MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

INPE-14088-TDI/1071

DESENVOLVIMENTO DE OSCILADORES EM 10 GHZ DE ULTRABAIXO RUÍDO DE FASE E ANÁLISE DE SEUS DESEMPENHOS NOS TRANSDUTORES PARAMÉTRICOS DO DETECTOR DE ONDAS GRAVITACIONAIS MARIO SCHENBERG

Luiz Alberto de Andrade

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Astrofísica, orientada pelos Drs. Odylio Denys de Aguiar e Carlos Frajuca, aprovada em 3 de dezembro de 2004.

INPE
São José dos Campos
2006

530.12

Andrade, L. A.
Desenvolvimento de Osciladores em 10 GHZ de Ultrabaixo Ruído de Fase e Análise de seus Desempenhos nos Transdutores Paramétricos do Detector de Ondas Gravitacionais Mário Schenberg / Luiz Alberto de Andrade. – São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), 2004.
205 p. ; - (INPE-14088-TDI/1071)

1.Ondas Gravitacionais. 2.Transdutor Paramétrico. 3.Oscilador. 4.Ruído de Fase. 5.Amplificador. 6.Ruído. I. Título

Aprovado (a) pela Banca Examinadora em cumprimento ao requisito exigido para obtenção do Título de Doutor em

Astrofísica

Dr. **Carlos Alexandre Wuensche de Souza**

Presidente / INPE / São José dos Campos - SP

Dr. **Carlos Frajuca**

Orientador / ETFSP / São Paulo - SP

Dr. **Odylio Denys de Aguiar**

Orientador / INPE / São José dos Campos - SP

Dr. **Oswaldo Duarte Miranda**

Membro da Banca / INPE / SJCampos - SP

Dr. **Antônio Carlos Cunha Migliano**

Convidado / IEAv/CTA / São José dos Campos - SP

Dr. **Abelardo Podcameni**

Convidado / PUC- RIO / Rio de Janeiro - RJ

Aluno (a): Luiz Alberto de Andrade

São José dos Campos, 3 de dezembro de 2004

AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores Odylio e Carlos pela oportunidade de trabalhar numa área de pesquisa tão importante e principalmente pelo apoio, incentivo e suporte nos momentos mais difíceis da realização deste trabalho.

Ao Professor Marbey Mosso Manhães, coordenador do laboratório de microeletrônica e optoeletrônica do Centro de Estudos em Telecomunicações (CETUC) pelas facilidades colocadas à minha disposição durante o desenvolvimento desse projeto. E, principalmente, pelo apoio técnico-científico em medições na faixa de microondas.

Ao colega de grupo Sérgio Furtado, pelo suporte em Autocad e "Solid-Works" no projeto das cavidades ressonantes e pelo projeto do sistema de isolamento vibracional utilizado nos osciladores.

Ao colega de grupo César pelas inúmeras discussões sobre o impacto do ruído de fase dos osciladores no desempenho do detector de ondas gravitacionais Mario Schenberg.

Aos colegas do projeto Materiais Absorvedores de Radiação Eletromagnética (MARE) da divisão de materiais IAE-CTA, pela amizade e incentivo durante a última etapa da realização deste trabalho.

Ao técnico Brás da oficina mecânica do CETUC, pelo pronto apoio durante o desenvolvimento experimental do projeto.

Ao técnico João Carlos Fernandes da Divisão de Materiais pela grande ajuda nos momentos finais da conclusão do projeto.

Aos pesquisadores Antônio Carlos da Cunha Migliano, Camilo Tello Bohorquez e Pedro José de Castro pelo uso de suas facilidades e pelo empréstimo de componentes para a conclusão do projeto.

A meus familiares que sempre me apoiaram, incentivaram e viabilizaram a realização dos meus estudos.

À Minha noiva Patrícia pela paciência, apoio e dedicação, durante a realização deste trabalho.

À Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), pela viabilização do projeto Gráviton.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro durante a realização do meu mestrado e grande parte do doutorado.

À divisão de Astrofísica do INPE pelo uso de seus laboratórios e computadores.

Ao Centro de Estudos em Telecomunicações da Pontifícia Universidade Católica do Rio Janeiro (CETUC) pelo suporte técnico e pelo uso de seus equipamentos e laboratórios.

À Divisão de Materiais do Instituto de Aeronáutica e Espaço do Centro Tecnológico Aeroespacial pelo apoio prestado durante a fase final de elaboração deste trabalho.

A meus pais, pelo precioso dom da vida;

E que e com o seu apoio e incentivo, viabilizaram meus sonhos na carreira científica.

À toda a comunidade científica que dedica a sua vida na produção de conhecimento na tentativa de viabilizar a construção de um mundo melhor.

RESUMO

Nesta tese foram projetados e desenvolvidos osciladores em 10 GHz de ultra-baixo ruído de fase. A melhor medida de ruído de fase para os osciladores desenvolvidos foi de $-101{,}45\,\text{dBc/Hz}\,@\,3{,}25\,kHz$. Os osciladores construídos serão empregados na alimentação dos seis transdutores paramétricos do detector de ondas gravitacionais Mario Schenberg. Os efeitos dos osciladores nos transdutores paramétricos e detector foram estudados analiticamente através de modelos computacionais desenvolvidos para estimar a sensibilidade do detector. Simulações mostram que para $-101{,}45\,\text{dBc/Hz}\,@\,3{,}25\,kHz$ de ruído de fase, e assumindo um ruído de amplitude 10 dB abaixo, este ruído de amplitude é o dominante no cálculo da sensibilidade espectral da deformação da antena. Várias simulações foram feitas na tentativa de otimizar a sensibilidade do detector de ondas gravitacionais Mario Schenberg e para um ruído de fase de $-120\,\text{dBc/Hz}\,@\,3{,}25\,kHz$, o ruído de amplitude (ainda na hipótese de 10 dB abaixo) deixou de ser o ruído dominante. Novas simulações foram realizadas e a melhor sensibilidade de deformação da antena obtida foi $h = 4{,}5x10^{-22}/\sqrt{Hz}$ e uma temperatura de ruído de $T_n = 90\,mK$, para um ruído de fase de $-145\,\text{dBc/Hz}\,@\,3{,}25\,kHz$ e um ruído de amplitude de $-160\,\text{dBc/Hz}\,@\,3{,}25\,kHz$.

DEVELOPMENT OF 10 GHZ OSCILATTORS WITH ULTRA -LOW PHASE NOISE AND ANALYSES OF ITS PERFORMANCE IN THE PARAMETRIC TRANSDUCERS OF MARIO SCHENBERG GRAVITATIONAL WAVE DETECTOR

ABSTRACT

This thesis describes the development of 10 GHz feedback oscillators with ultra-low phase noise and the expected sensitivity that should be achieved with it as the pump oscillator for the six parametric transducers of the Brazilian Mario Schenberg gravitational wave detector. The best phase noise performance obtained for the oscillators was $-101{,}45$ dBc/Hz $@\,3{,}25\,kHz$. The effect of incorporating the pump oscillator to the parametric transducers and detector are studied analytically with computational model to estimate the sensitivity to Mario Schenberg gravitational waves detector. Simulations show that $-101{,}45$ dBc/Hz $@\,3{,}25\,kHz$ of phase noise, and assuming an amplitude noise of 10 dB below, this amplitude noise is the dominant noise in the calculation of the strain spectral sensitivity of the antenna. Various simulations had been done in the attempt to optimize the sensitivity of the gravitational wave detector Mario Schenberg. For a phase noise of -120 dBc/Hz $@\,3{,}25\,kHz$, the amplitude noise, still in the hypothesis of 10 dB below the phase noise, is no longer the dominant noise. New simulations had been carried out and the best strain sensitivity was $h = 4{,}5x10^{-22}/\sqrt{Hz}$ and noise temperature $T_n = 90\,mK$, for a phase noise of -145 dBc/Hz $@\,3{,}25\,kHz$ and amplitude noise of -160 dBc/Hz $@\,3{,}25\,kHz$.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO 23

CAPÍTULO 2 - ONDAS GRAVITACIONAIS 25

2.1-Derivação da Equação de Onda 25

2.1.1-Solução das Equações de Campo 26

2.1.2-Polarização e Interação da Onda Gravitacional com a Matéria 27

2.2-Fontes Astrofísicas de Ondas Gravitacionais 29

2.2.1-Sinais Impulsivos 30

2.2.1.1-Supernova 30

2.2.1.2-Buracos Negros 31

2.2.1.3-Queda de Estrelas e Pequenos BN no interior de BN Supermassivos 32

2.2.2-Sinais Periódicos 33

2.2.2.1-Estrelas de Nêutrons em Rotação 33

2.2.2.2 - Estrelas Binárias Compactas 34

2.2.3 - Sinais Estocásticos 35

2.2.3.1-Estrelas Binárias 36

2.2.3.2 - Ondas Gravitacionais Primordiais 36

2.2.4-Fontes Candidatas a Observação pelo Detector Schenberg 37

2.2.4.1-Instabilidades Dinâmicas não Axi-assimétricas de Estrelas de Nêutrons em Alta Rotação 37

2.2.4.2 Excitação dos Modos *f* de Estrelas de Nêutrons 38

2.2.4.3-Excitação dos Modos Quase-Normais de Buracos Negros de 3.8 -9 M_S 39

2.2.4.4-Rotação de Estrelas Bosônicas 40

2.2.4.5-Espiralação de Mini Buracos Negros 40

2.3-Técnicas de Detecção de Ondas Gravitacionais 42

2.3.1-Técnicas Interferométricas 43

2.3.2 - Técnica de Detecção de Ondas Gravitacionais por Massa Ressonante 44

CAPÍTULO 3 - TÉCNICA DE DETECÇÃO DE ONDAS GRAVITACIONAIS POR MASSA RESSONANTE 47

3.1 - Detectores do tipo Barra Ressonante 47

3.2-Detectores Esféricos 50

3.3-Ruídos e Sensibilidade em Detectores Ressonantes 51

3.3.1-Ruídos Internos 53

3.3.1.1-Ruídos Térmicos 53

Ruído Térmico da Suspensão 53

Ruído Térmico da Antena 54

3.3.1.2-Ruído da Câmara de Mistura 54

3.3.1.3-Ruídos Eletrônicos do Transdutor 54

3.3.2-Ruídos externos 55

3.3.2.1-Ruídos Sísmicos e Vibracionais 55

3.3.2.2-Ruídos Sonoros 55

3.3.2.3-Ruídos Devido a Ondas Eletromagnéticas 56

3.3.2.4-Ruídos Devidos a Interferência com Raios Cósmicos 56

3.4-Transdutores Eletromecânicos 57

3.4.1-Transdutores Passivos 57

3.4.2-Transdutores Paramétricos 57

3.4.2.1-Vantagens dos Transdutores Paramétricos sobre Transdutores Passivos 58

3.4.2.2-Relações de Manley-Rowe 59

3.4.3-Transdutor Paramétrico do tipo Cavidade Reentrante 61

3.4.4-Ruídos no Transdutor do Tipo Cavidade Reentrante 62

3.4.4.2.1-Ruídos de Série 64

3.4.4.3-Back Action Evasion 65

3.4.4.4-Ruído de Amplitude e Fase 68

3.4.4.4.1-Ruído de Amplitude e Fase no Domínio do Tempo 68

3.4.4.4.2-Ruído de Amplitude e Fase no Domínio das Freqüências 69

3.4.4.4.3-Densidade Espectral de Ruído de Fase 72

3.5-Implicações do Ruído de Fase em Detecção de Ondas Gravitacionais 75

CAPÍTULO 4 - OSCILADORES ELETROMAGNÉTICOS 77

4.1-Teoria de Osciladores 77

4.1.2-Osciladores de Resistência Negativa 77

4.2-Osciladores na Faixa de Microondas 80

4.2.1-Estabilização de Osciladores na Faixa de Microondas 80

4.2.2-Osciladores Livres 81

4.2.2.1-Modelo de Ruído de Lesson para Osciladores livres 83

4.2.3-Oscilador de Tensão Controlada 84

4.3-Cavidades Ressonantes 85

4.3.1-Cavidade Cilíndrica 87

4.3.2-Ressonadores Dielétricos 92

4.3.2.1-Freqüência de Ressonância 94

4.3.2.2-Fator de Qualidade de Ressonadores Dielétricos 94

4.3.2.3-Constante Dielétrica 96

4.3.3-Cavidade Híbrida Utilizando o Modo TE_{01d} 97

4.3.3.1-Ressonador Dielétrico Como Elemento de Circuito 98

4.3.3.2-Distribuição de Modos em Função da Faixa de Sintonia 100

4.3.3.3-Acoplamento Eletromagnético 102

4.4-Técnicas de Medição de Ruído de Fase 104

4.4.1-Medição direta com Analisador de Espectro 105

4.4.2-Medição Através da Contagem Heterodinea 105

4.4.3-Demodulação da Portadora 107

4.4.3.1-Medições com Detector de Fase 107

4.4.3.1.1-Cálculo do Ruído de Fase de Três Osciladores Desconhecidos 109

4.4.4-Medição com um Discriminador de Freqüência 110

CAPÍTULO 5 - DESENVOLVIMENTO DOS OSCILADORES 115

5.1-Escolha do Modelo 115

5.2-Projeto e Desenvolvimento do Protótipo de Oscilador 115

5.2.1-Projeto da Cavidade do Protótipo dos Osciladores 117

5.3-Caracterização dos Componentes de Oscilador 118

5.4-Caracterização dos Componentes do protótipo de Oscilador 118

5.4.1-Caracterização do Amplificador 119

5.4.2-Caracterização da Cavidade Híbrida 119

5.4.3-Caracterização do Filtro Passa Faixa 120

5.4.4-Caracterização dos Isoladores 121

5.4.5 Caracterização do Defasador 122

5.4.6-Caracterização da Malha 122

5.4.7-Resultados Esperados para o Protótipo dos Osciladores 123

5.5 - Conjunto de Três Osciladores Idênticos 126

5.5.1 - Projeto das Cavidades dos Osciladores 126

5.5.2 - Caracterização dos Amplificadores 127

5.5.3-Caracterização das Cavidades 129

5.5.4-Caracterização dos Filtros Passa Faixa 133

5.5.5-Caracterização dos Isoladores 134

5.5.6-Caracterização do Defasador 135

5.5.7 - Caracterização da Malha 136

5.5.8- Resultados Esperados para o Conjunto de Três Osciladores 139

CAPÍTULO 6 - MEDIÇÃO DO RUÍDO DE FASE DOS OSCILADORES DESENVOLVIDOS 143

6.1 - Técnicas Empregadas na Medição do Ruído de Fase dos osciladores 143

6.1.1 - Método do Detector de Fase 143

6.1.2 - Sincronização dos Osciladores 144

6.2 - Procedimento Experimental nas Medições de Ruído de Fase 146

6.2.1 - Instrumentos Utilizados 147

6.2.1.1 - Analisador de Espectros 147

6.2.1.2 - Misturadores 147

6.2.1.3-Voltímetro 148

6.3 - Medida do Ruído de Fase dos Osciladores sem Isolamento Vibracional 148

6.3.1 - Medida do Ruído de Fase dos Osciladores 1 e 2 149

6.4 - Medidas de Ruído de Fase dos Osciladores Isolados Vibracionalmente 154

6.4.1 - Medidas do Ruído de Fase dos osciladores 1 e 2 154

6.4.2 - Medição do Ruído de Fase dos osciladores 2 e 3 158

6.4.2.1 - Primeira Medida 158

6.4.2.2 - Segunda Medida 161

6.4.2.3 - Terceira Medida do Ruído de Fase dos Osciladores 2 e 3 164

6.4.2.4 - Terceira Medida do Ruído de Fase dos Osciladores 2 e 3 166

6.4.3 - Medida do Ruído de Fase do Protótipo dos Osciladores e o Oscilador 1 170

CAPÍTULO 7- MODELAGEM DO DETECTOR DE ONDAS GRAVITACIONAIS MARIO SCHENBERG 175

7.1 - Interação da Antena com a Onda Gravitacional 175

7.3 - Simulação da Antena Esférica 181

7.4 - Resultados Obtidos via Simulação 183

CAPÍTULO 8 - CONCLUSÕES 189

CAPÍTULO 9 - SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS 191

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 193

APÊNDICE A - FIGURA DE RUÍDO E TEMPERATURA DE RUÍDO 203

LISTA DE FIGURAS

2.1: Distorção de um anel de partículas teste durante um ciclo de uma onda propagando-se na direção z. 29
3.1: Modelo de sistema de três modos. 48
3.2: Distribuição de Gauss. 52
3.3: Exemplo de ruído gaussiano. 53
3.4: Modelo simplificado de uma antena do tipo massa ressonante com um transdutor paramétrico. 58
3.5: Diagrama esquemático do detector NIOBE da UWA. É mostrado o transdutor paramétrico do tipo cavidades reentrante, acoplado a antena ressonante. 62
3.6: Caixa de erro, para uma medição de *"back action evading"* de X_1, vista no espaço de fase posição-momento (x-p) e no espaço de fase X_1-X_2. (a), (b) e (c) são momentos sucessivos no tempo. 68
3.7: Representação das flutuações de amplitude e fase num oscilador, no domínio do tempo. 69
4.1: Esquema de um oscilador de resistência negativa. 77
4.2: Diagrama esquemático de um oscilador realimentado. 78
4.3: Configuração básica de um oscilador livre. 81
4.4: Oscilador com controle de malha DC para cancelar o ruído de fase e ajustar a malha na freqüência de ressonância do ressonador. 85
4.5: Principais tipos de cavidades: (a) de paredes retangulares; (b) cilíndrica. 86
4.6: Cavidade cilíndrica. 88
4.7: Carta de modos para uma cavidade cilíndrica. 92
4.8: Curva de Qd_S / l_0 em relação à $2a/d$ para vários modos. 93
4.9: Modos ressonantes de ressonador dielétrico cilíndrico. a*)* mostra o campo elétrico E, e *b)* mostra o campo magnético do modo TE_{01d} respectivamente. 97
4.10: Ressonador dielétrico entre dois planos condutores. 98
4.11: Sintonia e fator de qualidade de um ressonador dielétrico no modo assimétrico. 100
4.12: Freqüências dos modos de uma cavidade dielétrica normalizada em relação à freqüência do modo TE_{011} em função do fator de forma (D/L) simétrico. 101
4.13: Representação de ressonadores na faixa de microondas como circuitos RLC. Na Figura 4.13a o ressonador é representado em termos de circuito em serie, na Figura 4.13b em termos de um circuito paralelo. 102
4.14: Circuito RLC equivalente do ressonador dielétrico acoplado ao circuito de microondas. 104
4.15: Diagrama esquemático do método de medição de freqüência heterôdinea. 106
4.16: Diagrama esquemático do método de detector de fase. 108
4.17: Diagrama esquemático do método de descriminação de freqüência utilizando misturador e linha de retardo. 111
4.18: Mínimos na sensibilidade da linha de retardo do discriminador de freqüência. . 112
5.1: Diagrama esquemático de um oscilador eletromagnético na freqüência de microondas. 116
5.2: Foto da cavidade elétrica utilizada no protótipo dos osciladores. 117

5.3: Aparatos experimentais utilizados na caracterização eletromagnética dos componentes eletrônicos. a) utilizado para medidas de perda de inserção, b) Aparato experimental para medidas de perda de retorno. 118
5.4: Curva da caracterização eletromagnética do amplificador utilizado no protótipo dos osciladores. 119
5.5: Caracterização eletromagnética do modo TE_{01d} da cavidade híbrida. a) Perda de inserção, b) Largura de banda, c) Perda de inserção numa faixa larga. 120
5.6: Curva de caracterização do filtro passa faixa. 121
5.7: Caracterização eletromagnética da malha completa do protótipo dos osciladores. a) Perda de inserção vista numa faixa larga; b) largura de banda. 123
5.8: Foto do protótipo dos osciladores desenvolvido no CETUC. 123
5.9: Curva de ruído de fase residual dos amplificadores. 124
5.10: Ruído de fase esperado para o protótipo de oscilador. 126
5.11: Foto da cavidade elétrica utilizada nos osciladores. 127
5.12: Curvas de caracterização dos amplificadores. a) oscilador número 1; b) oscilador número 2; c) oscilador número 3. 128
5.13: Caracterização da cavidade utilizada na malha do oscilador número 1. a) Perda de inserção; b) Largura de banda; c) Perda de inserção vista numa faixa larga. 130
5.14: Caracterização eletromagnética da cavidade híbrida utilizada no oscilador número 2. a) Perda de inserção; b) Largura de banda; c) Perda de inserção vista numa faixa larga. 131
5.15: Caracterização eletromagnética da cavidade híbrida utilizada no oscilador número 3. a) Perda de inserção; b) Largura de banda; c) Perda de inserção vista numa faixa larga. 133
5.16: Curvas de caracterização dos filtros passa faixa do conjunto de osciladores. a) oscilador número 1; b) oscilador número 2; c) oscilador número 3. 134
5.17: Caracterização eletromagnética da malha do oscilador 1. a) Perda de inserção vista numa faixa larga; b) perda de inserção vista numa faixa estreita; c) ganho de malha visto numa faixa larga; d) ganho de malha visto numa faixa estreita. 136
5.18: Caracterização eletromagnética da malha do oscilador 2. a) Perda de inserção vista numa faixa larga; b) perda de inserção vista numa faixa estreita; c) ganho de malha visto numa faixa larga; d) ganho de malha visto numa faixa estreita. 137
5.19: Caracterização eletromagnética da malha do oscilador 3. a) Perda de inserção vista numa faixa larga; b) perda de inserção vista numa faixa estreita; c) ganho de malha visto numa faixa larga; d) ganho de malha visto numa faixa estreita 138
5.20: Ruído de fase esperado para o oscilador 1. 139
5.21: Ruído de fase esperado para o oscilador 2. 140
5.22:Ruído de fase esperado para o oscilador 3. 140
6.1: Diagrama esquemático do método de detector de fase utilizado na medição do ruído de fase dos osciladores. 144
6.2: Diagrama esquemático do calculo da faixa de sincronização. 145
6.3: Diagrama esquemático do misturador 148
6.4: Foto do aparato experimental para medição do ruído de fase dos osciladores. 149
6.5: Diagrama esquemático do método de detector de fase utilizado na primeira tentativa de medição do ruído de fase dos osciladores 1 e 2. 150
6.6: Curva da medida de ruído de fase do oscilador sintetizado MG 3633A. 152

6.7: Caracterização da composição dos osciladores 1 e 2 sem o sistema de isolamento vibracional. a) Freqüência Intermediária; b) Quadratura; c) Medida de ruído de fase. As curvas experimentais foram obtidas com duas amostragens. A simulação foi realizada através da Equação (4.8a). 153
6.8: Desenho do sistema de isolamento vibracional projetado. 154
6.9: Foto dos osciladores montados sobre o sistema de isolamento vibracional. 155
6.10: Medida de ruído de fase da composição dos osciladores 1 e 2 com o sistema de isolamento vibracional. A simulação foi realizada através da Equação (4.8a). A curva experimental foi obtida com duas amostragens. 157
6.11: Diagrama esquemático do método de detector de fase utilizado na primeira medida do ruído de fase dos osciladores 2 e 3. 158
6.12: Medida de ruído de fase da composição dos osciladores 2 e 3 com o sistema de isolamento vibracional. A simulação foi realizada através da Equação (4.8a). A curva experimental foi obtida com duas amostragens. 160
6.13: Diagrama esquemático do método de detector de fase utilizado na medição do ruído de fase dos osciladores 2 e 3. 161
6.14: Medida de ruído de fase da composição dos osciladores 2 e 3 com o sistema de isolamento vibracional. A simulação foi realizada através da Equação (4.8a). A curva experimental foi obtida com duas amostragens. 163
6.15: Medida de ruído de fase da composição dos osciladores 2 e 3 com o sistema de isolamento vibracional. A simulação foi realizada através da Equação (4.8a). A curva experimental foi obtida com 50 amostragens. 166
6.16: Medida de ruído de fase da composição dos osciladores 2 e 3 com o sistema de isolamento vibracional. A simulação foi realizada através da Equação (4.8a). A curva experimental foi obtida com 50 amostragens. 168
6.17: Diagrama esquemático do método de detector de fase utilizado na medida do ruído de fase do protótipo dos osciladores e oscilador 1. 171
6.18: Medida de ruído de fase da composição dos osciladores 1 e protótipo com o sistema de isolamento vibracional. A simulação foi realizada através da Equação (4.8a). A curva experimental foi obtida com 50 amostragens. 173
6.19: Medida do “ruído de fase” do batimento do oscilador 1 com ele mesmo. A simulação foi realizada através da Equação (4.8a). A curva experimental foi obtida com 50 amostragens. 174
7.1: Esquema do ressonador mecânico de dois modos montado sobre a superfície de uma esfera. Forças e deslocamentos são indicados. 179
7.2: Modelo do detector de ondas gravitacionais Mario Schenberg. 181
7.3: Distribuição dos seis ressonadores sob a superfície do icosaedro truncado. 183
7.4: Gráfico da sensibilidade espectral de deformações do detector Mario Schenberg, com o ruído de fase do oscilador desenvolvido. 185
7.5: Gráfico da sensibilidade espectral de deformações do detector Mario Schenberg, otimizado para o ruído de fase do oscilador. 186
7.6: Gráfico da sensibilidade espectral de deformações do detector Mario Schenberg otimizado. 187

LISTA DE TABELAS

2.1: Modos Quadrupolares Harmônicos de um Buraco Negro de $3M_S$ 39
2.2: Detectores de Ondas Gravitacionais Interferométricos. 44
3.1: Características dos Detectores de Segunda e Terceira Geração em Operação. 49
3.2: Detectores de Ondas Gravitacionais de Quarta Geração. 50
4.1: Sensibilidade Máxima de Linhas de Retardo sem Compensação. 113
5.1: Especificações dos Componentes da Cavidade Híbrida. 117
5.2: Caracterização dos Isoladores. 121
5.3: Resultado da caracterização do circulador utilizado como defasador no protótipo de oscilador. 122
5.4: Especificações dos Componentes das Cavidades Híbridas. 127
5.5: Especificações dos Amplificadores @ 25 ^{0}c. 129
5.6: Caracterização dos Amplificadores Utilizados nos Osciladores. 129
5.7: Caracterização dos Isoladores Utilizados nos Osciladores. 135
5.8: Caracterização dos Circuladores Utilizados como Defasadores. 135
5.9: Parâmetros de Entrada Utilizados nas Simulações de Ruído de Fase dos osciladores. 140
5.10: Resultados das Simulações de Ruído de Fase 141
6.1: Especificações do Misturador. 148
6.2: Parâmetros dos Osciladores 1 e 2. 150
6.3: Parâmetros de Entrada dos Osciladores 1 e 2. 150
6.4: Potência de Entrada nas Portas dos Misturadores. 151
6.5: Resultados das Medidas de Ruído de Fase. 153
6.6: Parâmetros dos Osciladores 1, 2 e Sintetizado. 155
6.7: Parâmetros de Entrada dos Osciladores 1 e 2. 155
6.8: Potência de Entrada nas Portas dos Misturadores. 156
6.9: Resultados das Medidas de Ruído de Fase. 157
6.10: Parâmetros dos Osciladores 2 e 3. 158
6..11: Parâmetros de Entrada dos Osciladores 2 e 3. 159
6.12: Potências de Entrada nas Portas do Misturador. 159
6.13: Resultados das Medidas de Ruído de Fase. 160
6.14: Parâmetros dos Osciladores 2 e 3. 161
6.15 :Parâmetros de Entrada dos Osciladores 2 e 3. 161
6.16: Potências de Entrada nas Portas dos Misturadores. 162
6.17: Resultados das Medidas de Ruído de Fase. 163
6.18: Parâmetros dos Osciladores 2 e 3. 164
6.19: Parâmetros de Entrada dos Osciladores 2 e 3. 164
6.20: Potência de Entrada nas Portas dos Misturadores. 165
6.21: Resultados das Medidas de Ruído de Fase. 166
6.22: Parâmetros dos Osciladores 2 e 3. 167
6.23: Parâmetros de Entrada dos Osciladores 2 e 3. 167
6.24: Potências de Entrada nas Portas dos Misturadores. 167
6.25: Resultados das Medidas de Ruído de Fase. 169
6.26: Comparação entre as Medidas de Ruído de Fase dos Osciladores 2 e 3. 169
6.27: Comparação entre as Potência de Entrada nas Portas do Misturador nas Medidas de Ruído de Fase dos Osciladores 2 e 3. 169

6.28: Comparação entre as Potência injetadas na Malha para a Sincronização das Freqüências dos Osciladores 2 e 3. 169
6.29: Parâmetros do Protótipo dos Osciladores e Oscilador 1. 170
6.30: Parâmetros de Entrada do Protótipo dos Osciladores e Oscilador 1. 171
6.31: Potências de Entrada nas Portas do Misturador. 172
6.32: Resultados das Medidas de Ruído de Fase. 172
7.1: Parâmetros de Entrada Utilizados na Simulação do Desempenho do Detector Mario Schenberg. 184
7.2: Parâmetros de entrada utilizados na simulação do desempenho do detector Mario Schenberg. 186

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A existência de ondas gravitacionais foi prevista teoricamente por Einstein em 1916 [1]. Entretanto, até o presente momento, não existe nenhuma evidência direta da existência destas ondas, mas existem evidências indiretas que vem encorajando pesquisadores em todo o mundo a tentar detectá-las [2].

Visando a detecção dessas ondas, vários grupos de pesquisas em detecção de ondas gravitacionais em todo o mundo vêm desenvolvendo detectores de ondas gravitacionais cada vez mais sensíveis para tentar estudar e compreender a interação dessas ondas com a matéria. A detecção de ondas gravitacionais será provavelmente um dos eventos mais importantes da pesquisa física nas próximas décadas. Confirmada a detecção das ondas gravitacionais a partir de fontes astrofísicas, uma nova astronomia terá início, abrindo uma nova janela para a observação do Universo. Além disso, a detecção de ondas gravitacionais também possibilitará uma investigação direta da interação gravitacional sob condições extremas [3].

No Brasil, o grupo Gráviton, formado por pesquisadores do INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais), USP (Universidade de São Paulo) e colaboradores de diversas instituições nacionais e internacionais, projetou e está construindo o primeiro detector de ondas gravitacionais brasileiro, o detector Mario SCHENBERG. Este detector foi projetado para operar na faixa de freqüência de 3,0-3,4 kHz para tentar observar, entre outros eventos, os sinais impulsivos provenientes de instabilidades dinâmicas não simétricas de estrelas de nêutrons em alta rotação dentro de nossa galáxia; excitação dos modos f de estrelas de nêutrons; e excitação dos modos quase-normais de buracos negros de aproximadamente $3M_S$.

No detector Mario Schenberg será utilizado transdutores paramétricos do tipo cavidade reentrante. Entretanto, para este detector ter chances razoáveis de detectar tais eventos é necessário que se construam transdutores eletromecânicos estado da arte. Para torná-los estado da arte é necessário desenvolver osciladores em 10 GHz de ultra-baixo ruído de amplitude e fase, objetivo desta tese.

Esta tese visa o desenvolvimento de um oscilador em 10 GHz de ultra-baixo ruído de amplitude e fase, o qual será utilizado como bomba nos seis transdutores paramétricos do detector de ondas gravitacionais Mario Schenberg.

No Capítulo 2 é apresentada a dedução da equação da onda gravitacional, a partir das equações do campo gravitacional da Teoria da Relatividade Geral (TRG) de Einstein. São também apresentadas as principais fontes de ondas gravitacionais, as técnicas fundamentais de detecção das mesmas e um estudo sobre transdutores eletromecânicos.

No Capítulo 3, é apresentado um estudo detalhado sobre transdutores paramétricos do tipo cavidade reentrante, o qual será utilizado no detector Mario Schenberg. É também apresentada uma exposição detalhada sobre os ruídos eletrônicos destes transdutores, bem como uma forma de minimizá-los ou eliminá-los.

No Capítulo 4 é feita uma exposição detalhada sobre osciladores, com o intuito de fornecer subsídios teóricos para projetar e desenvolver osciladores em 10 GHz com ultra-baixo ruído de fase proposto na presente tese.

No Capítulo 5 é apresentado o projeto de osciladores em 10 GHz com ultra-baixo ruído de fase e suas execuções. Também são feitas comparações entre as estimativas teóricas e medições para o ruído de fase nos osciladores desemvolvidos.

No Capítulo 6 são apresentados os procedimentos experimentais empregados nas medições dos ruídos de fase dos osciladores. Também são mostradas as comparações entre os valores estimados analiticamente e numericamente e os obtidos experimentalmente.

No Capítulo 7 é apresentada a modelagem do detector de ondas gravitacionais Mario Schenberg. Nesta modelagem é estudado analiticamente o impacto do ruído de fase neste detector.

As conclusões são apresentadas no Capítulo 8.

As sugestões para trabalhos futuros são apresentadas no Capítulo 9.

CAPÍTULO 2

ONDAS GRAVITACIONAIS

2.1-Derivação da Equação de Onda

A existência de ondas gravitacionais foi prevista teoricamente por Einstein em 1916, a partir da solução das equações de campo da Teoria da Relatividade Geral (TRG) [1], dadas abaixo:

$$R_{mn} - \frac{1}{2} g_{mn} R = 8p \frac{G}{c^4} T_{mn} \,. \tag{2.1}$$

Nas quais,

R_{mn} representa a curvatura do espaço-tempo (tensor de Ricci);

T_{mn} é o tensor energia-momento;

g_{mn} é a métrica do espaço-tempo;

R é o escalar de curvatura;

G é constante universal da gravitação;

c é a velocidade de propagação da luz no vácuo.

Sabendo-se, que no vácuo o tensor energia-momento $T_{mn} = 0$ (ausência de matéria), pode reescrever as equações de campo (2.1) de forma mais simples:

$$R_{mn} - \frac{1}{2} g_{mn} R = G_{mn} = 0, \tag{2.2}$$

na qual G_{mn} é o tensor de Einstein.

As equações (2.2) são diferenciais de 2ª ordem, isto torna difícil obter uma solução analítica para elas. Entretanto, soluções aproximadas podem ser obtidas a partir de métodos numéricos computacionais (relatividade numérica). Existem alguns métodos,

empregados na resolução destas equações, tais como: formalismo "*Slow-motion*", Pós-Minkoswkiano e Pós-Newtoniano que nos permitem obter soluções aproximadas para as equações da TRG [4].

2.1.1-Solução das Equações de Campo

A aproximação de campo fraco é empregada em regiões onde a distribuição de massa na vizinhança de interesse é muito menor do que o raio da distribuição de massa multiplicado por c^2/G, ou seja, onde o campo gravitacional é fraco. Neste caso, o espaço é aproximadamente plano e o tensor métrico pode ser escrito como:

$$g_{mn} = h_{mn} + h_{mn} \tag{2.3}$$

em que h_{mn} é a métrica de Minkowisky e $h_{mn} << 1$ é uma perturbação da métrica do espaço-tempo e corresponde à amplitude da onda gravitacional.

Definindo,

$$\bar{h}_{mn} = h_{mn} - \frac{1}{2} h_{mn} h \text{ (condição de Lorentz),} \tag{2.4}$$

e substituindo na Equação (2.2) obtém-se:

$$^2 \bar{h}_{mn} = 0 \tag{2.5}$$

na qual, $^2 \equiv \left(\frac{-1\partial^2}{c^2 \partial t^2} + \nabla^2 \right)$, é o operador d'Alambertiano.

A Equação (2.5) admite uma solução da forma: $\bar{h} = A_{mn} e^{[ik(z-ct)]}$, a qual representa uma onda monocromática propagando-se ao longo da direção **z,** à velocidade da luz c, com freqüência $w = kc$, transportando energia e momento. Outras teorias de gravitação podem obter resultados diferentes para a velocidade de propagação [4].

A energia irradiada por uma onda gravitacional é obtida através de uma expansão multipolar de uma solução do tipo potencial retardado das equações de campo (2.2). A expansão é feita a distâncias suficientemente grandes, comparadas à dimensão da fonte. O termo de dipolo obtido é nulo, devido à conservação do momento linear e a inexistência de massas negativas. O primeiro termo não nulo da expansão multipolar é o de quadrupolo, dado por,

$$W = \frac{1}{5}\frac{G}{c^5}(\dddot{I}_{jk})^2 \tag{2.6}$$

nas quais, W é a energia irradiada pelas ondas gravitacionais e $\dddot{I}_{jk}$ é a terceira derivada temporal do momento de quadrupolo dado por:

$$I_{jk} = \int r(t)\left[x^i x^k - \frac{1}{3}r^2 d_{jk}\right]d^3x \tag{2.7}$$

Desta forma, ondas gravitacionais são emitidas quando a terceira derivada do momento quadrupolar da distribuição de massas é diferente de zero. Fazendo-se uma analogia entre as radiações gravitacional e eletromagnética, nota-se que o fator c^5 do denominador da expressão de emissão quadrupolar, comparado ao fator c^3 do termo de emissão dipolar eletromagnética, explica a pequena amplitude das ondas gravitacionais. Portanto, espera-se que apenas eventos catastróficos no universo, envolvendo objetos de grande massa ou com grandes velocidades ou raios da ordem $2GM/c^2$, produzam ondas com amplitudes detectáveis. Estas condições só ocorrem em eventos astrofísicos [4].

2.1.2-Polarização e Interação da Onda Gravitacional com a Matéria

O desvio geodésico na direção transversa à direção de propagação da onda nos fornece um meio de estudar e caracterizar a polarização das ondas planas [5]. O tensor h_{mn} representa os dois estados de polarização da onda. Na forma canônica, h_{mn} é descrito por:

$$h_{mn} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_+ & h_x \\ 0 & 0 & h_x & -h_+ \end{bmatrix}. \tag{2.8}$$

O qual é definido em termos das duas amplitudes de polarização,

$$h_+ = h_{xx} = -h_{yy} \tag{2.9a}$$

e

$$h_x = h_{xy} = -h_{yx}, \tag{2.9b}$$

as quais são denominadas, polarização mais $(+)$ e cruzada (x). Elas possuem divergência nula (Gauge de Lorentz), não têm traço e são transversas à direção de propagação da onda.

Uma das formas de se estudar a interação da onda com a matéria é medir a aceleração relativa entre duas partículas testes num plano[1]. A Figura 2.1 mostra a interação de um anel de massas teste com uma onda gravitacional com polarização $(+)$ e (x), propagando-se na direção z. Os efeitos de ambas polarizações lineares são mostrados. À medida que a onda se propaga no eixo z, passado um quarto do ciclo, distorce o anel circular de partículas para uma elipse. Meio período de onda mais tarde, distorce o anel de partículas para uma elipse perpendicular à anterior. Após a passagem da onda, o anel de partículas volta ao seu estado inicial. As duas polarizações são equivalentes, exceto por uma rotação de 45^0 em torno do eixo de propagação.

[1] O princípio da equivalência não permite que essas acelerações sejam absolutas.

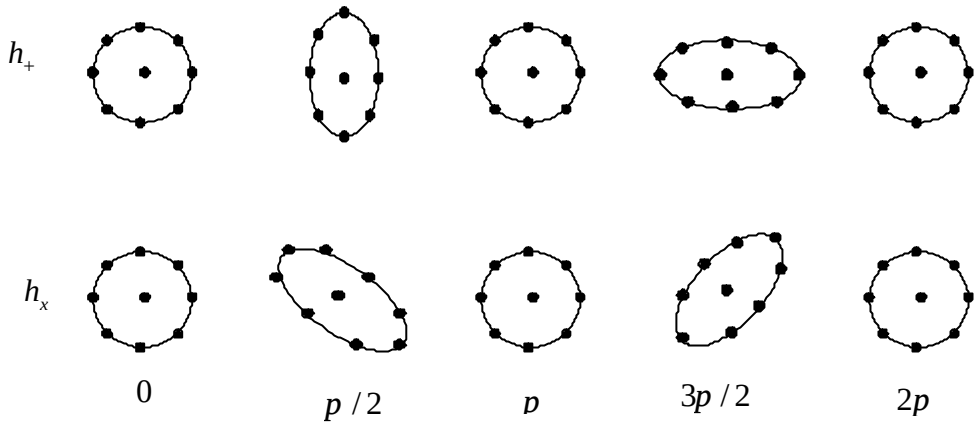

Figura 2.1: Distorção de um anel de partículas teste durante um ciclo de uma onda propagando-se na direção z.

2.2-Fontes Astrofísicas de Ondas Gravitacionais

As ondas gravitacionais geralmente são classificadas por critérios relacionados ao comportamento temporal ou de freqüência de emissão. Neste trabalho é adotado o critério referente ao comportamento temporal do sinal:

$$\Delta f = \frac{f_c}{q}, \tag{2.12}$$

na qual, q é o número de ciclos coerentes apresentados pelo sinal, Δf é a largura de banda e f_c é a freqüência característica de emissão da fonte.

De acordo com o critério temporal, as fontes astrofísicas são classificadas em: fontes impulsivas, periódicas e estocásticas [4]. As fontes impulsivas emitem sinais que apresentam poucos ciclos coerentes, q, e, conseqüentemente, uma largura de banda Δf grande. Neste caso, os sinais emitidos mantêm a coerência durante um tempo correspondente a poucos ciclos da onda. As fontes periódicas emitem sinais continuamente e mantêm a coerência durante um tempo longo (q grande). As fontes estocásticas emitem sinais que correspondem à somatória de uma distribuição aleatória, portanto não coerente ($q \to 0$) de sinais.

2.2.1-Sinais Impulsivos

Fontes de ondas de gravitacionais impulsivas em potencial incluem: o colapso de uma estrela, resultando em uma estrela de nêutrons ou um buraco negro, coalescência de binárias compactas e a queda de estrelas, ou pequenos buracos negros, em buracos negros de grandes massas [4,6].

Os pulsos mais intensos são esperados para ondas com freqüências abaixo de $10kHz$. A amplitude das ondas pode ser calculada por:

$$h_c \cong 2.7x10^{-20}\left(\frac{\Delta E_{OG}}{M_S c^2}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{1kHz}{f_C}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{10Mpc}{r_0}\right), \tag{2.13}$$

nas quais: $10Mpc$ é a distância estimada ao centro do aglomerado de Virgem (que possui cerca de 2500 galáxias), f_c é a freqüência característica da fonte, M_S é a massa do sol, r é a distância da fonte e ΔE_{OG} é a energia irradiada sob forma de ondas gravitacionais.

2.2.1.1-Supernova

A produção de ondas por uma supernova (colapso para formar uma estrela de nêutrons), depende exclusivamente do grau de não esfericidade e velocidade do colapso. Colapsos perfeitamente esféricos não produzem ondas gravitacionais, já que a taxa de variação do momento de quadrupolo é nula.

Pouco se sabe do grau de não esfericidade das supernovas do tipo II. Estudos sugerem que eles sejam aproximadamente esféricos e assim irradiam pouco.

Com relação à supernovas do tipo I, se for devido à explosão de uma anã branca acretante, formando uma estrela de nêutrons, então a anã branca poderia estar girando rapidamente e as forças centrífugas poderiam ocasionar um colapso altamente não esférico, dessa forma irradiando fortemente. No caso do colapso da estrela girando

rapidamente existem três diferentes cenários correspondentes às características das ondas:

1) - Se a estrela permanecer axi-simétrica durante o colapso. Estes cálculos prevêem as emissões mais fortes em duas diferentes regiões espectrais:

a) $f_c \approx 10^3\ Hz$, onde $\Delta E_{OG} \cong 10^{-7} M_S c^2$ e $h_c \approx 10^{-23}(10\ Mpc / r_0)$ devido ao colapso inicial ;

b) $f_c \approx 10^4\ Hz$ onde $\Delta E_{OG} \cong 10^{-6} M_S c^2$ e $h_c \approx 10^{-23}(10\ Mpc / r_0)$ devido às pulsações de uma EN;

1. Se a estrela se tornar instável à deformação e se tornar um elipsóide. Foi prevista uma emissão monocromática a $f_c \approx 10^3\ Hz$, terminando em 30 ciclos e produzindo $\Delta E_{OG} \cong 10^{-4} M_S c^2$ e $h_c \approx 5x10^{-22}(10\ Mpc / r_0)$;

2. Se a estrela colapsante tornar-se muito instável a perturbações não axi-simétricas, de maneira que rompa em duas ou mais massas deformadas. Neste caso, serão produzidas as ondas gravitacionais mais fortes: $\Delta E_{OG} \cong 10^{-2} M_S c^2$, $f_c \approx 10^3\ Hz$ e $h_c \approx 4x10^{-21}(10\ Mpc / r_0)$.

2.2.1.2-Buracos Negros

No colapso, para formar um buraco negro, a intensidade das ondas produzidas é altamente dependente do grau de não esfericidade do colapso, mas o grau de não esfericidade é desconhecido. A freqüência de ocorrência do colapso também é desconhecida.

A taxa de formação de buraco negro de baixa massa é de aproximadamente 1/3 da taxa de formação de estrelas de nêutrons na nossa galáxia e considerando o aglomerado de Virgem não deve passar de uma por ano. Buracos negros com massa da ordem de $10^6 M_S$, apenas são formados em núcleo galáctico a uma taxa de poucos buracos negros por ano dentro do universo observado.

Como um Buraco negro é o objeto final mais simples, as ondas gravitacionais irradiadas por suas vibrações são melhores entendidas se elas são produzidas pelas acelerações envolvidas no colapso. Assim, enquanto detalhes iniciais de sinais impulsivos dependem de fatores desconhecidos do colapso, a característica posterior deve ter uma forma estabilizada da qual é possível se determinar à massa com alta precisão.

Supondo que o BN irradie ondas gravitacionais com uma eficiência $\Delta E / mc^2 = e$ e que está a uma distância r_0 e tem uma massa M_1, então temos:

$$h_c = 1{,}0x10^{-20}\left[\frac{e}{0{,}01}\right]^{\frac{1}{2}}\left[\frac{1\,kHz}{f_c}\right]^{\frac{1}{2}}\left[\frac{10\,Mpc}{r_0}\right], \tag{2.14}$$

onde, f_c é a freqüência característica da fonte dada por:

$$f_c = \frac{1}{56\,M_S} = (1{,}3x10^4\,Hz)\left[\frac{M_S}{M_1}\right]. \tag{2.15}$$

Se o colapso é axi-simétrico, então a eficiência ε provavelmente não excede $7x10^{-4}$. E para buracos negros com algumas massas solares os colapsos ocorridos até uma distância de $10\,Mpc$ apresentariam uma amplitude da ordem de 10^{-21} na Terra.

2.2.1.3-Queda de Estrelas e Pequenos BN no interior de BN de Grandes Massas

Acredita-se que buracos negros de grandes massas: $M \geq 10^5 M_S$ ocupem o centro das galáxias e que os mesmos poderiam aumentar de tamanho por acresção. Para $r_0 \approx 10\,Mpc$ temos uma taxa de eventos razoável. A freqüência máxima de emissão da onda é dada por:

$$f_c \cong \frac{1}{20}M_1 = 10^{-4}\left(\frac{10^8 M_S}{M_1}\right) \tag{2.16}$$

E a amplitude da onda pode ser calculada por:

$$h_c \cong \frac{M_2}{2r_0} = 2x10^{-21}\left(\frac{M_2}{M_S}\right)\cdot\left(\frac{10\,Mpc}{r_0}\right) \qquad (2.17)$$

onde: M_1 é a massa do buraco negro de maior massa e M_2 é a massa do corpo em queda [4].

2.2.2-Sinais Periódicos

São emissões que se repetem periodicamente, mantendo coerência durante muitos ciclos e permitindo a integração do sinal durante longos períodos. Como exemplos de fontes periódicas têm-se: rotação de estrelas de nêutrons axialmente assimétricas, rotação de sistemas binários, estrelas pulsantes (anãs brancas ou estrelas de nêutrons) e por último, rotação de pulsares axialmente assimétricos [4].

As fontes periódicas apresentam um valor de q extremamente alto e permitem, portanto, a integração do sinal durante longos períodos. Desta forma, valores de amplitude muitos pequenos tornam-se detectáveis. Este tipo de fonte apresenta um pequeno Δf, emitindo as ondas numa freqüência bem característica.

2.2.2.1-Estrelas de Nêutrons em Rotação

Um pulsar emite ondas gravitacionais com amplitude proporcional à assimetria ao redor do seu eixo de rotação e freqüência igual ao dobro da velocidade angular de rotação. Quanto mais rápido girar e maior a assimetria, mais forte deverá ser a emissão. Desvio de simetria pode ser produzido de várias formas entre elas temos [4]:

- A crosta sólida da estrela ou núcleo sólido pode suportar deformações que são remanescentes da historia passada da estrela. Está deformação pode produzir desvio de simetria na estrela o que pode torná-la, devido a sua velocidade de rotação, uma fonte de ondas gravitacionais;

- O campo magnético interno da estrela, se suficientemente forte pode produzir uma pressão magnética para distorcer a estrela significativamente;

- Se a estrela está girando mais rapidamente que o período crítico de rotação.

A amplitude adimensional da onda gravitacional na Terra pode ser calculada pela expressão:

$$h = 8{,}1x10^{-28}\left(\frac{I(gcm^2)}{3x10^{44}}\right)\left(\frac{e_{rad}}{10^{-6}}\right)\left(\frac{100}{R(pc)}\right)\left(\frac{f(Hz)}{10}\right)^2, \qquad (2.18)$$

onde I é o momento de quadrupolo, ε é a assimetria da estrela, R é a distância em parsec e f é a freqüência em Hz.

O fator de assimetria ε é difícil de estimar, não havendo modo de determiná-lo observacionalmente. Estimativas teóricas permitem prever valores variando entre 10^{-6} e 10^{-2}, dependendo da velocidade de rotação e da existência de fenômenos sísmicos na estrela. Entretanto, é possível estimar a amplitude da emissão gravitacional de pulsares a partir da medida da variação do período de rotação (dP/dt), assumindo que essa variação corresponda à perda de momento angular devido à emissão gravitacional [2].

2.2.2.2 - Estrelas Binárias Compactas

Binárias ordinárias emitem ondas gravitacionais em $f = 2f_{orb}$. Devido à excentricidade da órbita, essas ondas devem ser emitidas igualmente espaçadas (linhas espectrais), e a sua amplitude característica dada por:

$$h_c = 8 \cdot \left(\frac{2}{15}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{m}{r}(pMf)^{2/3}. \qquad (2.19)$$

Onde: m é a massa reduzida e M é a massa total do sistema binário e r é a distância da fonte. Para baixa excentricidade da órbita ($\varepsilon \leq 0{,}2$) o harmônico dominante da emissão gravitacional ocorre em $f_g = 2 \cdot f_{orb}$.

Devido à emissão de ondas gravitacionais, estrelas binárias compactas perdem momento angular (período orbital diminui) gradativamente até atingir a coalescência. Desta forma, a amplitude e o período aumentam monotonicamente. Durante a espiralação a freqüência varia, tendendo a atingir no seu estágio final um valor máximo: $f_{\max} \approx 1\,kHz$ para estrelas de nêutrons; $f_{\max} \approx \frac{10\,kHz}{\mathrm{M}_1 / M_S}$ para buracos negros (M_1 = massa do buraco negro). A amplitude da onda pode ser calculada por:

$$h_c = 4{,}1x10^{-22}\left(\frac{M}{M_S}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{m}{M_S}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{100\,Mpc}{r}\right)\left(\frac{100\,Hz}{r}\right)^{\frac{1}{6}}, \qquad (2.20)$$

onde: M é a massa total do sistema, M_S é a massa do sol, m é a massa reduzida do sistema binário, r é a distância da fonte e f_c é a freqüência característica do sinal da fonte (freqüência variável) [4].

A Figura 2.2 mostra o decaimento do período orbital do pulsar binário PSR1913+16, o qual vem sendo observado desde 1975, o mesmo está espiralando a uma taxa de decaimento do período orbital consistente com as predições da TRG, para a emissão de ondas gravitacionais. Próximo à sua coalescência, daqui a $3{,}5x10^8$ anos, este pulsar gerará um pulso de alta intensidade [2, 7].

