



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

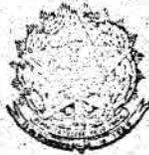
INPE-624-LAFE

**ESTUDOS TEÓRICOS E SINÓTICOS DOS DISTÚRBIOS  
TROPICAIS**

Yoshihiro Yamazaki

Tese de Mestrado em Meteorologia, orientada pelo Dr. V.B. Rao, aprovada em  
Fevereiro de 1975.

INPE  
São José dos Campos  
1975



**SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL**  
CONSELHO NACIONAL DE PESQUISAS  
**INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS**  
São José dos Campos - Estado de S. Paulo - Brasil

*ESTUDOS TEÓRICOS E SINÓTICOS DOS  
DISTÚRBIOS TROPICAIS*

*Este relatório foi preparado, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ciência Espacial e da Atmosfera, com especialização em Meteorologia, por Yoshihiro Yamazaki, tendo como orientados o Dr. V. Brahamananda Rao, e sua publicação foi autorizada pelo abaixo assinado,*

*Fde Mendonça*  
Fernando de Mendonça  
Diretor Geral



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
CONSELHO NACIONAL DE PESQUISA  
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS  
São José do Campos - Estado de São Paulo - Brasil

Formulário PG-009

AValiação FINAL DE TRABALHO DE TESE

EXAMINANDO: Yoshihiro Yamazaki

TÍTULO DO TRABALHO: Estudos Teóricos e simóticos dos Distúrbios Tropicais

PERÍODO: 3º / 1974

PROJETO: MESA

ORIENTADOR DE PESQUISA: Dr.V.B.Rao

ÁREA DE PÓS-GRADUAÇÃO: Ciência Espacial e da Atmosfera

MEMBRO DA BANCA: Dr.Luiz Gylvan Meira Fº

ASSINATURA DO MEMBRO:

[Assinatura]

Data: 22 / 10 / 74

INSTRUÇÕES AO EXAMINADOR

01. A apreciação de cada fator deverá ser efetuada pela colocação de um sinal no losango correspondente, à esquerda. Caso o examinador julgar que a apreciação está situada entre dois fatores subsequentes, deverá assinalar o losango correspondente, à direita.
02. O examinador deverá julgar, cada fator separadamente.
03. A avaliação é feita logo após o encerramento da exposição oral e arguição de questões.
04. A avaliação deve ser feita individualmente, por cada membro da Banca Examinadora.
05. Após o preenchimento deste formulário de avaliação, o mesmo deverá ser entregue ao Dr.Luiz Gylvan Meira Filho, Presidente da Banca Examinadora, o qual encaminhará para a Divisão de Ensino, para apuração do resultado final.

APRESENTAÇÃO FINAL REALIZADA EM 22 / 10 / 74,

HORA: 18:00 LOCAL: Anfiteatro

PRESIDENTE DA BANCA EXAMINADORA: Recebido do Examinador em: 22/10/74

Remetido à Divisão de Ensino em: 22/10/74

Assinatura:

[Assinatura]

Data: 22/10/74



REPÚBLICA DA BRASILEIRA  
COMISSÃO NACIONAL DE PESQUISAS  
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPaciais  
Rua José de Góes, Caixa de P. 1000 - DPEI

AValiação FINAL DE TRABALHO DE TESE

Nome do Candidato: Reisidoro Yamazaki  
Nome do Trabalho: Estudos Teóricos e Simióticos dos Distúrbios Tropicais  
Data: 20 / 10 / 74 PROJETO: MESA  
Orientador do Trabalho: Dr. V. B. Rao  
Nome do Examinador: Cláudia Espacial e da Atmosfera  
Nome da Banca: Dr. V. B. Rao  
Assinatura do Examinador: V. B. Rao Data: 22 / 10 / 74

INSTRUÇÕES AO EXAMINADOR

- I. A avaliação de cada fator deverá ser efetuada pela colocação de um sinal no losango correspondente, à esquerda. Caso o examinador julgar que a apreciação está melhor entre dois fatores subsequentes, deverá assinalar o losango correspondente, à direita.
- II. O avaliador deverá julgar, cada fator separadamente.
- III. A avaliação é feita logo após o encerramento da exposição oral e arguição de questões.
- IV. A avaliação deve ser feita individualmente, por cada membro da Banca Examinadora.
- V. Após o preenchimento deste formulário de avaliação, o mesmo deverá ser entregue ao Sr. Roberto Gilvan Meira Filho, Presidente da Banca Examinadora, o qual encaminhará para a Divisão de Ensino, para apuração do resultado final.

AValiação FINAL REALIZADA EM 22 / 10 / 74.

Nome: Reisidoro LOCAL: Anfiteatro

Presidente da Banca Examinadora: Recebido do Examinador em: 22/10/74  
Remetido à Divisão de Ensino em: 22/10/74  
Assinatura: [Assinatura] Data: 22/10/74



REPÚBLICA DA REPÚBLICA  
CONSELHO NACIONAL DE PESQUISAS  
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS  
Rua José dos Campos - São Carlos 1 - Goiás - Brasil

Formulário PG-009

AValiação FINAL DE TRABALHO DE TESE

EXAMINANDO: Yoshihiro Yamazaki

TÍTULO DO TRABALHO: Estudos Teóricos e Sinóticos dos Distúrbios Tropicais

PERÍODO: 39 / 19 74

PROJETO: MESA

ORIENTADOR DE PESQUISA: Dr.V.B.Rao

ÁREA DE PÓS-GRADUAÇÃO: Ciência Espacial e da Atmosfera

MEMBRO DA BANCA: Dr.Y.Viswanadham

ASSINATURA DO MEMBRO: Y. Viswanadham

Data: 22 / 10 / 74

INSTRUÇÕES AO EXAMINADOR

01. A apreciação de cada fator deverá ser efetuada pela colocação de um sinal no losango correspondente, à esquerda. Caso o examinador julgar que a apreciação está situada entre dois fatores subsequentes, deverá assinalar o losango correspondente, à direita.
02. O examinador deverá julgar, cada fator separadamente.
03. A avaliação é feita logo após o encerramento da exposição oral e arguição de questões.
04. A avaliação deve ser feita individualmente, por cada membro da Banca Examinadora.
05. Após o preenchimento deste formulário de avaliação, o mesmo deverá ser entregue ao Dr. Luiz Gylvan Meira Filho, Presidente da Banca Examinadora, o qual encaminhará para a Divisão de Ensino, para apuração do resultado final.

APRESENTAÇÃO FINAL REALIZADA EM 22 / 10 / 74.

HORA: 14:00 LOCAL: Anfiteatro

PRESIDENTE DA BANCA EXAMINADORA: Recebido do Examinador em: 22/10/74

Remetido à Divisão de Ensino em: 22/10/74

Assinatura: [Assinatura] Data: 22/10/74



REPÚBLICA FEDERAL DO BRASIL  
COMISSÃO NACIONAL DE PESQUISA  
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS  
Rua dos Coqueiros - São José do Campos - Estado de S. Paulo - Brasil

Formulário IN-009

AValiação FINAL DE TRABALHO DE TESE

Examinador: Roberto Yamazaki

Título do Trabalho: Estudos Teóricos e Simóticos dos Distúrbios Tropicais

Realizado em: 20 / 10 / 74

PROJETO: MESA

Orientador de Pesquisa: Dr. V. B. Rao

Área de Pós-graduação: Ciência Espacial e da Atmosfera

Membro da Banca: Dr. Ralf Gielow

Assinatura do Examinador: R. Yamazaki

Data: 22 / 10 / 74

#### INSTRUÇÕES AO EXAMINADOR

01. A apreciação de cada fator deverá ser efetuada pela colocação de um sinal no losango correspondente, à esquerda. Caso o examinador julgar que a apreciação não difere entre dois fatores subsequentes, deverá assinalar o losango correspondente, à direita.
02. O examinador deverá julgar, cada fator separadamente.
03. A avaliação é feita logo após o encerramento da exposição oral e arguição de questões.
04. A avaliação deve ser feita individualmente, por cada membro da Banca Examinadora.
05. Após o preenchimento deste formulário de avaliação, o mesmo deverá ser entregue ao Dr. Ralf Gylvan Meira Filho, Presidente da Banca Examinadora, o qual encaminhará para a Divisão de Ensino, para apuração do result final.

AValiação FINAL REALIZADA EM 22 / 10 / 74.

Horário: 16:00 LOCAL: Anfiteatro

PRESENTE DA BANCA EXAMINADORA: Recebido do Examinador em: 22/10/74

Remetido à Divisão de Ensino em: 22/10/74

Assinatura: R. Yamazaki Data: 22/10/74



REPUBLICA FEDERAL DO BRASIL  
 INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS  
 Rua José de Castro, Escola de 1.º Grau - Brasil

Formulário IN-008

AValiação FINAL DE TRABALHO DE TESE

CONTRATADO: Yoshihiro Yamazaki  
 TÍTULO DO TRABALHO: Estudos Teóricos e Sinóticos dos Distúrbios Tropicais  
 PERÍODO: 30 / 19 74 PROJETO: MESA  
 ORIENTADOR DE PESQUISA: Dr. V. B. Rao  
 ÁREA DE AVALIAÇÃO: Ciência Espacial e da Atmosfera  
 MEMBRO DA BANCA: Dr. Ricardo A. R. Palmeira  
 ASSINATURA DO MEMBRO: Ricardo A. R. Palmeira Data: 22 / 10 / 74

INSTRUÇÕES AO EXAMINADOR

- 01. A apreciação de cada fator deverá ser efetuada pela colocação de um sinal no losango correspondente, à esquerda. Caso o examinador julgar que a apreciação não difere entre dois fatores subsequentes, deverá assinalar o losango correspondente, à direita.
- 02. O examinador deverá julgar, cada fator separadamente.
- 03. A avaliação é feita logo após o encerramento da exposição oral e arguição de questões.
- 04. A avaliação deve ser feita individualmente, por cada membro da Banca Examinadora.
- 05. Após o preenchimento deste formulário de avaliação, o mesmo deverá ser entregue ao Dr. Luis Sylvan Meira Filho, Presidente da Banca Examinadora, o qual encaminhará para a Divisão de Ensino, para apuração do resultado final.

APRESENTAÇÃO FINAL REALIZADA EM 22 / 10 / 74.

MEMBRO: MESA LOCAL: Anfiteatro

PRESIDENTE DA BANCA EXAMINADORA: Recebido do Examinador em: 22/10/74  
 Remetido à Divisão de Ensino em: 22/10/74  
 Assinatura: [Assinatura] Data: 22/10/74



REPÚBLICA DA REPÚBLICA  
CONSELHO NACIONAL DE PESQUISAS  
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS  
Rio de Janeiro - Centro de S. Paulo - Brasil

Formulário 02-008

AValiação FINAL DE TRABALHO DE TESE

ESTABELECIMENTO: Instituto Terasaki

TÍTULO DO TRABALHO: Estudos Teóricos e Sinóticos dos Distúrbios Tropicais

Período: 30 / 10 / 74

PROJETO: MESA

ORIENTADOR DE PESQUISA: Dr. V. B. Rao

ÁREA DE APLICAÇÃO: Ciência Espacial e da Atmosfera

MEMBRO DA BANCA: Sr. Dixit C.M.

ASSINATURA DO MEMBRO:

Data: 22 / 10 / 74

INSTRUÇÕES AO EXAMINADOR

01. A avaliação de cada fator deverá ser efetuada pela colocação de um sinal no espaço correspondente, à esquerda. Caso o examinador julgar que a apreciação está situada entre dois fatores subsequentes, deverá assinalar o losango correspondente, à direita.
02. O examinador deverá julgar, cada fator separadamente.
03. A avaliação é feita logo após o encerramento da exposição oral e arguição de questões.
04. A avaliação deve ser feita individualmente, por cada membro da Banca Examinadora.
05. Após o preenchimento deste formulário de avaliação, o mesmo deverá ser entregue ao Dr. Luis Gylvan Meira F?, Presidente da Banca Examinadora, o qual encaminhará para a Divisão de Ensino, para apuração do resultado final.

