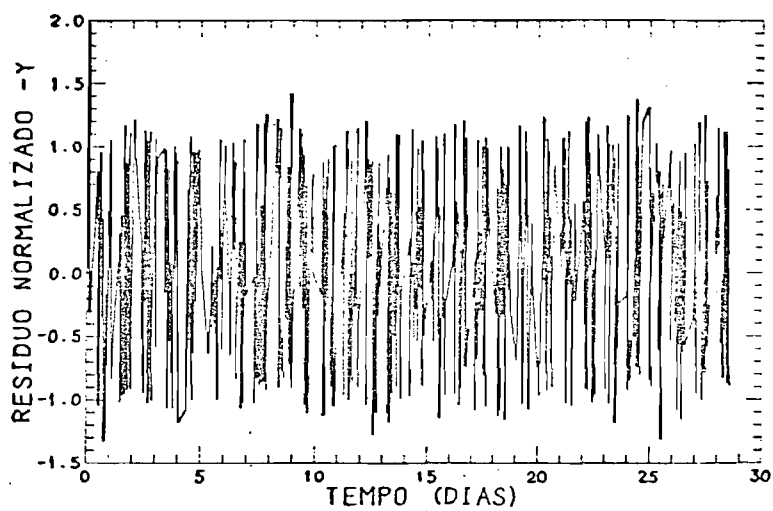


Fig. 5.35 - Resíduo da componente Y versus tempo (Quinto Teste).

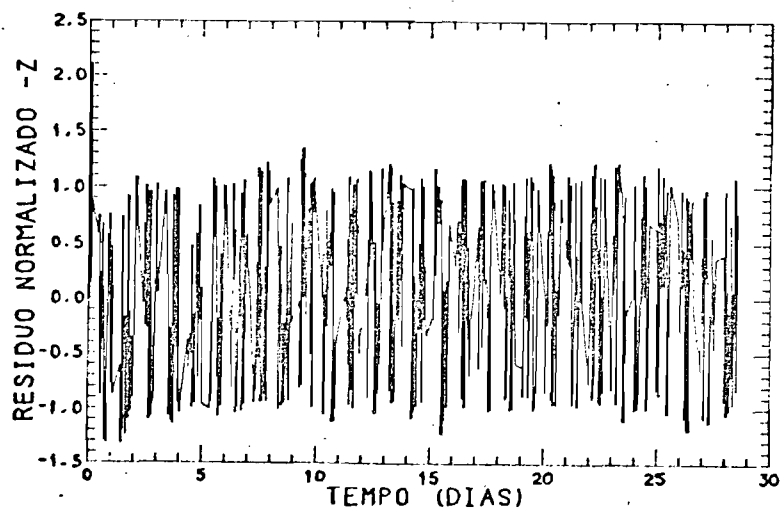


Fig. 5.36 - Resíduo da componente Z versus tempo (Quinto Teste).

CASO C - TESTES DE PREVISÃO

Do Sexto ao Nono Teste apresentam-se os erros cometidos no período de previsão a partir da propagação do vetor de estado estimado. Realizam-se, nestes testes, apenas as estimativas obtidas a partir das situações onde são considerados uma observação por passagem pelas estações de rastreo.

Nas figuras correspondentes a estes testes, destacam-se as covariâncias do ruído de contaminação do estado, as estimativas propagadas e os erros durante a estimação e a propagação. O instante inicial da etapa de previsão é representado, nas figuras, pelo caracter "o". Os testes abrangem condições de propagação do estado estimado considerando modelos de campo geomagnéticos dipolar (o mesmo utilizado pelo estimador) e modelos geomagnéticos com harmônicos zonais e tesserais até a ordem 5.

Sexto Teste

Através das Figuras 5.37 a 5.42 observa-se que o erro cometido durante o período de propagação do vetor de estado estimado sobrepõe o desvio padrão do erro estimado propagado na componente de rotação Y (Figura 5.39) em 1,5 dias após o início da propagação. As condições iniciais do estimador são as mesmas do Quarto Teste (modelo do campo geomagnético dipolar).

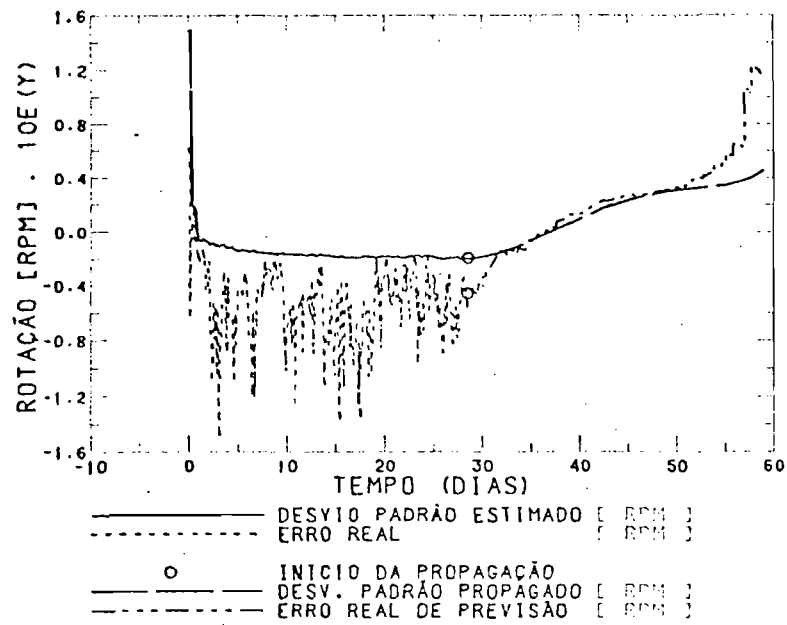


Fig. 5.37 - Erro do módulo do vetor velocidade de rotação x tempo (Sexto Teste).

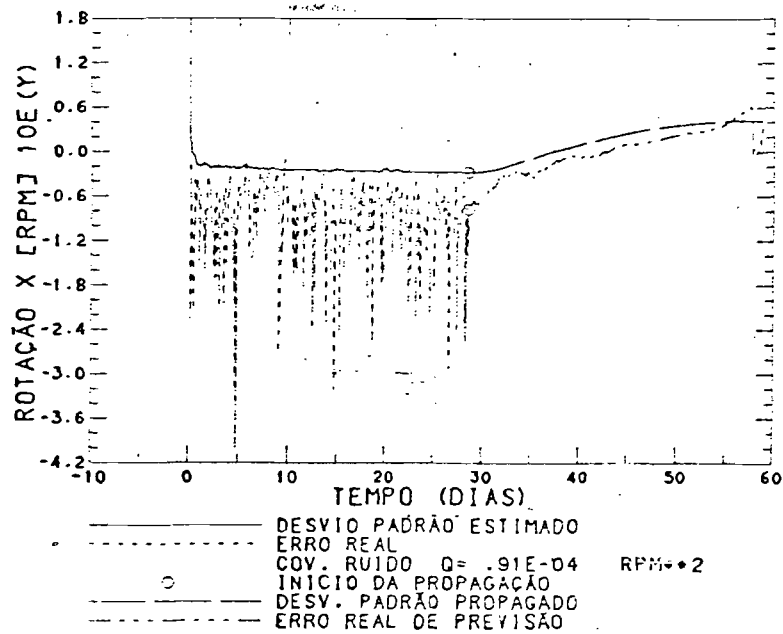


Fig. 5.38 - Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x tempo (Sexto Teste).

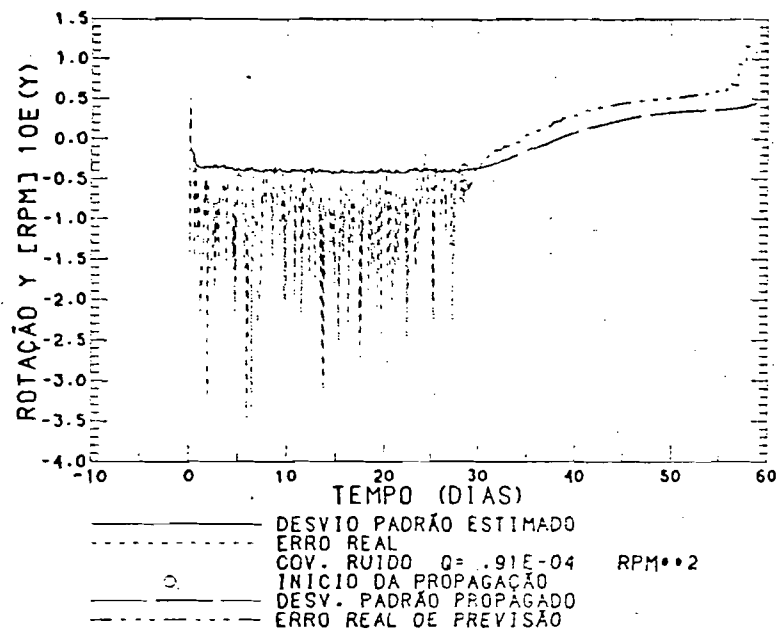


Fig. 5.39 - Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x tempo (Sexto Teste).

