



Ministério da
Ciência e Tecnologia



sid.inpe.br/mtc-m19/2010/10.06.17.24-TDI

MÉTODOS NÃO LINEARES APLICADOS AO ESTUDO DA DINÂMICA IONOSFÉRICA

Wanderson Muniz Santana

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Geofísica Espacial, orientada
pelos Drs. Jonas Rodrigues de Souza, e Mangalathayil Ali Abdu.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/38CJC52> >

INPE
São José dos Campos
2010

PUBLISHED BY:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE (RE/DIR-204):**Presidente:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Membros:

Dr^a Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr^a Regina Célia dos Santos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Dr. Ralf Gielow - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr. Wilson Yamaguti - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr. Horácio Hideki Yanasse - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Deicy Farabello - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Vivêca Sant'Ana Lemos - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da
Ciência e Tecnologia



sid.inpe.br/mtc-m19/2010/10.06.17.24-TDI

MÉTODOS NÃO LINEARES APLICADOS AO ESTUDO DA DINÂMICA IONOSFÉRICA

Wanderson Muniz Santana

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Geofísica Espacial, orientada
pelos Drs. Jonas Rodrigues de Souza, e Mangalathayil Ali Abdu.

URL do documento original:

<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/38CJC52> >

INPE
São José dos Campos
2010

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Santana, Wanderson Muniz.

Sa59m Métodos não lineares aplicados ao estudo da dinâmica ionosférica / Wanderson Muniz Santana. – São José dos Campos : INPE, 2010.

xxvi+ 196 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m19/2010/10.06.17.24-TDI)

Tese (Doutorado em Geofísica Espacial) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2010.

Orientadores : Drs. Jonas Rodrigues de Souza, e Mangalathayil Ali Abdu.

1. Caos. 2. Interação onda-onda. 3. Turbulência. 4. Ionosfera. 5. Métodos não lineares. I. Título.

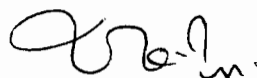
CDU 523.4-853

Copyright © 2010 do MCT/INPE. Nenhuma parte desta publicação pode ser reproduzida, armazenada em um sistema de recuperação, ou transmitida sob qualquer forma ou por qualquer meio, eletrônico, mecânico, fotográfico, reprográfico, de microfilmagem ou outros, sem a permissão escrita do INPE, com exceção de qualquer material fornecido especificamente com o propósito de ser entrado e executado num sistema computacional, para o uso exclusivo do leitor da obra.

Copyright © 2010 by MCT/INPE. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, microfilming, or otherwise, without written permission from INPE, with the exception of any material supplied specifically for the purpose of being entered and executed on a computer system, for exclusive use of the reader of the work.

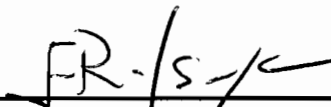
Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de Doutor(a) em
Geofísica Espacial

Dr. Polinaya Muralikrisna



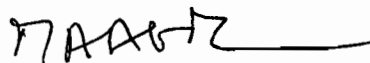
Presidente / INPE / São José dos Campos - SP

Dr. Jonas Rodrigues de Souza



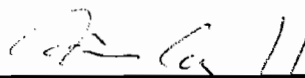
Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dr. Mangalathayil Ali Abdu



Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dra. Alícia Luiza Clúa de Gonzalez Alarcon



Membro da Banca / INPE / SJCampos - SP

Dr. Ivan Jelinek Kantor



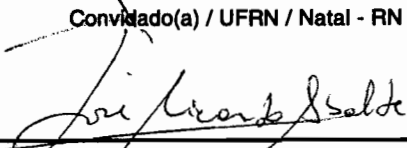
Membro da Banca / INPE / SJCampos - SP

Dr. Gilberto Corso



Convidado(a) / UFRN / Natal - RN

Dr. José Ricardo Abalde Guede



Convidado(a) / UNIVAP / São José dos Campos - SP

Aluno (a): Wanderson Muniz de Santana

São José dos Campos, 15 de outubro de 2010

*“ Um bom mestre é aquele ensina, esclarece e nos deixa livre para
fazermos nossas escolhas!”*

EU ...

“Não são respostas que motivam uma tese; são perguntas.”

EU TAMBÉM...

“Nós propomos; a vida nos garante.”

ALAN BRITO

*Em memória de **Evandro Ferraz** ... um grande amigo.*

RESUMO

Neste trabalho nós investigamos a dinâmica de dois osciladores de Van der Pol que representam o acoplamento da região F equatorial com as regiões E conjugadas através das correntes alinhadas às linhas de campo atuando como linhas de transmissão. Nossa atenção está voltada para ao efeito das mudanças no acoplamento eletrodinâmico entre as regiões E e F devido às variações na condutividade/resistividade ionosférica nos pontos conjugados. Avaliamos então essas variações a partir da teoria do caos. Propriedades estatísticas e escalares das flutuações ionosféricas também foram analisadas em detalhes. Utilizamos funções de estrutura, função de densidade de probabilidade (PDF's) e análise de bicoerência em dados de flutuações de cintilação, como um método de se extrair informações da natureza intermitente da ionosfera. Demonstramos ainda que devido a ação combinada de um forçante externo e/ou instabilidades internas a equação de Navier-Stokes é um poderoso modelo para representar a dinâmica equatorial da ionosfera. Todos os resultados a serem apresentados sugerem que um grande número de interações não lineares estão presentes e têm um papel crucial no desenvolvimento e manutenção das irregularidades ionosféricas da região equatorial e de baixa latitude.

NONLINEAR COMPUTATIONAL METHODS APPLIED TO STUDY OF THE IONOSPHERIC DYNAMIC

ABSTRACT

In this work we investigate the dynamic of the two Van der Pol oscillator that represent the coupling of the equatorial F region with the conjugate E regions through field-aligned currents (FACs) act as transmission lines. We focus our attention to effect of changes in the electrodynamic coupling between E and F regions due to variations of the ionospheric's conductivity/resistivity in the conjugate E regions. Then evaluated these variations from the point of view chaos theory. Also the statistical and scaling properties of ionosphere fluctuations have been analysed in detail. We use structure functions, probability density functions (PDFs) and bicoherence analysis in scintillation fluctuation data, which provide methods for deriving information about intermittency nature of the ionosphere. We demonstrate still that due combined actions of external forcing and/or internal instability the Navier-Stokes equation is a powerfull model to represent the equatorial dynamic. All results suggest that a large number of nonlinear interactions are involved and have a critical role in the equatorial and low latitude ionospheric irregularity development.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Camadas da atmosfera neutra de acordo com suas temperaturas e camadas ionizadas em função de suas concentrações de elétrons.	6
2.2 Representação esquemática do dínamo produzido por ventos na região F equatorial. O vento $\mathbf{U}$ é perpendicular ao plano da figura e aponta para leste. O circuito é fechado pela corrente paralela às linhas de campo, $J_{\parallel}$ e pela corrente da região E que curto-circuita o sistema.	10
2.3 Ilustração do efeito fonte.	11
2.4 a) Derivas zonais de plasma da região F equatorial para várias estações e condições solares. b) Componente vertical da deriva, positiva para movimentos verticais para cima.	12
2.5 Relação entre a escala de comprimento das irregularidades da região F e o tipo de técnica usada em sua detecção.	13
2.6 Observações de plumas obtidas a partir de medidas com radar de espalhamento coerente.	17
2.7 Sobreposição de curvas de velocidade medidas pelo radar de espalhamento incoerente do Rádio Observatório de Jicamarca, Peru, em diferentes alturas. pontos das curvas denotam pequeno gradiente vertical de velocidade e a presença de <i>Spread-F</i> durante a noite, iniciando-se pouco depois do pôr-do-Sol.	18
2.8 Perfil de densidade eletrônica obtido com foguete.	19
2.9 Ionogramas representativos de um período a) sem a ocorrência de espalhamento e b) com ocorrência de espalhamento, medido em Cachoeira Paulista.	22
2.10 Comparação entre as imagens de OI 630.0 e OI 555.7. Paineis da esquerda: OI 630.0 (topo) e OI 557.7 (base) às 01:09 UT; Paineis da direita: mesmo que da esquerda, para em 01:45 UT.	24
2.11 Elevação e azimute da trajetória do satélite (painel da esquerda) e amplitude do sinal e conteúdo eletrônico total (painel da direita).	26
3.1 Modelo de Farley et al. (1986b) para a explicação do pico pré-inversão da deriva vertical de plasma da região F equatorial.	31

3.2	Relação geométrica entre a linha do terminadouro e a linha de força do campo magnético na região equatorial. Em (a) as linhas estão paralelas, enquanto que em (b) não estão.	32
3.3	a) Representação esquemática do acoplamento entre as regiões E e F da ionosfera com b) os respectivos circuitos RLC acoplados.	34
3.4	Terra em coordenada cartesiana com as projeções de uma linha de campo magnético (s) e um elemento $W_x \times W_y$ do tubo de fluxo.	38
3.5	Séries temporais do campo magnético obtidas pelo satélite CHAMP em coordenadas do campo magnético médio (MFA) e o corresponde registro da densidade eletrônica obtida pelo PLP (<i>Planar Langmuir Probe</i> , ou sonda plana de Langmuir). Em (a) os dados mostram a ausência de espalhamento, em (b) temos assinatura de espalhamento somente no hemisfério norte e em (c) em ambos os hemisférios magnéticos.	48
3.6	Distribuição global com todos os eventos de espalhamento observados pelo satélite CHAMP no período de 2001 a 2004, e para $Kp < 3$, incluindo todas as estações do ano.	49
3.7	Visão esquemática das FACs conectando o gerador da região F com os pontos conjugados da ionosfera na região E baseada nos dados do satélite CHAMP.	50
3.8	(a) Visão global do diagrama de bifurcação, com I_1 em função de μ_1 e, (b) máximo expoente de Lyapunov λ_{max} também em função de μ_1 . Valores positivos de λ_{max} indicam um comportamento caótico e λ_{max} negativo indica ordem. As setas indicam uma janela periódica de período-5.	57
3.9	Diagrama de bifurcação e expoentes de Lyapunov: janela periódica de período-5. IC denota a crise interior e SNB denota a bifurcação sela-nó. (a) Ampliação do diagrama de bifurcação indicado pela seta na Figura (3.8), com I_1 em função de μ_1 . A linha tracejada nessa figura indica as UPOs criadas na SNB. (b) A linha contínua indica o máximo expoente de Lyapunov λ_{max} também em função de μ_1 , onde valores positivos de λ_{max} indicam um comportamento caótico e λ_{max} negativo indica ordem. As linhas tracejadas indicam os demais expoentes de Lyapunov.	59
3.10	(a) Diagrama de bifurcação, (b) mapa espectral, com a escala de cor indicando a amplitude das frequências e (c) Máximo expoente de Lyapunov λ_{max} (linha contínua) e demais expoentes de Lyapunov (linhas tracejadas).	61

3.11	Visão geral para a dinâmica do modelo ionosférico de Van de Pol acoplado. Máximos expoentes de Lyapunov em função de μ_1 e μ_2 . A cor cinza representa comportamento periódico, branco comportamento quase-periódico e preto comportamento caótico. Uma mesma condição inicial foi adotada para cada par ordenado.	65
3.12	(a) [painel esquerdo] - hora local do pôr do Sol nos pontos conjugados da camada E (linha da direita ponto conjugado norte, esquerda ponto conjugado sul) e [painel direito] - representação empírica da ocorrência de irregularidades. (b) [painel esquerdo] - diferença entre os parâmetros de amortecimento, proporcional à hora local do por do Sol nos pontos conjugados (linha da direita parâmetro μ_2 , e esquerda μ_1) e [painel direito] - diferença dos parâmetros de controle para o espaço de fase do expoente de Lyapunov em função do parâmetro de controle μ_1	68
4.1	a) Série temporal do sinal gerado aleatoriamente e b) seu respectivo espectro de potência.	82
4.2	a) Mapa espectral para toda a série temporal simulada e b) seus respectivos biespectro (esquerda) e bicoerência (direita).	83
4.3	a) Conjunto total da evolução temporal das amplitudes do campo magnético e b) uma ampliação da região indicada pela seta.	84
4.4	a) Espectro de potência da máxima variância das regiões up- e downstream e b) intensidade dos níveis de bicoerência medida no upstream. . .	85
4.5	Ocorrência de irregularidades que causam cintilações medidas em Cachoeira Paulista em 2002.	87
4.6	a) Variação da amplitude das perturbações da componente $\mathbf{H}$ do campo geomagnético para o dia 27/01/2002, b) perturbações da componente $\mathbf{Z}$. Como caracterização do estado geofísico da Terra os índices c) AL e d) SYM-H são apresentados.	91
4.7	a) Dados da componente $\mathbf{H}$ das flutuações do campo geomagnético, b) perturbações da componente $\mathbf{Z}$, e dados geomagnéticos do WDC-Kyoto c) AL e d) SYM-H para a tempestade do dia 01/02/2002.	92
4.8	a) Variação do TEC vertical sobre São José dos Campos obtido a partir de medidas da fase, b) flutuações das cintilações, c) mapa espectral, d) skewness e e) kurtosis para o dia 27 de janeiro de 2002.	95
4.9	a) Variação do TEC vertical sobre São José dos Campos obtido a partir de medidas da fase, b) flutuações das cintilações, c) mapa espectral, d) skewness e e) kurtosis para o dia 01 de fevereiro de 2002.	97

4.10	a) Espectro de potências das Δ Cintilações para dia 27/01/2002 e b) para o dia 01/02/2002. Os valores destacados com as setas indicam modos de oscilação que apresentam coerência de fase.	98
4.11	a) Função de estrutura normalizada das Δ Cintilações, com várias ordens de q , entre 1 e 6, para o período do dia 27 de janeiro de 2002 analisado e b) o correspondente expoente $\zeta(q)$ versus q , e comparado com a previsão de Kolmogorov $q/3$. O desvio dos resultados observacionais (linha tracejada com as barras de erro) da previsão de Kolmogorov (linha contínua) mostra claramente que o plasma ionosférico é intermitente. Os gráficos c) e d) correspondem ao intervalo de dados analisados do dia 1 de fevereiro de 2002.	100
4.12	a) Função de densidade de probabilidade (PDF) das flutuações de cintilação e b) resultados de bicoerência, ambos para o dia 27/01/2002. . . .	102
4.13	a) Função de densidade de probabilidade (PDF) das flutuações de cintilação e b) resultados de bicoerência, ambos para o dia 01/02/2002. . . .	103
5.1	Mapas de deriva de plasma usando dados de Jicamarca. a) $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ para o dia 24 de fevereiro de 1996, b) dia 8 de abril de 1997 e c) 17 de setembro de 1996.	111
5.2	Retratos da simulação da equação de Navier-Stokes mostrando a dinâmica evolução do plasma ionosférico. Na parte superior de cada retrato temos a densidade do plasma representado como uma superfície normalizada, e na parte inferior a mesma densidade registrada em escala de cinza.	114
5.3	Sistema de coordenadas adotado.	124
5.4	Resultados numéricos para o modelo proposto. A sequência de imagens apresenta a evolução não-linear da densidade do plasma ionosférico. As áreas mais claras dos gráficos representam regiões de maior densidade eletrônica.	138
5.5	a) Diagrama esquemático da instabilidade Rayleigh-Taylor na geometria equatorial. A corrente $\mathbf{J}$ representada no campo superior direito é aquela gerada por um campo $\mathbf{E}_0$ dirigido para leste e relacionado com a corrente $\mathbf{J}$ da condutividade Pedersen. b) Retrato da dinâmica evolução da densidade do plasma ionosférico, ainda com escoamento aproximadamente linear.	140

5.6	Resultados numéricos do campo vetorial de velocidade do escoamento normalizado em função dos perfis de densidade do plasma ionosférico a cada interação.	142
5.7	Resultados numéricos para o modelo proposto. A sequência de imagens apresenta a evolução não-linear da densidade do plasma ionosférico. As áreas mais claras dos gráficos representam regiões de maior densidade eletrônica.	145
6.1	Fluxograma reproduzindo nosso entendimento quanto ao regime não linear existente no sistema ionosférico.	151

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
2 IONOSFERA	5
2.1 INTRODUÇÃO	5
2.2 SISTEMA TERMOSFERA-IONOSFERA EQUATORIAL E DE BAIXA LATITUDE	9
2.3 PICO PRÉ-INVERSÃO DA DERIVA VERTICAL DO PLASMA IO- NOSFÉRICO	11
2.4 ESTUDOS EXPERIMENTAIS DE IRREGULARIDADES DO PLASMA DA REGIÃO F EQUATORIAL	13
2.4.1 RADARES	14
2.4.1.1 ESPALHAMENTO COERENTE E INCOERENTE	15
2.4.1.2 ESPALHAMENTO COERENTE	15
2.4.1.3 ESPALHAMENTO INCOERENTE	17
2.4.2 FOGUETES	19
2.4.3 IONOSSONDAS	20
2.4.4 LUMINESCÊNCIA ATMOSFÉRICA	23
2.4.5 CINTILAÇÃO	25
3 CAOS NO AMBIENTE IONOSFÉRICO	27
3.1 INTRODUÇÃO	27
3.2 ACOPLAMENTO IONOSFÉRICO	29
3.3 MODELO DE UM CIRCUITO IONOSFÉRICO	32
3.4 MODELO DE VAN DER POL ACOPLADO APLICADO À IONOSFERA	44
3.5 FÍSICA DO FORÇANTE IONOSFÉRICO	45
3.6 CAOS NO ACOPLAMENTO DAS REGIÕES E E F DA IONOSFERA	52
3.7 DINÂMICA IONOSFÉRICA GLOBAL	62
3.8 DISCUSSÃO	70
4 INTERMITÊNCIA NA IONOSFERA DE BAIXA LATITUDE	73
4.1 INTRODUÇÃO	73
4.2 MÉTODOS DE ANÁLISE NÃO LINEARES EM DADOS	76

4.2.1	TESTE DE BIESPECTRO E BICOERÊNCIA	80
4.2.2	APLICAÇÃO À FÍSICA DE PLASMA	83
4.3	INTERMITÊNCIA IONOSFÉRICA EM DADOS DE CINTILAÇÃO . .	85
4.3.1	ANÁLISE DOS DADOS DE CINTILAÇÃO	89
4.3.2	ASPECTOS NÃO-LINEARES DOS DADOS DE CINTILAÇÃO . . .	104
4.4	AVALIAÇÃO DAS TÉCNICAS	105
5	DINÂMICA TURBULENTA DO PLASMA IONOSFÉRICO .	107
5.1	INTRODUÇÃO	107
5.2	TURBULÊNCIA IONOSFÉRICA	110
5.3	REVISÃO HISTÓRICA SOBRE TURBULÊNCIA	116
5.3.1	EQUAÇÃO DE CONTINUIDADE	118
5.3.2	EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO DE MOVIMENTO	119
5.3.3	EQUAÇÃO DE VORTICIDADE	121
5.4	MODELO DE TURBULÊNCIA	122
5.4.1	MODELO TEÓRICO DA TURBULÊNCIA IONOSFÉRICA	123
5.4.2	MÉTODO NUMÉRICO	129
5.4.3	RESULTADOS NUMÉRICOS	136
5.5	DISCUSSÃO	144
6	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	147
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	153
	ANEXO A - SÉRIE DE FOURIER	165
	ANEXO B - CÓDIGO DIAGRAMA DE BIFURCAÇÃO	173
	ANEXO C - CÓDIGO DAS EQUAÇÕES DE TURBULÊNCIA . .	177

1 INTRODUÇÃO

Como qualquer outro fenômeno natural, o estudo do sistema ionosférico está limitado a percepção que temos da sua dinâmica. Ainda assim, podemos extrair dessa limitação lições com as quais aprendemos sobre o seu comportamento. E a principal delas talvez seja reconhecer que se trata de um sistema muito complexo. Cada região da ionosfera assim como cada um dos seus constituintes, como discutiremos a seguir, interage com outras partes, outros constituintes; a resposta dessas interações não parece ser simplesmente proporcional à força aplicada ou à parcela de energia transferida. Ao contrário, como resultado o que verificamos é um comportamento muitas vezes desordenado, imprevisível, caótico, ou ainda turbulento, intercalado pela existência de estruturas que emergem de maneira coerente, gerando uma aparente ordem no sistema.

Diante das diversas situações com as quais podemos nos deparar sobre o comportamento da dinâmica ionosférica, apresentaremos nesta tese formas alternativas de aproximarmos a descrição da sua natureza complexa. Nosso objetivo portanto é apresentar o que consideramos ser um número razoável de técnicas não lineares aplicadas ao estudo do comportamento dinâmico da ionosfera. E o primeiro problema que iremos investigar será o acoplamento eletromagnético entre duas regiões da ionosfera. O diferencial da abordagem a ser apresentada é o fato de fornecermos uma interpretação física/matemática mais simples da que comumente compõe a literatura para esse problema, e a aplicação de teoria de sistemas dinâmicos para se discutir seu comportamento.