APRESENTAÇÃO FINAL REALIZADA EM 22 / 10 / 74.

HORA: 19-00 LOCAL: Anfiteatro

PRESIDENTE DA BANCA EXAMINADORA: Recebido do Examinador em: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Remetido à Divisão de Ensino em: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

*Ā Miyuki*

**Y.Y.**

AGRADECIMENTOS

Ao Dr. Fernando de Mendonça, pelo apoio,  
Dr. Luiz Gylvan Meira Filho, pelo interesse,  
Dr. V. B. Rao, pela orientação,  
Sr. P. Satyamurti, pela leitura do manuscrito e  
pelos comentários;

ã Sra. Sueli Ap. de Godoi Guratti, pela datilografia,  
e a todos que, de uma forma ou outra, tornaram possível  
a realização deste trabalho.

## RESUMO

O problema dos distúrbios incipientes da região tropical, do Oceano Atlântico Sul e costa brasileira, é investigado sob o ponto de vista da instabilidade barotrópica.

A determinação das características da estabilidade é feita empregando o método do valor inicial considerando um perfil analítico para uma corrente zonal de leste, semelhante àquela que é observada na região tropical. A interação de energia cinética, que ocorre entre o fluxo zonal médio e as perturbações, é discutida levando em consideração distúrbios simétricos e assimétricos. Os distúrbios assimétricos resultam sempre estáveis. No caso de distúrbios simétricos, o comprimento de onda de 3460 km é encontrado separando as ondas longas instáveis das curtas estáveis; o comprimento da onda mais instável é obtido ser da ordem de 6000 km.

A verificação dos resultados obtidos teoricamente é feita por comparação com as características dinâmicas dos distúrbios, as quais são determinadas pelas secções longitude-tempo das fotografias de nuvens obtidas por satélite. O comprimento de onda obtido por esta análise mostrou estar em concordância com os resultados teóricos. Consequentemente, há uma boa razão para se crer na instabilidade barotrópica como mecanismo responsável por estes distúrbios tropicais incipientes.

## ABSTRACT

*The problem of incipient disturbances over the tropics of South Atlantic Ocean and adjoining Brazil is investigated from the view point of Barotropic instability of an easterly zonal current.*

*The stability characteristics of an analytical profile similar to the observed easterly zonal current in the tropics are determined using the initial value method. Kinetic energy exchange between the zonal current and the perturbation is discussed separately for the symmetric and asymmetric cases. All the asymmetric disturbances are found to be stable. In the symmetric case the disturbance with a wavelength of 3460 km is found to separate longer unstable and shorter stable disturbances; the most unstable disturbance is found to have a wavelength of the order of 6000 km.*

*Theoretically obtained results are compared with the observed characteristics of the disturbances determined using the time-longitude section of satellite photographs. The wavelength of the observed disturbance showed good agreement with the wavelengths found to be unstable theoretically. Thus barotropic instability appears to be possible mechanism for the origin of the incipient tropical disturbances.*

## ÍNDICE

AGRADECIMENTOS . . . . .	iii
RESUMO . . . . .	iv
ABSTRACT . . . . .	v
ÍNDICE . . . . .	vi
LISTA DE FIGURAS . . . . .	vii
SÍMBOLOS . . . . .	viii
INTRODUÇÃO . . . . .	1
CAPÍTULO I	
INSTABILIDADE BAROTRÓPICA . . . . .	5
I.1 - Generalidades . . . . .	5
I.2 - Equações Básicas . . . . .	6
I.3 - Energia Cinética . . . . .	10
I.4 - Descrição do Método e dos Campos Iniciais . . . . .	14
I.5 - Critérios de Instabilidade. . . . .	19
I.6 - Perfil do Vento Zonal Médio Observado . . . . .	23
CAPÍTULO II	
CARACTERÍSTICAS DOS DISTÚRBIOS SOBRE O OCEANO ATLÂNTICO SUL TROPICAL . . . . .	
II.1 - Descrições Gerais. . . . .	27
II.2 - Dados. . . . .	29
II.3 - Características dos Distúrbios . . . . .	29
II.4 - Movimento dos Distúrbios e as Chuvas de Inverno sobre o Nordeste do Brasil . . . . .	34
CAPÍTULO III	
CONSIDERAÇÕES GERAIS. . . . .	36
APÊNDICE A	
"e-FOLDING TIME". . . . .	38
APÊNDICE B	
MÉTODO DA VARIAÇÃO DAS CONSTANTES (PARÂMETRO) . . . . .	40
BIBLIOGRAFIA . . . . .	43

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	-	Distribuição do fluxo zonal médio para $U(y) = -\frac{c}{2} (1 - \cos \ell y)$ . . . . .	17
Figura 1.2	-	Distribuição média da componente do vento zonal ( $u' + U$ ) durante junho-julho-agosto . . . . .	24
Figura 1.3	-	Diagrama da instabilidade barotrópica para a expressão $\frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial t}$ com $2D = 3000\text{km}$ . . . . .	26
Figura 2.1	-	Região onde o comportamento das nuvens foi investigado . . . . .	30
Figura 2.2	-	Localizações gerais nas quais se suspeitam ou foi observada a presença de distúrbios movendo para oeste. . . . .	31
Figura 2.3	-	Secção longitude-tempo para $5-10^{\circ}\text{S}$ durante junho-julho-agosto. . . . .	33
Figura 2.4	-	Márcha da precipitação média mensal sobre duas estações da costa tropical do Brasil. . . . .	35

## SÍMBOLOS

- A amplitude do seno da função linha de fluxo  $[L^2T^{-1}]$
- a constante  $[L^2T^{-1}]$
- B amplitude do cosseno da função linha de fluxo  $[L^2T^{-1}]$
- b velocidade de fase da perturbação  $[L T^{-1}]$
- $b_i$  parte imaginária de b  $[L T^{-1}]$
- $b_r$  parte real de b  $[L T^{-1}]$
- c fluxo zonal máximo  $[L T^{-1}]$
- e base do logaritmo neperiano (2.71828)
- D metade da largura do escoamento zonal  $[L]$
- $f = 2\Omega \sin\phi$  parâmetro de Coriolis  $[T^{-1}]$
- g amplitude da função linha de fluxo  $[L^2T^{-1}]$
- $i = \sqrt{-1}$
- $\hat{i}$  vetor unitário no sentido oeste-leste
- $\hat{j}$  vetor unitário no sentido sul-norte
- $\hat{k}$  vetor unitário vertical
- K energia cinética das perturbações  $[M L^2T^{-2}]$
- $K_z$  energia cinética do fluxo zonal médio  $[M L^2T^{-2}]$
- $\ell = \frac{\pi}{D}$  constante  $[L^{-1}]$
- L comprimento de onda  $[L]$
- $L_m$  comprimento de onda da onda mais instável  $[L]$
- p pressão  $[M L^{-1}T^{-2}]$
- t tempo  $[T]$
- U escoamento zonal médio  $[L T^{-1}]$

$u$  componente oeste-leste do vento  $[L T^{-1}]$

$$V = u \vec{i} + v \vec{j} \quad [L T^{-1}]$$

$v$  componente sul-norte do vento  $[L T^{-1}]$

$x$  coordenada oeste-leste  $[L]$

$y$  coordenada sul-norte  $[L]$

$\beta = \frac{df}{dy}$  parâmetro de Rossby  $[L^{-1}T^{-1}]$

$\zeta$  componente vertical da vorticidade relativa  $[T^{-1}]$

$\mu = \frac{2\pi}{L}$  número de onda

$$\phi = \int_0^z g dz \quad \text{geopotencial} \quad [L^2 T^{-2}]$$

$\phi$  latitude

$\psi$  função linha de fluxo  $[L^2 T^{-1}]$

$\Omega$  velocidade angular de rotação da Terra  $[T^{-1}]$

$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j}$  operador gradiente horizontal

$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  operador laplaciano horizontal

$( )' = ( ) - ( \bar{\quad} )$  notação usada para referir às perturbações

$( \bar{\quad} ) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} ( ) d\phi$  valor médio tomado ao longo de um círculo de latitude

## INTRODUÇÃO

O longo abandono em que esteve a Meteorologia Tropical não se deveu à falta de interesse, mas à pobre cobertura de observações dentro da região tropical. Este fato conflita com a importância da região tropical, que compreendendo praticamente a metade da superfície da Terra, se situa como a maior fonte de calor para a atmosfera.

Recentemente, a Meteorologia Tropical voltou a merecer destaque, com a descoberta dos distúrbios das ondas em escala planetária na estratosfera inferior da região equatorial (Yanai e Maruyama [1966], Wallace e Chang [1969], Wallace [1971]) e do intenso re-exame dos distúrbios das ondas estratosféricas (Yanai e outros [1968], Wallace [1973]). Modelos teóricos das ondas equatoriais foram desenvolvidos por Rosenthal [1965], Matsumo [1966], Lindzen [1969] e estudos posteriores esclareceram substancialmente a natureza desses distúrbios, e uma associação com a cobertura de nuvens foi efetuada por Chang [1970].

A presença de distúrbios regulares, principalmente os de leste, foram observados desde a década de quarenta sobre alguns oceanos tropicais. Na região caribenha as perturbações de leste foram encontradas com características predominantemente de ondas, as quais são hoje conhecidas como ondas de leste (Riehl [1954]). As características dessas ondas variam muito com as estações do ano e também de uma região para outra.

Starr e Wallace [1964] observaram que a troposfera inferior, da região tropical, apresenta distúrbios com circulação térmica n direta, conhecida como "cold-core"; Chang e outros [1970] e Nitta [1970] observaram estruturas "warm-core" em níveis superiores, com significantes correlações entre a temperatura e a velocidade vertical.

Tendo em vista que a compreensão do ciclo de energia está intimamente relacionada com a interpretação teórica das ondas e com as regras estipuladas por elas na circulação geral, é necessário evidenciar as possíveis fontes de energia dos incipientes distúrbios tropicais. A instabilidade baroclínica é eliminada pelo fato do parâmetro de Coriolis e do cisalhamento vertical serem pequenos na região tropical. As observações das estruturas "warm-core" nos níveis superiores, feitas por Chang e outros [1970] apresentam-se bastante consistentes com os estudos teóricos feitos por Yamasaki [1969] sobre a influência dessa estrutura no mecanismo das instabilidade condicional do segundo tipo (CISK); semelhantes conclusões foram também obtidas por Holton [1971]. Entretanto o mecanismo CISK não opera antes que os distúrbios prē-existentes tenham organizado os elementos convectivos. Assim sendo, os incipientes distúrbios tropicais obtêm energia, ou das latitudes médias por forças laterais, ou através da energia cinética da corrente zonal pela instabilidade barotrópica.

Além disso, na região tropical do Oceano Atlântico Sul e do Brasil adjacente, a situação é diferente daquela de outros oceanos tropicais, pois, em nenhuma estação do ano os distúrbios se desenvolvem

em estágios de ciclones tropicais ou em intensos distúrbios tropicais. Dessa forma é bem razoável pensar nos distúrbios que afetam o tempo na região tropical, como sendo distúrbios em estágios incipientes. Na presente tese propomos fazer um estudo da instabilidade barotrópica das correntes tropicais de leste. No primeiro capítulo estudaremos a instabilidade barotrópica de uma corrente zonal de leste empregando o método do valor inicial. Um perfil analítico semelhante à corrente zonal observada, obtida por Webster [1972], é usado para a obtenção das características dos distúrbios teoricamente para a região do Atlântico Sul e adjacências do Brasil; e o problema da instabilidade é estudado para os casos de distúrbios simétricos e assimétricos.