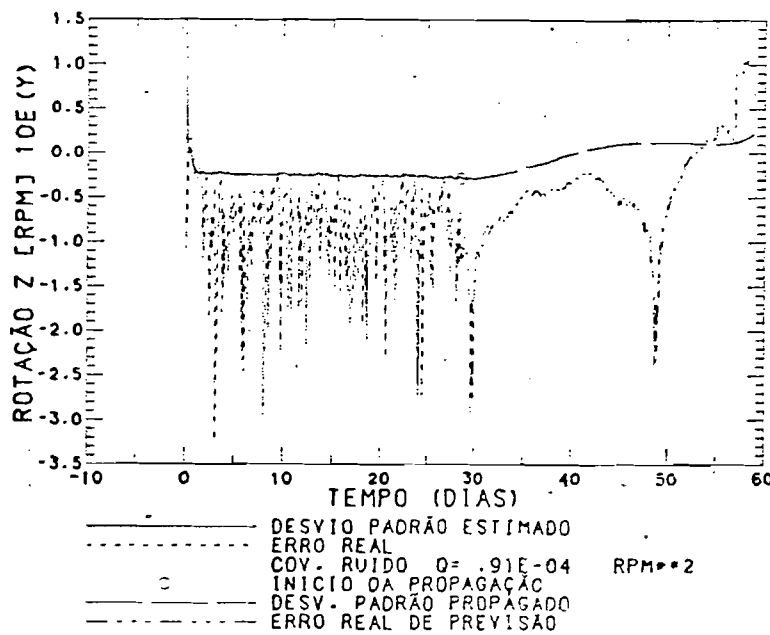


Fig. 5.40 - Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x tempo (Sexto Teste).

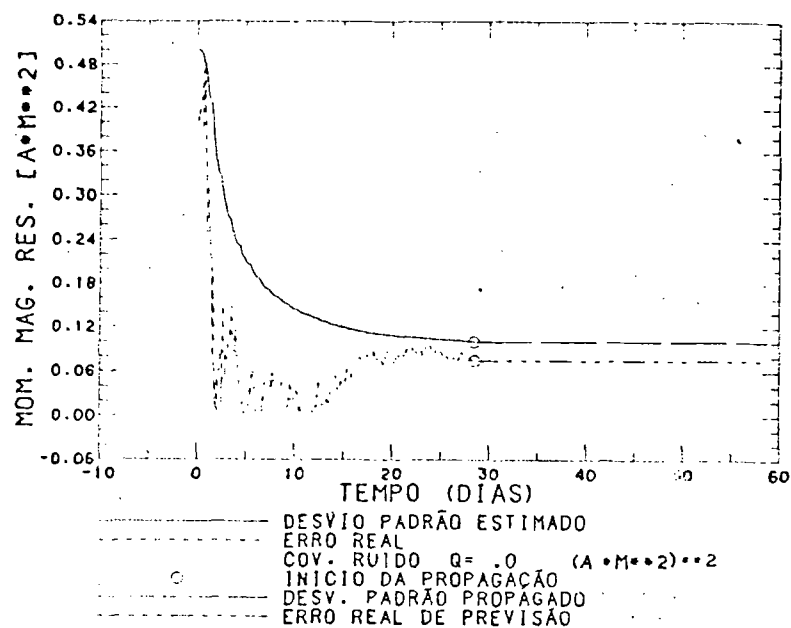


Fig. 5.41 - Erro no momento magnético x tempo (Sexto Teste).

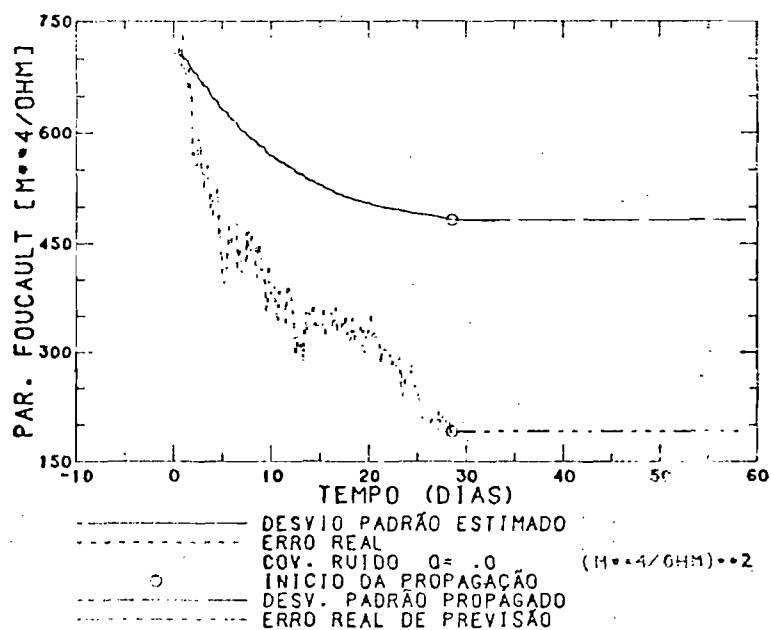


Fig. 5.42 - Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Sexto Teste).

Sétimo Teste

As Figuras 5.43 a 5.48 correspondem aos resultados obtidos considerando as mesmas condições iniciais do estimador do Sexto Teste. Propagou-se o estado estimado com um modelo de campo Geomagnético considerando harmônicos zonais e tesserais até a ordem 5. Neste caso, o erro ultrapassa o desvio padrão previsto somente após o 55º dia, correspondendo, aproximadamente, a 28,5 dias sem necessidade de novo refinamento de atitude.

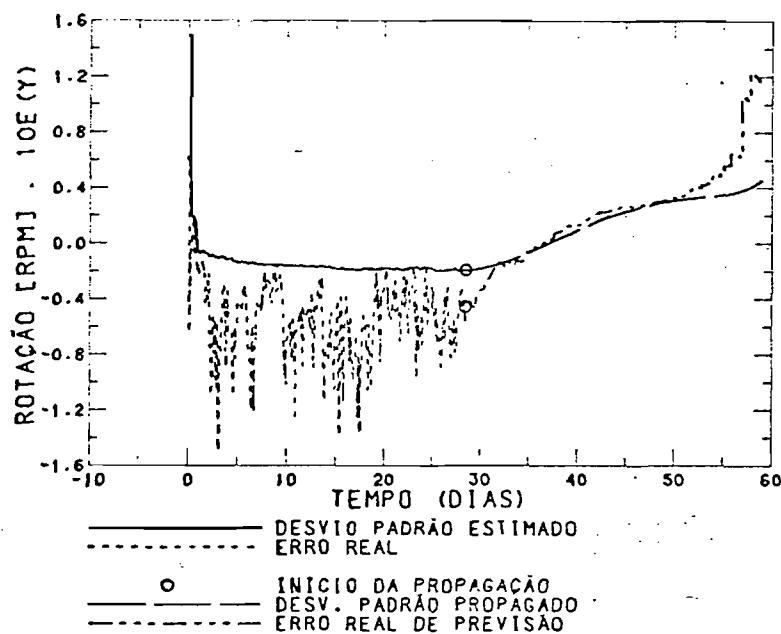


Fig. 5.43 - Erro do módulo do vetor velocidade de rotação x tempo (Sétimo Teste).

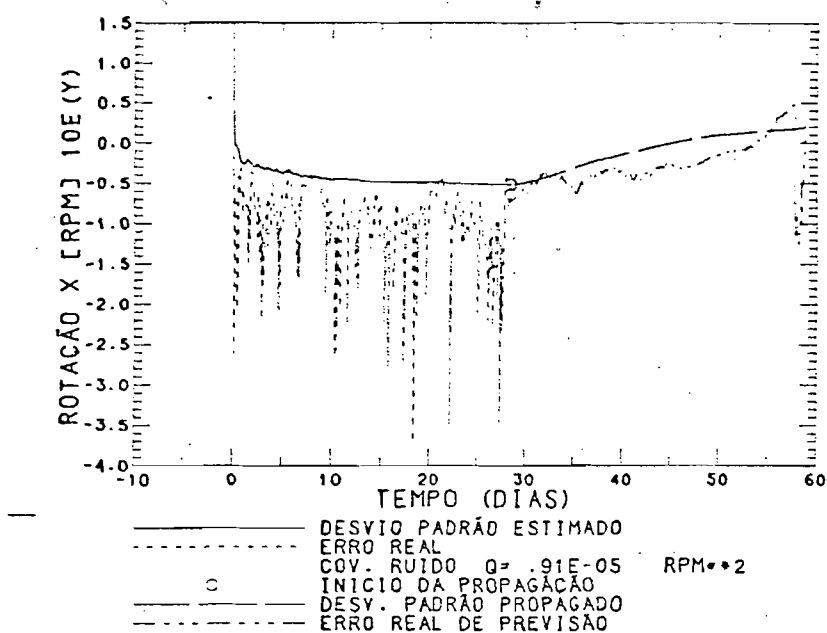


Fig. 5.44 - Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x tempo (Sétimo Teste).