Para sistemas muito complexos, no entanto, a dinâmica é tão complicada que o mais conveniente talvez seja uma descrição estatística não-linear do fenômeno. Como detalhamos ao longo da tese, uma gama de fenômenos não-lineares podem ser encontrados no sistema ionosférico, sendo grande parte deles descritos como ondas magnetohidrodinâmicas (MHD) que podem ser representadas como uma superposição de ondas com frequências, amplitudes e fases características. Interações não-lineares entre essas ondas são comumente produzidas por uma forte correlação das fases dessas oscilações. O entendimento dos mecanismos responsáveis por essas interações é essencial para o estudo do clima ionosférico. E assim, abordamos também nesta tese alguns processos de transporte de energia, que muito provavelmente ocorrem de maneira intermitente (ou turbulenta). Nesse contexto, iniciamos nossas investigações do provável comportamento intermitente em dados do plasma ionosférico através

de métodos estatísticos para a análise da dinâmica espaço-temporal, a fim de se possibilitar outras formas de caracterização dos processos presentes na geração e/ou manutenção das irregularidades ionosféricas.

Os métodos estatísticos que serão apresentados neste trabalho têm por fundamentação teórica a descrição de fluidos turbulentos. Em princípio, um fluxo turbulento é governado pela equação de Navier-Stokes. Um estudo da dinâmica bi-dimensional do sistema ionosférico baseado na equação de Navier-Stokes será apresentado em capítulo específico dessa tese. Os termos não-lineares presentes nessa equação fazem com que sua solução analítica seja possível em poucos casos, impondo-se aproximações específicas. Sendo assim, uma alternativa para investigarmos a dinâmica desse sistema foi o modelamento numérico em duas dimensões que desenvolvemos.

Devemos ressaltar que as aproximações e hipóteses admitidas aqui foram influenciadas pela descrição de fenômenos já observados e medidos de maneira apropriada no sistema ionosférico, e que serão referenciados ao longo do texto. Entretanto, acreditamos que algumas características presentes na ionosfera e encontradas também em maior ou menor grau em outros sistemas complexos (como o plasma espacial, o meio astrofísico, sistemas biológicos, dinâmica atmosférica, entre outros) devem ser discutidas. Por exemplo, nossa interpretação é que o sistema ionosférico é de fato:

- a) um sistema dinâmico em evolução constante, formado de um grande número de unidades, ou seja, compostas de estruturas espaciais locais e globais.
- b) é um sistema aberto, interagindo com o meio ambiente (tanto terrestre como espacial).
- c) produz respostas aos estímulos recebidos, sendo que essas respostas não guardam uma simples relação de proporcionalidade, pois o sistema é não-linear.
- d) o estímulo recebido pode ser excitatório ou inibitório, o que implica que existem determinados níveis de saturação de energia para a ocorrência de mudança da sua dinâmica.
- e) apesar de ser um sistema adaptativo, parece possuir uma memória em função da interação com o meio ambiente.

- f) apresenta auto-organização de forma espontânea, criando ordem a partir de um estado desordenado.
- g) possui múltiplos estados, ou usando linguagem de sistemas dinâmicos, apresenta conjunto atratores, onde um conjunto atrator de um sistema dinâmico é uma situação para a qual muitos de seus possíveis estados iniciais tendem, após um tempo suficientemente longo.

Verificamos e vamos expor nesta tese que progressos importantes para a compreensão da dinâmica não-linear da ionosfera foram obtidos nos últimos anos. Porém, como muitos desses progressos ainda carecem de maior divulgação, nos empenhamos em apresentar um conjunto de técnicas e modelos não-lineares aplicados ao estudo da dinâmica do plasma ionosférico, com o objetivo de se adaptar técnica, modelos e linguagem dessas ferramentas à investigação da ionosfera.

Sendo assim, dividimos esse trabalho em mais cinco capítulos. No Capítulo 2 faremos uma revisão do objeto de estudo - a ionosfera.

Diante do que consideramos ser um escalonamento nas técnicas de investigação para o plasma ionosférico, apresentamos no Capítulo 3 um modelo não-linear baseado em teoria de caos, a fim de investigarmos a influência do acoplamento eletrodinâmico entre as regiões E e F da ionosfera. Uma detalhada dedução matemática para o modelo será apresentada, seguida dos resultados numéricos, bem como, das conclusões que a teoria de sistemas dinâmicos nos permite serem feitas.

No Capítulo 4, apresentamos uma extensa discussão e aplicação sobre métodos não-lineares de análise em dados. Formalizamos os métodos, assim como, adaptamos sua linguagem de interpretação ao problema ionosférico.

No Capítulo 5 é apresentado mais um modelo não-linear para o estudo da dinâmica ionosférica. Tratamos o problema da evolução das irregularidades na região F da ionosfera sobre a ótica dos mecanismos de turbulência, baseado na equação de Navier-Stokes para o caso ionosférico.

No Capítulo 6 desenvolvemos nossas considerações finais, e apresentamos alguns aspectos de possíveis investigações futuras.

2 IONOSFERA

2.1 INTRODUÇÃO

A ionosfera pode ser definida como um meio eletricamente condutor atribuído à radiação solar sobre as camadas superiores da atmosfera, à radiação cósmica ionizante e a precipitação de elétrons, fenômenos que em conjunto produzem um plasma que se estende até 1000 km, aproximadamente (RATCLIFFE, 1972). Seu estudo é interessante e importante devido às suas propriedades elétricas e térmicas. Devido à ampla influência da gravidade, a atmosfera terrestre e a ionosfera apresentam inicialmente uma configuração horizontal estratificada, e convencionalmente dividida em camadas, com base na estrutura vertical de parâmetros diferentes. A estrutura da atmosfera pode ser perfeitamente organizada a partir da representação do seu perfil de temperatura, enquanto a organização da ionosfera tem por base a distribuição do perfil de densidade do plasma.

Em termos da temperatura a divisão da atmosfera compreende quatro camadas, a saber: troposfera, estratosfera, mesosfera e termosfera. A troposfera se estende até aproximadamente 15 km e apresenta seu perfil de temperatura diminuindo com a altura. Entre 15 e 50 km, na estratosfera, a temperatura aumenta com o aumento da altitude. Na mesosfera, situada entre 50 e 80 km, a temperatura volta a diminuir com a altura. Por fim, na termosfera a temperatura cresce com a altura até atingir um limite máximo, a temperatura exosférica. Essas faixas de altura variam a depender da posição geográfica e hora local, servindo os limites acima como referência. Entre duas camadas existem ainda as chamadas pausas (tropopausa, estratopausa, mesopausa), cuja característica é apresentar um gradiente de temperatura nulo. Na Figura (2.1) a curva em vermelho mostra a divisão da atmosfera em termos da temperatura. Observe que a escala de temperatura está invertida (WHITTEN; POPPOFF, 1971).

Devido a ação da radiação solar em diferentes composições e alturas da atmosfera, a ionosfera pode ser dividida em regiões ou camadas que diferem entre si basicamente por processos físicos e químicos que controlam o comportamento de cada camada. Essas regiões são identificadas pelos símbolos D , E e F , conforme ilustrado na Figura (2.1) pela linha azul. Apresentamos a seguir um resumo das principais características de cada camada, a partir das suas fontes ionizantes e constituintes.

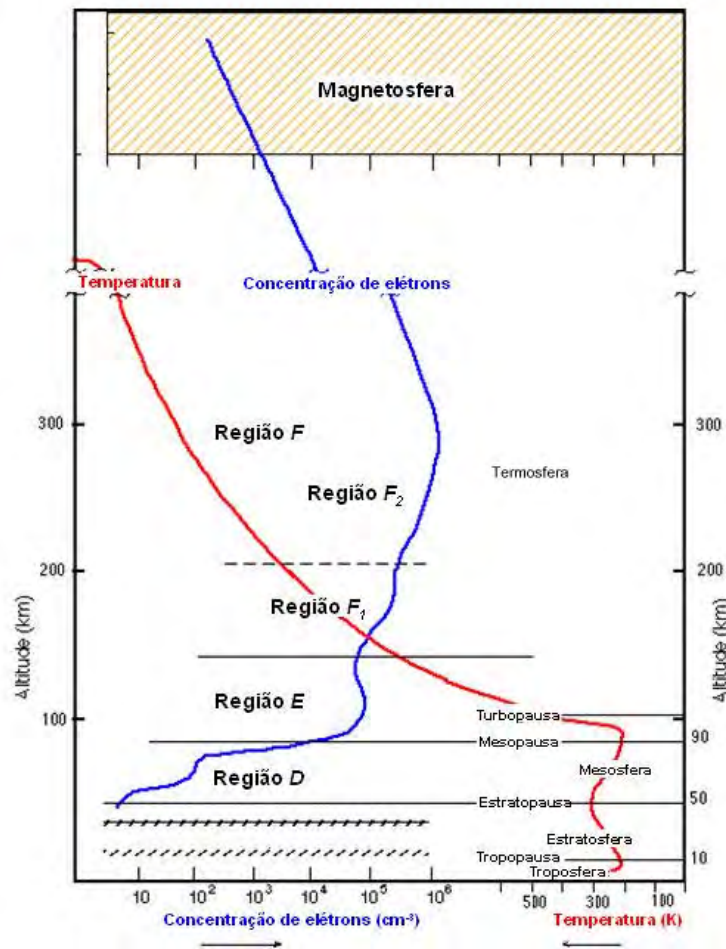


Figura 2.1 - Camadas da atmosfera neutra de acordo com suas temperaturas e camadas ionizadas em função de suas concentrações de elétrons.

Fonte: Adaptada de Whitten e Poppoff (1971).

Camada D

A camada D é a mais inferior da ionosfera, entre ~60 e 90 km acima da superfície da Terra. Apresenta a menor densidade eletrônica entre todas as regiões ionosféricas. A ionização aqui se deve à radiação Lyman α , com um comprimento de onda de 121.5 nanômetros (nm), ionizando o óxido nítrico (NO^+). Além disso, em períodos de alta atividade solar, raios X-duros (comprimento de onda < 1 nm) ionizam o ar produzindo N_2^+ e O_2^+ , havendo também íons O^+ metálicos, embora em menor quantidade.

Os processos de recombinação são muito eficiente na camada D assim que se encerra

os efeitos da ionização. As reações químicas mais importantes incluem os componentes O , O_3 , NO , NO_2 , CO_2 e H_2O . A camada D é responsável principalmente pela absorção de ondas de rádio HF, particularmente em 10 MHz e abaixo, com absorção progressivamente menor conforme as frequências ficam maiores. A absorção tem seu fator máximo ao meio dia - hora local. A camada é reduzida drasticamente após o pôr do Sol. Um exemplo comum da influência da camada D é o desaparecimento de estações de rádio AM distantes durante o dia.

Durante eventos de tempestades geomagnéticas, a ionização pode alcançar altos níveis na camada D em altas latitudes e regiões polares. Tais eventos são conhecidos como eventos de absorção do funil polar (*Polar Cap Absorption events*). De fato, os níveis de absorção podem aumentar em muitos dB durante esses eventos.

Camada E

A camada E é a camada intermediária, entre ~90 e 150 km. Sua ionização se deve à radiação solar ultravioleta (UV) e aos raios X-moles (1 - 10 nm) que ionizam o oxigênio molecular (O_2). Normalmente esta camada pode refletir ondas de rádio com frequências menores que 10 MHz e tem um efeito negativo em frequências acima de 10 MHz devido à absorção parcial dessas ondas. Entretanto, durante eventos em que surgem camadas E esporádicas pode haver reflexão de frequências acima de 25 MHz. A estrutura vertical da camada E é primariamente determinada por efeitos competitivos entre ionização e recombinação. É caracterizada por uma densidade eletrônica crescente, atingindo o seu valor máximo em torno de 120 km de altitude. A partir desta altitude, a densidade eletrônica decresce até o seu limite superior, onde a camada acima (região F) começa a se destacar. À noite a camada E começa a desaparecer devido à fonte primária de ionização não estar mais presente.

É na região E que se encontra a máxima condutividade elétrica da ionosfera. Essa alta condutividade é importante, pois ela permite a presença de correntes elétricas que nela fluem através da interação com o campo magnético terrestre.

Camada Esporádica E_s

A camada E esporádica ou camada E_s é caracterizada por pequenas núvens de intensa ionização, que causam reflexão de ondas de rádio entre 25 e 250 MHz. A ocorrência de E_s pode durar de poucos minutos a algumas horas. As causas de sua ocorrência ainda é um extenso foco de pesquisa, mas já se sabe que sua maior

ocorrência é nos meses de verão, e o inverno sendo a época em que há menos registros.

Camada F

A camada F está situada entre ~ 150 e 1000 km de altitude. Pode ser subdividida em camadas distintas chamadas de F_1 , F_2 e F_3 .

A camada F_1 está compreendida entre ~ 150 e ~ 200 km de altitude, com um pico em torno de 180 km, e onde predominam processos fotoquímicos cujo elemento majoritário é o íon oxigênio atômico (O^+), cuja principal fonte de ionização é a radiação solar no EUV. As reações importantes são a fotoionização do oxigênio atômico e processos de perda em reações com o N_2 e O_2 . Esta camada possui variação na densidade de elétrons com valores em torno de $2,5^5$ e $4,5 \times 10^5 \text{ cm}^{-3}$ durante o período de atividade solar mínima e máxima, respectivamente. Existe durante os horários diurnos, acompanhando o comportamento da camada E , podendo esporadicamente estar presente à noite.

A camada F_2 engloba toda a região superior da ionosfera, inclusive a região do pico que se encontra aproximadamente entre 250 e 300 km. Acima deste, a ionosfera encontra-se em equilíbrio difusivo, isto é, o plasma se distribui com sua própria escala de altura. Esta camada é caracterizada pela importância dos processos de transporte como a difusão e as derivas a longo das linhas de campo (induzidas por ventos neutros e por campos elétricos perpendiculares às linhas de campo geomagnético). A densidade iônica da região F_2 é cerca de dez vezes maior que a da região E , e ainda, a densidade neutra é cem vezes maior que a iônica, de modo que o plasma é parcialmente ionizado, o que torna importante as colisões entre partículas carregadas e partículas carregadas e neutras.

Nas regiões equatoriais, sob condições ionosféricas peculiares, há a formação da camada adicional F_3 . Esta camada forma-se durante a manhã, pouco antes do meio dia, no período onde a produção de ionização é maior que a perda e onde existe um grande fluxo ascendente de ionização, ocasionado pelo efeito da combinação da deriva vertical da ionosfera com o vento neutro (BATISTA et al., 1996).

Por fim, o limite superior da ionosfera é determinado como a altura em que a concentração de partículas carregadas do plasma, isto é elétrons e íons, excedem o número de moléculas neutras. Nessas altitudes a ionosfera se transforma continuamente na magnetosfera, que consiste de plasma fortemente ionizado, com a presença de fortes

campos elétricos e magnéticos.

De uma maneira geral, as definições apresentadas acima foram compiladas de trabalhos como os de Banks e Kockarts (1973), Kelley (1989), Kirchhoff (1991) e Hargreaves (1992), e por isso podem apresentar variações quanto aos limites de cada camada descrita.

2.2 SISTEMA TERMOSFERA-IONOSFERA EQUATORIAL E DE BAIXA LATITUDE

O sistema termosfera-ionosfera equatorial e de baixa latitude possui características exclusivas quando comparadas com outras regiões da Terra. Isso se deve à configuração das linhas de campo geomagnético nessas latitudes que se apresentam quase horizontais, bem como à absorção de maior fração da energia solar incidente (ABDU, 2005). Campos elétricos, ventos neutros, além de ondas atmosféricas, são responsáveis por diversos fenômenos oscilatórios tais como a anomalia de ionização equatorial e as irregularidades ionosféricas.

O aquecimento solar promove gradientes horizontais de pressão, que por sua vez induzem o surgimento de ventos termosféricos horizontais. A ação desses ventos termosféricos induz o movimento de partículas carregadas na região F . O movimento principal é a deriva de íons e elétrons ao longo das linhas de campo geomagnético. No entanto, há um movimento na direção perpendicular às linhas de campo, resultante na ação conjunta definida matematicamente como $\mathbf{U} \times \mathbf{B}$. Devido sinal oposto das cargas, os íons se movem no sentido de $\mathbf{U} \times \mathbf{B}$ e os elétrons no sentido contrário, o que dá origem a correntes elétricas. As linhas de campo são altamente condutoras, de modo que quaisquer convergência ou divergência nas correntes darão origem a campos elétricos de polarização. Durante o dia quando a condutividade da região E é alta, o circuito é fechado. No entanto, ao anoitecer, quando a região E começa a desaparecer, surgem campos de polarização mais elevados de modo a manter a divergência do fluxo de corrente nula.

Uma representação esquemática de tal situação é mostrada na Figura (2.2), que ilustra as correntes geradas pelo vento neutro $\mathbf{U}$ (perpendicular ao plano da figura), o qual produz um descolamento dos íons $\mathbf{V}_{i\perp}$ (setas tracejadas) na direção perpendicular ao campo magnético $\mathbf{B}$ e ao próprio vento. As correntes alinhadas ao campo $\mathbf{J}_{\parallel}$ e a corrente Pedersen $\mathbf{J}_E$ completam o circuito.

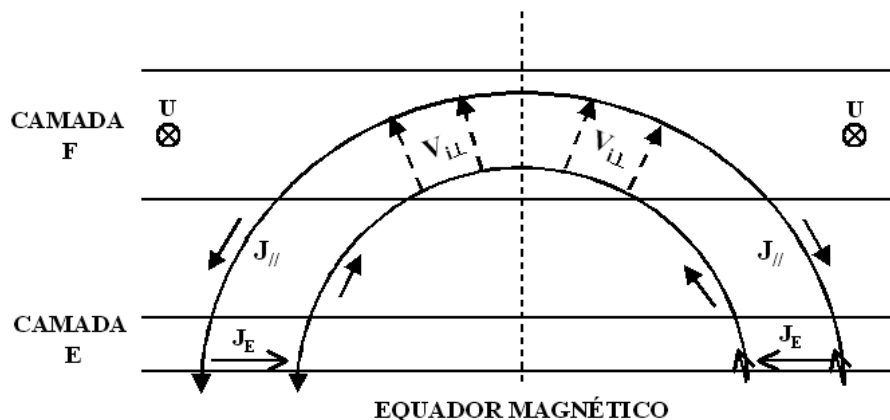


Figura 2.2 - Representação esquemática do dínamo produzido por ventos na região F equatorial. O vento U é perpendicular ao plano da figura e aponta para leste. O circuito é fechado pela corrente paralela às linhas de campo, $J_{||}$ e pela corrente da região E que curto-circuita o sistema.

Fonte: Adaptada de [Rishbeth \(1971\)](#).

O campo elétrico de polarização gerado na região E é mapeado para a região F através das linhas de campo magnético. Na região equatorial a ação conjunta dos campos elétrico e magnético causa um processo de deriva eletromagnética $(\mathbf{E} \times \mathbf{B})/B^2$ vertical para cima, que eleva as cargas na região do equador magnético. Ocorre então a difusão do plasma para baixo ao longo das linhas de magnético e para longe do equador devido à ação da gravidade. Como resultado, a concentração de elétrons decai no equador magnético e aumenta nas latitudes em torno de 15° e 20° magnéticos ao norte e ao sul, dando origem a anomalia equatorial ou anomalia de Appleton. Este processo conhecido como efeito fonte, está esquematizado na Figura (2.3).

No caso das irregularidades da região F equatorial, essas são observadas após o pôr do Sol e durante a noite, consistindo de abruptas diminuições na densidade do plasma devido às instabilidades iniciadas na base desta região ionosférica. A formação e desenvolvimento das irregularidades de grande escala do plasma ionosférico - chamadas de bolhas - é regida por processos eletrodinâmicos complexos provenientes das interações dinâmicas entre as regiões E e F equatorial. Ao anoitecer surge um forte gradiente de condutividade longitudinal integrado ao longo do tubo de fluxo geomagnético na região próxima ao terminador solar, e a condutividade da camada E diminui drasticamente. A ação conjunta do aumento do vento neutro e do intenso

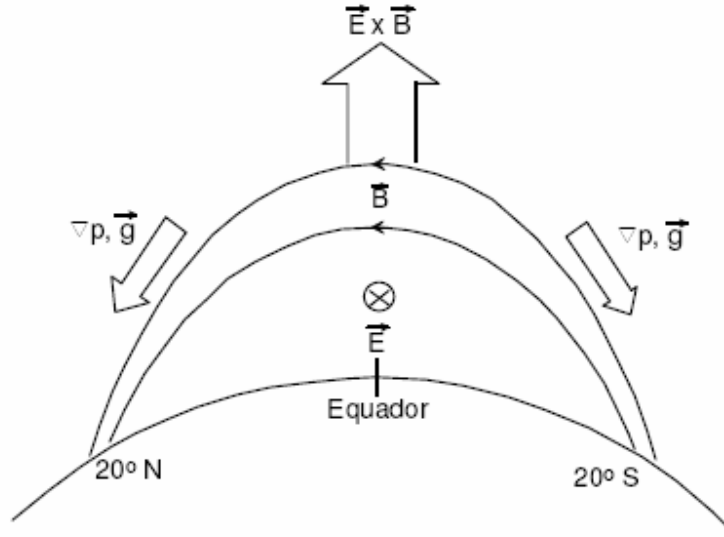


Figura 2.3 - Ilustração do efeito fonte.