2.2.3 - Sinais Estocásticos

São emissões, oriundas de uma distribuição estatística de fontes que resultam num ruído de fundo gravitacional. Este ruído de fundo poderia ser detectado fazendo-se a correlação entre o ruído de diversas antenas. São exemplos de fontes: sistemas binários na Via Láctea ou em galáxias próximas, ondas gravitacionais primordiais, transições de fase e cordas cósmicas.

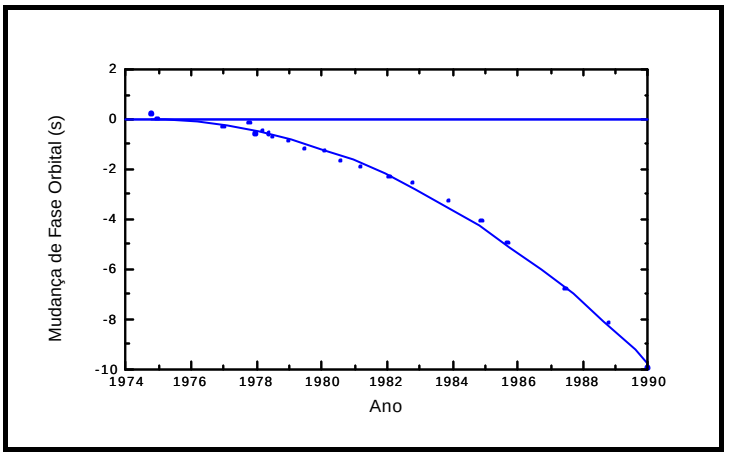

FIGURA 2.2: Mudança de fase orbital do pulsar binário PSR1913+16.

FONTE: Taylor (1989).

2.2.3.1-Estrelas Binárias

Muitas estrelas binárias em nossa galáxia e em outras galáxias emitem radiação gravitacional na região de freqüência $f \leq 10^{-2}\,Hz$, havendo uma grande superposição e produzindo um "background" muito intenso. A contribuição de todas as outras galáxias deve ser menor do que 15% da contribuição da Via Láctea. O background produzido por vários tipos de binárias apresenta um sério obstáculo para buscas de outros tipos de onda na banda de freqüências entre $10^{-5}\,Hz$ e $0{,}03\,Hz$ [4].

2.2.3.2 - Ondas Gravitacionais Primordiais

Os grávitons se desacoplaram da matéria num período de tempo após o *"Big-Bang"* igual ao tempo de Planck (10^{-43} s), quando o espaço-tempo era quantizado e a natureza se comportava de uma maneira bem diferente das leis físicas conhecidas hoje que descrevem o Universo. O estudo das ondas gravitacionais primordiais (ondas criadas no *"Big-Bang"*) pode ignorar subseqüentes interações com a matéria, porém não podem ser ignoradas interações com a curvatura do espaço-tempo [4].

Estas interações podem gerar amplificações e desta maneira pequeníssimas variações iniciais podem resultar numa quantidade mais significativa. A quantidade de energia

produzida como radiação gravitacional depende crucialmente de aspectos da equação de estado que descreve aquela situação e da taxa de expansão dependente do vácuo do Universo muito primitivo.

2.2.4-Fontes Candidatas a Observação pelo Detector Schenberg

As principais fontes candidatas a observação pelo detector Schenberg são oriundas de instabilidades dinâmicas não axi-assimétricas de estrelas de nêutrons em alta rotação; excitação dos modos f de estrelas de nêutrons; excitação dos modos quase-normais de buracos negros de $M \cong 3{,}8 M_S$. Além destas fontes, também pode-se especular sobre cenários mais exóticos, tais como: rotação de estrelas bosônicas ou "estranhas" com períodos $P < 1ms$ e espiralação de mini buracos negros [8].

2.2.4.1-Instabilidades Dinâmicas não Axi-assimétricas de Estrelas de Nêutrons em Alta Rotação

São ondas gravitacionais produzidas logo após o colapso de supernovas do tipo I, quando a viscosidade da matéria nuclear ainda está baixa devido à alta temperatura atingida no colapso. A estrela de nêutrons pode momentaneamente evoluir para a forma de um elipsóide e se partir nas extremidades, formando um anel de matéria. Durante a fase em que ela forma o elipsóide, ela emite uma grande quantidade de ondas gravitacionais em altas freqüências. A faixa de freqüências na qual ocorre a emissão depende da equação de estado da matéria nuclear. O h_{burst} característico no mínimo, $2x10^{-19}$, caso esse evento ocorresse em nossa galáxia (de um a três eventos por século). Para certa faixa de dureza da equação de estado, a emissão ocorre em torno de 4 kHz [9].

Um cenário alternativo para a excitação dessas instabilidades hidrodinâmicas poderia ocorrer para binárias consistindo de uma estrela de nêutrons e uma estrela gigante. A estrela de nêutrons estaria girando próxima ao centro da estrela gigante (dentro da sua atmosfera). Neste caso, a acresção de matéria e, conseqüentemente, de momento angular seria enorme. Desta forma, a estrela de nêutrons poderia alcançar freqüências de

rotação muito altas e a instabilidade dinâmica não-axial-simétrica poderia ser ativada. O sinal seria monocromático e contínuo, em freqüências da ordem de kHz. Tais eventos poderiam ser detectáveis pelo SCHENBERG se ocorressem próximos da nossa galáxia.

2.2.4.2 Excitação dos Modos *f* de Estrelas de Nêutrons

Outra fonte em potencial para o SCHENBERG seriam pulsações estelares. Recentemente, estudos sobre a emissão de ondas gravitacionais provenientes de estrelas de nêutrons pulsantes forneceriam a uma estimativa, com alta precisão, da massa e raio dessas estrelas, conseqüentemente, isto conduziria à sua equação de estado. Este estudo nos daria informações pioneiras da estrutura da estrela de nêutrons, uma vez que tais estimativas não podem ser feitas por nenhum outro tipo de observação. Simulações mostram que as emissões gravitacionais ocorrem em freqüências bem características, a maior parte da energia é irradiada no modo: *f* (1-4 kHz) [10].

Existem vários cenários, nos quais esses modos podem ser excitados a níveis de detecção: em uma explosão de supernova que gere uma estrela de nêutrons; em estrelas de *"quarkes"* associados com um *"glitch"* de pulsar; na coalescência de duas estrelas de nêutrons, no final da espiralação; nas transições de fase que podem conduzir a mini-colapsos, resultantes de um súbito amolecimento da equação de estado; na transformação de uma estrela de nêutrons em uma estrela estranha; nas passagens de objetos próximos a estrelas de nêutrons.

Alguns dos eventos acima poderiam ter taxas de ocorrência de alguns eventos por anos, pois estimativas prevêem a existência de pelo menos 10^9 estrelas de nêutrons em nossa galáxia. Supondo que as estrelas de nêutrons têm a mesma distribuição que a matéria visível [11], a densidade de distribuição delas seguiria as seguintes expressões para o bojo e o disco da Via Láctea respectivamente:

$$r_B(r) = r_0 e^{-(r/r_0)} \text{ em } r \in [0,2]\, kpc, \tag{2.22}$$

$$r_D(r,z) = r_1 e^{-(r/r_1)} e^{-(z/z_0)} \text{ em } r \in [2,15]\, kpc \text{ e } z \in [0,05]\, kpc, \tag{2.23}$$

onde r_B e r_D são as densidades de distribuições de estrelas de nêutrons no bojo e no disco da Via Láctea respectivamente. r_0 e r_1 são as densidades de distribuições de estrelas de nêutrons no centro do bojo e disco, respectivamente, $r_0 = 784 kpc$ $r_1 = 3{,}5\, kpc,\ z_0 = 325\ pc$ e $r_1 = 0{,}14\, r_0$.

Para a quantidade de estrelas de nêutrons prevista, e com uma massa típica de $1{,}4\, M_S$, temos que $r \approx 140 M_S /(10\ pc)^3$. Conseqüentemente, a densidade de estrelas de nêutrons nas proximidades da Terra é de aproximadamente $1{,}7 M_S /(10\ pc)^3$, ou seja, o número de estrelas de nêutrons que encontramos, ao redor da Terra é aproximadamente, $N \approx (d / 6\ pc)^3$ [12].

2.2.4.3-Excitação dos Modos Quase-Normais de Buracos Negros de 3.8-9 M_S

Matéria caindo ou passando próximo a buracos negros pode excitar os seus modos quase-normais. Quando isto ocorre, maior parte da energia acopla-se aos modos quadrupolares harmônicos mais baixos, pois a energia acoplada é proporcional a $e^{b\ell}$ (onde $\ell = 2$ é o menor modo multipolar e b é função do momento angular) [10,13]. Os modos quadrupolares harmônicos mais baixos de um buraco negro de $3 M_S$ são dados na Tabela abaixo 2.1.

TABELA 2.1: Modos Quadrupolares Harmônicos de um Buraco Negro de $3 M_S$.

n	Re(f)	Im(f)	$\lvert f \rvert$	Q (Figura de mérito)
0	$4{,}04\, kHz$	$-0{,}96\, kHz$	$4{,}15\, kHz$	4,2
1	$3{,}74\, kHz$	$-2{,}97\, kHz$	$4{,}77\, kHz$	3,2

Portanto, na faixa de detecção do detector SCHENBERG, $3{,}0 - 3{,}4\, kHz$, este seria sensível à emissões de buracos negros com massas na faixa de $2{,}9 - 3{,}7 M_S$. Utilizando a distribuição de massas de Salpeter, para estrelas de nossa galáxia, temos que distribuição o número de buracos negros nessa faixa de massas na nossa galáxia é aproximadamente $2{,}7 x 10^8$. Supondo que eles estejam distribuídos como matéria visível,

deve encontrar uma densidade nas proximidades da Terra de $\approx 1{,}1 M_S/(10\ pc)^3$, ou seja, o número de buracos negros com massas na faixa de $\approx 2{,}9\, M_S$ na Via Láctea, ao redor da Terra é $N \approx (d/6\ pc)^3$.

Como no caso anterior, para estrelas de nêutrons, existem vários cenários, nos quais esses modos podem ser excitados a níveis de detecção:

1) em uma explosão de supernova que gere um buraco negro de $3M_S$;

2) na coalescência de dois buracos negros ou de uma estrela de nêutrons com um buraco negro, no final da "espiralação", desde que um deles seja um buraco negro de $3M_S$;

3) na coalescência de duas estrelas de nêutrons, pois elas produziriam um buraco negro com massa na faixa de sensibilidade do SCHENBERG;

4) nas passagens de objetos próximos do buraco negro.

2.2.4.4-Rotação de Estrelas Bosônicas

Não é claro que estrelas de nêutrons possam suportar rotações de $2\,kHz$, condição necessária para emitir ondas gravitacionais em $4\,kHz$. Por outro lado, é especulado na literatura científica a existência de estrelas "estranhas". Caso essas estrelas existam, poderiam ter rotações em freqüências de $2\,kHz$. A confirmação de uma linha monocromática em $4\,kHz$ teria, portanto, profundas implicações no desenvolvimento da astrofísica [8].

2.2.4.5-Espiralação de Mini Buracos Negros

A possibilidade de existência de mini buracos negros vem tomando importância com a descoberta dos "Massive Astrophysical Compact Halo Objects" (MACHOS). Alguns especulam que muitos MACHOS são mini buracos negros com massas inferiores a $1\,Ms$. Se mini-buracos negros existirem, pode ser que eles formem sistemas binários.

Neste caso, supondo que as massas são iguais, a distância entre eles, para que o sistema emita ondas gravitacionais em 4 kHz, será dada pela expressão, $a \approx 5{,}5(M / 0{,}1M_S)^{1/3}$ (km) [8].

Sistemas compostos por dois mini buracos negros de $M = 0{,}1\,M_S$, emitirão ondas gravitacionais de $4\,kHz$, se a distância entre eles for de $\approx 5{,}5\,km (r_{orb} = a/2 = 2{,}75 km)$. Se esse sistema estiver a $8{,}5\,kpc$ da Terra, a amplitude h do sinal será $\approx 2{,}7\,x10^{-19}$, utilizando-se o cálculo de Thorne. Isto seria facilmente detectado pelo SCHENBERG.

Nakamura e Thorne supõem que possam existir aproximadamente $5x10^8$ sistemas binários, de mini buracos negros de $\approx 0{,}5M_S$ no halo da nossa galáxia $(r_{halo} \approx 50\,kpc)$, coalescendo em tempos comparáveis à idade do universo. Isto implicaria em uma taxa de coalescência de $\approx 5x10^{-2}$ eventos por ano.

No Detector Mario Schenberg num estágio avançado, com sensibilidade próxima do limite quântico $(6x10^{-21})$, esses eventos poderiam ser detectados até distâncias de $1{,}6\,Mpc$, o que daria uma taxa de ocorrência de aproximadamente três eventos por ano.

A Figura 2.3 mostra as principais fontes candidatas à detecção, pelos detectores de ondas gravitacionais de banda larga LISA (Laser Interferometer Space Antenna), LIGO (Laser Interferometer Gravitational Observatory) e também para o detector Mario Schenberg (banda estreita).

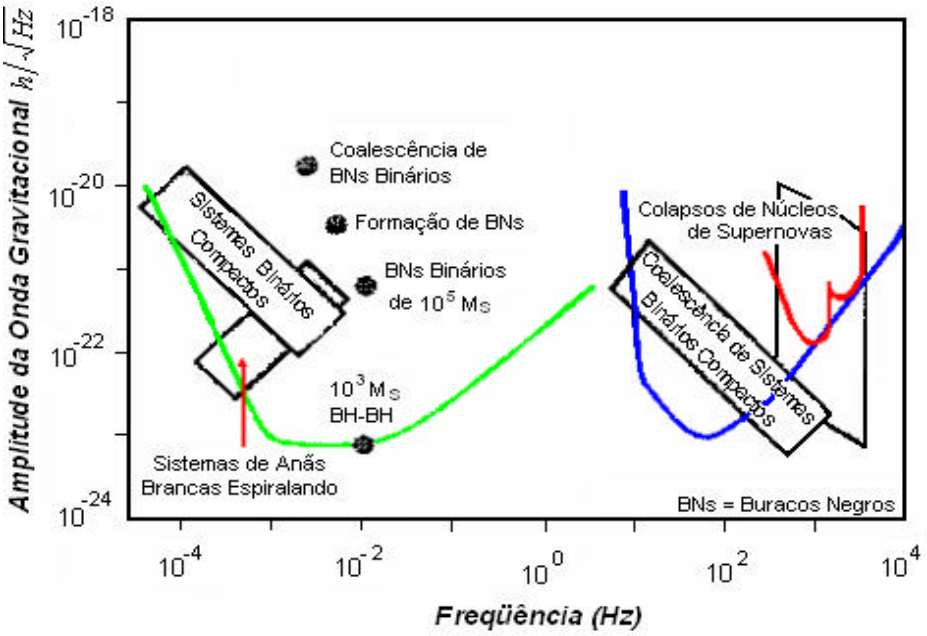

FIGURA 2.3: Curva de sensibilidade dos detectores de ondas gravitacionais, LISA, LIGO e Mario Schenberg. A curva verde representa a sensibilidade do detector LISA, a curva azul representa a sensibilidade do detector LIGO, a curva vermelha sobreposta à curva azul representa sensibilidade do detector Mario Schenberg [14].

O detector Lisa é indicado para fontes periódicas e estocásticas, este varre uma faixa de freqüência de $10^{-4} - 10^{0}$ Hz e tem como principais fontes, a formação e a coalescência de buracos negros de grandes massas, binárias compactas e anãs brancas binárias. Enquanto, o detector LIGO, indicado para fontes impulsivas varre de $10^{0} - 10^{4}$ Hz e tem como principais fontes: supernovas e fusão de estrelas binárias. As fontes de ondas gravitacionais para o detector Schenberg foram descritas minuciosamente na Seção 2.2.4 e nas suas subseqüentes subseções.

2.3-Técnicas de Detecção de Ondas Gravitacionais

Até o presente momento as principais técnicas empregadas na detecção de ondas gravitacionais são: as interferométricas que se utiliza a característica ondulatória das ondas gravitacionais, e as ressonantes, que se utiliza a característica corpuscular, do quantum das ondas gravitacionais (gráviton). Cada técnica apresenta vantagem e desvantagem sobre a outra.

2.3.1-Técnicas Interferométricas

Esta técnica utiliza um interferômetro laser, cujos braços não rígidos são definidos por duas massas suspensas separadas por uma grande distância com um espelho sobre cada uma. Um laser de alta potência incide sobre um divisor de feixe, que o divide em dois, os quais percorrem os braços ortogonais do interferômetro, refletem nos espelhos suspensos e, ao se reencontrarem produzem um padrão de interferência destrutiva sobre um foto-detector [15]. A Figura 2.4 mostra um esquema deste detector.

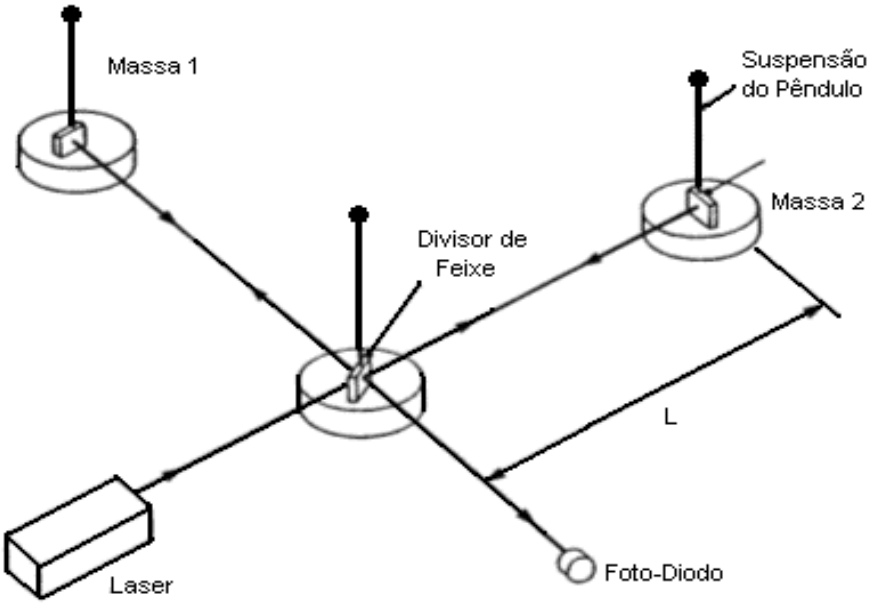

FIGURA 2.4: Diagrama esquemático de um detector de ondas gravitacionais do tipo interferométrico, utilizando um interferômetro de Michelson.

Neste tipo de técnica, os caminhos ópticos são ajustados de tal maneira que ocorra uma interferência destrutiva entre os feixes que se reencontram, produzindo um mínimo sobre o foto-detector. Quando a onda atinge a antena com direção e polarizações favoráveis, os comprimentos dos braços variam, produzindo uma diferença de fase proporcional à amplitude da onda, alterando o padrão de interferência sobre o foto-detector. Essa alteração no padrão de interferência corresponde à onda gravitacional. Deste modo, as acelerações diferenciais nas direções definidas pelos braços do interferômetro são monitoradas diretamente. A sensibilidade destes é diretamente

proporcional ao comprimento dos braços do interferômetro e à raiz quadrada da potência do laser.

Os detectores interferométricos apresentam algumas vantagens sobre os de massa ressonante: detectores interferométricos são de banda larga, podendo um detector varrer uma grande faixa de freqüências.

Por outro lado, detectores interferométricos apresentam algumas desvantagens sobre os de massa ressonante: i) os detectores interferométricos são cegos para certas direções e polarizações das ondas gravitacionais; ii) são duas ordens de magnitude mais caras; iii) eles não podem responder sobre a quantização das ondas gravitacionais, enquanto os de massa ressonante podem. A Tabela 2.2, lista os detectores em operação ou em construção, e as suas características.

TABELA 2.2: Detectores de Ondas Gravitacionais Interferométricos.

Detector / localização	Banda (Hz)	Previsão de Operação	Sensibilidade Esperada $h/(Hz)^{-1/2}$	Tamanho dos braços (m)
LIGO I (EUA) **LIGO II** (EUA)	$10^1 - 10^4$ $10^1 - 10^4$	2005 2007	$\sim 6 \times 10^{-22}$ $\sim 5 \times 10^{-23}$	4000 4000
VIRGO Itália	$10^0 - 10^4$	2002	$\sim 6 \times 10^{-23}$	3000
TAMA Japão	$10^1 - 10^4$	1998	$\sim 8 \times 10^{-22}$	300
GEO 600 USA	$10^0 - 10^4$	2005	$\sim 10^{-22}$	600
LISA (EUA-EUROPA)	$10^{-4} - 10^0$	2014	$\sim 5 \times 10^{-24}$	5×10^9

2.3.2 - Técnica de Detecção de Ondas Gravitacionais por Massa Ressonante

A detecção de ondas gravitacionais empregando a técnica de massa ressonante consiste em monitorar os modos normais de vibração de corpos rígidos metálicos geralmente barras cilíndricas ou esferóides por transdutores eletromecânicos. O princípio de operação é o seguinte: quando uma onda gravitacional atinge uma antena ressonante, ela transfere energia para a mesma. A energia transferida excita os modos fundamentais (freqüências características de oscilação do sistema). As oscilações produzidas no sólido

são então convertidas em sinais elétricos pelos transdutores eletromecânicos e enviadas para um sistema de aquisição de dados [16, 17]. Esta técnica é apresentada em detalhes no próximo Capítulo.

CAPÍTULO 3

TÉCNICA DE DETECÇÃO DE ONDAS GRAVITACIONAIS POR MASSA RESSONANTE

Neste Capítulo são apresentados os sistemas de detecção de ondas gravitacionais por massa ressonante. São mostrados os detectores do tipo barra e esféricos e uma descrição completa do detector Mario Schenberg. Ainda, nesse Capítulo, são apresentadas as características de operação do detector Mario Schenberg, o transdutor paramétrico do tipo cavidade reentrante utilizado no detector Mario Schenberg e as fontes de ruídos que limitam a sensibilidade do detector.

3.1 - Detectores do tipo Barra Ressonante

Em 1965 J. Weber construiu o primeiro detector de ondas gravitacionais do tipo massa ressonante. Este consistia de uma barra cilíndrica de alumínio, com 1,5 toneladas operando à temperatura ambiente e isolada vibracionalmente em uma câmara de vácuo e utilizava como transdutor vários cristais piezelétricos ligados em série, colocados na forma de um cinturão na região central da antena, para tentar detectar oscilações na antena produzidas pelas ondas gravitacionais [16].

Desde a época de Weber os detectores tiveram sua sensibilidade melhorada consideravelmente. Passaram a ser isolados vibracionalmente e resfriados a temperaturas criogênicas [17]. Passaram a utilizar transdutores mais sofisticados e começaram a utilizar amplificadores mecânicos de amplitude, dando inicio aos detectores de segunda geração [18]. O uso de transformadores mecânicos de amplitude possibilita utilizar uma massa final mais leve para a operação de transdutância. Isto aumenta o acoplamento eletromecânico, produz uma maior amplificação mecânica do sinal e também aumenta a banda de freqüência de detecção. Estes alcançaram uma sensibilidade em energia dez mil vezes maiores do que os detectores de primeira geração.

O primeiro a propor o uso de transformadores mecânicos de amplitude foi Richard [18,19]. Foi demonstrado por ele que se um sistema de três ressonadores harmônicos, como mostrado na Figura 3.1, for resolvido pelo método tradicional de pequenas vibrações, onde $\mu_1 << 1$ é a razão das massas do segundo corpo e do primeiro, e $\mu_2 << 1$ é a relação entre a massa do terceiro corpo e do segundo. Fazendo-se $\mu = \mu_1 = \mu_2$ obtemos as soluções para as freqüências características do sistema:

$$w_{-} = w_0\left(1-\sqrt{m}\right), \tag{3.1a}$$

$$w_C = w_0, \tag{3.1b}$$

$$w_{+} = w_0\left(1+\sqrt{m}\right). \tag{3.1c}$$

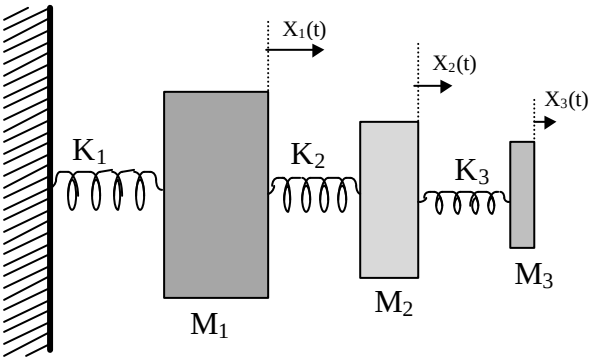

FIGURA 3.1: Modelo de sistema de três modos.

Na Figura 3.1 M_1, M_2, M_3, K_1, K_2, K_3, $X_1(t)$, $X_2(t)$, $X_3(t)$ são as massas, constantes de mola e deslocamentos dos primeiro, segundo e terceiro modos respectivamente. Supondo-se a conservação de energia entre as massas intermediárias, a transformação mecânica das amplitudes é dada por:

$$\frac{|x_3|}{|x_1|} = \sqrt{\frac{M_1}{M_3}}. \tag{3.2}$$

O sistema de multímodos apresenta duas vantagens. A primeira é a possibilidade de utilizar uma massa final mais leve para a operação de transdutância, causando um aumento no acoplamento eletromecânico e uma maior amplificação mecânica. A segunda é a de propiciar uma maior separação entre os modos, o que aumenta a banda de detecção ($\Delta w \approx 2w_0\sqrt{m}.$), como visto pelas equações (3.1a) e (3.1c).

Análises teóricas mostram que a largura da banda aumenta rapidamente para o número de modos indo de um até três, mas há um pequeno incremento se o número de modos for aumentado acima de três [20].

A terceira geração de detectores de ondas gravitacionais consiste de sistemas isolados vibracionalmente, resfriados a temperaturas ultra-criogênicas (o objetivo é atingir temperaturas termodinâmicas da ordem de 50mK, utilizando refrigeradores por diluição). Como exemplos de detectores de terceira geração têm: NAUTILUS (Frascati) e AURIGA (Legnaro), ambos na Itália. Estes detectores entraram em operação recentemente.

Os detectores de segunda e terceira geração listados na Tabela 3.1 são sensíveis o bastante para detectar ondas gravitacionais oriundas de um colapso gravitacional em nossa galáxia, se a energia convertida em ondas gravitacionais é da ordem de um por cento da massa solar [21, 22, 23, 24].

TABELA 3.1: Características dos Detectores de Segunda e Terceira Geração em Operação.

Detector	Localização	Material	Temp	Temp.de Ruído (mK)	Freqüência (Hz)	Sensibilidade para bursts
Allegro	Baton Rouge	Al	4 K	6	900	$7x10^{-19}$
Explorer	CERN	Al	4K	6	900	$7x10^{-19}$
Niobe	Perth	Nb	5K	1	700	$5x10^{-19}$
Nautilus	Frascati	Al	100 mK	4	900	$6x10^{-19}$
Auriga	Legnaro	Al	100 mK	1	900	$3x10^{-19}$

Em detectores de quarta geração as antenas ressonantes têm formas esféricas. Este tipo de detector está em desenvolvimento no Brasil, Itália e Holanda. Esta evolução tem como objetivo melhorar a sensibilidade dos detectores, para permitir a detecção de eventos com maior freqüência de ocorrência a partir de fontes mais distantes. A Tabela 3.2 mostra os detectores de quarta geração (esferoidais) que se encontram em fase de implementação. Detectores com estas características são sensíveis o bastante para detectar instabilidades hidrodinâmicas em estrelas de nêutrons em nossa galáxia (2-3 eventos por século) [8].

TABELA 3.2: Detectores de Ondas Gravitacionais de Quarta Geração.

Detector	Massa (kg)/ Material	T(mK)	Previsão p/ Inicio de Operação	$h / Hz^{-1/2}$	
				Inicial	Final
SCHENBERG (USP)	1150 CuAl (6%)	15	2005	$\sim 10^{-20}$	$\sim 10^{-22}$
MiniGRAIL (LEIDEN)	1150 CuAl (6%)	15	2004	$\sim 10^{-20}$	$\sim 10^{-22}$
SFERA (Frascati)	1150 CuAl (6%)	15	Sem previsão	$\sim 10^{-20}$	$\sim 10^{-22}$

3.2-Detectores Esféricos

Um detector esférico de ondas gravitacionais consiste de um esferóide, cujas oscilações produzidas pelas ondas gravitacionais serão sempre uma superposição dos seus cinco modos quadrupolares degenerados [25, 26, 27]. E no mínimo cinco transdutores eletromecânicos, os quais monitorarão os modos normais das vibrações quadrupolares da esfera.

Detectores esféricos possuem uma série de vantagens sobre os detectores do tipo barra:

1. Uma esfera tem cinco modos quadrupolares degenerados. Cada modo livre age como uma antena separada, orientada em uma direção ou polarização diferente. Portanto, um detector esférico pode ser imaginado como cinco detectores em um único instrumento [28].

2. Um detector esférico é onidirecional. Além disso, é capaz de determinar a

polarização de ondas monocromáticas, ou seja, ele é igualmente sensível a ondas gravitacionais vindas de qualquer direção do espaço [29].

3. Um esferóide tem uma massa muito maior que uma barra equivalente (barra com mesma freqüência ressonante). Uma maior massa implica uma maior seção de choque, deste modo obtendo uma melhoria na sensibilidade da antena.

4. Estudos realizados com este tipo de antena mostram que é obtido um aumento de sensibilidade em energia em torno de 56 vezes em relação a uma barra ressonante de mesma freqüência [30].

5. Duas antenas esféricas situadas nas proximidades uma da outra, podem ser usadas para detectar sinais gravitacionais estocásticos [29].

6. Uma única antena esférica é suficiente para determinar a direção de origem de uma onda gravitacional. A vibração da antena pode ser decomposta nos cincos modos do sistema de laboratório e assim se pode resolver o problema inverso, isto é, a determinação da direção, polarização e amplitude da onda gravitacional a partir da resposta de amplitude de cinco diferentes pontos na superfície da esfera e, com isto, se obtendo a direção da onda [31].

Em contrapartida os quatros modos extras que se acoplam fortemente a uma onda gravitacional somam um conjunto de complexidade ao sistema. Além disso, os ressonadores mecânicos conectados ao esferóide para monitorar os modos de vibrações, que interagem fortemente com as ondas gravitacionais, acoplarão aos modos resultantes da esfera mais doze (seis transdutores) modos [32].

3.3-Ruídos e Sensibilidade em Detectores Ressonantes

Os detectores de ondas gravitacionais do tipo massa ressonante apresentam várias fontes de ruídos intrínsecas (ruídos internos) e extrínsecas (ruídos externos) que podem excitar as ressonâncias do detector colocando em questão se o que foi detectado foi realmente um sinal ou um ruído, limitando desta forma a sensibilidade do detector. Quando estamos analisando sinais impulsivos é necessária a verificação de coincidências com

outros detectores para termos certeza se o que foi medido foi realmente um sinal [33].

Os ruídos internos são flutuações estatísticas das variáveis físicas do sistema de detecção. Eles não podem ser eliminados, mas podem ser minimizados. Os ruídos externos são produzidos por eventos externos ao sistema de detecção e podem resultar em interferência no sistema se não for tomada a devida precaução.

Além das classificações acima, os ruídos são classificados quanto ao seu comportamento temporal podendo ser classificados como estacionários e não estacionários e quanto à sua distribuição espectral podendo ser classificados como gaussianos e não gaussianos. O ruído é considerado estacionário quando a sua probabilidade de ocorrência é constante no tempo e é considerado gaussiano se a distribuição do número N de eventos em função da sua amplitude A segue uma distribuição de Gauss, conforme ilustrado na Figura 3.2.

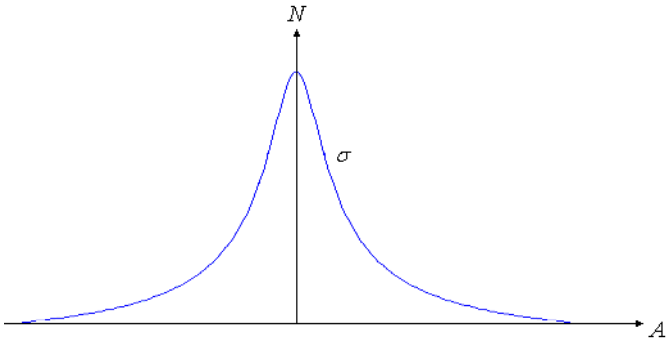

FIGURA 3.2: Distribuição de Gauss.

Como exemplo de ruído gaussiano, suponha que se tenha um número de eventos que obedeça a uma relação do tipo $N = N_0 e^{-E/kT_n}$; onde N é de contagem para um determinado evento, N_0 é a contagem total; E é a energia do evento e T_n é a temperatura de ruído. A Figura 3.3 ilustra este exemplo. Neste caso quanto menor a energia do evento, menor a chance dele ser observado, pois para baixas energias o ruído é muito alto.

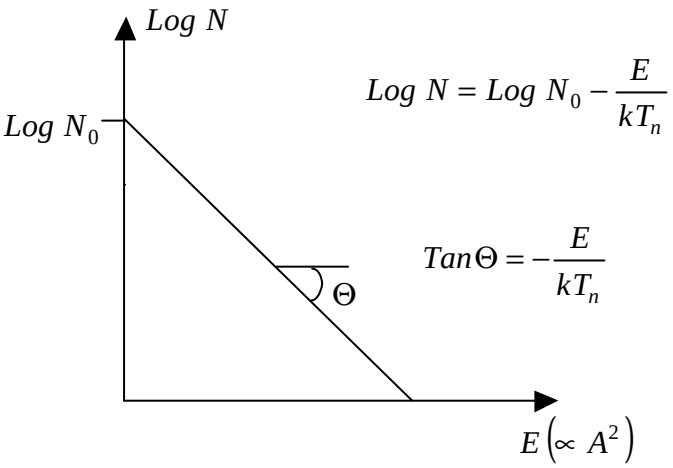

FIGURA 3.3: Exemplo de ruído gaussiano.

Para dados onde temos ruídos gaussianos completamente estacionários, a distribuição dos pulsos em energia seguem uma distribuição exponencial, e a inclinação da curva expressa em Kelvin fornece a temperatura de ruído T_n que caracteriza a quantidade total de ruído do sistema.

3.3.1-Ruídos Internos

São ruídos inerentes ao sistema, entre os ruídos internos temos: ruídos térmicos, ruídos da câmara de mistura (*Mixer Chamber*) e os ruídos eletrônicos do transdutor.

3.3.1.1-Ruídos Térmicos

Os ruídos térmicos são considerados gaussianos e estacionários, os principais tipos de ruídos térmicos que afetam um detector de ondas gravitacionais são:

Ruído Térmico da Suspensão

São caracterizados por forças decorrentes do movimento browniano que podem agitar as partes mecânicas da suspensão. Este pode ser minimizado, abaixando a temperatura termodinâmica e construindo um sistema de isolamento vibracional.

Ruído Térmico da Antena

É causado pela agitação térmica da estrutura cristalina, o qual é definido pela temperatura termodinâmica e pelo tempo de relaxação da massa ressonante. Os efeitos de ruídos térmicos podem ser minimizados:

- Resfriando-se a temperatura da antena.
- Usando-se um material com alto Q mecânico (a transferência de energia entre um modo mecânico qualquer e outro de oscilação de interesse será muito mais lenta).
- Mantendo-se o tempo de integração de nossas observações pequeno.

3.3.1.2-Ruído da Câmara de Mistura

Esse é um ruído gaussiano e estacionário, produzido durante o processo de resfriamento por diluição (mistura de He^3 e He^4 líquidos para obter temperaturas da ordem de *mK*). O borbulhamento do He introduz um ruído de baixa freqüência, que pode ser convertido em ruídos na faixa de detecção, através de fenômenos não lineares. Este pode ser evitado fazendo um contato térmico entre o refrigerador e a antena através de um módulo antivibratório, permitindo ao mesmo tempo o resfriamento e o isolamento do ruído.

3.3.1.3-Ruídos Eletrônicos do Transdutor

Os ruídos eletrônicos do transdutor são gaussianos e não estacionários provenientes do movimento dos sensores. Estes são divididos em dois tipos: o ruído de série eletrônico e o ruído de *"back action"*, os quais dependem dos ruídos de amplitude e fase do oscilador. Os ruídos do transdutor serão tratados em detalhes na Seção 3.4.

3.3.2-Ruídos externos

Estes ruídos são produzidos por eventos externos ao detector e podem resultar em interferência nos sinais. Entre os ruídos externos podemos citar o sísmico, vibracional, sonoro, ondas eletromagnéticas, raios cósmicos.

3.3.2.1-Ruídos Sísmicos e Vibracionais

Esses ruídos gaussianos e não estacionários são movimentos na estrutura do laboratório. O ruído sísmico é causado pelo movimento da crosta terrestre, enquanto o vibracional é causado pela construção civil, estado da estrutura devido à mudança de temperatura, vibrações devido ao trafego de automóveis, trens etc.

Caso estes ruídos não sejam eliminados eles podem produzir, efeitos de *"Up Conversion"*, isto é, sinais de baixa freqüência excitando os modos de alta freqüência da antena. Estes efeitos são devido à fricção de juntas, tensões excessivas em conexões. Estes ruídos podem ser minimizados utilizando um sofisticado sistema de isolamento vibracional. Isto é feito utilizando N filtros mecânicos passa baixa; ou vetados, utilizando monitores de vibração em baixas freqüências, no laboratório e na base do detector, os quais geram sinais que vetam a presença de pulsos caso estes ocorram no mesmo instante de eventos relacionados na saída do detector.

3.3.2.2-Ruídos Sonoros

Ruído sonoro é considerado todo tipo de ruído devido a buzinas, trovão, conversa e qualquer outra fonte sonora. Este ruído é não estacionário e não necessariamente gaussiano.

Para minimizar este ruído também é necessário um sistema bem projetado de isolamento vibracional, que incluí um alto vácuo ao redor da antena.

3.3.2.3-Ruídos Devido a Ondas Eletromagnéticas

Estes ruídos também são não estacionários e não necessariamente gaussianos. Eles são causados por: ondas eletromagnéticas geradas por emissoras de televisão, rádio, telefonia celular, quedas de raios, relâmpagos, indução eletromagnética devido ao ato de ligar e desligar equipamentos eletrônicos do próprio laboratório e qualquer outro tipo de emissão eletromagnética. Eles podem ser minimizados:

- Utilizando-se uma gaiola de Faraday ou isolando a antena com camadas de metal dos quais são feitas as câmaras criogênicas.

- Vetando-se as ondas eletromagnéticas que conseguem transpor esta blindagem, utilizando um conjunto de antenas que monitoram o ambiente do laboratório.

- Filtros de RF (rádio freqüência) devem ser utilizados na fiação que conecta os transdutores aos amplificadores externos.

3.3.2.4-Ruídos Devidos a Interferência com Raios Cósmicos

Outra fonte de ruído externo, que pode excitar as ressonâncias da antena, é a causada pelos raios cósmicos. Os raios cósmicos são partículas de alta energia que entram na atmosfera terrestre. Os seus ruídos decorrentes são gaussianos e estacionários.

Os raios cósmicos são quase impossíveis de serem blindados completamente. Uma alternativa é circundar o detector com detectores de raios cósmicos e utilizar um sistema de veto, descartando os sinais que sejam coincidentes com o detector de raios cósmicos. Além do sistema de vetos é necessária a utilização de operação em coincidência com outros detectores que operem na mesma faixa de freqüência. Uma pequena blindagem (~ 4 m de concreto) pode reduzir significantemente o número de partículas incidentes, diminuindo o tempo morto no processo de veto.

3.4-Transdutores Eletromecânicos

Transdutores eletromecânicos são dispositivos utilizados para converter sinais mecânicos em elétricos ou vice-versa. Em detecção de ondas gravitacionais, os transdutores eletromecânicos são utilizados para converter as vibrações na antena, provocadas pelas ondas gravitacionais, em sinais elétricos [34].

Inicialmente, antenas de massa ressonante utilizavam como transdutores cristais piezelétricos, os quais eram montados próximos ao sistema de suspensão da barra. Posteriormente, estes foram substituídos por transdutores passivos, e paramétricos (ativos), os quais se mostraram muito mais sensíveis [35].

3.4.1-Transdutores Passivos

Os transdutores passivos não possuem fonte externa de potência e seu ganho é menor ou igual a uma unidade. Eles são polarizados com sinal DC, podendo este sinal ser uma corrente (indutivo) ou uma tensão (capacitivo), dependendo apenas do aspecto de construção do transdutor [36]. Eles utilizam amplificadores que operam na freqüência característica da antena ω_0.

Uma característica do transdutor passivo é que a freqüência do sinal de saída é a mesma do sinal mecânico de entrada, ou seja, não ocorre amplificação da freqüência no processo de transdução. Desta forma, transdutores passivos se restringem a utilizar amplificadores que operam na mesma freqüência da antena. Tanto o transdutor indutivo quanto o capacitivo utilizam amplificadores SQUIDs (Superconducting Quantum Interference Device), para amplificar o sinal antes da conexão com a eletrônica convencional [37].

3.4.2-Transdutores Paramétricos

Transdutores paramétricos são aqueles “bombeados” (alimentados) com sinal AC, através de uma fonte externa. Eles utilizam a variação de um parâmetro do circuito que relaciona uma variável mecânica com uma variável elétrica de forma não linear [35,38].

O ganho de potência é obtido, dentro do próprio transdutor, pela conversão do sinal da antena para uma freqüência muito maior do que a freqüência de ressonância $\omega_{0,}$ no processo de transdução. Uma característica deste tipo de transdutor é a amplificação paramétrica da freqüência do sinal de saída no processo de transdução.

A operação básica de um transdutor é mostrada na Figura 3.4. As vibrações da antena modulam a freqüência de um circuito ressonante com grande Q_e, o qual, por sua vez, modula o sinal da bomba (oscilador local) produzindo bandas laterais. A modulação da bomba é amplificada, utilizando como referência parte do seu sinal original [35]. Todos os transdutores paramétricos em desenvolvimento operam modulando a capacitância de um circuito ressonante com alto Q_e e, geralmente, utilizam cavidades (reentrantes ou capacitivamente carregadas) ressonantes em alta freqüência, combinadas com amplificadores de alta freqüência com baixo ruído.

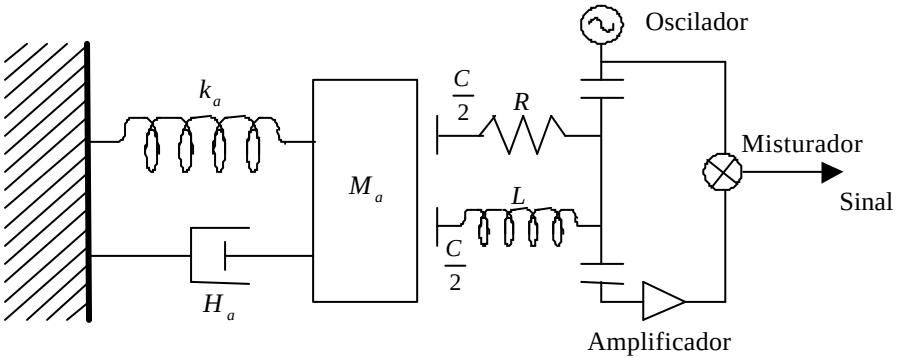

FIGURA 3.4: Modelo simplificado de uma antena do tipo massa ressonante com um transdutor paramétrico.

Na Figura 3.4, M_a representa a massa efetiva da antena. Os parâmetros $k_a = M_a w_a^2$ e $H_a = \frac{M_a w_a}{Q_a}$ são, respectivamente, a constante de mola e o fator de amortecimento da massa efetiva da antena. Os parâmetros C, L e R são determinados pela geometria, freqüência de ressonância e Q_e do transdutor.

3.4.2.1-Vantagens dos Transdutores Paramétricos sobre Transdutores Passivos

1. O transdutor paramétrico difere dos transdutores passivos, pelo fato de que eles requerem uma fonte externa de potência (oscilador local ou bomba). A freqüência do oscilador pode ser escolhida numa região na qual possam ser adquiridos amplificadores comerciais menos ruidosos. Enquanto que transdutores passivos são restritos a usarem amplificadores na freqüência de ressonância da antena [36].

2. Transdutores paramétricos possuem um ganho de potência intrínseco[2]. Ele é obtido pela conversão do sinal da antena para a freqüência da bomba [40].

3. O transdutor paramétrico tem um grande coeficiente de acoplamento eletromecânico, obtido devido à ação paramétrica [38].

4. Transdutores paramétricos poderão ser utilizados para burlar o limite quântico de medição, através de técnicas conhecidas como *"Back Action Evasion"* [41, 42], enquanto que os passivos não podem.

Em contrapartida o transdutor paramétrico apresenta algumas desvantagens sobre os transdutores passivos, sendo a principal delas que o sinal do oscilador deverá ter níveis de ruídos de amplitude e fase baixíssimos. A solução deste problema requer o desenvolvimento de novos osciladores em freqüências de microondas, o qual é o principal objetivo dessa tese [40].

A operação de um transdutor paramétrico é descrita pelas relações de Manley-Rowe, as quais relacionam a potência em diferentes freqüências em uma reatância não-linear sem perdas [39].

3.4.2.2-Relações de Manley-Rowe

Se dois sinais com freqüências w_1 e w_2, respectivamente, são aplicados a uma reatância não linear, então a conversão em freqüência pela reatância produzirá sinais em todos os harmônicos inteiros $\pm|mw_1 + nw_2|$. Usando $P_{m,n}$ para denotar a potência média fluindo na reatância nestas freqüências, as relações de Manley-Rowe podem ser escritas na forma:

$$\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{mP_{m,n}}{mw_1 + nw_2} = 0 \tag{3.3a}$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{mP_{m,n}}{mw_1 + nw_2} = 0. \tag{3.3b}$$

1) Considere as bandas laterais *"up converter"* onde a potência é restrita a fluir em $w_1 = w_a$ (freqüência da antena), $w_2 = w_p$ (freqüência da bomba), $w_2 + w_1 = w_+$ e $w_2 - w_1 = w_-$ pelo uso de filtros (circuito ressonante de alto Q por exemplo). Denotando $P_{1,0} = P_a$, $P_{0,1} = P_P$, $P_{1,1} = P_+$ e $P_{-1,1} = P_-$, as equações (3.3a) e (3.3b) podem ser escritas na forma:

$$\frac{P_a}{w_a} + \frac{P_+}{w_+} - \frac{P_-}{w_-} = 0 \tag{3.4a}$$

$$\frac{P_P}{w_P} + \frac{P_+}{w_+} + \frac{P_-}{w_-} = 0 \tag{3.4b}$$

A partir da Equação (3.4a) têm-se as seguintes possibilidades:

- Se $P_+ / w_+ > P_- / w_-$ então $P_a / w_a < 0$. Isto é, se mais potência é extraída pela banda lateral mais baixa do que pela mais alta, então a potência liquida é injetada na antena. Isto pode produzir instabilidade paramétrica na qual o transdutor faz a antena oscilar se a potência injetada na antena excede as perdas

acústicas. Este caso corresponde à freqüência da bomba acima da ressonância elétrica.

- Se $P_+ / w_+ < P_- / w_-$ então $P_a / w_a > 0$. Isto é, a potência é absorvida a partir da antena se a freqüência da bomba está abaixo da ressonância.

3.4.3-Transdutor Paramétrico do tipo Cavidade Reentrante

O transdutor paramétrico do tipo cavidade reentrante (cavidade "cavada" na superfície) em freqüência de microondas já se encontra em operação no detector NIOBE localizado na "University of Western Australia" (UWA). O mesmo também será utilizado do detector de ondas gravitacionais Mario Schenberg. A Figura 3.5 mostra um diagrama esquemático deste tipo de transdutor acoplado a uma barra ressonante [35, 38].

O principio de transdução entre a antena e o transdutor é realizado da seguinte forma: um sinal eletromagnético em freqüência 10 GHz, produzido por um oscilador de baixo ruído de fase é injetado no circulador, que o envia para a cavidade reentrante do transdutor através de antenas do tipo microlinhas. As vibrações na barra, provocadas pelas ondas gravitacionais, modulam a freqüência ressonante do transdutor, o qual, por sua vez, modula a portadora produzindo bandas laterais. As bandas laterais e a portadora seguem para um circulador, e deste para o supressor da portadora. O sinal do oscilador é suprimido para evitar que o mesmo sature o amplificador de microondas.

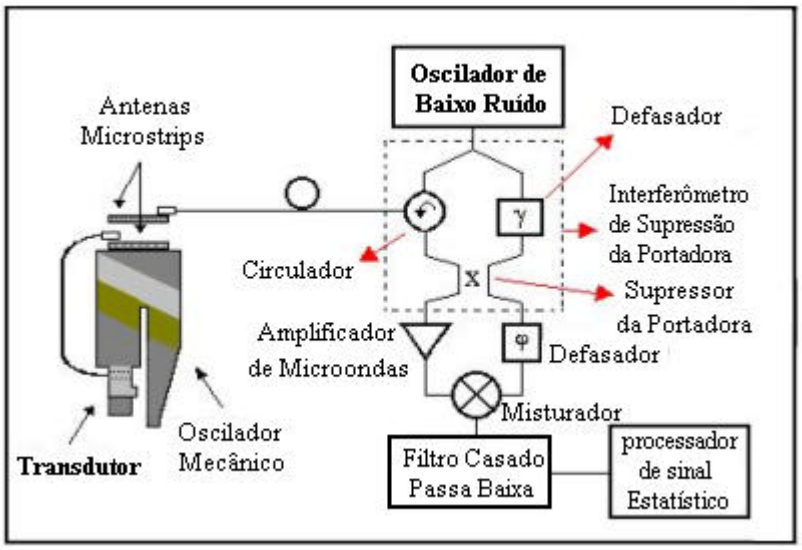

FIGURA 3.5: Diagrama esquemático do detector NIOBE da UWA. É mostrado o transdutor paramétrico do tipo cavidades reentrante, acoplado a antena ressonante.

Após a supressão da portadora por interferometria destrutiva do sinal modulado com a própria portadora, restam apenas os sinais eletromagnéticos modulados pelo sinal mecânico. Estes sinais são amplificados pelo amplificador de microondas para aumentar as suas intensidades. Os sinais eletromagnéticos modulados puros são então misturados com o sinal do oscilador, após a amplificação. A fase do oscilador é ajustada para a obtenção do máximo sinal na saída do filtro passa baixa. Este filtra o sinal do oscilador e outros de alta freqüência. Apenas o sinal elétrico na freqüência do ressonador mecânico sobrevive. Este sinal é analisado, em busca da presença de ondas gravitacionais.

3.4.4-Ruídos no Transdutor do Tipo Cavidade Reentrante

Nesta Seção são apresentadas as expressões matemáticas dos principais tipos de ruído do transdutor paramétrico tipo cavidade reentrante da UWA. Os ruídos são divididos da seguinte forma [40]: ruídos de banda estreita e ruídos de banda larga.

3.4.4.1 Componentes de Ruídos de Banda Estreita do Transdutor da UWA

As componentes de ruídos de banda estreita podem ser caracterizadas pela densidade espectral das forças que excitam os sistemas ressonantes. Para um sistema paramétrico, as duas maiores componentes de ruído são devidas às flutuações provenientes do efeito de "*back action*" da componente de amplitude modulada da densidade espectral de ruído eletrônico, S_{am} da bomba, e o ruído Johnson (ou Nyquist) devido à temperatura finita e Q acústico do sistema ressonante.