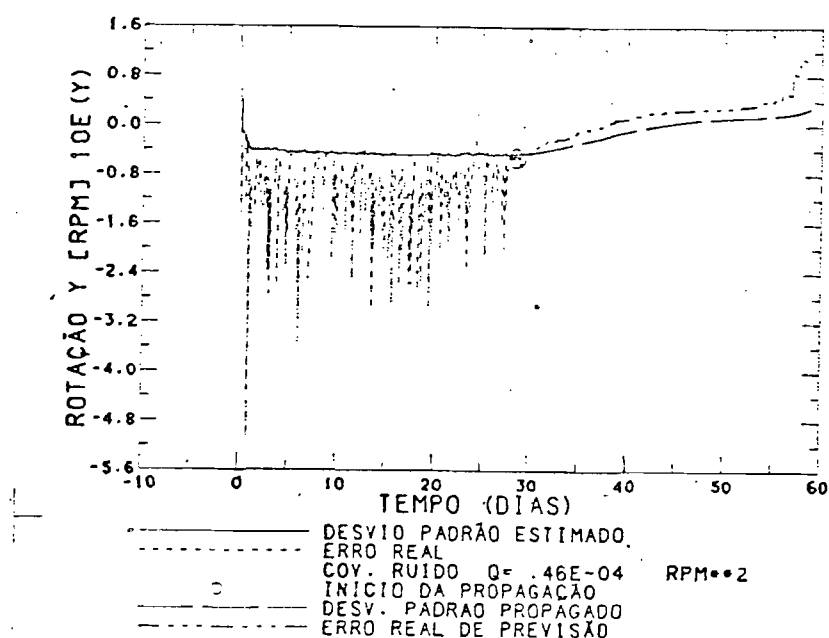


Fig. 5.45 - Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x tempo (Sétimo Teste).

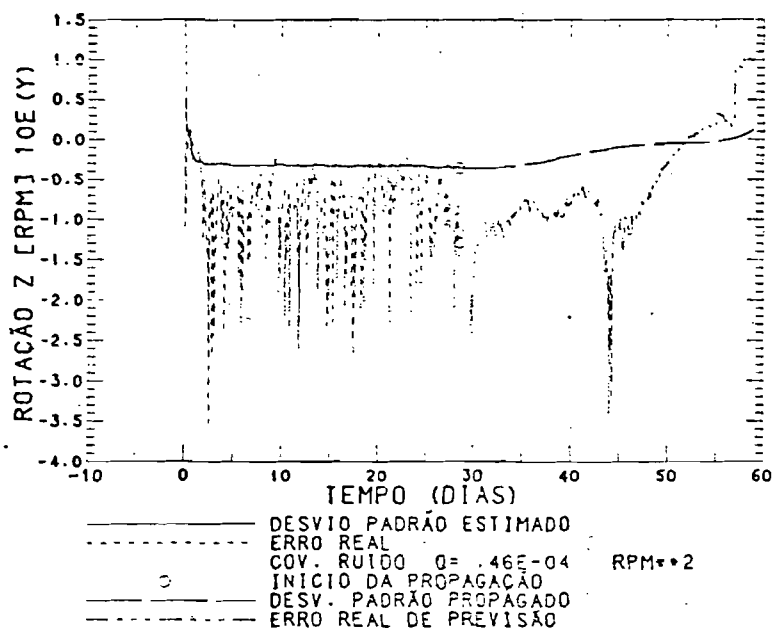


Fig. 5.46 - Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x tempo (Sétimo Teste).

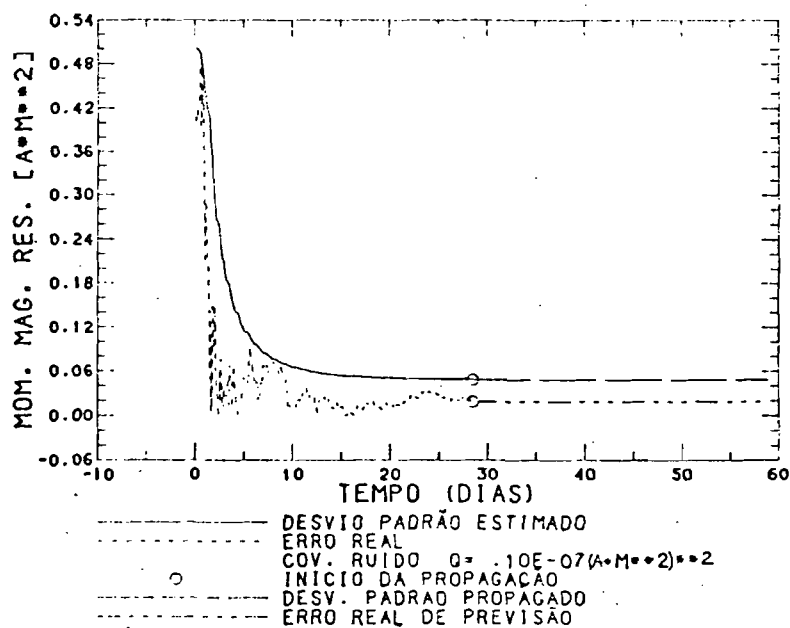


Fig. 5.47 - Erro no momento magnético x tempo (Sétimo Teste).

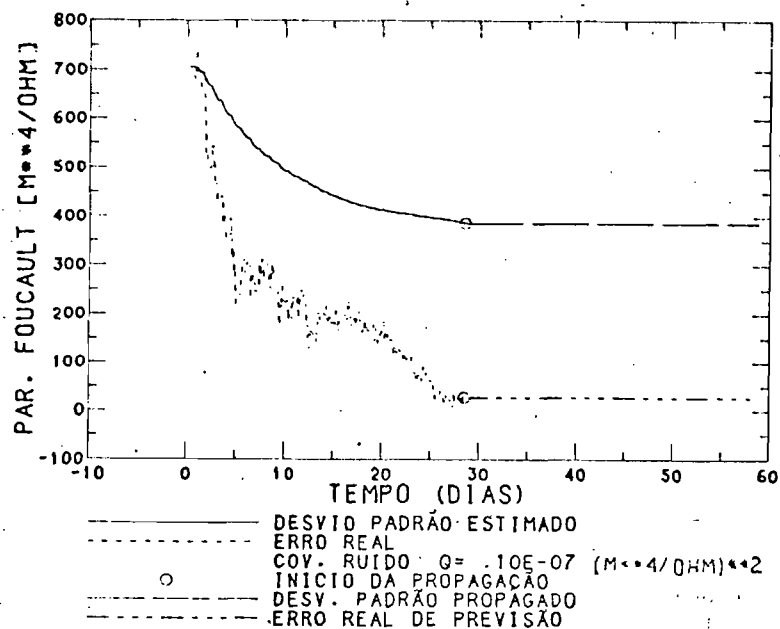


Fig. 5.48 - Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Sétimo Teste).

Oitavo Teste

Do mesmo modo que no Sexto Teste, avalia-se, agora, o comportamento do período de propagação do vetor de estado estimado, quando são contaminados todos as componentes do vetor de estado com o mesmo nível de ruído utilizados pelo Quinto Teste.

Através das Figuras 5.49 a 5.54 constata-se, novamente a divergência entre os valores estimado propagado e o valor real da atitude.