Fonte: Adaptada de Kelley (1989).

gradiente de condutividade promovem um rápido aumento do campo elétrico zonal para leste, que agindo conjuntamente com o campo magnético, promove uma rápida subida da camada F , ou deriva vertical $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$, denominado *Pico pré-reversão*. A estes eventos soma-se o fato de que após o pôr do Sol, a baixa ionosfera sofre processos de recombinação (perda de elétrons), dando origem a um gradiente vertical de densidade na base da camada F . Essa configuração gera uma instabilidade no qual um fluido mais denso é sustentado por um fluido menos denso. Este tipo de instabilidade foi proposta pela primeira vez por Dungey, em 1956, para explicar o desenvolvimento de instabilidades e é denominado *Instabilidade de Rayleigh-Taylor* (OTT, 1978; KELLEY, 1989).

2.3 PICO PRÉ-INVERSÃO DA DERIVA VERTICAL DO PLASMA IONOSFÉRICO

O comportamento da variação diurna das derivas zonais e verticais do plasma ionosférico foi estudado mediante dados de radares de espalhamento incoerente e através de sondagem ionosférica pelas ionossondas/digissondas (FEJER; KELLEY, 1980; BATISTA et al., 1996). Um contexto interessante na morfologia do plasma ionosférico aparece nos horários do pôr do Sol, conforme podemos verificar através da Figura

(2.4) que mostra o comportamento das derivas zonais de plasma obtidas com o radar de espalhamento incoerente de Jicamarca. Na Figura (2.4.a) é mostrada a deriva zonal para leste próximo ao pico da camada F , enquanto na Figura (2.4.b) é mostrada a componente vertical. Os círculos e triângulos abertos representam períodos de máximo solar e os símbolos cheios representam períodos de mínimo solar. As principais características das derivas são: 1) a deriva para leste à noite é duas vezes maior que da deriva para oeste durante o dia; 2) as derivas zonais são muito maiores que as verticais; 3) a velocidade de deriva vertical apresenta um pico logo após o anoitecer - o pico pré-reversão - embora o mesmo não se observe ao amanhecer e 4) verifica-se a influência do ciclo solar nas derivas verticais com variações sazonais significantes do pico pré-reversão.

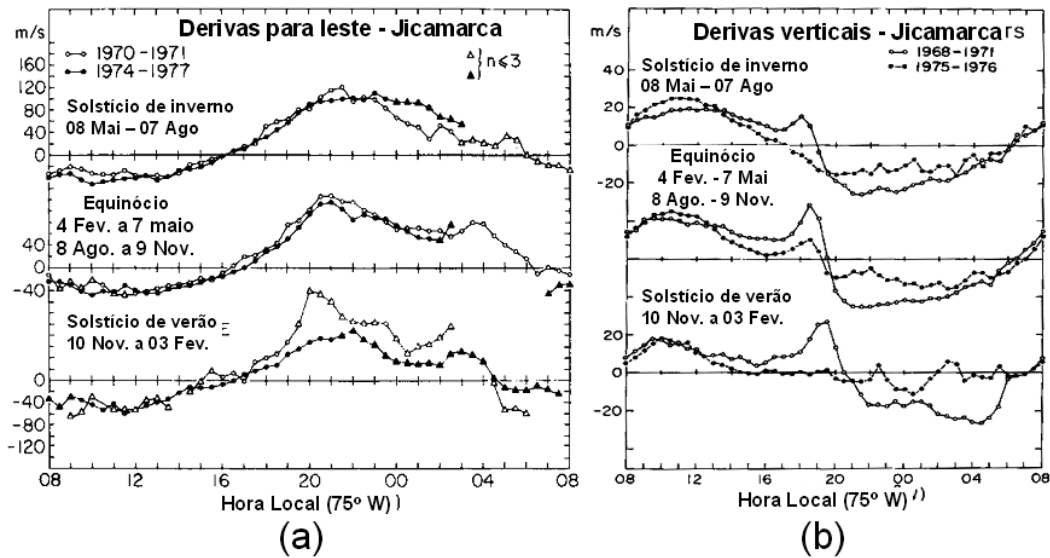


Figura 2.4 - a) Derivas zonais de plasma da região F equatorial para várias estações e condições solares. b) Componente vertical da deriva, positiva para movimentos verticais para cima.

Fonte: Adaptada de Kelley (1989).

O pico pré-reversão é responsável por diversas peculiaridades da ionosfera equatorial e de baixas latitudes, pois apesar deste evento ser de breve duração, o plasma da camada F é lançada para altas altitudes, local onde a recombinação é lenta e as colisões são raras. É relevante salientar que o pico pré-reversão ocorre em todas as épocas do ano, excetuando-se o solstício de junho do mínimo solar (KELLEY, 1989).

2.4 ESTUDOS EXPERIMENTAIS DE IRREGULARIDADES DO PLASMA DA REGIÃO F EQUATORIAL

A partir daqui, tentarei descrever algumas técnicas de observação de irregularidades ionosféricas. Na camada F da ionosfera equatorial noturna, as irregularidades ionosféricas são responsáveis pelo *Range Spread F* observados pelas ionossondas e digissondas, espalhamentos incoerentes observados pelos radares VHF, cintilações nas transmissões em alta frequência observadas pelos GPS, descontinuidades nos perfis verticais de densidade eletrônica obtidos por foguetes e imensas regiões escuras visíveis nas imagens de emissão do OI 630 nm obtidas por sistemas imageadores. A Figura (2.5) ilustra a relação entre as escalas de comprimento das irregularidades e o tipo de técnica usada em sua detecção (PIMENTA, 2002).

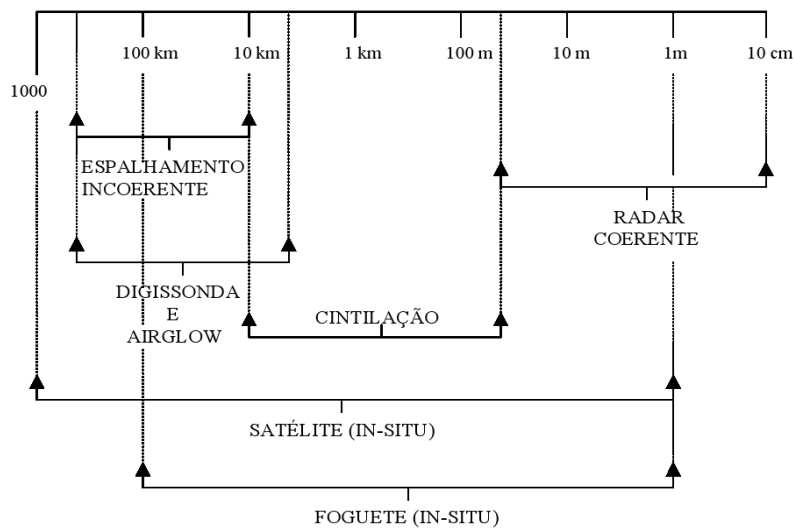


Figura 2.5 - Relação entre a escala de comprimento das irregularidades da região F e o tipo de técnica usada em sua detecção.

Fonte: Adaptada de Pimenta (2002).

Conforme se nota da Figura (2.5), as irregularidades podem se estender deste centímetros a milhares de quilômetros, tal que cada instrumento de medida possui uma determinada escala de observação. Os radares de espalhamento coerente observam as irregularidades ionosféricas de pequena escala, na ordem de metros; as ionossondas ou digissondas, radares de espalhamento incoerente e a luminescência atmosférica (emissão do OI 630 nm, OI 557.7 nm, OI 777.4 nm) observam as irregularidades

ionosféricas de grande escala, na ordem de quilômetros. Os satélites e foguetes observam as irregularidades ionosféricas da até 1000 km e 100 km, respectivamente. O sistema GPS observa as irregularidades ionosféricas na ordem de dezenas de metros a 10 km.

2.4.1 RADARES

O nome radar vem de *radio detection and ranging*, termo oficialmente adotado pela marinha dos Estados Unidos. Consiste de um dispositivo eletrônico para detecção e localização de objetos. Opera transmitindo um tipo particular de onda e detectando a natureza do sinal de eco. A forma mais simples desta onda, seria uma do tipo senoidal, modulada por um trem de pulsos. A distância R entre o objeto e o radar é determinada pela medição do tempo gasto desde que um pulso foi emitido até seu retorno, ou seja:

$$R = \frac{c \cdot \Delta t}{2} \quad (2.1)$$

onde c é a velocidade da luz, R é a distância percorrida e Δt o tempo gasto entre a emissão do pulso e a detecção do eco.

Outra importante característica dos radares é a frequência de repetição de pulsos (f_{RP}). Uma vez transmitido um pulso, deve-se assegurar que o eco retorne e seja detectado em um tempo inferior ao início da transmissão do próximo pulso. Portanto, a razão com que os pulsos devem ser transmitidos é determinada pela maior distância esperada entre o radar e o objeto. Caso a f_{RP} não seja limitada, podemos ter ambigüidade na determinação da posição R_N do objeto. Para um determinado radar, a máxima distância não ambígua é dada por:

$$R_N = \frac{c}{2 \cdot f_{RP}} \quad (2.2)$$

A potência de operação dos radares é um parâmetro que depende bastante da aplicação para a qual será empregado. Para um mesmo radar, a utilização de um feixe de antena mais ou menos direcional também influencia na potência necessária. A equação geral que relaciona a potência transmitida com a potência por unidade de

área que obteremos na região a ser observada é:

$$P_{irrad} = \frac{P_t}{4\pi R^2} \quad (2.3)$$

Nesta equação, a potência por unidade de área a uma distância R do radar é proporcional à razão da potência transmitida P_t pela área de uma superfície esférica imaginária de raio R . Para este cálculo é considerado que a antena utilizada irradia uniformemente em todas as direções. Se considerarmos uma antena mais diretiva, essa potência irradiada deve ser multiplicada pelo ganho da antena G_t . A potência irradiada pelo objeto é obtida multiplicando-se o último resultado pela seção plana do próprio objeto σ . Dessa forma, a densidade de potência recebida do eco será a potência transmitida pelo objeto, dividida pela mesma área de uma superfície esférica imaginária de raio R . Por fim, a porção da potência do eco recebida pelo radar será o último resultado multiplicado pela área efetiva da antena A_r . A potência sentida pelo radar devido ao retro-espalhamento causado pela presença do objeto pode, então, ser apresentada da seguinte forma (SKOLNIK, 1962; DENARDINI, 2003):

$$P_r = \frac{P_t \cdot G_t \cdot A_r \cdot \sigma}{(4\pi R^2)^2} \quad (2.4)$$

2.4.1.1 ESPALHAMENTO COERENTE E INCOERENTE

Radares detectando flutuações térmicas do meio, onde a coerência de fase é muito pequena, têm sido chamados de incoerentes, enquanto outros medindo estruturas com coerência de fase do sinal do eco, são chamados coerentes. Um radar desenvolvido para receber ecos de estruturas físicas em meio ionizado é usualmente chamado de radar de espalhamento coerente. Contudo, a literatura especializada ainda não é suficientemente clara em se tratando da física do espalhamento coerente.

2.4.1.2 ESPALHAMENTO COERENTE

A presença das irregularidades de plasma causa flutuações irregulares no índice de refração para ondas eletromagnéticas que atravessam o meio. Dessa forma, quando uma onda eletromagnética atinge uma irregularidade de plasma, correntes elétricas fluem dentro e na sua superfície, de acordo com as equações de Maxwell e as correspondentes condições de contorno. Essas correntes induzidas geram seu próprio campo eletromagnético. Esse campo é chamada de “campo espalhado” do objeto e,

geralmente, se propaga em todas as direções com várias amplitudes e fases. Quando o campo é espalhado na direção do vetor de onda do radar, mas com sentido contrário a este, esse campo é chamado assinatura monoestática.

O sinal retro-espalhado será coerente no caso em que as irregularidades presentes apresentem dimensão igual à metade do comprimento de onda (λ) do sinal utilizado pelo radar ou múltiplos deste. Neste caso, os sinais espalhados por cada porção da irregularidade apresentaram um efeito aditivo ao longo do eixo coincidente com o vetor de onda do sinal emitido. E também, apesar de ser uma composição de várias componentes de frequências, a componente predominante no espectro de Fourier do sinal retro-espalhado será aquela que apresenta comprimento de onda igual à metade do comprimento de onda do sinal emitido pelo radar (SCHLEGEL, 1996).

Para o caso de irregularidades ionosféricas, o regime de espalhamento é o ressonante, onde o tamanho da irregularidade é da ordem do comprimento de onda do sinal do radar. Neste tipo de espalhamento, a fase do campo incidente muda significativamente devido ao comprimento da irregularidade.

O termo coerente implica que o espalhamento ocorre devido à presença de uma densidade de irregularidade na distribuição de plasma, cujos tamanhos são múltiplos de meio comprimento de onda do sinal emitido pelo radar. Se há coerência dos sinal retro-espalhados, suas fases se igualam e os ecos são somados em intensidade, tornando o eco forte o suficiente para ser detectado por sistemas de radares. Uma vez que a ionosfera apresenta uma variedade de irregularidades de diferentes tamanhos, podemos imaginar que uma fração da energia incidente será espalhada de cada parte da fronteira da irregularidade com o meio.

As irregularidades da ordem de metros produzem as *plumas* nos radares de espalhamento VHF (do inglês “Very High Frequency”), Figura (2.6), estendendo-se centenas de quilômetros acima do pico da ionosfera e exibindo uma conexão entre o lado inferior e superior da região F . Essas plumas encontram-se, em altas altitudes, inclinadas para a direita, onde Woodman e LaHoz (1976) sugeriram que tal aparência estaria associada a rarefação na densidade do plasma ionosférico, ou seja, às bolhas ionosféricas que se erguem e movem para oeste no sistema de referência do plasma, deixando atrás de si uma cauda de irregularidades de pequena escala, as quais são detectadas pelo radar de VHF.

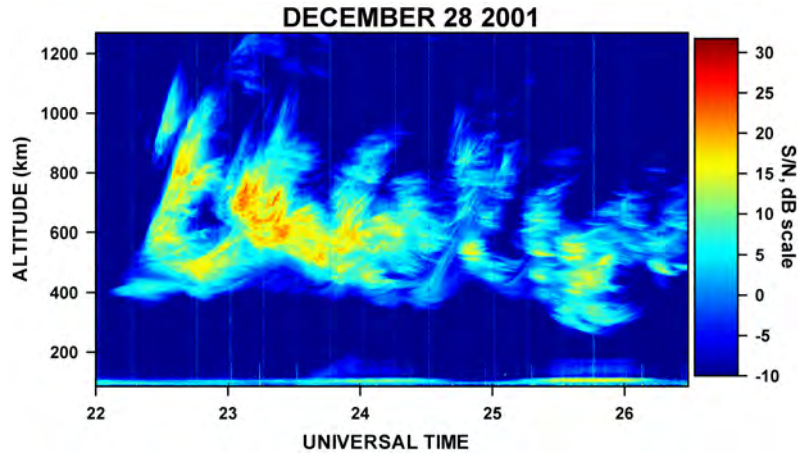


Figura 2.6 - Observações de plumas obtidas a partir de medidas com radar de espalhamento coerente.

Fonte: de Paula e Hysell (2004)

2.4.1.3 ESPALHAMENTO INCOERENTE

Os radares de espalhamento incoerente utilizam o princípio de espalhamento Thomson, ou seja, reflexão por elétrons livres de parte da energia eletromagnética. Tais instrumentos operam em frequências bem maiores do que a frequência crítica da região F , que em geral não ultrapassa valores maiores que 20 MHz.

Os pulsos de ondas eletromagnéticas de frequência bem mais alta que a frequência crítica da região F , transmitidos verticalmente ou em direções oblíquas por radares de espalhamento incoerente, podem atravessar o plasma ionosférico. À medida que esses pulsos se deslocam através do plasma ionosférico, sofrem espalhamento pelos elétrons e, parte da energia eletromagnética incidente é refletida, ou seja, os elétrons produzem pequenos ecos. Como os elétrons na ionosfera possuem movimento termal, os ecos possuem fases aleatórias e, por isso, denomina-se como espalhamento incoerente a esses ecos com fase aleatória. Entretanto, os íons controlam o movimento dos elétrons, num raio igual ao do comprimento de Debye e, como são mais pesados que os elétrons e possuem movimento mais lento, acaba havendo certa coerência nas fases dos ecos produzidos pelos elétrons.

Essa movimentação dos elétrons produz efeito Doppler na frequência da onda incidente e, por isso, os ecos se distribuem em um intervalo de frequências em torno da frequência transmitida, portanto, o sinal recebido é representado por um espectro

de potência.

Woodman (1970), utilizando o radar de espalhamento incoerente do rádio observatório de Jicamarca, no Peru, mediu a velocidade de deriva da região F , tendo mostrado que a velocidade é positiva (para cima) durante o dia, negativa à noite (para baixo), porém atingindo um máximo logo após o pôr-do-sol, antes de se tornar negativa. Esse mesmo radar de Jicamarca foi usado por Farley et al. (1986a), que observaram irregularidades com escalas de comprimento da ordem de 3 m e relacionaram a ocorrência dessas irregularidades com a subida da camada imediatamente após o pôr-do-Sol.

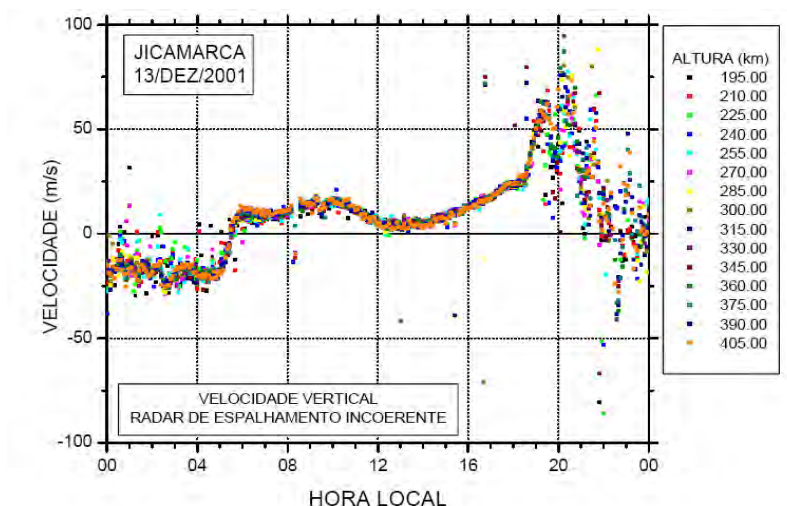


Figura 2.7 - Sobreposição de curvas de velocidade medidas pelo radar de espalhamento incoerente do Rádio Observatório de Jicamarca, Peru, em diferentes alturas. pontos das curvas denotam pequeno gradiente vertical de velocidade e a presença de *Spread-F* durante a noite, iniciando-se pouco depois do pôr-do-Sol. Fonte: Bertoni (2004)

Na Figura (2.7) são apresentadas sobrepostas várias curvas de velocidade medida pelo radar de espalhamento incoerente do Rádio Observatório de Jicamarca. Podemos observar alguns aspectos tais como o pequeno gradiente vertical de velocidade de deriva durante a maior parte do dia, evidenciando pela pouca dispersão dos pontos do gráfico e o efeito causado pela presença de *Spread-F*, caracterizado pelos traços dispersos, na faixa de horário noturno (BERTONI, 2004).

2.4.2 FOGUETES

No começo dos anos 60, tornou-se possível a sondagem da ionosfera através de cargas úteis a bordo de foguetes e satélites. Medidas *in situ* proporcionaram checar observações de rádio, aumentando assim nosso conhecimento sobre as camadas ionosféricas. Por exemplo, o processo de medida de densidade eletrônica com foguetes consiste de colocar sensores para essa função a bordo. Evidentemente, tal experimento, quando comparado com as técnicas de sensoriamento remoto, acaba se tornando dispendioso.

Em 1976 Kelley e colaboradores fizeram uma campanha de medida em Natal (Brasil). Usando foguetes e radar durante condições de ocorrência do traço F espalhado, eles concluíram que as bolhas de plasma sobem na ionosfera, atingindo alturas acima do pico da camada F , devido à instabilidade Rayleigh-Taylor.

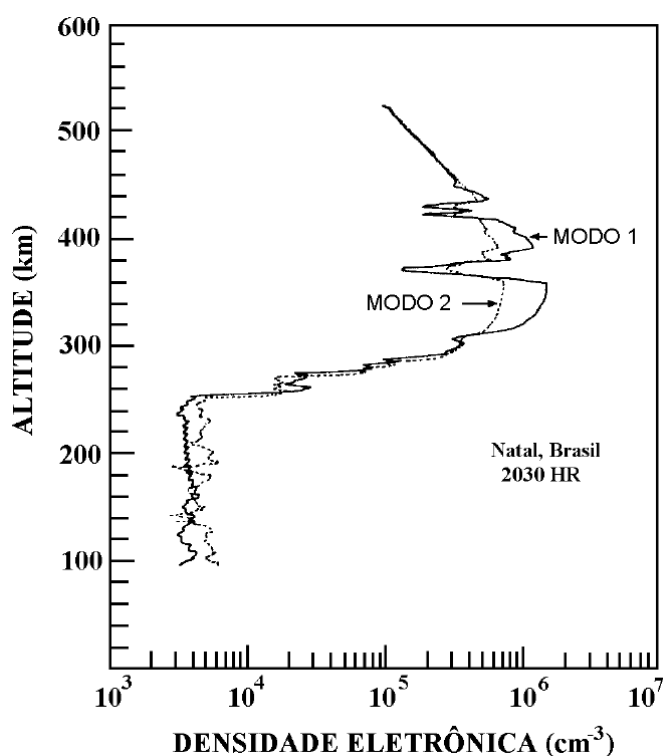


Figura 2.8 - Perfil de densidade eletrônica obtido com foguete.
Fonte: [Abdu et al. \(1991\)](#)

Medidas de densidade eletrônica com foguetes mostram que a densidade das bo-

lhas de plasma é aproximadamente uma ordem de grandeza inferior à densidade do plasma ambiente. A Figura (2.8) mostra o perfil de densidade eletrônica obtido pelo foguete Sonda III, lançado em 11 de dezembro de 1985 a partir da base de lançamento Barreira do Inferno em Natal, às 20:30 LT. Pode-se observar através da Figura (2.8) que em torno de 365 km de altitude o plasma ionosférico sofre uma brusca redução na sua densidade, o que indica a ocorrência de bolhas de plasma.