3.4.4.1.1 Ruído de Back Action

O ruído de "*back action*" é o efeito mecânico causado na antena pela ação reversa do ruído eletrônico do transdutor e ruído de amplitude do oscilador sobre a antena através da transdutância reversa. Neste caso, existem técnicas, chamadas "*back action evasion*", que o minimizam. Assumindo que o transdutor elétrico possui as impedâncias de entrada casadas com as flutuações das forças incidentes na massa ressonante, temos que o ruído de "*back action*" é dado por:

$$S_{BA}(f) = \frac{P_{inc}^2}{2\Omega_0^2}\left(\frac{2Q_e}{f_0}\frac{df}{dx}\right)^2 S_{am}[N^2/Hz], \tag{3.8}$$

nas quais: P_{inc} é a potência da bomba incidente na cavidade, df/dx é a taxa de mudança da freqüência ressonante do transdutor em relação ao deslocamento, f_0 é a freqüência da bomba, $\Omega_0 = 2pf_o$ e S_{am} é a componente de amplitude modulada da densidade espectral de ruído eletrônico.

3.4.4.1.2 Ruído Nyquist

O ruído Nyquist nas massas ressonantes é dado por:

$$S_{Nyqi}(f) = 4k_B m_i w_i \frac{T}{Q_i}[N^2/Hz], \tag{3.9}$$

nas quais: k_B é a constante de Boltzmann, m_i, w_i são a n-ésima massa e freqüência ressonante respectivamente e Q_i é a figura de mérito da n-ésima massa ressonante.

3.4.4.2 Componentes de Ruídos de Banda Larga do Transdutor da UWA

As componentes de Ruído de Banda Larga podem ser caracterizadas pela densidade espectral do deslocamento referente ao movimento do n-ésimo elemento sentido pelo transdutor. As duas maiores flutuações deste ruído vem a partir das flutuações de fase do oscilador e da temperatura de ruído do primeiro amplificador na faixa de microondas do sistema de leitura, $T_{amp}(f)$.

3.4.4.2.1-Ruídos de Série

A potência do sinal nas bandas laterais é proporcional a $P_{inc}Q_e^2(df/dx)^2$, o que significa que o ruído de série eletrônico total, devido à temperatura de ruído efetiva do sistema de leitura é proporcional ao inverso desta quantidade. Para um transdutor com a impedância de entrada casada com as flutuações das forças incidentes na massa ressonante, esta quantidade é dada por:

$$S_{Se}(f) = \frac{T_{amp}(f)k_B}{P_{inc}}\left(\frac{2Q_e}{f_0}\frac{df}{dx}\right)^{-2}[m^2/Hz], \qquad (3.10)$$

nas quais: $T_{amp}(f)$ é a temperatura de ruído do primeiro amplificador de microondas no sistema de leitura, k_B é a constante de Boltzmann, P_{inc} é a potência da bomba incidente na cavidade, Q_e é o fator de qualidade elétrico da cavidade do transdutor, f_0 é a freqüência elétrica do transdutor e df/dx é a taxa de mudança da freqüência ressonante do transdutor em relação ao deslocamento.

Deste modo, aumentando a P_{inc} e $Q_e(df/dx)$ o ruído de banda larga devido a S_S será reduzido à custa de um aumento no ruído de banda estreita devido ao efeito de "back

action" causado por S_{am}. Além do mais, a componente de fase modulada da densidade espectral de ruído eletrônico, S_{pm} (ruído de fase) soma-se ao ruído de banda larga. Contudo, esta componente de ruído de banda larga é independente de P_{inc}, porque a razão do sinal das bandas laterais para a potência de ruído refletida permanece constante. Esta razão é dada por:

$$S_x(f) = \left(\frac{df}{dx}\right)^{-2} f^2 S_{pm}(f)[m^2 Hz], \tag{3.11}$$

onde df/dx é a taxa de mudança da freqüência ressonante do transdutor em relação ao deslocamento e $S_{pm}(f)$ é a componente de fase modulada da densidade espectral de ruído eletrônico. Este ruído $S_x(f)$ pode ser reduzido apenas aumentando (df/dx) ou reduzindo S_{pm}.

O ruído eletrônico é constituído pelo ruído elétrico do transdutor somado aos ruídos dos circuitos eletrônicos dos amplificadores. Este ruído é de banda larga e não representa uma excitação na antena. Sua principal fonte é o ruído do amplificador. O ruído de série pode ser minimizado, reduzindo-se o ruído do amplificador. Entretanto, isto não será estudado neste trabalho, pois já existem no mercado, amplificadores comerciais com níveis de ruídos suficientemente baixos para minimizá-los a níveis aceitáveis.

3.4.4.3-Back Action Evasion

Detectores de ondas gravitacionais do tipo massa ressonante são modelados como osciladores harmônicos simples. Na mecânica quântica, a incerteza na determinação da posição de osciladores pode ser estimada a partir do princípio da incerteza de Heisenberg:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}, \tag{3.12}$$

na qual $\hbar$ é a constante de Planck dividida por $2p$, a qual vem da relação de não comutatividade dos operadores, posição X e momento P [41, 42].

$$[X, P] = i\hbar. \tag{3.13}$$

O limite quântico padrão pode ser encontrado assumindo que as incertezas no momento e posição são iguais $\Delta x = \Delta p / mw$, onde p foi dividido por mw para dar dimensões de comprimento, reescrevendo a Equação (3.12) obtemos:

$$\Delta x = \left(\frac{\hbar}{2mw} \right)^{\frac{1}{2}}, \tag{3.14}$$

nas quais m é a massa, w é freqüência de oscilação e Δx é o deslocamento do oscilador.

Entretanto, o principio da incerteza proíbe o monitoramento da amplitude complexa, de um oscilador mecânico com uma precisão maior do que Δx. Portanto, para ser detectável, um sinal gravitacional deve ser capaz de deslocar o oscilador por uma quantidade maior do que Δx. Parametrizando a Equação (3.14) para um detector de ondas gravitacionais obtém se:

$$h \approx \left|\Delta x\right|_{QL} = \left(\frac{\hbar}{2mw} \right)^{\frac{1}{2}} \approx (3x10^{-19}\, cm) \left(\frac{1\, ton}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{10^4\, s^{-1}}{w} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{3.15}$$

na qual h é a amplitude adimensional de deformação da onda gravitacional na antena.

De acordo com a Equação (3.15) é impossível medir com uma barra de comprimento ℓ, ondas gravitacionais com uma amplitude menor que:

$$h_{QL} \approx \frac{\left|\Delta x\right|_{QL}}{\ell} \approx (3x10^{-21}) \cdot \left(\frac{1\, ton}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{10^4\, s^{-1}}{w} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{100\, cm}{\ell} \right), \tag{3.16}$$

onde h_{QL} é a amplitude de deformação da onda gravitacional no limite quântico.

Entretanto, o método de *"Back Action Evasion"* pode ser utilizado para ultrapassar o limite quântico em h. Técnicas como estas são chamadas "técnicas de não demolição quântica" porque elas tentam monitorar o oscilador sem demolir (perturbar) seu estado quântico.

A forma da relação de incerteza $\Delta X_1 \Delta X_2 \geq \hbar / 2mw$, sugere uma possível maneira de ultrapassar o limite quântico na medida da amplitude de deformação da onda (h_{QL}). Em vez de monitorarmos X_1 e X_2 com a mesma precisão (medição de fase e amplitude), monitoraríamos X_1 com uma alta precisão $\Delta X_1 << (\hbar / 2mw)$ e X_2 com uma pequena precisão $\Delta X_2 >> (\hbar / 2mw)$, ou vice versa.

Medições com $\Delta X_1 << \Delta X_2$, são chamadas *"Back Action Evading"* porque são cuidadosamente realizadas para permitir que X_1 elimine o efeito de *"back action"* do sistema medido. A Figura 3.6 ilustra uma medição de *"Back Action Evading"*.

Suponha que em um tempo $t = 0$, tenhamos medido a posição x do oscilador com alta precisão, produzindo desta forma uma grande incerteza no momento p (Figura 3.6a). Então, na ausência de medições posteriores ou forças externas, quando o tempo passa, as caixas de erro giram no espaço de fase, no sentido horário, com velocidade angular w (evolução de um oscilador harmônico). Se em um tempo posterior (Fig. 3.6b), nós tentarmos medir novamente x com alta precisão (técnica de amplitude e fase), nós obteremos um resultado imprevisível. Mas se em vez disto, tentarmos medir $X_1 \equiv$ [valor de x no referencial de rotação] (técnica de *"Back Action Evading"*), nós obteríamos um resultado altamente previsível, um resultado com uma precisão tão boa quanto a medição original.

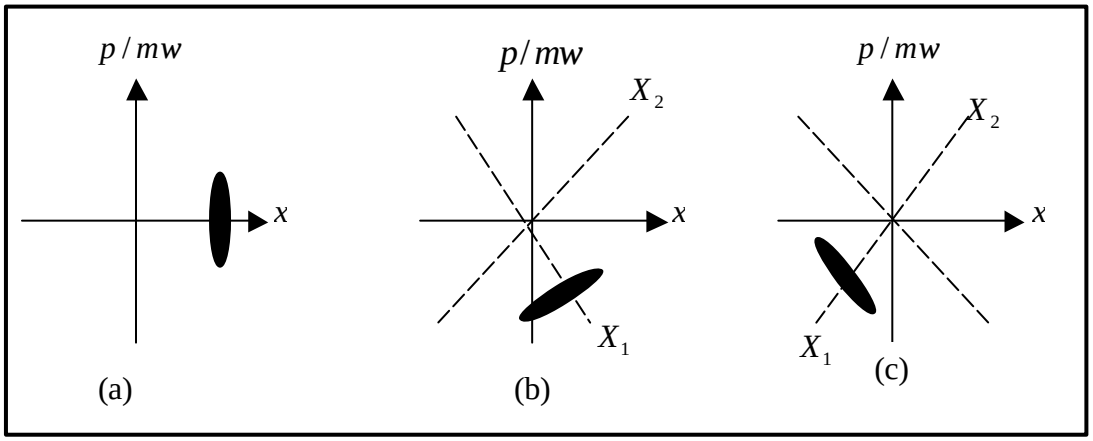

FIGURA 3.6: Caixa de erro, para uma medição de *"back action evading"* de X_1, vista no espaço de fase posição-momento (x-p) e no espaço de fase X_1-X_2. (a), (b) e (c) são momentos sucessivos no tempo.

O ponto chave matemático é que X_1 é uma constante do movimento na ausência de forças externas, enquanto x não é [43]. Isto significa que, se X_1 é medido precisamente uma vez, ele permanecerá conhecido precisamente daí para frente, enquanto se x é medido precisamente, sua precisão é destruída posteriormente pelas misturas do momento modificado pelo ruído de *"back action"*.

3.4.4.4-Ruído de Amplitude e Fase

Ruídos de amplitude e fase em osciladores eletromagnéticos são provenientes da falta de coerência do sinal quando visto no domínio do tempo, ou instabilidades do sinal no domínio das freqüências [44, 45].

3.4.4.4.1-Ruído de Amplitude e Fase no Domínio do Tempo

A Figura 3.7 mostra o espectro de um oscilador eletromagnético, com as flutuações de amplitude e fase no domínio do tempo.

As flutuações de amplitude e fase no sinal de um oscilador podem ser analisadas analiticamente através de uma onda senoidal expressa matematicamente por:

$$V(t) = V_0[(1+a(t))\cos(w_0 t + f(t))] \tag{3.17}$$

nas quais $V(t)$ é amplitude instantânea, V_0 é a amplitude nominal, w_0 é a freqüência angular, a e f são as flutuações de amplitude e fase no sinal respectivamente. A freqüência angular e amplitude instantânea são dadas por:

$$w_{ins} = \frac{d[w_0 t + f(t)]}{dt} \tag{3.18}$$

e

$$V_{\text{int}} = V_0[1 + a(t)], \tag{3.19}$$

respectivamente. A estabilidade na freqüência está relacionada às flutuações de fase por:

$$w(t) = \frac{df(t)}{dt}. \tag{3.20}$$

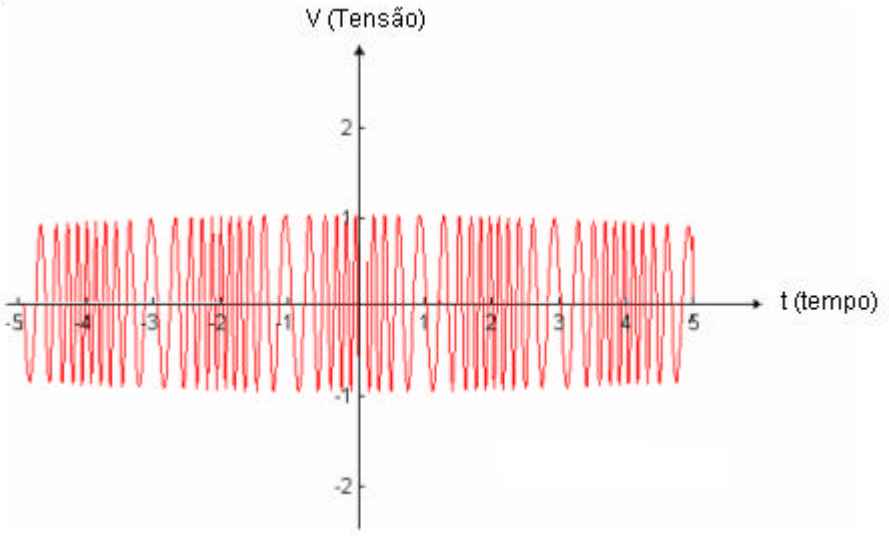

FIGURA 3.7: Representação das flutuações de amplitude e fase num oscilador, no domínio do tempo.

Por questões práticas é preferível analisar o desempenho do sinal de um oscilador no

domínio das freqüências. A passagem do domínio do tempo para o domínio da freqüência é feita através do teorema de Wiener-Khintchine [46].

3.4.4.4.2-Ruído de Amplitude e Fase no Domínio das Freqüências

A estabilidade na freqüência de osciladores eletromagnéticos é dividida em termos de longa e curta estabilidade. Termos de longa estabilidade descrevem as variações de freqüência que ocorrem em longos períodos de tempo, tais como: horas, dias, meses e até mesmo anos. Estes sinais espúrios são provenientes de flutuações na freqüência da rede de alimentação, vibrações ou a combinação de ambos. Eles são determinísticos, portanto, facilmente filtrados e/ou vetados [45].

Termos de curta estabilidade são provenientes de flutuações rápidas e aleatórias na amplitude e fase do sinal que ocorrem em períodos de tempo menores do que alguns segundos. Estes são de natureza aleatória e representam o ruído de fase do sistema. Estas flutuações são causadas por ruídos aleatórios, tais como: térmicos, *"shot" e "flicker"*.

No domínio das freqüências o sinal é analisado em termos da densidade espectral das flutuações de amplitude e fase do sinal $S_{a,f}(f)$. Os ruídos de amplitude e fase são modulados em torno da portadora, formando bandas laterais de ruídos, conforme mostrado na Figura 3.8.

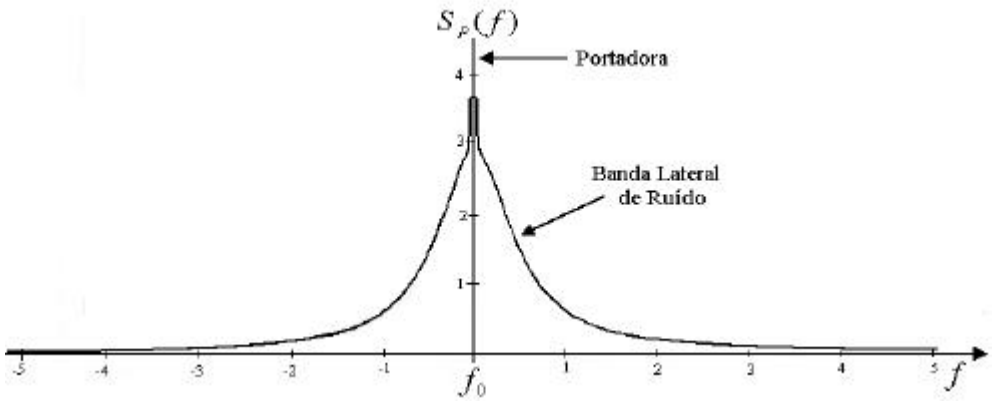

FIGURA 3.8: Densidade espectral de potência das bandas laterais de ruído numa

portadora de freqüência f_0 em função da freqüência de Fourier f.

O espectro de potência do sinal do oscilador para sinais à direita da portadora, $f > f_0$ é dado por:

$$S_p(f) \equiv \frac{U^2}{2}\left[pd(f - f_0) + \frac{1}{2}S_a(f - f_0) + \frac{1}{2}S_f(f - f_0)\right], \qquad (3.21)$$

nas quais, d representa a portadora, U $(V/\sqrt{Hz})$ a amplitude máxima da tensão do oscilador e S_a e S_f representam a densidade espectral dos ruídos de amplitude e fase respectivamente. O ruído total é representado partindo desde freqüências à esquerda da portadora indo até as freqüências à direita da portadora, formando duas bandas laterais de ruído. Cada banda lateral de ruído tem um espectro de potência igual ao da Equação (3.21).

Na verdade a fonte de ruído mencionada anteriormente modula a portadora com uma fração de fase constante, independente da potência da portadora. Desta forma, se o sinal aumenta, a banda lateral de ruído de fase cresce a uma relação sinal/ruído constante. Esta é a forma mais prática de caracterizar o ruído da portadora por uma taxa de potência constante. Analisando o espectro mostrado na Figura 3.9, fica evidente que o espectro de potência é dependente da freqüência e/ou largura de banda, sobre a qual a medição foi feita. Portanto, é impossível compararmos diretamente resultados tomados a diferentes larguras de bandas.

Considerando uma representação da densidade espectral de potência em função da freqüência, conforme mostrado na Figura 3.9, a potência do ruído dentro da largura de banda Δf é dada pela equação:

$$d\,P^{BLD} \equiv \frac{U^2}{4}\left[S_f(f) + S_a(f)\right]df\ . \qquad (3.22)$$

A portadora pode ser relacionada à amplitude por:

$$P_P \equiv \frac{U^2}{2}[W]. \tag{3.23}$$

Substituindo a Equação (3.22) na Equação (3.23) encontramos as duas bandas laterais de densidade espectral de ruído de fase e amplitude por Hertz $(\Delta f = 1)$ relativo à potência da portadora,

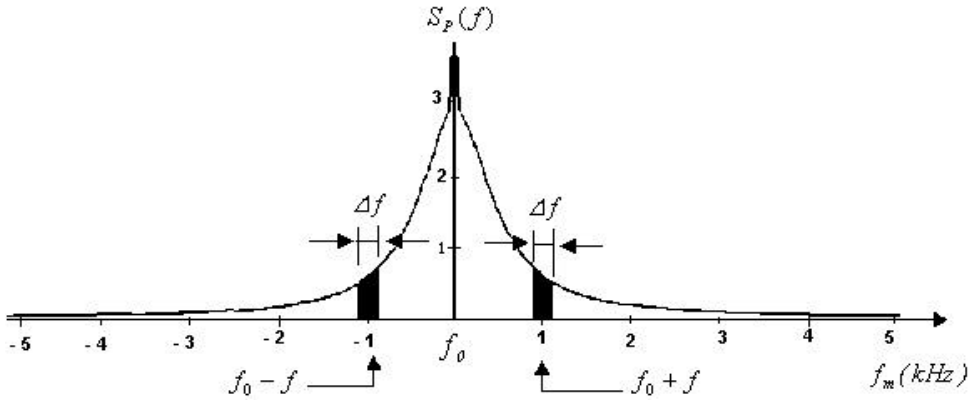

FIGURA 3.9: Espectro de potência de numa portadora de freqüência f_0 e das bandas laterais de ruído em função da freqüência de Fourier f.

$$S_f(f) + S_a(f) = \frac{d\ P^{BLD}(f)}{P_P df} \quad \left[\frac{1}{Hz}\right]. \tag{3.24}$$

Devido à sensibilidade dos sistemas de medições a quadratura das flutuações de amplitude (ruído de amplitude) e fase (ruído de fase) é medida separadamente. Para a maioria dos osciladores $S_f(f) >> S_a(f)$. Desta forma, a maioria do ruído é devido às flutuações de fase. Desta forma, minimizando o ruído de fase, o ruído de amplitude será automaticamente minimizado [45, 47].

3.4.4.4.3-Densidade Espectral de Ruído de Fase

A densidade espectral de ruído de fase de um sinal é definida matematicamente em termos da distribuição de energia em função da variância de fase por unidade de largura

de banda,

$$S_f(f_m) \equiv \frac{\Delta f_{rms}^2}{\Delta f}\left[\frac{rad^2}{Hz}\right], \tag{3.25}$$

nas quais $S_f(f_m)$ é a densidade espectral de ruído de fase, Δf é o desvio de fase, Δf é a largura de banda e f_m é a freqüência de *"offset"* (deslocamento de freqüência a partir da portadora). A Equação (3.25) é valida apenas quando Δf é desprezível em relação a qualquer variação de S_f versus f_m. A definição de flutuações de fase é ilustrada pela Figura 3.10.

O *"U.S. National Institute of Standards and Technology"* define ruído de fase como a razão entre a potência de uma banda lateral de modulação de fase pela potência total do sinal a um freqüência de *"offset"* f_m, por:

$$£(f_m) \equiv \frac{P_{BL}}{P_S}\left[\frac{dBc}{Hz}\right] \tag{3.26}$$

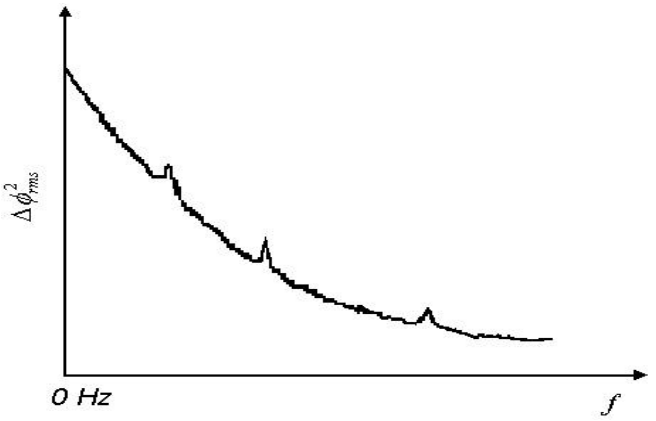

FIGURA 3.10: Banda lateral de ruído de fase do sinal.

nas quais, $£(f_m)$ é a banda lateral de ruído de fase em relação à portadora por Hz, P_{BL} é a densidade de potência numa banda lateral de modulação de fase e P_S é a potência

total do sinal. A definição de $\pounds(f_m)$ é ilustrada pela Figura 3.11.

O ruído de fase, $\pounds(f_m)$ é uma medida indireta da energia de ruído, a qual está relacionada ao espectro de potência observado num analisador de espectro. O ruído de fase, $\pounds(f_m)$ também está diretamente relacionado a densidade espectral das flutuações de fase, $S_f(f_m)$ pela aproximação:

$$\pounds(f_m) \cong \frac{1}{2} S_f(f_m). \tag{3.27}$$

A aproximação é válida se o desvio de fase total é muito menor do que 1 radiano, isto é, se $(\Delta f << 1\,rad)$. O ruído de fase $\pounds(f_m)$ é geralmente apresentado em escala logarítmica, como uma densidade espectral das bandas laterais de modulação de fase numa representação no domínio da freqüência, expresso em (decibéis) relativo à potência da portadora por uma largura de banda por Hz (dBc/Hz), como mostrado na Figura 3.12.

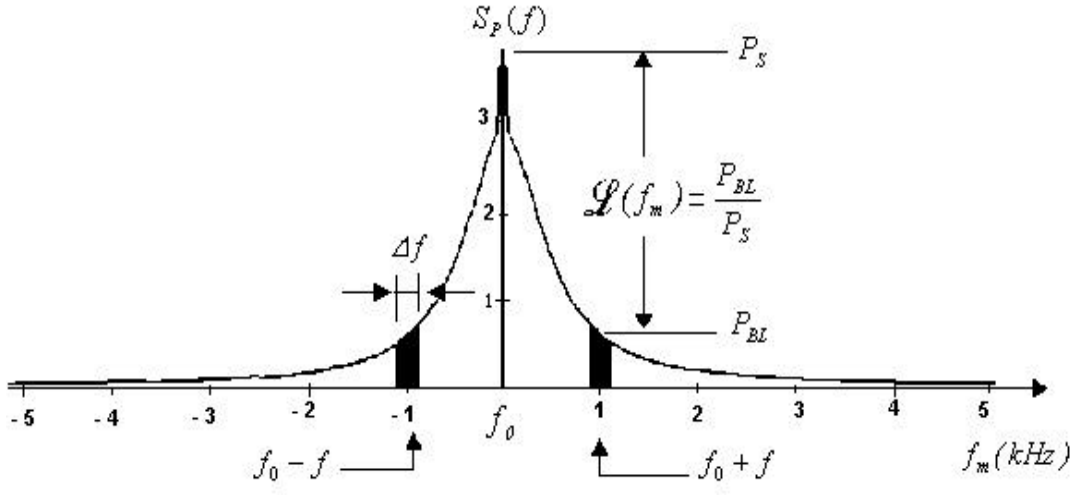

FIGURA 3.11: Derivação do ruído de fase $\pounds(f_m)$, a partir da tela de um analisador de espectro.

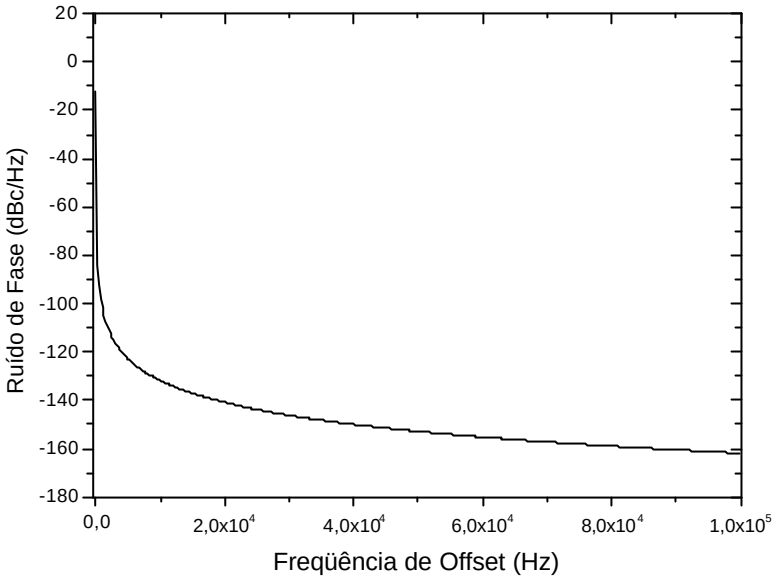

FIGURA 3.12: Ruído de fase $\pounds(f_m)$ em função da freqüência de "*offset*".

Entretanto, cuidados devem ser tomados quando $\pounds(f_m)$ for calculado a partir da densidade espectral das flutuações de fase $S_f(f_m)$, porque o cálculo de $\pounds(f_m)$ é dependente do critério de pequeno ângulo [44].

3.5-Implicações do Ruído de Fase em Detecção de Ondas Gravitacionais

A sensibilidade de detectores de ondas gravitacionais é limitada pela quantidade de ruído do sistema, pois um sinal fraco é processado juntamente com uma grande quantidade desse ruído.

No detector Mario Schenberg, o ruído de fase dos osciladores utilizados para alimentarem os transdutores paramétricos é um dos principais limitantes da sensibilidade do sistema. A Figura 3.13 ilustra como será a operação de transdutância entre a antena e os transdutores paramétricos do detector Mario Schenberg, o qual operará dentro de uma banda de freqüência de $400\,Hz$ centrada na freqüência de 3,2 kHz.

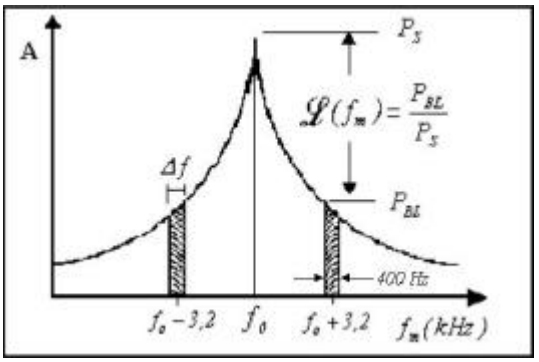

FIGURA 3.13: Modulação do sinal eletromagnético $f_0 \cong 10\ GHz$, por um sinal mecânico numa banda de freqüência de $400\ Hz$ centrada na freqüência de *"offset"* de $\pm 3{,}2kHz$.

O sinal eletromagnético em freqüência $f_0 \cong 10GHz$, produzido pelo oscilador, será modulado mecanicamente dentro de uma banda de freqüência $\Delta f \cong 400Hz$, centrado na freqüência de *"offset"* de $\pm 3{,}2kHz$, produzindo bandas laterais de modulação do sinal. Caso o ruído de fase das bandas laterais numa freqüência de *"offset"* de $\pm 3{,}2kHz$, seja maior do que o sinal dentro da banda de operação do detector, $\Delta f \cong 400Hz$, não temos como saber se o sinal medido foi causado por vibrações mecânicas na antena devido a incidência de ondas gravitacionais ou se foram bandas laterais de ruído de fase do próprio oscilador, limitando, portanto, a sensibilidade do detector. Desta forma, para obtermos uma relação sinal/ruído boa é necessário construirmos osciladores com baixo nível de ruído de fase.

CAPÍTULO 4

OSCILADORES ELETROMAGNÉTICOS

Osciladores eletromagnéticos são circuitos ressonantes projetados para transmitir informações ou energia. Osciladores são por definição circuitos não lineares, geram sinais de corrente alternada a partir de uma tensão continua de alimentação, sem a necessidade da aplicação de um sinal externo, sendo isso possível apenas por meio de elementos não lineares [48].

4.1-Teoria de Osciladores

Osciladores são freqüentemente classificados como osciladores realimentados e osciladores de resistência negativa. A classificação depende da forma pela qual introduzimos potência no circuito ressonante. Osciladores com resistência negativa são circuitos não amortecidos pela parte real negativa da impedância. Enquanto que em osciladores realimentados, parte da saída de um amplificador é realimentada na entrada, via circuito ressonante.

4.1.1-Osciladores de Resistência Negativa

Os osciladores de resistência negativa utilizam dispositivos tais como o diodo túnel, que apresentam em determinado trecho de sua curva uma resistência incremental negativa. A Figura 4.1 mostra um esquema desse tipo de oscilador [49].

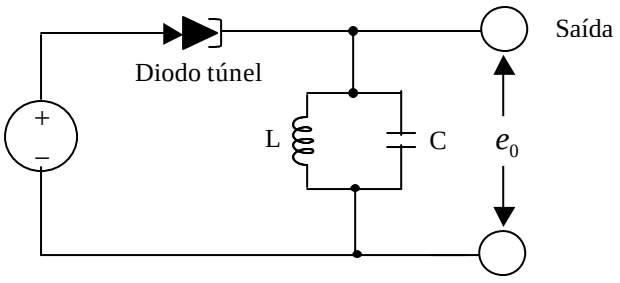

FIGURA 4.1: Esquema de um oscilador de resistência negativa.

4.1.2-Osciladores Realimentados

Osciladores realimentados utilizam um elo de realimentação positiva entre a saída e a entrada de um amplificador, conforme mostrado na Figura 4.2. Elementos ativos realimentados através de circuitos ressonantes comportam-se como osciladores. Em osciladores realimentados, parte da saída de um amplificador é realimentada na entrada, via circuito ressonante. As condições necessárias para o circuito oscilar é que o mesmo tenha um ganho de malha maior do que 1 e uma fase total igual a $2np$; $(n = 0,1,2\cdots)$ e que o ganho do amplificador seja maior do que as perdas devidas à inserção de todos os componentes da malha. A diferença entre o ganho e a perda de inserção da malha é chamada de margem de ganho e é dada por [50].

$$G_{margem} = G_{amp} - Perda[dB] \tag{4.1}$$

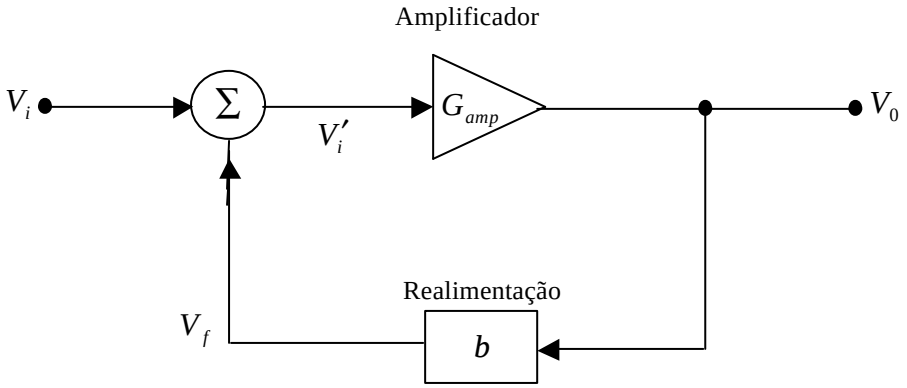

FIGURA 4.2: Diagrama esquemático de um oscilador realimentado.

No circuito acima, V_i é a tensão de entrada a qual corresponde a excitação inicial, V_0 é a tensão de saída, V_f é a tensão e de realimentação dada por: $V_f = bV_0$ e V_i' é a soma das tensões de entrada e de realimentação dada por $V_i' = V_i + V_f$ ou $V_i' = V_0 / A$.

Em osciladores realimentados, quando o amplificador é alimentado por uma fonte externa, produz um sinal eletromagnético em todo espectro de freqüência (ruído branco)

devido à amplificação do ruído térmico, *"shot"* e *"flicker"*. A potência de saída do oscilador consiste apenas de ruído amplificado pela realimentação positiva e filtrada pelo alto fator de qualidade efetivo, Q' devido à realimentação positiva [49,50].

O ganho do amplificador é dado por:

$$G_T = \frac{V_0}{V_i} \tag{4.2}$$

Utilizando as definições acima temos que:

$$V_i = \frac{V_0}{A} - bV_0 = V_0 \frac{(1 - bA)}{A} \tag{4.3}$$

Substituindo a Equação (4.3) em (4.2)

$$G_T = \frac{A}{1 - bA} \tag{4.4}$$

O termo $bA = V_f / V_i'$ é conhecido como o ganho de malha fechada, o qual é obtido diretamente das definições dadas no circuito acima. Existem quatro possibilidades para bA:

1. Se bA é negativo, tem-se uma realimentação negativa e o ganho total é menor que A;

2. Se bA é igual à zero, então $b = 0$, não existe realimentação no circuito e o ganho total é igual a A;

3. Se bA é positivo e menor do um, tem-se uma realimentação positiva e o ganho total é maior do que A;

4. Se bA é igual à unidade, o ganho total torna-se infinito, haverá tensão de saída sem a existência de tensão de entrada. O circuito oscilará espontaneamente. Nesse caso, o circuito de realimentação fornece toda a tensão de saída, sem a necessidade de um sinal de excitação, aplicado externamente. Tem-se um oscilador auto-excitado.

4.2-Osciladores na Faixa de Microondas

São fontes de radiação eletromagnética na faixa de freqüências de 1 a 300 GHz. A diferença entre circuitos ressonantes convencionais de alta freqüência e os ressonadores do tipo cavidades elétricas, microlinhas, dielétricos está na capacidade destes últimos trabalharem com potências relativamente altas.

4.2.1-Estabilização de Osciladores na Faixa de Microondas

A estabilidade de um oscilador depende de vários fatores entre eles a mudança na freqüência natural da cavidade e mudança no potencial aplicado ao circuito. A freqüência natural do circuito pode ser alterada por expansão térmica das suas partes, por mudança da umidade e da pressão do ar ou por vibrações mecânicas ou acústicas, mudanças na tensão aplicada ao circuito podem também provocar variação na freqüência de oscilação do circuito [50, 51]. Osciladores podem ser estabilizados eliminando ou reduzindo as causas das instabilidades.

Osciladores que são estabilizados apenas com ressonadores dielétricos são denominados osciladores livres (*free running oscilattors*). Nesse tipo de oscilador existem três formas de reduzir o ruído de fase:

1. Escolha de componentes que apresentem o menor nível de ruído possível.
2. Escolha de ressonadores com o maior fator de qualidade elétrico Q_e, possível.
3. Redução da temperatura da cavidade elétrica, na qual o ressonador está localizado.

Osciladores que além de seres estabilizados com ressonadores dielétricos, possuem controle automático de fase são denominados osciladores de tensão controlada (*voltage controlled oscillators*). Nesse tipo de oscilador, flutuações na freqüência são convertidas em modulação de amplitude.

4.2.2-Osciladores Livres

A configuração básica de um oscilador é composta por um ressonador eletromagnético, o qual determina a freqüência de oscilação do seu sistema, um elemento ativo (amplificador), o qual define a amplitude estacionaria de oscilação. O defasador é responsável por ajustar o tamanho da malha um número inteiro de comprimentos de ondas. A Figura 4.3 mostra um diagrama esquemático simplificado de um oscilador realimentado.

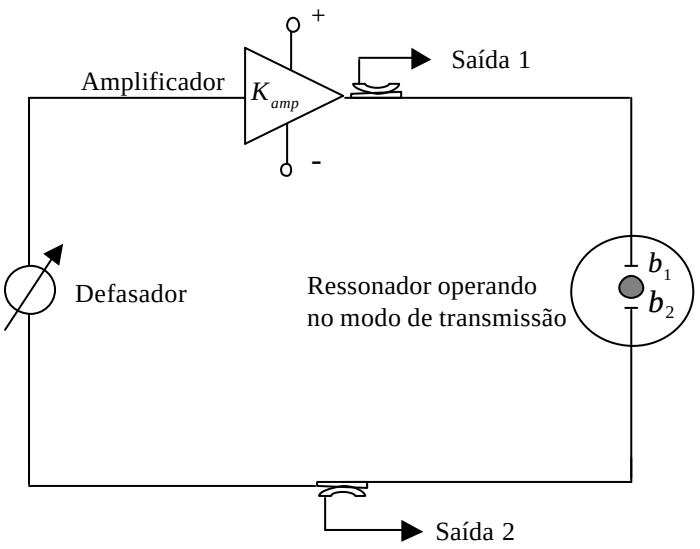

FIGURA 4.3: Configuração básica de um oscilador livre.

O princípio de operação do oscilador realimentado mostrado na Figura 4.3 é o seguinte: o amplificador ao ser alimentado por uma fonte externa produz um sinal eletromagnético em todo espectro de freqüência (ruído branco). O ruído branco ao atingir a cavidade, excita os modos do ressonador dielétrico, fazendo o acoplamento do sinal apenas nas freqüências dos modos ressonantes do ressonador. A amplitude do sinal da malha continua a aumentar até que o amplificador sature, quando isto ocorre o estado

estacionário é atingido. O ganho do amplificador no regime de estado estacionário compensa todas as perdas no circuito, tal que:

$$aK_{amp}T_0 \cos\theta = 1 \tag{4.5}$$

onde T_0 é o coeficiente de transmissão em ressonância dado por:

$$T_0 = \frac{2\sqrt{b_1 b_2}}{(1 + b_1 + b_2)} \tag{4.6}$$

onde a é a perda na malha, b_1 e b_2 são os coeficientes de acoplamentos das duas portas do ressonador e θ é o deslocamento de fase na malha (o deslocamento de fase no ressonador é excluído)

A freqüência do oscilador é encontrada a partir das seguintes condições:

$$f_{osc} = f_{res} + \Delta f_{0.5} \tan\theta, \tag{4.7}$$

onde: f_{osc} é a freqüência de oscilação da malha e $\Delta f_{0.5}$ é a largura de banda a meia altura na freqüência de ressonância da malha e f_{res} é a freqüência de ressonância do ressonador.

A partir da Equação (4.7) tem-se que as flutuações na fase da malha θ são causadas principalmente pelas flutuações de fase no amplificador, resultando em flutuações de freqüência no amplificador. A intensidade de tais flutuações aumenta com a freqüência de *"offset"* do oscilador a partir da freqüência de ressonância. Isso pode ser mostrado linearizando a Equação (4.7) em relação a pequenas flutuações em torno do ponto de equilíbrio. Puxando a freqüência do oscilador a partir de f_{res} causa também um ruído de fase adicional devido à conversão de AM para PM no oscilador.

4.2.2.1-Modelo de Ruído de Lesson para Osciladores livres

O ruído de fase na malha do amplificador é geralmente caracterizado pela componente de ruído branco, a qual é independente da freqüência f e a componente de ruído "*flicker*", a qual é inversamente proporcional a f. O ruído de fase do amplificador pode ser expresso em termos das bandas Laterais da seguinte forma [50, 52, 53]:

$$S_{\Delta f} = bf^{-1} + \frac{Fk_BT}{P_S} \tag{4.8}$$

onde, F é a figura de ruído do amplificador, T é a temperatura termodinâmica, k_B é a constante de Boltzmann, P_S é a potência na entrada do amplificador e b é o valor da componente de ruído *"flicker"*, em 1 Hz. A freqüência na qual as componentes de ruído "*flicker*" e branco são iguais é denominada como córner *"flicker"* [54].

A relação entre o ruído de fase da malha do amplificador $S_{\Delta f}(f)$ e o ruído de fase do oscilador $S_f(f)$ é dada por:

$$S_{f1} = S_{\Delta f}\left[1 + \left(\frac{f_0}{2Q_L f}\right)^2\right] \tag{4.9a}$$

e

$$S_{f2} = S_{\Delta f}\left(\frac{f_0}{2Q_L f}\right)^2 \tag{4.9b}$$

onde, f_0 é a freqüência de ressonância da cavidade ressonante, $Q_L = Q_0[1 + b_1 + b_2]$ é o fator de qualidade carregado. Q_0 é o fator de qualidade descarregado do ressonador, o fator $f_0/2Q_L$ é igual a largura de banda a potência, $\Delta f_{0.5}$, do ressonador e b_1 e b_2 são os fatores de acoplamento das duas portas do ressonador.

Referindo-se à Figura 4.3, a saída 1 é a porta de potência mais alta diretamente logo após o amplificador, a saída 2 é a porta filtrada. Em freqüência dentro da banda do

ressonador o ruído de fase é similar em ambas as portas e igual a $\left(f_0/(2Q_L f)\right)^2$ nessa condição o ruído do amplificador é incorporado ao ruído do ressonador. Fora da largura de banda do ressonador, a saída 1 é equivalente ao ruído do amplificador porque o ruído do amplificador é somado ao sinal que passa e a porta 2 é filtrada abaixo do ruído do amplificador pelo ressonador. A perda de inserção do ressonador torna a potência da saída 2 menor do que da saída 1. A Equação (4.9) não inclui o ruído de fase devido as flutuações de freqüência do ressonador. Tais flutuações são provenientes de vibrações e flutuações de temperatura do ressonador e são adicionados ao ruído associado com as flutuações na eletrônica.

4.2.3-Oscilador de Tensão Controlada

A Figura 4.4 mostra um oscilador com um sistema de estabilização de freqüência. Neste caso, o ressonador é usado como um filtro passa banda, assim como no oscilador livre, selecionando a freqüência de oscilação do malha, e também como o elemento dispersivo do discriminador de freqüência. O ruído de fase do oscilador é reduzido pela aplicação de um sinal de correção, que é filtrado, da saída do discriminador de freqüência (misturador) no defasador eletrônico[1], no interior do malha. Este sinal atua como uma realimentação negativa fazendo a freqüência da malha se aproximar da freqüência de ressonância do ressonador, ajustando assim a freqüência da malha [53, 54, 55, 56, 57, 58, 59].

A eficiência desta técnica é limitada pelas flutuações de freqüência no discriminador de freqüência, misturador. Se a única fonte de flutuações for o misturador, a sensibilidade do discriminador de freqüência expressa em termos do ruído de fase de fundo é dada por:

$$S_f^F = \frac{k_B T_n^{mis}(1+b)^2}{4P_{inc}\, b^2}\left(\frac{f_0}{2Q_L f}\right)^2 \qquad (4.10)$$

[1] Varactor diodo de capacitância variável.

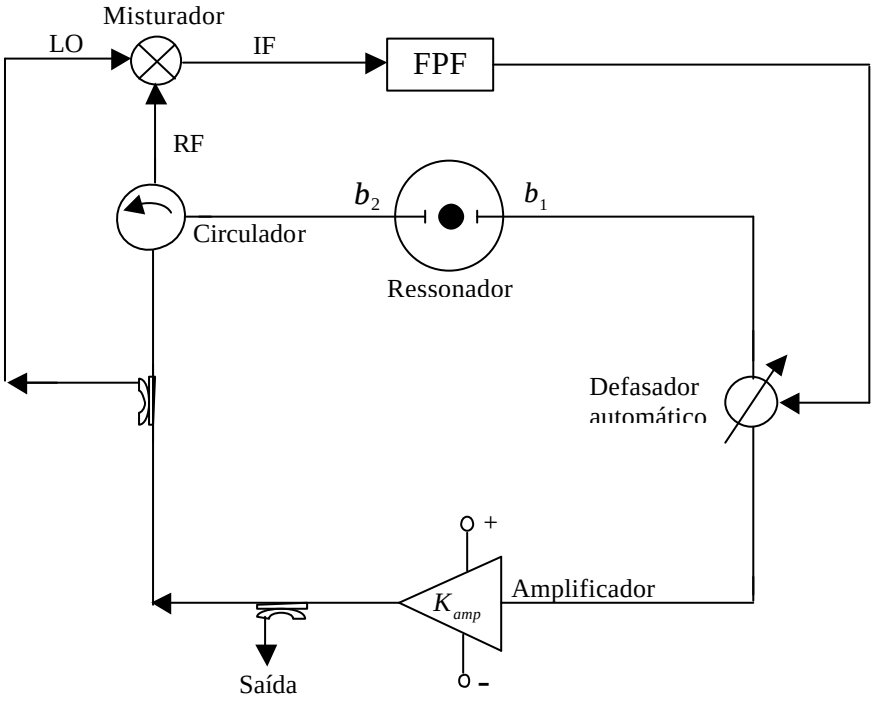

FIGURA 4.4: Oscilador com controle de malha DC para cancelar o ruído de fase e ajustar a malha na freqüência de ressonância do ressonador.

onde, P_{inc} é a potência incidente no ressonador, k_B é a constante de Boltzmann e T_{mis}, é a temperatura de ruído efetiva do misturador, a qual é função da freqüência e da potência na porta *RF* do misturador.

4.3-Cavidades Ressonantes

Cavidades ressonantes são dispositivos que armazenam energia na forma de campos eletromagnéticos. Elas são compartimentos metálicos fechados, comumente de forma cúbica ou cilíndrica, onde a energia eletromagnética é armazenada ou retirada através de sondas ou fendas devidamente posicionadas em uma ou nas demais paredes das mesmas. Uma cavidade ressonante se comporta como um circuito tanque, sendo assim, pode ser utilizada como filtro ou como elemento de seleção de freqüência em circuitos osciladores. A Figura 4.5 mostra os dois principais tipos de cavidades ressonantes [60].

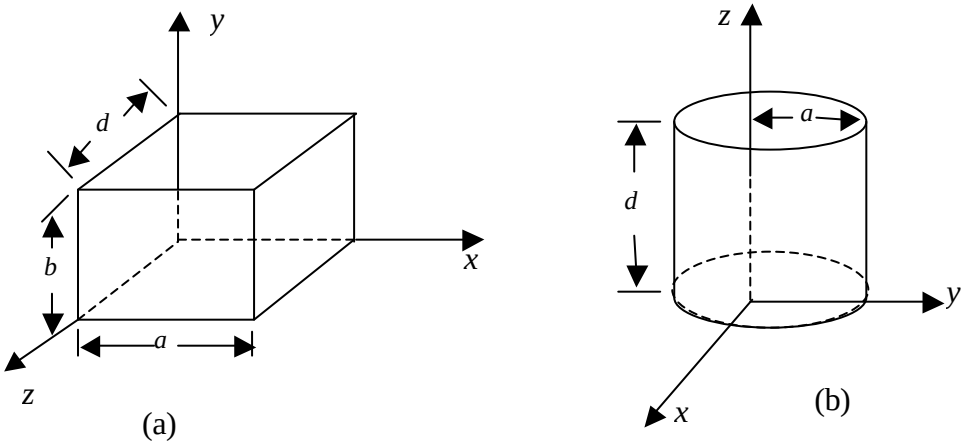

FIGURA 4.5: Principais tipos de cavidades: (a) de paredes retangulares; (b) cilíndrica.

As principais características de uma cavidade ressonante são: a freqüência de ressonância e o fator de qualidade elétrico. A freqüência de ressonância é dada por:

$$f_0 = \frac{k_0}{2p} \tag{4.11}$$

onde $k_0 = 2p / l_0$ é o número de onda na condição de ressonância, o qual depende da geometria da cavidade e do modo de excitação.

O fator de qualidade Q é uma medida do desempenho de sistemas ressonantes, o qual é definido como uma medida da perda de energia por ciclo em relação a energia armazenada nos campos dentro circuito,

$$Q \equiv 2p \frac{Energia\ máxima\ armazenada\ durante\ um\ ciclo}{Energia\ \ média\ \ dissipada\ por\ ciclo} = \frac{2pW}{PT} = \frac{w_0 W}{P} \tag{4.12}$$

nas quais, W é a energia média total armazenada no sistema, $w_0 = 2p\ f_0$ é a freqüência angular do sistema, P é a potência dissipada no sistema e $T(= 2p / w_0)$ é o período. A energia máxima armazenada na cavidade é dada por:

$$W = \iiint_V U dV \tag{4.13}$$

onde V é o volume da cavidade e U é a densidade volumétrica máxima de energia. A potência dissipada é dada por:

$$P = \frac{\mathrm{Re}\{Z_c\}}{2} \iint_S |H_t|^2 \, dS, \tag{4.14}$$

onde $Z_c = R_c$ é a impedância intrínseca da parede condutora, H_t é a componente do campo magnético tangencial à superfície interna das paredes condutoras e S é a área interna total. Combinando as equações (4.11), (4.12) e (4.13), obtém-se:

$$Q = \frac{2w_0 \iiint_V U_{\max} \, dV}{\mathrm{Re}\{Z_c\} \iint_S |H_t|^2 \, dS} \tag{4.15}$$

O fator de qualidade é também relacionado com a largura da faixa de passagem (ou rejeição), através de;

$$Q = \frac{w_0}{\Delta w} \tag{4.16}$$

onde Δw é a largura de banda de freqüência cuja atenuação é igual a $3\,dB$.

4.3.1-Cavidade Cilíndrica

Uma cavidade ressonante cilíndrica é considerada, para efeito de análise, como um guia de onda cilíndrico, encerrado por placas condutoras em ambas as extremidades. A Figura 4.6 mostra uma cavidade de comprimento d e seção transversal a. Este tipo de cavidade cilíndrica é utilizada devido ao seu grande Q e larga faixa de freqüência de operação.

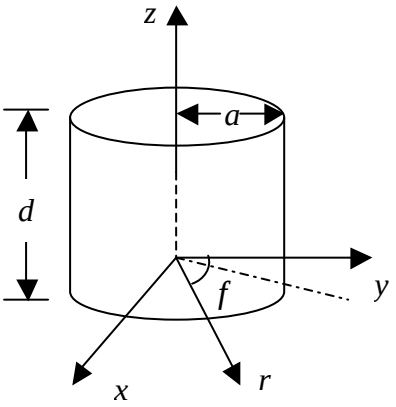

FIGURA 4.6: Cavidade cilíndrica.

Os campos na cavidade cilíndrica podem ser determinados a partir das soluções dos campos nos guias de ondas cilíndricos correspondentes. Os modos ressonantes TE_{nml} correspondem aos modos TE_{nm} do guia de onda circular. Neste trabalho não demonstraremos as soluções das equações de campo dos modos ressonantes do guia de onda cilíndrico, pois as mesmas são encontradas na literatura [60].