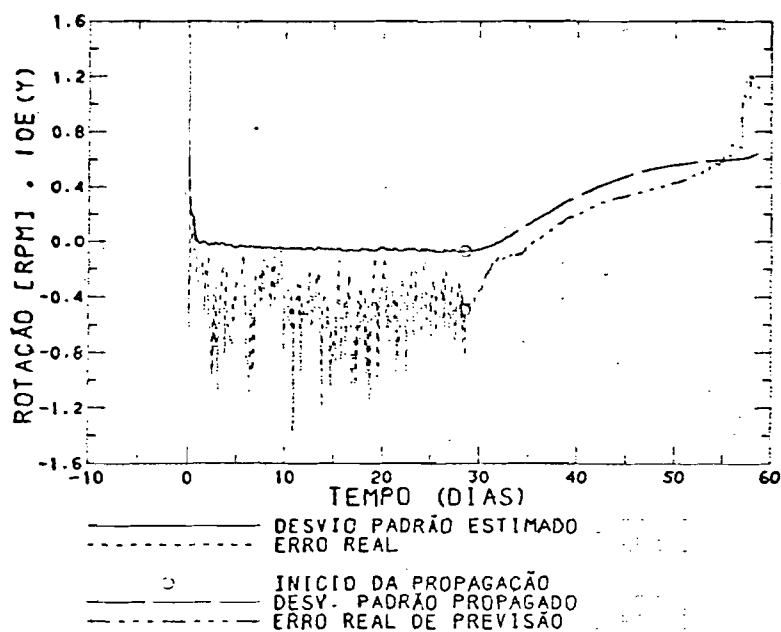


Fig. 5.49 - Erro do módulo do vetor velocidade de rotação x tempo (Oitavo Teste).

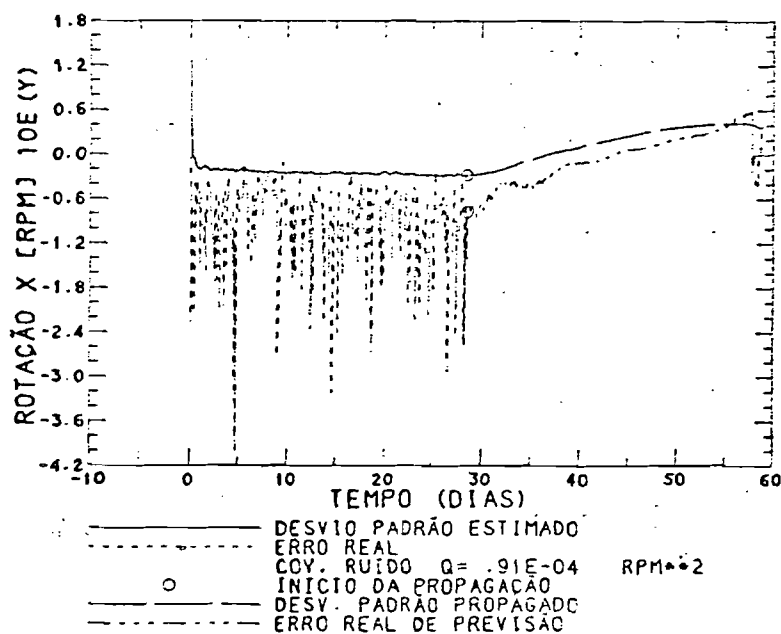


Fig. 5.50 - Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x tempo (Oitavo Teste).

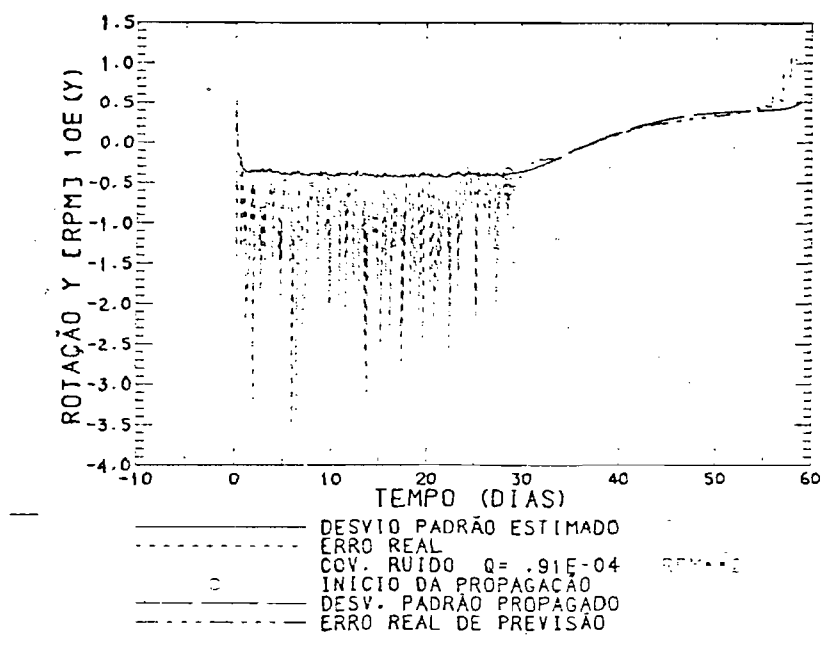


Fig. 5.51 - Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x tempo (Oitavo Teste).

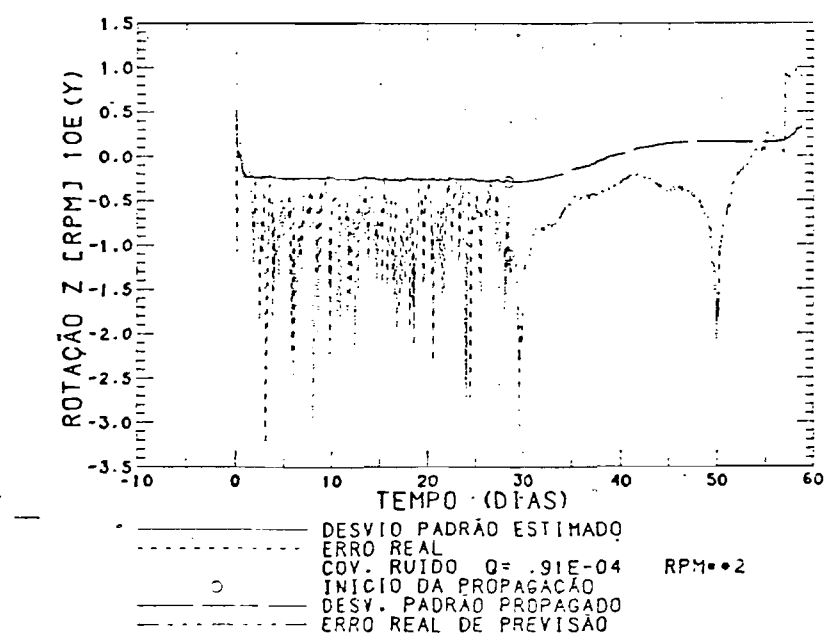


Fig. 5.52 - Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x tempo (Oitavo Teste).

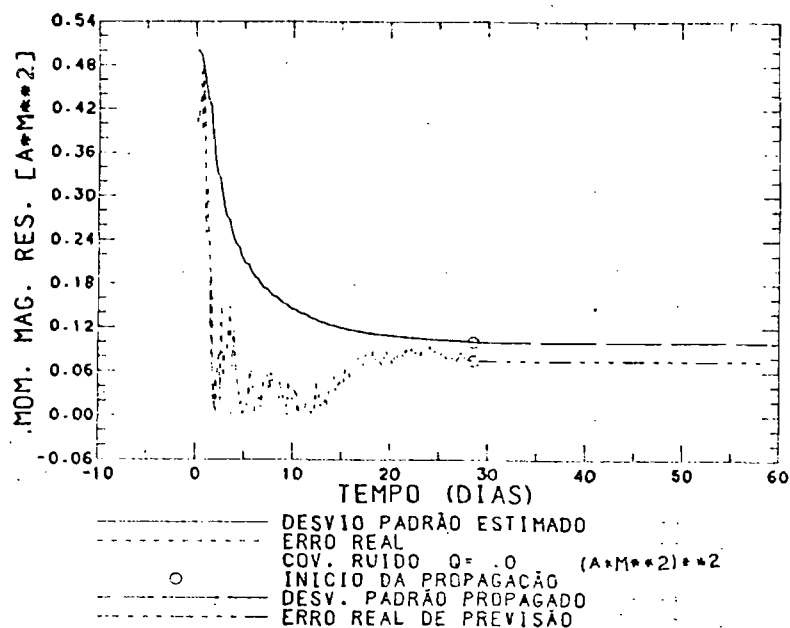


Fig. 5.53 - Erro no momento magnético x tempo (Oitavo Teste).