Com a intenção de verificar o estudo teórico mencionado acima, propomo-nos obter as características das ondas observadas dentro da região do nosso interesse através da única fonte de informação disponível, que são as fotografias de nuvens obtidas por satélites.

No segundo capítulo as imagens das nuvens obtidas por satélites, preparadas por Wallace [1970], são usadas para detectar as ondas e encontrar suas características dinamicamente importantes. Para isso usamos o método empregado por Chang [1970] na obtenção das características das ondas no Atlântico Norte, e que consiste no exame de fotografias obtidas por satélites.

Finalmente, para verificarmos a consistência do estudo teórico por nós desenvolvido, comparamos os resultados teóricos com o observado.

## CAPÍTULO I

### INSTABILIDADE BAROTRÓPICA

#### I.1 - GENERALIDADES

O problema da instabilidade barotrópica pode ser estudado por dois métodos:

- a) método clássico dos auto-valores
- b) método do valor inicial

No método clássico dos auto-valores, são considerados harmônicos, o tempo "t" e a coordenada "x", e assim, cada harmônico fundamental é representado por uma função do tipo  $g(y) \exp [i \mu (x - b t)]$ . O problema consiste portanto na determinação dos possíveis valores de "b", chamados auto-valores da auto função "g(y)", para diferentes números de onda " $\mu$ " sobre um perfil de escoamento médio  $U(y)$ . Usando tal método, foi possível estabelecer algumas propriedades dos distúrbios relacionados com a natureza do escoamento. Kuo [1949] mostrou que, se a vorticidade absoluta do escoamento médio tem valores extremos na zona considerada, a equação da vorticidade linear admite soluções com o não desaparecimento da parte real do fator tempo exponencial. Nesse caso, distúrbios com comprimento de onda menor que um certo valor diminuem exponencialmente com o tempo, e aqueles com comprimento de onda maior que

um certo valor crítico, aumentam exponencialmente com o tempo. Se por outro lado, a vorticidade absoluta do escoamento médio não tem valores extremos, então não existem auto-valores complexos para a equação da vorticidade, e as perturbações serão neutras.

A falha do método acima descrito, é devida a suposição de uma particular dependência harmônica no tempo "t", a qual, é uma suposição bastante restrita.

O método do valor inicial consiste na análise das interações de energia cinética, supondo a existência de um escoamento médio e de certos distúrbios superpostos. Esse método se assemelha ao de Platzman [1952], onde ele estuda as interações energéticas.

## I.2 - EQUAÇÕES BÁSICAS

Tendo em vista que os estudos teóricos e as observações feitas na região tropical revelam que os movimentos atmosféricos em grande escala são principalmente horizontais e a influência da compressibilidade desprezível, vamos nos restringir ao estudo dos movimentos puramente horizontais e não divergentes, que se estendem numa faixa bidimensional, cilíndricamente contínua entre dois círculos de latitude. A atmosfera será considerada barotrópica, e assim, a equação da vorticidade pode ser escrita na seguinte forma:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla (\zeta + f) = 0 \quad (1.1)$$

onde

$$V = \vec{k} \times \nabla\psi \quad (1.2)$$

$$\zeta = \vec{k} \cdot (\nabla \times V) = \nabla^2\psi \quad (1.3)$$

e as notações usadas são:

$f = 2\Omega \text{ sen}\phi$  parâmetros de Coriolis  $[T^{-1}]$

$x$  coordenada oeste-leste  $[L]$

$y$  coordenada sul-norte  $[L]$

$t$  tempo  $[T]$

$u$  componente oeste-leste do vento  $[L T^{-1}]$

$v$  componente sul-norte do vento  $[L T^{-1}]$

$$V = u \vec{i} + v \vec{j} \quad [L T^{-1}]$$

$\vec{i}$  vetor unitário no sentido oeste-leste

$\vec{j}$  vetor unitário no sentido sul-norte

$\vec{k}$  vetor unitário vertical

$\zeta$  componente vertical da vorticidade  $[T^{-1}]$

$\Omega$  velocidade angular de rotação da Terra  $[T^{-1}]$

$\phi$  latitude

$\psi$  função linha de fluxo  $[L^2 T^{-1}]$

$\nabla \equiv \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j}$  operador gradiente horizontal

$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  operador laplaceano horizontal

Vemos portanto que as partículas de fluido, em seu movimento, devem conservar a vorticidade absoluta ( $\zeta + f$ ). Desde que

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi$$

então com apropriadas condições de contorno e com a distribuição do campo da velocidade instantânea prescrita, podemos determinar a tendência instantânea da função linha de fluxo  $\frac{\partial \psi}{\partial t}$  como solução da equação de Poisson. E como veremos, o campo da tendência obtida desta forma nos fornecerá informações úteis no que tange às interações de energia.

Para investigarmos a questão da instabilidade dinâmica, consideremos um fluxo zonal básico que varie somente com a latitude, isto é,  $U = U(y)$ . Então, com a aproximação plano  $\beta$ , aplicando o método das perturbações em (1.1), obteremos a equação da vorticidade linearizada:

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + U \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + v' \left( \beta + \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial y} \right) = 0 \quad (1.4)$$

onde

$$\bar{\zeta} = - \frac{\partial U}{\partial y} \quad [T^{-1}]$$

$$\beta = \frac{df}{dy} \quad \text{parâmetro de Rossby} \quad [L^{-1}T^{-1}]$$

$( )' = ( ) - ( \bar{ } )$  notação usada para referir às perturbações

Desde que as quantidades básicas são prescritas ou conhecidas, a equação (1.4) contém somente quantidades de perturbações, ou suas derivadas como termos de primeira ordem e assim essa equação é li

near, e como todos os termos contêm implicitamente a incôgnita  $\psi'$ , então essa equação é também homogênea.

Substituindo  $z'$  por  $\nabla^2\psi'$  em (1.4) obteremos:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x}\right) \nabla^2 \psi + \left(\beta - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right) \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad (1.5)$$

onde, por simplicidade as quantidades de perturbações foram tomadas sem as linhas ('). Essa equação, linear e homogênea, nos sugere uma solução do tipo:

$$\psi(x, y, t) = A(y, t) \operatorname{sen} \mu x + B(y, t) \operatorname{cos} \mu x \quad (1.6)$$

onde

- $A(y, t)$  amplitude do seno da função linha de fluxo  $[L^2 T^{-1}]$   
 $B(y, t)$  amplitude do cosseno da função linha de fluxo  $[L^2 T^{-1}]$   
 $L$  comprimento de onda  $[L]$   
 $\mu = \frac{2\pi}{L}$  número de onda

Substituindo (1.6) em (1.5) teremos:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial A}{\partial t} \mu^2 - U \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} \mu + B U \mu^3 - B \mu \left( \beta - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \right] \operatorname{sen} \mu x + \left[ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial B}{\partial t} \mu^2 + U \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \mu - A U \mu^3 + A \mu \left( \beta - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \right] \operatorname{cos} \mu x = 0 \quad (1.7)$$

Usando as propriedades das funções trigonométricas, podemos formar o sistema dado por:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \frac{\partial A}{\partial t} \right) - \mu^2 \left( \frac{\partial A}{\partial t} \right) = -U \left( B \mu^3 - \mu \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} \right) + \mu B \left( \beta - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right) - \mu^2 \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right) = U \left( A \mu^3 - \mu \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) - \mu A \left( \beta - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \end{cases} \quad (1.8)$$

(1.9)

E assim, com um perfil  $U(y)$  prescrito, conhecendo os valores iniciais de  $A(y,t)$ ,  $B(y,t)$ , e com apropriadas condições de contorno, podemos determinar a tendência inicial da função linha de fluxo  $\frac{\partial \psi}{\partial t}$  resolvendo o sistema descrito acima. Formamos desta forma um conjunto completo de equações de prognóstico, que constitui portanto um problema de valores iniciais.

### 1.3 - ENERGIA CINÉTICA

Para estimar a interação de energia que ocorre entre o escoamento zonal médio e os distúrbios, consideremos as seguintes condições de contorno:

$$A(y,t) = B(y,t) = 0 \quad \text{em} \quad \begin{cases} y = 0 \\ y = 2D \end{cases}$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial B}{\partial t} = 0 \quad \text{em} \quad \begin{cases} y = 0 \\ y = 2D \end{cases}$$

onde  $2D$  é a largura do fluxo [L]

Além disso, consideremos que as quantidades dos distúrbios na direção x apresenta periodicidade cíclica para intervalos de um comprimento de onda L. E assim, será suficiente considerarmos o domínio de integração sobre uma área limitada por um comprimento de onda L na direção x e uma distância 2D na direção y.

### I.3.1 - Energia Cinética das Perturbações

Vamos definir aqui a expressão da energia cinética das perturbações por:

$$K = \frac{1}{2} \rho \int_0^{2D} \int_0^L \frac{u^2 + v^2}{2} dx dy \quad (1.10)$$

onde, por simplicidade, nas expressões que se seguem vamos eliminar o fator constante " $\rho$ ".

Tomando as expressões de u e v da equação (1.6) e substituindo em (1.10), obteremos:

$$K = \frac{1}{2} \int_0^{2D} \int_0^L \left\{ \left[ \left( \frac{\partial A}{\partial y} \right)^2 + B^2 \mu^2 \right] \cos^2 \mu x + \left[ \left( \frac{\partial B}{\partial y} \right)^2 + A^2 \mu^2 \right] \sin^2 \mu x + \left( \frac{\partial A}{\partial y} \frac{\partial B}{\partial y} - \mu^2 A B \right) \sin 2\mu x \right\} dx dy \quad (1.11)$$

onde, integrando ao longo de x:

$$K = \frac{\pi}{2\mu} \int_0^{2D} \left[ \left( \frac{\partial A}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial B}{\partial y} \right)^2 + \mu^2 (A^2 + B^2) \right] dy \quad (1.12)$$

A taxa de variação da energia cinética das perturbações é dada por  $\frac{\partial K}{\partial t}$ ; e a perturbação é dita instável, estável ou neutra conforme a taxa de variação da energia cinética das perturbações aumentar, diminuir ou manter constante com o tempo.

E assim, derivando (1.12) com respeito ao tempo, e usando as condições de contorno:

$$\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial t} = & \frac{\pi}{2\mu} \int_0^{2D} \left\{ \left[ -2A \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \frac{\partial A}{\partial t} \right) - 2B \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right) \right] + \right. \\ & \left. + 2\mu^2 \left[ A \frac{\partial A}{\partial t} + B \frac{\partial B}{\partial t} \right] \right\} dy \end{aligned} \quad (1.13)$$

Essa expressão, com o auxílio das condições de contorno e das expressões (1.8) e (1.9) nos dá:

$$\frac{\partial K}{\partial t} = -\pi \int_0^{2D} U \left[ \left( A \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} \right) - \left( B \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) \right] dy \quad (1.14)$$

que exprime a taxa de variação da energia cinética das perturbações com o tempo.

### I.3.2 - Energia Cinética do Fluxo Zonal Médio

A taxa de variação da energia cinética do fluxo zonal médio com o tempo é obtida tomando a componente x da equação do movimento, isto é:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv = - \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (1.15)$$

Aplicando o método das perturbações e considerando em seguida o valor médio teremos:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \quad (1.16)$$

e novamente aqui, tomando as quantidades de perturbações sem as linhas ('), e escrevendo  $U$  ao invés de  $\bar{u}$ ,

$$\frac{\partial U}{\partial t} = - \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} \quad (1.17)$$

observemos que  $\frac{\partial U}{\partial t}$  representa a taxa de variação do fluxo zonal médio com o tempo e que esse termo será positivo quando  $\frac{\partial \overline{uv}}{\partial y}$  for negativo, isto é, quando ocorrer uma convergência no transporte meridional da quantidade de movimento das perturbações e  $\frac{\partial U}{\partial t}$  será negativo quando ocorrer uma divergência no transporte meridional da quantidade de movimento das perturbações.