Utilizando as soluções obtidas na literatura e combinando o modo TE_{11}, propagando-se nos dois sentidos obtemos:

$$H_z = J_n\left(p'_{nm}\frac{r}{a}\right)\cos nf\,[A^+e^{-(jb_{nm})} + A^-e^{(jb_{nm})}], \tag{4.17a}$$

$$H_r = \frac{-(jb_{nm}a)}{p'_{nm}}J'_n\left(p'_{nm}\frac{r}{a}\right)\cos nf\,[A^+e^{-(jb_{nm})} - A^-e^{(jb_{nm})}], \tag{4.17b}$$

$$H_f = \frac{(jb_{nm}a^2)}{(p'_{nm})^2}\frac{1}{r}J'_n\left(p'_{nm}\frac{r}{a}\right)sennf\,[A^+e^{-(jb_{nm})} - A^-e^{(jb_{nm})}], \tag{4.17c}$$

$$E_r = \frac{(jk_0Z_0a^2)}{(p'_{nm})^2}\frac{1}{r}J_n\left(p'_{nm}\frac{r}{a}\right)sennf\,[A^+e^{-(jb_{nm})} + A^-e^{(jb_{nm})}], \tag{4.17d}$$

$$E_f = \frac{(jk_0 Z_0 a)}{(p'_{nm})^2}\frac{1}{r}J_n\left(p'_{nm}\frac{r}{a}\right)sennf\,[A^+e^{-(jb_{nm})} + A^-e^{(jb_{nm})}] \qquad (4.17e)$$

e

$$E_z = 0. \qquad (4.17f)$$

Uma cavidade cilíndrica deve satisfazer as seguintes condições de contorno: $E_r = E_f = 0$ em $z = 0$ e d. Para satisfazer estas condições de contorno, devemos escolher $A^- = -A^+$, nas equações (4.16a-f). Desta forma, os termos entre colchetes tornam-se:

$$[A^+e^{-(jbnm)} + A^-e^{(jb_{nm})}] = -2JA^+(senb_{nm}z). \qquad (4.18)$$

O coeficiente b_{nm}, deverá ser escolhido igual p/d para fazer $senb_{nm}d$ desaparecer. A freqüência de ressonância é determinada a partir da relação:

$$f_{nml} = \left[b_{nm}^2 + \left(\frac{p'_{nm}}{a}\right)^2\right]^{1/2} = \left[b_{nm}^2 + \left(\frac{p'_{nm}}{a}\right)^2\right]^{1/2} = \frac{k_o c}{2p} \qquad (4.19)$$

Para encontrar o fator de qualidade Q dos modos TE_{nml} da cavidade cilíndrica mostrada na Figura 4.6, primeiramente devemos determinar a energia média armazenada na cavidade e a potência dissipada nas paredes da cavidade e substituir na Equação (4.18). A energia média e a potência dissipada são respectivamente dadas por:

$$W = \iiint_V UdV = 2W_e = \frac{e_0}{2}\int_0^a \int_0^{2p} \int_0^d \left(|E_r|^2 + |E_j|^2\right) rdj\,drdz \qquad (4.20)$$

e

$$P = \frac{\mathrm{Re}\{Z_c\}}{2}\iint_S |H_t|^2\,dS\,. \qquad (4.21)$$

Após avaliar as equações (4.18) e (4.20), utilizando os campos dados pelas equações (4.19), substituímos os resultados na Equação (4.20), para obtermos o fator de qualidade, para qualquer modo $TE_{nm\ell}$ da cavidade cilíndrica,

$$Q\frac{d_S}{l_0}=\frac{\left[1-\left(\frac{n}{p'_{mn}}\right)^2\right]\left[(p'_{mn})^2+\left(\frac{\ell pa}{d}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{2p\left[(p'_{mn})^2+\frac{2a}{d}\left(\frac{\ell pa}{d}\right)^2+\left(1-\frac{2a}{d}\right)\left(\frac{n\ell pa}{p'_{mn}}d\right)^2\right]} \tag{4.22}$$

nas quais $\ell, n, m \geq 0$ e d_s é a profundidade de penetração da onda no condutor dada por:

$$d_s=\left(\frac{2}{wms}\right)^{1/2}, \tag{4.23}$$

Desta forma, quanto maior a condutividade s e/ou freqüência w, menor será a penetração da onda no meio condutor e conseqüentemente menor será o fator de qualidade da cavidade. Note que todos os termos à direita da Equação (4.22) são independentes da freqüência, desta forma, Q varia em função de l_0/d_S para qualquer cavidade cilíndrica e decresce com $f^{-1/2}$. Uma análise semelhante à desenvolvida acima pode ser feita para obtermos as expressões para os campos dos modos $TM_{nm\ell}$.

O modo ressonante mais baixo para $TE_{nm\ell}$ é o TE_{111} (modo dominante), o qual corresponde ao modo TE_{11} do guia de onda circular. Entretanto, o maior interesse para aplicações é o TE_{011} porque o seu Q é em torno de duas ou três vezes maior do que o modo TE_{111}.

Uma outra vantagem do modo TE_{011} é que $H_f = 0$, desta forma não existem correntes axiais. Isto significa que o final da placa da cavidade (tampa) pode mover livremente para ajustar o comprimento d da cavidade para sintonizá-la sem introduzir perdas

significativas, desde que não tenha fluxo de corrente entre as placas, isto é, o espaçamento entre as tampas e as paredes do cilindro é paralelo ao fluxo de corrente de linha. Entretanto, o modo TE_{011} não é o modo dominante, desta forma, cuidado deve ser tomado ao escolher um sistema de acoplamento que excita os outros modos na faixa de sintonia de freqüência da cavidade, pois estes poderiam ressonar.

Para determinar quais são os modos que podem ressonar para um determinado valor de $2a/d$ e freqüência, é conveniente construir uma carta de modos. Para qualquer modo dado nós temos:

$$f_{nm\ell} = \frac{k_{nm\ell}}{2p} c = \left[\left(\frac{x_{nm}}{a} \right)^2 + \left(\frac{\ell p}{d} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \frac{c}{2p} \tag{4.24a}$$

ou

$$(2af_{nm\ell})^2 = \left(\frac{cx_{nm}}{p} \right)^2 + \left(\frac{c\ell}{2} \right)^2 + \left(\frac{2a}{d} \right)^2 \tag{4.24b}$$

onde, $x_{nm} = p'_{nm}$ para os modos TE. A Figura 4.7 mostra uma curva de $(2af_{nm\ell})^2$ versus $(2a/d)^2$ para vários modos que constituem a carta.

Examinando a carta vemos que em certa faixa de freqüência e $2a/d$ apenas um único modo pode ressonar (no caso de modos degenerados, dois modos ressonam na mesma freqüência). Por exemplo, para $2a/d$ entre dois e três, apenas os modos TE_{011} e TE_{111} podem ressonar na faixa de freqüência correspondente a $(2af)^2$ entre $16{,}3x10^8$ e $20{,}4x10^8$ (região pontilhada dentro do retângulo). Se o modo TM_{111} não é excitado, esta faixa de freqüência pode ser sintonizada sem ressonâncias espúrias devido aos outros modos.

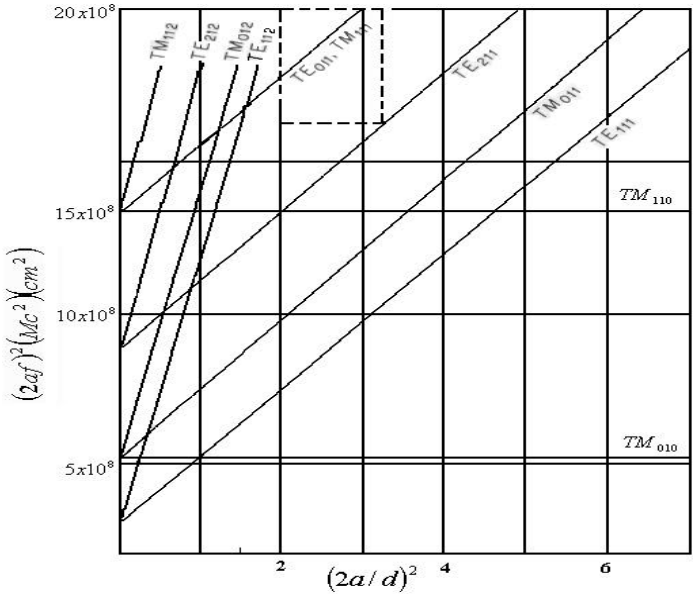

FIGURA 4.7: Carta de modos para uma cavidade cilíndrica.

FONTE: Collin (1965).

Para os modos TM , o Q é dado por:

$$Q\frac{d_s}{l_0} = \frac{[(p_{nm})^2 + (\ell pa/d)^2]^{1/2}}{2p(1+2a/d)} \text{ para } \quad \ell > 0 \tag{4.25a}$$

$$Q\frac{d_s}{l_0} = \frac{p_{nm}}{2p(1+a/d)} \text{ para } \quad \ell = 0 \tag{4.25b}$$

A Figura 4.8 mostra uma curva de Qd_S / l_0 em relação a $2a/d$ para vários modos. Nota-se que para o modo TE_{011} os valores de Q encontrados são consideravelmente maiores do que os obtidos para TM_{111}. Valores ótimos de Q ocorrem para $d \approx 2a$.

4.3.2-Ressonadores Dielétricos

Ressonadores dielétricos são pedaços de guias de ondas dielétricos truncados, geralmente na forma cúbica ou cilíndrica. O desempenho elétrico dos ressonadores dielétricos está associado às propriedades dos materiais utilizados na confecção destes. Ressonadores feitos de cerâmica dielétrica possuem alto fator de qualidade, alta permissividade e boa estabilidade em freqüência devido a flutuações de temperatura.

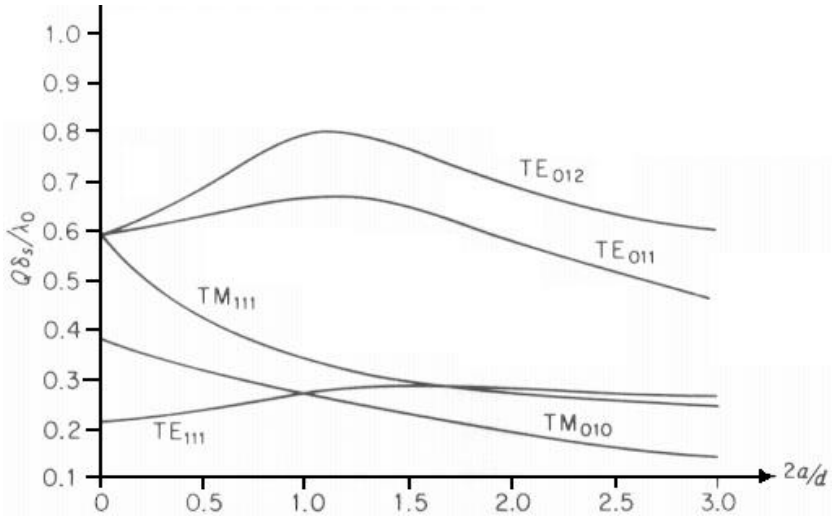

FIGURA 4.8: Curva de Qd_S / l_0 em relação à $2a/d$ para vários modos.

FONTE: Collin (1965).

Em ressonadores dielétricos, a ressonância ocorre apenas em certas freqüências, as quais são denominadas modos da estrutura, os quais são divididos em: modos dominantes (modo de freqüência mais baixa), degenerados (dois ou mais modos com a mesma freqüência de ressonância), espúrios (modos que ressonam em freqüências muito mais altas do que o modo dominante).

Os modos, transversos elétricos $TE_{nm\ell}$ ($E_z = 0$), transverso magnético, $TM_{mn\ell}$ ($H_z = 0$) e eletromagnético híbrido HEM (H_z e E_z) são modos ressonantes naturais de ressonadores dielétricos. Como em cavidades elétricas, os subscritos, n, m e ℓ, são incluídos para distinguir os modos individuais. Os subscritos n e m relacionam os números de extremos do padrão de onda estacionária, nas direções azimutal e radial respectivamente. Enquanto o numero ℓ, relaciona a variação do número de meio comprimento de onda na direção axial.

No caso assimétrico ($m = 0$), para um ressonador dielétrico, estes modos podem ser TE ou TM. Se, entretanto, $\ell > 0$ os únicos modos existentes são os HEM. Para o modo TE_{01d}, d está entre 0,5-1 [60], o qual é diferente de um número inteiro de uma cavidade metálica. No caso de ressonadores blindados, isto é, dentro de uma cavidade

metálica, a designação de subscrito é diferente. Quando a energia está predominantemente fora do dielétrico, a designação do modo pode ser a mesma de uma cavidade vazia. Entretanto, quando a energia está concentrada no dielétrico, este não é afetado pela dimensão da blindagem, desta forma, a designação do subscrito para um ressonador isolado pode ser utilizada.

4.3.2.1-Freqüência de Ressonância

Encontrar as soluções dos campos e a freqüência de ressonância dos modos de ressonadores dielétricos é muito mais complicado do que no caso de cavidades elétricas. Uma solução aproximada para a freqüência de ressonância do modo T_{01d} é dada por [61]:

$$f_0(GHz) = \frac{208{,}672}{\sqrt{e_r}\left(\frac{p}{4} D_r^2 H_r\right)^{1/3}} \tag{4.26}$$

nos quais, D_r é o diâmetro e H_r é a altura (em mm) e e_r é a constante dielétrica do ressonador respectivamente. Soluções mais precisas podem ser obtidas via técnicas numéricas. Entretanto, seria necessário um grande tempo de processamento para resolver as matrizes que definem a estrutura.

4.3.2.2-Fator de Qualidade de Ressonadores Dielétricos

O fator de qualidade descarregado, Q_0 leva em consideração as perdas internas no próprio ressonador, a qual é dependente do modo ressonante e é expresso por:

$$Q_0 = \frac{w_0 W_0}{P_0}, \tag{4.27}$$

onde, P_0 é a potência dissipada internamente, devido a perda de potência nos condutores e dielétricos, e também por radiação. O fator Q_0 também é expresso por:

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_r} \tag{4.28}$$

nos quais Q_d, Q_c e Q_r estão relacionados às perdas nos condutores, dielétricos e radiação respectivamente. A maior perda em Q_0 é devido à perda no dielétrico. A perda tangente no dielétrico é dada por:

$$\tan d = \frac{s}{we} = \frac{1}{Q_d}, \tag{4.29}$$

nas quais, w é a freqüência de radiação, $e = e_0 e_r$ é a constante dielétrica e s é a condutividade do meio respectivamente.

O fator de qualidade é proporcional à temperatura e a freqüência [62]. Entretanto, quando o ressonador é externamente acoplado, a perda de inserção é proporcional à razão do fator de qualidade carregado e descarregado. Existem dois métodos que podem ser utilizados para encontrar o Q_0 de um ressonador dielétrico, estes são os métodos de transmissão e reflexão.

O fator Q_0 é geralmente especificado com o ressonador dielétrico isolado numa cavidade, com pelo três vezes o tamanho de ressonador. As sondas que fazem o acoplamento de energia entre ressonador, são ajustadas para uma perda de transmissão de $-40\,dB$. Q_0 é determinado a partir de uma medição numa largura de banda Δf a meia potência ($3\,dB$ abaixo) da seguinte forma:

$$Q_0 = \frac{f_0}{\Delta f (1 - 10^{-IL/20})}, \tag{4.30}$$

na qual, *IL* representa as perdas e f_0 a freqüência central.

O fator de qualidade externo, Q_{ext} leva em consideração as perdas externa, devido ao

acoplamento dos campos do ressonador com a linha externa.

$$Q_{ext} = \frac{w_0 W_0}{P_{ext}}, \tag{4.31}$$

onde, P_{ext} é a potência da linha externa. É muito importante salientar que para ressonadores acoplado a linhas externas, a distância entre as sondas e o ressonador é que determina o fator de qualidade externo. Quanto menor for a distância entre eles maior será o acoplamento e desta forma maior será o fator externo.

O fator carregado, Q_C inclui ambas as perdas, interna e externa, as quais estão relacionadas da seguinte forma:

$$\frac{1}{Q_C} = \frac{1}{Q_{ext}} + \frac{1}{Q_0}, \tag{4.32}$$

4.3.2.3-Constante Dielétrica

A constante dielétrica de um material é representada pela permissividade elétrica relativa, e_R, a qual esta relacionada a permissividade absoluta e a do vácuo por $e = e_R e_0$. Cerâmicas modernas têm constantes dielétricas, usualmente entre 30-40 [63]. Desta forma, as dimensões dos ressonadores são muito menores do que de uma cavidade metálica, devido ao comprimento de onda, l_d no dielétrico, o qual é expresso por: $l_d = l / \sqrt{e_r}$.

Para materiais de constante dielétrica alta, os campos de um dado modo ressonante são confinados dentro e próximo ao ressonador, e cai a valores negligenciáveis a comparadas ao comprimento de onda no espaço livre, na vizinhança do ressonador. Pequenas variações da permissividade provocam grandes variações na freqüência ressonante. Desta forma, uma permissividade aproximadamente isotrópica é importante no projeto de filtros.

4.3.3-Cavidade Híbrida Utilizando o Modo TE_{01d}

Os dois primeiros modos que ressonam quando o ressonador é colocado dentro de uma cavidade metálica são os modos TE_{01d} e HE_{11g}. O modo TE_{01d}, o qual é o mais utilizado nas aplicações é o modo dominante destes dois para uma razão de aspecto de 0,4 para uma geometria cilíndrica [64]. Para um ressonador isolado, esta razão nos leva, a uma configuração livre de modos espúrios. Quando colocamos o ressonador numa cavidade metálica, modos espúrios estão presentes. Entretanto, esta razão melhora a separação entre os modos espúrios e o dominante e otimiza o fator de qualidade Q.

A Figura 4.9 mostra as configurações dos campos elétricos e magnéticos do modo TE_{01d} de um ressonador. O campo elétrico tem uma distribuição de circular em torno do centro do eixo. Enquanto, o campo magnético é mais forte no eixo do disco, em distâncias fora do disco o campo agrupa-se na forma de um dipolo magnético. Se e_r é aproximadamente 40, mais de 95% da energia elétrica armazenada do modo TE_{01d}, e pelo menos 60% da energia magnética armazenada são localizada dentro do cilindro [64].

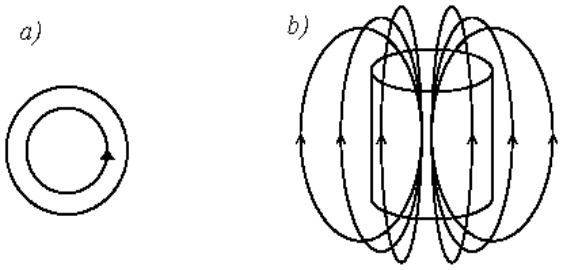

FIGURA 4.9: Modos ressonantes de ressonador dielétrico cilíndrico. a*)* mostra o campo elétrico E, e *b)* mostra o campo magnético do modo TE_{01d} respectivamente.

4.3.3.1-Ressonador Dielétrico Como Elemento de Circuito

Como visto na última seção ressonadores dielétricos comportam-se como cavidades dielétricas e quando são inseridos entre dois planos condutores, conforme mostrado na Figura 4.10, apresentam modos de ressonância.

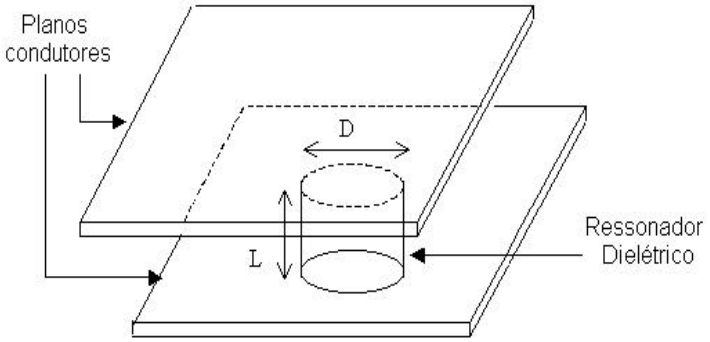

FIGURA 4.10: Ressonador dielétrico entre dois planos condutores.

As freqüências destes modos são expressas por:

$$f_{PP} = \frac{3\times10^{2}}{p\,D\sqrt{e_r}}\left\{ r_{ij}^{2} - \left[1 - \frac{1}{r_{ij}^{2} + \left(\frac{p}{2}\frac{D}{L}\right)2} \right] + \left(\frac{p}{2}\frac{D}{L}\right)2 \right\}^{\frac{1}{2}} \tag{4.33}$$

onde, f_{pp} é a freqüência dos diversos modos, r_{ij} raízes da função de Bessel, e_r é a constante dielétrica e D é o diâmetro do ressonador dielétrico. $r_{11} = 3{,}832$ (f_{pp} será a freqüência do modo TE_{011}).

Este dispositivo pode ser utilizado em circuitos de microondas quando colocado a uma linha de transmissão externa. Neste caso, o modo TE_{011} se transforma no modo de assimétrico, TE_{01d}. Devido à variabilidade da freqüência do modo assimétrico com o espaçamento de ar entre as placas, este é vastamente aplicado em projeto de osciladores e filtros.

A freqüência do modo TE_{01d} é obtida a partir de da Equação (4.33), a qual é expressa por [64]:

$$f_{01d} = \frac{f_{pp}}{(0{,}002642\, f_{pp} + 0{,}1087)D/L + 0{,}9970} \tag{4.34}$$

na qual, f_{01d} é a freqüência do modo TE_{01d} (para o caso em que o espaçamento de ar é infinito). A variação de f_{01d} e do fator de qualidade com a altura da tampa é mostrada na Figura (4.10), enquanto que a Figura (4.8) mostra os vários modos ressonantes que surgem devido a cavidade dielétrica, num *"gap"* de ar fixo.

Nas curvas em questão, devem ser observados alguns detalhes de grande importância para o desenvolvimento de circuitos que utilizam ressonador dielétrico. Inicialmente quanto ao fator de qualidade Q, é imediato verificar que seu valor cai à medida que o "gap" de ar diminui. Tal característica é bastante previsível devido ao aumento das perdas do sistema à medida que o campo eletromagnético do ressonador interage com a superfície metálica da referida tampa.

Da Figura 4.12 verifica-se que uma série de modos ressonantes está presente. Os modos HE_{111} e HE_{211}, devido a sua proximidade com o modo TE_{01d}, podem interferir no desempenho dos circuitos. Tais modos não mudam de posição com a variação da altura da tampa e devem ser evitados colocando-se o modo TE_{01d} em uma posição intermediária entre o HE_{111} e HE_{211}.

Entretanto, tal ajuste não deve ser feito para *"gaps"* muito pequenos, pois isto implicaria em uma acentuada queda no fator de qualidade elétrico, Q (vide Figura (4.11)).

Outro fator também evidenciado na Figura 4.11 é a faixa de sintonia do ressonador, isto é, a freqüência do modo TE_{01d} com um espaçamento de ar infinito e a freqüência máxima do referido modo com um espaçamento quase nulo.

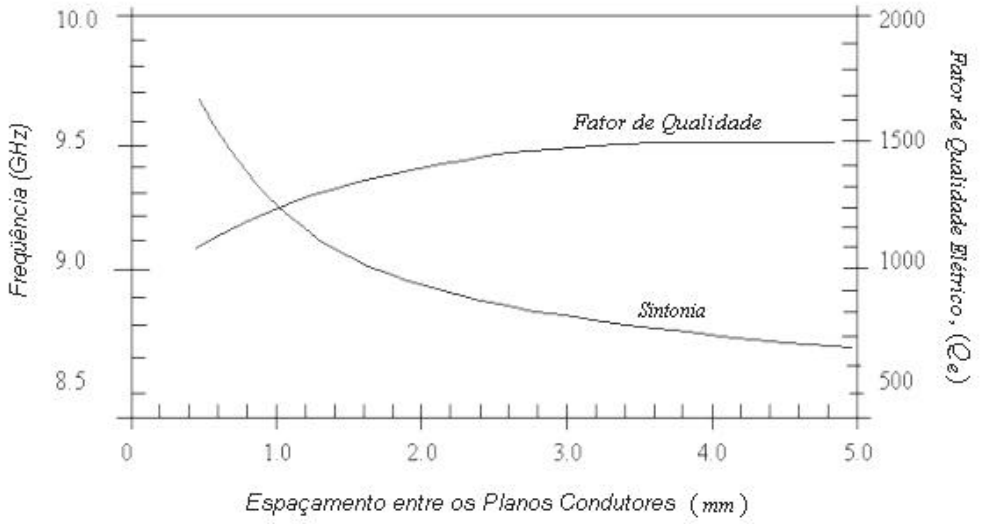

FIGURA 4.11: Sintonia e fator de qualidade de um ressonador dielétrico no modo assimétrico.

4.3.3.2-Distribuição de Modos em Função da Faixa de Sintonia

A Figura 4.12 mostra modos de uma cavidade dielétrica em função de sua geometria normalizada para o modo TE_{011}, obtidos numericamente.

Para a obtenção da faixa de sintonia, T em função do parâmetro D/L, dezenas de ressonadores foram medidas em laboratório e através de métodos numéricos obteve-se a seguinte expressão [60]:

$$T = \left(-0{,}00048\, f_{pp} + 0{,}0848\right) D / L + 0{,}965 \tag{4.35}$$

onde, $T = \dfrac{f_{\max}}{f_{\min}}$ é a faixa de sintonia e f_{pp} é a freqüência do Modo Simétrico.

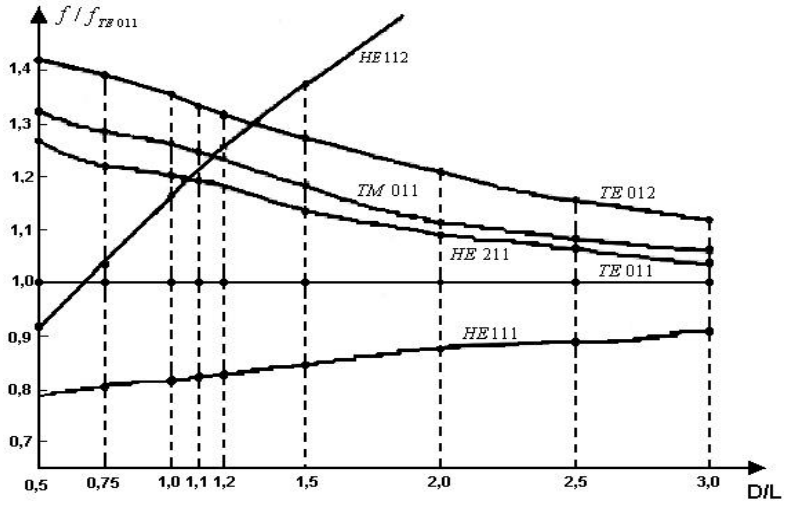

FIGURA4.12: Freqüências dos modos de uma cavidade dielétrica normalizada em relação à freqüência do modo TE $_{011}$ em função do fator de forma (D/L) simétrico.

Esta expressão, apesar de não ser exata devido a grande dificuldade de medir-se a freqüência máxima, é de grande utilidade devido ao fato de que o que geralmente é importante em projetos envolvendo ressonador dielétrico é apenas um valor aproximado deste parâmetro. Considerando-se então as curvas que descrevem os modos de um ressonador dielétrico e sua faixa de sintonia e lembrando a necessidade dos componentes serem projetados para o modo TE_{01d} afastado dos modos HE_{111} e HE_{211}, a relação D/L ideal seria de 1,1, pois neste caso teríamos:

$$\frac{D}{L}=1 \Rightarrow \left.\begin{cases} Freqüência\ do\ HE_{111}=1{,}18 \\ Freqüência\ do\ HE_{211}=0{,}825 \end{cases}\right\} = \frac{1{,}18}{0{,}825}=1{,}43 \qquad (4.36)$$

Os valores geralmente utilizados pelos fabricantes são D/L = 1,53 e D/L = 2,5 onde as bandas imunes aos modos parasitas são muitos inferiores ao caso anterior. Entretanto, para essas geometrias é possível obter-se uma faixa de sintonia bastante maior com a tampa superior suficientemente alta de modo a não deteriorar o fator Q.

4.3.3.3-Acoplamento Eletromagnético

O acoplamento eletromagnético, b, entre as sondas e a linha de transmissão pode ser estudado através de circuitos RCL equivalentes, séries e paralelos. A Figura 4.13 mostra um exemplo de circuito RLC em serie e em paralelo.

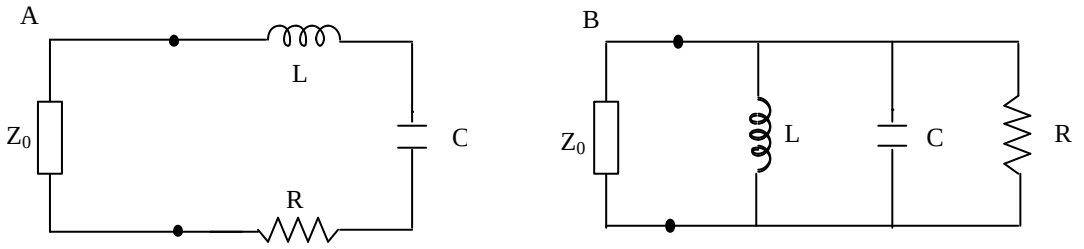

FIGURA4.13: Representação de ressonadores na faixa de microondas como circuitos RLC. Na Figura 4.13a o ressonador é representado em termos de circuito em serie, na Figura 4.13b em termos de um circuito paralelo.

Nos circuitos das Figuras 4.13a-b, Z_0 é a impedância da linha de transmissão. No circuito serie não existe acoplamento de energia na entrada e na saída do circuito quando os terminais estão curto-circuitados. Se o ressonador é acoplado a um a linha de transmissão casada, então o acoplamento, b é dado por:

$$b = \frac{Z_0}{R} \tag{4.37}$$

O acoplamento $b = 1$, quando a linha é perfeitamente casada. Similarmente para o circuito paralelo, o acoplamento, b é dado por:

$$b = \frac{R}{Z_0} \tag{4.38}$$

Resolvendo as equações de Maxwell para as freqüências de ressonâncias encontramos muitas soluções, devido aos vários modos, conforme mostrado anteriormente.

Assumindo que $b \to 0$, a freqüência do modo fundamental dos circuitos série e paralelo são dadas por:

$$f_o = \frac{1}{2p\sqrt{LC}} \tag{4.39}$$

O fator de qualidade do modo fundamental pode ser encontrado substituindo a energia armazenada no indutor e capacitor da Figura 4.13a-b e dissipada no resistor *r* e *R*, nos circuitos série e paralelo respectivamente. Para o circuito serie o fator de qualidade descarregado é dado por:

$$Q_0 = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{L}{C}}\,. \tag{4.40}$$

Para um circuito paralelo o fator de qualidade descarregado é dado por:

$$Q_0 = R\sqrt{\frac{C}{L}} \tag{4.41}$$

Entretanto, como discutido anteriormente deverá existir algum meio de canalizar a energia na saída do ressonador e as perdas provocadas pelo acoplamento com um circuito externo reduz o Q_0 resultando em um fator de qualidade descarregado, Q_C, o fator de qualidade carregado está relacionado ao fator de qualidade descarregado Q_0, por:

$$\frac{1}{Q_C} = \frac{1}{Q_{ext}} + \frac{1}{Q_0}, \tag{4.42}$$

onde, Q_{ext} é o fator de qualidade do circuito externo devido a Z_0. Se $R = Z_0$ a dissipação no circuito externo é igual a dissipação no ressonador, desta forma $b = 1$, e $Q_0 = Q_{ext}$, desta forma $Q_C = Q_0 / 2$. Para um circuito paralelo Q é proporcional a R, a partir disso segue que:

$$Q_{ext} = Q_0 \frac{Z_0}{R} = \frac{Q_0}{b}. \tag{4.43}$$

Desta forma, combinado a Equação (4.42) e (4.43), obtemos:

$$Q_C = \frac{Q_0}{(1+b)}. \tag{4.44}$$

Desta forma, a partir da medição do fator de qualidade carregado, Q_C e acoplamento b, o fator de qualidade Q pode ser determinado. Se o acoplamento da energia é muito pequeno, isto é $b \to 0$, o fator de qualidade carregado e descarregado são aproximadamente iguais.

O acoplamento eletromagnético em termos de um circuito série é mostrado na Figura 4.14. Cada modo ressonante do ressonador dielétrico comporta-se como um circuito RLC independente.

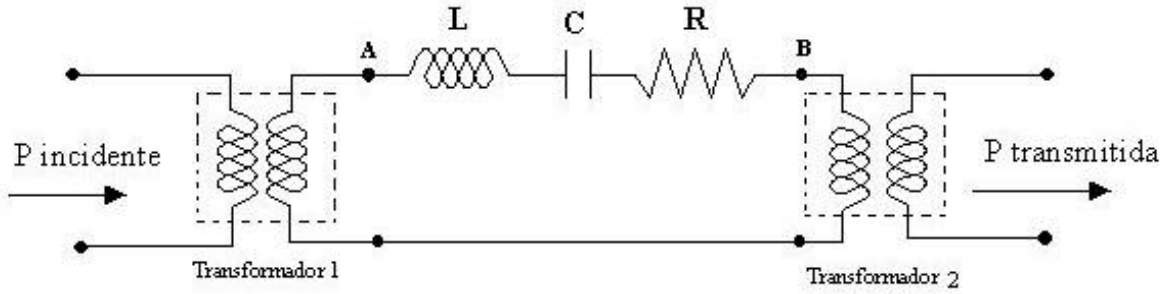

FIGURA 4.14: Circuito RLC equivalente do ressonador dielétrico acoplado ao circuito de microondas.

4.4-Técnicas de Medição de Ruído de Fase

Existem várias técnicas empregadas na medição de ruído de fase, sendo que, cada uma delas apresenta vantagens e desvantagens sobre as outras. Abaixo são apresentadas as principais técnicas destacando as vantagens e desvantagens [42, 43].

4.4.1-Medição direta com Analisador de Espectro

É o método mais direto de medir o ruído de fase de um sinal, o qual consiste em injetar o sinal diretamente num analisador de espectro obtendo diretamente a densidade espectral de potência do sinal. Entretanto, este método é limitado significantemente pela faixa dinâmica, resolução e ruído de fase do próprio oscilador local do analisador de espectros (Ver Figura 3.12).

$£(f_m)$ é a banda lateral de ruído de fase em relação à portadora por Hz, P_{BL} é a densidade de potência numa banda lateral de modulação de fase e P_S é a potência total do sinal. Ainda que, está medição direta não seja útil para medições próximo a uma portadora flutuante, esta nos fornece um meio conveniente de efetuarmos uma avaliação qualitativa e rápida em fontes de ruído relativamente alto. Para que uma medição seja válida é necessário que as mesmas satisfaçam os seguintes requisitos:

1. A banda lateral de ruído de fase do analisador de espectro, na freqüência de "*offset*" desejada deverá ser menor do que o ruído de fase do Dispositivo Sob Teste (DST);

2. Como o analisador de espectro medirá a potência total de ruído, a amplitude total de ruído do DST, deverá ser pelo menos 10 $[dB]$ abaixo do ruído de fase do analisador.

4.4.2-Medição Através da Contagem Heterôdinea

Este método no domínio do tempo converte o sinal sob teste num sinal de freqüência intermediária. O sinal convertido deverá ter uma estabilidade maior do que o sinal a ser medido. Então, um contador de freqüência de alta resolução, conta repetidamente o sinal da freqüência intermediária FI, com o período de tempo entre cada medição mantido constante. A Figura 4.15 mostra uma configuração experimental, a qual ilustra este método.

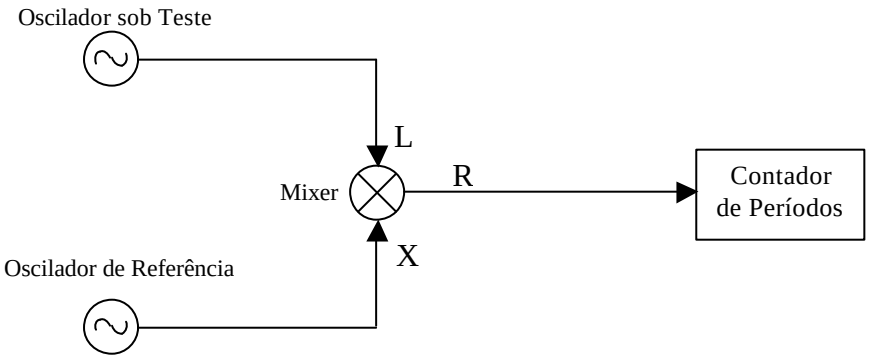

FIGURA 4.15: Diagrama esquemático do método de medição de freqüência heterôdinea.

Este método nos fornece bons resultados para termos de curta estabilidade de freqüência. Isto é para período de tempo maior do que *10 ms* (para freqüência de *"offset"* menor do que *100 Hz*, quando visto no domínio da freqüência), no qual o ruído de fase cresce rapidamente. O método de contagem heterôdinea é ideal para medições próximas a freqüência da portadora. Entretanto, este método não é adequado para medições de ruído de fase com *"offset"* maior do que 10 kHz, ou para medições de ruído de fase de sinais com espectro de potência plano, ou que decresce suavemente em função da freqüência de *"offset"* (como uma função de $1/f_m$ ou menor).

Esta técnica permite vários cálculos da diferença fracional de freqüência y, sobre o período de tempo utilizado. A partir destes valores de *y*, a variância de Allan, $s_y(t)$ pode ser computada. No domínio do tempo $s_y(t)$, corresponde a $S_y(f_m)$ no domínio da freqüência. Quando comparamos a estabilidade de freqüência de dois osciladores é conveniente considerar a densidade espectral de flutuações de freqüência numa de largura de banda $S_y(f)$ de $1\,Hz$, a qual está relacionada à $S_f(f)$ por:

$$S_y(f) = \left(\frac{f}{f_0}\right)^2 S_f(f). \tag{4.45}$$

Entretanto, a forma espectral não é tão útil para expressar a estabilidade de freqüência quanto a variância de Allan, obtida diretamente a partir do calculo de $S_y(f)$ [61]:

$$s_y^2(t) = 2\int_0^\infty S_y(f)\frac{sin^4(p\ ft)}{(p\ ft)^2}df\ . \tag{4.46}$$

A variância de Allan é uma medida da estabilidade fracional da freqüência de um oscilador sobre certo tempo de integração t. A variância de Allan também pode ser medida diretamente no domínio do tempo utilizando um contador de freqüência. Quando existe um tempo morto entre medições, a variância de Allan é dada por:

$$s_y^2(t) = \frac{1}{2}\left[(\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k)^2\right], \tag{4.47}$$

nas quais, os colchetes [ ] representam um tempo médio finito, $\bar{y}_k$ e $\bar{y}_{k+1}$ representam os valore médios entre medições subseqüentes para contadores de freqüência com lapso de tempo t. Na presença de ruído branco e *"flicker"* no oscilador a variância de Allan dependerá da largura de banda do sistema de medição. Desta forma, para estas medições é necessário especificar a largura de banda e o número de amostras.

4.4.3 - Demodulação da Portadora

A maioria das técnicas de medições de ruído de fase enquadra-se nessa classe. Esta técnica consiste em eliminar a portadora e medir apenas o ruído resultante do sinal. Os métodos mais comuns são medições com detector de fase e medições com discriminador de freqüência.

4.4.3.1 - Medições com Detector de Fase

Este método utiliza um misturador para converter as flutuações de fase em flutuações de tensão, conforme é ilustrado na Figura 4.16. O princípio de medição é o seguinte: dois sinais na mesma freqüência f_0 são injetados no misturador, as somas das freqüências

formam um sinal de freqüência $2f_0$, o qual é filtrado com um filtro passa baixa restando apenas o sinal de freqüência igual à diferença dos sinais. Se os sinais estão em quadratura (defasado de 90^0), a diferença será $0\,Hz$ com uma saída média de 0 V. Intrinsecamente ao sinal DC, existem flutuações AC, as quais são linearmente proporcionais ao ruído de fase de ambas as fontes.

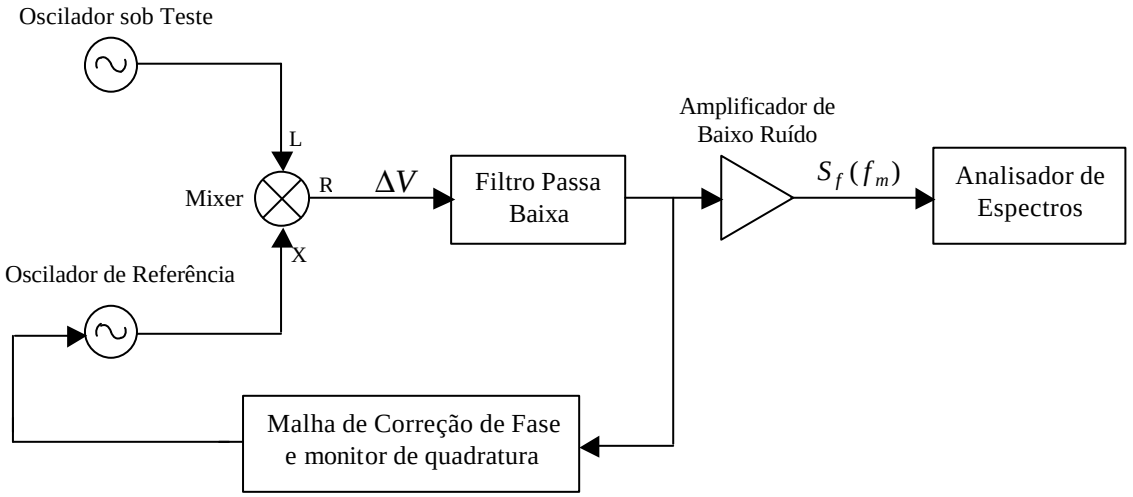

FIGURA 4.16: Diagrama esquemático do método de detector de fase.

Como mencionado acima, para o misturador agir como detector de fase, os dois sinais precisam estar em quadratura (defasados de 90^0). A condição de quadratura geralmente é mantida através de um sistema de correção de fase. Um sistema de correção de fase requer que, pelo menos uma das fontes seja eletronicamente sintonizável e estável. Algum tipo de mecanismo deve ser utilizado para fixar a freqüência da fonte sintonizável. A condição de quadratura é indicada por zero Volt DC na saída do detector de fase, a qual pode ser monitorada com um osciloscópio ou um voltímetro DC.

O método do detector de fase produz a melhor sensibilidade. Entretanto, devido aos dois sinais terem que ter a fase locada, o detector de fase trabalha otimamente com fontes suficientemente estáveis. A fonte de referência deverá ter um ruído de fase menor do que a fonte sob teste. Além disso, medições feitas dentro da largura de banda utilizada

para locar as duas fontes, requerem correção e aumentam a complexidade do método do detector de fase [42, 43].

4.4.3.1.1-Cálculo do Ruído de Fase de Três Osciladores Desconhecidos

Os ruídos de fase de três osciladores desconhecidos podem ser determinados com precisão através da técnica de dois osciladores descrita na Seção anterior. As medições de ruído de fase dos três osciladores são realizadas medindo os osciladores aos pares:

$$£_{12} = £\left(dBc\right), \tag{4.48a}$$

$$£_{23} = £\left(dBc\right), \tag{4.48b}$$

$$£_{13} = £\left(dBc\right). \tag{4.48c}$$

Onde, $£_{12}$ é a composição do ruído de fase dos osciladores 1 e 2, $£_{23}$ é a composição do ruído de fase dos osciladores 2 e 3 e $£_{13}$ é a composição do ruído de fase dos osciladores 1 e 3 respectivamente.

O ruído de fase de cada oscilador pode ser calculado utilizando as componentes de ruídos de fase dos osciladores dadas pelas equações (4.48a-c). Desta forma, o ruído de fase de cada oscilador pode ser determinado com precisão pelas equações abaixo:

$$£_1\left(dBc\right) = 10\log\left[\frac{10^{\frac{£_{12}}{10}} + 10^{\frac{£_{13}}{10}} - 10^{\frac{£_{23}}{10}}}{2}\right], \tag{4.49a}$$

$$£_2\left(dBc\right) = 10\log\left[\frac{10^{\frac{£_{12}}{10}} + 10^{\frac{£_{23}}{10}} - 10^{\frac{£_{13}}{10}}}{2}\right], \tag{4.49b}$$

$$\pounds_3\,(dBc) = 10\log\left[\frac{10^{\frac{\pounds_{13}}{10}} + 10^{\frac{\pounds_{23}}{10}} - 10^{\frac{\pounds_{12}}{10}}}{2}\right]. \qquad (4.49c)$$

4.4.4-Medição com um Discriminador de Freqüência

Ao contrário do método de detector de fase, o método de discriminador de freqüência não necessita de uma fonte de referência com a fase estabilizada com a fonte sob teste, como mostrado na Figura 4.16. Isto torna o método muito útil para medir fontes que são difíceis de estabilizar a fase, incluindo fontes que são microfônicas ou flutuam rapidamente. Este método pode ser utilizado para medir fontes com alto nível, baixas taxa e ruído de fase, ou grandes bandas laterais espúrias próximas à portadora, condições que apresentam grandes problemas ao método de detector de fase. O método de discriminação de freqüência pode ser implementado de várias maneiras inclusive em ressonadores de cavidades, pontes de RF e misturador de linha de retardo.

4.4.4.1-Discriminador de Freqüência com Linha de Retardo

A implementação de um discriminador de freqüência com um misturador e uma linha de retardo nos permite converter os termos de curta flutuação de freqüência de uma fonte em flutuação de tensão que pode ser medida em um analisador de espectros. A conversão é feita em duas etapas: primeiro converte as flutuações de freqüências em flutuações de fases e depois converte as flutuações de fase em flutuações de tensão. A Figura 4.17 ilustra este procedimento.

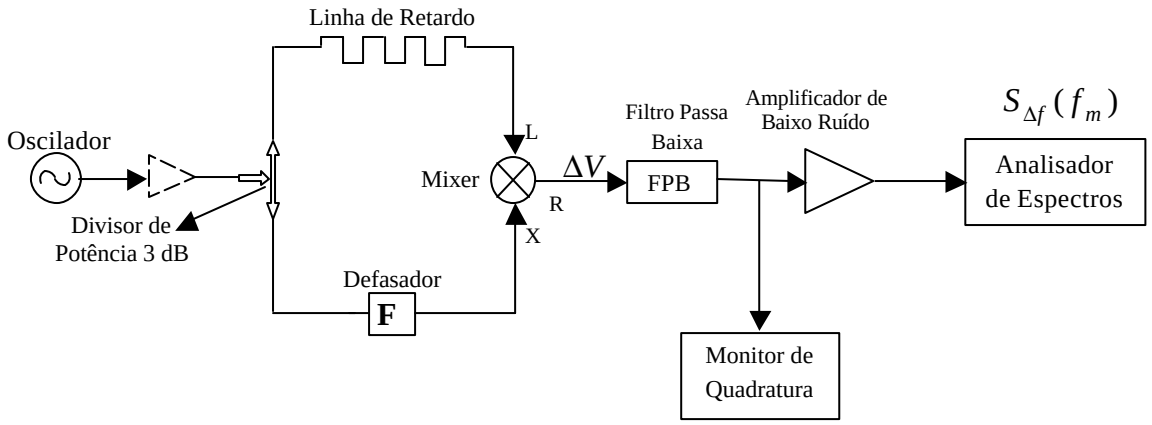

FIGURA 4.17: Diagrama esquemático do método de descriminação de freqüência utilizando misturador e linha de retardo.

A transformação das flutuações de freqüências em flutuações de fase $(\Delta f \rightarrow \Delta f)$ é feita na linha de retardo. A freqüência nominal chega ao misturador numa fase particular, quando a freqüência varia suavemente, o deslocamento de fase ocorrido num tempo de retardamento fixado, variará proporcionalmente. A linha de retardo converte a variação de freqüência na linha de entrada numa variação de fase na linha de saída quando comparado ao sinal não retardado chegando ao misturador no segundo caminho.

O misturador atuando como detector de fase, transforma as flutuações de fase instantâneas em flutuações de tensão. Com os sinais de entrada em quadratura, a tensão de saída é proporcional às flutuações de fase de entrada. As flutuações de tensão podem ser medidas por um analisador de espectro e convertidas em unidades de ruído de fase [42]. A sensibilidade do discriminador de freqüência é determinada pela função de transferência:

$$\Delta V(f_m) = \left[K_f \, 2p\, t_d \, \frac{sen(p\ f_m t_d)}{p\ f_m t_d} \right] \Delta f(f_m) \qquad (4.50)$$

nas quais, $\Delta V(f_m)$ representa a saída das flutuações de tensão do discriminador, $\Delta f(f_m)$ representa as flutuações de freqüência do dispositivo sob teste, K_f é a constante de fase do detector (translação de fase para tensão,) t_d é o retardamento da linha e f_m é a freqüência de "*offset*".

Analisando a Equação (4.50) é observado que é desejável que a constante de fase K_f do detector e a quantidade de retardo t_d sejam maiores do que a flutuação da tensão de saída ΔV do discriminador de freqüência. Desta forma, ΔV será mensurável mesmo para pequenas flutuações de freqüência Δf. Sendo a sensibilidade do sistema independente da freqüência da portadora.

A magnitude do termo de saída senoidal do discriminador de freqüência é proporcional ao $sen(p\ f_m t_d)$. Isto implica que a resposta de saída terá picos e mínimos, com o primeiro mínimo ocorrendo em $f_m = 1/t_d$. Aumentando a taxa de modulação do sinal aplicado ao sistema, implicará em mínimos de freqüências múltiplos de $1/t_d$, conforme mostrado na Figura 4.18.

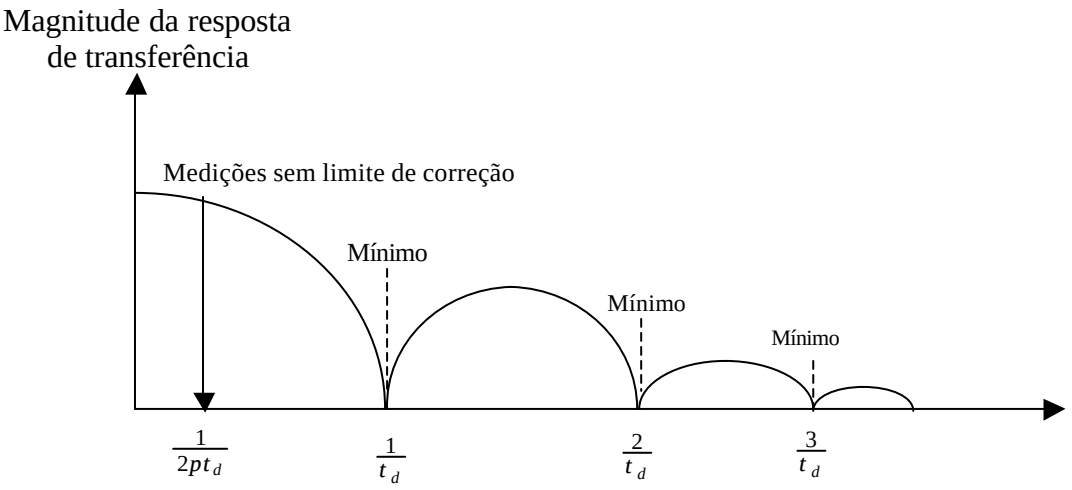

FIGURA 4.18: Mínimos na sensibilidade da linha de retardo do discriminador de freqüência.

Para evitar a compensação da resposta $sen(x)/x$, as medições são feitas em freqüências de "*offset*" muito menor do que $1/t_d$. É possível medir a freqüência de "*offset*" fora e além dos mínimos, escalonando os resultados medidos utilizando a função de

transferência. Entretanto, a sensibilidade do sistema é muito baixa próximo aos mínimos.

A função de transferência mostra que aumentando t_d, aumenta a sensibilidade do sistema. Entretanto, aumentado t_d, diminui a freqüência de *"offset"* que pode ser medida sem ter que compensar a resposta $sen(x)/x$. A Tabela 4.1 mostra a sensibilidade máxima de linhas de retardo vários tamanhos sem ter que compensar a resposta $\text{sen}(x)/x$ [42].

TABELA 4.1: Sensibilidade Máxima de Linhas de Retardo sem Compensação.