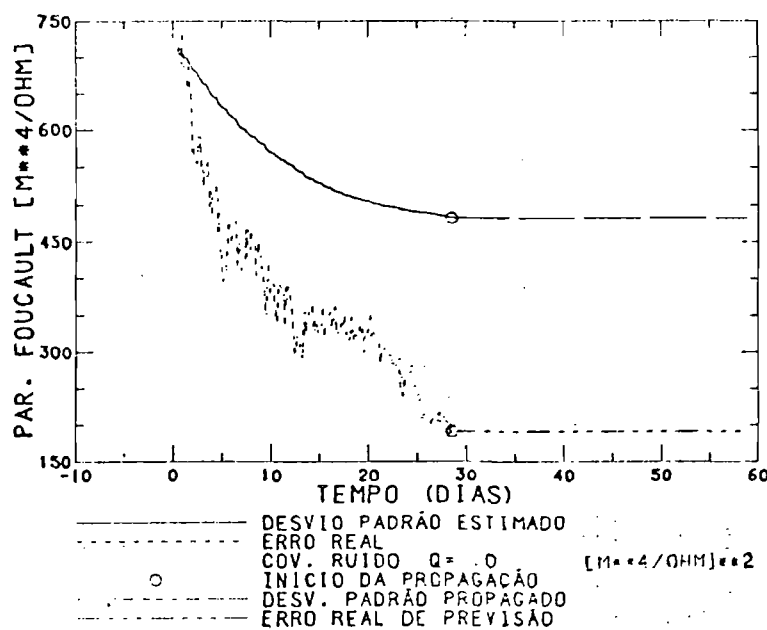


Fig. 5.54 - Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Oitavo Teste).

Nono Teste

Repetiram-se as condições iniciais do estimador do Oitavo Teste, porém utilizou-se, na propagação do estado estimado, o modelo do campo geomagnético com harmônicos zonais e tessserais até a ordem 5. As Figuras 5.55 a 5.60 mostram que até o 54º dia pode-se considerar que a covariância estimada cobre, perfeitamente, a diferença entre o valor real da atitude (simulada) com o valor estimado da atitude propagada. Esta "convergência" permanece num intervalo de 25,5 dias, após o qual há necessidade de um novo refinamento.

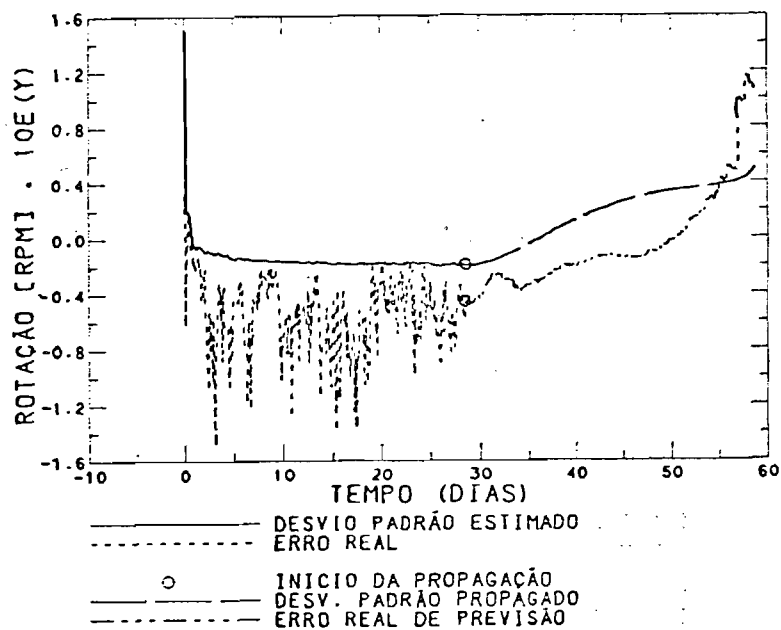


Fig. 5.55 - Erro do módulo do vetor velocidade de rotação x tempo (Nono Teste).

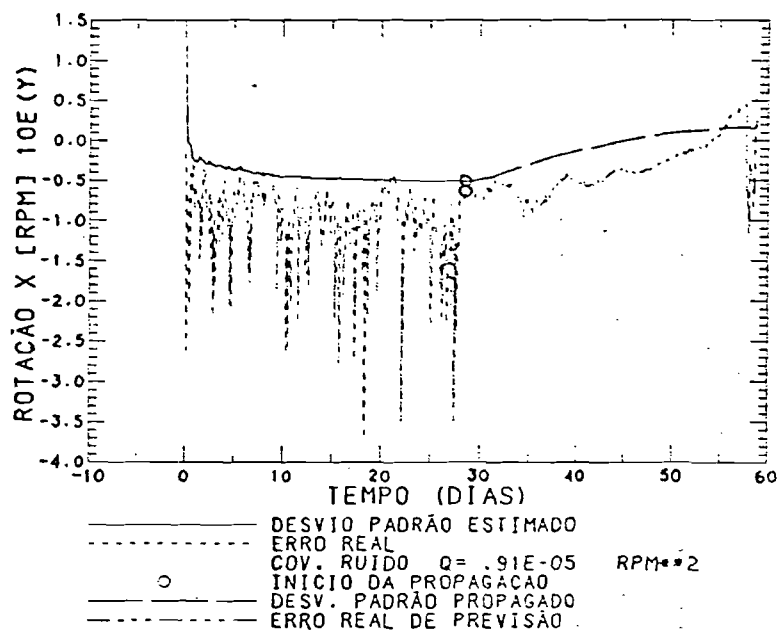


Fig. 5.56 - Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x tempo (Nono Teste).

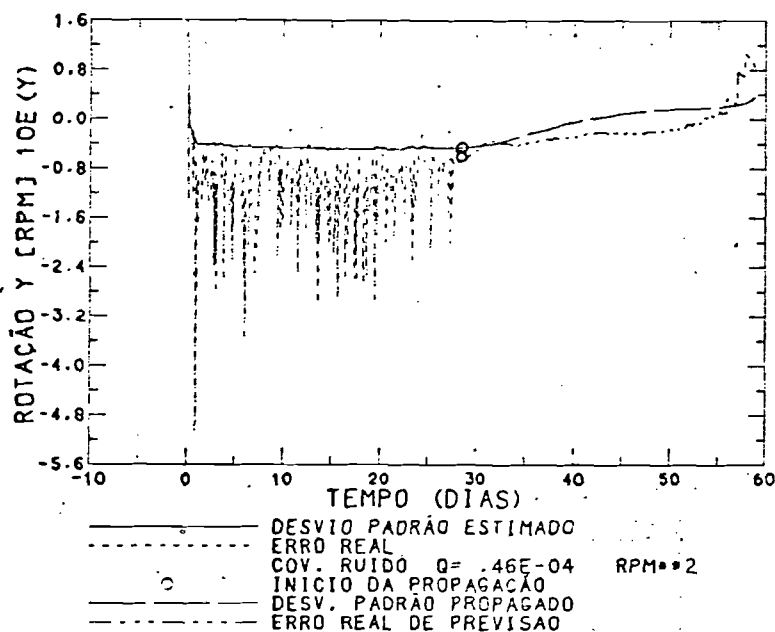


Fig. 5.57 - Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x tempo (Nono Teste).

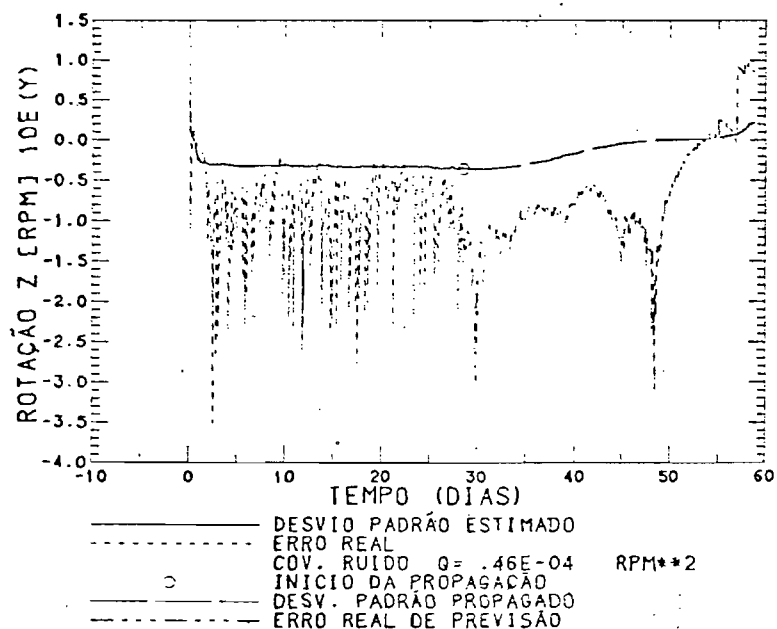


Fig. 5.58 - Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x tempo (Nono Teste).