Daí, tomando a integral do produto de (1.17) por  $U(y)$  e integrando no contorno considerado, obteremos a taxa de variação da energia cinética do fluxo zonal médio com o tempo, isto é:

$$\frac{\partial K_z}{\partial t} = - \int_0^{2D} \int_0^L U \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} dx dy \quad (1.18)$$

novamente aqui, tomamos sem o fator "lmb g<sup>-1</sup>".

Substituindo as expressões de  $u$  e  $v$  de (1.6) em (1.18),

teremos:

$$\frac{\partial K_z}{\partial t} = - \int_0^{2D} \int_0^L \frac{U_M}{2} \left( B \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} - A \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} \right) dx dy \quad (1.19)$$

e, integrando em  $x$ , teremos finalmente:

$$\frac{\partial K_z}{\partial t} = \pi \int_0^{2D} U \left( A \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} - B \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) dy \quad (1.20)$$

Essa é a expressão que nos dá a taxa de variação da energia cinética do fluxo zonal médio com o tempo.

#### I.4 - DESCRIÇÃO DO MÉTODO E DOS CAMPOS INICIAIS

Vamos reescrever aqui as expressões obtidas em (1.14) e em (1.20).

$$\frac{\partial K}{\partial t} = -\pi \int_0^{2D} U \left( A \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} - B \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) dy \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial K_z}{\partial t} = \pi \int_0^{2D} U \left( A \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} - B \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) dy \quad (1.22)$$

Como podemos observar, o sinal é a única diferença entre o segundo membro da expressão (1.21) e o segundo membro da expressão (1.22), e portanto, esse termo representa o termo de interação de energia cinética entre o fluxo zonal médio e as perturbações. E, como já

foi dito, a instabilidade ou estabilidade depende portanto do sinal e da magnitude de  $\frac{\partial K}{\partial t}$ , e assim sendo, a questão fica reduzida à integração de (1.21). A energia total do fluido nesse escoamento deve ser invariante e igual à soma das energias cinéticas do fluxo zonal médio e das perturbações; daí, um aumento na energia cinética do fluxo zonal médio implica numa diminuição da energia cinética das perturbações (estabilidade); uma diminuição da energia cinética do fluxo zonal médio implica num aumento da energia cinética das perturbações (instabilidade).

Por meio do desenvolvimento em série de Taylor, consideremos a expansão de  $\frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial t}$  no tempo  $t = \delta t$

$$\frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial t} = \frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial t} \Big|_0 + \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial t} \right)_0 \delta t + \dots \quad (1.23)$$

onde o subscrito zero indica a derivada com respeito ao tempo no instante  $t = 0$ . A quantidade  $\frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial t}$  expressa o inverso do tempo necessário para a onda amplificar "e" vezes (inverso do "e-folding time"); para  $\delta t = 1$  dia a unidade é dada por  $\text{dia}^{-1}$  (detalhes no Apêndice A).

Para determinarmos a expressão (1.23), teremos que usar a equação (1.21), que apresenta os termos de conversão de energia cinética.

A fim de estudarmos os diferentes aspectos do problema da instabilidade barotrópica, vamos prescrever uma distribuição para o fluxo zonal médio  $U(y)$  semelhante àquele observado na região tropical; e

com esse perfil, vamos fazer um estudo das transferências de energia cinética.

A distribuição do fluxo zonal médio que se assemelha ao perfil do fluxo de leste que observamos na região tropical é dada pela expressão:

$$U(y) = \frac{c}{2} (1 - \cos \ell y) \quad (1.24)$$

onde

$c$     fluxo zonal máximo  $[L T^{-1}]$

$\ell = \frac{\pi}{D}$   $[L^{-1}]$

A figura 1.1 nos mostra o esquema desse perfil, simétrico em relação ao eixo do escoamento.

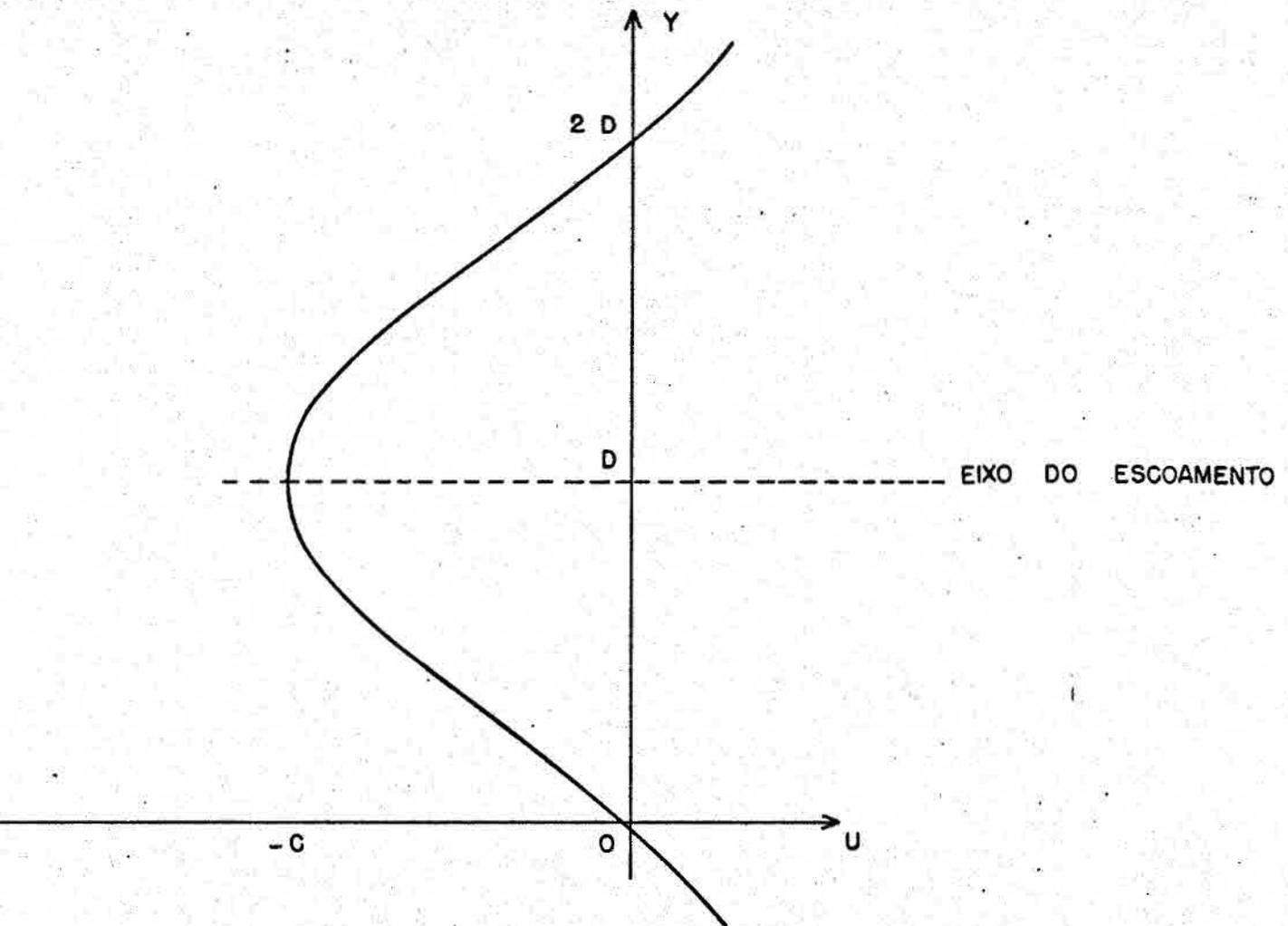


Figura 1.1 - Distribuição do fluxo zonal médio para

$$U(y) = -\frac{C}{2} (1 - \cos \ell y)$$

Consideremos a seguir, os casos de distúrbios assimétricos e simétricos com respeito ao eixo do escoamento, cujas condições iniciais são dadas por:

Caso A - Distúrbios assimétricos:

$$\begin{aligned} A(y,0) &= 0 \\ B(y,0) &= a \operatorname{sen} \ell y \end{aligned} \quad (1.25)$$

Caso B - Distúrbios simétricos:

$$\begin{aligned} A(y,0) &= 0 \\ B(y,0) &= a \operatorname{sen} \frac{\ell}{2} y \end{aligned} \quad (1.26)$$

onde

a constante  $[L^2 T^{-1}]$

Observemos aqui, que em ambos os casos  $\left(\frac{\partial K}{\partial t}\right)_0 = 0$ , e portanto, teremos que tomar a derivada segunda com respeito ao tempo da expressão da energia cinética (1.21) a fim de analisarmos a variação da energia cinética com o tempo. Então, derivando (1.21) com respeito ao tempo e usando as condições de contorno teremos:

$$\left(\frac{\partial^2 K}{\partial t^2}\right)_0 = -\pi \int_0^{2D} u \left[ \left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)_0 \frac{\partial^2 B_0}{\partial y^2} - B_0 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)_0 \right] dy \quad (1.27)$$

E a expressão para  $\frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial t}$ , desprezando os termos de ordem superior, será dada por:

$$\frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial t} = \frac{1}{K} \frac{\partial^2 K}{\partial t^2} \Big|_0 \delta t \quad (1.28)$$

A fim de computarmos essa tendência, teremos que determinar a expressão de  $(\frac{\partial A}{\partial t})_0$ . Consideremos então, para os dois casos de condições iniciais, a equação dada por (1.8) e analisemos os dois casos separadamente.

## I.5 - CRITÉRIOS DE INSTABILIDADE

### I.5.1 - Caso A - Distúrbios Assimétricos

Substituindo as condições dadas em (1.25) na equação (1.6), obteremos a expressão da perturbação inicial dada por

$$\psi(x,y,0) = a \operatorname{sen} \ell y \cos \mu x \quad (1.29)$$

e, para determinarmos  $(\frac{\partial A}{\partial t})_0$ , vamos tomar a expressão dada por (1.8), isto é

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} (\frac{\partial A}{\partial t})_0 - \mu^2 (\frac{\partial A}{\partial t})_0 = U (\mu \frac{\partial^2 B_0}{\partial y^2} - \mu^3 B_0) + \mu B_0 (\beta - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}) \quad (1.30)$$

e, substituindo as condições dadas em (1.25) na equação (1.30):

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} (\frac{\partial A}{\partial t})_0 - \mu^2 (\frac{\partial A}{\partial t})_0 = \left[ \mu a \beta + \frac{\mu a c}{2} (\mu^2 + \ell^2) \right] \operatorname{sen} \ell y - \left( \frac{\mu^3 a c}{4} \right) \operatorname{sen} 2 \ell y \quad (1.31)$$

Essa equação é uma equação diferencial linear e não homogênea que pode ser resolvida usando o método da variação do parâmetro, descrito no Apêndice B. Aplicando esse método em (1.31) teremos:

$$\left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)_0 = \frac{-E}{\mu^2 + \ell^2} \operatorname{sen} \ell y + \frac{F}{\mu^2 + 4\ell^2} \operatorname{sen} 2\ell y \quad (1.32)$$

onde

$$E = \mu a \beta + \frac{\mu a c}{2} (\mu^2 + \ell^2)$$

e

$$F = \frac{\mu^3 a c}{4}$$

Substituindo (1.32) em (1.27) obteremos:

$$\left(\frac{\partial^2 K}{\partial t^2}\right)_0 = \frac{3\pi a c \ell^2 F}{2(\mu^2 + 4\ell^2)} \int_0^{2D} (1 - \cos \ell y) \operatorname{sen} 2\ell y \operatorname{sen} \ell y \, dy \quad (1.33)$$

onde, integrando teremos:

$$\left(\frac{\partial^2 K}{\partial t^2}\right)_0 = \frac{-3\pi a^2 c^2 \ell^2 D \mu^3}{16(\mu^2 + 4\ell^2)} \quad (1.34)$$

Como podemos observar, a expressão (1.34) será sempre negativa, e fisicamente isso significa que para perturbações iniciais dadas por (1.29), produzirão sempre transferência de energia cinética das perturbações para o fluxo zonal, isto é uma estabilidade.