2.4.3 IONOSSONDAS

A ionossonda é um instrumento bastante representativo para medidas de parâmetros ionosféricos. Há décadas tem sido a mais importante técnica desenvolvida para a investigação da estrutura global da ionosfera, incluindo suas variações diurnas, sazonais e suas respostas às perturbações solares.

A procura de um instrumento que fosse capaz de fornecer cada vez mais um maior número de informações possíveis com confiabilidade, teve início através dos trabalhos pioneiros realizados por Appleton em 1924 e por Breit e Tuve em 1925. No princípio, o interesse era na propagação ionosférica para comunicação a longas distâncias, mas, atualmente, estudos de rádio propagação em pesquisa ionosférica têm focado na interação entre as ondas de rádio e o meio físico no qual elas percorrem, no caso, a ionosfera (AARONS, 1997). Baseado nos experimentos de Breit e Tuve, que provaram a existência de uma camada atmosférica ionizada através da recepção dos ecos ionosféricos com pulsos eletromagnéticos de alta frequência, as primeiras ionossondas foram desenvolvidas, ainda como instrumentos simples que mediam o tempo de recepção dos ecos dos pulsos modulados dos sinais HF (*High Frequency*).

O mecanismo de funcionamento da ionossonda vale-se da refração ionosférica. Desprezando-se colisões entre elétrons e partículas neutras, assim como os efeitos do campo geomagnético, o índice de refração do plasma ionosférico pode ser obtido por (??):

$$\mu^2 = 1 - X = 1 - \left(\frac{f_N}{f} \right)^2 \quad (2.5)$$

onde

$$X = \frac{N_e e^2}{4\pi^2 \rho_0 m f^2} \quad (2.6)$$

sendo N_e a densidade eletrônica, e , ρ_0 e m representam a carga e a massa, respectivamente, f_N é a frequência do plasma e f a frequência da onda. Na ionosfera, os elétrons, por ter massa menor, são considerados mais importantes para o propósito de cálculo do índice de refração do que os íons.

A partir do ponto em que $X > 0$, devido a presença de elétrons livres, μ que inicialmente é igual a 1, tende a ficar cada vez menor, até anular-se e, conseqüentemente, o meio provoca a reflexão da onda incidente, o que ocorre quando:

$$f_N^2 = f^2 \quad (2.7)$$

ou

$$f_N^2 = \frac{N_e e^2}{4\pi^2 \xi_0 m} = f^2 \quad (2.8)$$

Essa relação entre a frequência da onda emitida e a frequência de plasma permite a determinação da densidade eletrônica. Conhecendo-se os valores das constantes e da frequência da onda, obtêm-se a densidade eletrônica a partir da expressão:

$$f_N = 0.009(N_e)^{1/2} \quad (2.9)$$

Fazendo uso desse princípio da reflexão e refração da onda eletromagnética na ionosfera, pode-se calcular e observar muitas propriedades das camadas da ionosfera, através dos ionogramas obtidos com as ionossondas. Então na prática, a sonda mede o tempo decorrido entre a transmissão do pulso e a recepção do mesmo pulso após haver a reflexão na ionosfera e considera esse tempo como proporcional à altura onde se deu a reflexão. Essa altura é chamada de altura virtual e é obtida considerando que o pulso viaja com a velocidade da luz. À medida que a frequência da onda aumenta, a altura virtual mostrada também aumenta. Quando a frequência alcança um valor limite, a onda incidente fura a camada, não havendo portanto, retorno do pulso incidente e a sonda mede a altura virtual como infinita. Dessa forma, obtêm-se as chamadas curvas de $h'F$ ou ionogramas. A Figura (2.9) ilustra dois ionogramas: em a) sem ocorrência de espalhamento e em b) o registro da ocorrência de espalhamento pela ionossonda instalada em Cachoeira Paulista. O resultado apresentado no gráfico (2.9.b) mostra a variação da altura de reflexão da onda em função da frequência dessa onda.

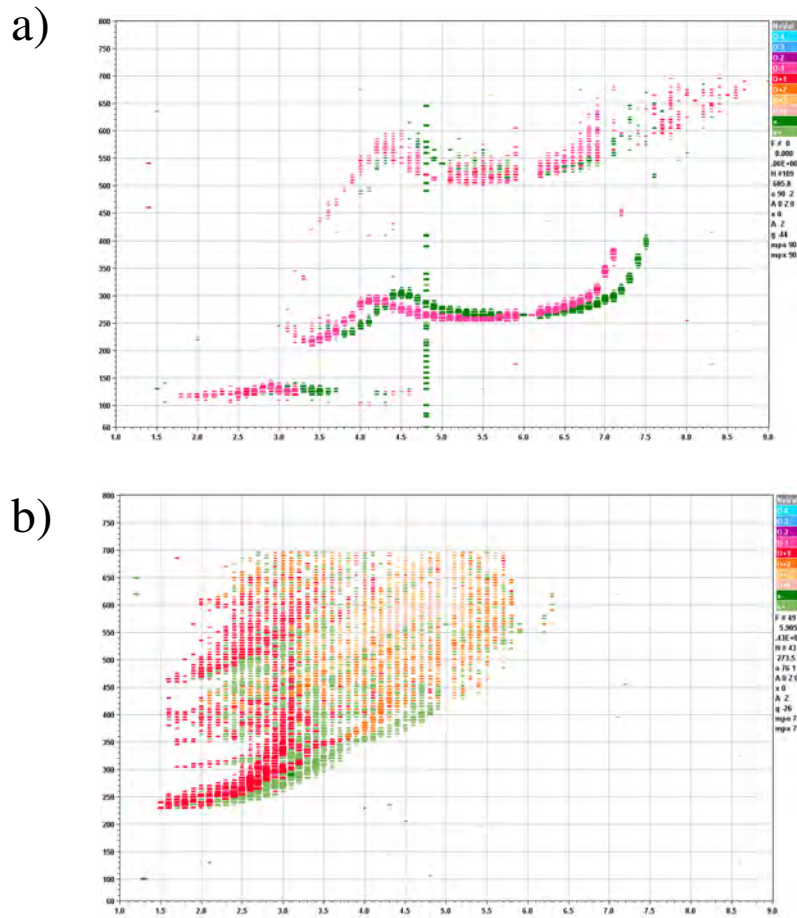


Figura 2.9 - Ionogramas representativos de um período a) sem a ocorrência de espalhamento e b) com ocorrência de espalhamento, medido em Cachoeira Paulista.

As ionossondas digitais, ou seja, as digissondas, podem também operar no modo de deriva, onde apenas alguns valores de frequência são sondados, sendo chamadas de modo de frequência fixa. A principal diferença entre esses dois modos é o tempo de integração para cada frequência sondada. As digissondas possuem uma coleção de programas que produzem parâmetros reduzidos de ionogramas a partir da potência de sinal *versus* dados de altura e frequência do ionograma - parâmetros reduzidos de frequência (f_0F_2 , f_0F_1 , f_0E , f_0E_s , etc); de altura (hmF_2 , $h'F$, $h'E$, $h'E_s$, etc.); fatores de propagação oblíqua, bem como a curva $h'(f)$ de altura virtual *versus* frequência (REINISCH, 1986).

Atualmente, há um software desenvolvido pela equipe do Centro de Pesquisas Atmosféricas da Universidade de Massachusetts Lowell, EUA, onde são produzidas as Digissondas: o *SAO-Explorer*. Este programa, construído em Java, permite fazer a

revisão da redução automática dos ionogramas, feita pelo software da digissonda, gerando arquivos contendo os parâmetros acima mencionados, já com as devidas correções.

2.4.4 LUMINESCÊNCIA ATMOSFÉRICA

Muitas das reações fotoquímicas que ocorrem na atmosfera entre ~ 80 e ~ 600 km são acompanhadas pelas emissões de radiação nas partes do visível, infravermelho ou ultravioleta do espectro eletromagnético. Estas emissões de radiação são classificadas em auroras ou luminescências atmosféricas (ou *airglow*). As auroras ocorrem em altas latitudes, principalmente durante as tempestades magnéticas, quando partículas carregadas entram na atmosfera terrestre pela magnetosfera. As auroras possuem estruturas espacial e temporal sendo causadas pela excitação dos constituintes atmosféricos através do impacto de partículas carregadas com os átomos e moléculas neutras. A luminescência atmosférica está sempre presente, cobrindo todas as latitudes, não é estruturada visualmente e são emissões mais fracas causadas por reações químicas locais dos constituintes atmosféricos (HARGREAVES, 1992).

A luminescência atmosférica (*airglow*) se deve à emissão de fótons por átomos e moléculas presentes na atmosfera superior, excitados acima de seu nível normal de energia. A produção da luminescência se deve a vários processos físicos-químicos e, em geral, ocorre através da emissão de linhas espectrais discretas.

A luminescência também tem uma nomenclatura de acordo com o ângulo zenital da radiação solar, ou seja, a diurna (*dayglow*), a crepuscular (*twilight*) e a noturna (*nightglow*). A utilização de medidas noturnas é mais comum, já que a presença da radiação solar durante o dia torna o espectro eletromagnético bastante complexo e com elevada intensidade de ruído. Para detectá-la e medi-la, utiliza-se instrumentos chamados fotômetros. Através da luminescência atmosférica pode-se estudar a densidade de certos constituintes, temperatura e efeitos dinâmicos da atmosfera como ventos termosféricos e bolhas ionosféricas.

As emissões detectadas através de fotômetros mostram frequentemente bruscas variações na sua intensidade, variações estas associadas à passagem de bolhas de plasma sobre o campo de visão do fotômetro. Os imageadores tipo “all-sky” realizam medidas de maior alcance espacial, possibilitando-nos observar grande áreas horizontais, aproximadamente $14,5^\circ$ de latitude/longitude a partir do zênite, para o caso do OI

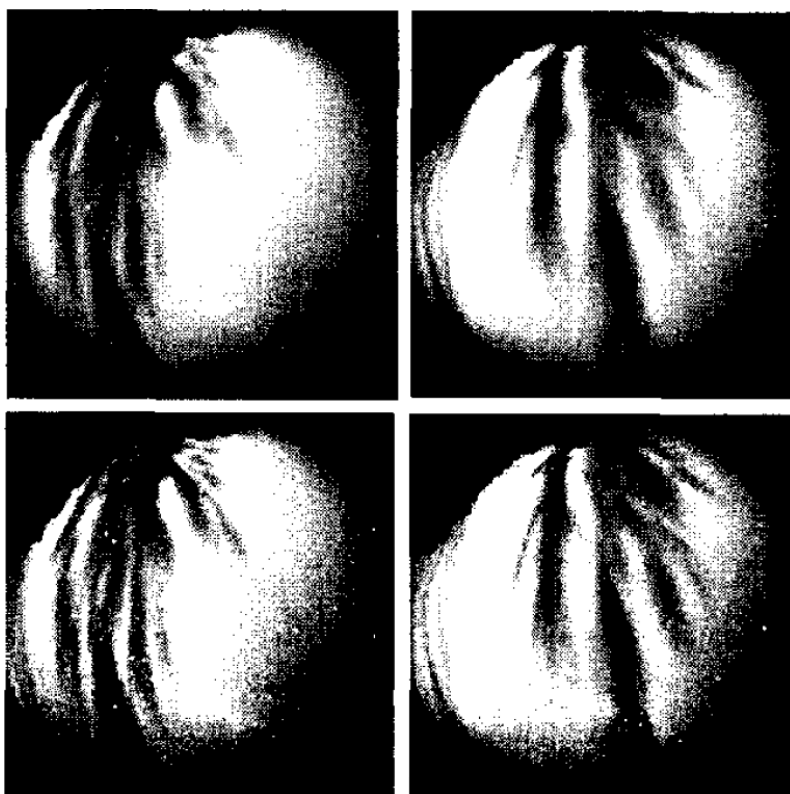


Figura 2.10 - Comparação entre as imagens de OI 630.0 e OI 557.7. Paineis da esquerda: OI 630.0 (topo) e OI 557.7 (base) às 01:09 UT; Paineis da direita: mesmo que da esquerda, para em 01:45 UT.
Fonte: [Takahashi et al. \(2001\)](#)

630.0 nm, considerando a altura da camada de emissão em torno de 250 km. Já para a emissão OI 557.7 nm, tem seu perfil semelhante ao OI 630.0, porém, menos intenso ([TAKAHASHI et al., 2001](#)). A Figura (2.10) ilustra a ocorrência de bolhas de plasma sobre o campo de visão dos imageadores. As imagens mostram estruturas escuras que, essencialmente, são regiões onde a densidade de plasma é drasticamente reduzida em relação ao plasma ambiente, na faixa de altura onde ocorrem as emissões.

De modo a se comparar simultaneamente as imagens das emissões observadas do OI 630.0 e OI 557.7, ambas foram reproduzidas na Figura (2.10). No topo as imagens da figura acima mostram a ocorrência de bolhas observadas com a emissão do OI 630.0, em dois momentos: às 01:09 UT (esquerda) e às 01:45 UT (direita), sobre Cachoeira Paulista. As figuras de baixo, mostram o mesmo fenômeno, só que para emissões de OI 557.7 nm. A idéia desse estudo foi observar melhor as estruturas das

bolhas, dada a emissão com que a mapeamos, e assim entender melhor as estruturas finas e sua dinâmica.

2.4.5 CINTILAÇÃO

Cintilação ocorre quando uma onda de radio atravessa uma região da ionosfera que contém irregularidades, ou flutuações no índice de refração do meio. Antes de alcançar a região de irregularidade, a onda plana com origem no satélite se desloca com fase constante. Após atravessar as irregularidades ionosféricas, ocorre variação na fase da onda, cuja intensidade depende da alteração no índice de refração do meio. Abaixo da região de irregularidade, a frente de onda forma uma interferência destrutiva ou construtiva.

A ocorrência de cintilação, ou seja, variações na fase e amplitude das ondas de rádio que têm que atravessar a ionosfera, podem então ser usadas como um indicador da presença de irregularidades. Por exemplo, Beach e Kintner (2001), citados em [de Paula et al. \(2003\)](#), têm utilizado dados de GPS (Global Positioning System) para monitorar cintilações ionosféricas. O processo de quantificar essas cintilações consiste em se medir a amplitude e fase do sinal de rádio, bem como a deriva zonal das irregularidades pelo método de recepção espaçada do sinal. Um exemplo de observação de bolhas na região F , próximo à anomalia equatorial, em Cachoeira Paulista, usando GPS é apresentada na Figura (2.11). O painel da esquerda mostra o trajeto do satélite através do céu em elevação e azimute. Na direita, o painel inferior mostra medidas de TEC apresentando um forte decréscimo. O painel superior mostra o sinal L_1 do GPS durante sua passagem sobre uma região da ionosfera em que havia irregularidades. Podemos perceber que, conforme o satélite se posiciona sobre a irregularidade, maior é a cintilação no sinal.

O evento de espalhamento (*Spread F*-SPF) está óbvio na Figura (2.11), uma vez que o TEC diminui entre 2200 e 2300 LT, quando uma bolha passa entre o receptor e o satélite. A morfologia das cintilações ionosféricas é altamente dependente da latitude e longitude, e tem sido investigada de modo a estimar seu efeito sobre sistemas de comunicação e navegação. Por exemplo, Basu (1988), citado por [de Paula et al. \(2003\)](#), mostrou que as cintilações observadas na região equatorial e em baixas latitudes são muito mais fortes que as cintilações observadas em regiões de alta latitude (regiões de maior precipitação de energia).

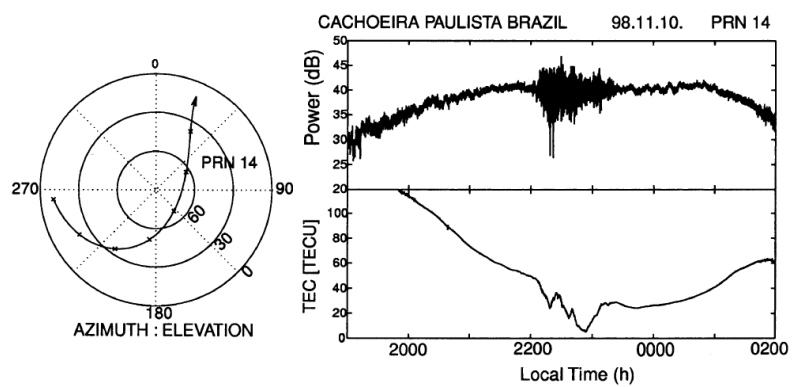


Figura 2.11 - Elevação e azimuth da trajetória do satélite (painel da esquerda) e amplitude do sinal e conteúdo eletrônico total (painel da direita).

Fonte: [Kintner e Ledvina \(2005\)](#)

3 CAOS NO AMBIENTE IONOSFÉRICO

3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, nós investigamos a dinâmica caótica de dois osciladores de Van der Pol que representam o acoplamento da região F equatorial com pontos conjugados da região E através das linhas de campo magnético atuando como linhas de transmissão. Focamos nossa atenção ao efeito das mudanças no acoplamento eletrodinâmico entre as regiões E e F ionosféricas devido às variações na condutividade/resistividade dos pontos conjugados da camada E . Avaliamos então essas variações sob o ponto de vista da teoria de caos.

O modelo físico para o sistema ionosférico proposto aqui segue matematicamente os estudos realizados por [Sato e Holzer \(1973\)](#) e [Holzer e Reid \(1975\)](#), que introduziram semelhante consideração de linhas de transmissão para descrever o acoplamento entre regiões de alta latitude ionosférica e magnetosfera. Nesses trabalhos os autores trataram as regiões E aurorais como dispositivos passivos de um circuito eletrônico, ou seja, associaram a existência de resistores aos pontos conjugados. A magnetosfera foi tratada como um conjunto indutor e capacitor. Nos apêndices desses trabalhos uma dedução formal e detalhada dos parâmetros eletrônicos correspondentes à indutância, capacitância e resistividade é apresentada. As considerações impostas nessa dedução, baseadas nas equações de continuidade, momento e das equações de Maxwell, permitem extrairmos as características dos parâmetros de um circuito eletrônico para um tubo de fluxo magnético, o que generaliza a aplicação desse formalismo.

Também encontramos motivação no trabalho de [Bhattacharyya e Burke \(2000\)](#), que apresentaram a possibilidade de se representar explicitamente o acoplamento das camadas E e F da ionosfera como um circuito elétrico. Os autores postularam que a região F e as regiões E conjugadas estão acopladas por correntes alinhadas ao campo magnético (FACs) carregadas por ondas Alfvén durante o desenvolvimento das bolhas. No entanto, após discutirem a existência e as consequências dos parâmetros de um circuito eletrônico no acoplamento ionosférico os autores prosseguiram investigando os processos de estabilidade do sistema, ou seja, encontraram uma expressão para a taxa de crescimento das instabilidades em função da capacitância efetiva associada com a região F equatorial. Seus resultados, no entanto, se afastaram da previsão clássica da teoria de instabilidade Rayleigh-Taylor (RT).

Nosso estudo se diferencia dos trabalhos de [Sato e Holzer \(1973\)](#) e [Holzer e Reid \(1975\)](#) por investigarmos o efeito do acoplamento entre as regiões E e F para o desenvolvimento das irregularidades observadas na região equatorial, enquanto os autores investigaram a dinâmica do acoplamento entre a magnetosfera e a ionosfera. Também se diferencia do modelo eletrodinâmico proposto por [Bhattacharyya e Burke \(2000\)](#) que, apesar de possuir um mecanismo de oscilação das ondas de Alfvén associadas a um gerador na região F equatorial, desprezaram a ação combinada dos dois pontos conjugados à dinâmica das oscilações, já que nesse trabalho os dois lados do circuitos são independentes. Além disso, o tratamento matemático utilizado pelos autores acima na parametrização das equações diferenciais que modelam os sistemas não-lineares estudados consistiu basicamente em encontrar as soluções estacionárias. Já o tratamento matemático que iremos expor a seguir, baseado na teoria de sistemas dinâmicos, irá investigar a configuração final da dinâmica das flutuações de corrente de plasma, cujo controle estará associado à eletrodinâmica dos pontos conjugados.