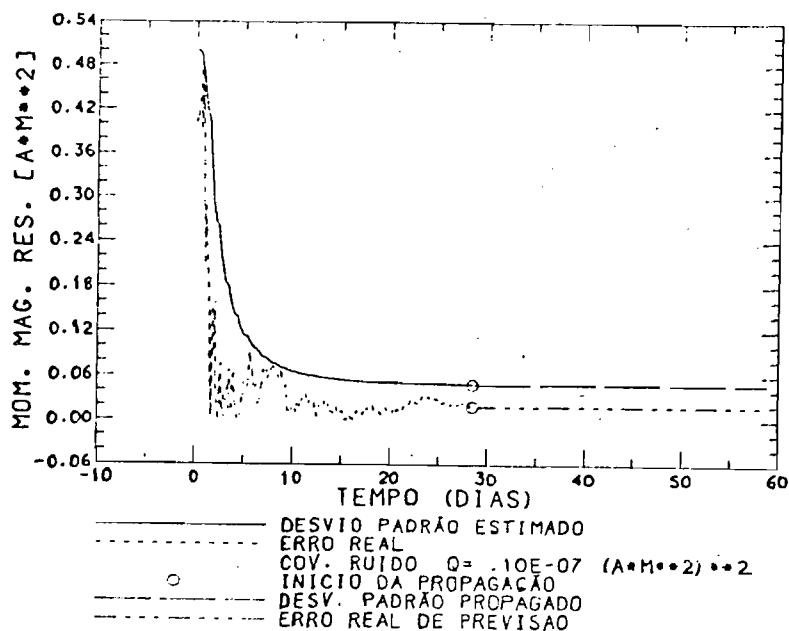


Fig. 5.59 - Erro no momento magnético x tempo (Nono Teste).

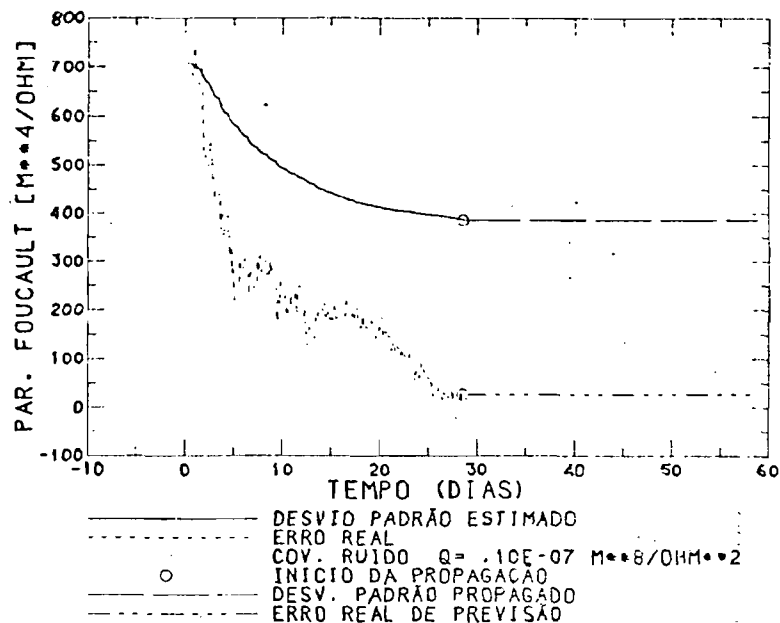


Fig. 5.60 - Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Nono Teste).

CASO D - MOMENTO MAGNÉTICO VARIÁVEL

Décimo Teste

Este teste tem como finalidade verificar o desempenho do procedimento quando se força uma variação no valor do momento magnético residual durante a simulação de atitude. Arbitrou-se, então, que quando o satélite está visível por uma das estações de rastreo, seu momento magnético assume o valor de -1 Am^2 . Quando fora das regiões de visibilidade assume o valor de $-0,5 \text{ Am}^2$. O valor médio ponderado pelos intervalos de tempo calculado internamente pelo simulador de atitude, resultou em $0,58 \text{ Am}^2$. As Figuras 5.61 a 5.66 mostram a convergência do procedimento considerando, como condição inicial, o mesmo nível de ruído utilizado pelo Oitavo Teste.

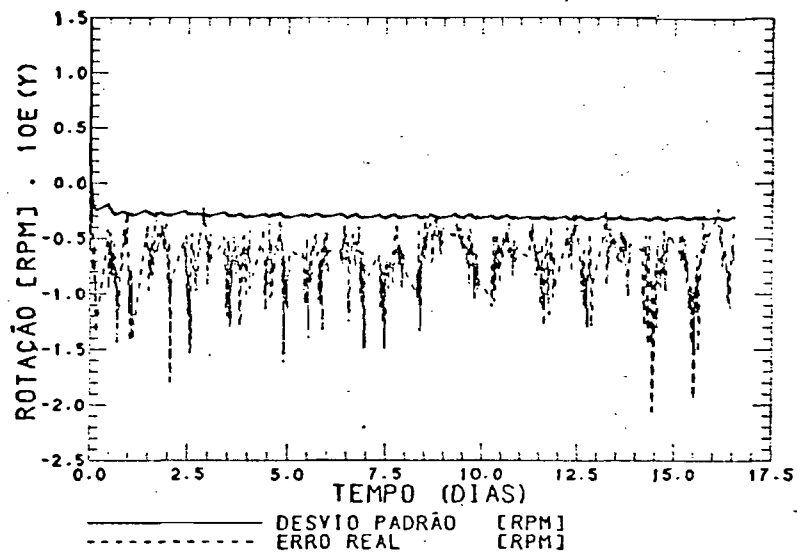


Fig. 5.61 - Erro do módulo do vetor velocidade de rotação x tempo (Décimo Teste).

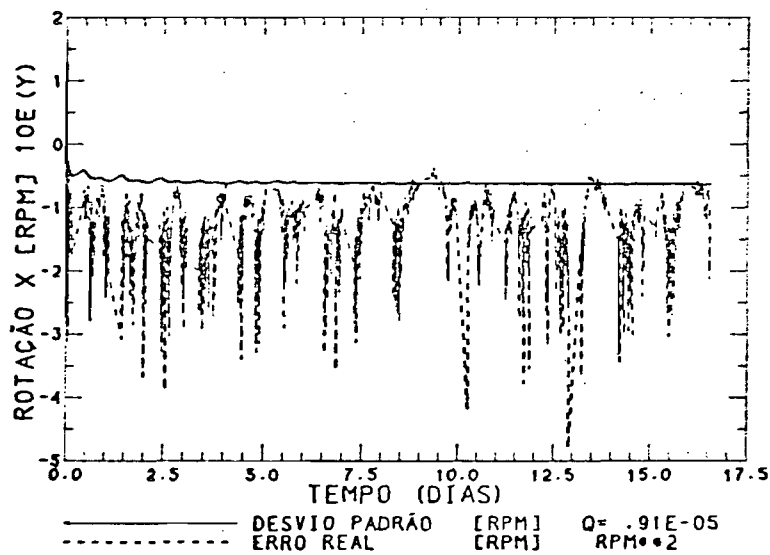


Fig. 5.62 - Erro na componente X do vetor velocidade de rotação x tempo (Décimo Teste).

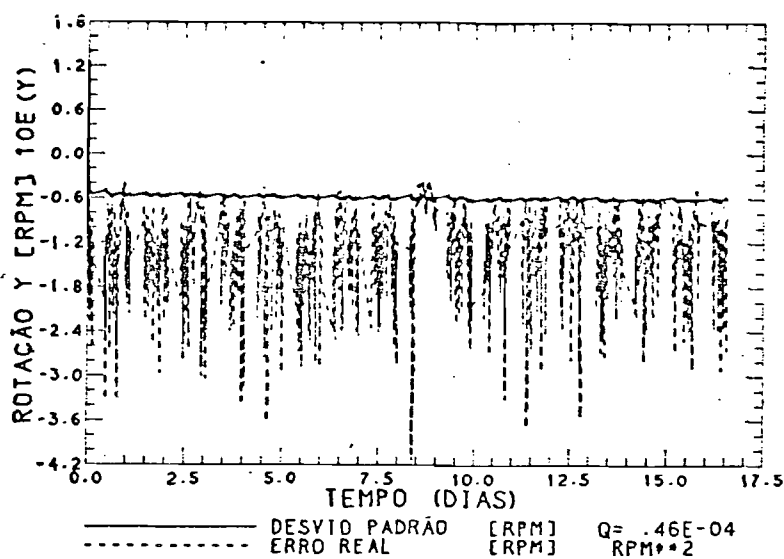


Fig. 5.63 - Erro na componente Y do vetor velocidade de rotação x tempo (Décimo Teste).