### I.5.2 - Caso B - Distúrbios Simétricos

Inserindo (1.26) em (1.6) obteremos a expressão da per  
turbação inicial dada por:

$$\psi(x,y,0) = a \operatorname{sen} \frac{\ell}{2} y \operatorname{cos} \mu x \quad (1.35)$$

Tomando as condições dadas em (1.26) e procedendo de for  
ma análoga como no Caso A, obteremos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \frac{\partial A}{\partial t} \right)_0 - \mu^2 \left( \frac{\partial A}{\partial t} \right)_0 &= \left( \frac{3\mu^3 ac}{4} - \frac{\mu ac \ell^2}{16} + \mu a \beta \right) \\ \operatorname{sen} \frac{\ell}{2} y + \left( \frac{3\mu ac \ell^2}{16} - \frac{\mu^3 ac}{4} \right) \operatorname{sen} \frac{3\ell}{2} y & \quad (1.36) \end{aligned}$$

Novamente aqui obtivemos uma equação diferencial linear  
e não homogênea. Aplicando o método descrito no Apêndice B, obteremos co  
mo solução:

$$\left( \frac{\partial A}{\partial t} \right)_0 = \frac{-E}{9\ell^2 + 4\mu^2} \operatorname{sen} \frac{3\ell}{2} y - \frac{F}{\ell^2 + 4\mu^2} \operatorname{sen} \frac{\ell}{2} y \quad (1.37)$$

onde

$$E = \frac{\mu ac}{4} (3\ell^2 - 4\mu^2)$$

$$F = 4\mu a \beta + \frac{\mu ac}{4} (12\mu^2 - \ell^2)$$

Inserindo (1.37) em (1.27) teremos:

$$\left(\frac{\partial^2 K}{\partial t^2}\right)_0 = \frac{-\pi a c \ell^2 E}{9\ell^2 + 4\mu^2} \int_0^{2D} (1 - \cos \ell y) \sin \frac{3\ell}{2} y \sin \frac{\ell}{2} y dy \quad (1.38)$$

e integrando teremos:

$$\left(\frac{\partial^2 K}{\partial t^2}\right)_0 = \frac{\pi a^2 c^2 \ell^2 D \mu}{2(9\ell^2 + 4\mu^2)} (3\ell^2 - 4\mu^2) \quad (1.39)$$

donde concluimos que

$$\left(\frac{\partial^2 K}{\partial t^2}\right)_0 = 0 \quad \text{se} \quad 3\ell^2 - 4\mu^2 = 0, \text{ isto é, se } L = \frac{4D}{\sqrt{3}}$$

$$\left(\frac{\partial^2 K}{\partial t^2}\right)_0 > 0 \quad \text{se} \quad 3\ell^2 - 4\mu^2 > 0, \text{ isto é, se } L > \frac{4D}{\sqrt{3}}$$

$$\left(\frac{\partial^2 K}{\partial t^2}\right)_0 < 0 \quad \text{se} \quad 3\ell^2 - 4\mu^2 < 0, \text{ isto é, se } L < \frac{4D}{\sqrt{3}}$$

Desta forma, podemos facilmente observar que, perturbações iniciais dada por (1.35) produzirão estabilidade ou instabilidade dependendo do comprimento de onda. Assim perturbações com comprimento de onda maiores que  $4D/\sqrt{3}$  produzirão instabilidade e perturbações com comprimentos de onda menores que  $4D/\sqrt{3}$  produzirão estabilidade; e assim o comprimento de onda  $4D/\sqrt{3}$  separa as ondas longas instáveis das ondas curtas estáveis.

Agora, com a expressão (1.39), podemos determinar o comprimento de onda da onda que produz a máxima instabilidade, bastando tomar

$\frac{\partial}{\partial L} \left( \frac{\partial^2 K}{\partial t^2} \right)_0 = 0$ , com  $\frac{\partial^2}{\partial L^2} \left( \frac{\partial^2 K}{\partial t^2} \right)_0 < 0$ . Procedendo desta forma teremos:

$$L_m \sim 4,2 D \quad (1.40)$$

onde,  $L_m$  denota o comprimento de onda que produz a máxima instabilidade.

Substituindo (1.38) em (1.28), obteremos a expressão de  $\frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial t}$  como função de L e D num certo incremento de tempo  $\delta t$ , isto é:

$$\frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial t} = \frac{1}{K} \frac{\partial^2 K}{\partial t^2} \Big|_0 \delta t = \frac{16\pi^2 c^2 (3L^2 - 16D^2)}{(L^2 + 16D^2)(9L^2 + 16D^2)} \delta t \quad (1.41)$$

Considerando a seguir alguns aspectos de instabilidade para a atmosfera real.

## 1.6 - PERFIL DO VENTO ZONAL MÉDIO OBSERVADO

A fim de fazermos uma aplicação para a região do Atlântico Sul Tropical, consideremos a figura 1.2 que descreve a distribuição média da componente do vento zonal ( $u' + U$ ) durante o inverno (junho-julho-agosto). A razão da escolha da distribuição durante o inverno é que os distúrbios só se manifestam nessa estação do ano, como veremos no capítulo seguinte. A figura foi apresentada por Webster [1972]; em seu trabalho ele apresenta as regiões continentais do Brasil e da África como sendo regiões de distúrbios intensos, porém sem a presença de tempestades.

des tropicais, e como podemos observar na figura, as regiões hachureadas, denotando fluxo de leste, apresentam uma largura de aproximadamente  $30^\circ$  de latitude ( $\sim 3000$  km).

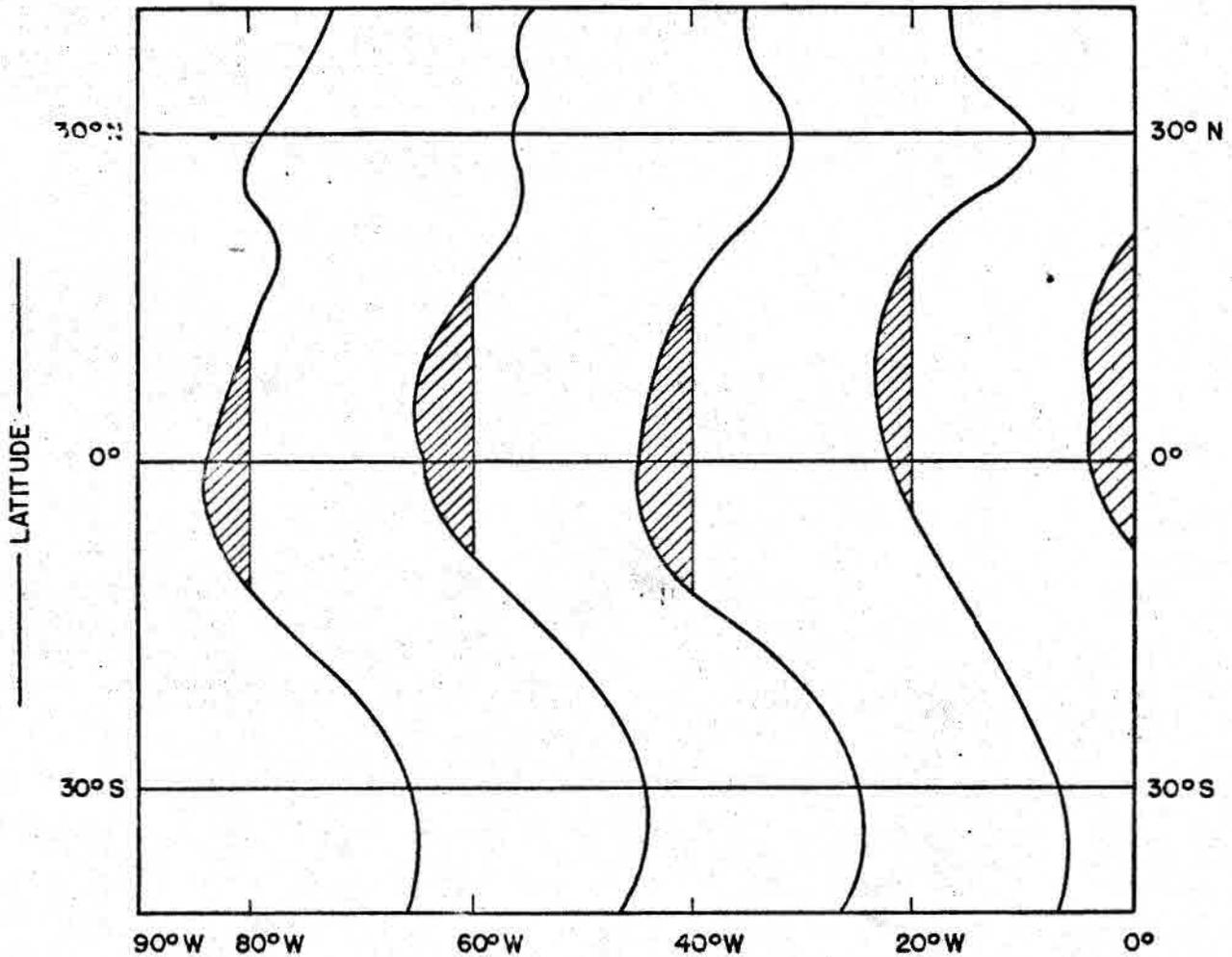


Figura 1.2 - Distribuição da componente do vento zonal ( $u' + U$ ) durante junho-julho-agosto. As regiões hachureadas denotam componentes de este e as curvas são relativas às marcas do eixo superior. A distância entre duas marcas sucessivas representam  $40 \text{ ms}^{-1}$ .

E assim tomando  $2D = 3000$  km, teremos para perturbações iniciais do tipo dado em (1.35), o comprimento de onda que ocorre a máxima instabilidade como sendo da ordem de 6000 km, e o comprimento de onda de 3460 km separando as ondas maiores instáveis das menores estáveis.

Com esse valor típico de  $D$  para a região de nosso interesse, podemos agora ilustrar a instabilidade num diagrama. A figura 1.3 mostra o inverso do "e-folding time" como função do comprimento de onda  $L$ , para a largura do fluxo zonal de  $2D = 3000$  km.

Com o propósito de fazermos uma verificação dos nossos resultados teóricos, consideremos em nosso próximo capítulo algumas características dinâmicas, tais como o comprimento de onda e a velocidade de propagação dos distúrbios sobre a região tropical do Brasil e do oceano Atlântico Sul. Tendo em vista que as observações obtidas por satélite são a única fonte de informações de que dispomos nas vastas áreas oceânicas, vamos fazer nosso estudo baseado nas fotografias de nuvens obtidas por satélites.