Linha de retardo	Comprimento da linha	Primeiro Mínimo ($f_m = 1/t_t$)	f_m Máxima
10 ns	3 m	100 MHz	50 MHz
50 ns	15 m	20 MHz	10 MHz
100 ns	30 m	10 MHz	5 MHz
200 ns	60 m	5 MHz	2,5 MHz
500 ns	150 m	2 MHz	1 MHz
1 ms	300 m	1 MHz	500 kHz
10 ms	3 km	100 kHz	50 kHz
20 ms	6 km	50 kHz	25 kHz
100 ms	30 km	10 kHz	5 kHz
156,2 ms	48,6 km	6,4 kHz	3,2 kHz

Analisando a Tabela 4.1, vemos claramente que, para medirmos um sinal de um oscilador sem ter que compensar a resposta $\text{sen}(x)/x$, a uma freqüência de *"offset"* de 3,2 kHz a partir da portadora, teria que construir uma linha de retardo de pelos menos 48,6 km.

Por exemplo, uma linha de retardo de 200 *ns* terá melhor sensibilidade mais próxima da portadora do que uma linha de *50 ns.* Porém não terá utilidade além de 2,5 MHz de

"offset" sem ter que compensar a resposta $\mathrm{sen}(x)/x$. A linha de *50 ns* é empregada até freqüências de *"offset"* de 10 *MHz*.

CAPÍTULO 5

DESENVOLVIMENTO DOS OSCILADORES

Neste capitulo é apresentado o desenvolvimento de osciladores em 10 GHz com ultra-baixo ruído de fase. O objetivo é construir osciladores com menor nível de ruído de fase e maior nível de potência possível, para alimentar os transdutores paramétricos do detector de ondas gravitacionais Mario Schenberg.

5.1-Escolha do Modelo

Para atingir os objetivos propostos acima, optou-se por construir osciladores de malhas não integradas, pois esta tecnologia inovadora nos permite: controle do fator de qualidade da malha, controle das reflexões e supressão da realimentação no sentido oposto da malha através de isoladores, supressão dos modos ressonantes espúrios das cavidades através de filtros passa faixa em torno do modo desejado, desacoplamento do sistema de 50Ω e controle rígido do comprimento de malha $2np$. Além disso, esta tecnologia de malha não integrada oferece simplicidade de operação, controle e maior estabilidade em comparação aos osciladores de malhas integradas.

5.2-Projeto e Desenvolvimento do Protótipo de Oscilador

Conforme discutido no Capitulo 4, amplificadores realimentados através de circuitos ressonantes satisfazendo certas condições comportam-se como osciladores. A Figura 5.1 mostra o diagrama esquemático do protótipo dos osciladores realimentado em 10 GHz que será implementado nesse trabalho.

O princípio de operação do oscilador acima é o seguinte: o amplificador ao ser polarizado por uma fonte externa produz um sinal eletromagnético em todo espectro de freqüência (ruído branco). O próprio ruído branco é utilizado para iniciar a produção do sinal na freqüência de 10 GHz. O ruído branco ao atingir a cavidade, através de uma sonda elétrica excita os modos ressonantes do ressonador dielétrico, os quais por sua

vez transferem parte da energia para a outra sonda da cavidade. A energia é transferida apenas na freqüência dos modos ressonantes. Dessa forma, cada modo ressonante age no circuito como um filtro de alto fator de qualidade. Na construção de osciladores o interesse é numa freqüência bem característica. Portanto, os demais modos ressonantes deverão ser truncados pelo filtro passa faixa.

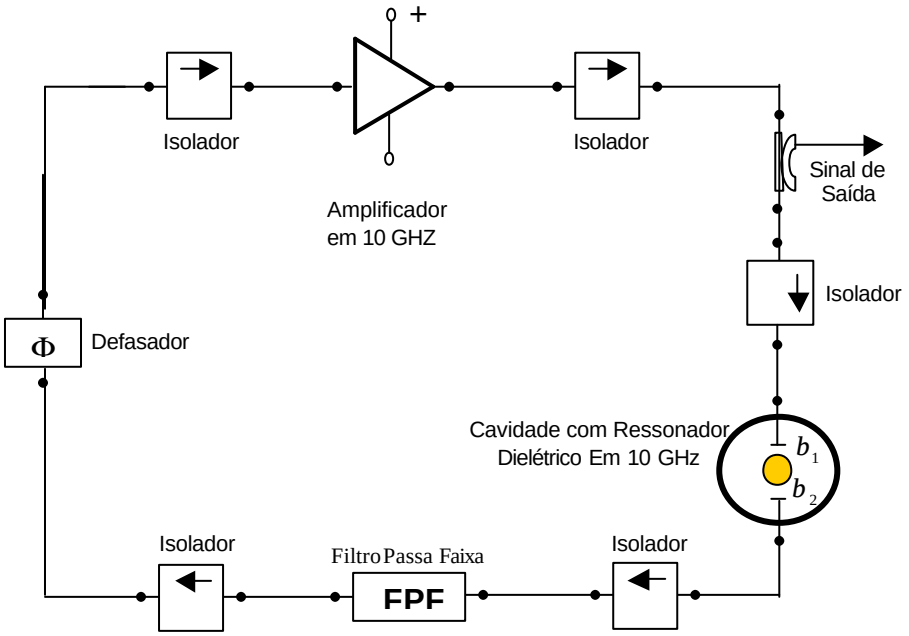

FIGURA 5.1: Diagrama esquemático de um oscilador eletromagnético na freqüência de microondas.

As condições necessárias para o circuito ressonante mostrado na Figura 5.1 oscilar é que o mesmo tenha um ganho de malha maior do que 1 e uma fase total igual a $2np$. A condição de fase é satisfeita através do defasador. A condição de ganho é satisfeita através do elemento do circuito (amplificador). O ganho do amplificador tem que ser maior do que as perdas provenientes de todos os componentes do circuito, permitindo dessa forma, a realimentação positiva do circuito. Os isoladores são utilizados para evitar a realimentação degenerativa da malha devido a reflexões nas portas dos componentes. Uma parcela de potência pode ser retirada da malha através do acoplador.

5.2.1-Projeto da Cavidade do Protótipo dos Osciladores

No protótipo dos osciladores optou-se em utilizar ressonadores dielétricos de titanato de Bário no projeto da cavidade híbrida. A configuração da cavidade foi obtida pelo método de tentativa e erro. Foram feitas várias cavidades e foram testados vários ressonadores, até se conseguir uma cavidade com o maior fator de qualidade possível. A configuração final da cavidade híbrida é a seguinte:

TABELA 5.1: Especificações dos Componentes da Cavidade Híbrida.

Componentes	**Altura (mm)**	**Diâmetro (mm)**	**Material**
Suporte	0,50	0,50	Alumina
Ressonador Dielétrico	2,29	5,52	Titanato de Bário
Cavidade elétrica	6,99	10,00	Latão

A Figura 5.2 mostra uma foto da cavidade elétrica utilizada na confecção do protótipo dos osciladores.

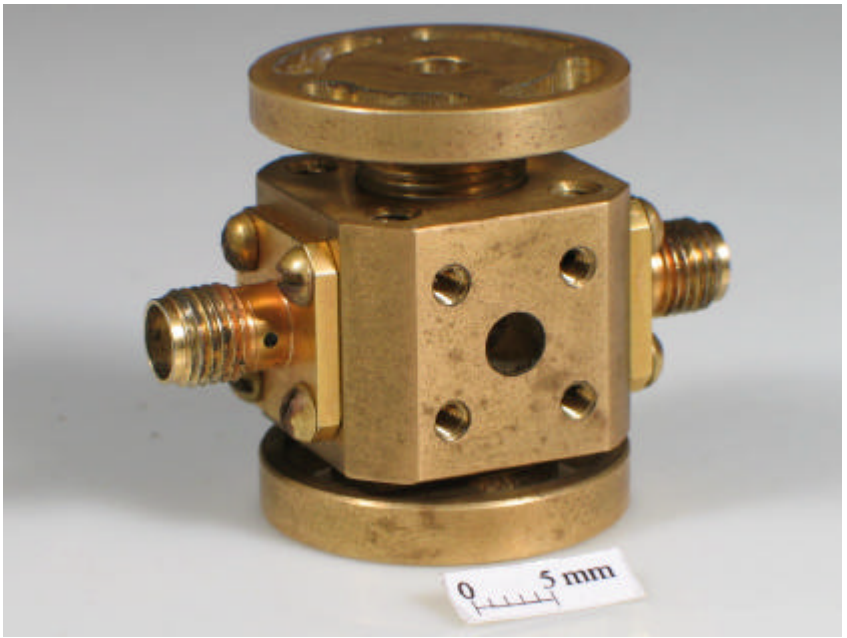

FIGURA 5.2: Foto da cavidade elétrica utilizada no protótipo dos osciladores.

5.3 Caracterização dos Componentes de Oscilador

Nesta Seção é mostrada a caracterização dos componentes utilizados na construção dos osciladores. A caracterização dos componentes é feita através da medida da perda de inserção e de retorno dos mesmos. A perda de inserção é uma medida da energia transmitida através de elementos ativos ou passivos do circuito, enquanto a perda de retorno é uma medida da energia refletida nas portas de elementos ativos e passivos. A Figura 5.3 mostra os esquemas do aparato experimental utilizado na caracterização dos componentes utilizados nos osciladores.

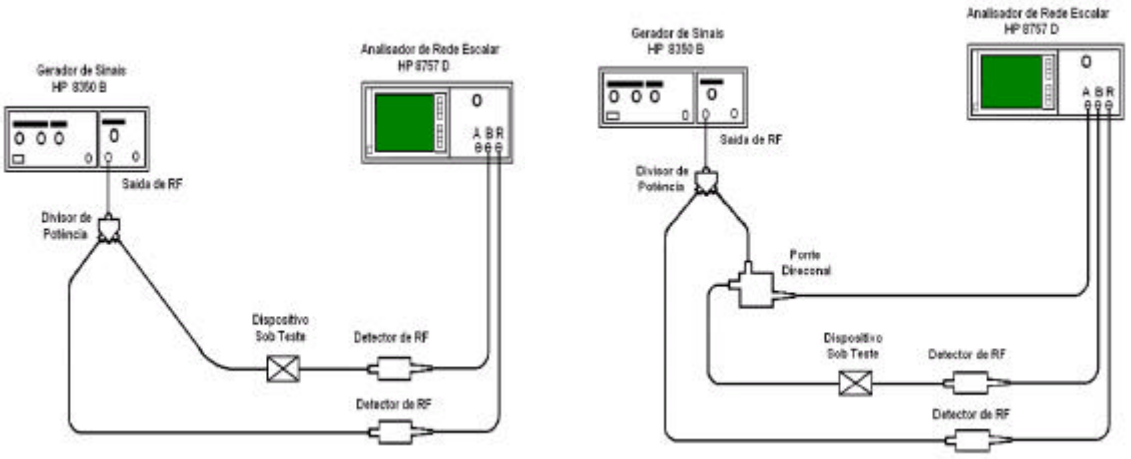

FIGURA 5.3: Aparatos experimentais utilizados na caracterização eletromagnética dos componentes eletrônicos. a) utilizado para medidas de perda de inserção, b) Aparato experimental para medidas de perda de retorno.

5.4-Caracterização dos Componentes do protótipo de Oscilador

Nesta Seção é mostrada a caracterização dos componentes utilizados na construção do protótipo de osciladores.

5.4.1-Caracterização do Amplificador

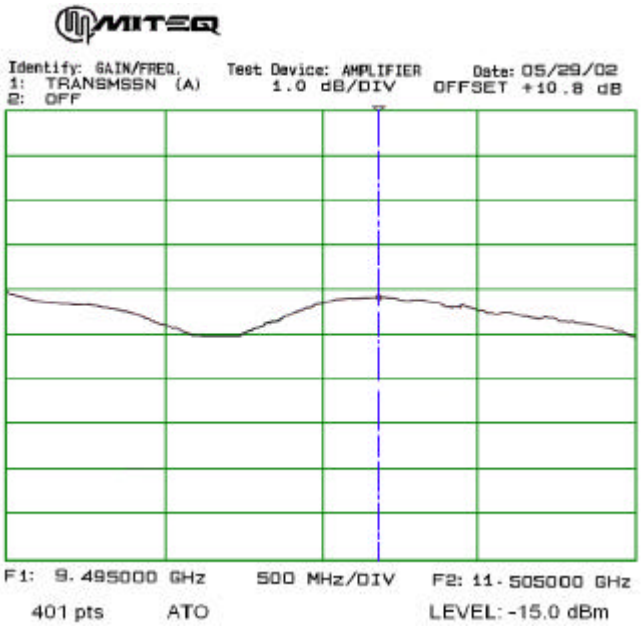

FIGURA 5.4: Curva da caracterização eletromagnética do amplificador utilizado no protótipo dos osciladores.

5.4.2-Caracterização da Cavidade Híbrida

A Figura 5.5a mostra a perda de inserção e a Figura 5.5b mostra a largura de banda do modo TE_{01d} ressonante em $f_0 = 10{,}21\,GHz$ da cavidade híbrida utilizada no protótipo de oscilador.

A perda de inserção do modo TE_{01d} em $f_0 = 10{,}21\,GHz$ foi 13,44 dBm.

A largura do pico 3 dB abaixo foi 3,1211 MHz. Dessa forma, o fator de qualidade encontrado para a cavidade utilizada no protótipo de oscilador foi de:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{10{,}21\ GHz}{3{,}1211\ MHz} = 3271$$

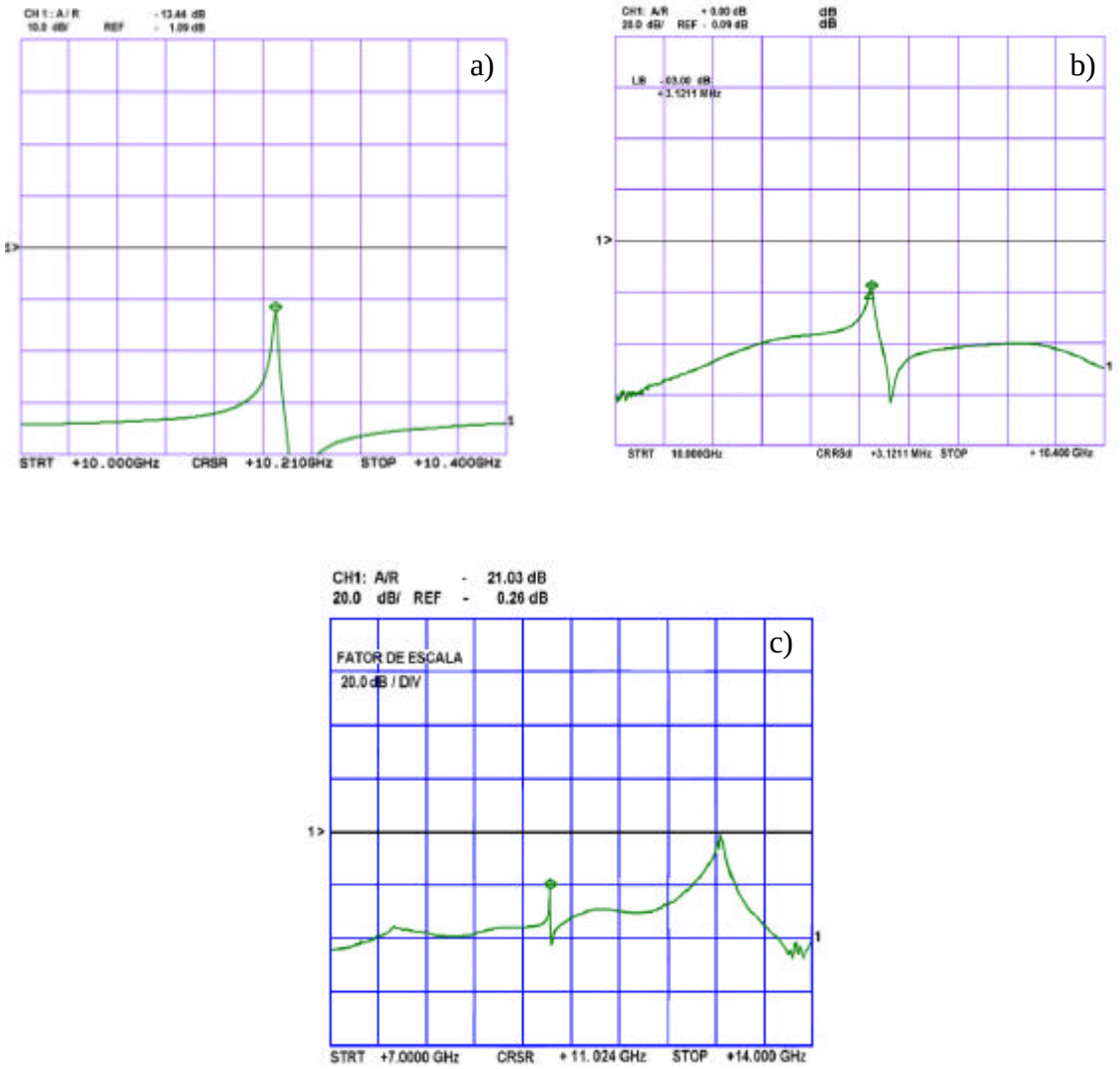

FIGURA 5.5: Caracterização eletromagnética do modo TE_{01d} da cavidade híbrida. a) Perda de inserção, b) Largura de banda, c) Perda de inserção numa faixa larga.

A Figura 5.5c mostra a cavidade híbrida numa faixa larga. O modo ressonante em 13,2 GHz deverá ser eliminado com um filtro passa faixa para evitar que o circuito oscile em duas freqüências.

5.4.3 Caracterização do Filtro Passa Faixa

A função do filtro é eliminar os modos espúrios da malha deixando apenas o modo

dominante, ou seja, o modo TE_{01d} . A Figura 5.6 mostra a curva de caracterização do filtro passa faixa utilizado na malha. A curva em vermelho representa a perda de inserção e a verde representa a perda de retorno do filtro.

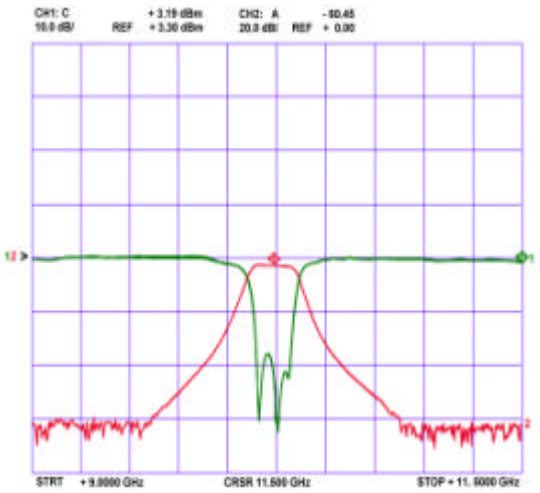

FIGURA 5.6: Curva de caracterização do filtro passa faixa.

5.4.4-Caracterização dos Isoladores

A função dos isoladores é atenuar possíveis reflexões nas portas, impedindo que a malha seja realimentada no sentido inverso. Dessa forma, depois de cada elemento é colocado um isolador para eliminar as possíveis reflexões indesejadas. A Tabela 5.2 mostra a caracterização dos isoladores utilizados no protótipo de oscilador, realizada na banda de freqüência do filtro delta (10,127-10,249) GHz.

TABELA 5.2: Caracterização dos Isoladores.

Isolador/ S. Number	**Banda**	**Perda de Inserção (Porta) 1→ 2**	**Isolação (Porta) 2→ 1**	**Perda de Retorno**	
				Porta 1	**Porta 2**
1 (187)	122 MHz	1,46 (dB)	19,00 (dB)	13,47 (dB)	14,05 (dB)
2 (188)	122 MHz	1,39 (dB)	26,51 (dB)	14,19 (dB)	12,17 (dB)
3 (189)	122 MHz	1,34 (dB)	18,79 (dB)	11,61 (dB)	10,85 (dB)

5.4.5 Caracterização do Defasador

Uma das condições necessárias para o circuito oscilar é que o mesmo tenha uma fase total igual a $2np$, para satisfazer essa condição é utilizado um defasador. No protótipo de oscilador foi utilizado como defasador um circulador acoplado a um curto deslizante. A Tabela 5.3 mostra a caracterização do circulador na banda de freqüência do filtro delta (10,127-10,249) GHz. A freqüência inicial foi de 10,127 GHz e final de 10,249 GHz.

TABELA 5.3: Resultado da caracterização do circulador utilizado como defasador no protótipo de oscilador.

Circulador S.N (102)	**Perda de Inserção (dB)**		**Isolação (dB)**		**Perda de Retorno (dB)**	
Porta	**1→ 2**	1,54	**2→ 1**	18,87	**1**	23,84
Porta	**2→ 3**	1,12	**3→ 2**	19,46	**2**	22,08
Porta	**3→ 1**	1,21	**1→ 3**	18, 19	**3**	24,79

5.4.6 Caracterização da Malha

Após a inserção de todos os elementos passivos na malha foi feita a caracterização da mesma. A Figura 5.7a mostra a perda de inserção vista numa faixa larga e a Figura 5.7b mostra a largura de banda da malha completa.

Vemos claramente que todos os modos espúrios foram filtrados, restando apenas o modo TE_{01d}. A perda de inserção em $f_0 = 10{,}209\,GHz$ é de –17,85 dB.

A largura de banda encontrada para a malha foi idêntica à encontrada para a cavidade, o que manteve o fator de qualidade do circuito idêntico ao da malha, isto é $Q = 3271$. A inserção dos componentes apenas aumentou levemente a perda de potência na malha.

Após ter caracterizado todos os componentes e a malha do oscilador foi montado o protótipo dos osciladores desenvolvido no CETUC, conforme mostrado na Figura 5.8.

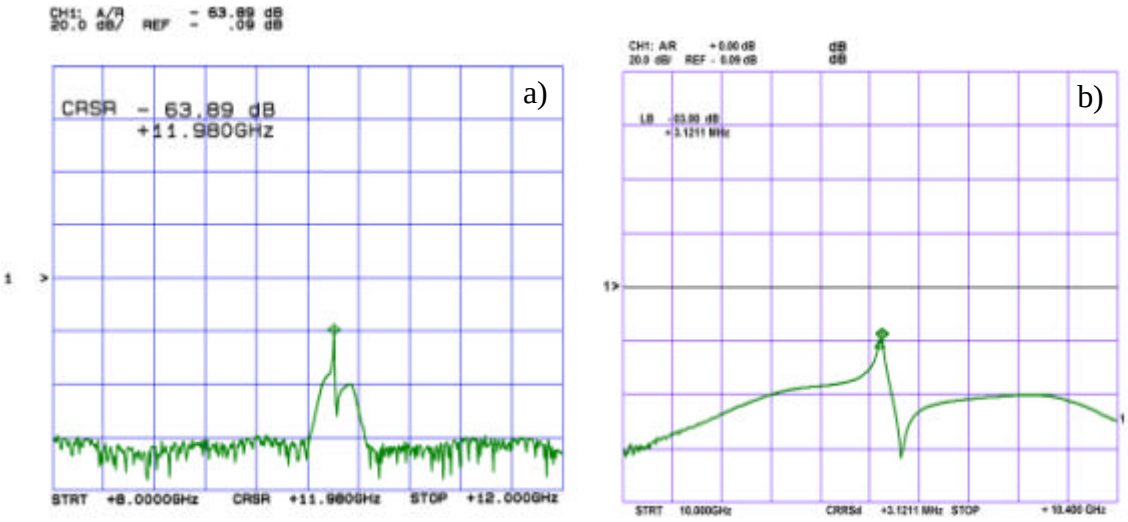

FIGURA 5.7: Caracterização eletromagnética da malha completa do protótipo dos osciladores. a) Perda de inserção vista numa faixa larga; b) largura de banda.

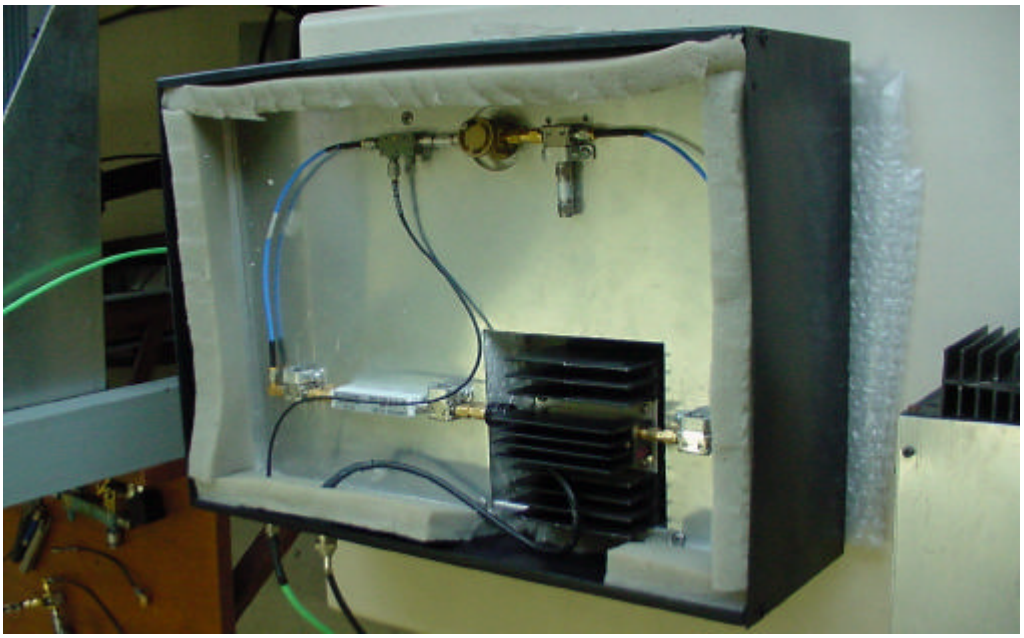

FIGURA 5.8: Foto do protótipo dos osciladores desenvolvido no CETUC.

5.4.7-Resultados Esperados para o Protótipo dos Osciladores

Conforme demonstrado na Seção 4.2.2.1 o desempenho em termos de ruído de fase para

osciladores realimentados é dado pela Equação (4.8), a qual é reescrita abaixo:

$$£(f_m) = \frac{S_f}{2} = \frac{1}{2}\left[bf_m^{-1} + \frac{Fk_bT}{P_S}\right]\left[1 + \left(\frac{f_0}{2Q_C\, f_m}\right)^2\right] \qquad (5.1)$$

Nas quais:

b é a componente de ruído *"flicker"*;

f_0 é a freqüência de oscilação;

f_m é a freqüência de *"offset"* ;

Qc é o fator de qualidade carregado do circuito ressonante;

F é fator de ruído do amplificador operando em região linear;

k_b é a constante de Boltzmann;

T é a temperatura termodinâmica;

P_S é a potência na entrada do amplificador.

A componente de ruído *"flicker"* pode ser obtida diretamente a partir da curva de ruído de fase residual do amplificador, fornecida pelo fabricante. A Figura 5.9 mostra a curva de ruído residual dos amplificadores utilizados nos osciladores em função da freqüência de *"offset"*.

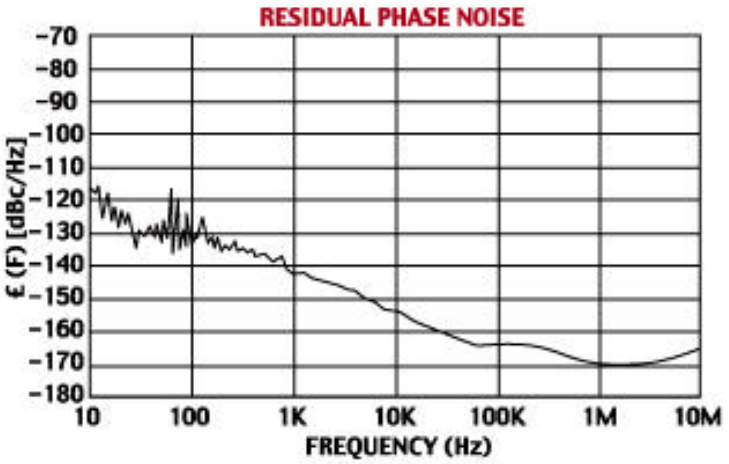

FIGURA 5.9: Curva de ruído de fase residual dos amplificadores.

FONTE: MITEQ.

Nas freqüências de áudio, o segundo termo à direita da Equação (5.1) é muito menor do que o primeiro:

$$bf^{-1} >> \frac{Fk_bT}{P_S}$$

$$£_{amp} = \frac{S_{\Delta f}}{2} \quad \Rightarrow £_{amp} = \frac{bf^{-1}}{2}$$

$$\Rightarrow b(dB) \approx £ + 3dB + 10\log(f)$$

$$\Rightarrow b(dB) \approx -143dB + 3dB + 10\log(1000)$$

$$\Rightarrow b(dB) \approx -110dB$$

$$\Rightarrow b \approx \frac{10^{-11}}{Hz}$$

Para facilitar a comparação entre os resultados medidos e estimados teoricamente, é mais conveniente trabalhar com a Equação (5.1) em grandezas relativas.

$$£\left(\frac{dBc}{J}\right) = 10\log\left[bf_m^{-1} + \frac{Fk_bT}{P_S}\right] + 10\log\left[1 + \left(\frac{f_0}{2Q_C\, f_m}\right)^2\right] - 3dB \qquad (5.2)$$

onde J é a janela de observação, dada em Hz.

A Figura 5.10 mostra o resultado obtido para o ruído de fase em função da freqüência de "*offset*", a partir da Equação (5.2) para o protótipo de oscilador. As simulações foram feitas com os seguintes parâmetros de entrada: $b = 10^{-11}/Hz$, $f_0 = 10{,}21\,GHz$, $f_m = 3{,}25kHz$, $Q_c = 3200$, $F = 3$, $T = 300\,K$, $P_S = 26\,dBm$.

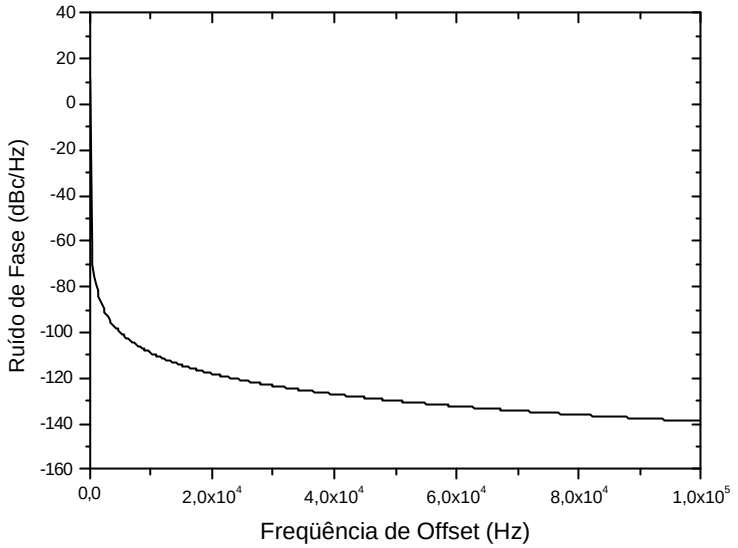

FIGURA 5.10: Ruído de fase esperado para o protótipo de oscilador.

O valor do ruído de fase do oscilador desenvolvido, estimado de acordo com a Equação (5.2) é $£(f_m) = -90{,}3 \frac{dBc}{Hz} @ 3{,}25 kHz$.

5.5 - Conjunto de Três Osciladores Idênticos

Nesta Seção é mostrada a caracterização dos componentes dos componentes utilizados na fabricação do conjunto de três osciladores idênticos.

5.5.1 - Projeto das Cavidades dos Osciladores

Optou-se em utilizar ressonadores dielétricos da Transtec na construção de osciladores idênticos de ultra-baixo ruído de fase em 10 GHz. O ressonador possui uma flutuação máxima de freqüência de $\pm 3 MHz$ de -30C a + 70 ^{0}C. As especificações dos ressonadores dielétricos e o dimensionamento das cavidades elétricas foram realizadas baseando-se em simulações com o software Dr_Rez, fornecido pelo fabricante. Para o projeto de osciladores em 10,2 GHz sem o controle eletrônico de fase foram obtidos os seguintes parâmetros:

TABELA 5.4: Especificações dos Componentes das Cavidades Híbridas.

Componentes	**Altura (mm)**	**Diâmetro (mm)**	**Material**
Suporte	0,50	1,5	Alumina
Ressonador Dielétrico	2,30	6,00	Perovskite[2]
Cavidade elétrica	6,99	19,00	Latão

A Figura 5.11 mostra uma foto da cavidade elétrica utilizada na confecção dos três osciladores.

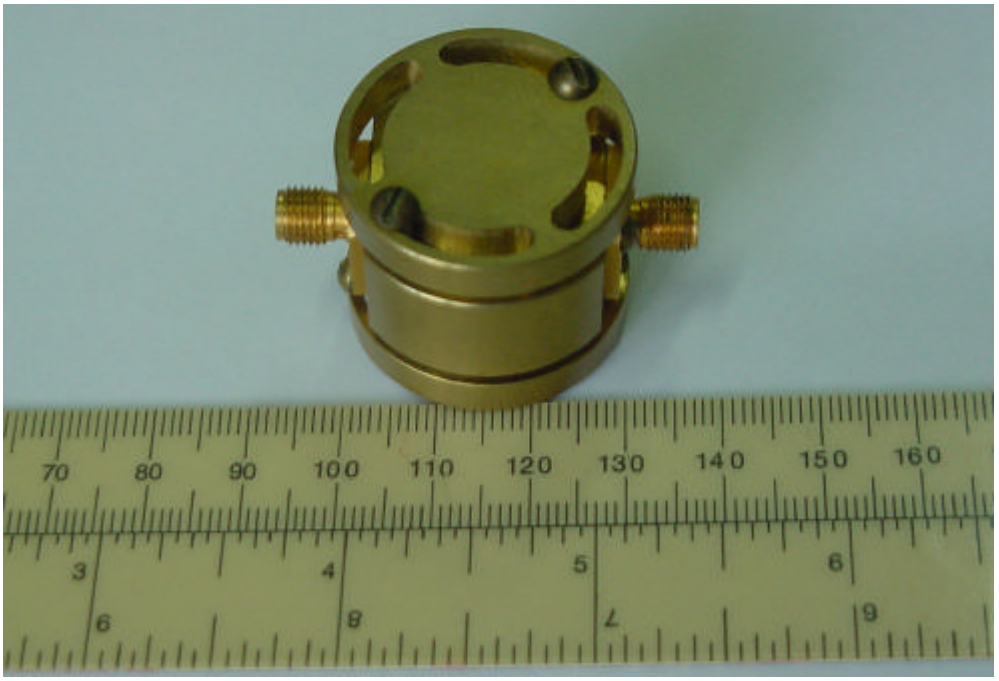

FIGURA 5.11: Foto da cavidade elétrica utilizada nos osciladores.

5.5.2 - Caracterização dos Amplificadores

Nos osciladores serão utilizados amplificadores do modelo AMF-4B-095115-40-30P e número de projeto P 131565. A Tabela 5.5 mostra as especificações dos amplificadores utilizados. As Figuras 5.12a-c mostram as curvas de caracterização dos amplificadores utilizados nos osciladores.

[2] Ba, Zn, Ta-oxido.

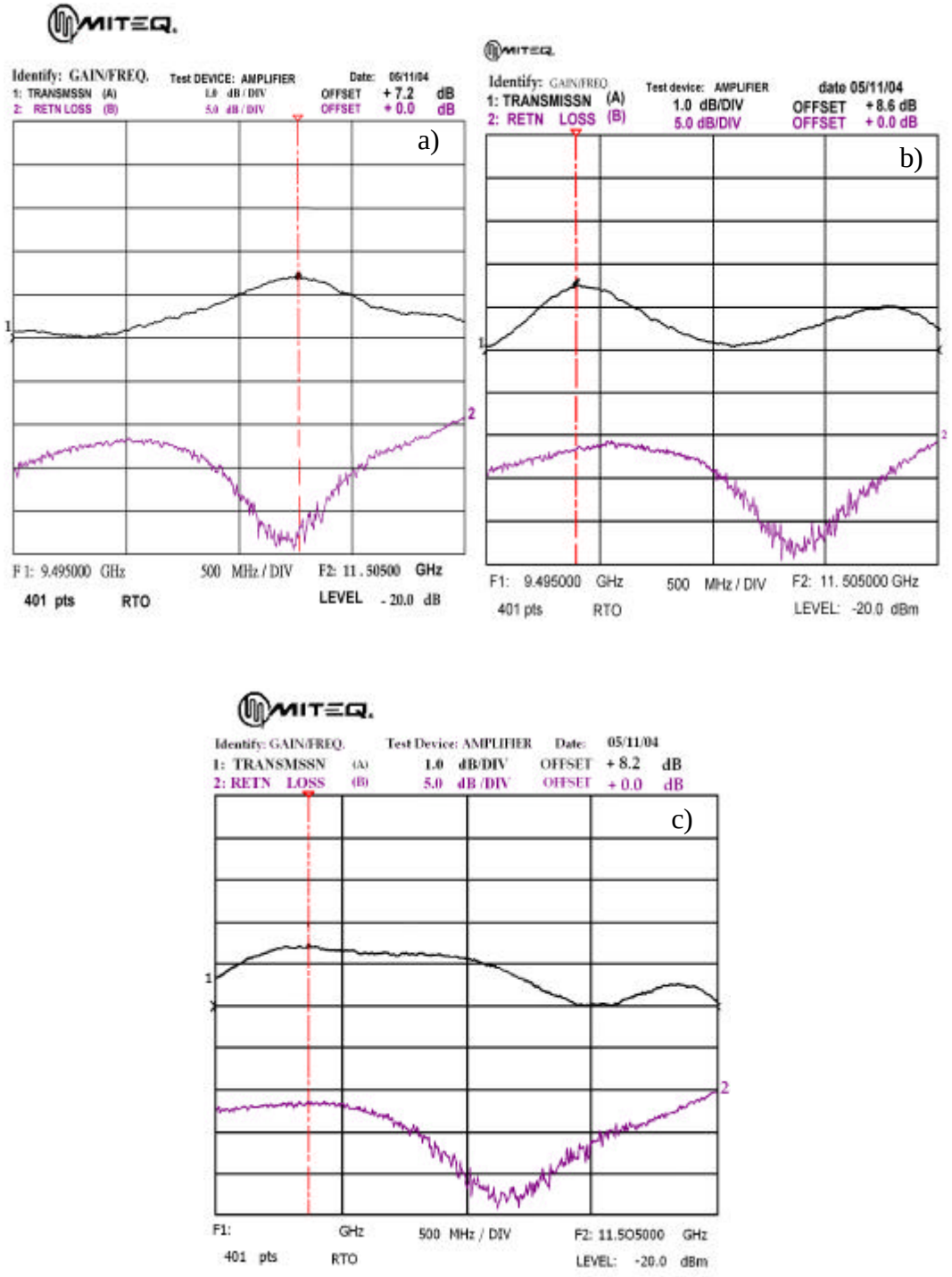

FIGURA 5.12: Curvas de caracterização dos amplificadores. a) oscilador número 1; b) oscilador número 2; c) oscilador número 3.

TABELA 5.5: Especificações dos Amplificadores @ 25 ^{0}c.

Freqüência (GHz)	9,5 -11,5
Ganho (dB)	35,0 dB min
Ganho plano	$\pm 1{,}0\ dB$ max
Ganho vs. Temperatura	------
VSWR: entrada/ saída	2:1 max
Figura de ruído @ 25 ^{0}C	4 dB max
$P_{saída}$ 1 dB Comp (dBm)	+ 30 dBm min
Alimentação (VDC)	12-15 V
Corrente máxima	N/A

TABELA 5.6: Caracterização dos Amplificadores Utilizados nos Osciladores.

ID		**VSWR Máximo/ Corrente**		**Freqüência (GHz)**	**Figura de Ruído (dB)**	**P_s @ 1 dB Compressão (dBm)**
APLFICADOR	**1**	Entrada	2:1	9,5	3,6	31,2
		Saída	1.5: 1	10,5	3,4	31,5
		I (ma)	830	11,5	3,3	31,4
	2	Entrada	2:1	9,5	3,9	30,5
		Saída	1.5: 1	10,5	3,5	30,5
		I (ma)	824	11,5	3,1	30,5
	3	Entrada	2:1	9,5	3,7	31,8
		Saída	1.5: 1	10,5	3,0	31,5
		I (ma)	830	11,5	3,7	31,3

5.5.3 Caracterização das Cavidades

A Figura 5.13a mostra a perda de inserção e a Figura 5.13b mostram a largura de banda do modo TE_{01d} da cavidade híbrida utilizada no oscilador número 1. A Figura 5.13c mostra a perda de inserção de todos os modos da cavidade híbrida utilizada no oscilador número 1 do conjunto.

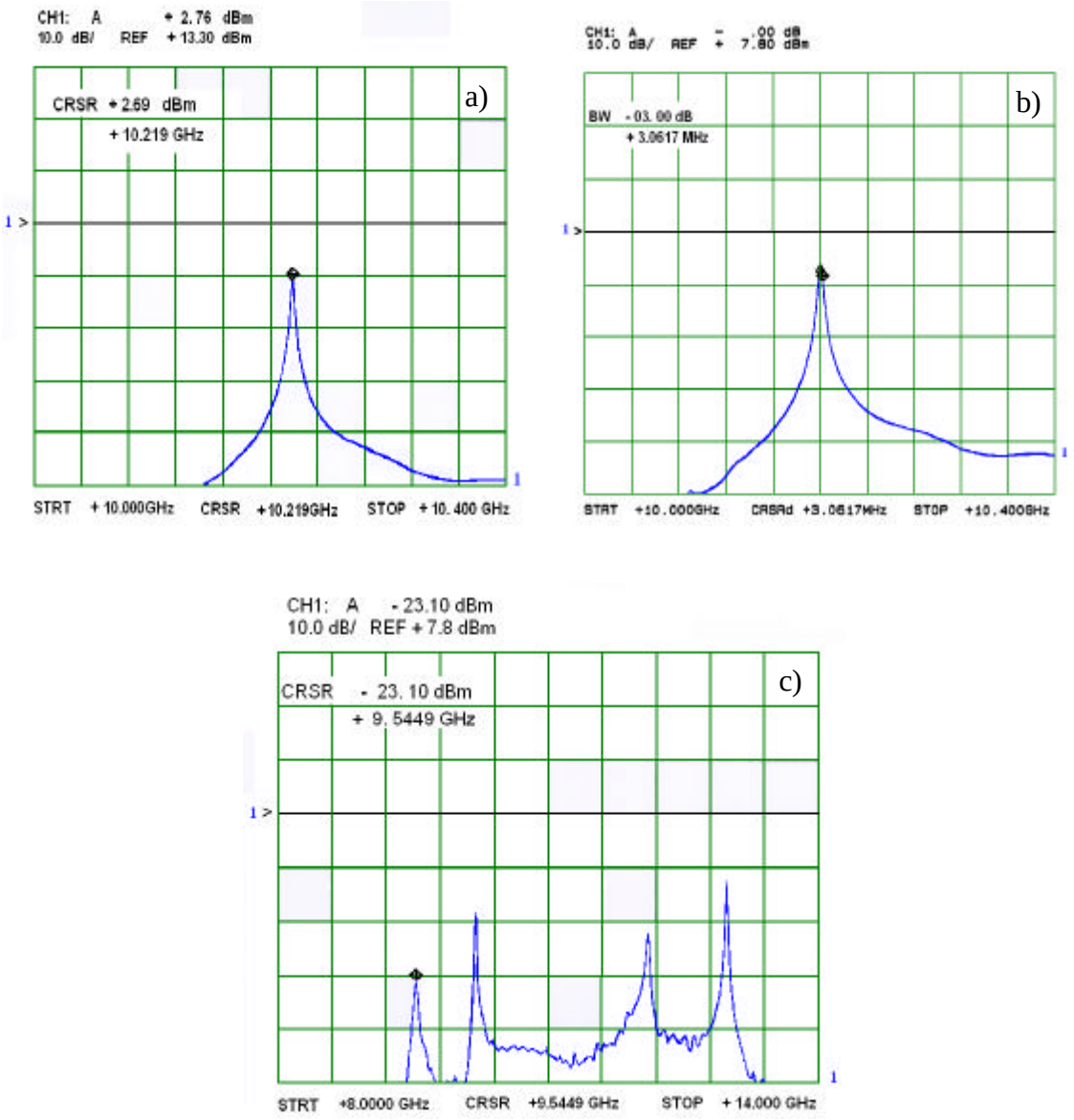

FIGURA 5.13: Caracterização da cavidade utilizada na malha do oscilador número 1. a) Perda de inserção; b) Largura de banda; c) Perda de inserção vista numa faixa larga.

A perda de inserção de inserção em $f_0 = 10{,}219\,GHz$ é de 16,04 dBm. O fator de qualidade encontrado do modo TE_{01d} da cavidade híbrida utilizada no oscilador número 1 do conjunto de osciladores é de:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{10{,}20\ GHz}{3{,}0617\ MHz} = 3331.$$

Os modos ressonantes fora de 10,2 GHz são modos espúrios e deverão ser truncados com o filtro passa faixa.

A Figura 5.14a mostra a perda de inserção e a Figura 5.14b mostra a largura de banda do modo TE_{01d} da cavidade híbrida utilizada no oscilador 2 do conjunto de osciladores.

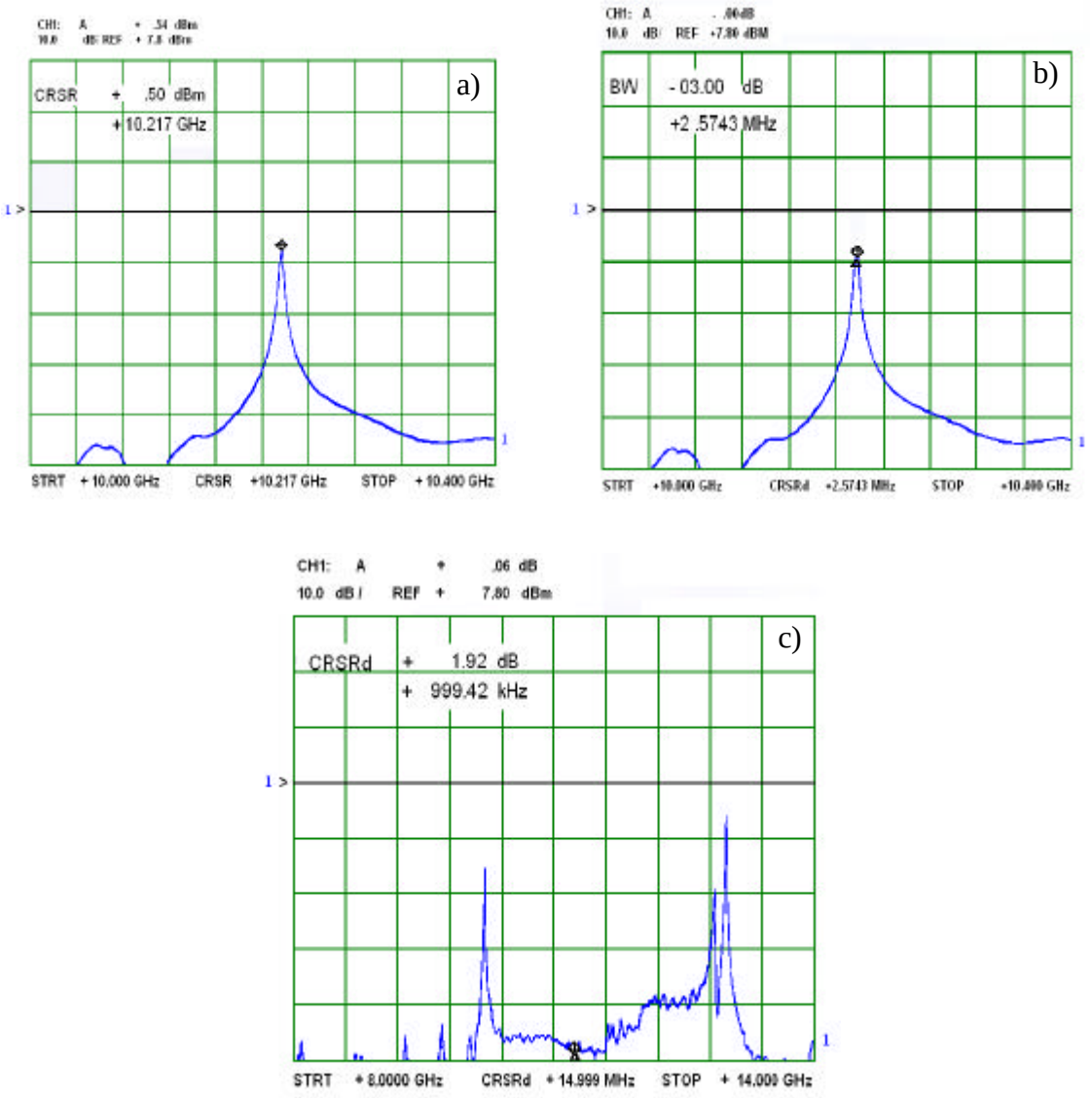

FIGURA 5.14: Caracterização eletromagnética da cavidade híbrida utilizada no oscilador número 2. a) Perda de inserção; b) Largura de banda; c) Perda de inserção vista numa faixa larga.

A perda de inserção de inserção em $f_0 = 10{,}217\,GHz$ foi de 8,34 dBm.

O fator de qualidade encontrado do modo TE_{01d} da cavidade híbrida utilizada no oscilador número 2 do conjunto de osciladores é de:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{10{,}217\ GHz}{2{,}574\ MHz} = 3969$$

A Figura 5.14c mostra a perda de inserção de vários modos da cavidade híbrida utilizada no oscilador 2 do conjunto de osciladores. Os modos ressonantes fora de 10,2 GHz são modos espúrios e deverão ser truncados com o filtro passa faixa.

A Figura 5.15a mostra a perda de inserção e a Figura 5.15b mostra a largura de banda do modo TE_{01d} da cavidade híbrida utilizada no oscilador 3 do conjunto de osciladores. A Figura 5.15c mostra a perda de inserção de vários modos da cavidade híbrida utilizada no oscilador número 3 do conjunto.

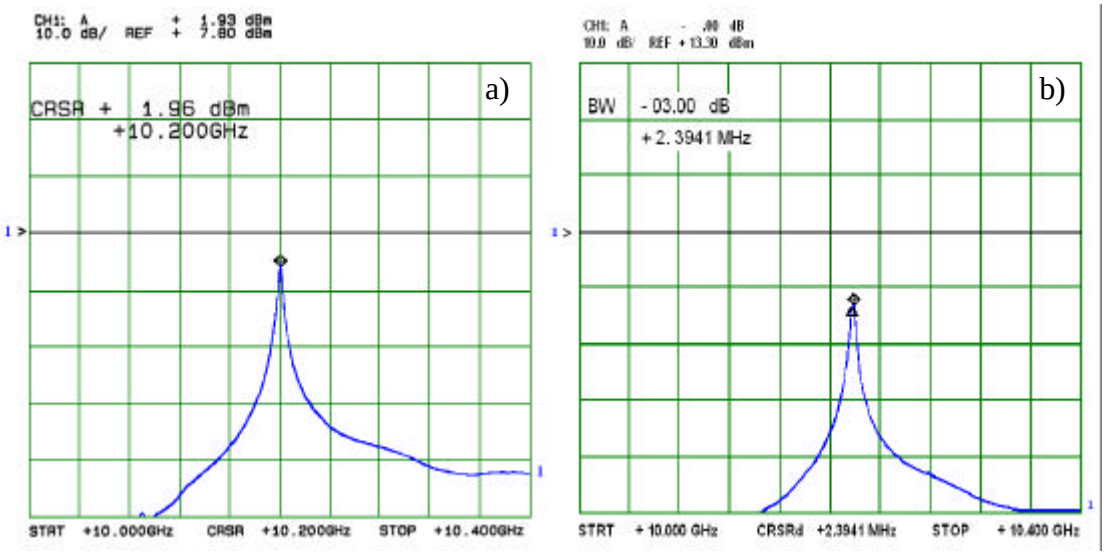

FIGURA 5.15: Caracterização eletromagnética da cavidade híbrida utilizada no oscilador número 3. a) Perda de inserção; b) Largura de banda; c) Perda de inserção vista numa faixa larga.