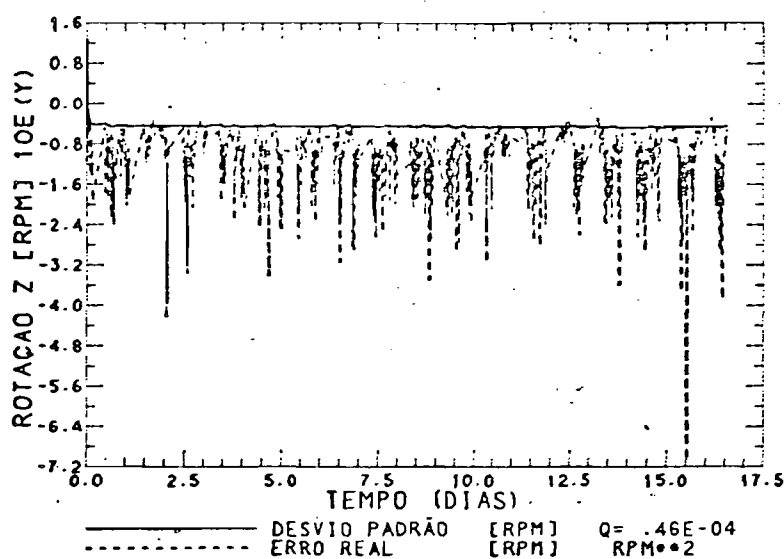


Fig. 5.64 - Erro na componente Z do vetor velocidade de rotação x tempo (Décimo Teste).

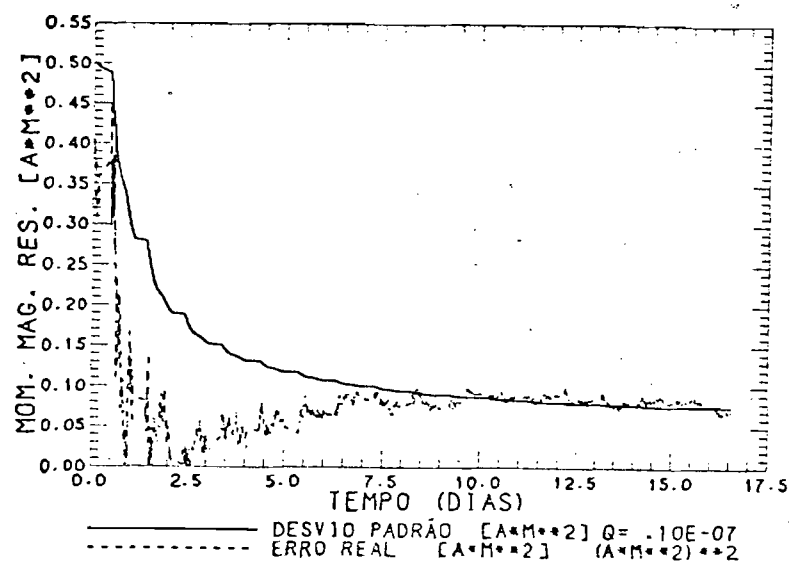


Fig. 5.65 - Erro no momento magnético x tempo (Décimo Teste).

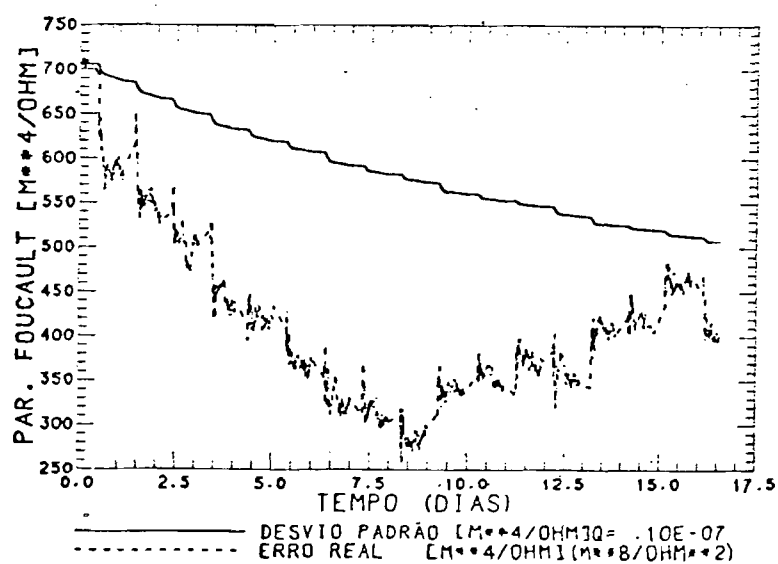


Fig. 5.66 - Erro no parâmetro de Foucault x tempo (Décimo Teste).

5.7 - COMENTÁRIOS

A partir dos resultados dos testes verifica-se que:

- a) o estimador proposto, mesmo com modelo geomagnético simplificado (dípolo), apresentou boa precisão nas estimativas, desde que o nível de ruído seja convenientemente ajustado. Outrossim, a divergência mostrou-se inevitável;
- b) aparentemente, a inclusão de ruído em todas as componentes do estado contrubui mais para melhorar a precisão de quando inclusos somente nas componentes da velocidade de rotação. A tarefa árdua é o "tunning" dos níveis de ruído;
- c) a previsão de atitude de longo período mostrou-se satisfatória. Porém, enfatiza-se o uso de um modelo melhor do que o dipolo para o campo geomagnético, a fim de que as previsões possam ser consideradas confiáveis por maior tempo.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

O presente trabalho propõe um método de estimação de atitude de satélites estabilizados por rotação. O método é baseado no filtro de Kalman e o vetor de estado a ser estimado corresponde à atitude do eixo de rotação, além de parâmetros que influenciam o comportamento de longo período da dinâmica de atitude. As observações consistem em atitudes localmente e grosseiramente estimadas, coletadas durante a passagem do satélite sobre estações de rastreamento que controlam o satélite. O uso do procedimento permite o refinamento das estimativas de atitude e dos parâmetros, de forma a possibilitar longos períodos de previsão da atitude sem necessidade de frequente determinação de atitude.

Em particular, as seguintes considerações devem ser levadas em conta quando da implementação prática do procedimento:

- a) O modelo dinâmico simplificado, usando apenas o dipolo geomagnético, é suficiente para se obter boas precisões nas estimativas, desde que o nível de ruído tenha sido ajustado adequadamente;
- b) A abundância de observações por passagem não produz significativo aumento em precisão. Uma observação por passagem (comprimida) produz resultados satisfatórios, já que o importante é acumular observações correspondentes a vários dias, que podem captar as variações de longo período da atitude;
- c) O modelo de previsão de atitude necessita ser um pouco mais refinado (melhorar o modelo de campo geomagnético), para que as precisões na previsão não se deteriore e estas possam ser válidas por maiores períodos.

Conclue-se que o procedimento, ora proposto, permite a determinação e previsão com precisão, tornando-se com isso uma alternativa para o software de determinação de atitude de satélites estabilizados por rotação, podendo vir a ser implementado no ambiente do Centro de Controle dos Satélites de Coleta de Dados da MECB (Missão Espacial Completa Brasileira).

Como perspectiva para desenvolvimento futuro, sugere-se que o ajuste do nível de ruído se torne dinâmico pois há um forte acoplamento entre as equações dinâmicas do sistema.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BIERMAN, G.J. Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation. N.Y., Academic Press, 1977.
- BUKY, R.S.; JOSEPH, P.D. Filtering for stochastic process with applications to guidance. New York, Wiley, 1968.
- FERREIRA, L.D.D.; CRUZ, J.J. Attitude and spin rate Control of a Spinning Satellite using Geomagnetic Field. São José dos Campos, INPE, May. 1989, (INPE-4803-PRE-1452).
- GELB, A.; KASPER JR, J.F.; NASH JR, R.A.; PRICE, C.F.; SUTHERLAND JR., A.A. Applied Optimal Estimation. Cambridge, MA, MIT, 1974.
- HEYLER, G.A. Attitude Determination by Enhanced Kalman Filtering using Euler Parameter Dynamics and Rotational Update Equations, AAS 81/174 The Johns Hopkins University, Applied Physics Laboratory, Johns Hopkins Road, Laurel, MD 20810
- JACKSON, J.D. Classical Eletrodynamics. N.Y., John Wiley & Sons. 1965.
- KUGA, H.K.; SILVA, W.C.C. Gerador Numérico de Órbitas de Satélites Artificiais Terrestres. São José dos Campos, INPE, abr. 1984. (INPE-3050-RPE/455).
- KUGA, H.K.; SILVA, W.C.C.; GUEDES, U.T.V. Dinâmica de atitude para Satélites Estabilizados por Rotação. São José dos Campos, INPE, out. 1987. (INPE-4403-NTE/275).
- LOPES, R.V.F.; CARRARA, V.; KUGA, H.K.; MEDEIROS, V.M. Cálculo Recursivo do vetor Campo Geomagnético. São José dos Campos, INPE, set. 1983. (INPE-2865-PRE/400).