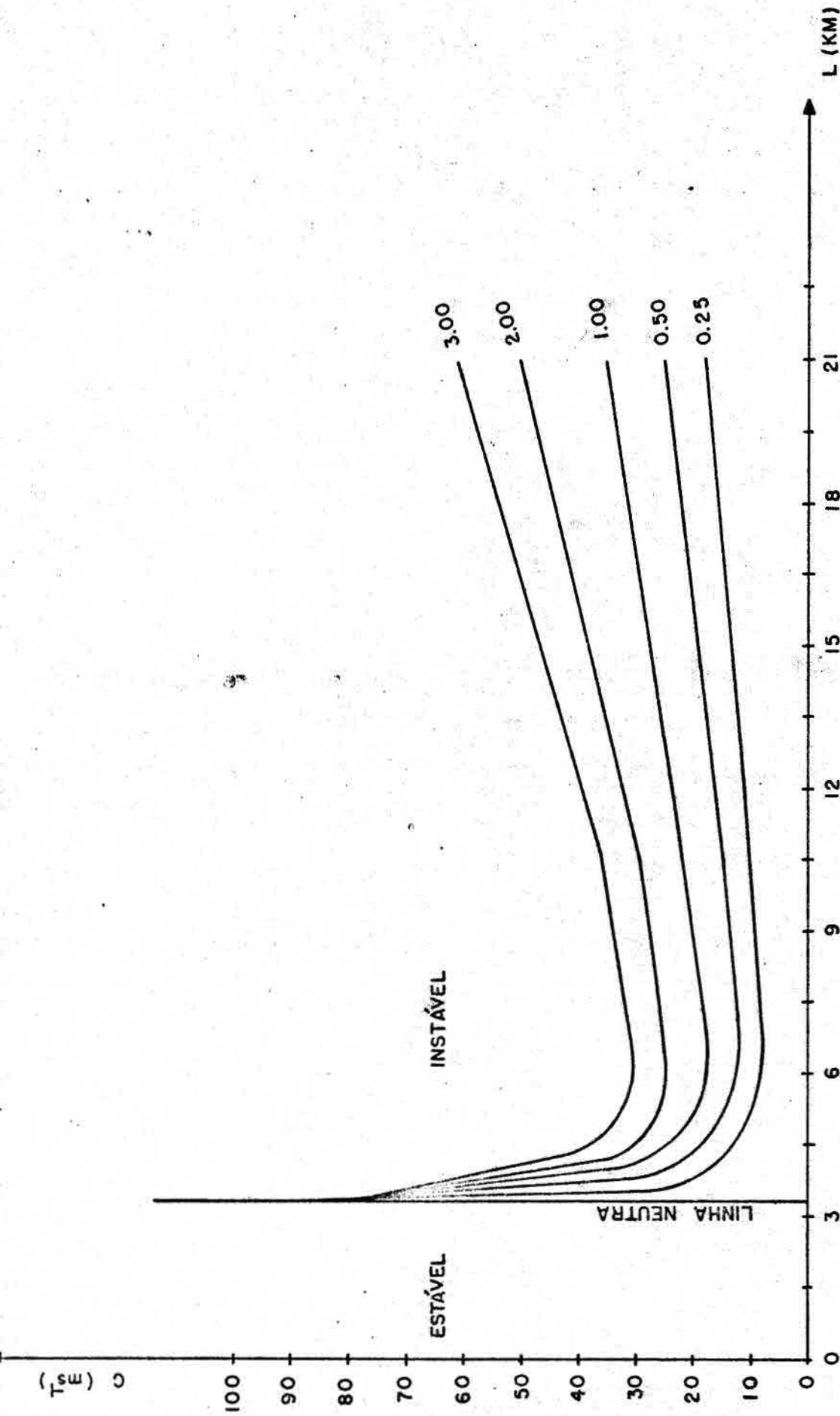


Figura 1.3 - Diagrama da instabilidade barotrópica para a expressão  $\frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial t}$  em unidades  $dia^{-1}$  com  $2D = 3000$  km.

## CAPÍTULO II

### CARACTERÍSTICAS DOS DISTÚRBIOS SOBRE O OCEANO ATLÂNTICO SUL TROPICAL

#### II.1 - DESCRIÇÕES GERAIS

A presença de formações de nuvens movendo para o oeste, nas regiões tropicais, foram observadas nas fotografias obtidas por satélite. Estudos e observações feitas por Dunn [1940], Riehl [1945], Palmer [1951,1952], Rosenthal [1960], Yanai e outros [1968], Wallace e Chang [1969], revelam que essas formações de nuvens estão associadas com distúrbios de onda que se movem para o oeste.

Chang [1970] preparou secções longitude-tempo com fotografias, diárias e sucessivas, obtidas por satélite, colocando-as em tiras zonais para o estudo desses distúrbios. Nessas secções observou-se a formação de faixas de coberturas bem definidas, constituindo o que ele chamou de linhas de nuvens. A velocidade de propagação para oeste foi determinada pela inclinação das linhas de nuvens, e a frequência foi obtida pelo número de linhas de nuvens; e assim, com a velocidade de fase e a frequência, o comprimento de onda foi facilmente determinado. Desta forma, este novo método foi apresentado como uma ferramenta muito útil na obtenção das características dos distúrbios nas vastas áreas em que não há cobertura de radiosondagens, onde as fotografias obtidas por

satélite são a única fonte de informações.

Em certos períodos do ano e em certas localizações preferidas, uma pequena parte desses distúrbios tropicais, movendo para o oeste transforma-se em violentas tempestades tropicais. O mecanismo essencial para o desenvolvimento desses distúrbios foi explicado por Charney e Eliassen [1964] e Ooyama [1969] pelo modelo da instabilidade condicional do segundo tipo (CISK). Entretanto ainda não foi esclarecido qual o aspecto do meio ou do modelo, que explica o fato de apenas uma parte desses distúrbios atingirem o avançado estágio de desenvolvimento.

No Oceano Atlântico Sul Tropical, a situação é bastante diferente, pois, em nenhuma estação do ano presenciamos intensos distúrbios tropicais ou ciclones tropicais, e assim sendo, surgem aqui as seguintes perguntas:

1) Existem distúrbios sobre o Oceano Atlântico Sul Tropical semelhante àqueles observados em outras regiões tropicais?

2) Se eles existem, quais são suas características e como eles concordam com a teoria da instabilidade barotrópica?

Neste capítulo daremos as descrições e os resultados da nossa investigação com respeito a essas duas perguntas.

## II.2 - DADOS

Usamos em nosso estudo as secções longitude-tempo, das fotografias obtidas pelo satélite ESSA durante o ano de 1967, preparadas por Wallace [1970]. Essas secções consistem em tiras zonais de fotografias diárias, onde cada tira é constituída por fotografias com  $5^{\circ}$  de latitude por  $10^{\circ}$  de longitude, tomadas sobre todo o globo.

Aplicando a técnica de análise desenvolvida por Chang [1970], fizemos investigação na região que se situa entre  $20^{\circ}\text{N}$  e  $20^{\circ}\text{S}$ , ilustrada na figura 2.1; e nos concentramos na região do Oceano Atlântico.

## II.3 - CARACTERÍSTICAS DOS DISTÚRBIOS

Alguns pesquisadores suspeitam da existência de distúrbios em movimento sobre o Oceano Atlântico Tropical. A figura 2.2, preparada por Berry e outros [1945] nos mostra as regiões em que se suspeitam, ou foi observada a presença de distúrbios movendo para o oeste; e como podemos observar nessa figura, uma das regiões é a do Oceano Atlântico Sul Tropical estendendo até a costa do Nordeste brasileiro.

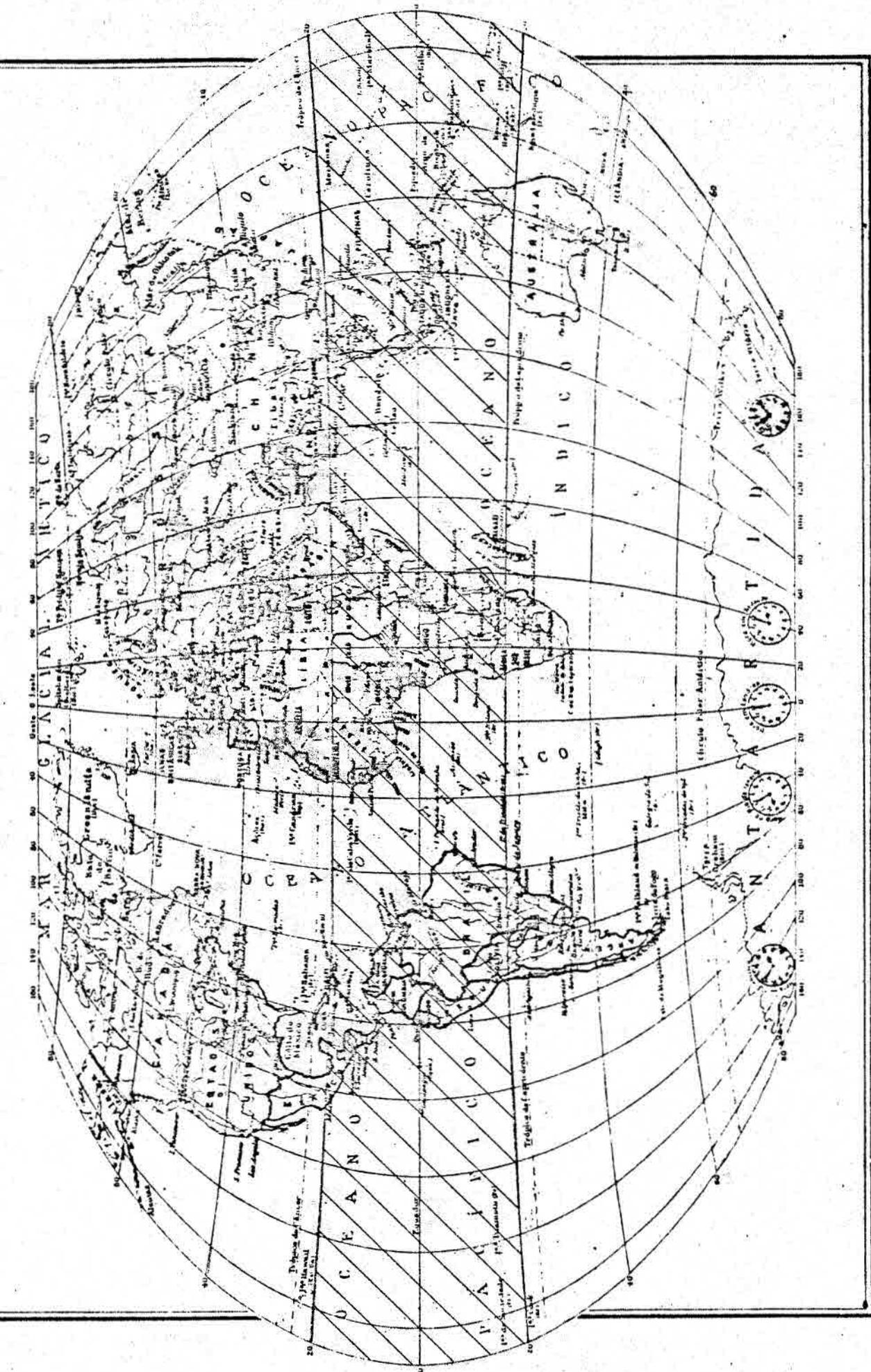


Figura 2.1 - A parte sombreada mostra a região onde o comportamento das nuvens foi investigado.