(continua)

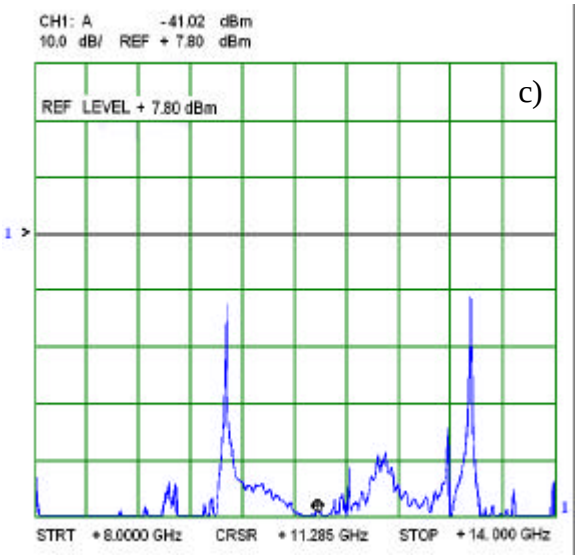

FIGURA 5.16: Conclusão.

A perda de inserção de inserção em $f_0 = 10{,}20\,GHz$ é de 9,73 dBm. O fator de qualidade encontrado do modo TE_{01d} da cavidade híbrida utilizada no oscilador 3 do conjunto de osciladores é de:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{10{,}219\,GHz}{2{,}394\,MHz} = 4268\,.$$

As Figuras 5.13c, 5.14c e 5.15c mostram que existem modos espúrios nas cavidades híbridas que serão utilizadas nos osciladores 1, 2 e 3 do conjunto de osciladores. Esses modos espúrios deverão ser truncados com filtros passa faixa.

5.5.4 Caracterização dos Filtros Passa Faixa

A função do filtro é eliminar os modos espúrios da malha deixando apenas o modo TE_{01d} permitido o que o circuito oscile apenas na freqüência do modo principal. As Figuras 5.16a-c mostram as curvas de caracterização dos filtros passa faixa utilizados nas malhas dos osciladores. A curva em vermelho representa a perda de inserção e a azul representa a perda de retorno do filtro.

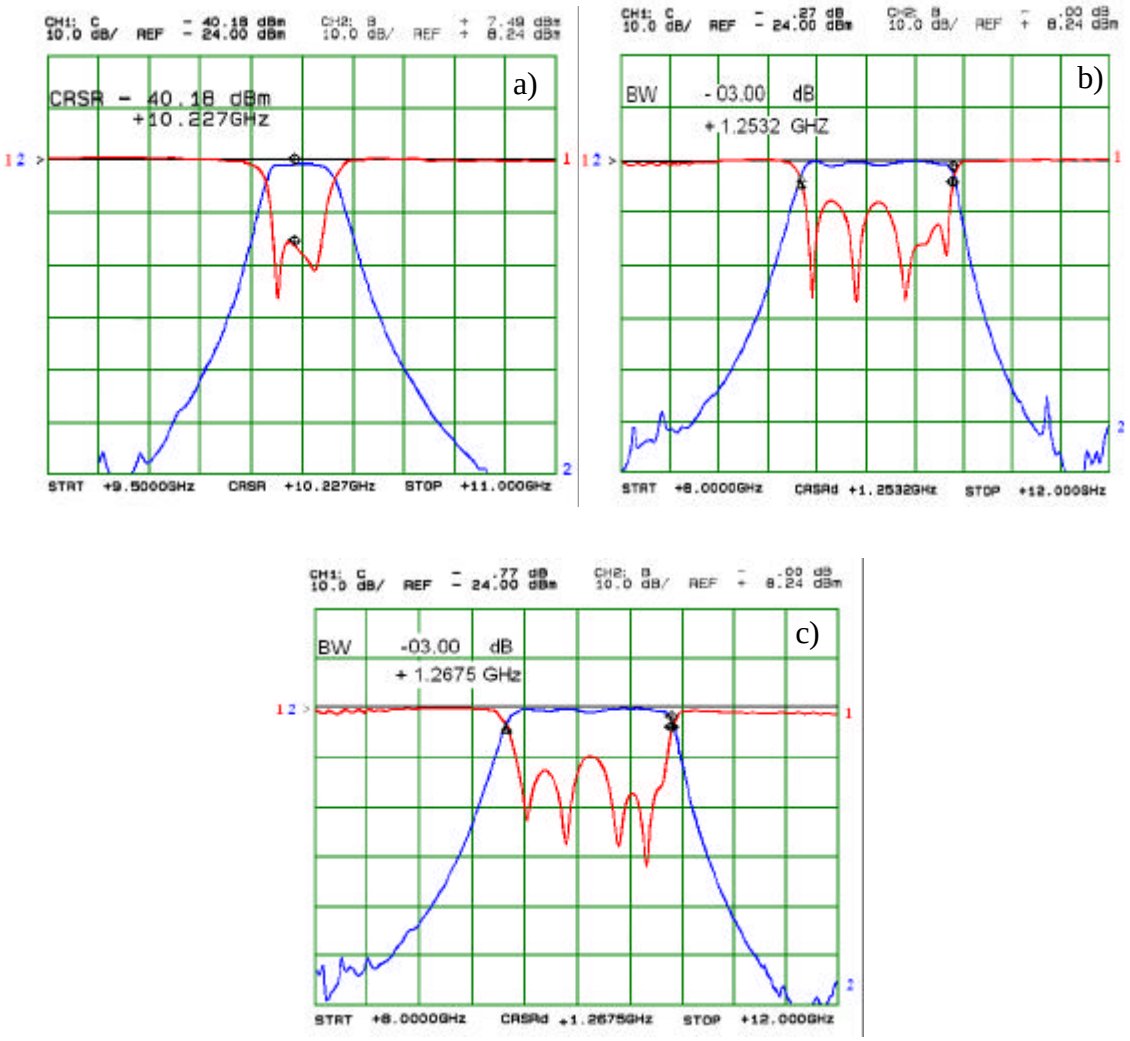

FIGURA 5.17: Curvas de caracterização dos filtros passa faixa do conjunto de osciladores. a) oscilador número 1; b) oscilador número 2; c) oscilador número 3.

5.5.5 Caracterização dos Isoladores

A função dos isoladores é eliminar possíveis reflexões nas portas dos componentes do oscilador, pois os sinais refletidos formam interferência destrutiva dentro da malha produzindo ruído de fase e atenuando o sinal. Portanto, depois de cada elemento é colocado um isolador para eliminar possíveis reflexões indesejadas. A Tabela 5.7 mostra a caracterização dos isoladores utilizados nos osciladores.

TABELA 5.7: Caracterização dos Isoladores Utilizados nos Osciladores.

ID		Isolador #	Isolador S. N.	Banda de Medição (9.5 –11.5) GHz Perda de Inserção (Porta) 1→ 2 (dB)	Isolação (dB) (Porta) 2→ 1	Perda de Retorno (dB) Porta 1	Perda de Retorno (dB) Porta 2
OSCILADOR	1	1	754	0,50 – 0,75	24,50 – 25,50	19,50 – 31,50	19,50 – 30,70
		2	755	0,69 – 0,78	21,45 – 26,7	20,20 – 30,80	20,20 – 31,20
		3	757	0,45 – 0,65	22,53 – 27,36	18,00 – 30,20	19,90 – 30,50
	2	4	760	0,43 – 0,68	23,42 – 28,80	19,70 – 32,10	19,70 – 31,10
		5	763	0,37 – 0,62	22,63 – 27,40	20,60 – 30,50	20,60 – 31,65
		6	764	0,31 – 0,56	22,63 – 24,18	19,90 – 31,00	20,35 – 32,15
	3	7	775	0,47 – 0,70	23,87 – 35,54	20,20 – 30,70	21,20 – 30,30
		8	778	0,40 – 0,69	26,60– 36,50	19,90 – 31,20	21,90 – 31,20
		9	788	0,35 – 0,60	24,46 – 37,30	20,00 – 30,50	19,90 – 30,50

5.5.6 Caracterização do Defasador

Uma das condições necessárias para o circuito oscilar é que o mesmo tenha uma fase total igual a $2np$, para satisfazer essa condição é utilizado um defasador. O protótipo de oscilador desenvolvido foi utilizado como defasador um circulador. A Tabela 5.8 mostra o resultado da caracterização dos três circuladores utilizados como defasadores no conjunto de três osciladores idênticos.

TABELA 5.8: Caracterização dos Circuladores Utilizados como Defasadores.

Circulador #		Circulador S. N.	Banda de Medição (9,5 –11,5) GHz Perda de Inserção (dB)			Isolação (dB)		Perda de Retorno (dB)	
OSCILADOR	1	82692	Porta	1→ 2	0,50 – 0,75	2→ 1	24,50 – 25,50	1	19,50 – 31,50
				2→ 3	0,69 – 0,78	3→ 2	21,45 – 26,7	2	20,20 – 30,80
				3→ 1	0,45 – 0,65	1→ 3	22,53 – 27,36	3	18,00 – 30,20
	2	82704	Porta	1→ 2	0,43 – 0,68	2→ 1	23,42 – 28,80	1	19,70 – 32,10
				2→ 3	0,37 – 0,62	3→ 2	22,63 – 27,40	2	20,60 – 30,50
				3→ 1	0,31 – 0,56	1→ 3	22,63 – 24,18	3	19,90 – 31,00
	3	82706	Porta	1→ 2	0,47 – 0,70	2→ 1	23,87 – 35,54	1	20,20 – 30,70
				2→ 3	0,40 – 0,69	3→ 2	26,60– 36,50	2	19,90 – 31,20
				3→ 1	0,35 – 0,60	1→ 3	24,46 – 37,30	3	20,00 – 30,50

Após inserirmos todos os elementos passivos na malha, é feita a caracterização desta, com a ausência apenas do amplificador.

5.5.7 - Caracterização da Malha

A Figura 5.17a mostra a malha do oscilador número 1 vista numa faixa larga. Vemos claramente que todos os modos espúrios foram filtrados, restando apenas o modo TE_{01d} .

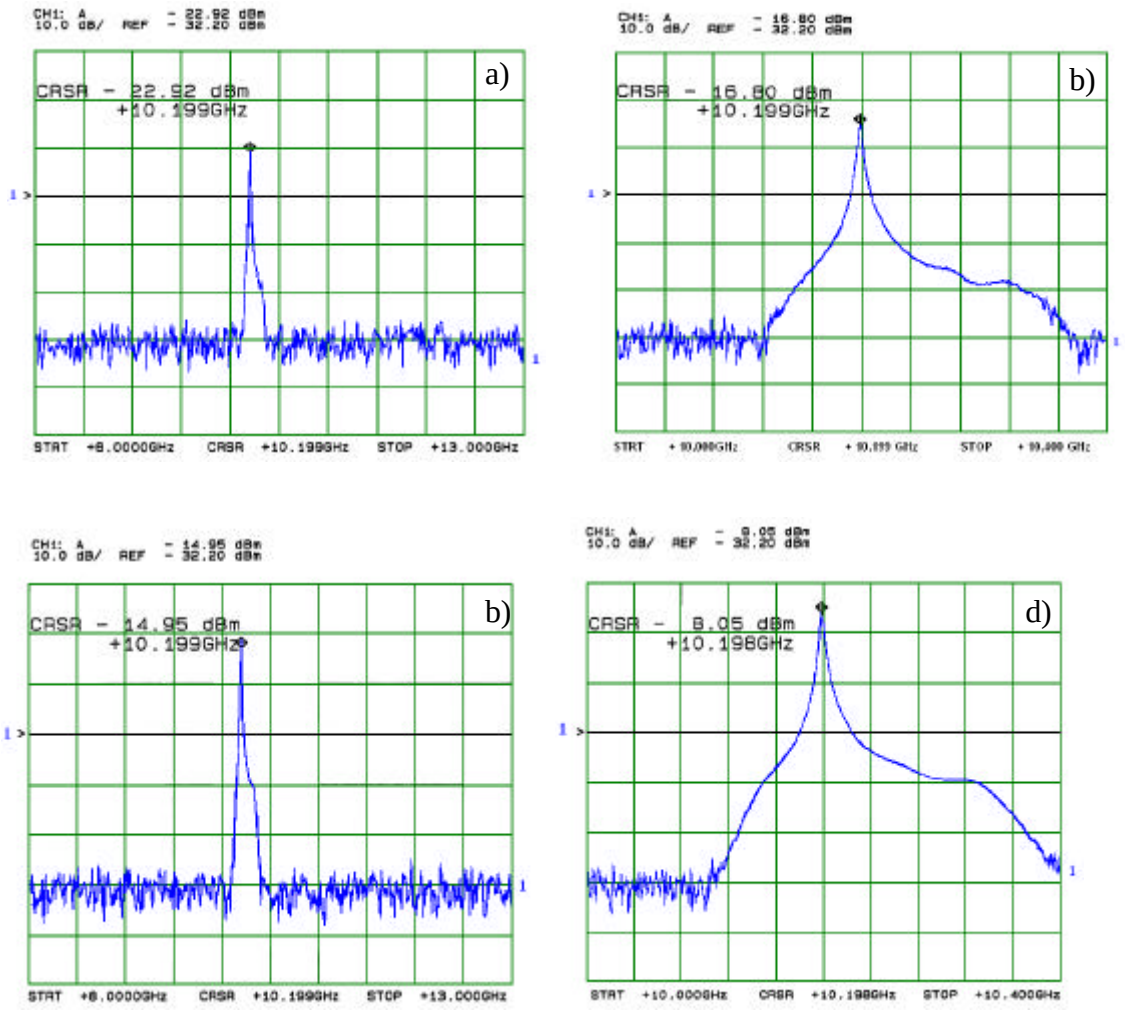

FIGURA 5.18: Caracterização eletromagnética da malha do oscilador 1. a) Perda de inserção vista numa faixa larga; b) perda de inserção vista numa faixa estreita; c) ganho de malha visto numa faixa larga; d) ganho de malha visto numa faixa estreita.

A perda de inserção de inserção em $f_0 = 10{,}20\,GHz$ foi de 15,4 dBm. O ganho da

malha na freqüência de ressonância $f_0 = 10{,}20\,GHz$ é de 15,4 dBm. A largura de banda encontrada para a malha foi idêntica à encontrada para a cavidade. O que manteve o fator de qualidade do circuito idêntico ao da malha, isto é $Q = 3271$. A inserção dos componentes apenas aumentou a perda de potência na malha devido à inserção dos componentes.

A Figura 5.18a mostra a perda de inserção da malha do oscilador vista numa faixa larga e a Figura 5.18b mostra a perda de inserção da malha numa faixa estreita.

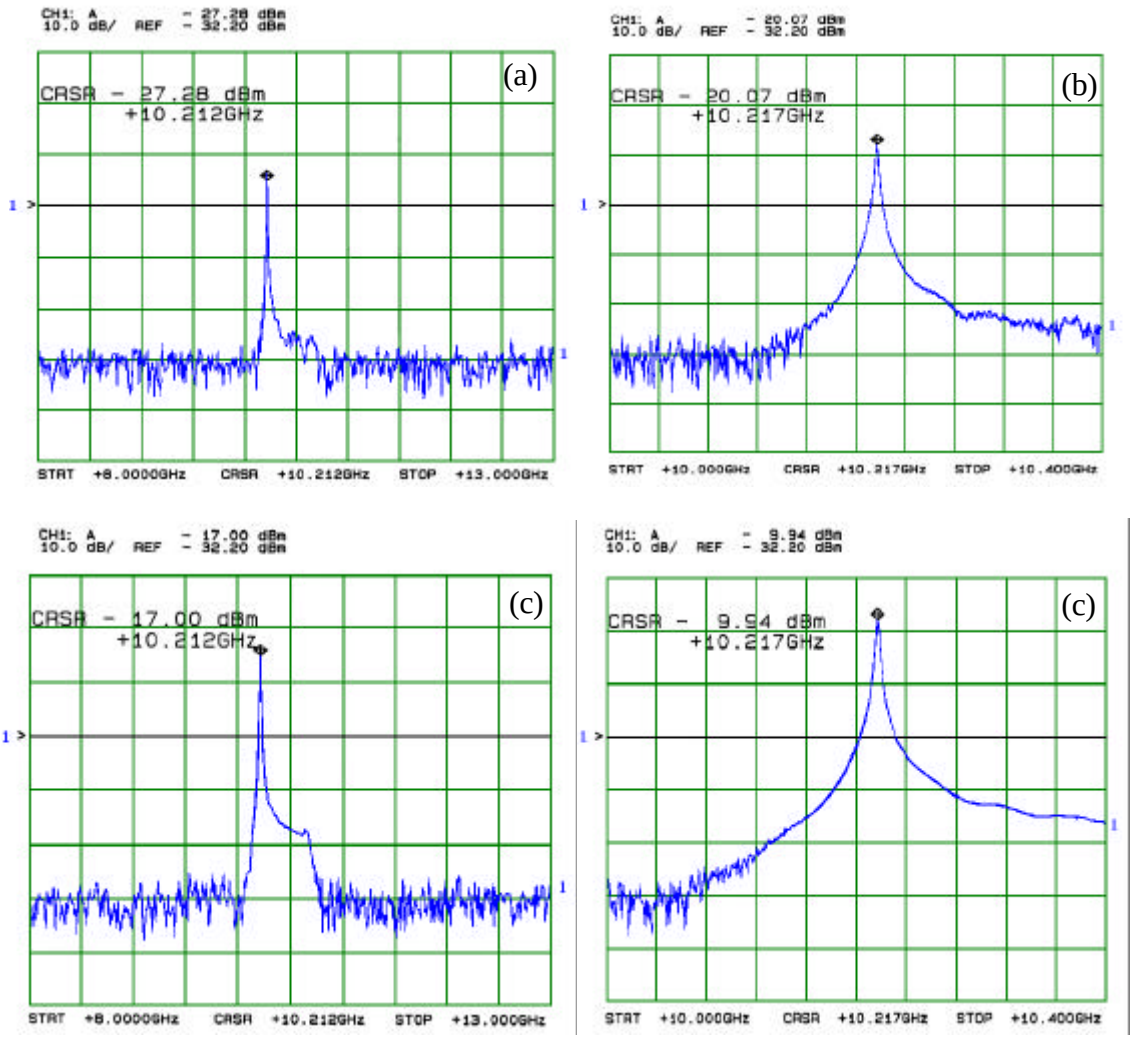

FIGURA 5.19: Caracterização eletromagnética da malha do oscilador 2. a) Perda de inserção vista numa faixa larga; b) perda de inserção vista numa faixa estreita; c) ganho de malha visto numa faixa larga; d) ganho de malha visto numa faixa estreita.

É importante ressaltar que todos os outros modos foram filtrados, restando apenas o modo TE_{01d}. A perda de inserção de inserção em $f_0 = 10{,}209\,GHz$ é de -17,85 dB. O ganho obtido para a malha do oscilador 2 sem realimentação foi de 18 dBm

A Figura 5.19a mostra a perda de inserção da malha do oscilador 3 numa faixa larga e a Figura 5.19b numa faixa estreita.

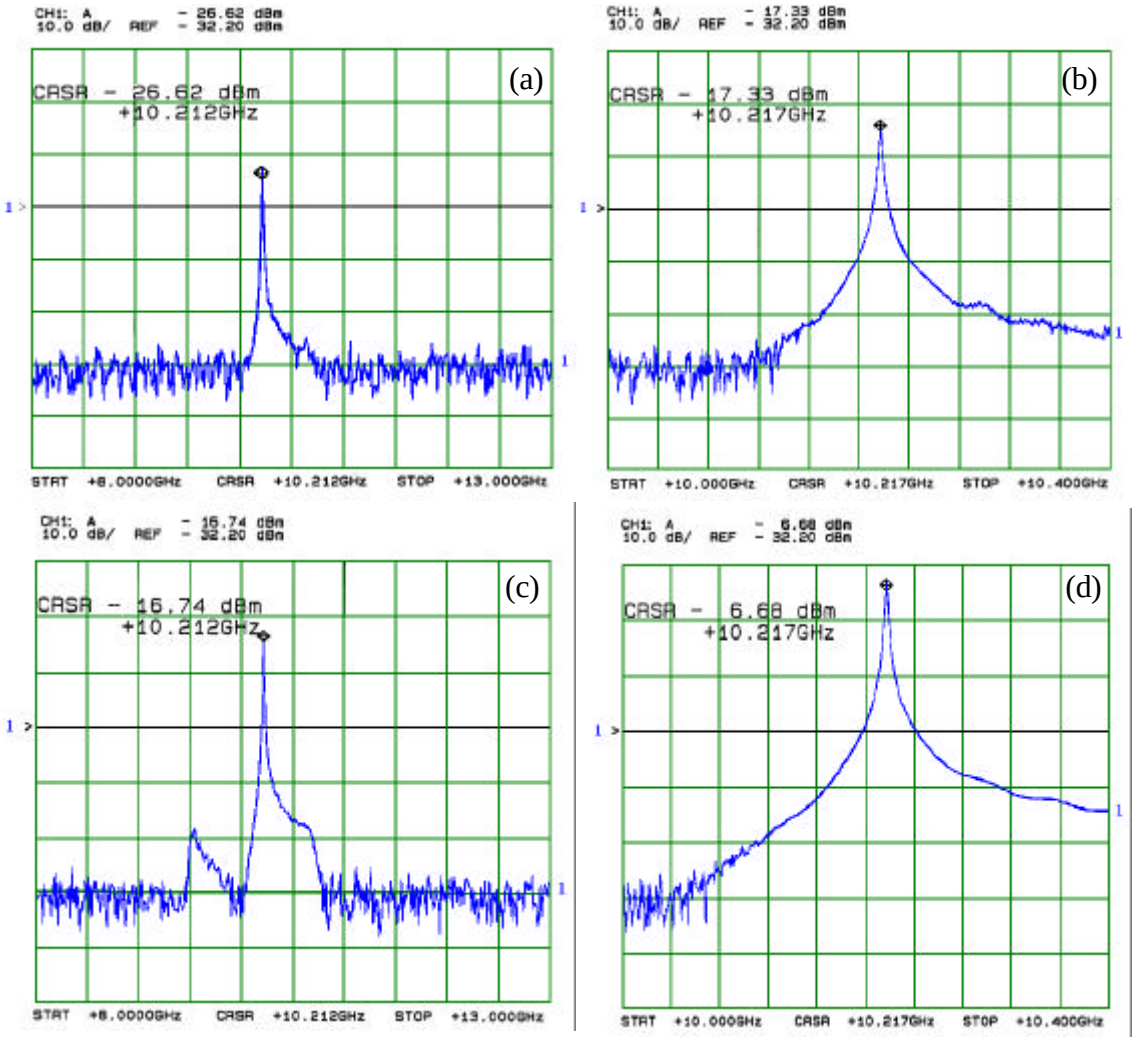

FIGURA 5.20: Caracterização eletromagnética da malha do oscilador 3. a) Perda de inserção vista numa faixa larga; b) perda de inserção vista numa faixa estreita; c) ganho de malha visto numa faixa larga; d) ganho de malha visto numa faixa estreita

A perda de inserção de inserção em $f_0 = 10{,}209\,GHz$ é de –17,85 dB. A largura de banda encontrada para a malha foi idêntica à encontrada para a cavidade. O que manteve o fator de qualidade do circuito idêntico ao da malha, isto é $Q = 3271$. A inserção dos componentes apenas aumentou a perda de potência na malha devido à inserção dos componentes.

A Figura 5.19c mostra o ganho da malha do oscilador 3 não realimentado, numa banda larga e a Figura 5.19d numa banda estreita. A Figura 5.19c mostra que existe ganho de malha na freqüência do modo TE_{01d}. Portanto, teremos oscilação apenas nessa freqüência. Analisando a Figura 5.19d verificamos que o ganho obtido para a malha do oscilador Número 3 sem realimentação foi de 18 dB.

5.5.8 - Resultados Esperados para o Conjunto de Três Osciladores

As Figuras 5.20-23 mostram os resultados obtidos para o ruído de fase em função da freqüência de "*offset*", a partir da Equação (5.2) para o conjunto de três osciladores. As simulações foram feitas com os seguintes parâmetros de entrada listados na Tabela 5.9.

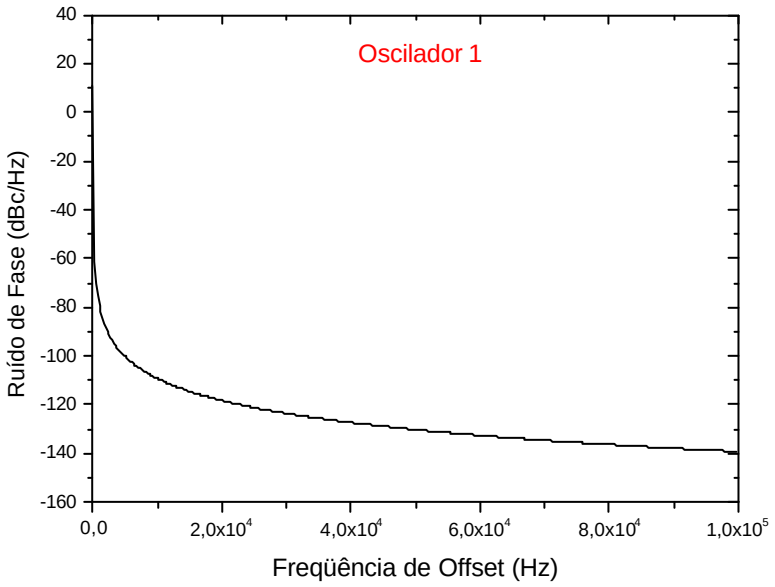

FIGURA 5.21: Ruído de fase esperado para o oscilador 1.

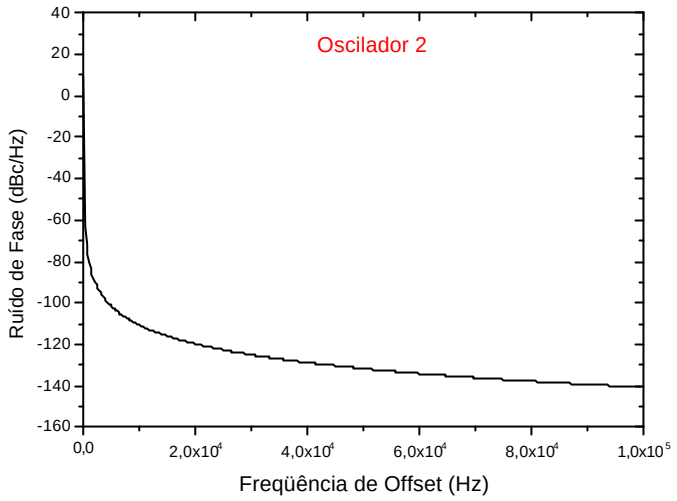

FIGURA 5.22: Ruído de fase esperado para o oscilador 2.

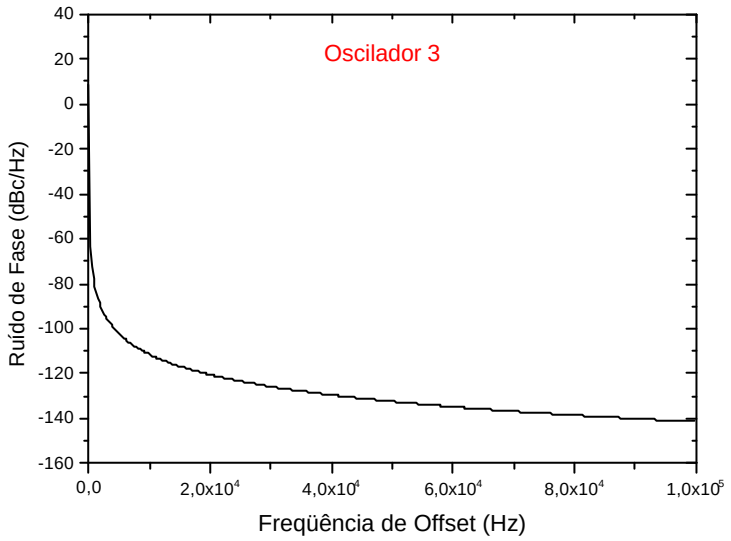

FIGURA 5.23:Ruído de fase esperado para o oscilador 3.

TABELA 5.9: Parâmetros de Entrada Utilizados nas Simulações de Ruído de Fase dos osciladores.

Parâmetros	Q	f_0 (GHz)	P_S (dBm)	$b(Hz^{-1})$	F (dB)	T (K)
Oscilador 1	3331	10,200	19,80	10^{-11}	3,5	300
Oscilador 2	3969	10,217	19,75	10^{-11}	3,4	300
Oscilador 3	4268	10,219	19,85	10^{-11}	3,5	300

A Tabela 5.10 mostra os valores dos ruídos de fase obtidos via simulação para o conjunto de três osciladores desenvolvidos. As simulações com base na Equação (5.2).

TABELA 5.10: Resultados das Simulações de Ruído de Fase

Freqüência de *"Offset"*	Protótipo $\pounds(dBc/Hz)$	Oscilador 1 $\pounds(dBc/Hz)$	Oscilador 2 $\pounds(dBc/Hz)$	Oscilador 3 $\pounds(dBc/Hz)$
1,00 kHz	-79,15	-79,31	-80,83	-81,46
3,25 kHz	-94,49	-94,66	-96,17	-96,80
10,00 kHz	-109,13	-109,94	-110,81	-111,45
50,00 kHz	-130,10	-130,27	-131,77	-132,41
100,00 kHz	-139,10	-139,25	-140,75	-141,38

Nesse Capítulo foi mostrado em detalhes o desenvolvido de osciladores em 10 GHz com ultra-baixo ruído de fase. Foram apresentadas as simulações para o ruído de fase em função da freqüência de *"offset"*. No próximo Capítulo são apresentadas as medições do ruído de fase dos osciladores.

CAPÍTULO 6

MEDIÇÃO DO RUÍDO DE FASE DOS OSCILADORES DESENVOLVIDOS

Neste Capítulo são apresentadas as medições de ruído de fase dos osciladores em 10 GHz com ultra baixo ruído de fase desenvolvidos.

6.1 - Técnicas Empregadas na Medição do Ruído de Fase dos osciladores

A forma mais precisa de se medir o ruído de fase de osciladores é através do método de detector de fase. Entretanto, para utilizarmos o método do detector de fase é necessário que os osciladores sejam estáveis. Como os osciladores desenvolvidos não apresentam uma estabilidade suficiente para efetuamos a medida de quadratura foi utilizada a técnica conhecida como "*injection locking*" (sincronização de freqüências) para sincronizar as freqüências de oscilação dos osciladores.

6.1.1 - Método do Detector de Fase

A forma mais precisa de se medir o ruído de fase de osciladores é através do método de detector de fase. Nessa Seção, utilizaremos o método do detector de fase descrito em detalhes na Seção 4.4.3.1. Este método utiliza um misturador para converter as flutuações de fase em flutuações de tensão. Se os sinais estão em quadratura (defasados de 90^0), a diferença será $0\,Hz$ com uma saída média de 0 V. Intrinsecamente ao sinal DC estão flutuações AC, as quais são proporcionais ao ruído de fase de ambas as fontes.

A Figura 6.1 mostra um diagrama da implementação do método de detector utilizado na medição do ruído de fase dos osciladores.

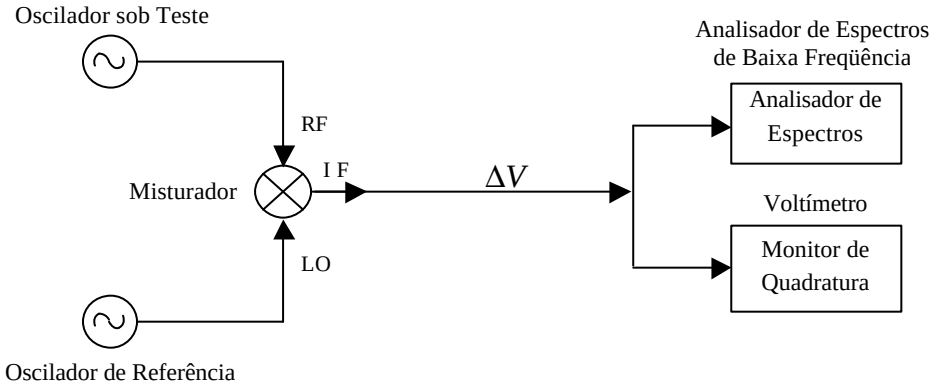

FIGURA 6.1: Diagrama esquemático do método de detector de fase utilizado na medição do ruído de fase dos osciladores.

6.1.2 - Sincronização dos Osciladores

A sincronização de freqüências é um interessante e útil fenômeno universalmente observado em todos os tipos de osciladores físicos. O termo refere-se ao fato que sob certas condições, quando um oscilador é perturbado por um sinal fraco e próximo à freqüência natural do oscilador, a freqüência do mesmo muda e torna idêntica à da perturbação. Isto é, a freqüência do oscilador é travada à freqüência do sinal externo [67, 68].

Para utilizarmos o método do detector de fase é necessário que pelo menos um dos osciladores seja bem estável. Como os osciladores desenvolvidos não apresentam uma estabilidade suficiente para efetuamos a medida de quadratura foi utilizada a técnica de sincronização de freqüências para sincronizar as freqüências de oscilação dos osciladores.

Na Seção 4.1.3 foi demonstrado que o sinal de saída de um oscilador é o ruído branco mais o ruído "*flicker*" amplificados numa banda estreita. Entretanto, se ao invés de amplificar o ruído, amplificarmos o sinal de outro oscilador, injetado diretamente num ponto de um oscilador realimentado, o segundo oscilador oscilará na mesma freqüência do sinal injetado. A freqüência do sinal injetado deverá estar dentro da largura de banda do oscilador. Além disso, o sinal injetado, para ser amplificado deverá ser maior do que o ruído amplificado.

A faixa de sincronização de um oscilador sintonizável pode ser calculada, desde que a distância entre os pontos do lócus da impedância correspondentes $w_0 + \Delta w$ e w_0 seja dada por:

$$Z(w) \approx 2j(w - w_a)L + R_a + R_L = 2j(w' - w_a)L + 2aL + R_a + R_L \tag{6.1}$$

onde R_a representa a perda na cavidade e R_L a carga.

A equação abaixo:

$$\left|2\Delta w_m L \cos q\right| = \frac{|E|}{A_0} \tag{6.2}$$

é satisfeita no extremo da faixa de sincronização.

onde q é expressa a inclinação da linha do dispositivo a partir da direção perpendicular ao lócus da impedância como mostrado pela Figura 6.2.

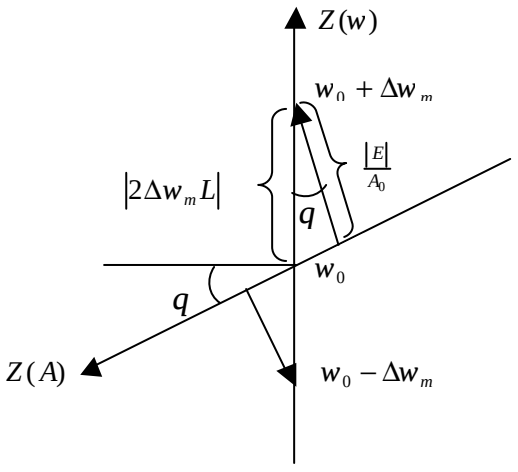

FIGURA 6.2: Diagrama esquemático do calculo da faixa de sincronização.

Esta relação pode ser reescrita em termos da potência do oscilador livre P_0, a potência injetada P_i e o Q externo do circuito ressonante, substituindo:

$$\frac{1}{2} R_L A_0^2 = P_0 \tag{6.3a}$$

$$\frac{1}{2} |E|^2 / 4R_L = P_i \tag{6.3b}$$

$$\frac{w_0 L}{R_L} \approx \frac{w_a L}{R_L} = Q_{ext} \tag{6.3c}$$

Resultando em:

$$\Delta w_m = \frac{w_0}{Q_{ext}} \sqrt{\frac{P_i}{P_0}} \frac{1}{\cos q} \tag{6.4}$$

onde, Q_{ext} é o fator de qualidade do circuito ressonante. A faixa total de sincronização é dada por $2\Delta w_m$. Quando a linha do dispositivo é perpendicular à impedância, $\cos q = 1$. A Equação (6.4) torna se:

$$\Delta w_m = \frac{w_0}{Q_{ext}} \sqrt{\frac{P_i}{P_0}}. \tag{6.5}$$

6.2 - Procedimento Experimental nas Medições de Ruído de Fase

Para realizar as medições de ruídos de fase dos osciladores foram utilizados os seguintes instrumentos e componentes eletrônicos: Analisador de Espectros SRS: 760 FFT, Oscilador Sintetizado MG 3633A, Freqüencimetro HP: 53151A, Medidor de Potência HP:438A, Voltímetro, Fonte de Tensão Analógica TCA 40-50, Misturadores, Defasador Atenuadores e Acopladores direcionais, Divisores de Potência e Cabos coaxiais.

6.2.1 - Instrumentos Utilizados

Nas seguintes subseções são apresentas as atribuições dos principais instrumentos e componentes eletrônicos.

6.2.1.1 - Analisador de Espectros

A relação entre o ruído medido no analisador de espectro e o ruído de fase é dada por:

$$\Delta f_{rms} = \frac{V_{rms}}{K_f} \tag{6.6}$$

onde, Δf_{rms} é o desvio de fase rms do ruído de fase, V_{rms} é o nível de ruído medido no analisador de espectros, K_f é a constante do detector de fase a qual é Vb_{peak}. O nível da nota de batimento $V_{rms} = Vb_{peak} / \sqrt{2}$ produzido na calibração descrita abaixo:

$$£(f_m) = \frac{V_{rms}^2}{4(V_{brms})^2} \tag{6.7}$$

Na dedução da calibração acima para obter $£(f_m)$, foi assumido uma nota de batimento senoidal e um misturador operando na região linear.

Por questão de praticidade Equação (6.7) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$£(dBc / Hz) = \left[dBV_{rms} / \sqrt{Hz}\right] - [6dB] - [dBV_{rms}] \tag{6.8}$$

Obs: deve ser considerado só o número que está dentro dos colchetes.

6.2.1.2 - Misturadores

O misturador é utilizado para converter as flutuações de fase em flutuações de tensão. Se dois sinais de freqüência f_0 são injetados num misturador são geradas harmônicas

referentes a diferença e a soma dos sinais. Se os sinais estão em quadratura a diferença será $0\,Hz$ com uma saída média de 0 V. O sinal de freqüência $2f_0$ geralmente é filtrado com um filtro passa baixa.

A Figura 6.3 mostra um esquema e a Tabela 6.1 as especificações do misturador fabricado pela "*Marki microwave*" utilizado os testes de medida de ruído de fase.

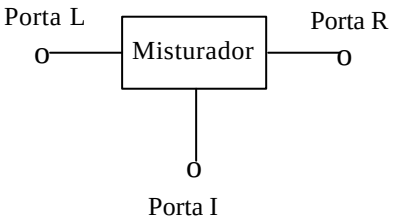

FIGURA 6.3: Diagrama esquemático do misturador

TABELA 6.1: Especificações do Misturador.

Potência de Entrada			Entrada do Sinal		Saída na porta		Resposta do Sinal
PORTA	L	7 a 10 dBm	PORTA	LO+RF	PORTA	IF	Subtração + soma
	R	2 dBm		IF+LO		RF	Soma
	I	7 a 10 dBm		IF+RF		LO	Subtração

6.2.1.3-Voltímetro

A função do voltímetro é checar a condição de quadratura, a qual é indicada por zero Volt DC na saída do detector de fase. A quadratura geralmente é mantida através de um sistema de correção de fase, o qual requer que, pelo menos umas das fontes sejam sintonizável e estável.

6.3 - Medida do Ruído de Fase dos Osciladores sem Isolamento Vibracional

A Figura 6.4 mostra uma foto do conjunto de três osciladores desenvolvidos. Os osciladores foram montados sobre uma plataforma de alumínio.

FIGURA 6.4: Foto do aparato experimental para medição do ruído de fase dos osciladores.

6.3.1 - Medida do Ruído de Fase dos Osciladores 1 e 2

A primeira tentativa de medição do ruído de fase dos osciladores foi feita entre o osciladores 1 e 2. Entretanto, ambos se mostraram bastantes instáveis quanto à estabilidade de freqüência. Para se utilizar o método de detector de fase é necessário que os osciladores sejam estáveis. Além disso, as freqüências de oscilação dos osciladores se mostraram diferentes. Embora as cavidades dos osciladores sejam sintonizáveis, não foi possível sintonizar os osciladores nas mesmas freqüências, pois as malhas dos osciladores não eram dotadas de defasadores. Quando se tentava sintonizar os osciladores nas mesmas freqüências, sempre a condição de comprimento de malha de $2np$ era perdida para pelo menos um dos osciladores.

A Figura 6.5 mostra um diagrama esquemático do aparato experimental montado para medir o ruído de fase dos osciladores 1 e 2.

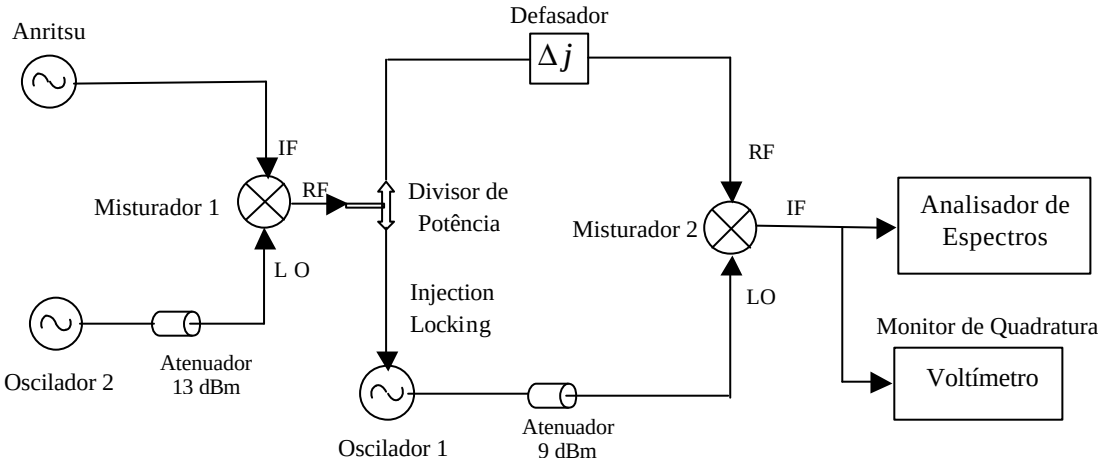

FIGURA 6.5: Diagrama esquemático do método de detector de fase utilizado na primeira tentativa de medição do ruído de fase dos osciladores 1 e 2.

A Tabela 6.2 mostra a freqüência de oscilação e potência de saída dos osciladores 1 e 2.

TABELA 6.2: Parâmetros dos Osciladores 1 e 2.

Oscilador	Q_c	Freqüência (GHz)	Potência oscilador (P_0) Na malha (dBm)	Freqüência de saída no acoplador (dBm)
1	3331	10,199 200	30,2	20,2
2	3969	10,159 559	29,55	19,55
Diferença de freqüência entre os osciladores $\approx$ 40MHz				

Para que seja possível efetuar sincronização das freqüências dos osciladores é necessário que as freqüências estejam dentro uma banda Δw_m dada pela Equação (6.5). A Tabela 6.3 mostra os parâmetros de entrada utilizados na Equação (6.5) para efetuar o "*injection locking*".

TABELA 6.3: Parâmetros de Entrada dos Osciladores 1 e 2.

Q_c	3331
f_0	$10,2x10^9\ Hz$
P_i	$2x10^{-5}\ W$
P_0	1 W

Substituindo os valores listados na Tabela 6.3 na Equação (6.5) obtém-se a seguinte largura de banda para ocorrer o *"injection locking"* entre os osciladores 1 e 2:

$$\Delta f_m = \frac{f_0}{Q_{ext}}\sqrt{\frac{P_i}{P_0}} = \frac{10,2x10^9}{3331}\sqrt{\frac{2x10^{-5}}{1}} \approx 13,7\ kHz.$$

Conforme mostrado na Tabela 6.2 existe uma diferença de aproximadamente 40 MHz entre as freqüências dos osciladores, como a diferença entre as freqüências deveriam esta numa banda de 13,7 kHz foi feito uma composição do sinal do oscilador 2 com oscilador sintetizado MG 3633A da Anritsu, para contornar a situação.

As potências de entrada nas portas dos misturadores da Figura 6.5 são mostradas na Tabela 6.4.

TABELA 6.4: Potência de Entrada nas Portas dos Misturadores.

Potência no Misturador 1					Potências no Misturador 2				
Entrada (dBm)			Saída (dBm)		Entrada (dBm)			Saída (dBm)	
PORTA	LO	10, 6	LO	-	PORTA	LO	9,8	LO	-
	RF	-	RF	2,25		RF	-2,0	RF	-
	IF	9	IF	-		IF	-	IF	-

Conforme mostrado na Figura 6.5 e Tabela 6.4, o sinal de saída de 2,25 dBm na porta RF do misturador foi dividido por um divisor de potência; - 7dBm foi injetado no acoplador bidirecional do oscilador 1 para efetuar a sincronização da freqüência do oscilador 1, com o sinal composto pelos oscilador número 2 e sintetizado. Como o fator de acoplamento do acoplador bidirecional é de -10 dB, a potência liquida injetada na malha foi -17 dBm.

A Figura 6.6 mostra a curva de ruído de fase o oscilador sintetizado MG 3633A, utilizado para aproximar as freqüências dos osciladores. O ruído de fase do oscilador sintetizado é bem menor do que o ruído de fase estimado para os osciladores desenvolvidos. Conseqüentemente o mesmo não introduzirá ruído de fase nas medições.

O ruído de fase esperado, para a composição de dois osciladores é dado pela soma do ruído de fase esperado para cada oscilador independente.

$$\pounds_{ij}(\text{dBc/Hz}) = 10\log\left\{10^{\left[\frac{\pounds_i(dBc/Hz)}{10}\right]} + 10^{\left[\frac{\pounds_j(dBc/Hz)}{10}\right]}\right\} \tag{6.9}$$

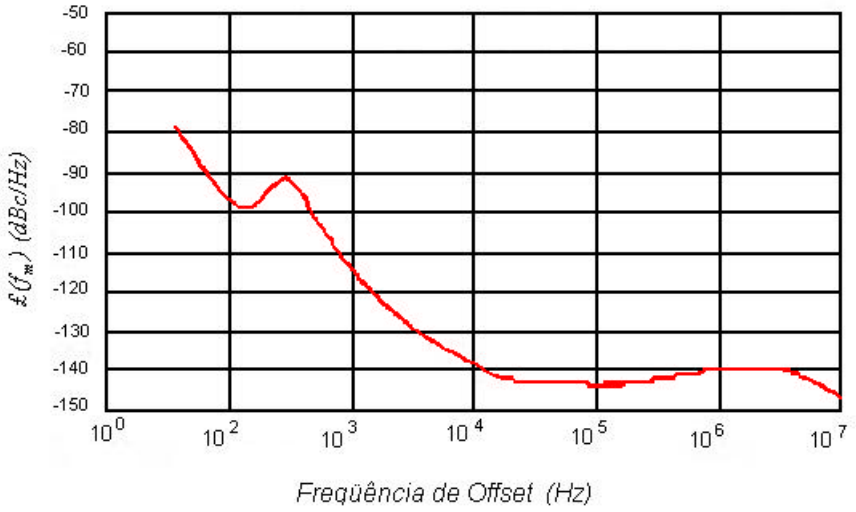

FIGURA 6.6: Curva da medida de ruído de fase do oscilador sintetizado MG 3633A.

A Figura 6.7a, mostra o gráfico da medida da freqüência intermediária. A Figura 6.7b mostra o gráfico da medida de quadratura de 0-100 kHz da portadora, devido ao batimento dos sinais do oscilador 1 e a composição do oscilador 2 com o sintetizado da Anritsu. A Figura 6.7c mostra os resultados teóricos e experimentais da medida de ruído de fase da composição dos osciladores 1 e 2.

A Tabela 6.5 mostra os resultados teóricos e experimentais da medida ruído de fase da composição dos osciladores 1 e 2 em algumas freqüências de *"offset"*.

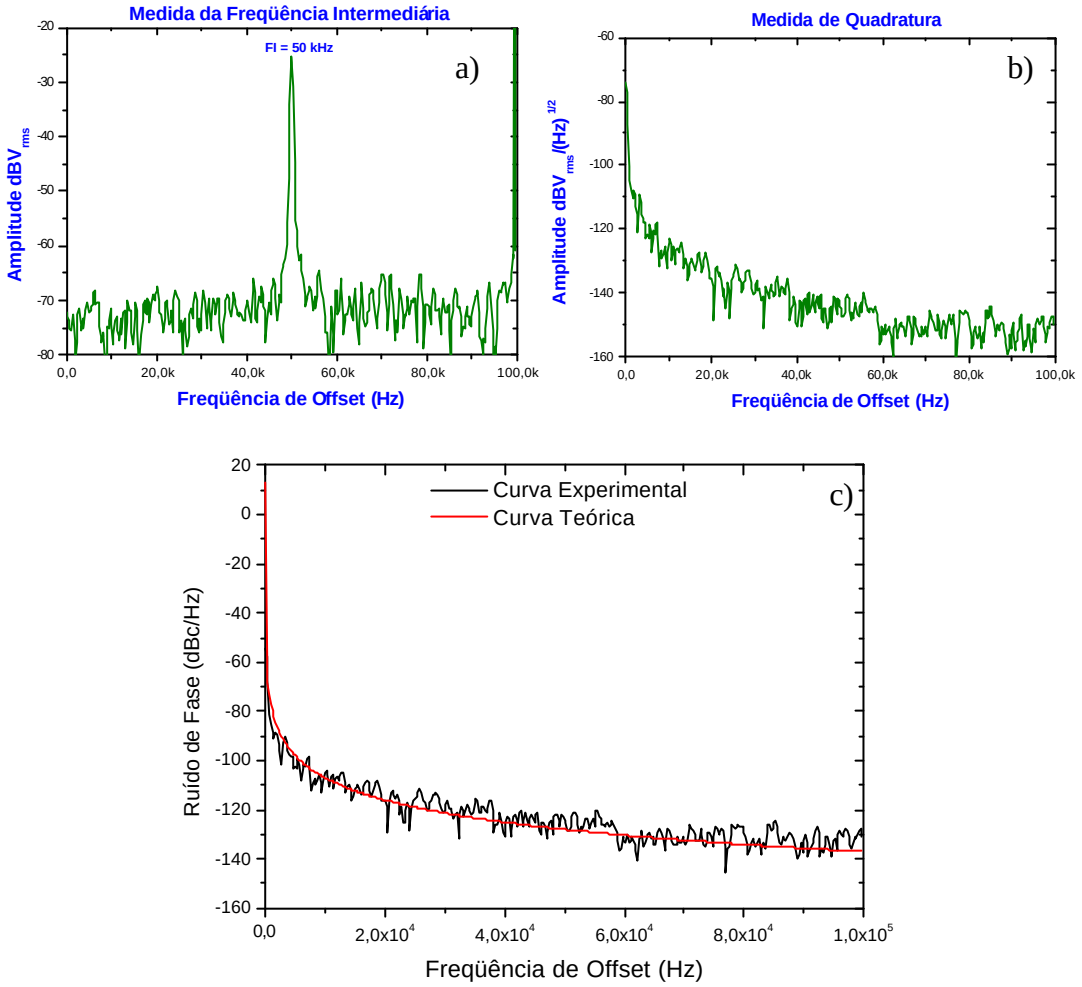

FIGURA 6.7: Caracterização da composição dos osciladores 1 e 2 sem o sistema de isolamento vibracional. a) Freqüência Intermediária; b) Quadratura; c) Medida de ruído de fase. As curvas experimentais foram obtidas com duas amostragens. A simulação foi realizada através da Equação (4.8a).