A teoria de sistemas dinâmicos visa a compreensão, de forma qualitativa ou geométrica, além de quantitativa, de soluções para sistemas de equações diferenciais ou de diferenças. Não se preocupa em obter soluções particulares ou explícitas para as equações, mas sim em estudar a complexidade dos sistemas de uma maneira alternativa, já que soluções precisas muitas vezes podem não serem possíveis. O objetivo principal da teoria é deduzir propriedades das soluções, tais como: determinar a estabilidade do sistema perante perturbações; prever seu comportamento a longo prazo; analisar a ocorrência de mudanças (bifurcações) de comportamento, entre outras. As investigações modernas em sistemas dinâmicos conduziram a um achado incrível onde modelos matemáticos simples podem representar sistemas complexos.

Um modelo matemático de um sistema físico (químico, biológico, ou qualquer outro) é representado por um sistema dinâmico. Nosso entendimento sobre sistema dinâmico é o seguinte: *um sistema dinâmico é uma descrição matemática representando um sistema real, cuja evolução depende unicamente do seu estado inicial*. Ele pode ser representado por equações (diferenciais, de diferença, integrais) que permita a existência de uma única solução finita, para cada condição inicial, sobre um período de tempo infinito. Com essa abordagem, as características não-lineares presentes em um sistema podem ser investigadas. Utilizando-se teoria de sistemas dinâmicos para se investigar regimes não-lineares o que se observa são seus diferentes estados de

equilíbrio e seus diferentes tipos de movimento. Se a determinação do movimento for sensível a pequenas variações nos valores dos seus parâmetros, ou a perturbações, o estado do sistema pode apresentar comportamento irregular ou caótico. Considera-se teoria do caos como um campo avançado e moderno da matemática, cada vez mais difundido. Ela não é uma teoria de desordem, mas busca no aparente acaso uma ordem intrínseca determinada por leis precisas.

Assim, neste capítulo nós qualificamos e quantificamos os limites de acoplamento entre as regiões E e F ionosféricas em que o sistema apresenta dinâmica não-linear. O formalismo a ser abordado a seguir proporciona uma fundamentação teórica para a influência dos pontos conjugados no disparo e evolução das irregularidades na ionosfera equatorial. Nosso objetivo é aplicar os conceitos de sistemas dinâmicos, ou teoria de caos, e através desses conceitos discutir o acoplamento dinâmico das regiões E e F da ionosfera. Na próxima seção discutiremos o acoplamento ionosférico. Na Seção 3.3 apresentamos uma detalhada dedução matemática dos parâmetros de um circuito eletrônico ionosférico. Na Seção 3.4 descrevemos o modelo de Van der Pol para o acoplamento entre as camadas E e F da ionosfera. A Seção 3.6 contém as soluções numéricas gerais do modelo, bem como uma discussão destes resultados sob a ótica da teoria de caos. Na Seção 3.7 apresentamos nosso entendimento quanto à aplicação do modelo para se investigar aspectos do acoplamento entre as regiões E e F da ionosfera. Finalmente, na Seção 3.8 apresentamos nossas considerações finais sobre os resultados encontrados.

3.2 ACOPLAMENTO IONOSFÉRICO

Ao longo do dia a região F equatorial possui um movimento vertical regular que pode ser entendido ao examinarmos o sentido positivo ou negativo da deriva, $V_z = (\mathbf{E} \times \mathbf{B})_z / B^2$, onde $\mathbf{E}$ e $\mathbf{B}$ representam os campos elétrico e magnético. O campo elétrico zonal no equador é geralmente para leste durante o dia e para oeste a noite. Entretanto, antes da inversão do campo elétrico ao entardecer, a deriva eletromagnética vertical sofre um aumento abrupto de velocidade, originando um máximo que é denominado de pico pré-reversão, causado pelo aparecimento de campos elétricos de polarização na região F . O pico pré-inversão na velocidade de deriva vertical ao entardecer é causado pela intensificação do campo elétrico zonal que ocorre próximo ao terminadouro solar (linha de separação entre o dia e a noite). Ele ocorre em todas as épocas do ano sobre regiões equatoriais e possui menor intensidade durante o solstício de junho e em períodos de atividade solar mínimo.

A intensidade deste fenômeno depende de fatores tais como o nível de atividade magnética, as estações do ano e as fases do ciclo solar (FARLEY et al., 1986b).

Segundo Farley et al. (1986b) o fenômeno do pico pré-reversão pode ser entendido ainda com a análise da Figura (3.1). Durante o dia a região E está muito ionizada e apresenta uma boa condutividade. Por isso, corrente pode fluir entre as regiões E e F , ao longo das linhas de $\mathbf{B}$ curto-circuitando os campos da região F . Próximo ao terminadouro solar, ainda do lado iluminado pelo Sol, o vento zonal para leste da região F gera um campo elétrico vertical para baixo ($\mathbf{E}_z = -(\mathbf{U} \times \mathbf{B})_z$). Em torno das 18 horas locais, este campo elétrico de polarização $\mathbf{E}_z$, que não é pequeno, é mapeado para a região E com sentido apontando para o equador ($\mathbf{E}_x$). Na região E , o campo $\mathbf{E}_x$, na presença do campo geomagnético, dá origem a uma corrente Hall ($\mathbf{J}_{yx}$) na direção oeste. Mas, como no lado da noite a condutividade é baixa em relação ao lado iluminado, surge um acúmulo de cargas negativas no terminadouro criando um campo $\mathbf{E}_y$, que origina uma corrente ($\mathbf{J}_{yy}$) dirigida para leste a qual cancela a corrente $\mathbf{J}_{yx}$. Portanto, o campo $\mathbf{E}_y$ é mapeado de volta para a região F produzindo o aumento da deriva vertical (V_z) para cima, e logo depois decresce rapidamente, pois acontece a inversão do campo elétrico quando chega a noite.

Sendo a radiação solar a principal fonte de ionização e de energia, a ionosfera apresenta forte variação sazonal, além da influência do ciclo de atividade solar. Assim, conforme o ângulo zenital ou o fluxo de radiação solar varia, também varia a ionosfera. Estudos comparativos de derivas verticais de plasma da região F , feitos por Abdu et al. (1981) e Batista et al. (1986) para as estações de Huancayo e Fortaleza mostraram diferenças significativas quanto ao comportamento sazonal do pico pré-inversão que ocorre ao entardecer. Segundo os autores estas diferenças são atribuídas aos diferentes ângulos de declinação magnética das duas localidades, fazendo com que o horário do pôr do Sol nas duas regiões E conjugadas tenha uma dependência sazonal distinta em cada localidade, implicando diferentes taxas de aumento do campo elétrico de polarização da região F . As duas regiões E conjugadas representam dois pontos sobre a região E , que por sua vez, estão interligadas pelas mesmas linhas de campo magnético. O pico da velocidade vertical da região F , em dada estação equatorial, depende diretamente da variação da condutividade das regiões E , magneticamente conjugadas que pertencem ao mesmo tubo de fluxo magnético que passa pela estação. Assim, enquanto uma das regiões E conjugadas permanece iluminada pelo Sol, haverá um circuito se fechando entre as regiões E e F . Este

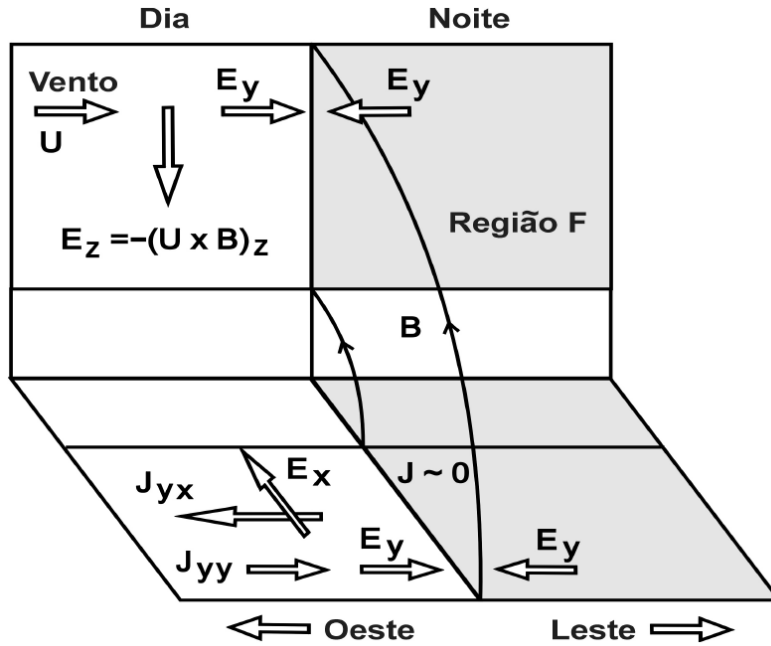


Figura 3.1 - Modelo de Farley et al. (1986b) para a explicação do pico pré-inversão da deriva vertical de plasma da região *F* equatorial.
 Fonte: Adaptada de Kelley (1989)

horário do por do Sol em cada uma das regiões *E* conjugadas tem uma variação sazonal distinta em Fortaleza e Huancayo, ocasionada pelas declinações magnéticas bem diferentes nas duas localidades (BATISTA et al., 1986).

Para avaliar melhor a relevância do efeito da declinação sobre o pico pré-inversão, vamos analisar a Figura (3.2). Vemos que, para uma mesma estação equatorial duas situações são possíveis ao longo do ano: a linha do terminadouro pode ser paralela ou não à linha de campo. Quando a linha do terminadouro solar é paralela à linha de campo magnético, ocorre simultaneidade do horário do pôr do Sol nas duas regiões *E* magneticamente conjugadas, o que favorece a aparição de campos elétricos de polarização na região *F* com magnitudes relativamente maiores. Isso faz com que os dois circuitos sejam interrompidos simultaneamente (Figura 3.2.a), favorecendo a aparição de campos elétricos de polarização na região *F* com magnitudes relativamente maiores, resultando num pico pré-reversão na deriva vertical do plasma maior, porém, com menor duração. Por outro lado, enquanto uma das regiões *E* permanecer iluminada pelo Sol, haverá condutividade e, conseqüentemente, mesmo que um dos circuitos esteja interrompido, ocorrerá alguma descarga pelo outro lado

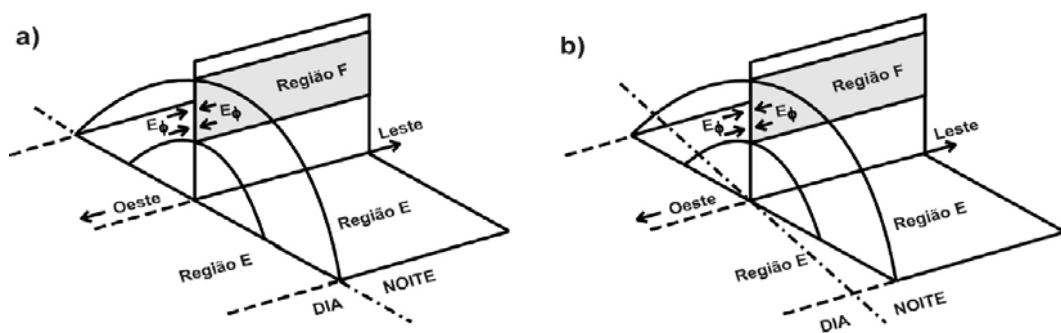


Figura 3.2 - Relação geométrica entre a linha do terminadouro e a linha de força do campo magnético na região equatorial. Em (a) as linhas estão paralelas, enquanto que em (b) não estão.

Fonte: [Abdu et al. \(1992\)](#)

(Figura 3.2.b), o que pode ser traduzido por uma variação mais lenta do gradiente de condutividade. Neste caso, teremos uma deriva vertical do pico pré-reversão de menor magnitude, porém com maior duração. Uma variação mais lenta/brusca do gradiente de condutividade influencia na taxa de desenvolvimento da deriva vertical, e não terá efeito no crescimento de instabilidade R-T, pois tal instabilidade ocorre geralmente depois das 19:00 horas, quando a condutividade da região E já atingiu seu valor noturno - com uma condutividade bem menor se comparada com a região F . Entretanto, um aumento da condutividade integrada em baixas altitudes atuará diretamente também para diminuir a taxa de crescimento da instabilidade Rayleigh-Taylor e, com isso prevenir o desenvolvimento de irregularidades do plasma ([ABDU, 2001](#); [SOBRAL et al., 2002](#)).

A partir das discussões dos autores acima, podemos ver que a dinâmica da região F da ionosfera que dispara a evolução das instabilidades observadas tem uma forte dependência com a configuração elétrica da região E - em outras palavras, há um acoplamento significativo entre essas duas regiões. Nas próximas seções, formalizamos matematicamente esse acoplamento, apresentando um modelo matemático baseado em um circuito eletrônico para o caso ionosférico.

3.3 MODELO DE UM CIRCUITO IONOSFÉRICO

Dados observacionais da ocorrência de espalhamento da região F equatorial indicam que pequenos ângulos entre o terminadouro solar e o meridiano magnético favorecem

o desenvolvimento de bolhas. Simulações numéricas e estudo teóricos da ionosfera equatorial (BATISTA et al., 1986; ABDU et al., 1992) mostraram que o grau do gradiente de condutividade nas regiões E conjugadas podem depender do grau de alinhamento dos terminadouros com o meridiano geomagnético, no período do pôr do Sol. Características eletromagnéticas reportadas por Aggson et al. (1992) sugerem que as FACs são transportadas por ondas Alfvén geradas na região F equatorial. Rishbeth (1997) estudou o acoplamento dos dínamos da camada E e da camada F , ligados pelas linhas de campo geomagnético que funcionariam como condutores perfeitos. Bhattacharyya e Burke (2000) mostraram que o sistema formado pelos pontos conjugados da região E acoplados à região F equatorial através das linhas de campo geomagnético funcionando como linhas de transmissão poderia ser considerado como um circuito eletrônico.

Fisicamente, parece intuitivo que a analogia de linhas de transmissão nos permita analisar o acoplamento descrito acima como um circuito elétrico, onde as camadas E conjugadas têm diferentes resistividades (ou condutividades), uma capacitância é responsável pelo comportamento transiente¹ do circuito devido a flutuações da corrente elétrica próxima ao plano equatorial e uma indutância surge a partir das flutuações de campo magnético associadas com as flutuações de densidade de corrente paralelas ao campo magnético $\mathbf{B}_0$. Baseado na análise de um modelo de baixa ordem nós propomos explorar a dinâmica das flutuações de corrente alinhadas ao campo geomagnético e o efeito dos pontos ionosféricos conjugados através de dois osciladores de Van der Pol acoplados. Nessa seção iremos deduzir valores para os parâmetros de um circuito RLC acoplado no ambiente ionosférico. A hipótese é que as flutuações no campo magnético ($\mathbf{B}'$), que surgem das flutuações da densidade de corrente ($\mathbf{J}'$)² e fluem paralelas ao campo $\mathbf{B}_0$ atuem como um sistema ressonante, ou seja, como um mecanismo de dínamo, ou ainda, um efeito de oscilação dos parâmetros eletromagnético que ocorre entre as regiões E e F da ionosfera acopladas e seus constituintes eletrônicos.

A Figura (3.3.a) representa o circuito esquemático de um sistema RLC ressonante,

¹Estamos considerando que o comportamento transiente está associado a capacidade da região E de “descarregar” as cargas de polarização da região F , isso porque, se existe a necessidade de descarregar, então existe um intervalo de tempo em que cargas se acumulam.

²Note que inicialmente, estamos considerando que são as flutuações de corrente que geram flutuações no campo eletro-geomagnético. Mas fisicamente o contrário também pode acontecer, apesar de não baseamos nosso modelo nesta hipótese.

acoplado, supostamente presente na ionosfera. Seu circuito elétrico análogo é mostrado na Figura (3.3.b). Os resistores R_1 e R_2 nas Figuras (3.3) podem ser interpretados como a resistência existente nos pontos conjugados, L representa a indutância nas linhas de campo geomagnético atuando como linhas de transmissão imersas no meio ionosférico e C representa a capacitância na região F equatorial, associada com perturbações da densidade eletrônica durante o desenvolvimento das irregularidades.

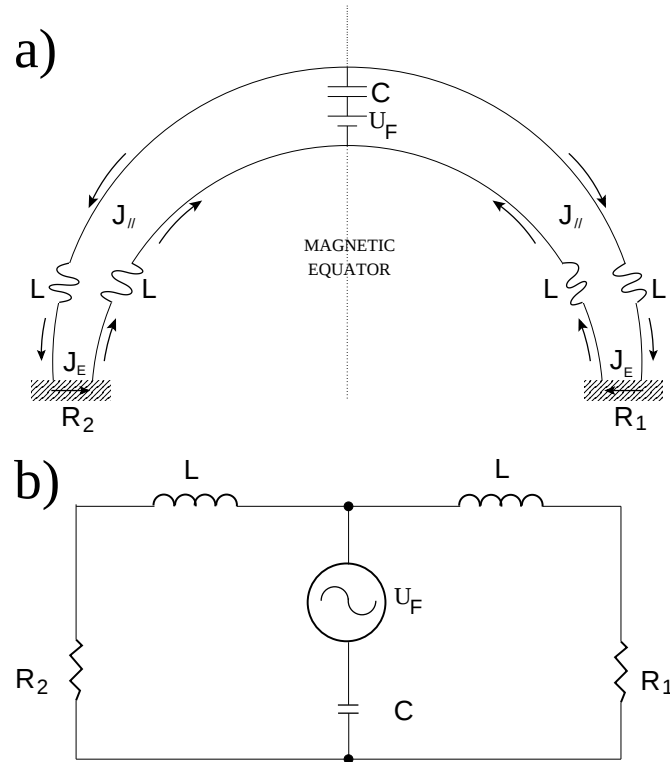


Figura 3.3 - a) Representação esquemática do acoplamento entre as regiões E e F da ionosfera com b) os respectivos circuitos RLC acoplados.

Um circuito análogo é apresentado por Kelley (1989), na Figura (3.10) de seu livro. No seu esquema existem três baterias: duas delas correspondendo aos dínamos da região E e a última correspondendo ao dínamo da região F . Cada bateria tem uma resistência interna finita dada por $R = (\Sigma_p)^{-1}$, onde Σ_p é a condutividade Pedersen. As baterias com as menores resistências internas determinam a tensão³ (ou a diferença de potencial - ddp ou U) do circuito, e conseqüentemente o campo

³Observe que há uma diferença de notação ao longo do texto para o vetor de velocidade $\mathbf{U}$ e a diferença de potencial U . A mesma diferença tem sido utilizada também para notar o campo elétrico $\mathbf{E}$ e a região E da ionosfera, o que aliás é comum em livros e periódicos da área.

elétrico. Ainda para o circuito apresentado por Kelley (1989) temos que na camada F durante a noite Σ_p é maior, sendo essa a região dominante. Já durante o dia, as fontes da região E determinam o campo elétrico e a camada F atua como um acumulador de carga, ou seja, um capacitor. A questão então é: qual a relevância dessa configuração para as condições intermediárias que se apresentam entre o período do pôr do Sol e a noite? Isso é o que pretendemos investigar.

Iniciamos a descrição do nosso modelo escrevendo as equações básicas do sistema, ou seja, as equações de Maxwell:

$$\vec{\nabla} \cdot \mathbf{E} = e(n_i - n_e)/\epsilon \quad (3.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (3.4)$$

as equações de continuidade:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_e \mathbf{v}_e) = 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_i \mathbf{v}_i) = 0 \quad (3.6)$$

e de momento para íons e elétrons:

$$n_e m_e \left(\frac{\partial \mathbf{v}_e}{\partial t} + \mathbf{v}_e \cdot \nabla \mathbf{v}_e \right) + \nabla p_e + n_e e (\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) = 0 \quad (3.7)$$

$$n_i m_i \left(\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} + \mathbf{v}_i \cdot \nabla \mathbf{v}_i \right) + \nabla p_i - n_i e (\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}) = 0. \quad (3.8)$$

Nas equações acima, $\mathbf{E}$ é o campo elétrico, $\mathbf{B}$ o campo magnético, $\mathbf{J}$ o vetor densidade de corrente, e a carga elétrica fundamental, μ a permeabilidade magnética, c a velocidade da luz, m_e e m_i , n_e e n_i , $\mathbf{v}_e$ e $\mathbf{v}_i$ e p_e e p_i as respectivas massas, densidades, velocidades e termos de pressão para elétrons e íons, t é o tempo e ϵ a permissividade elétrica. As equações acima contém, de maneira geral, todas as informações físicas necessárias para se investigar o sistema ionosférico.

A equação da continuidade expressa a influência de vários processos que alteram a distribuição da concentração eletrônica, como processos físico-químicos e processos

de transporte. No chamado regime de equilíbrio fotoquímico, o termo de transporte é, em geral, desprezível e a constante de tempo associada ao termo de perda é tão pequena, isto é, a perda acontece tão rapidamente que pode-se considerar que $\partial n / \partial t$ é muito menor que os outros termos, tal que o termo de produção é igual ao termo de perdas. De fato, como não pretendemos investigar os processos físico-químicos nesse sistema, suas contribuições foram desprezadas nas Equações (3.5) e (3.6). Para as equações de momento estamos desprezamos os termos de vento e a ação das forças gravitacionais.