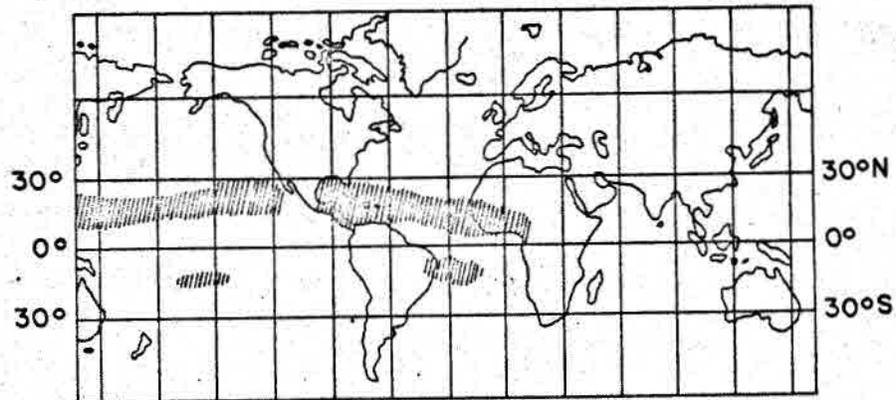


Figura 2.2 - Localizações gerais nas quais se suspeitam ou foi observada a presença de distúrbios movendo para oeste.

Examinando cuidadosamente as secções preparadas por Wallace [1970], notamos que as linhas de nuvens se revelam sobre o Oceano Atlântico somente durante o inverno (junho-julho-agosto). Na secção de 0-5°S, as coberturas parecem ser menos intensas sobre o Atlântico; entretanto nas secções de 5-10°S e de 10-15°S, podemos traçar sobre o Atlântico, linhas de nuvens distintas, estendendo para a costa brasileira até cerca de 40° de latitude oeste.

Em todas as secções podemos ver uma zona de nuvens permanentes próximo a 80° de longitude oeste, além da costa oeste da América do Sul; nessa região, as observações revelam que a temperatura do mar é baixa e que a cobertura ali presente está possivelmente associada com os baixo-estratos ou nevoeiros. As linhas de nuvens podem também ser

vistas sobre o Oceano Pacífico Sul, atingindo em alguns casos  $10^{\circ}$  de longitude oeste.

A figura 2.3 mostra a secção longitude-tempo para  $5-10^{\circ}$ S, preparada por Wallace [1970]. As coberturas parecem se dissipar sobre a América do Sul, exceto para algumas coberturas bem próximas da costa este e para uma ou outra linha de nuvem.

Diversos estudos foram feitos utilizando a técnica da análise espectral das coberturas de nuvens, mas Wallace e Chang [1972] a pontaram algumas falhas na aplicação da análise espectral neste tipo de estudo, particularmente no que diz respeito ao estudo dos distúrbios de ondas tropicais; por outro lado eles indicaram a inspecção pela visualização direta como sendo a melhor aproximação. E assim, nós inferimos algumas características dos distúrbios associados com as linhas de nuvens pela simples inspecção visual.

A secção de  $5-10^{\circ}$ S apresenta linhas de nuvens bem definidas, e com o auxílio de extrapolação intuitiva podemos traçar cerca de 20 linhas de nuvens em três meses num ponto sobre o Atlântico Sul Tropical, indicando que a periodicidade dos distúrbios associados às coberturas foi de aproximadamente 4 dias.

A velocidade média de propagação, cerca de 10 metros por segundo, foi deduzida do tempo gasto para uma linha de nuvem cruzar o Atlântico (cerca de  $40^{\circ}$  de longitude em 4 dias); e portanto o comprimen

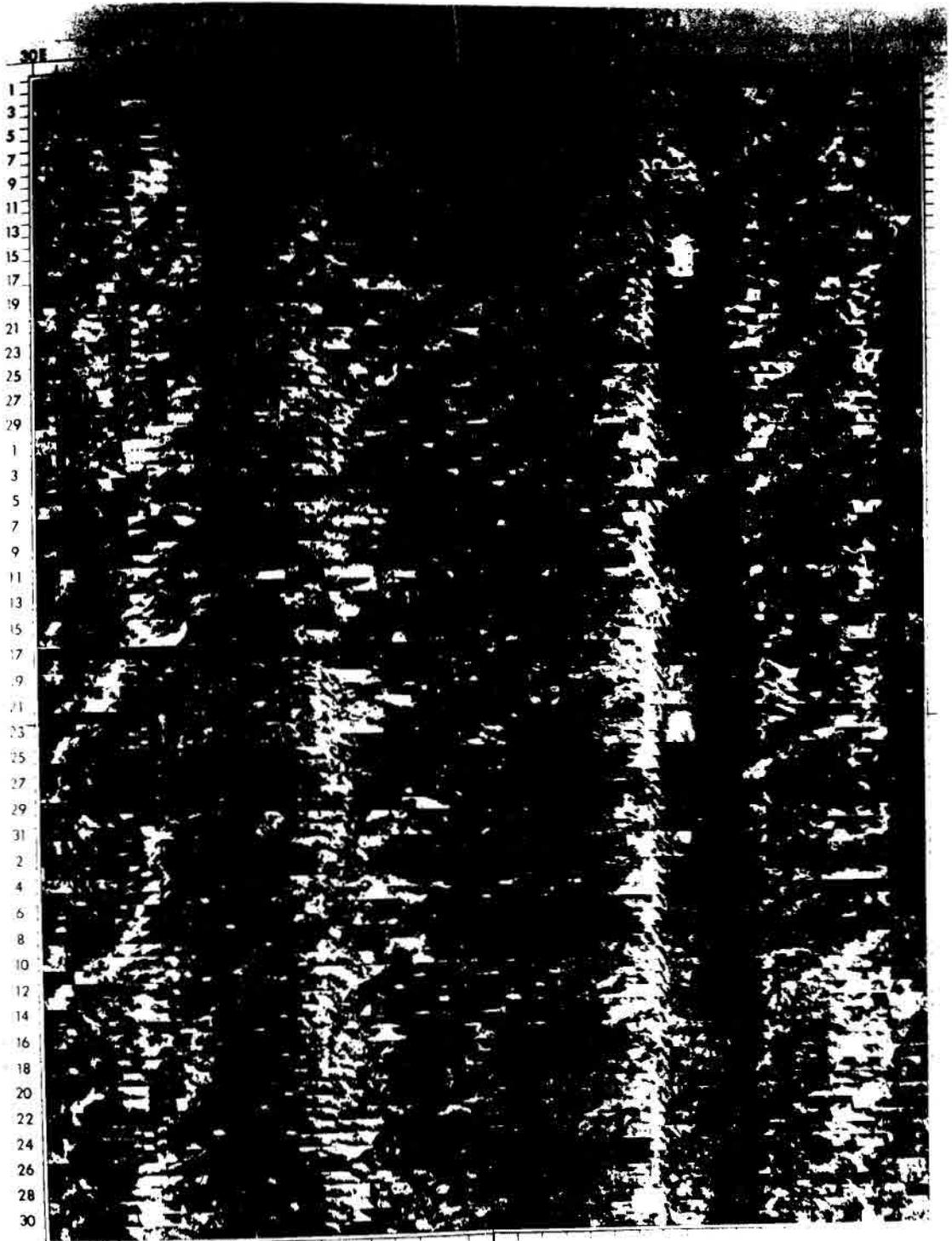


Figura 2.3 - Secção longitude-tempo para 5-10°S durante junho-julho-agosto, preparada do Wallace [1970].

to de onda dos distúrbios é de aproximadamente 4000 km; e, como vimos no capítulo anterior, esse comprimento de onda está dentro dos limites em que ocorre instabilidade barotrópica para perturbações simétricas descritas em (1.35), isso significa que nossos resultados teóricos estão em boa concordância com nossas observações.

#### II.4 - MOVIMENTO DOS DISTÚRBIOS E AS CHUVAS DE INVERNO SOBRE O NORDESTE DO BRASIL

Como foi mencionado anteriormente, as linhas de nuvens podem ser traçadas desde a costa da África até a costa do Brasil, e em muitos casos, as nuvens chegam a se estender um pouco sobre o continente. Um exame das fotografias de outros invernos também apresentam semelhantes características. Um aspecto interessante, digno de nota, é que o inverno é a estação da chuva no Nordeste brasileiro. A figura 2.4 nos mostra a marcha da chuva média mensal sobre as duas estações costeiras, Natal ( $5^{\circ}55'S$ ,  $35^{\circ}15'W$ ) e João Pessoa ( $7^{\circ}57'S$ ,  $34^{\circ}53'W$ ).

A elevada pluviosidade nos meses de inverno vista nessa figura, nos sugere que as chuvas de inverno ao longo da costa brasileira estão associadas com distúrbios discutidos anteriormente. A chuva de inverno é confinada numa estreita zona ao longo da costa, e a oeste dessa zona nós temos a famosa região conhecida como área semi-árida. Um estudo mais profundo, considerando a associação com as chuvas costeiras e os distúrbios em movimento requer observações particularmente sobre o Oceano A

tlântico Sul, e pelo fato de não dispormos de tais observações, nada nos resta senão aguardar os resultados do Experimento GARP do Atlântico Tropical (GATE), que nos fornecerã a oportunidade de estudar a razão do não desenvolvimento dos distúrbios tropicais sobre o Oceano Atlântico Sul Tropical.

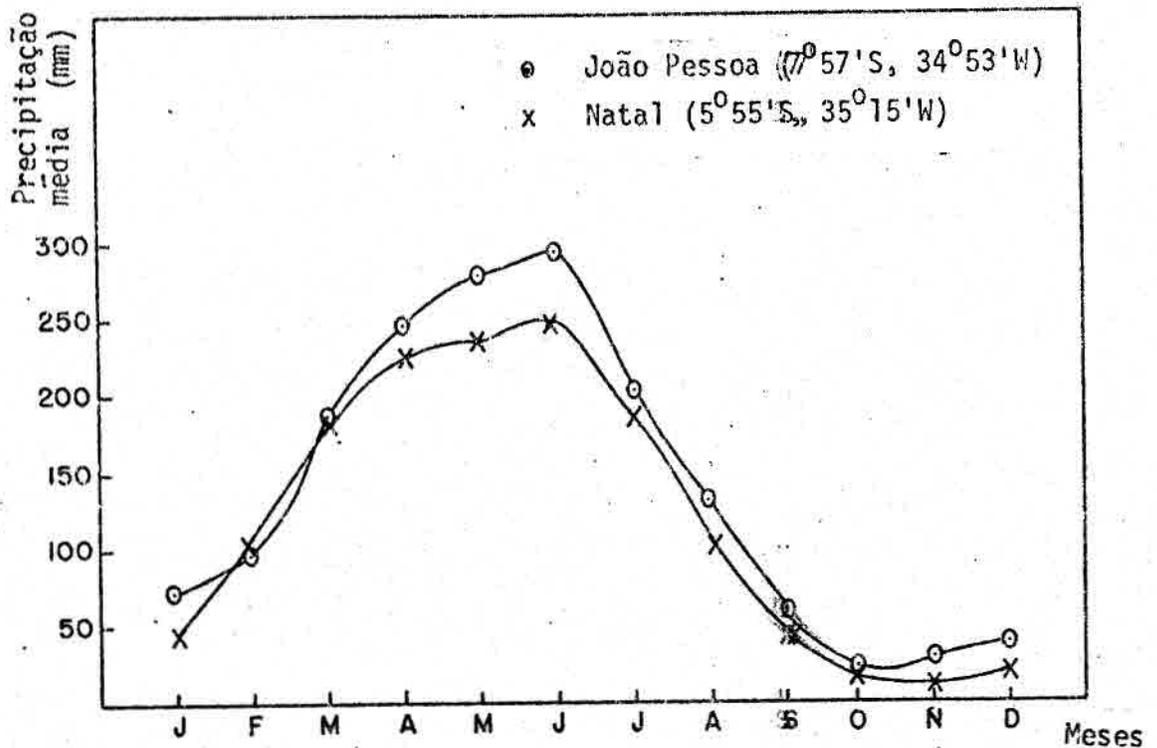


Figura 2.4 - Marcha da precipitação média mensal sobre duas estações da costa tropical do Brasil.