TABELA 6.5: Resultados das Medidas de Ruído de Fase.

Freqüência de *"Offset"*	dBV_{rms} (FI)	$dBV_{rms}/\sqrt{Hz}$ (Quadratura)	$\pounds_{12}\,(dBc/Hz)$ (Medido)	$\pounds_{12}\,(dBc/Hz)$ (Simulado)
1,00 kHz	-25,32	-104,53	-85,17	-77,01
3,25 kHz	-25,30	-109,42	-90,05	-92,34
10,00 kHz	-25,31	-124,37	-105,00	-107,00
50,00 kHz	-25,31	-144,17	-124,80	-127,97
100,00 kHz	-25,33	-150,45	-130,78	-136,97

Como os osciladores montados sobre a placa de alumínio se mostraram bastantes instáveis devido a vibrações mecânicas, foi necessário projetar um sistema de isolamento vibracional para substituir a plataforma de alumínio utilizada.

6.4 - Medidas de Ruído de Fase dos Osciladores Isolados Vibracionalmente

O sistema de isolamento vibracional projetado consiste de um bloco de alumínio ressonante em 6,2 kHz. A Figura 6.8 mostra o sistema de isolamento vibracional e a Figura 6.8 mostra uma foto dos osciladores montado sobre o sistema de isolamento vibracional.

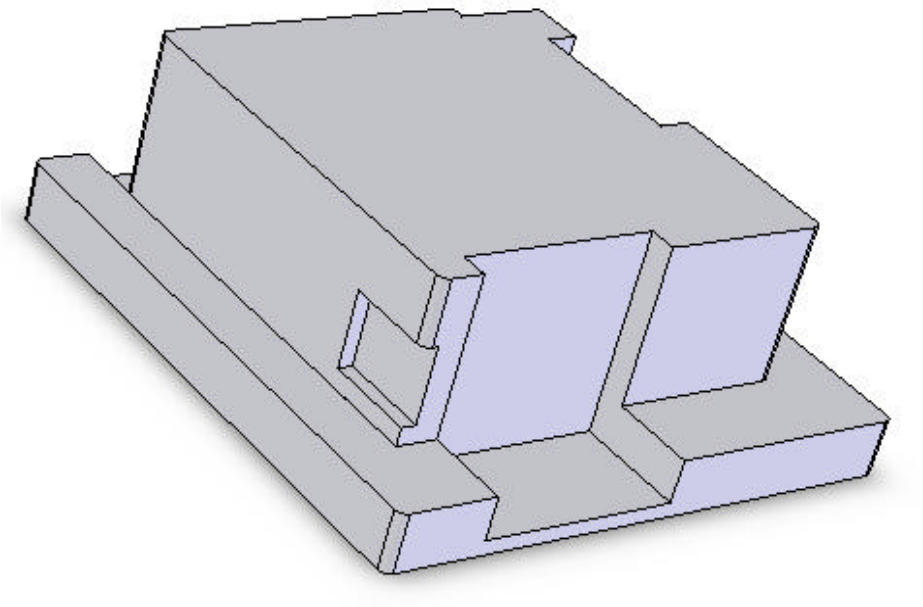

FIGURA 6.8: Desenho do sistema de isolamento vibracional projetado.

6.4.1 - Medidas do Ruído de Fase dos osciladores 1 e 2

As medidas realizadas anteriormente foram realizadas novamente, com o conjunto de osciladores montados sobre um sistema de isolamento vibracional. Os Parâmetros dos osciladores 1, 2 e sintetizado são mostrados na Tabela 6.6.

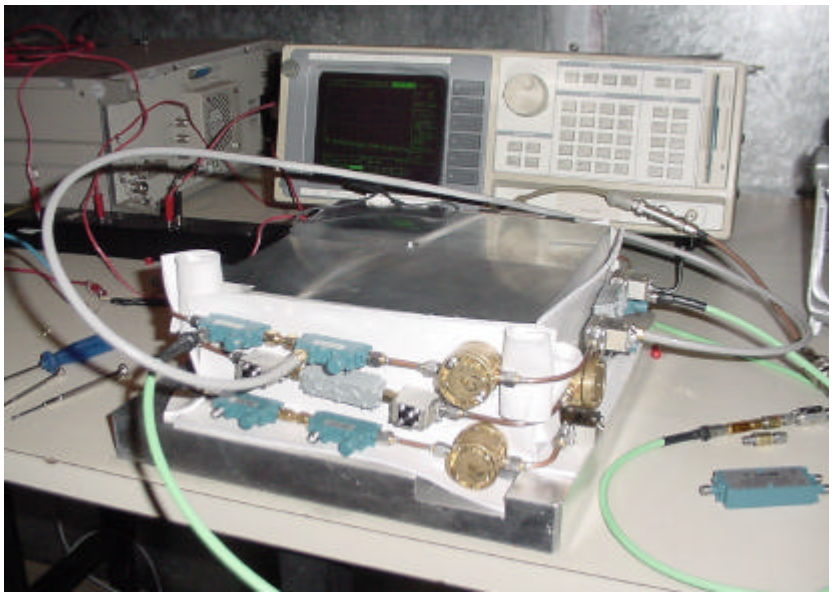

FIGURA 6.9: Foto dos osciladores montados sobre o sistema de isolamento vibracional.

TABELA 6.6: Parâmetros dos Osciladores 1, 2 e Sintetizado.

Oscilador	Q_c	Freqüência (GHz)	Potência oscilador (P_0) Na malha (dBm)	Freqüência de saída no acoplador (dBm)
1	3331	10,200094	30,2	20,2
2	3969	10,151 553	29,55	19,55
Diferença de freqüência entre os osciladores ≈ 48MHz				

A Tabela 6.7 mostra os parâmetros de entrada utilizados na Equação (6.5) para efetuar o *"injection locking"*.

TABELA 6.7: Parâmetros de Entrada dos Osciladores 1 e 2.

Q_{ext}	3331
f_0	10,200 GHz
P_i	$2.37x10^{-5}\ W$
P_0	1 W

Substituindo os valores listados na Tabela 6.7 na Equação (6.5) obtém-se a seguinte largura de banda para ocorrer o *"injection locking"* entre os osciladores 1 e 2:

$$\Delta f_m = \frac{f_0}{Q_{ext}}\sqrt{\frac{P_i}{P_0}} = \frac{10{,}2x10^9}{3331}\sqrt{\frac{2{,}37x10^{-5}}{1}} \approx 14{,}9\,\mathrm{k}Hz\,.$$

As potências nas portas dos misturadores da Figura 6.6 são mostradas na Tabela 6.8.

TABELA 6.8: Potência de Entrada nas Portas dos Misturadores.

Potências no Misturador 1					Potências no Misturador 2				
Entrada (dBm)			Saída (dBm)		Entrada (dBm)			Saída (dBm)	
PORTA	LO	10,7	LO	-	PORTA	LO	10,5	LO	-
	RF	-	RF	2,25		RF	-0,47	RF	-
	IF	9,0	IF	-		IF	-	IF	-

Conforme mostrado na Figura 6.5 e Tabela 6.8, o sinal de saída de 2,25 dBm na porta RF do misturador foi dividido por um divisor de potência; -6,25 dBm foi injetado no oscilador 1 para efetuar a sincronização da freqüência do oscilador 1, com o sinal composto pelos oscilador número 2 e sintetizado. Novamente o sinal foi injetado através de acoplador direcional com um fator de acoplamento -10 dB abaixo, dessa forma o sinal líquido injetado na malha para fazer a sincronização é de -16,25 dBm. O defasador foi utilizado para colocar os sinais em quadratura.

A Tabela 6.9 mostra os resultados teóricos e experimentais da medida ruído de fase da composição dos osciladores 1 e 2 com o sistema de isolamento vibracional em algumas freqüências de offset.

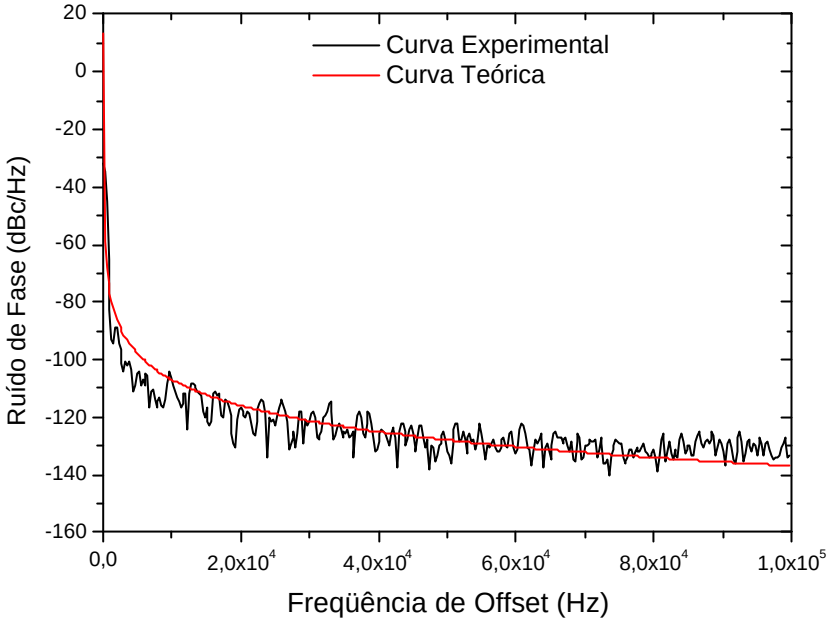

FIGURA 6.10: Medida de ruído de fase da composição dos osciladores 1 e 2 com o sistema de isolamento vibracional. A simulação foi realizada através da Equação (4.8a). A curva experimental foi obtida com duas amostragens.

TABELA 6.9: Resultados das Medidas de Ruído de Fase.

Freqüência de *"Offset"*	dBV_{rms} (FI)	$dBV_{rms}/\sqrt{Hz}$ (Quadratura)	$\pounds_{12}(dBc/Hz)$ (Medido)	$\pounds_{12}(dBc/Hz)$ (Simulado)
1,00 kHz	-25,87	-102,65	-82,75	-77,01
3,25 kHz	-25,87	-120,85	-100,95	-92,34
10,00 kHz	-25,91	-126,14	-106,24	-107,00
50,00 kHz	-25,89	-151,84	-131,94	-127,97
100,00 kHz	-25,87	-153,01	-133,40	-136,97

Após a implementação do sistema de isolamento vibracional, o desempenho em termos de ruído de fase dos osciladores 1 e 2, mostrou-se $-10{,}9\,dBc/Hz@3{,}25kHz$ melhor em relação à medida anterior com os parâmetros de entrada quase idênticos. Analisando a Tabela 6.8 vemos claramente que o ruído de fase medido a pequenas freqüências de *"offset"* é menor do que o simulado. A técnica de sincronização de osciladores, além de sincronizar as freqüências dos osciladores também diminui o ruído de fase dos mesmos.

Entretanto, até o presente momento todas as tentativas de predizer teoricamente o quanto o ruído de fase é reduzido pela sincronização das freqüências não foram bem sucedidas [69, 70].

6.4.2 - Medição do Ruído de Fase dos osciladores 2 e 3

6.4.2.1 - Primeira Medida

A Figura 6.9 mostra um diagrama esquemático do aparato experimental utilizado na primeira medida do ruído de fase dos osciladores 2 e 3.

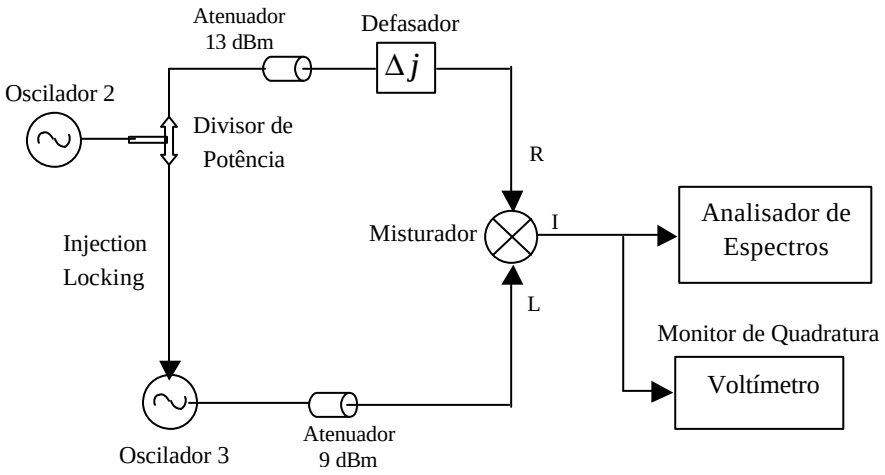

FIGURA 6.11: Diagrama esquemático do método de detector de fase utilizado na primeira medida do ruído de fase dos osciladores 2 e 3.

TABELA 6.10: Parâmetros dos Osciladores 2 e 3.

Oscilador	Q_c	Freqüência (GHz)	Potência oscilador (P_0) Na malha (dBm)	Freqüência de saída no acoplador (dBm)
2	3969	10,129 323	29,4	19,4 dBm
3	4268	10,129 323	29,3	19,3 dBm
Diferença de freqüência entre os osciladores $<$ 1 kHz				

A Tabela 6.11 mostra os parâmetros de entrada utilizados na Equação (6.5) para efetuar o "*injection locking*".

TABELA 6.11: Parâmetros de Entrada dos Osciladores 2 e 3.

Q_{ext}	4268
f_0	10,129 323 GHz
P_i	$1.56x10^{-4}$ W
P_0	0,8511 W

Substituindo os valores listados na Tabela 6.10 na Equação (6.5) obtém-se a seguinte largura de banda para ocorrer o *"injection locking"* entre os osciladores 2 e 3:

$$\Delta f_m = \frac{f_0}{Q_{ext}}\sqrt{\frac{P_i}{P_0}} = \frac{10{,}129323\ x10^9}{4268}\sqrt{\frac{1{,}56\,x10^{-4}}{0{,}8511}} \approx 32\ kHz\ .$$

As potências de entrada nas portas dos misturadores da Figura 6.11 são mostradas na Tabela 6.12.

TABELA 6.12: Potências de Entrada nas Portas do Misturador.

Potências no Misturador				
Entrada (dBm)			Saída (dBm)	
PORTA	LO	10,00	LO	-
	RF	2,13	RF	-
	IF	-	IF	-

Conforme mostrado na Figura 6.11 o sinal de saída do oscilador 2; 19,4 dBm foi dividido em 2 por um divisor de potência, parte do sinal 11,92 dB foi injetado diretamente no oscilador 3 através de um acoplador direcional para fazer a sincronização da freqüência do oscilador 3. A outra parte do sinal do oscilador número 2, 2,13 dBm foi defasada em 90^0 e injetada na porta RF do misturador. Novamente o sinal injetado na malha através de acoplador direcional, com um fator de acoplamento de -10 dB. Portanto, o sinal liquido injetado na malha do oscilador 3 foi 1,92 dBm.

A Figura 6.12 mostra os valores medidos e simulados para o ruído de fase da composição dos osciladores 2 e 3. A curva em preto mostra o resultado experimental, a curva em vermelho a simulação.

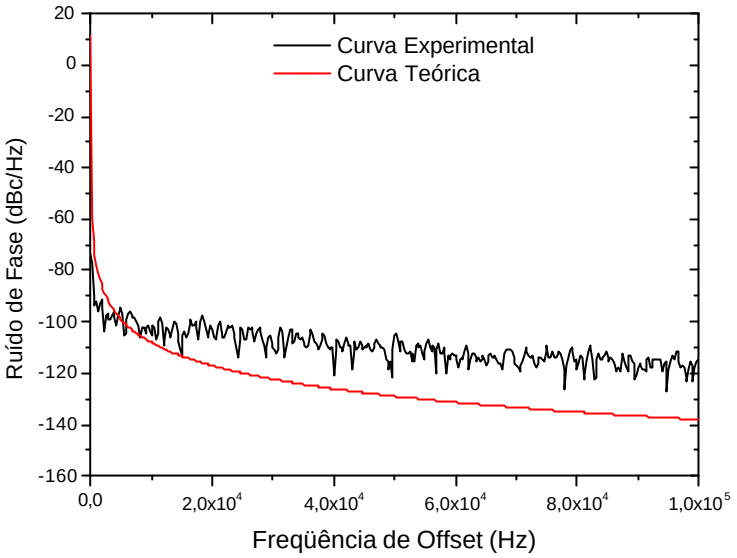

FIGURA 6.12: Medida de ruído de fase da composição dos osciladores 2 e 3 com o sistema de isolamento vibracional. A simulação foi realizada através da Equação (4.8a). A curva experimental foi obtida com duas amostragens.

A Tabela 6.13 mostra os resultados teóricos e experimentais da medida ruído de fase da composição dos osciladores 2 e 3 com o sistema de isolamento vibracional em algumas freqüências de "*offset*".

TABELA 6.13: Resultados das Medidas de Ruído de Fase.

Freqüência de "*Offset*"	dBV_{rms} (FI)	$dBV_{rms}/\sqrt{Hz}$ (Quadratura)	$\pounds_{23}(dBc/Hz)$ (Medido)	$\pounds_{23}(dBc/Hz)$ (estimado)
1,00 kHz	-14,39	-100,13	-91,75	-78,12
3,25 kHz	-14,48	-107,75	-99,38	-93,46
10,00 kHz	-14,25	-113,39	-105,03	-108,11
50,00 kHz	-14,37	-113,93	-105,50	-129,01
100,00 kHz	-14,44	-122,69	-114,32	-138,07

6.4.2.2 - Segunda Medida

A Figura 6.13 mostra o aparato experimental utilizado na segunda medição de ruído de fase dos osciladores 2 e 3.

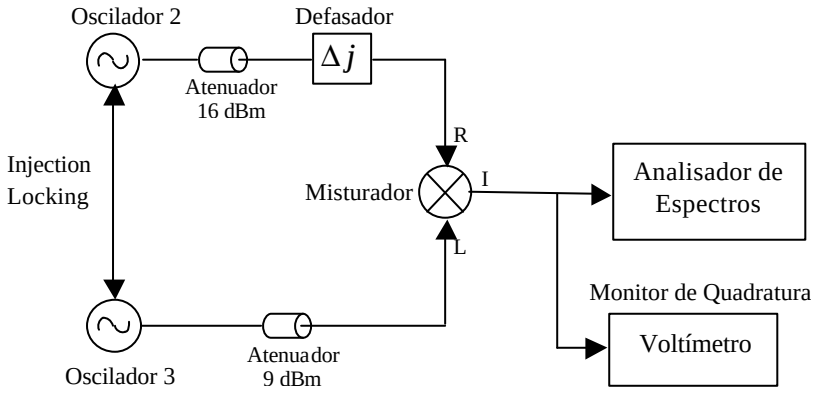

FIGURA 6.13: Diagrama esquemático do método de detector de fase utilizado na medição do ruído de fase dos osciladores 2 e 3.

TABELA 6.14: Parâmetros dos Osciladores 2 e 3.

Oscilador	Q_{ext}	Freqüência (GHz)	Potência oscilador (P_0) na malha (dBm)	Freqüência de saída no acoplador (dBm)
2	3969	10,129 323	29,4	19,4 dBm
3	4268	10,129 323	29,3	19,3 dBm
Diferença de freqüência entre os osciladores ≈ 1 kHz				

A Tabela 6.15 mostra os parâmetros de entrada utilizados na Equação (6.5) para efetuar a sincronização entre as freqüências (*"injection locking"*).

TABELA 6.15 :Parâmetros de Entrada dos Osciladores 2 e 3.

Q_{ext}	4268
f_0	10,129323 GHz
P_i	$8.6x10^{-4}$
P_0	0,8511 W

Substituindo os valores listados na Tabela 6.15 na Equação (6.5) obtém-se a seguinte largura de banda para ocorrer o *"injection locking"* entre os osciladores 1 e 2:

$$\Delta f_m = \frac{f_0}{Q_{ext}}\sqrt{\frac{P_i}{P_0}} = \frac{10{,}129323x10^9}{4268}\sqrt{\frac{8.6x10^{-3}}{0.8511}} \approx 75\,kHz\,.$$

As potências de entrada nas portas do misturador da Figura 6.11 são mostradas na Tabela 6.16.

TABELA 6.16: Potências de Entrada nas Portas dos Misturadores.

Potências no Misturador				
Entrada (dBm)			Saída (dBm)	
PORTA	LO	10,14	LO	-
	RF	3,00	RF	-
	IF	-	IF	-

Conforme mostrado na Figura 6.13 os sinais dos osciladores 2 (19,4dBm) e 3 (19,3dBm) foram injetados diretamente um no outro, através de acopladores direcionais. Analisando a Figura 6.12 não se sabe se o oscilador 2 esta sincronizando o oscilador 3; ou se este está sincronizando o oscilador 2. como o fator de acoplamento é de -10dB, foi injetado diretamente em ambas as malhas em torno de 9,35 dBm.

Analisando ainda a Figura 6.12 temos que o sinal de 19,4 dBm do oscilador 2 foi atenuado em 16 dBm defasado de 90^0 em relação ao sinal do oscilador 3 e injetado 3 dBm na porta RF do misturador. O sinal do oscilador 3 foi atenuado em 9 dBm e injetado 10,14 dBm na porta LO do misturador.

A Figura 6.14 mostra os valores medidos e simulados para o ruído de fase da composição dos osciladores 2 e 3. A curva em preto mostra o resultado experimental, a curva em vermelho a simulação.

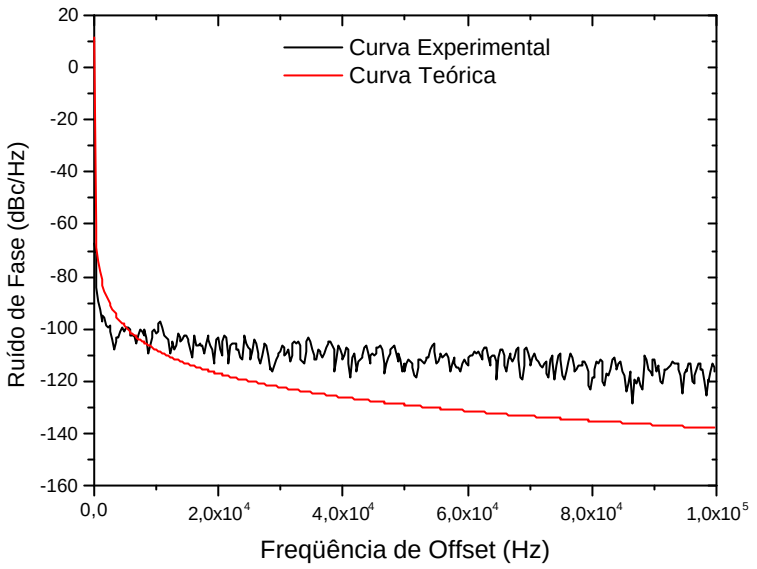

FIGURA 6.14: Medida de ruído de fase da composição dos osciladores 2 e 3 com o sistema de isolamento vibracional. A simulação foi realizada através da Equação (4.8a). A curva experimental foi obtida com duas amostragens.

A Tabela 6.16 mostra os resultados teóricos e experimentais da medida ruído de fase da composição dos osciladores 2 e 3 com o sistema de isolamento vibracional em algumas freqüências de *"offset"*.

TABELA 6.17: Resultados das Medidas de Ruído de Fase.

Freqüência de *"Offset"*	dBV_{rms} (FI)	$dBV_{rms}/\sqrt{Hz}$ (Quadratura)	$\pounds_{23}(dBc/Hz)$ (Medido)	$\pounds_{23}(dBc/Hz)$ (Simulado)
1,00 kHz	-14,78	-101,70	-92,91	-78,12
3,25 kHz	-14,78	-116,77	-108,00	-93,46
10,00 kHz	-14,75	-110,63	-101,85	-108,11
50,00 kHz	-14,67	-125,39	-116,61	-129,01
100,00 kHz	-14,77	-124,94	-116,16	-138,07

6.4.2.3 - Terceira Medida do Ruído de Fase dos Osciladores 2 e 3

O aparato experimental utilizado na terceira medida de ruído de fase dos osciladores 2 e 3 é semelhante ao utilizado na segunda medida. A única diferença é que a fonte de tensão analógica TCA 40-50, utilizada nas medidas anteriores foi substituída por uma fonte de tensão modelo: 6038A da HP. A substituição foi feita porque não foram encontradas referências sobre o ruído de fase dessa fonte analógica TCA 40-50.

TABELA 6.18: Parâmetros dos Osciladores 2 e 3.

Oscilador	Q_{ext}	Freqüência (GHz)	Potência oscilador (P_0) na malha (dBm)	Freqüência de saída no acoplador (dBm)
2	3969	10,129 140	28,4	18,4 dBm
3	4268	10,129 112	28,5	18,5 dBm
Diferença de freqüência entre os osciladores ≈ 28 kHz				

A Tabela 6.19 mostra os parâmetros de entrada utilizados na Equação (6.5) para efetuar o "*injection locking*".

TABELA 6.19: Parâmetros de Entrada dos Osciladores 2 e 3.

Q_{ext}	4268
f_0	10,129112 GHz
P_i	$7x10^{-3}$ W
P_0	0.71W

Substituindo os valores listados na Tabela 6.19 na Equação (6.5) obtém-se a seguinte largura de banda para ocorrer o "*injection locking*" entre os osciladores 1 e 2:

$$\Delta f_m = \frac{f_0}{Q_{ext}}\sqrt{\frac{P_i}{P_0}} = \frac{10{,}129112x10^9}{4268}\sqrt{\frac{7x10^{-3}}{0{,}71}} \approx 235\,kHz\,.$$

As potências de entrada nas portas dos misturadores da Figura 6.12, na terceira medida de ruído de fase são mostradas na Tabela 6.20.

TABELA 6.20: Potência de Entrada nas Portas dos Misturadores.

Potências no Misturador				
Entrada (dBm)			Saída (dBm)	
PORTA	LO	8,45	LO	-
	RF	2,00	RF	-
	IF	-	IF	-

Conforme mostrado na Figura 6.13 os sinais dos osciladores 2 (18,4dBm) e 3 (18,5 dBm) foram injetados diretamente um no outro, através de acopladores direcionais. Como o fator de acoplamento é de -10 dB, foi injetado diretamente em ambas as malhas em torno de 8,45 dBm.

Analisando ainda a Figura 6.12 tem-se que o sinal de 18,4 dBm do oscilador 2 foi atenuado em 16 dB, defasado em 90^0 em relação ao sinal do oscilador 3 e injetado 2 dBm na porta RF do misturador. O sinal do oscilador 3 foi atenuado em 9 dBm e injetado 8,45 dBm na porta LO do misturador.

A Figura 6.15 mostra os valores medidos e simulados para o ruído de fase da composição dos osciladores 2 e 3. a curva em preto mostra o resultado experimental, a curva em vermelho a simulação.

A Tabela 6.20 mostra os resultados teóricos e experimentais da medida ruído de fase da composição dos osciladores 2 e 3 com o sistema de isolamento vibracional em algumas freqüências de "*offset*".

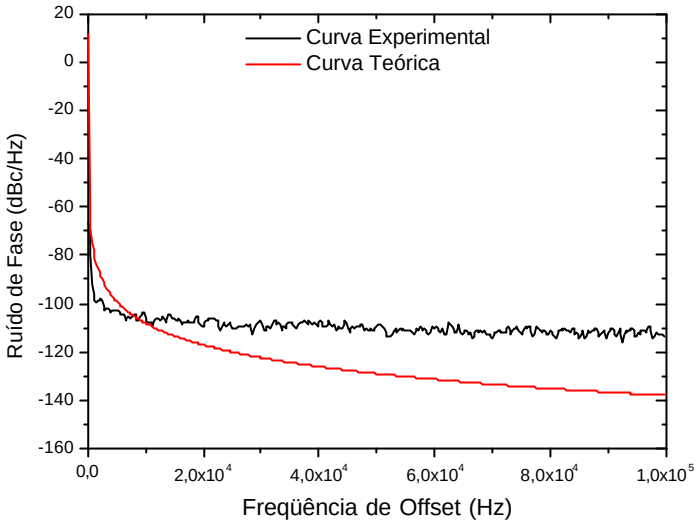

FIGURA 6.15: Medida de ruído de fase da composição dos osciladores 2 e 3 com o sistema de isolamento vibracional. A simulação foi realizada através da Equação (4.8a). A curva experimental foi obtida com 50 amostragens.

TABELA 6.21: Resultados das Medidas de Ruído de Fase.

Freqüência de *"Offset"*	dBV_{rms} (FI)	$dBV_{rms}/\sqrt{Hz}$ (Quadratura)	$\pounds_{23}(dBc/Hz)$ (Medido)	$\pounds_{23}(dBc/Hz)$ (Simulado)
1,00 kHz	-15,48	-105,49	-96,01	-78,12
3,25 kHz	-15,49	-111,94	-101,45	-93,46
10,00 kHz	-15,45	-115,85	-106,41	-108,11
50,00 kHz	-15,47	-118,94	-109,87	-129,01
100,00 kHz	-15,47	-122,75	-112,28	-138,07

6.4.2.4 - Quarta Medida do Ruído de Fase dos Osciladores 2 e 3

O aparato experimental utilizado na quarta medida de ruído de fase dos osciladores 2 e 3 é semelhante ao utilizado na primeira medida. Nesta medida a fonte de tensão analógica TCA 40-50, utilizada nas medidas anteriores também foi substituída por uma fonte de tensão modelo: 6038A da HP.

TABELA 6.22: Parâmetros dos Osciladores 2 e 3.

Oscilador	Q_{ext}	Freqüência (GHz)	Potência oscilador (P_0) na malha (dBm)	Freqüência de saída no acoplador (dBm)
2	3969	10,216333	28,4	18,4 dBm
3	4268	10,216274	28,5	18,5 dBm
Diferença de freqüência entre os osciladores ≈ 59 kHz				

A Tabela 6.23 mostra os parâmetros de entrada utilizados na Equação (6.5) para efetuar o "*injection locking*".

TABELA 6.23: Parâmetros de Entrada dos Osciladores 2 e 3.

Q_{ext}	4268
f_0	10,216274 GHz
P_i	$1,21x10^{-3}$ W
P_0	0,71 W

Substituindo os valores listados na Tabela 6.4 na Equação (6.5) obtém-se a seguinte largura de banda para ocorrer o "*injection locking*" entre os osciladores 1 e 2:

$$\Delta f_m = \frac{f_0}{Q_{ext}}\sqrt{\frac{P_i}{P_0}} = \frac{10,216274x10^9}{4268}\sqrt{\frac{1,21x10^{-3}}{0,71}} \approx 98,8\,kHz\,.$$

As potências de entrada nas portas do misturador da Figura 6.10, na terceira medida de ruído de fase são mostradas na Tabela 6.23.

TABELA 6.24: Potências de Entrada nas Portas dos Misturadores.

Potências no Misturador				
Entrada			Saída	
PORTA	L	8,45 dBm	L	-
	R	1,5 dBm	R	-
	I	-	I	-

Conforme mostrado na Figura 6.11 o sinal do oscilador 2 com 18, 4 dBm foi dividido

por 2 por um divisor de potência, parte do sinal 10,83 dB foi injetado diretamente no oscilador 3 através de um acoplador direcional para fazer a sincronização da freqüência do oscilador 3. A outra parte do sinal do oscilador 2; 1,5 foi defasado em 90^0 e injetado na porta R do misturador. Novamente o sinal injetado na malha através de acoplador direcional, com um fator de acoplamento de -10 dB. Portanto, o sinal liquido injetado na malha do oscilador 3 foi 0,83 dBm.

A Figura 6.16 mostra os valores medidos e simulados para o ruído de fase da composição dos osciladores 2 e 3. a curva em preto mostra o resultado experimental, a curva em vermelho a simulação.

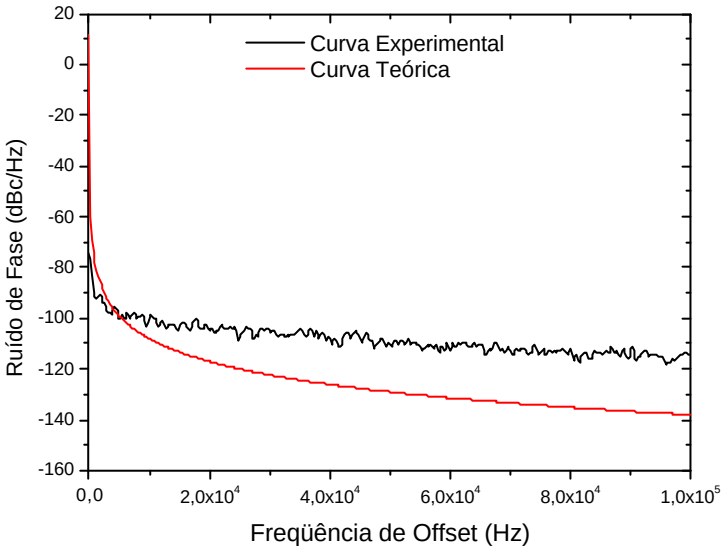

FIGURA 6.16: Medida de ruído de fase da composição dos osciladores 2 e 3 com o sistema de isolamento vibracional. A simulação foi realizada através da Equação (4.8a). A curva experimental foi obtida com 50 amostragens.

A Tabela 6.25 mostra os resultados teóricos e experimentais da medida ruído de fase da composição dos osciladores 2 e 3 com o sistema de isolamento vibracional em algumas freqüências de "*offset*".

TABELA 6.25: Resultados das Medidas de Ruído de Fase.

Freqüência de *"Offset"*	dBV_{rms} (FI)	$dBV_{rms}/\sqrt{Hz}$ (Quadratura)	$\pounds_{23}(dBc/Hz)$ (Medido)	$\pounds_{23}(dBc/Hz)$ (Simulado)
1,00 kHz	-17.00	-91,74	-79,74	-78,12
3,25 kHz	-17,01	-97,48	-86,47	-93,46
10,00 kHz	-17,00	-99,43	-88,43	-108,11
50,00 kHz	-17,02	-110,70	-99,68	-129,01
100,00 kHz	-17,02	-114,25	-113,23	-138,07

TABELA 6.26: Comparação entre as Medidas de Ruído de Fase dos Osciladores 2 e 3.

Freqüência de *"Offset"*	$\pounds_{23}(dBc/Hz)$ (Medida 1)	$\pounds_{23}(dBc/Hz)$ (Medida 2)	$\pounds_{23}(dBc/Hz)$ (Medida 3)	$\pounds_{23}(dBc/Hz)$ (Estimado)
1,00 kHz	-91,75	-92,91	-96,01	-78,12
3,25 kHz	-99,38	-108,00	-101,45	-93,46
10,00 kHz	-105,03	-101,85	-106,41	-108,11
50,00 kHz	-105,50	-116,61	-109,87	-129,01
100,00 kHz	-114,32	-116,16	-112,28	-138,07

TABELA 6.27: Comparação entre as Potência de Entrada nas Portas do Misturador nas Medidas de Ruído de Fase dos Osciladores 2 e 3.

Potência de Entrada nas Portas do Misturador						
Medida 1 (dBm)			Medida 2		Medida 3 (dBm)	
PORTA	LO	10,00	LO	10,14dBm	LO	8,45 dBm
	RF	2,13	RF	3,00	RF	1,5
	IF	-	IF	-	IF	-

TABELA 6.28: Comparação entre as Potência injetadas na Malha para a Sincronização das Freqüências dos Osciladores 2 e 3.

Potência liquida injetada nas malhas		
Medida 1	(Medida 2)	(Medida 3)
1,92 dBm	9,35 dBm	8,45 dBm

A melhor medida obtida para o ruído de fase dos osciladores 2 e 3 foi obtida na medida 2 ($-108\,dBc/Hz@3{,}25\,kHz$). Entretanto, esta medida não foi muito precisa, pois o ruído de fase a 3,25 kHz da portadora é menor do que o ruído de fase a 10 kHz da portadora ($-101{,}85\,dBc/Hz@3{,}25\,kHz$). Provavelmente essa inconsistência esta relacionada ao tempo de integração do sinal. Na medida 2 foram realizadas apenas duas amostragens.

As medidas 2 e 3 foram realizadas com potências nas entradas dos misturadores quase idênticas. As potências injetadas nas malhas também foram semelhantes. Na medida 3 foram realizadas 50 integrações do sinal. Portanto, os valores encontrados são mais confiáveis.

6.4.3 - Medida do Ruído de Fase do Protótipo dos Osciladores e o Oscilador 1

A Figura 6.17 mostra um diagrama esquemático do aparato experimental utilizado na medida do ruído de fase do protótipo dos osciladores e o oscilador 1. Os parâmetros do protótipo dos osciladores e oscilador 1 são mostrados na Tabela 6.23.

TABELA 6.29: Parâmetros do Protótipo dos Osciladores e Oscilador 1.

Oscilador	Q_{ext}	Freqüência (GHz)	Potência oscilador (P_0) na malha (dBm)	Freqüência de saída no acoplador (dBm)
Protótipo	3200	10,176595	22,64	12,64
1	3331	10,176400	29,5	19,5
Diferença de freqüência entre os osciladores $\approx$ 195 kHz				

A Tabela 6.30 mostra os parâmetros de entrada utilizados na Equação (6.5) para efetuar o "*injection locking*".

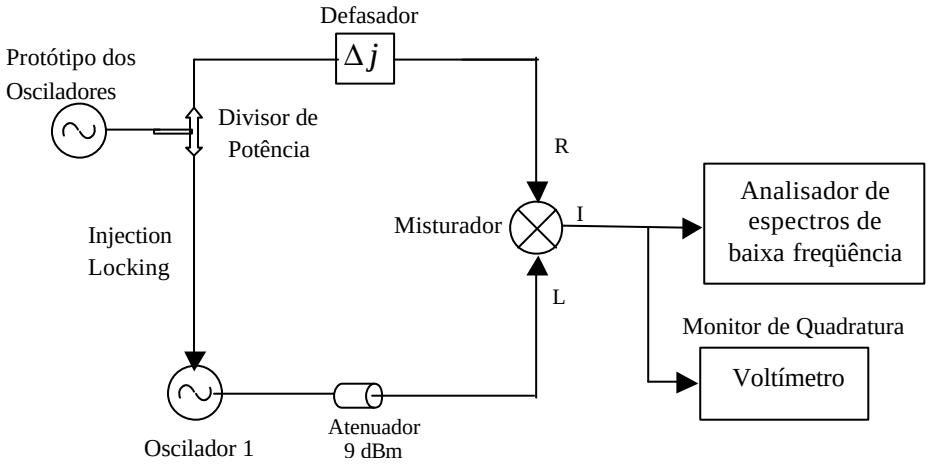

FIGURA 6.17: Diagrama esquemático do método de detector de fase utilizado na medida do ruído de fase do protótipo dos osciladores e oscilador 1.

TABELA 6.30: Parâmetros de Entrada do Protótipo dos Osciladores e Oscilador 1.

Q_{ext}	3331
f_0	10,176400 GHz
P_i	$2.1x10^{-4}$ W
P_0	0,89 W

Substituindo os valores listados na Tabela 6.30 na Equação (6.5) obtém-se a seguinte largura de banda para ocorrer o *"injection locking"* entre os osciladores 1 e P:

$$\Delta f_m = \frac{f_0}{Q_{ext}}\sqrt{\frac{P_i}{P_0}} = \frac{10{,}176400x10^9}{3331}\sqrt{\frac{2{,}1x10^{-4}}{0{,}89}} \approx 48\ kHz\ .$$

As potências nas portas dos misturadores da Figura 6.17, na medida de ruído de fase do protótipo dos osciladores e oscilador são mostradas na Tabela 6.31.

TABELA 6.31: Potências de Entrada nas Portas do Misturador.

Potências no Misturador				
Entrada (dBm)			Saída (dBm)	
PORTA	LO	10,0	LO	-
	RF	2,9	RF	-
	IF	-	IF	-

Conforme mostrado na Figura 6.17, o sinal do protótipo dos osciladores de 12,64 dBm foi dividido em 2 por um divisor de potência, parte do sinal, 4,25 dBm foi injetado diretamente no oscilador 1 através de um acoplador direcional para fazer a sincronização de freqüência entre os osciladores. A outra parte do sinal do protótipo dos osciladores; 2,90 dBm foi defasada em 90^0 e injetada na porta R do misturador. Novamente o sinal injetado na malha foi através de um acoplador direcional, com um fator de acoplamento de -10 dB. Portanto, o sinal liquido injetado na malha do oscilador 1 foi -6,75 dBm. O sinal do oscilador 1 foi atenuado em 10 dB e injetado 10 dBm na porta L do misturador.

A Figura 6.17 mostra os valores medidos e simulados para o ruído de fase da composição do protótipo dos osciladores com o oscilador 1. A curva em preto mostra o resultado experimental, a curva em vermelho a simulação. A Tabela 6.31 mostra os resultados teóricos e experimentais da medida ruído de fase da composição do protótipo dos osciladores com o oscilador 1 em algumas freqüências de "*offset*".

TABELA 6.32: Resultados das Medidas de Ruído de Fase.

Freqüência de "*Offset*"	dBV_{rms} (FI)	$dBV_{rms}/\sqrt{Hz}$ (Quadratura)	$\pounds_{1P}\left(dBc/Hz\right)$ (Medido)	$\pounds_{1P}\left(dBc/Hz\right)$ (Simulado)
1,00 kHz	-15,78	-106,02	-96,24	-76,14
3,25 kHz	-15, 81	-109,05	-99,24	-91,48
10,00 kHz	-15,75	-113,74	-103,99	-106,13
50,00 kHz	-15,67	-122,92	-112,25	-127,09
100,00 kHz	-15,77	-129,92	-120,15	-136,09

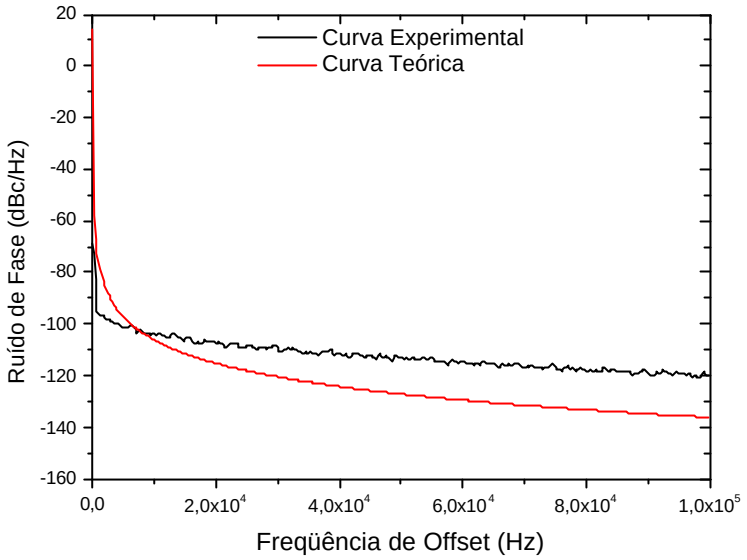

FIGURA 6.18: Medida de ruído de fase da composição dos osciladores 1 e protótipo com o sistema de isolamento vibracional. A simulação foi realizada através da Equação (4.8a). A curva experimental foi obtida com 50 amostragens.

Comparando a medida de ruído de fase do protótipo dos osciladores com o oscilador 1, é observado que quando a potência injetada nas portas do misturador está próxima das especificações do misturador é obtido um de fase abaixo do calculado a pequenas freqüências de *"offset"*, à medida que afastamos da portadora, o ruído de fase torna-se maior do que o valor simulado.

A Figura 6.19 mostra medida de *"ruído de fase"*, devido ao batimento do sinal do oscilador número 1 contra ele mesmo. O sinal foi divido por dois através de um divisor de potência, defasado em 90^0 e injetado num misturador. O objetivo desse ensaio foi demonstrar que o analisador de espectros utilizado nas medições de ruído de fase possui sensibilidade suficiente para medições de quadratura de até $-145\,dBc/\sqrt{Hz}\,@\,3{,}25kHz$. e também mostrar que o que foi medido realmente foi o ruído de fase.

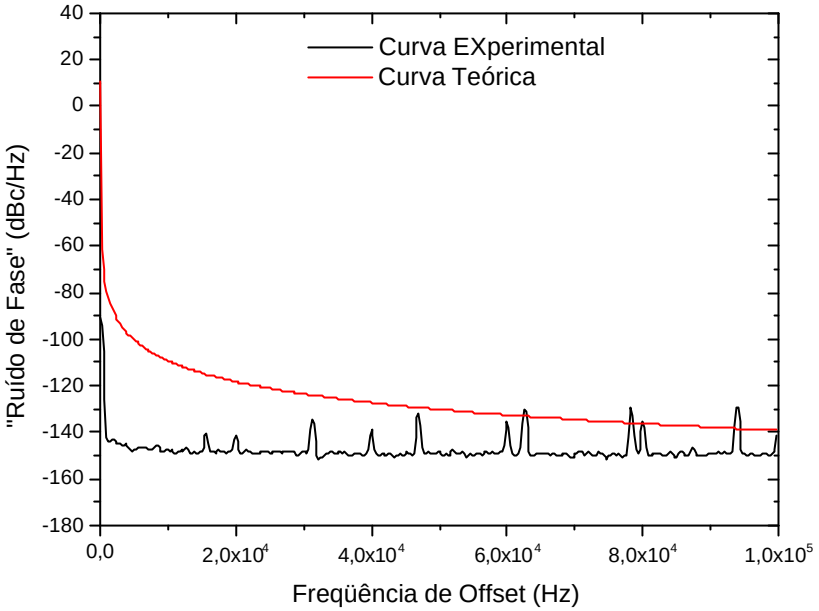

FIGURA 6.19: Medida do "ruído de fase" do batimento do oscilador 1 com ele mesmo. A simulação foi realizada através da Equação (4.8a). A curva experimental foi obtida com 50 amostragens.

Quando é realizada a interferometria entre sinais, visando medir o ruído de fase através do método do detector de fase é necessário que eles estejam descorrelacionados. A medida foi feita da seguinte forma: o sinal do protótipo dos osciladores foi divido em dois através de um divisor de potência, depois foram defasados em 90^0 e feito interferometrias entre eles num misturador. Embora a saída do misturados tenha apresentado 0V, o que foi medido foi ruído de fundo do analisador de espectros, pois os sinais estavam correlacionados.

CAPÍTULO 7

MODELAGEM DO DETECTOR DE ONDAS GRAVITACIONAIS MARIO SCHENBERG

Neste Capítulo, é apresentada a modelagem do detector de ondas Gravitacionais Mario Schenberg, o qual consiste de uma antena esférica de 1150 kg e 65 cm de diâmetro, feita de *CuAl* (94%-6%) e seis transdutores paramétricos de microondas de dois modos, acoplados à superfície da esfera, para monitorar as vibrações da antena. Os transdutores são do tipo cavidade reentrante. A massa do ressonador intermediário será 53g e a do terceiro ressonador será 0.01g.

7.1 - Interação da Antena com a Onda Gravitacional

Forças agindo num corpo sólido causam deformações, as quais podem ser descritas pelo vetor de deslocamento $\mathbf{u}(\mathbf{x},t)$. As equações de movimento de um corpo elástico isotrópico são dadas por:

$$r\frac{\partial^2\mathbf{u}}{\partial t^2} = (l+m)\nabla(\nabla.\mathbf{u}) + m\nabla^2\mathbf{u} + \sum\mathbf{F}. \tag{7.1}$$

onde, ρ é a densidade do material, λ e μ são os coeficientes de Lamé, os quais contêm a rigidez do material e $\sum\mathbf{F}$ representa a densidade de forças externas agindo sobre a esfera. As forças externas são: a força de reação dos ressonadores fixados na superfície da esfera; as forças devido à presença de ruído na superfície da esfera, e a força devido à presença de ondas gravitacionais dada por,

$$\mathbf{F}_i^{OG}(\mathbf{x},t) = \frac{1}{2}r\sum_{j=1}^{3}\frac{\partial^2 h_{ij}(t)}{\partial t^2}x^j, \tag{7.2}$$

a qual pode ser obtida do potencial gravitacional

$$\mathbf{F}_i^{OG}(\mathbf{x},t) = \nabla_i \mathbf{F}(\mathbf{x},t) = \nabla\left(\sum_{j,k=1}^{3} \frac{1}{4} r x_j \ddot{h}_{ik}(t) x_k\right) \tag{7.3}$$

A solução da Equação (7.1) pode ser obtida através do método de expansão em autofunções. Fazendo a separação de variáveis no vetor deslocamento;

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}_i,t) = \sum_{m=1}^{5} a_m(t) \mathbf{?}_m(x_i), \tag{7.4}$$

as autofunções $\mathbf{?}_m(\mathbf{x}_i)$ são as soluções independentes do tempo de um oscilador harmônico com a auto freqüência w_m, e podem ser calculadas resolvendo-se:

$$-rw_m^2 \mathbf{?}_m = (l+m)\nabla(\nabla.\mathbf{?}_m) + m\nabla^2 \mathbf{?}_m. \tag{7.5}$$

Com a condição de contorno, que a resultante das forças agindo na superfície da esfera se anulem na direção normal à superfície. O coeficiente $a_m(t)$ é a amplitude do modo dependente do tempo. As autofunções obedecem à condição de ortogonalidade

$$\int_V \Psi_m(x) \cdot \Psi_n d^3x = N_m d_{mn}, \tag{7.6}$$

onde a constante N_m é o volume da esfera $V_{esf} = \frac{4}{3} pR^3$, $\int_V$ representa a integral sobre o volume da esfera. Utilizando a relação de ortogonalidade acima para eliminar os somatórios, encontra-se a seguinte solução para cada amplitude:

$$\ddot{a}_m(t) + w_m^2 a_m(t) = \frac{1}{rN_m} \int_V \mathbf{?}_m(x).\sum \mathbf{F}(\mathbf{x},t) d^3x. \tag{7.7}$$

As autofunções de uma esfera perfeitamente homogênea e isotrópica, de raio R sem forças agindo sobre ela esfera podem ser escritas em termos dos harmônicos esféricos $\mathbf{Y}_{lm}(f f,)$:

$$\mathbf{?}_{\ell m} = [a\ell(r)\hat{r} + b\ell(r)R\nabla]\mathbf{Y}_{\ell m}(q, f), \quad \ell \text{ Par.} \tag{7.8}$$

As autofunções radiais $a\ \ell(r)$ e $b\ \ell(r)$ determinam o movimento nas direções radial e tangencial respectivamente. Analisando a Equação (7.7), podemos verificar prontamente que apenas os modos de paridade ímpar (quando considerada a interação com as ondas gravitacionais) apresentam amplitudes diferentes de zero.

Quando $\ell = 2,$ as equações fornecem as equações dos cinco modos quadrupolares que interagem fortemente com a onda gravitacional, todos degenerados e com freqüência ω_0 [28]. Portanto, no resto destas discussões só será considerado $\ell = 2;$ sendo a notação, ℓ suprimida no restante deste trabalho. As autofunções α(r) e β(r) são dadas por:

$$a(r) = cR\frac{\P}{\P\ r} j_2(qr) + 6dR\frac{1}{r} j_2(kr) \tag{7.9a}$$

e

$$b(r) = cj_2(qr) + d\frac{\P}{\P\ r}[rj_2(kr)] \tag{7.9b}$$

onde, j_2 é a função de Bessel do primeiro tipo e de ordem 2, c e d dependem da razão de Poisson e seus valores podem ser encontrados em tabelas, **q** e **k** são os vetores de onda longitudinal e transversal, os quais são dados por $q^2 = \frac{rw_0^2}{l+2m}$ e $k^2 = rw_0^2 m$, respectivamente.