As aproximações nesta seção têm por objetivo nos auxiliar na identificação dos coeficientes que serão relacionados aos elementos do circuito eletrônico que representaram a indutância, a capacitância e a resistência no modelo do circuito ionosférico. Sendo assim, as considerações acima não desqualificam a generalidade do modelo proposto.

Para derivarmos os parâmetros do circuito, realizamos uma análise de perturbação linear das equações, na seguinte forma:

$$\begin{aligned}
n &= n_0 + n' \\
p_e &= p_{e0} + p'_e \\
p_i &= p_{i0} + p'_i \\
\mathbf{v}_e &= \mathbf{v}_{e0} + \mathbf{v}'_e \\
\mathbf{v}_i &= \mathbf{v}_{i0} + \mathbf{v}'_i \\
\mathbf{J} &= \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}' \\
\mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}' \\
\mathbf{B} &= \mathbf{B}_0 + \vec{B}'_{\perp} = B_0 \hat{e}_{\parallel} + \vec{B}'_{\perp}
\end{aligned}$$

onde as flutuações (denotadas por $'$) são pequenas se comparadas às correspondentes quantidades em equilíbrio (denotadas pelo subscrito 0). Aplicando as expressões de perturbação à Equação (3.4), obtemos:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}' = \mu \mathbf{J}' + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t}$$

onde suprimimos o símbolo de perpendicularidade ($\perp$) do termo do campo magnético a fim de simplificar a notação, e desprezamos os termos de ordem zero, pois estamos interessados apenas em investigar a evolução das perturbações no sistema.

Tomando a derivada temporal da expressão acima, temos:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\vec{\nabla} \times \vec{B}' = \mu \mathbf{J}' + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t} \right]$$

ou

$$\vec{\nabla} \times \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t} = \mu \frac{\partial \mathbf{J}'}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}'}{\partial t^2}. \quad (3.9)$$

Agora, vamos tomar o rotacional da Equação (3.3), e novamente avaliar somente os termos perturbados:

$$\vec{\nabla} \times \left[\vec{\nabla} \times \vec{E}' = -\frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t} \right]$$

ou

$$\nabla^2 \mathbf{E}' - \frac{e}{\epsilon} \nabla(n'_i - n'_e) = \vec{\nabla} \times \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t}. \quad (3.10)$$

onde usamos $\vec{\nabla} \cdot \mathbf{E}' = e/\epsilon(n'_i - n'_e)$. Juntando (3.9) e (3.10), obtemos:

$$\nabla^2 \mathbf{E}' - \frac{e}{\epsilon} \nabla(n'_i - n'_e) = \mu \frac{\partial \mathbf{J}'}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}'}{\partial t^2} \quad (3.11)$$

Considerando a componente paralela a $\mathbf{B}_0$ em (3.11), podemos ignorar o segundo termo do lado esquerdo, pois ele seria de segunda ordem, uma vez que $|n'_i - n'_e| \ll n'_i$ na ausência de algum mecanismo que estabeleça separação de cargas de modo significativo ao longo de $\mathbf{B}_0$. Também, o segundo termo no lado direito de (3.11) pode ser desprezado quando comparado com o primeiro do lado esquerdo, uma vez que qualquer velocidade característica de deriva é pequena se comparada à velocidade da luz (SATO; HOLZER, 1973). Assim, a Equação (3.11) ficaria:

$$\nabla^2 E'_{\parallel} = \mu \frac{\partial J'_{\parallel}}{\partial t} \quad (3.12)$$

onde $E'_{\parallel} = \mathbf{E}' \cdot \mathbf{B}_0/B_0$ e $J'_{\parallel} = \mathbf{J}' \cdot \mathbf{B}_0/B_0$.

Faremos uma pequena pausa na dedução formal do modelo para nos atermos a algumas aproximações geométricas no sistema estudado. Na Figura (3.4) apresentamos (na parte superior) uma visão da Terra vista, por exemplo, no eixo Terra-Sol,

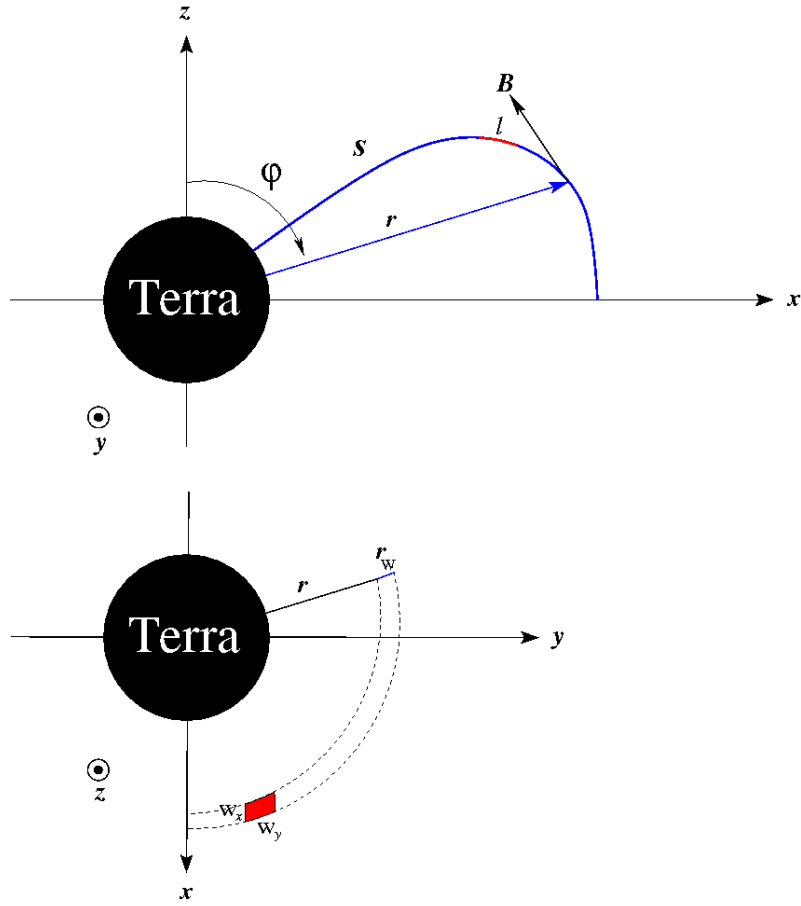


Figura 3.4 - Terra em coordenada cartesiana com as projeções de uma linha de campo magnético (s) e um elemento $W_x \times W_y$ do tubo de fluxo.

representado por y . O eixo z representaria a sentido norte-sul, enquanto o eixo x representaria o sentido oeste-leste. Ainda no esquema superior temos em azul a representação de todo da superfície s de um tubo magnético, com uma pequena seção l em vermelho em destaque⁴. Deformações dos campos magnéticos devido a interação da magnetosfera com o plasma solar não foram consideradas. Na parte inferior da Figura (3.4) temos uma representação da Terra com uma seção do tubo de fluxo visto do polo.

De acordo com o esquema acima, podemos considerar que o operador ∇^2 é determinado pelo menor comprimento característico do sistema, tal que este comprimento

⁴A nossa “pequena” seção l em vermelho na verdade deve representar um elemento infinitesimal da superfície do tubo de fluxo magnético. Obviamente, ela não está em escala a fim de facilitar a visualização e o entendimento na nossa análise.

é muito menor que qualquer outro comprimento característico - exatamente a ideia de um diferencial. No presente problema, $\nabla^2 \approx W_x^2$, onde W_x é a menor largura efetiva (onde nessa representação temos a direção x) da região perturbada no tubo de fluxo ao longo de uma linha de campo (s). Expressamos ainda $J'_\parallel$ em termos da corrente total seguindo ao longo de uma linha de campo, $I'_\parallel$, na região perturbada por $J'_\parallel = I'_\parallel / (W_x W_y)$, onde W_y é a largura da região perturbada na direção y . Note que $W_x W_y$ tem dimensão de área como exigido. Finalmente, podemos expressar $E'_\parallel$ em termos do potencial $\mathcal{E}'_L$, que atravessa um comprimento característico l ao longo da linha de campo, tal que $E'_\parallel \approx \mathcal{E}'_L / l$, onde l como afirmamos acima representa um elemento infinitesimal do comprimento para a superfície do tubo de fluxo de campo geomagnético (SATO; HOLZER, 1973). Portanto, a Equação (3.12) pode ser reescrita como:

$$\mathcal{E}'_L \approx L \frac{\partial I'_\parallel}{\partial t} \quad (3.13)$$

onde $L = \mu l (W_x / W_y)$. Por analogia com um circuito elétrico, L representa a indutância associada às linhas de campo magnético devido às perturbações das correntes elétricas. E assim, demonstramos a presença de um dos parâmetros de um circuito RLC.

Considerando agora as equações de momento. Somando as Equações (3.7) e (3.8), considerando a neutralidade eletrônica e utilizando as Equações (3.5) e (3.6), obtemos:

$$\frac{\partial}{\partial t} (n_e m_e \mathbf{v}_e + n_i m_i \mathbf{v}_i) + \nabla \cdot n (m_e \mathbf{v}_e \mathbf{v}_e + m_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i) + \nabla p + e (n_e \mathbf{v}_e - n_i \mathbf{v}_i) \times \mathbf{B} = 0$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial t} (n m_i \mathbf{v}) + \nabla n (m_e \mathbf{v}_e \mathbf{v}_e + m_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i) + \nabla p = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (3.14)$$

onde utilizamos:

$$\begin{aligned}\mathbf{v} &= \frac{n_i m_i \mathbf{v}_i + n_e m_e \mathbf{v}_e}{n_i m_i + n_e m_e} \\ m_i &\gg m_e \\ n &\approx n_i \approx n_e \\ \mathbf{J} &= e(n_i \mathbf{v}_i - n_e \mathbf{v}_e) \\ p &= p_e + p_i.\end{aligned}$$

Agora, subtraindo a Equação (3.8) da Equação (3.7), obtemos:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}(n_i \mathbf{v}_i - n_e \mathbf{v}_e) + \nabla \cdot n(\mathbf{v}_i \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e \mathbf{v}_e) + \frac{\nabla p_i}{m_i} - \frac{\nabla p_e}{m_e} - \\ \left(\frac{ne}{m_i} - \frac{ne}{m_e} \right) \mathbf{E} - \left(\frac{ne}{m_i} \mathbf{v}_i - \frac{ne}{m_e} \mathbf{v}_e \right) \times \mathbf{B} = 0\end{aligned}$$

ou

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} + \nabla \cdot ne(\mathbf{v}_i \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e \mathbf{v}_e) + e \left(\frac{\nabla p_i}{m_i} - \frac{\nabla p_e}{m_e} \right) = \frac{ne^2}{m_e} \left[\frac{\mathbf{E}(m_i + m_e)}{m_i} + \frac{m_e \mathbf{v}_i + m_i \mathbf{v}_e}{m_i} \times \mathbf{B} \right].$$

Somando e subtraindo $m_e \mathbf{v}_e$ e $m_i \mathbf{v}_i$ no termo entre colchetes, e desprezando os termos envolvendo m_e/m_i , teremos:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} + \nabla \cdot ne(\mathbf{v}_i \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e \mathbf{v}_e) + e \left(\frac{\nabla p_i}{m_i} - \frac{\nabla p_e}{m_e} \right) = \frac{ne^2}{m_e} \left[\mathbf{E} + \left(\frac{m_e \mathbf{v}_i + m_i \mathbf{v}_e}{m_i} + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{m_e \mathbf{v}_e - m_e \mathbf{v}_e}{m_i} + \frac{m_i \mathbf{v}_i - m_i \mathbf{v}_i}{m_i} \right) \times \mathbf{B} \right]\end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} + \nabla \cdot ne(\mathbf{v}_i \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e \mathbf{v}_e) + e \left(\frac{\nabla p_i}{m_i} - \frac{\nabla p_e}{m_e} \right) = \frac{ne^2}{m_e} \left[\mathbf{E} + \left(\frac{m_i \mathbf{v}_i + m_e \mathbf{v}_e}{m_i} + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\mathbf{v}_i(m_e - m_i) - \mathbf{v}_e(m_e - m_i)}{m_i} \right) \times \mathbf{B} \right]\end{aligned}$$

ou ainda,

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} + \nabla \cdot ne(\mathbf{v}_i \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e \mathbf{v}_e) + e \left(\frac{\nabla p_i}{m_i} - \frac{\nabla p_e}{m_e} \right) = \frac{ne^2}{m_e} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \frac{e}{m_e} \mathbf{J} \times \mathbf{B}.$$

Aplicando agora as expressões dos campos linearizados, obtemos:

$$n_0 m_i \left(\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \nabla \cdot \mathbf{v}' \right) + \nabla p' = \mathbf{J}' \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{J}_0 \times \mathbf{B}' \quad (3.15)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{J}'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \mathbf{J}' + e \left(\frac{\nabla p'_i}{m_i} - \frac{\nabla p'_e}{m_e} \right) &= \frac{n_0 e^2}{m_e} (\mathbf{E}' + \mathbf{v}' \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}') - \\ &\quad \frac{e}{m_e} (\mathbf{J}' \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{J}_0 \times \mathbf{B}') \end{aligned} \quad (3.16)$$

e novamente, consideramos somente os termos de primeira ordem.

Voltando à Figura (3.4), vemos que a região perturbada é muito maior na extensão y que em x (ou seja, $W_y \gg W_x$, conforme (SATO; HOLZER, 1973)), temos que o operador ∇_y é de maior ordem que ∇_x , tal que as quantidades $\nabla_y p'$ e $E'_y = -\nabla_y \phi'$ são de segunda ordem ou maior. Assim, a componente x da Equação (3.15) fica:

$$n_0 m_i \left(\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \nabla \cdot \mathbf{v}' \right) \times \mathbf{B}_0 + \nabla p' \times \mathbf{B}_0 = \mathbf{J}' \times \mathbf{B}_0 \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{J}_0 \times \mathbf{B}' \times \mathbf{B}_0$$

ou

$$J'_x = -\frac{n_0 m_i}{B_0^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \right) (\mathbf{v}' \times \mathbf{B}_0)_x \quad (3.17)$$

e da Equação (3.16)

$$\begin{aligned} \frac{m_e}{n_0 e^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \right) \mathbf{J}' + \frac{m_e}{m_i} \frac{1}{n e} \nabla p'_i - \frac{1}{n e} \nabla p'_e &= \mathbf{E}' + \mathbf{v}' \times \mathbf{B}_0 + \\ &\quad \mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}' - \frac{1}{n e} (\mathbf{J}' \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{J}_0 \times \mathbf{B}') \end{aligned}$$

tal que a componente x é:

$$(\mathbf{v}' \times \mathbf{B}_0)_x = -E'_x + \frac{1}{n e} \left(J'_y B_0 + J_0 B'_z - \nabla_x p'_e \right) + \frac{m_e}{n e^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \right) J'_x \quad (3.18)$$

com

$$\begin{cases} \mathbf{v}_0 = v_0 \hat{x} \\ \mathbf{J}_0 = J_0 \hat{y} \end{cases}$$

No regime linear, todas as quantidades perturbadas variam com $\exp[i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$ e assim, o último termo na Equação (3.18), aplicando a Equação (3.17), pode ser reescrito como $(\omega_1^2/\Omega_e\Omega_i)(\mathbf{v}' \times B_0)_x$, onde $\omega_1 = \omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_0$, e Ω_e e Ω_i são as girofrequências dos elétrons e íons, respectivamente. Sendo $\Omega_i \geq 3s^{-1}$ e $\Omega_e \geq 6 \times 10^3 s^{-1}$, se $\omega_1^2 < 10^3 s^{-2}$ podemos ignorar o último termo na Equação (3.18) (SATO; HOLZER, 1973). Assim, da Equação (3.15), temos:

$$J'_y B_0 + J'_z B_0 - \nabla_x p'_e = \nabla_x p'_i + n_0 m_i \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \right) v'_x. \quad (3.19)$$

Reunindo as Equações (3.17), (3.18) e (3.19), obtemos:

$$J'_x = \frac{n_0 m_i}{B_0^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \right) \left[E'_x - \frac{\nabla_x p'_i}{n_0 e} - \frac{m_i}{e} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \right) v'_x \right]$$

mas, $n_0 m_i v_0^2 / B_0^2 \ll 1$, o último termo entre colchetes pode ser desprezado. Logo,

$$J'_x = \frac{n_0 m_i}{B_0^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \right) \left(E'_x - \frac{\nabla_x p'_i}{n e} \right). \quad (3.20)$$

Quando $W_x \ll W_y$, o último termo na Equação (3.20) é de ordem superior. Assim, (3.20) fica:

$$J'_x = \frac{n_0 m_i}{B_0^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \right) E'_x \quad (3.21)$$

Se escrevermos:

$$\begin{cases} I'_x = \int ds J'_x W_y \\ E'_x \approx \mathcal{E}'_C / W_x \end{cases}$$

a Equação (3.21) adquire a seguinte forma:

$$I'_x \approx C \frac{\partial}{\partial t} (\partial_x \mathcal{E}'_C) \quad (3.22)$$

onde

$$C = \int ds (W_y / W_x) n_0 m_i / B_0^2$$

por analogia a um circuito elétrico, representa a capacitância da ionosfera - nosso

segundo parâmetro do circuito RLC.

Finalmente, a resitência R na ionosfera pode ser encontrada se escrevermos:

$$R = \nabla_s \mathcal{E}'_R / I'_{\parallel}$$

ou

$$R = \left[\varphi'(x) - \varphi'(x + \lambda/2) \right] / I'_{\parallel} \quad (3.23)$$

que é o nosso terceiro e último parâmetro do circuito ionosférico. Na expressão acima φ' representa um potencial perturbado em um ponto x enquanto λ representa um deslocamento onde um novo potencial é medido. As funções de energia, $\mathcal{E}'_R$, $\mathcal{E}'_L$ e $\mathcal{E}'_C$ representam que cada um dos componentes do circuito são passivos. Vamos retornar à Figura (3.3) e interpretar melhor os parâmetros encontrados.

A densidade de corrente J que flui no acoplamento ionosférico depende da resistividade R nos pontos conjugados. O circuito tem sua própria auto-indutância L entre o acoplamento das regiões conjugadas com camada F da ionosfera, cuja função básica é manter a oscilação das flutuações de corrente. Os diferentes regimes de condutividade da região F ao longo do dia, nos permitem considerar uma capacitância C no circuito. Portanto, os parâmetros L e C estão associados à energia magnética e cinética do plasma que permeia a ionosfera. O potencial U_F presente na Figura (3.3) está associado ao campo elétrico de polarização do dínamo da região F .

O campo elétrico do dínamo da região F tem uma forte dependência com o comportamento da região E . Uma das razões é que a região E , durante o dia, pode “descarregar” as cargas de polarização da região F . Isso ocorre porque durante o dia a região E está muito ionizada e apresenta uma boa condutividade. Por isso, os elétrons (que possuem maior mobilidade) podem se deslocar entre as regiões E e F ao longo das linhas de campo magnético, curto-circuitando os campos da região F .

Na seção a seguir, explicitamos o modelo matemático para este acoplamento entre as regiões E e F , baseado em parâmetros eletrodinâmicos obtidos da formulação geral para o plasma ionosférico.

3.4 MODELO DE VAN DER POL ACOPLADO APLICADO À IONOSFERA

A equação diferencial que resolve o problema da associação em série de um resistor R , um indutor L e um capacitor C pode ser obtida a partir da aplicação da lei de Kirchoff, ou seja:

$$U_F - \mathcal{E}'_R - \mathcal{E}'_L - \mathcal{E}'_C = 0$$

ou

$$U_F - R_i I_i - L_i \frac{dI_i}{dt} - \int \frac{Idt}{C} = 0$$

ou ainda

$$L_i \frac{dI_i}{dt} + R_i(t) I_i + \int \frac{Idt}{C} = U_F(t) \quad (3.24)$$

que é uma equação diferencial com coeficientes dependentes do tempo. O índice i nos termos relacionados ao indutor e resistência refere-se às flutuações de corrente em cada lado do circuito. Já o capacitor tem associado o total das flutuações de corrente, por isso não há índice neste termo. Apesar de não utilizarmos mais o símbolo $(')$ para denotarmos os termos perturbados, devemos lembrar que todos os parâmetros do circuito ionosférico acima foram derivados considerando os termos de primeira ordem nas expressões de perturbação. Isso significa, que a Equação (3.24) nos possibilita estudar as flutuações de corrente ao longo do acoplamento ionosférico. Vamos definir uma função

$$f(I_i) = R_i(t) I_i \quad (3.25)$$

que varia com I_i , e consequentemente, com o tempo. A Equação (3.24) fica então:

$$L_i \frac{dI_i}{dt} + f(I_i) + \int \frac{Idt}{C} = U_F(t) \quad (3.26)$$

Tomando a derivada temporal da expressão acima, obtemos:

$$L_i \frac{d^2 I_i}{dt^2} + f'(I_i) \frac{dI_i}{dt} + \frac{I}{C} = \frac{dU_F(t)}{dt} = e(t)$$

onde a função $e(t)$ trata-se de um forçante do sistema, que varia com o tempo.