### CAPÍTULO III

#### CONSIDERAÇÕES GERAIS

Esse trabalho consistiu na investigação dos distúrbios tropicais na região do Oceano Atlântico Sul e do Brasil adjacente, visto como distúrbios incipientes produzidos pela instabilidade barotrópica das correntes de leste.

A investigação da instabilidade barotrópica foi feita empregando o método do valor inicial considerando um perfil analítico para a corrente zonal de leste, semelhante àquela observado por Webster [1972], e o problema foi estudado para distúrbios simétricos e assimétricos. No caso de distúrbios assimétricos, mostramos que a corrente zonal é sempre estável; e para distúrbios simétricos, o comprimento de onda  $4D/\sqrt{3}$  separa as ondas maiores instáveis, das menores estáveis. A solução mais instável foi obtida como sendo aproximadamente  $4,2 D$ , e com o valor característico da largura do escoamento, obtivemos o comprimento de onda da onda mais instável como sendo da ordem de 6000 km.

A fim de fazermos uma verificação dos resultados obtidos teoricamente, lançamos mão às fotografias das nuvens obtidas por satélites, única fonte de informação dentro da região de nosso interesse. Na detecção e obtenção das características dinâmicas das ondas, foi aplicada a técnica de análise elaborada por Chang [1970]; essa técnica foi empre

gada em nossa análise nas secções longitude-tempo das imagens das nuvens obtidas por satélite, preparadas por Wallace [1970].

Analisando as secções das fotografias das nuvens, verificou-se que as ondas se propagando são encontradas somente durante a estação de inverno (junho-julho-agosto), e nessa estação do ano, o comprimento de onda característico dos distúrbios foi obtido como sendo da ordem de 4000 km. Vimos assim, que o comprimento de onda obtido teoricamente para a onda mais instável está em boa concordância com o resultado obtido através da observação.

APÊNDICE A

"e-FOLDING TIME"

A fim de justificar o fato da quantidade  $\frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial t}$  expressar o inverso do tempo necessário para a onda amplificar "e" vezes, tomemo-lo como sendo igual a um certo valor constante Q, matematicamente:

$$\frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial t} = Q \quad (A.1)$$

Diferenciando em tempo e tomando a integral entre dois tempos  $t_1$  e  $t_2$  teremos que

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial t} dt = \int_{t_1}^{t_2} Q dt \quad (A.2)$$

onde, integrando e denotando por  $K_2$  e  $K_1$  os valores da energia cinética respectivamente nos tempos  $t_2$  e  $t_1$ , teremos:

$$\ln \frac{K_2}{K_1} = (t_2 - t_1) Q \quad (A.3)$$

Tomando em seguida  $K_2 = e K_1$ , então  $(t_2 - t_1)$  será por definição o "e-folding time", e a expressão (A.3) nos dará:

$$\ln (e K_1/K_1) = 1 = Q (t_2 - t_1) \quad (A.4)$$

portanto  $Q = (t_2 - t_1)^{-1}$ , e isso implica que  $\frac{1}{K} \frac{\partial K}{\partial t} = Q$  expressã real<sub>mente</sub> o inverso do tempo necessário para a onda amplificar "e" vezes.

## APÊNDICE B

### MÉTODO DA VARIAÇÃO DAS CONSTANTES (PARÂMETRO)

A solução geral de uma equação diferencial linear e não homogênea é obtida pela solução geral da correspondente equação homogênea com o auxílio de integrações; daremos nesse apêndice o artifício que usamos para se fazer isso.

Na solução geral da equação homogênea nós substituímos todas constantes arbitrarias por funções incôgnitas, e então derivamos a expressão obtida e submetemos as funções incôgnitas às condições suplementares que simplificam a forma das derivadas sucessivas. Substituindo as expressões das derivadas  $\frac{dy}{dx}$ ,  $\frac{d^2y}{dx^2}$ ,  $\frac{d^3y}{dx^3}$  e assim por diante em uma da equação, obteremos uma outra condição imposta sobre as funções incôgnitas. E assim é possível encontrar a derivada primeira de todas funções incôgnitas, restando apenas fazer as integrações.

Esse método é aplicável às equações lineares de qualquer ordem, com coeficientes constantes ou variáveis. Como estamos interessados em um caso particular, consideremos uma equação diferencial linear e não homogênea de segunda ordem dada por:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + P(x) \frac{dy}{dx} + Q(x) y = R(x) \quad (B.1)$$

Seja a solução geral da correspondente equação homogênea

dada por:

$$y = C_1 \psi_1(x) + C_2 \psi_2(x) \quad (B.2)$$

Nós estamos à procura de uma solução geral para a equação (B.1) na forma da equação (B.2), tratando agora  $C_1$  e  $C_2$  como funções incôgnitas de  $x$ . Derivando (B.2) teremos:

$$\frac{dy}{dx} = C_1 \frac{d\psi_1}{dx} + C_2 \frac{d\psi_2}{dx} + \psi_1 \frac{dC_1}{dx} + \psi_2 \frac{dC_2}{dx} \quad (B.3)$$

Introduzindo agora a condição suplementar

$$\psi_1 \frac{dC_1}{dx} + \psi_2 \frac{dC_2}{dx} = 0 \quad (B.4)$$

Então a forma da derivada primeira é simplificada e teremos:

$$\frac{dy}{dx} = C_1 \frac{d\psi_1}{dx} + C_2 \frac{d\psi_2}{dx} \quad (B.5)$$

Derivando novamente teremos:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = C_1 \frac{d^2\psi_1}{dx^2} + C_2 \frac{d^2\psi_2}{dx^2} + \frac{dC_1}{dx} \frac{d\psi_1}{dx} + \frac{dC_2}{dx} \frac{d\psi_2}{dx} \quad (B.6)$$

Depois de substituir as expressões (B.2), (B.5), (B.6) na equação (B.1), todos os termos em  $C_1$  se cancelam [porque a função  $y = \psi_1(x)$  é uma solução da equação dada por  $\frac{d^2y}{dx^2} + P(x) \frac{dy}{dx} + Q(x)y = 0$ ];

da mesma forma, todos os termos contendo  $C_2$  cancelam-se e teremos uma ou  
tra condição

$$\frac{dC_1}{dx} \frac{d\psi_1}{dx} + \frac{dC_2}{dx} \frac{d\psi_2}{dx} = R(x) \quad (B.7)$$

As condições (B.4) e (B.7) permitem encontrar as expres  
sões das derivadas  $\frac{dC_1}{dx}$  e  $\frac{dC_2}{dx}$ , que integradas e substituídas em (B.2)  
nos darã a solução geral procurada.

BIBLIOGRAFIA

- BERRY, F. A., E. Bollay e N. R. Beers - "Tropical Synoptic Meteorology",  
Handbook of Meteorology, McGraw-Hill Book Co., Inc., New  
York, pp.763-803 (1945).
- CHANG, C. - P. - "Westward Propagating Cloud Patterns in the Tropical  
Pacific as seen from Time Composite Satellite Photographs",  
J. Atmos. Sci., vol. 27, n° 1, pp.133-138, 1970.
- CHANG, C. - P., V. F. Morris e J. M. Wallace - "A Statistical Study of  
Easterly Wave in the Western Pacific: July - December  
1964", J. Atmos. Sci., vol. 27, n° 2, pp.195-201, 1970.
- CHARNEY, J. G. e A. Eliassen - "On the Growth of the Hurricane  
Depression", J. Atmos. Sci., vol. 21, n° 1, pp.68-75,1964.
- DUNN, G. E. - "Cyclogenesis in the Tropical Atlantic", Bull. Amer. Meteorol.  
Soc., vol. 21, pp. 215-229, 1940.
- HOLTON, J. R. - "A Diagnostic Model for Equatorial Wave Disturbances",  
J. Atmos. Sci., vol. 28, n° 1, pp.55-64, 1971.
- KUO, H. - L. - "Dynamic Instability of Two Dimensional Nondivergente Flow  
in a Barotropic Atmosphere", J. Meteorol., vol. 6, n° 2,  
pp.105-122, 1949.
- LINDZEN, R. S. - "Planetary Waves on Beta-Planes", Monthly Weather Rev.,  
vol. 95, pp.441-451, 1969.

- MATSUNO, T. - "Quasi-Geostrophic Motions in the Equatorial Area", J. Meteorol. Soc. Japan, vol. 44, pp.25-43, 1966.
- NITTA, T. - "Statistical Study of Tropospheric Wave Disturbances in Tropical Pacific Region", J. Meteorol. Soc. Japan, vol. 48, pp.47-60, 1970.
- OOYAMA, K. - "Numerical Simulation of the Life Cycle of the Tropical Cyclones", J. Atmos. Sci., vol. 26, n° 1, pp.3-40, 1969.
- PALMER, C. E. - "Tropical Meteorology", Compendium of Meteorology, Boston, Amer. Meteor. Soc., pp. 859-880 (1951).
- - "Tropical Meteorology", Quart. J. Roy. Meteor. Soc., Vol. 78, pp. 126-163, 1952.
- PLATZMAN, G. W. - "The Increase or Decrease of Mean-Flow Energy in Large-Scale Horizontal Flow in the Atmosphere", J. Meteorol., vol.9, n° 5, pp.347-358, 1952.
- RIEHL, H. - "Waves in the Easterlies and the Polar Front in the Tropics", Dept. Meteorol. Univers. Chicago, misc. Rept., vol. 17, pp.1-79, 1945.
- - "Waves in the Easterlies", Tropical Meteorology, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, pp.210-235 (1954)
- ROSENTHALL, S. L. - "Some Estimates of the Power Spectra of Large-Scale Disturbances in Low Latitudes", J. Meteorol., vol. 17, pp.259-263, 1960.

- ROSENTHALL, S. L. - "Some Preliminary Theoretical Considerations of Tropospheric Wave Motions in Equatorial Latitudes", *Monthly Weather Rev.*, vol. 93, pp.605-612, 1965.
- STARR, V. P. e J. M. Wallace - "Mechanics of Eddy Process in the Tropical Troposphere", *Pure and Applied Geophys.*, vol. 58, nº 2, pp.138-144, 1964.
- YAMASAKI, M. - "Large Scale Disturbances in the Conditionally Unstable Atmosphere in Low Latitudes", *Papers in Meteorology and Geophysics*, vol. 20, nº 4, pp.289-336, 1969.
- YANAI, M. e T. Maruyama, "Stratospheric Wave Disturbances Propagating over the Equatorial Pacific", *J. Meteorol. Soc. Japan*, vol. 44, pp.291-294, 1966.
- YANAI, M., T. Maruyama, T. Nitta e Y. Hayashi - "Power Spectra of Large-Scale Disturbances over the Tropical Pacific", *J. Meteorol. Soc. Japan*, vol. 46, pp.308-323, 1968.
- WALLACE, J. M. - "Time Longitude Sections of Tropical Cloudiness (Dec.1966-Nov.1967)", *ESSA Tech. Report NESC 56*, Washington, D.C., pp.1-37, 1970.
- - "Spectral Studies of Tropospheric Wave Disturbances in the Tropical Western Pacific", *Rev. Geophys.*, vol. 9, pp.557-612, 1971.
- - "General Circulation of the Tropical Lower Stratosphere", *Rev. Geophys.*, vol.11, nº 2, pp.191-222, 1973.

WALLACE, J. M. e C. - P. Chang - "Spectrum Analysis of Large-Scale Wave Disturbances in the Tropical Lower Troposphere", J. Atmos. Sci., vol. 26, n° 5, pp.1010-1025, 1969.

----- - "On the Application of Satellite Data on Cloud Brightness to the Study of Tropical Wave Disturbances", J. Atmos. Sci., vol. 29, pp.1400-1403, 1972.

WEBSTER, P. J., "Response of the Tropical Atmosphere to Local, Steady Forcing", Monthly Weather Rev., vol. 100, n° 7, pp.518-541, 1972.