A freqüência ω_0 é dada pelas condições de contorno dependentes da razão de Poisson:

$$c\frac{d}{dr}\left[\frac{j_2(qr)}{r}\right] + d\left[\frac{5}{r^2} - \frac{k^2}{2} - \frac{d}{rdr}\right] j_2(kr)\Big|_{\text{r=R}} = 0, \tag{7.10a}$$

e

$$c\left[\frac{6}{r^2} - \frac{k^2}{2} - \frac{2d}{rdr}\right] j_2(qr) + 6d\frac{d}{dr}\left[\frac{j_2(qr)}{r}\right] j_2(kr)\Big|_{\text{r=R}} = 0 \tag{7.10b}$$

O efeito da onda gravitacional sobre o modo m da esfera, F_m^{OG}, é calculado através da Equação (7.7), com:

$$F_m^{OG} \equiv \int_{V_0} \mathbf{?}_m . \mathbf{F}^{OG} d^3x. \tag{7.11}$$

Resolvendo as integrais, utilizando as Equações (7.3) e (7.8), obtém-se;

$$F_m^{OG} = \sqrt{\frac{4p}{15}}\, ?\ddot{h}_m(t) R^4 \left[cj_2(qR) + 3dj_2(kR) \right] \tag{7.12a}$$

$$F_m^{OG} = \frac{1}{2} \ddot{h}_m(t) m_e\, ?R. \tag{7.12b}$$

na qual, m_e é a massa da esfera, cR é o raio efetivo da esfera (onde cR depende fracamente da razão da Poisson e tem um valor médio para os sólidos comuns de aproximadamente 0,6), e $\ddot{h}_m(t)$ é a segunda derivada da amplitude adimensional da onda.

7.2 - Equações de Movimento da Esfera acoplada aos Transdutores de Dois Modos

Cada par de ressonadores, que constitui um transdutor, é definido pelo índice i e designando sua posição por x_i, os deslocamentos radiais por $\mathbf{z}_i$, na superfície da esfera sob cada transdutor são dados por:

$$\mathbf{z}_i(\mathbf{x}_i t) = \hat{\mathbf{z}}_i . \sum_{m=1}^{5} a_m(t) \mathbf{?}_m(\mathbf{x}_i), \qquad i = 1, 2, 3, 4, 5 \text{ ou } 6, \tag{7.13}$$

onde, $a_m(t)$ é a contribuição dos modos normais para o sinal de entrada no transdutor e $\mathbf{?}_m(\mathbf{x}_i)$ autofunções fundamentais do movimento quadrupolar da esfera.

Os ressonadores mecânicos dos transdutores são sintonizados na mesma freqüência da antena. O movimento da superfície da antena excita os modos ressonantes do transdutor. Cada modo do par ressonador do transdutor i é construído para obedecer à Equação de movimento do oscilador harmônico simples unidirecional [26]. A equação de movimento dos ressonadores é:

$$M_{r1}[\ddot{q}_{1i}(x_i,t)+\ddot{z}_i(x_i,t)] = H_1\dot{q}_{1i}(x_i,t)-H_2\dot{q}_{2i}(x_i,t)-k_1q_{1i}(x_i,t)+k_2q_{2i}(x_i,t) + F_i^N(x_i,t), \tag{7.14}$$

$$M_{r2}[\ddot{q}_{2i}(x_i,t)+\ddot{q}_{1i}(x_i,t)+\ddot{z}_i(x_i,t)] = H_2\dot{q}_{2i}(x_i,t)-k_2q_{2i}(x_i,t)+F_i^N(x_i,t), \tag{7.15}$$

neste caso, q_{1i} é o deslocamento relativo à superfície da esfera, $q_{1i}+z_i$ é o deslocamento inercial do primeiro ressonador, q_{2i} é o deslocamento relativo à superfície do primeiro ressonador e $q_{2i}+q_{1i}+z_i$ é o deslocamento inercial do segundo ressonador. Assume-se que todos os seis pares de ressonadores são idênticos. Possuindo massas, M_1 e M_2 e constantes de mola k_1 e k_2. Tendo a mesma freqüência da antena $\frac{k_1}{M_{r1}}=\frac{k_2}{M_{r2}}=w_0^2$. $\mathbf{F}_{i1}^N$ e $\mathbf{F}_{i2}^N$ são as forças de ruído atuando nos ressonadores. Um esquema desse sistema unidirecional é mostrado na Figura 7.1.

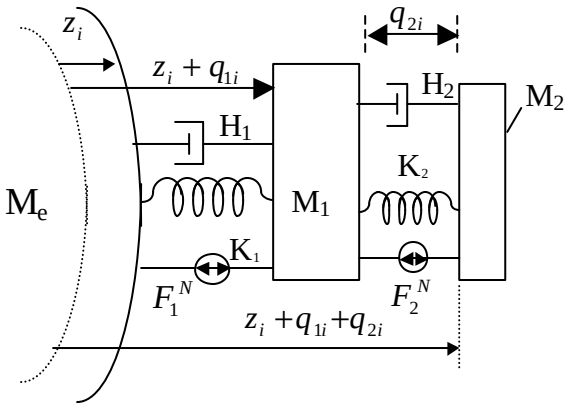

Figura 7.1: Esquema do ressonador mecânico de dois modos montado sobre a superfície de uma esfera. Forças e deslocamentos são indicados.

Os valores dos deslocamentos radiais relativos, nas posições de cada ressonador, podem ser agrupados, para cada um dos modos, numa matriz padrão que depende unicamente da posição dos transdutores. Essa matriz $\mathbf{B}_{mi}$ é definida por:

$$\hat{r}_i.\mathbf{?}_m(x_i) = a\mathbf{B}_{mi}, \tag{7.16}$$

na qual $a = a(R)$ é o valor da componente radial da autofunção na superfície da esfera. Da Equação (7.8) obtém-se:

$$\mathbf{B}_{mi} = \mathbf{Y}_m(?_i, f_i). \tag{7.17}$$

Pode-se escrever a equação de movimento acoplada dos modos da esfera, com n transdutores de um modo, da seguinte forma:

$$m_e\ddot{a}_m(t) + H_e\dot{a}_m(t) + k_e a_m(t) = \sum_{i=1}^{n} a\mathbf{B}_{mi}[k_r q_i(t) + H_r\dot{q}_i(t) - F_i^N(t)] + F_m^{OG}(t), \tag{7.18}$$

onde q_i é o deslocamento do i-ésimo transdutor de um modo sobre à superfície da esfera.

Sabendo-se que uma esfera tem cinco modos quadrupolares de vibração. Teremos que ter no mínimo cinco transdutores, para monitorarmos todos os modos da esfera. No detector Mario Schenberg serão utilizados seis transdutores, visando uma distribuição mais uniforme sobre a superfície da esfera, o que torna $\mathbf{B}_{mi}$ uma matriz de cinco linhas por seis colunas.

Escrevendo as três equações acopladas na forma matricial (7.14, 7.15 e 7.18), obteremos um conjunto de equações de movimento que descrevem o movimento radial da esfera com os seis transdutores acoplados, na seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} M_e I & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ M_{r1} a\mathbf{B}^T & M_{r1}\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ M_{r2} a\mathbf{B}^T & M_{r2}\mathbf{I} & M_{r2}\mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{a}}(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}_1(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} H_e\mathbf{I} & -a\mathbf{B}H_{r1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & H_{r2}\mathbf{I} & -H_{r2}\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & H_{r2}\mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{a}}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{q}}_2(t) \end{pmatrix} +$$
$$\begin{pmatrix} k_e\mathbf{I} & -a\mathbf{B}k_{r1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & k_{r1}\mathbf{I} & -k_{r2}\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & k_{r2}\mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{a}(t) \\ \mathbf{q}_1(t) \\ \mathbf{q}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & -a\mathbf{B} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{F}^{OG} + \mathbf{F}_e^N(t) \\ \mathbf{F}_1^N(t) \\ \mathbf{F}_2^N(t) \end{pmatrix}, \tag{7.19}$$

onde **I** é uma matriz identidade, **a**(t), $\mathbf{q}_1(t)$, $\mathbf{q}_2(t)$, $\mathbf{F}^{OG}$(t) e $\mathbf{F}^{N}$(t) são vetores coluna.

7.3 - Simulação da Antena Esférica

A Figura 7.2 mostra um diagrama esquemático deste sistema de três modos.

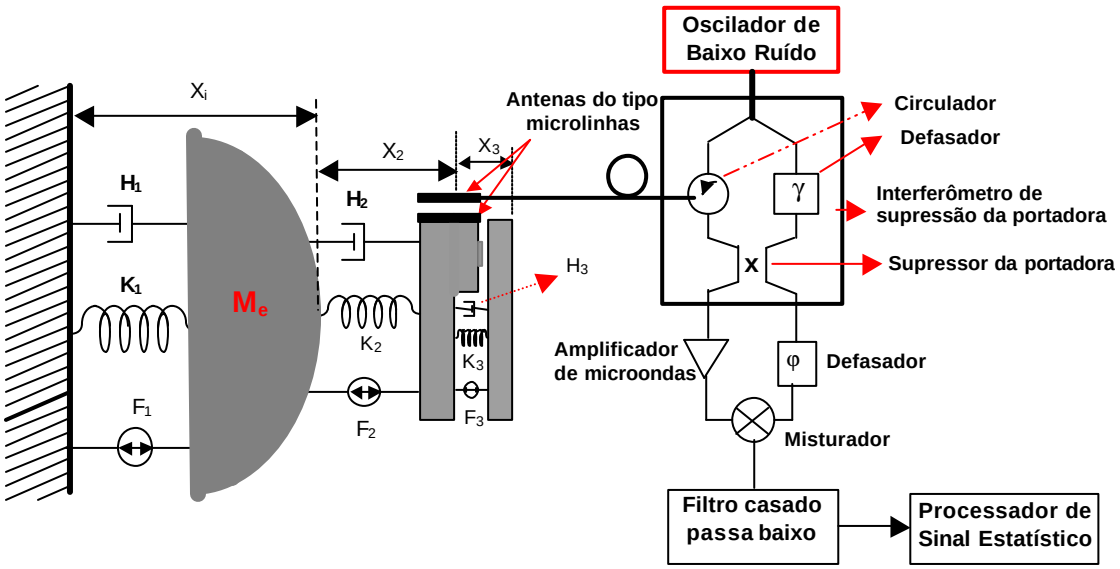

FIGURA 7.2: Modelo do detector de ondas gravitacionais Mario Schenberg.

As equações de movimento para este sistema com todas as fontes de ruídos gaussiano incluídas são dadas por:

$$\begin{pmatrix} M_e\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ M_{r1}a\mathbf{B}^T & M_{r1}\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ M_{r2}a\mathbf{B}^T & M_{r2}\mathbf{I} & M_{r2}\mathbf{I} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{a}}(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}_1(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}_2(t) \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} H_e\mathbf{I} & -a\mathbf{B}H_{r1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & H_{r1}\mathbf{I} & -H_{r2}\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & M_{r2}(Z_m+w_{r2}/Q_{r2})\mathbf{I} \end{pmatrix}_x$$
$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{a}}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{q}}_2(t) \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} k_e\mathbf{I} & -k_{r1}a\mathbf{B} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & k_{r1}\mathbf{I} & -k_{r2}\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & k_{r2}\mathbf{I} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \mathbf{a}(t) \\ \mathbf{q}_1(t) \\ \mathbf{q}_2(t) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \mathbf{I} & -a\mathbf{B} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \mathbf{F}^{OG}+\mathbf{F}_e^N(t) \\ \mathbf{F}_1^N(t) \\ \mathbf{F}_2^N(t) \end{pmatrix} \quad (7.20)$$

A única modificação em relação às equações (7.19) é a introdução da impedância Z_m [73]. Estas equações representam um conjunto de equações de movimento para um modelo de detector esférico, acoplado a seis transdutores paramétricos do tipo cavidade reentrante de dois modos, com todas as fontes de ruídos gaussianos incluídas. Após efetuarmos a transformada de Fourier nas Equações (7.20) obtemos um conjunto de equações de movimento na seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F}^{OG}+\mathbf{F}_e^N(w) \\ \mathbf{F}_1^N(w) \\ \mathbf{F}_2^N(w) \end{pmatrix}=-w^2\begin{pmatrix} M_e\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ M_{r1}a\mathbf{B}^T & M_{r1}\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ M_{r2}a\mathbf{B}^T & M_{r2}\mathbf{I} & M_{r2}I \end{pmatrix}+$$
$$jw\begin{pmatrix} H_e\mathbf{I} & -a\mathbf{B}H_{r1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & H_{r1}\mathbf{I} & -H_{r2}\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & M_{r2}(Z_m+w_{r2}/Q_{r2})\mathbf{I} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} k_e\mathbf{I} & -k_{r1}a\mathbf{B} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & k_{r1}\mathbf{I} & -k_{r2}\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & k_{r2}\mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (7.21)$$

As Equações (7.21) simulam a operação do detector Schenberg. As mesmas fornecem o cálculo da sensibilidade de amplitude de deformação de um sinal Burst (h) e a temperatura de ruído do sistema.

Os seis transdutores serão dispostos numa distribuição semi-dodecahedral ou, numa analogia a uma bola de futebol, em seis faces pentagonais não opostas, conforme é mostrado na Figura 7.3.

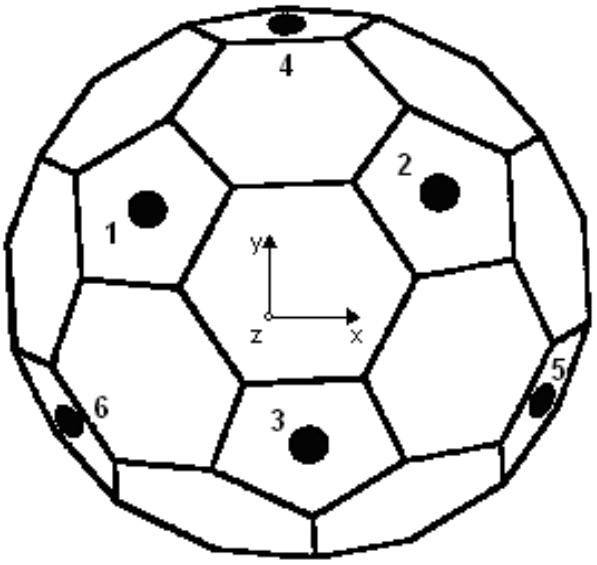

FIGURA 7.3: Distribuição dos seis ressonadores sob a superfície do icosaedro truncado.

Na próxima Seção é analisado o detector de ondas gravitacionais Mario Schenberg em termos do dos ruídos de amplitude e fase dos osciladores desenvolvidos.

7.4 - Resultados Obtidos via Simulação

A energia depositada por um pulso de onda gravitacional numa antena esférica é dada por:

$$E = \frac{1}{2} m_e (cR_e)^2 w^2 \left(|h_+|^2 + |h_x|^2 \right), \tag{7.22}$$

nas quais: m_e é a massa efetiva da esfera e χR_e é o raio efetivo da esfera (onde χR_e depende fracamente da razão da Poisson e tem um valor médio para os sólidos comuns de aproximadamente 0,6).

Comparando esta energia com a energia térmica de ruído, $4k_b T_e$, temos:

$$h = \sqrt{|h_+|^2 + |h_x|^2} = \sqrt{\frac{k_B T_e^2}{m_e (cR_e)^2 w^2}}, \tag{7.23}$$

na qual T_e é a temperatura efetiva que pode ser obtida por similaridade com a densidade espectral da força de Langevin.

O melhor desempenho em termo de ruído de fase para os osciladores desenvolvidos foi de $-101{,}45$dBc/Hz $@\, 3{,}25\, kHz$. A Figura 7.4 mostra o desempenho em termos do ruído de fase do oscilador desenvolvido. A Tabela 7.1 mostra os parâmetros de entradas, os quais provavelmente serão utilizados na primeira corrida do detector Mario Schenberg.

TABELA 7.1: Parâmetros de Entrada Utilizados na Simulação do Desempenho do Detector Mario Schenberg.

Temperatura Termodinâmica	4.2K
Freqüência do oscilador	10,21GHz
Acoplamento eletromecânico	1
Deslocamento da freqüência df/dx	$3x10^{14}$ Hz/m
Potência incidente	$1x10^{-5}$ W
Temperatura de ruído do amplificador	10 K
Fator de qualidade elétrico	$1x10^{4}$
Ruído de fase	-102dBc/Hz@3,2 kHz
Ruído de amplitude	-112dBc/Hz@3,2 kHz

Analisando a Figura 7.4 vemos claramente que o ruído dominante é o ruído de *"back action"*, o qual é diretamente proporcional ao ruído de amplitude (ver Equação 3.8). Conseqüentemente, para melhorar a sensibilidade do detector Mario Schenberg é necessário reduzir o ruído de amplitude do oscilador. Como a caracterização de osciladores em termos de flutuações de amplitude é muito difícil de fazer e sabendo-se que o ruído de amplitude é em torno de 10 dB menor do que o ruído de fase, sempre que possível às especificações de ruído de osciladores são feitas em termos do ruído de fase.

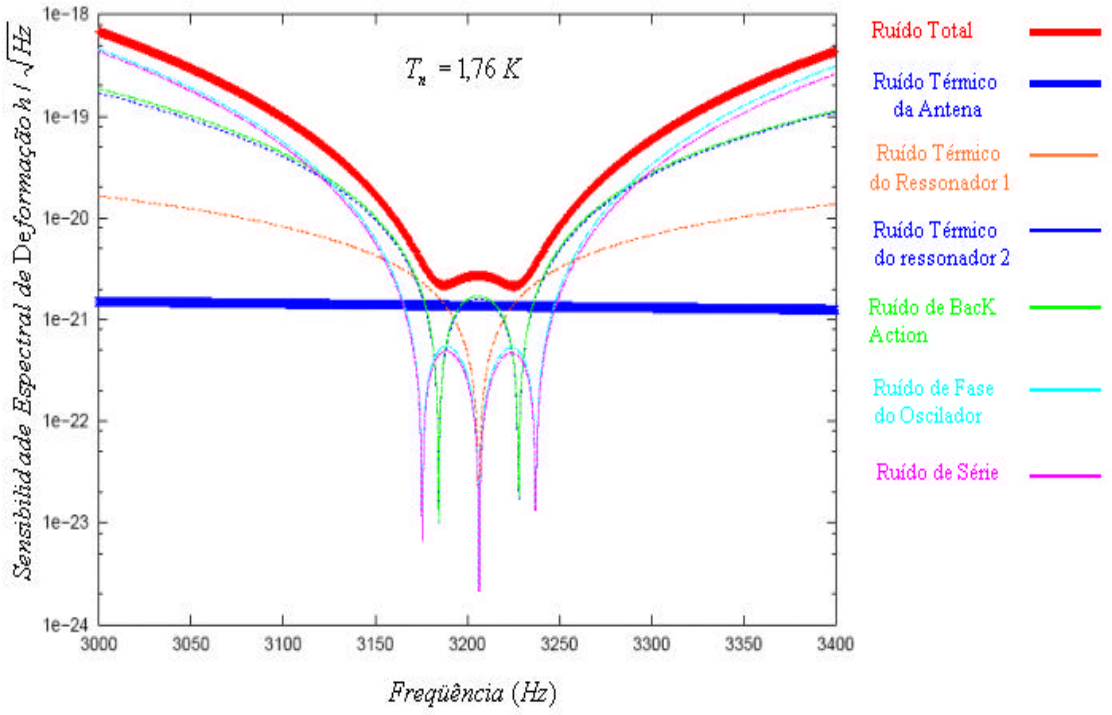

FIGURA 7.4: Gráfico da sensibilidade espectral de deformações do detector Mario Schenberg, com o ruído de fase do oscilador desenvolvido.

Novas simulações foram realizadas com os parâmetros de entrada da simulação anterior, exceto o ruído de amplitude e fase, os quais foram variados até que eles não dominassem sobre os demais ruídos. O valor obtido para o ruído de fase foi de -120dBc @3,2 kHz e o de amplitude foi de -130dBc@3,2 kHz. A Figura 7.5 mostra o gráfico para essa configuração de ruído.

Outras simulações foram feitas visando encontrar os valores dos ruídos de amplitude e fase necessários para atingir o limite quântico em sensibilidade do detector de ondas gravitacionais Mario Schenberg. Os outros parâmetros foram escolhidos baseando-se nos principais detectores em operação e alguns parâmetros otimistas, mas que podem ser alcançados em pouco tempo nas pesquisas em andamento em várias partes do mundo. Com os parâmetros mostrados na Tabela 7.2 foi encontrado que para atingir o limite quântico seria necessário um ruído de fase de $-145\,\text{dBc/Hz}\,@\,3{,}25\,kHz$ e um ruído de amplitude igual, ou melhor, do que $-155\,\text{dBc/Hz}\,@\,3{,}25\,kHz$.

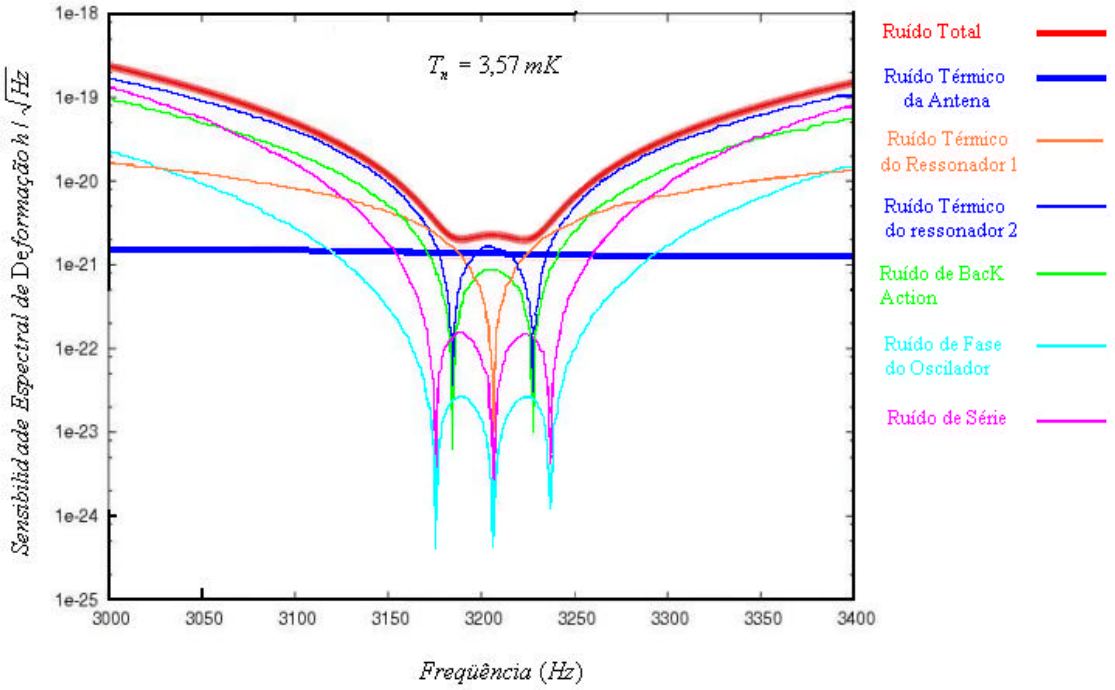

FIGURA 7.5: Gráfico da sensibilidade espectral de deformações do detector Mario Schenberg, otimizado para o ruído de fase do oscilador.

TABELA 7.2: Parâmetros de entrada utilizados na simulação do desempenho do detector Mario Schenberg.

Temperatura termodinâmica	15mK
Freqüência do oscilador	10,21GHz
Acoplamento eletromecânico	1
Deslocamento da freqüência df / dx	$3x10^{15}$ Hz/m
Potência incidente	$1x10^{-6}$ W
Temperatura de ruído do amplificador	4 K
Fator de qualidade elétrico	$1x10^{6}$
Ruído de Fase	-145dBc/Hz@3,2 kHz
Ruído de Amplitude	-155dBc/Hz@3,2 kHz

A Figura 7.6 mostra o gráfico da sensibilidade espectral de deformações do detector Mario Schenberg, otimizado para o limite quântico de sensibilidade.

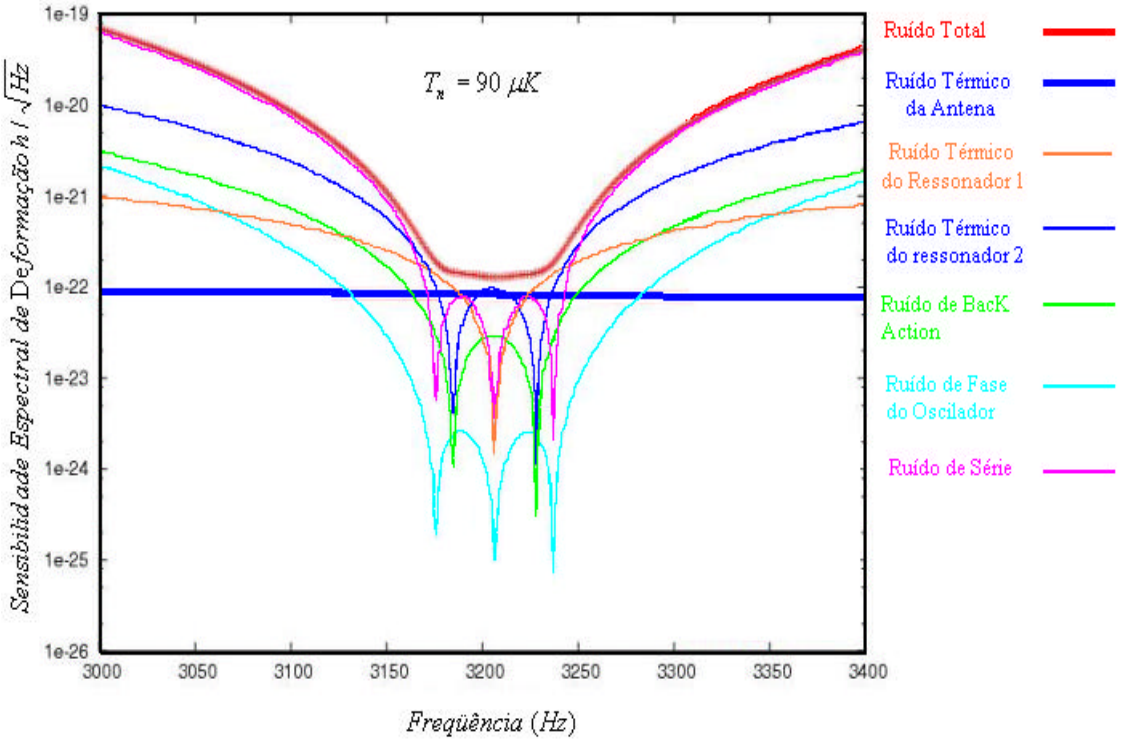

FIGURA 7.6: Gráfico da sensibilidade espectral de deformações do detector Mario Schenberg otimizado.

CAPÍTULO 8

CONCLUSÕES

Nesta tese foi desenvolvido um conjunto de osciladores de baixo ruído de fase para alimentar os transdutores paramétricos do detector de ondas gravitacionais Mario Schenberg. A melhor medida de ruído de fase para os osciladores desenvolvidos foi: $-101{,}45\,\text{dBc/Hz}\,@\,3{,}25\,kHz$.

Simulações mostram que para $-101{,}45\,\text{dBc/Hz}@3{,}25\,kHz$ de ruído de fase, e assumindo um ruído de amplitude 10 dB abaixo, este ruído de amplitude é o dominante no cálculo da sensibilidade espectral da deformação da antena.

Várias simulações foram feitas na tentativa de otimizar a sensibilidade do detector de ondas gravitacionais Mario Schenberg e para um ruído de fase de $-120\,\text{dBc/Hz}\,@\,3{,}25\,kHz$, o ruído de amplitude (ainda na hipótese de 10 dB abaixo) deixou de ser o ruído dominante.

Novas simulações foram realizadas e a melhor sensibilidade de deformação da antena obtida foi $h = 4{,}5x10^{-22}/\sqrt{Hz}$ e uma temperatura de ruído de $T_n = 90\,mK$, para um ruído de fase de $-145\,\text{dBc/Hz}@3{,}25\,kHz$ e um ruído de amplitude de $-160\,\text{dBc/Hz}@3{,}25\,kHz$.

No desenvolvimento dos osciladores foram utilizados ressonadores de cerâmicas, numa malha não integrada. O caráter inovador empregado no desenvolvimento de osciladores de cerâmicas dielétricas de malha não integrada nos permite: o controle do Q_C do ressonador através do ajuste do acoplamento elétrico do oscilador com o restante do circuito (desacoplamento do sistema de 50Ω); controle das reflexões através de isoladores/circuladores (supressão da realimentação no sentido oposto da malha); supressão dos modos ressonantes da cavidade através de filtro em torno do modo desejado e controle rígido do comprimento de malha $2np$ através do uso de defasadores.

CAPÍTULO 9

SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para atingir o limite quântico é necessário construir osciladores com pelo menos $-145\,\text{dBc/Hz}\,@\,3{,}25\,kHz$. A melhoria do ruído de fase de osciladores pode ser entendida a partir de uma análise do modelo de *Lesson*:

$$£(f_m) = \frac{1}{2}\left[b f_m^{-1} + \frac{F k_b T}{P_S} \right]\left[1 + \left(\frac{f_0}{2 Q_C f_m} \right)^2 \right] \tag{9.1}$$

onde, $S_{\Delta f}(f)$ é o ruído de fase da malha do amplificador, f_0 é a freqüência de ressonância da cavidade ressonante, Q_L é o fator de qualidade carregado. A partir da análise do modelo de *Lesson* descrito no Capitulo 4, torna-se evidente, que a única forma de melhorar o ruído de fase de um oscilador livre é necessário melhorar o fator de qualidade do ressonador e abaixar o ruído do amplificador.

Os amplificadores utilizados nos osciladores possuem um ruído de fase residual de $-140 dBc/Hz\,@\,1kHz$. O que é equivalente a um ruído "*flicker*" de $10^{-11}/Hz$. Entretanto, já existe no mercado amplificadores com ruído "*flicker*" de $10^{-12,5}/Hz$ [71].

O fato de qualidade carregado, Q_C obtido para a cavidade foi de $4{,}3x10^3$. Utilizando ressonadores de safira é possível obter um fator de qualidade maior do que 10^5 em temperatura ambiente. Resfriando o ressonador de safira a 77 K é possível obter um fator de qualidade maior do que 10^7. Resfriando o ressonador a 4,2 K é possível obter um fator de qualidade maior do que 10^9. Ressonadores de estruturas mais complexas, utilizando o efeito Bragg possuem um fator de qualidade ainda maior do que o de safira. Utilizando o efeito Bragg pode se obter ressonadores com um fator de qualidade maior do que 10^{11} [72].

A Tabela 9.1 mostra os resultados de simulações realizadas para osciladores livres com vários ressonadores dielétricos, a várias temperaturas termodinâmicas e com amplificadores com menor nível de ruído disponíveis no mercado.

TABELA 9.1: Resultados de Simulações Realizadas para Osciladores Livres

Ressonador	Temp [K]	Q_C	Ruído "*flicker*" (b)	£(dBc/Hz) {estimado}
Perovskite	300	$4x10^3$	10^{-11}/ Hz	-96,80 dBc/Hz @3,25 kHz
Safira	300	10^5	10^{-11}/ Hz	-124,18 dBc/Hz @3,25 kHz
Safira	77	10^7	10^{-11}/ Hz	-148,01 dBc/Hz @3,25 kHz
Safira	4,2	10^9	10^{-11}/ Hz	-148,01 dBc/Hz @3,25 kHz
Efeito Bragg	300	10^{11}	10^{-11}/ Hz	-148,12 dBc/Hz @3,25 kHz
Perovskite	300	$4x10^3$	$10^{-12,5}$/ Hz	-111,80 dBc/Hz @3,25 kHz
Safira	300	10^5	$10^{-12,5}$/ Hz	-139,18 dBc/Hz @3,25 kHz
Safira	77	10^7	$10^{-12,5}$/ Hz	-163,01 dBc/Hz @3,25 kHz
Safira	4,2	10^9	$10^{-12,5}$/ Hz	-163,12 dBc/Hz@3,25 kHz
Efeito Bragg	300	10^{11}	$10^{-12,5}$/ Hz	-163,12 dBc/Hz@3,25 kHz

Os níveis de ruídos de fase simulados para osciladores livres ainda podem ser melhorados consideravelmente por técnicas de interferometrias em microondas [56, 59, 60].

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] EINSTEIN, A. **Naherungsweise Integration der Feld Gleichungen der Gravitation, Press**. Akad. Wiss. Berlin, Sitzungsberichete der Physikalischmathematischen Klasse, 1916.

[2] HULSE, R. A.; TAYLOR, J. H. Discovery of a pulsar in a binary system. **Astrophysical Journal Letter,** v.195, n. 2, p. 51-53, Jan. 1975.

[3] BAYAN, G.; PETHICK, C. Physics of neutron stars. **Annual Review of Astronomy and Astrophysics**, v. 17, p.415-443, 1979.

[4] THORNE, K. S. Gravitational radiation. In: HAWKING, S.; ISRAEL, W. (Ed). **300 years of gravitation**. Cambridge: Cambridge University Press, 1987. cap. 9, p. 330-445.

[5] AGUIAR, O D. **Parametric motion transducers for gravitational waves detectors**. 1990. 98 p. Thesis (PhD in Physics) - Louisiana State University, Baton Rouge, 1990.

[6] TAMMANN, G. A. Supernova statistics and related problems. In: Supernovae: a survey of current research, Cambridge, 1981. **Proceedings...** Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1982. p. 371-403.

[7] BARISH, B. C. **The detection of gravitational waves with Ligo.** Disponível em: <http://citebase.eprints.org/cgiin/fulltext?format=application/pdf&identifier=oai%3AarXiv.org%3Agr-qc%2F9905026 >. Acesso em: 05 Nov. 2003.

[8] AGUIAR, O. D. et al. Prováveis Fontes candidatas à observação pelo detector de ondas gravitacionais Mário Schenberg. In: Reunião Anual da SAB, 25, 1999. Seção de posters. **Anais...** [S.l.]: SAB, 1999.

[9] HOUSER, J. L.; CENTRELLA, J. M.; SMITH, S. C. Gravitational radiation from nonaxisymmetric instability in a rotating star. **Physical Review Letters,** v. 72, n. 9, p. 1314-1317, Feb. 1994.

[10] ANDERSSON, N.; ARAÚJO, M. E.; SCHUTZ, B. F. Generalized Bohr-Sommerfeld formula for Schwarzschild black hole normal modes. **Classical and Quantum Gravity**, v. 10, n. 4, p. 757-765, Apr.1993.

[11] HAN, C.; GOULD, A. **Halo structure, masses of dark objects and parallax microlensing.** Disponível em:<http://arxiv.org/PS_cache/astro-h/pdf/9708/9708100. pdf >. Acesso em: 02 fev. 2003.

[12] AGUIAR, O. D. et al. Prováveis fontes candidatas à observação pelo detector de ondas gravitacionais Mário Schenberg In: REUNIÃO ANUAL SAB, 25., 1999, Caxambu. **Boletim da SAB**. São Paulo: SAB, v.19, p.35–35, 1999.

[13] CASTRO, C. S. **Estudos das fontes astrofísicas candidatas à observação pelo detector de ondas gravitacionais acopladas Mario Schenberg**. 2002. 117 p. Dissertação (Mestrado em Astrofísica) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2002.

[14] ROBERTSON, D. Different ways of detecting gravitational waves. In: Laser Interferometer space Antenna (ed). **A Cornerstone mission for the observation of gravitational waves.** Glasgow: System and technology study report. ESA-SCI, 2000. cap. 2, p. 35-36.

[15] BLAIR, D. G. Gravitational wave detector. In: BLAIR, D. G. (ed.). **The detection of gravitational waves**. Cambridge: Cambridge University Press, 1991. p. 345-372.

[16] WEBER, J. Detection and generation of gravitational waves. **Physical Review,** v.117, n.1, p.306-313, July 1960.

[17] WEBER, J. Observation of the thermal fluctuations of a gravitational-wave detector. **Physical Review Letter**, v. 17, n. 24, p. 1228-1230, Oct. 1966.

[18] RICHARD, J. P. A multimode antenna for the detection of short pulses of gravitational waves. In: MARCEL GROSSMANN MEETING ON GENERAL RELATIVITY, 2., 1979. **Proceedings...** Amsterdam: [S.n.], 1982. p. 1239-1244.

[19] RICHARD, J. P. Wide-band bar detectors of gravitational radiation. **Physical Review Letters**, v. 52, n. 3, p. 165-167, Jan. 1984.

[20] PRICE, J. C. Optimal design of resonant-mass gravitational wave antenna. **Physical Review D**, v. 36, n. 12, p. 3555-3570, July 1987.

[21] PALLOTINO, G. V. The resonant mass detectors of the Rome group. In: EDOARDO AMALDI CONFERENCE ON GRAVITATIONAL WAVE, 2., Geneva. **Proceedings...** Singapore: World Scientific Publishing Company, 1998. v.4, p. 105-113.

[22] GIFFARD, R. P. Ultimate sensitivity limit of a resonant gravitational wave antenna using a linear motion detector. **Physical Review D,** v. 14, n. 10, p. 2478-2486, Nov. 1976.

[23] LINTHORNE, N. P. et al. Recent results from the niobium gravitational radiation antenna at the University of Western Australia. In: MARCEL GROSSMANN MEETING ON GENERAL RELATIVITY, 7., 1994. **Proceedings...** Singapore: World Scientific Publishing Company, 1996. p. 228-231.

[24] PIZZELLA, G. The Ultra cryogenic gravitational wave antenna Nautilus. In: MARCEL GROSSMANN ON GENERAL RELATIVITY, 7., 1994. **Proceedings...** Singapore: World Scientific Publishing Company, 1996. p. 247-252.

[25] MERKOWITZ, S. M.; JOHNSON, W. W. Spherical gravitational wave antenna and the truncated icosahedrical arrangement. **Physical Review D**, v.51, n. 6, p. 2546-2558, Mar. 1995.

[26] JOHNSON, W. W.; MERKOWITZ, S. M. Truncated icosahedrical gravitational wave antenna. **Physical Review Letter**, v. 70, n. 16, p.2367-2370, Apr. 1993.

[27] FORWARD, R. L. Multidirectional, multipolarization antenna for scalar and tensor gravitational radiation. **General Relativity and Gravitation,** v.2, n.2, p.149-159, 1971.

[28] WAGONER, R. V.; PAIK, H. J. Multi-mode detection of gravitational waves by sphere. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON EXPERIMENTAL GRAVITATION, 1996, Pavia. **Proceedings...** Rome: Academia Nazionale dei Lincei, 1977. p. 257-266.

[29] COCCIA, E.; FAFONE, V. Study of coalescing binaries with spherical gravitational waves detectors. In: INTERNATIONAL WORKSHOP FOR OMNIDIRECTIONAL GRAVITATION OBSERVATORY, 1., São José dos Campos, 1996. **Proceedings...** Singapore: World Scientific Publishing Co, 1997. p.113-122.

[30] ASHBY, N.; DREITLEN, J. Gravitational waves reception by a sphere. **Physical Review D**, v.12, n.2, p.336-349, July 1975.

[31] MAGALHÃES, N. S. et al. Determination of astrophysical parameters from the spherical gravitational waves detectors data. **Monthly Notices of Royal Astronomical Society,** v. 274, n. 3, p. 670-678, June 1995.

[32] SOLOMONSON, N. D. et al. Comparative performance of a two, three, and four mode gravitational radiation detectors. **Physical Review D,** v. 46, n. 6, p.2299-2308, Sept. 1992.

[33] WAINSTEIN, L .A.; ZUBAKOV, V. D. Normal Random Variables and Random Processes. In: _____(ed). **Extraction of signals from noise**. New Jersey: Prentice-Hall, 1962. cap. 9, p. 307-321.

[34] SOLOMONSON, N. D. **Sensitive cryogenic transducer development and analyses for use on gravity wave detector**. 1990. 123 p. Thesis (PhD in Physics) - Louisiana State University, Baton Rouge, 1990.

[35] VEITH, P. J. Parametric transducer. In: BLAIR, D. G. (Ed.). **The detection of gravitational waves**. Cambridge: Cambridge University Press, 1991. cap. 8, p. 186-225.

[36] SOLOMONSON, N. et al. Construction and performance of a low noise inductive transducer for the Louisiana State University gravitational wave detector. **Review of Scientific Instruments,** v. 65, n. 1, p. 174-181, Jan.1994.

[37] ZINIU, G. **Advanced gravitational radiation transducers with small mass and ultra-low temperature SQUIDS**. 1989. 135p. Thesis (PhD in Physics) - Louisiana State University, Baton Rouge, 1989.

[38] TOBAR, M. E.; BLAIR, D. G. Parametric transducer for resonant bar gravitational wave antenna. **Journal of Physics D- Applied Physics,** v. 26, n. 12, p. 2276-2291, Dec.1993.

[39] MANLEY, J. M.; ROWE, H. E. Some general properties of nonlinear elements. General energy relations, 1. **Proceedings of the Institute of Radio Engineers**, v. 44, n. 7, p.904 – 913, 1956.

[40] TOBAR, M. E. **Parametric Transducer for the Next Generation of Cryogenically cooled Resonant Mass Gravitational Wave Detectors.** Nedlands, Australia: Department of Physics the University of Western Australia, 1998. Comunicação pessoal.

[40] TOBAR, M. E. **Parametric transducer for the next generation of cryogenically cooled resonant mass gravitational wave detectors.** [mensagem pessoal]. Nedlans, Australia: Department of Physics the University of Western Australia, 1998). Mensagem recebida por <andrade@iae.cta.br> em 08 maio 2002.

[41] THORNE, K. et al. The quantum limit for gravitational-wave detectors and methods of circumventing It. In: SOURCES OF GRAVITATIONAL RADIATION. Cambridge. **Proceedings...** Cambridge: Cambridge University Press, 1979. p.49-68.

[42] SPETZ, G. W. et al. Experimental verification of a single transducer back-action evading measurement scheme for a gravitational wave detector. **Physical Review Letters A**, v.104, n.6-7, p. 335-340, 1984.

[43] LANDAU, L.; LIFCHITZ, E. **Curso de Física:** mecânica. [S.l.]: Hemus, 1975.

[44] Hewlett Packard Product Notes. Phase noise characteristic of microwave oscillators. 11729-2. [S.l.]: Hewlett Packard Product Notes, 1985.

[45] DUFFILD, J. Low phase noise applications of the 8662 a and 8663. Applications Note 283-3. [S.l.]:Hewlett Packard. 1989.

[46] GOLDBERG, R. R. **Fourier transforms**. Cambridge: Cambridge University, 1961.

[47] LEE, T. H.; HAJIMIRI, A. Oscillator phase noise: a tutorial. **IEEE Journal of Solid-state circuit** , v.35, n. 3, p. 326-336, Mar. 2000.

[48] VAN DE ROES, G. T. Oscillators. In: _____(ed.). **Microwave Electronics Devices**. [S.l.]: Chapman & Hall, 1982. cap. 10, p. 285-311.

[49] KUROKAWA, K. Some basic characteristics of broadband negative resistance oscillators. **Bell System Technical Journal**, v. 48, n. 6, p. 1937-1955, July 1969.

[50] IVANOV E, N.; TOBAR, M. E. Low-noise microwave resonator oscillators: current status and future developments. **Bell System Technical Journal**, v. 48, p. 7-36, Jan.1969.

[51] ROBINS, W. P. **Phase noise in signal sources:** theory and applications. London: Peregrinus on behalf of the IEE, 1984. cap. 5, p. 47-74.

[52] BEURLE, R. L. **Comparison of the noise, and random frequency and amplitude fluctuations in different types of oscillators**. [S.l.]: IEE, 1956. (Proceedings IEE, part B, v. 103).

[53] LEESON, D. B. Simple model of feedback oscillator noise spectrum. **Proceedings of The Institute of Electrical and Electronics Engineers**, v. 54, n.2 , p. 329-330, 1966.

[54] TOBAR, M. E. Electric noise measurement. In: WEBSTER, J. G. (ed.). **Encyclopedia of electrical and electronic engineering.** New York: Wiley, 1999. v. 6, p. 324-336.

[55] TSARAPKIN, D. P.; KOMAROV, V. S. Microwave oscillator with combined frequency stabilization system. In: _____(eds.). **Proceedings Moscow Power Engineering Institute Theory Oscillations Radio-Transmitting Devices**. Moscow: [S.n.], 1973. v. 151, p. 82–86.

[56] KILDER, L. et al. A proposal for improving the noise floor of the gravitational wave antenna niobe. **Classical and Quantum Gravity**, v.19, n.7, p.1967-1972, 2002.

[57] SANTIAGO, D. G.; DICK, G. J. Microwave frequency discriminator with a cooled sapphire resonator for ultra-low phase noise. In: FREQUENCY CONTROL SYMPOSIUM, 46th., 1992, Hershey. **Proceedings ...** Hershey, PA: IEEE, 1992. p. 176–182.

[58] CALANI, Z. et al. Analysis and design of a single-resonator GaAs FET oscillator with noise degeneration. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. MTT-32, n. 12, p. 1556-1565, Dec.1984.

[59] IVANOV, E. N.; TOBAR, M. E.; WOODE, R. A Advanced phase noise suppression technique for next generation of ultra low-noise microwave oscillators. In: IEEE INTERNATIONAL FREQUENCY CONTROL SYMPOSIUM. 1995. **Proceedings...** [S.l.]: IEEE, 1995.

[60] WOODE, R. A. et al. Applications of interferometric signal processing to phase-noise reduction in microwave oscillators. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 46, n. 10, p. 1537-1545, Oct. 1998

[61] Woode, R. A. et al. An ultra low-noise microwave oscillators based on high-Q liquid nitrogen cooled sapphire resonator. **IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and frequency control,** v. 43, n. 5, p. 936-941, Sept.1996.

[62] COLLINS, R. E. **Foundations for microwave engineering**. New York: McGraw-Hill, 1966.

[63] MAYSTRE, D.; VINCENT, P.; MAGE, C. J. Theoretical and experimental study of the resonant frequency of a cylindrical dielectric resonator. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. MTT-31, n.10, p. 844-848, Apr. 1983.

[64] “Application Note 821”, Temperature Stable Microwave Ceramics, Designers Guide, Trans-Tech, 1995

[65] PRICE, T. J; IDDLES, D. M.; CANNELL, D. S. Progress in the understanding, design and processing of new and improved ceramic resonator materials. In: FILTRONIC ENGINEERING CONFERENCE. 1999, Baildon. **Proceedings...** Baildon, West Yorkshire: [S.n.], 1999.

[66] COHN, S. B. Microwave bandpass filters containing high-q dielectric resonators. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. MTT-16, n.11, p. 218-227, Nov. 1977.

[67] KUROKAWA, K. Injection locking of microwave solid-state oscillators. **Proceedings IEEE**, v. 61, n. 10, p. 1386-1410, Oct.1973.

[68] ADLER, R. K. A study of locking in oscillators. **Proceedings IEEE**, v. 61, n. 10, p. 1380-1385, Oct.1973.

[69] LEE, P.J.; DELFYETT, Jr, W. Dual-mode injection locking of two independent modes locked semiconductor laser oscillators. **Electronics Letters**, v. 40, n. 19, Sept.2004.

[70] XIAOLUE, L.; ROYCHOWDHURY, J. Capture oscillator injection locking via nonlinear phase domain macro models. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, v. 52, n. 9, p. 2251-2261, Sept.1996.

[71] TOBAR, M. E. Residual phase noise in amplifiers. Department of Physics the University of Western Australia, Nedlands, WA Australia, 1998. [Comunicação pessoal].

[72] FLORY, C. A.; TABER, R. C. High performance distributed Bragg reflector microwave resonators. **IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectric Frequence Control**. v.44, p. 486-495, 1997.

[73] ANDRADE, L. A. **Cálculo do ruído de uma antena esférica para ondas gravitacionais acopladas a transdutores paramétricos.** 1999. 101 p. Dissertação (Mestrado em Astrofísica) - Instituto de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1999.

APÊNDICE A

FIGURA DE RUÍDO E TEMPERATURA DE RUÍDO

Uma forma útil de caracterizar e comparar o desempenho de ruído em dispositivos lineares é através de um parâmetro conhecido como *figura de ruído*. Por exemplo, em um dispositivo linear de duas portas podemos várias fontes de ruídos. Tais como, ruído térmico da saída do resistor o qual entra no dispositivo, a densidade espectral, denominadas de $N_{in}(f)$. Se os dispositivos têm ganhos de potência, $G(f)$ e densidade espectral de ruído na saída do dispositivo $N_S(f)$. Desta forma, se o dispositivo é livre de ruído então $N_S(f) = G(f)N_{in}(f)$ e a figura de ruído seria uma unidade. Entretanto, se o dispositivo tem ruído próprio, então: $N_S(f) > G(f)N_{in}(f)$ e a figura de ruído pode ser calculada por:

$$F = \frac{N_S(f)}{N_{Ent}(f)G(f)} \tag{A.1}$$

A figura de ruído é geralmente expressa em $dB's\,(10\log F)$. A figura de ruído para todos os elementos ativos é sempre maior do que uma unidade quando existe ruído extra. Entretanto, quando comparamos muitos sistemas de ruídos e componentes, a figura de ruído pode ser próxima à unidade tornando a comparação difícil.

Uma outra maneira útil para comparar o mérito relativo de sistemas complexos é pela temperatura de ruído. A Figura A.1 mostra um dispositivo linear de duas portas, com impedância de entrada casada à impedância do dispositivo. A potência de entrada e saída no dispositivo é dada respectivamente por: N_{in} e N_S. A contribuição de ruído do dispositivo é dada por $N_{Disp} = GkT_{ef}\Delta f$.

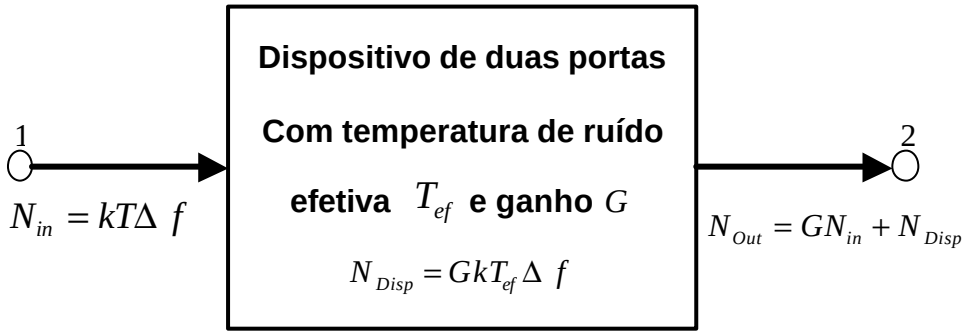

FIGURA A.1: Representação de um dispositivo linear de duas portas.

A figura de ruído do dispositivo é dada por:

$$F = \frac{N_S(f)}{N_{Ent}(f)G} = \frac{T + T_{efe}}{T} \tag{A.2}$$

nas quais, T é a temperatura termodinâmica e T_{efe} é a temperatura de ruído efetiva. Rearranjando a equação acima, a temperatura de ruído efetiva torna-se:

$$T_{efe} = T(F - 1) \tag{A.3}$$

Similarmente esta técnica pode ser aplicada quando componentes múltiplas são conectadas em série. A temperatura de ruído efetiva pode então se calculada pela fórmula de Friss:

$$T_{efe} = T_1 + \frac{T_2}{G_1} + \frac{T_3}{G_1 G_2} + \cdots \frac{T_N}{G_1 \cdots G_{N-1}} \tag{A.4}$$

aqui T_1, T_2, T_3 e G_1, G_2, G_3 são as temperaturas de ruído efetiva e o ganho de potência das componentes 1,2 e 3 respectivamente (a componente 1 é o primeiro estágio após a entrada). Entretanto, a contribuição de ruído nos seguintes estágios é reduzida e podem ser consideradas insignificantes se o ganho do primeiro estágio, G_1 é grande [60]. Isto é especialmente útil quando estamos procedendo com sistemas complexos onde componentes tais como amplificadores e mixes são utilizados em conjunção com outros tipos.