Introduzindo uma nova escala de tempo $\tau = t/\sqrt{LC}$, onde $\sqrt{LC}$ representa o período de relaxamento das flutuações no circuito ionosférico, e uma função $g(I_i) = \sqrt{\frac{C}{L_i}} f'(I_i)$, obtemos:

$$L_i C \frac{d^2 I_i}{dt^2} + C f'(I_i) \frac{dI_i}{dt} + I = Ce(t)$$

$$t = \tau \sqrt{L_i C}$$

$$dt = d\tau \sqrt{L_i C}$$

$$dt^2 = d\tau^2 (L_i C)$$

$$\begin{aligned} \frac{L_i C}{L_i C} \frac{d^2 I_i}{d\tau^2} + \frac{C f'(I_i)}{\sqrt{L_i C}} \frac{dI_i}{d\tau} + I &= Ce(t) \\ \frac{d^2 I_i}{d\tau^2} + \sqrt{\frac{C}{L_i}} f'(I_i) \frac{dI_i}{d\tau} + I &= Ce(t) \end{aligned}$$

ou

$$\frac{d^2 I_i}{d\tau^2} + g(I_i) \frac{dI_i}{d\tau} + I = Ce(t) \quad (3.27)$$

O termo do lado direito da Equação (3.27) refere-se ao potencial perturbado do sistema ionosférico acoplado. Sua localização na região F equatorial (conforme mostrado na Figura 3.3) se deve ao fato de que essa região possibilita o armazenamento de energia eletromagnética de maneira dinâmica. De fato, a existência de um dínamo ionosférico nas alturas da região F , capaz de gerar campos elétricos, foi sugerida pela primeira vez por Rishbeth (1971). Como destacamos na seção anterior, Kelley (1989) propôs a existência de uma fonte de energia, que ele literalmente chamou de bateria, associada a ação do dínamo da região F . De acordo com a nossa interpretação, esta bateria sempre estaria presente nesse sistema, mas teria maior ou menor relevância para a dinâmica a depender das características do acoplamento entre as regiões E e F da ionosfera.

3.5 FÍSICA DO FORÇANTE IONOSFÉRICO

Antes de prosseguirmos, precisamos destacar nossas impressões quanto a justificativa física e matemática da presença de um forçante periódico no nosso modelo de

acoplamento para as regiões E e F da ionosfera.

Nesse contexto, vale a pena reafirmarmos o caráter sensível da ionosfera de baixa latitude durante o período do pôr do Sol. A ausência de energia solar causa recombinação dos constituintes químicos - mais rápido em altitudes mais baixas. Tomando como referência a região F da ionosfera, constata-se o surgimento de um gradiente de densidade nessa região, com a base desta sendo mais rarefeita eletronicamente. Sabe-se também que tal gradiente de densidade é instável ao crescimento da instabilidade Rayleigh-Taylor. Além disso, a presença de campos elétricos controlados pelo dínamo da região F vêm colaborar para desestabilizar a ionosfera equatorial.

Diferentes propriedades ionosféricas tem sido investigadas tendo como foco a tentativa de se explicar os aspectos responsáveis pelo início, evolução e variabilidade sazonal/longitudinal observadas. Uma revisão de alguns desses trabalhos já foi apresentada ao longo desse capítulo, tal que podemos nos concentrar exclusivamente ao nosso problema, ou seja, o acoplamento ionosférico através de um circuito eletrônico.

Na proposta de [Bhattacharyya e Burke \(2000\)](#), em que apresentaram a analogia de linhas de transmissão para o desenvolvimento de irregularidades, os autores discutiram a presença de um gerador na região F equatorial associado a uma corrente gravitacional⁵. Esse gerador, ou forçante, impulsiona correntes alinhadas às linhas de campo magnético (FACs) carregadas por ondas Alfvén para ambos os hemisférios. Além disso, as ondas Alfvén poderiam ser parcialmente refletidas nos pontos conjugados da região E . Em um trabalho posterior, [Bhattacharyya \(2004\)](#) investigou o papel da condutividade da região E no desenvolvimento das irregularidades. Seus resultados sugeriram que uma maior altitude do pico de densidade do plasma equatorial é necessária para a inibição das instabilidades.

No período intermediário aos estudos dos autores acima, [Lühr et al. \(2002\)](#) mostraram que existem perturbações magnéticas associadas com a ocorrência dos fenômenos de espalhamento da região F . Posteriormente, [Stolle et al. \(2006\)](#) apresentaram um extenso estudo a partir de observações magnéticas realizadas pelo satélite CHAMP relacionando assinaturas nas componentes do campo magnético terrestre e a ocorrência de espalhamento na região F equatorial. Seguem alguns dos seus resultados

⁵O termo da corrente gravitacional aparece na Equação (7) do referido artigo, e tem a forma $\frac{n_i m_i g}{B_0}$, onde n_i e m_i são as respectivas densidade e massa dos íons, g é a gravidade e B_0 o campo geomagnético não perturbado.

que consideramos serem relevantes para o nosso trabalho.

Na Figura (3.5) apresentamos três exemplos de observações do satélite CHAMP para a região equatorial. Um registro da ausência de espalhamento é mostrado na Figura (3.5.a). Na Figura (3.5.b) temos a assinatura de espalhamento na região ao norte do equador magnético, enquanto na Figura (3.5.c) há o registro em ambos os hemisférios magnéticos.

As componentes magnéticas são apresentadas em um sistema de referências alinhadas ao campo magnético médio (MFA), com a componente B_μ estando alinhada com o campo magnético médio, B_φ perpendicular ao meridiano magnético e apontando para leste, e a componente B_ν apontando radialmente para fora em latitudes equatoriais.

Além das componentes magnéticas, as Figuras (3.5) mostram ainda a curva de densidade eletrônica em cada caso. Assim, o gráfico na base da Figura (3.5.a) representa bem o caráter não-perturbado do meio ionosférico, mostrando baixos valores próximos à latitude magnética 0° e picos de densidade bem definidos em torno de $\sim 15^\circ$ norte e sul do equador magnético. Na base da Figura (3.5.b) podemos observar que o perfil de densidade eletrônica sofre uma súbita diminuição em $\sim 8^\circ$ norte, em concordância com as flutuações observadas nas componentes magnéticas. Na Figura (3.5.c) as assinaturas de espalhamento em ambos os hemisférios da região equatorial são bem evidentes, com o perfil de densidade apresentando decrescimos em torno de 10° norte e sul do equador magnético.

Uma visão geral da ocorrência de espalhamento considerada à partir das assinaturas magnéticas medidas pelo satélite CHAMP é apresentada na Figura (3.6). Imediatamente, podemos concluir desta figura que os eventos estão confinados em duas bandas centradas em $\sim 10^\circ$ norte e sul do equador magnético. Outra constatação importante é a presença de um grande número de assinaturas de espalhamento sobre o setor americano. Certamente, isso se deve à presença da anomalia equatorial nessa região.

Bem, mas como todas essas informações poderiam nos esclarecer sobre a natureza física do forçante na região equatorial. De fato, Stolle et al. (2006) analisaram a descrição feita por Bhattacharyya e Burke (2000) a partir das observações do CHAMP. Para isso, os autores consideram um modelo esquemático mostrado na Figura (3.7).

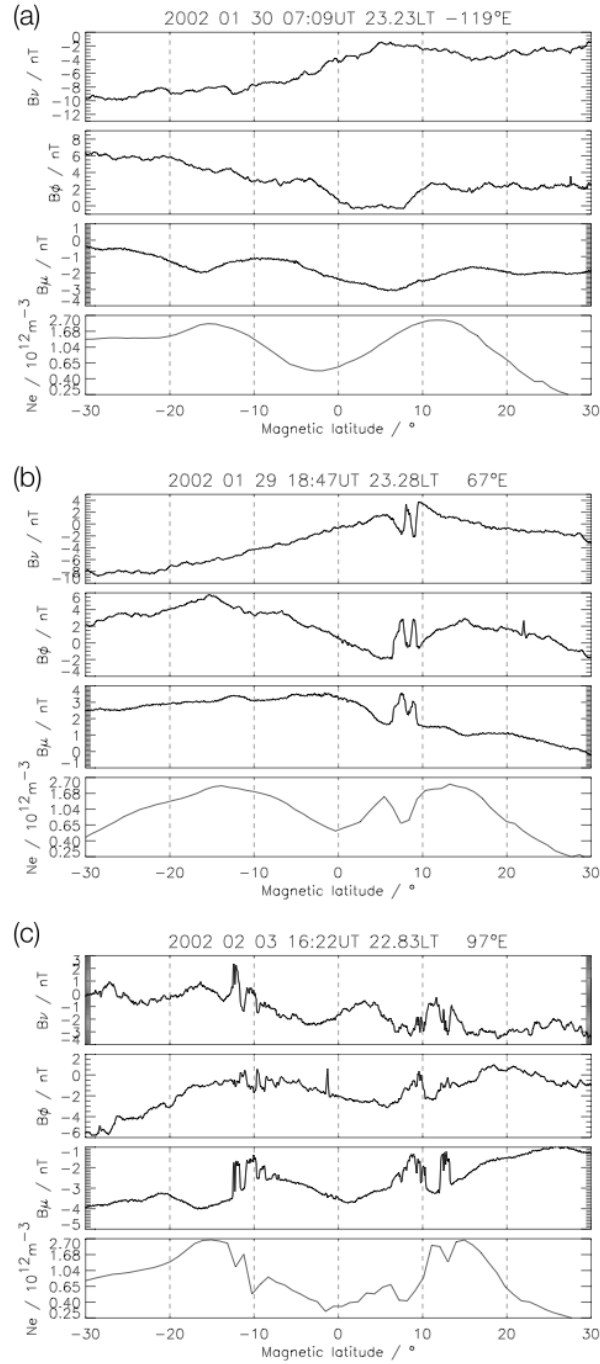


Figura 3.5 - Séries temporais do campo magnético obtidas pelo satélite CHAMP em coordenadas do campo magnético médio (MFA) e o corresponde registro da densidade eletrônica obtida pelo PLP (*Planar Langmuir Probe*, ou sonda plana de Langmuir). Em (a) os dados mostram a ausência de espalhamento, em (b) temos assinatura de espalhamento somente no hemisfério norte e em (c) em ambos os hemisférios magnéticos.

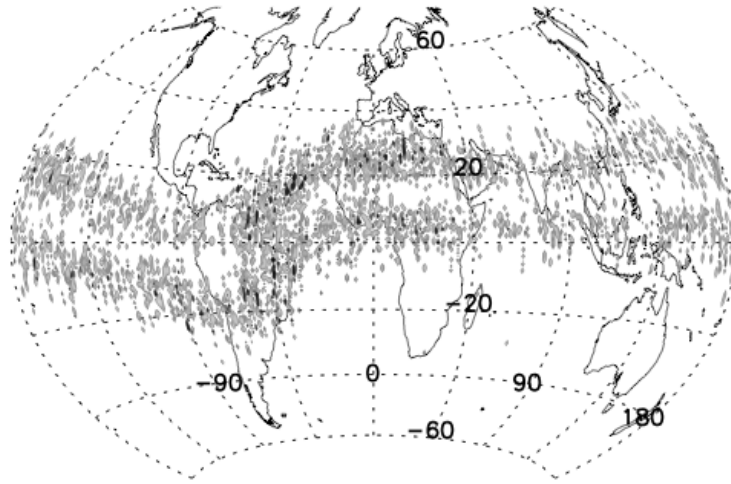


Figura 3.6 - Distribuição global com todos os eventos de espalhamento observados pelo satélite CHAMP no período de 2001 a 2004, e para $Kp < 3$, incluindo todas as estações do ano.

Então, segundo [Stolle et al. \(2006\)](#) uma indicação de um gerador na região equatorial, comum portanto a ambos os hemisférios, pode ser extraída da quase perfeita simetria existente para a ocorrência de assinaturas de espalhamento em torno do equador magnético, como mostrado acima. Essa característica poderia fundamentar a idéia de um tubo de fluxo magnético dinamicamente sobre a ação de um forçante comum.

Além disso, as assinaturas magnéticas das componentes transversais, em particular a componente radial B_ν , podem ser usadas para determinar a direção das FACs entre o gerador e os pontos conjugados. Para os exemplos mostrados na Figura (3.5), a componente radial está em anti-correlação com a componente paralela no hemisfério norte, e em fase no hemisfério sul. Isto está consistente com o modelo de tubo de fluxo apresentado acima, onde as FACs fluem a partir do gerador pelo lado oeste do tubo de fluxo, retornando ao gerador pelo lado leste.

Uma vez que a idéia de que eventos de espalhamento (ou ainda de irregularidades) podem estar acompanhados de assinaturas magnéticas que surgem à partir de correntes associadas com as estruturas e dinâmicas da instabilidade do plasma, podemos voltar ao termo da corrente gravitacional discutido por [Bhattacharyya e Burke \(2000\)](#). De acordo com [Kelley \(1989\)](#), a contribuição relevante da densidade

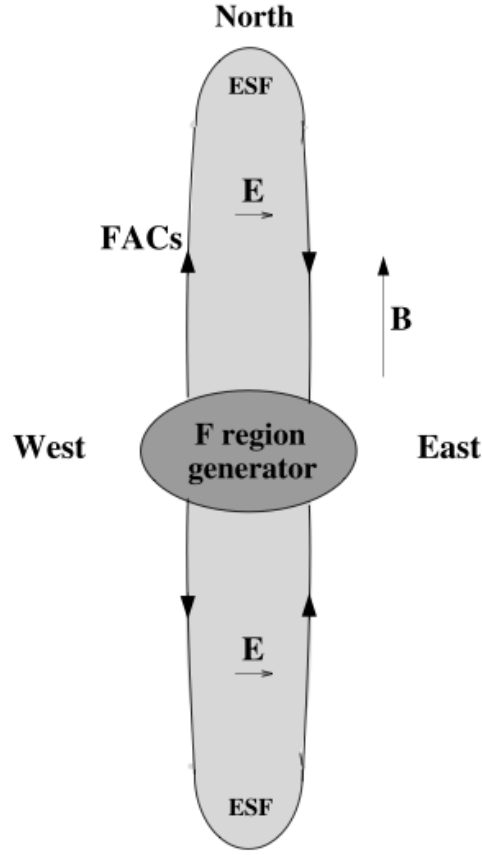


Figura 3.7 - Visão esquemática das FACs conectando o gerador da região F com os pontos conjugados da ionosfera na região E baseada nos dados do satélite CHAMP.

de corrente, $\mathbf{J}$ para o sistema ionosférico, está representada na expressão:

$$\mathbf{J} = \sigma_p \mathbf{E} + \frac{ne}{\Omega_i} \mathbf{g} \times \hat{B} - \frac{k}{B^2} (T_i + T_e) \nabla n \times \mathbf{B} \quad (3.28)$$

onde

$$\sigma_p = \frac{ne^2}{M} \frac{\nu_{in}}{\Omega_i^2} = \frac{nM\nu_{in}}{B^2}$$

é a condutividade pederson, e T_i e T_e são as temperaturas dos íons e elétrons, respectivamente. O primeiro termo dessa equação representa a corrente Pedersen, o segundo a corrente devido a gravidade e o terceiro representa o termo da pressão de gradiente.

A nossa proposta, como uma primeira aproximação da existência de um forçante

é representa-lo como uma fonte de energia oscilante (que estamos chamando de $U_F = Ce(t)$), e seguindo a idéia de Kelley (1989) associar a nossa fonte à presença do dínamo da região F . Porém, iremos considerar de maneira explícita que essa fonte é dinâmica (ou seja, tem dependência temporal) e que, devido ao fluxo das perturbações de corrente elétrica entre essas regiões, oscila de maneira periódica como um gerador alternado. Assim, no caso em que

$$Ce(t) = A \sin(\Omega t)$$

onde introduzimos C em A , sendo A a amplitude do forçante e Ω a frequência de oscilação, obtemos então a seguinte expressão:

$$\frac{d^2 I_i}{d\tau^2} + g(I_i) \frac{dI_i}{d\tau} + I = A \sin(\Omega t) \quad (3.29)$$

que corresponde a equação diferencial de um circuito RLC, e que é naturalmente um circuito oscilante. Além disso, esse gerador seria composto de um elemento resistivo interno, representado pela resistividade Pedersen da região F equatorial (novamente, como foi proposto por Kelley (1989)), e uma capacitância associada com a corrente de polarização, mas que não analisaremos aqui.

Vale lembrar ainda, que a escolha de um forçante periódico com uma forma senoidal não é de toda arbitrária, uma vez que matematicamente qualquer função, periódica ou não, pode ser reescrita como uma combinação linear de modos de senos ou cossenos (ver demonstração apresentada no Anexo A).

Van der Pol (1926) estudando circuitos oscilatórios propôs uma queda de tensão, dada por uma função não-linear do tipo:

$$f(I_i) = \frac{r_i}{3} I_i^3 - r_i I_i = -(r_i - r_i I_i^2) I_i$$

onde $r_i \geq 0$ é uma constante de amortecimento que pondera o quanto cada resistor⁶ é não-linear. Assim, temos que:

$$f'(I_i) = -r_i(1 - I_i^2)$$

⁶Lembrando que o termo $f(I)$ está relacionado à resistividade, conforme explicitamente foi considerado na Equação (3.25).

e fazendo:

$$\mu_i = r_i \sqrt{C/L_i}$$

obtendo para a função $g(I_i)$ a seguinte expressão:

$$g(I_i) = -\mu_i(1 - I_i^2)$$

tal que a Equação (3.29) fica:

$$\frac{d^2 I_i}{d\tau^2} - \mu_i(1 - I_i^2) \frac{dI_i}{d\tau} + I = A \sin(\Omega t) \quad (3.30)$$

que é a equação de Van der Pol. O parâmetro μ_i é o amortecimento não-linear do sistema, e de acordo com a dedução apresentada aqui, está relacionado ao potencial dissipado pela resistividade presente em cada lado do circuito, ou seja, pela resistividade existente nos pontos conjugados da região E.

Na próxima seção, apresentamos as soluções numéricas para este modelo.

3.6 CAOS NO ACOPLAMENTO DAS REGIÕES E E F DA IONOSFERA

Em analogia a um circuito eletrônico, deduzimos na seção anterior um modelo físico que representa o acoplamento da região F com os pontos conjugados pertencentes a um mesmo tubo de fluxo magnético na região E , cuja dinâmica pode colaborar para geração e desenvolvimento das irregularidades no sistema ionosférico. A Equação (3.30) é a expressão clássica de Van der Pol para um dínamo eletrônico, com a presença de um forçante externo periódico. O termo μ_i nesta equação refere-se ao coeficiente de amortecimento eletromagnético do sistema e representa a variação da condutividade (inverso da resistividade) que modifica as correntes do circuito ionosférico. Usaremos este coeficiente como parâmetro de controle a fim de se verificar a dinâmica não-linear desse sistema. O índice $i = 1, 2$ indica o lado do circuito em que trafega a corrente (norte e sul, por exemplo). Já o termo $I = I_1 + I_2$ é a corrente total do sistema.

Convém mencionar aqui que há duas maneiras (conhecidas) pelas quais a condutividade da região E influencia na geração/desenvolvimento das irregularidades ionosféricas. Na primeira, o gradiente de condutividade no período do por do Sol modifica

a intensidade do campo elétrico/deriva vertical da pré-reversão através do processo de dínamo da região F . Um aumento do gradiente da condutividade motivado pelo alinhamento do meridiano magnético dos pontos E conjugados com o terminadouro solar causa um aumento da deriva vertical, e portanto uma maior taxa de subida da camada F . Isso favorece as condições para o crescimento das instabilidades na parte inferior da camada, de acordo com o mecanismo de Rayleigh-Taylor. No entanto, devemos notar que neste processo o papel da condutividade é indireto, pois a subida da camada seria um dos fatores responsáveis pela geração das irregularidades. Na segunda maneira, uma vez iniciada as irregularidades, o aumento do campo elétrico de polarização, responsável pelo desenvolvimento das bolhas e/ou das irregularidades associadas a elas, dependerá da condutividade/resistividade da região E nos pontos conjugados⁷.

Com a utilização da teoria de caos para se investigar o papel das condutividades/resistividades nos pontos conjugados da região E da ionosfera esperamos fornecer uma visão alternativa sobre o entendimento descrito acima, sem no entanto contrariá-lo. Isso porque, acreditamos que as flutuações eletrodinâmicas, moduladas através das variações que ocorrem ao longo do dia nos pontos conjugados, permitam que o sistema saia de seu estado de equilíbrio para uma configuração irregular (ou de desequilíbrio) através de um comportamento caótico.

A ocorrência dos fenômenos de instabilidades na ionosfera, concentrados a partir do período do por do Sol, nos indica que o sistema ionosférico possui dois tipos de equilíbrio: um estável e outro instável. A configuração de equilíbrio estável seria aquela ao longo dos horários do dia em que os mecanismos de ionização e alta condutividade (ou baixa resistividade) são mais eficientes. A presença de fontes perturbadoras de baixa amplitude (onde excluímos os fenômenos de tempestade/sub-tempestades magnética, por exemplo), ainda que constantes por um determinado período, não seriam capazes de causar a evolução de irregularidades na ionosfera. A alta condutividade do sistema propagaria as perturbações, que seriam atenuadas ou dissipadas. O plasma manteria então seu estado de equilíbrio ou de ordem, ainda que apresentasse um novo estado equilibrado. Nas discussões a seguir, iremos nos referir a esta configuração final do plasma ionosférico como um estado periódico.