- SHIGUEHARA, M. Geomagnetic Attitude Control of an Aximmetric Spinning Satellite. Journal Spacecraft, 9(6):391-398, Jun. 1972.
- SHUSTER, M.D. Efficient Algorithms for spin-Axis Attitude Estimation. The Journal of Astronautical Sciencies, 31(2):237-249, Apr./Jun 1983.
- SMITH, G.T. A theoretical Study of the Torques Induced by a Magnetic Field on Rotating Cylinders and Spinning Thin Wall Cones Frunstums and General Body of Revolution. Washington, D.C., NASA, 1962. 15p. (NASATR R-129).
- SORENSEN, H.W. Kalman Filtering Thecniques, New York, N.Y., Academic, 1966. Advances in Control Systems, 3 v, p 219-292.
- THOMAS, L.C.; CAPELLARI, J.O. Attitude Determination and Prediction of Spin-Stabilized Satellites. The Bell System Technical Journal, sv(sf):1657-1726, Jul. 1964.
- THOMPSON, R.H.; NEAL, G.F.; SHUSTER, M.D. Magnetometer Bias Determination and Spin-Axis attitude Estimation for AMPTE Mission. J. Guidance and Control, 7(4):505-507, Aug. 1984.
- VAROTO, S.E.C. Determinação de Atitude de Satélites Artificiais Através da Aplicação Conjunta Ótima Estática e Dinâmica. Dissertação de Mestrado em Ciência Espacial. São José dos Campos, INPE, out. 1987. (INPE-4415-TDL/306).
- VAROTTO, S.E.C.; ORLANDO, V.; LOPES, R.V.F. Um procedimento para de terminação de atitude de satélites artificiais utilizando técnicas de estimação ótima estática e dinâmica. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 6, Belo Horizonte, 1986. Anais. Belo Horizonte, Sociedade Brasileira de Automática, 1986, p 946-951.

WERTZ, J.R. Spacecraft Attitude Determination and Control.

Astrophysics and Space Science Library, D. Reidel, London, 1978.

YU, E. Y Spin Decay, Spin-Precession Damping, and Spin-Axis Drift of
the Telstar Satellite. The Bell System Technical Journal, sv(sf)
:2169-2193, Sept. 1963.

APÊNDICE - A

DERIVADAS PARCIAIS DO MODELO DE ATITUDE

Este apêndice descreve os elementos da matriz de derivadas parciais para cálculo da matriz de transição. A matriz F é calculada por:

$$[F] = \left| \frac{\partial f(x(t), t)}{\partial x(t)} \right| ,$$

onde f é a função não linear vetorial que expressa a dinâmica:

$$\dot{x} = f(x, t),$$

e x é o vetor de estado, conforme descrito no Capítulo 4, Equação 4.5.

Os elementos F_{ij} da matriz F são dados por:

$$F_{11} = \frac{\partial \dot{w}_X}{\partial w_X} = (-p (B_Y^2 + B_Z^2) - w_X N m_X / w^2) / I_Z ; \quad (A.1)$$

$$F_{12} = \frac{\partial \dot{w}_X}{\partial w_Y} = (p B_X B_Y + m_r B_Z / w - w_Y N m_X / w^2) / I_Z ; \quad (A.2)$$

$$F_{13} = \frac{\partial \dot{w}_X}{\partial w_Z} = (p B_X B_Z - m_r B_Y / w - w_Z N m_X / w^2) / I_Z ; \quad (A.3)$$

$$F_{14} = \frac{\partial \dot{w}_X}{\partial m_r} = N m_X / (I_Z m_r) ; \quad (A.4)$$

$$F_{15} = \frac{\partial \dot{w}_X}{\partial p} = N f_X / (I_Z p) ; \quad (A.5)$$

$$F_{21} = \frac{\partial \dot{w}_Y}{\partial w_X} = (p B_X B_Y - m_r B_Z / w - w_X Nm_Y / w^2) / I_z ; \quad (A.6)$$

$$F_{22} = \frac{\partial \dot{w}_Y}{\partial w_Y} = (- p (B_X^2 + B_Z^2) - w_Y Nm_Y / w^2) / I_z ; \quad (A.7)$$

$$F_{23} = \frac{\partial \dot{w}_Y}{\partial w_Z} = (p B_Y B_Z + m_r B_X / w - w_Z Nm_Y / w^2) / I_z ; \quad (A.8)$$

$$F_{24} = \frac{\partial \dot{w}_Y}{\partial m_r} = Nm_Y / (I_z m_r) ; \quad (A.9)$$

$$F_{25} = \frac{\partial \dot{w}_Y}{\partial p} = Nf_Y / (I_z p) ; \quad (A.10)$$

$$F_{31} = \frac{\partial \dot{w}_Z}{\partial w_X} = (p B_X B_Z + m_r B_Y / w - w_X Nm_Z / w^2) / I_z ; \quad (A.11)$$

$$F_{32} = \frac{\partial \dot{w}_Z}{\partial w_Y} = (p B_Y B_Z - m_r B_X / w - w_Y Nm_Z / w^2) / I_z ; \quad (A.12)$$

$$F_{33} = \frac{\partial \dot{w}_Z}{\partial w_Z} = (p (B_X^2 + B_Y^2) - w_Z Nm_Z / w^2) / I_z ; \quad (A.13)$$

$$F_{34} = \frac{\partial \dot{w}_Z}{\partial m_r} = Nm_Z / (I_z m_r) ; \quad (A.14)$$

$$F_{35} = \frac{\partial \dot{w}_Z}{\partial p} = Nf_Z / (I_z p) , \quad (A.15)$$

onde:

Nm_X , Nm_Y e Nm_Z são as componentes do torque devido ao momento magnético

co residual quando escrito no sistema Inercial (Equação 2.9b),

Nf_x , Nf_y e Nf_z são as componentes do torque devido às correntes de Foucault quando escrito no sistema Inercial (Equação 2.11b).

APÊNDICE B

CONDIÇÕES INICIAIS DOS SIMULADORES DE ATITUDE E ÓRBITA

B.1 - DATA INICIAL

21/3/1983 - 0:00 GMT

Dia Juliano = 2445414,5

Tempo Sideral = $177,95^{\circ}$

B.2 - CONDIÇÕES ÓRBITAIS

B.2.1 - Elementos Orbitais Keplerianos

SEMI-EIXO MAIOR = 7078160,0 (m)

EXCENTRICIDADE = 0,0128 (-)

INCLINAÇÃO = $25,0^{\circ}$

LONG. NODO ASC. = $149,39^{\circ}$

ARG. PERIGEU = $12,26^{\circ}$

ANOMALIA MEDIA = $2,37^{\circ}$

B.2.2 - Vetor Posição e Velocidade

$X_x = -6635183,733$ (m)

$X_y = 2059247,535$ (m)

$X_z = 748956,752$ (m)

$\dot{X}_x = -1737,640502$ (m/s)

$\dot{X}_y = -6715,365215$ (m/s)

$\dot{X}_z = 3107,675673$ (m/s)

Período Anomalístico = 98,773462 (minutos)

B.2.3 - Torques Perturbadores Orbitais

- Geopotencial considerando harmônicos zonais e tesserais até 4.

- B.2 -

- Arrasto Atmosférico:

$$C_d = 2,0 \text{ (Coeficiente de Arrasto)}$$

$$\text{Área/Massa} = 0,07853 \text{ m}^2/\text{Kg}$$

- Pressão de Radiação:

$$C_r = 1,0 \text{ (Coeficiente de refletividade)}$$

$$\text{Área/Massa} = 0,07853 \text{ m}^2/\text{Kg}$$

B.2.4 - Dados de Integração:

Integrador numérico tipo Preditor-Corretor

Passo de Integração = 60 (s)

Precisão = 10^{-7}

B.3 - CONDIÇÕES DE ATITUDE

B.3.1 - Coordenadas Esféricas

$$\alpha = 255,49^\circ$$

$$\delta = 24,13^\circ$$

$$\Omega = 60 \text{ rpm}$$

B.3.2 - Coordenadas Retangulares

$$\Omega_x = -1,4367 \text{ (rad/s)}$$

$$\Omega_y = -5,5513 \text{ (rad/s)}$$

$$\Omega_z = 2,5686 \text{ (rad/s)}$$

B.3.3 - Dados para os Torques Perturbadores:

- momento magnético:

$$m_r = (-0,5 \pm 0,05) \text{ A.m}^2$$

- parâmetro (ou coeficiente) de Foucault:

$$p = 1927,25 \text{ m}^4/\text{Ohm}$$

- momentos principais de inércia:

$$I_x = 9,75 \text{ Kg.m}^2$$

$$I_y = 9,75 \text{ Kg.m}^2$$

$$I_z = 10,05 \text{ Kg.m}^2$$

B.3.4 - Modelo do Campo Geomagnético:

- Padrão IGRF80 com harmônicos zonais e tesserais até 10.

B.3.5 - Dados de Integração:

- Integrador Numérico tipo Runge-Kutta(78),

- Passo Fixo ,

- Passo de Integração = 60 (s) .