Já a configuração de equilíbrio instável tem início no período do por Sol. A diminui-

⁷Comentários feitos pelo Dr. Mangalathayiu Ali Abdu em comunicação privada.

ção gradativa da condutividade (aumento da resistividade) nos pontos conjugados torna o acoplamento entre as regiões E e F ineficiente. A tendência é que pequenas perturbações ao alcançarem a região F fiquem confinadas, já que os mecanismos de descarga elétrica não podem dissipar essa energia extra tão facilmente quanto antes. Cremos que a diminuição da condutividade nos pontos conjugados ocorra de forma desordenada. Ao atuarem como linhas de transmissão, o campo geomagnético estaria enviando essa informação também de maneira desordenada para a região F . Ou seja, o acúmulo de cargas na região F devido as flutuações de corrente elétrica ocorreria de maneira desordenada, e essa desordem poderia contribuir com as condições necessárias para o desenvolvimento e crescimento das instabilidades, também de maneira irregular, como de fato elas são observadas. Iremos nos referir a essa situação no restante deste capítulo como um estado aperiódico (quase-periódico ou caótico).

Para verificar a existência no modelo ionosférico de Van der Pol das duas situações de equilíbrio discutidas acima, além do seu comportamento caótico, vamos dar início às soluções numéricas. As discussões sobre as soluções numéricas que seguem nesta seção são gerais, ou seja, nosso objetivo é discutir os resultados do ponto de vista da teoria de caos. Os resultados a serem discutidos na próxima seção darão ênfase à dinâmica caótica no ambiente ionosférico.

Iniciamos com um diagrama de bifurcação, que proporciona uma visão da dinâmica do sistema e sua sensível dependência a pequenas variações em um parâmetro de controle. Este pode ser construído a partir das soluções da Equação (3.30), que numericamente é representada como um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem:

$$\begin{aligned}
\dot{I}_1 &= y_1 \\
\dot{y}_1 &= -(I_1 + I_2) + \mu_1(1 - I_1^2)y_1 + A \sin(2\pi y_3) \\
\dot{I}_2 &= y_2 \\
\dot{y}_2 &= -(I_1 + I_2) + \mu_2(1 - I_2^2)y_2 + A \sin(2\pi y_3) \\
\dot{y}_3 &= \Omega/2\pi
\end{aligned} \tag{3.31}$$

onde os pontos denotam as derivadas temporais das quantidades. Iremos fazer variar o parâmetro dissipativo μ_1 enquanto manteremos os demais coeficientes fixos. Na determinação desses vamos associar a amplitude do forçante A com a magnitude

das flutuações de corrente I_i .

A partir das variações da intensidade do campo magnético, ΔB , podemos obter as flutuações de corrente utilizando a expressão (STOLLE et al., 2006):

$$I = J \cdot Area = \frac{\Delta B}{\mu_0 d} Area = \frac{\Delta B}{\mu_0} d$$

onde d é o comprimento de uma lâmina de corrente. O termo *Area* refere-se a área de uma seção reta dessa lâmina. Considerando $\Delta B = 1.85$ nT e $d = 42.4$ m, obtemos para a flutuação de corrente o valor $I = 0.062$ A. Como as Equações (3.31) estão normalizadas para um tempo característico τ , precisamos normalizar também o valor de I . Os registros de ΔB mostrados em Stolle et al. (2006) têm uma frequência de 50 Hz. Logo, a amplitude da flutuação de corrente normalizada por essa frequência é $I = 3.12$. Porém, ainda segundo Stolle et al. (2006), este valor está atribuído às flutuações na densidade de corrente em altas latitudes. Sendo assim, vamos considerar um valor intermediário e escolher $A \propto I = 1.8$. ($\mu_2 = 1.0$, $A = 1.8$ e $\Omega = 0.65$). Definimos um plano de Poincaré como:

$$P : [I_1(\tau), I_2(\tau)] \rightarrow [I_1(\tau + T), I_2(\tau + T)]$$

onde $T = 2\pi/\Omega$ é o período da fonte externa. O mapa de Poincaré representa o valor de I_i a cada período $2\pi/\Omega$. Este tipo de projeção definido em intervalos fixos de tempo é conhecido como projeção estroboscópica ou mapa de tempo T .

Nos resultados apresentados neste capítulo, foi usado o valor $\tau = 0$ para a fase inicial. As soluções do conjunto de Equações (3.31) são oscilações que podem ser periódicas ou aperiódicas. A Figura (3.8.a) mostra uma visão global do diagrama de bifurcação para as flutuações da corrente, onde no correspondente eixo horizontal temos o parâmetro de controle adotado (μ_1) e no eixo vertical temos os valores assintóticos dos pontos de Poincaré para as flutuações de corrente I_1 , sendo omitido os transientes iniciais.

A Figura (3.8.b) mostra o máximo expoente de Lyapunov como função de μ_1 , para o diagrama de bifurcação da Figura (3.8.a), calculado pelo algoritmo de Wolf et al. (1985). O expoente de Lyapunov é uma medida das propriedades dinâmicas de um sistema. A magnitude do máximo expoente de Lyapunov positiva indica que o comportamento dinâmico global das flutuações é caótico, enquanto que para

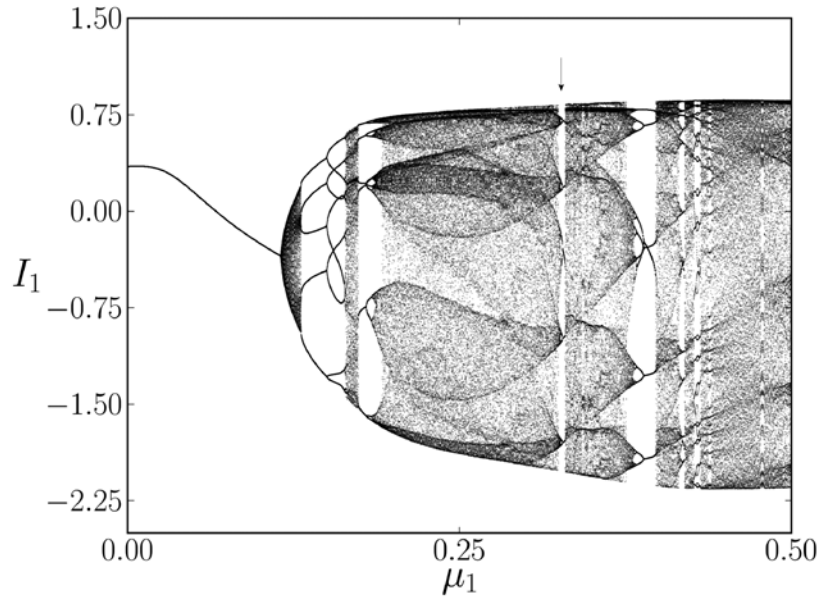
um ponto de equilíbrio estável seu valor é negativo. Segue da Figura (3.8.a) que o comportamento dinâmico global das flutuações de corrente contém uma mistura de regimes periódicos, quase-periódicos e caóticos, no qual existem janelas periódicas dentro de uma região caótica e regiões caóticas dentro de uma janela periódica.

Oscilações periódicas são vistas no diagrama de bifurcação como pontos discretos para um determinado parâmetro de controle, enquanto que a existência de inúmeros pontos indica comportamento aperiódico. O estado periódico de uma oscilação vista através do espectro de Fourier, por exemplo, seria representado por um pico discreto, enquanto que um espectro denso apresenta inúmeros picos. A grande vantagem dessa metodologia é a possibilidade de se investigar todos os comportamentos possíveis para os vários valores do parâmetro de controle, adquirindo dessa forma uma descrição global do sistema.

Uma ampliação da pequena região do diagrama de bifurcação indicada por uma seta na Figura (3.8.a) é apresentada na Figura (3.9.a), mostrando o atrator para uma janela periódica de período-5. Esta janela começa com uma bifurcação sela-nó (SNB) em $\mu_{1_{SNB}} = 0.32964$, onde um par de órbita periódica estável e instável foi criado. À direita de $\mu_{1_{SNB}}$ o sistema é caótico. As órbitas periódicas instáveis (linhas tracejadas) foram encontradas pelo método de Newton (CURRY, 1979). Do ponto de vista matemático, um atrator periódico é um ponto fixo do sistema de coordenadas que é “visitado” periodicamente pelas órbitas das soluções. Os assim chamados “atratores estranhos”, ou atratores caóticos, produz um comportamento complexo. Cada movimento do sistema caótico é único. O ciclo nunca se repete, de modo que cada ciclo cobre uma nova região do espaço de fase. Os pontos do espaço de fase e os ciclos, formam juntos um complexo altamente organizado: um atrator estranho. Órbitas periódicas instáveis são o esqueleto de um atrator caótico porque as trajetórias caóticas são fechamentos do conjunto infinito de órbitas periódicas instáveis (OTT, 1993). Santana (2006) apresenta uma extensa revisão sobre conceitos básicos de sistemas dinâmicos.

A órbita periódica estável de período-5 sofre uma cascata de bifurcações de período conforme μ_1 diminui, transformando-se eventualmente em um atrator caótico de banda com cinco bandas. Esta janela periódica termina com uma crise interior (IC) em $\mu_{1_{IC}} = 0.32332$, frente à colisão do atrator caótico de banda com a órbita periódica instável mediadora (M) criada pela bifurcação sela-nó, que causa a expansão do atrator (BOROTTO et al., 2004). Diminuindo-se ainda mais o parâmetro de controle

a)



b)

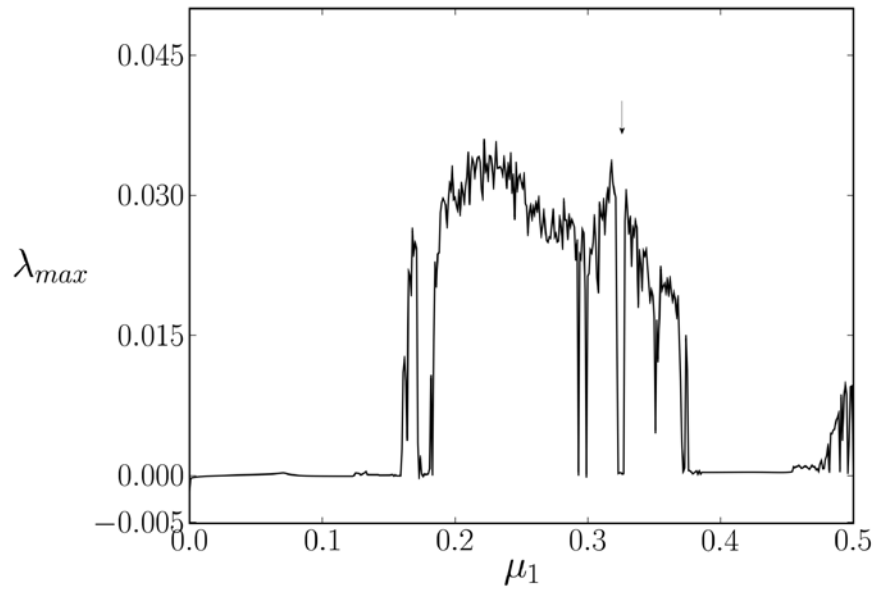


Figura 3.8 - (a) Visão global do diagrama de bifurcação, com I_1 em função de μ_1 e, (b) máximo expoente de Lyapunov λ_{max} também em função de μ_1 . Valores positivos de λ_{max} indicam um comportamento caótico e λ_{max} negativo indica ordem. As setas indicam uma janela periódica de período-5.

μ_1 a partir de μ_{1IC} o atrator torna-se completamente caótico. Em comparação com um atrator periódico, em que as trajetórias iniciadas em qualquer ponto do espaço de fase são atraídas para uma órbita periódica estável, e um atrator caótico todas as órbitas periódicas são instáveis. Conjuntos caóticos não são necessariamente conjuntos atratores. Um conjunto de órbitas periódicas instáveis pode ser caótico e não atrator, tal que as órbitas na vizinhança desse conjunto eventualmente são repelidas dele; este conjunto pode conter uma órbita caótica com ao menos um expoente de Lyapunov positivo (NUSSE; YORKE, 1989). Se a órbita caótica tem também um expoente de Lyapunov negativo, o conjunto não-atrator é conhecido como sela-caótica (REMPEL; CHIAN, 2004; REMPEL et al., 2004b). Na Figura (3.9.b) mostramos a variação do máximo expoente de Lyapunov (linha contínua), bem como os outros quatro expoente (linhas tracejadas) em função de μ_1 . Como o espaço de fase das Equações (3.31) possui cinco dimensões, o sistema tem cinco expoentes de Lyapunov, um dos quais é sempre zero (na direção tangente do fluxo). Note que os valores dos expoentes saltam subitamente em IC e SNB, implicando em um aumento abrupto no grau de caoticidade do sistema Van der Pol acoplado. Notemos também como os valores dos demais expoentes de Lyapunov se aproximam de zero quando ocorre uma bifurcação no interior da janela periódica.

Sinais aperiódicos no sistema ionosférico são indícios de que esse sistema está fora do equilíbrio e que mecanismos não-lineares dominam seu comportamento. Flutuações aperiódicas são manifestações de caos, um fenômeno intrínseco em sistemas complexos. O modelo de Van der Pol nos permite adquirir discernimento sobre a dinâmica das flutuações de corrente devido ao acoplamento entre as regiões E e F da ionosfera do ponto de vista da teoria de caos. No caso das soluções apresentadas na Figura (3.9), podemos ver o quanto essa dinâmica é sensível a pequenas variações. De fato, esta é uma das principais características de sistemas caóticos: sua dependência sensível às condições iniciais. Essa dependência, quando existe, resulta nas não-linearidades presentes no sistema, as quais amplificam exponencialmente pequenas diferenças entre as condições iniciais adotadas.

Uma interpretação física que podemos tirar dos resultados apresentados na Figura (3.9) é que existe um conjunto de valores para o coeficiente μ_1 , utilizado aqui como parâmetro de controle nas simulações, no qual o sistema teria uma dinâmica bem comportada (periódica) e outro conjunto de valores de μ_1 em que o sistema apresentaria um comportamento aperiódico (caótico). Vale lembrar que μ_1 está relacionado

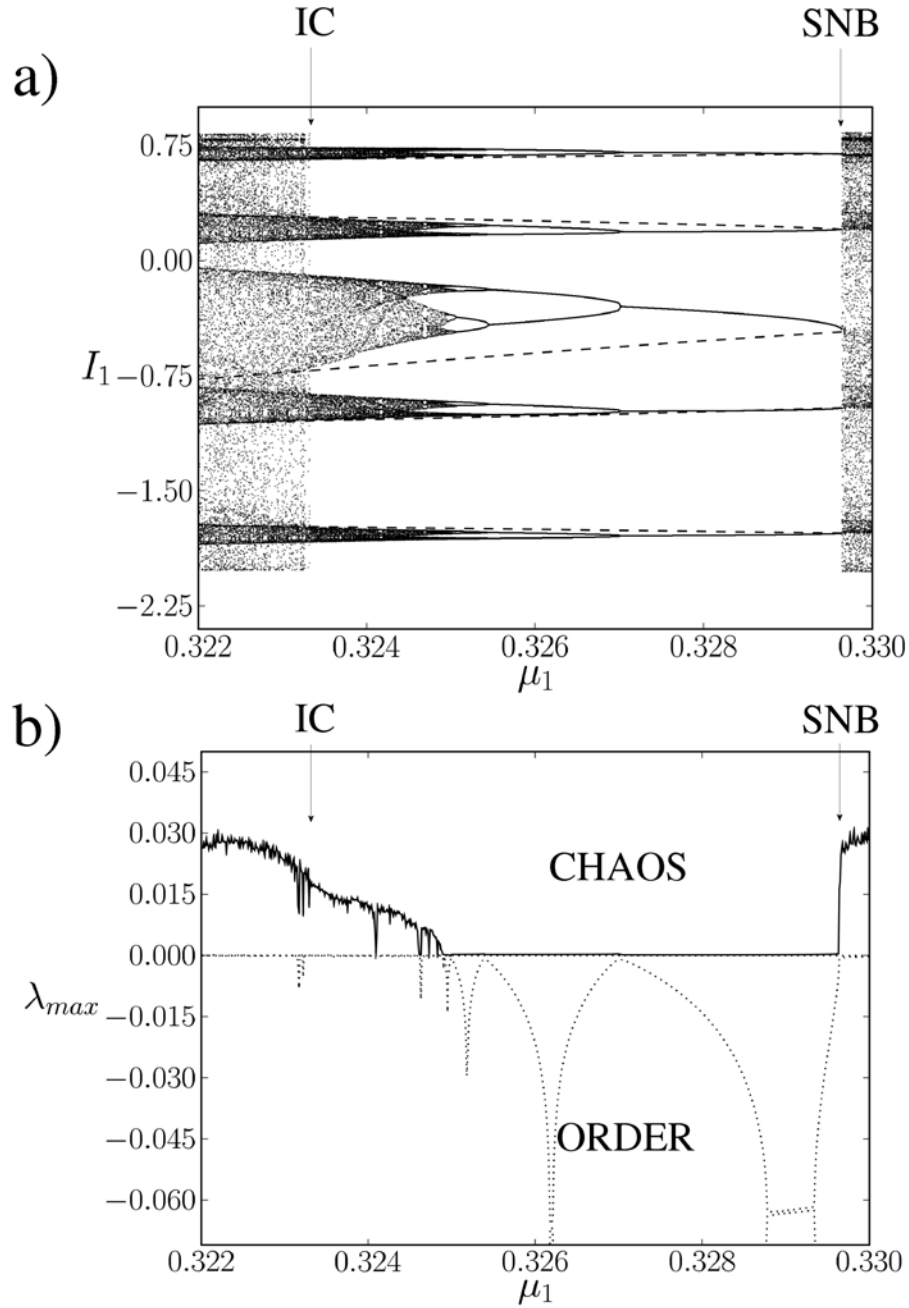


Figura 3.9 - Diagrama de bifurcação e expoentes de Lyapunov: janela periódica de período-5. IC denota a crise interior e SNB denota a bifurcação sela-nó. (a) Ampliação do diagrama de bifurcação indicado pela seta na Figura (3.8), com I_1 em função de μ_1 . A linha tracejada nessa figura indica as UPOs criadas na SNB. (b) A linha contínua indica o máximo expoente de Lyapunov λ_{max} também em função de μ_1 , onde valores positivos de λ_{max} indicam um comportamento caótico e λ_{max} negativo indica ordem. As linhas tracejadas indicam os demais expoentes de Lyapunov.

à resistividade dos pontos conjugados da região E . Portanto, estamos associando o seu valor a fatores físicos reais, como transição dia-noite e sazonalidade por exemplo, que justificam a alteração numérica de μ_1 e, conseqüentemente, as alterações nos valores das flutuações de corrente. Durante a transição entre o regime periódico e caótico ocorrem os fenômenos de bifurcações, que fisicamente significam mudanças no comportamento das oscilações no acoplamento ionosférico.

Além do comportamento caótico e periódico, identificamos também soluções quase-periódicas no modelo ionosférico de Van der Pol acoplado. Quase-periodicidade é o resultado de interações não-lineares dos osciladores e de seu forçante externo sem que exista alguma frequência dominante representando essa interação. Uma outra forma de se entender esse comportamento seria: enquanto uma solução periódica apresenta sua órbita sempre retornando ao mesmo ponto, em um estado quase-periódico não há recorrência a um mesmo ponto, mas sim a valores muito próximos desse. Na Figura (3.10.a) apresentamos o trecho inicial do diagrama de bifurcação da Figura (3.8.a). Nesta figura podemos ver que após um longo intervalo de μ_1 em que as soluções apresentam órbitas periódicas de período-1, o sistema apresenta um comportamento quase-periódico entre $\mu_1 = 0.12147$ e $\mu_1 = 0.13232$. Isso pode ser confirmado através do espectro de Fourier apresentado na Figura (3.10.b) e do expoente de Lyapunov na Figura (3.10.c).

Na Figura (3.10.b), é nítida a diferença dos modos de Fourier entre o regime periódico inicial e o intervalo de μ_1 em que há quase-periodicidade, onde outros modos de Fourier de baixa amplitude surgem, porém não de forma significativa. Também é possível constatar uma súbita mudança no padrão espectral para valores à direita de $\mu_1 = 0.13232$, quando o sistema volta a possuir um comportamento periódico. O número de modos de Fourier passam a ser infinitos e de maior amplitude, por exemplo, a partir de $\mu_1 \approx 0.1785$, quando o sistema adquire um comportamento caótico. Essas informações podem ser confirmadas analisando-se a Figura (3.10.c) onde é apresentado todos os expoentes de Lyapunov. Enquanto o sistema é periódico o expoente máximo é aproximadamente zero, porém ainda negativo, enquanto os demais têm valores negativos maiores. No intervalo entre $\mu_1 = 0.12147$ e $\mu_1 = 0.13232$, todos os expoentes se aproximam de zero, o que seria mais uma indicação de um regime quase-periódico para o sistema.

O comportamento de qualquer sistema depende de seu conjunto de parâmetros de controle. Isto é, para alguns valores dos seus parâmetros o sistema apresenta um

comportamento previsível ou periódico, enquanto que para outros valores o comportamento não mais pode ser considerado previsível, que estamos chamando de caótico.

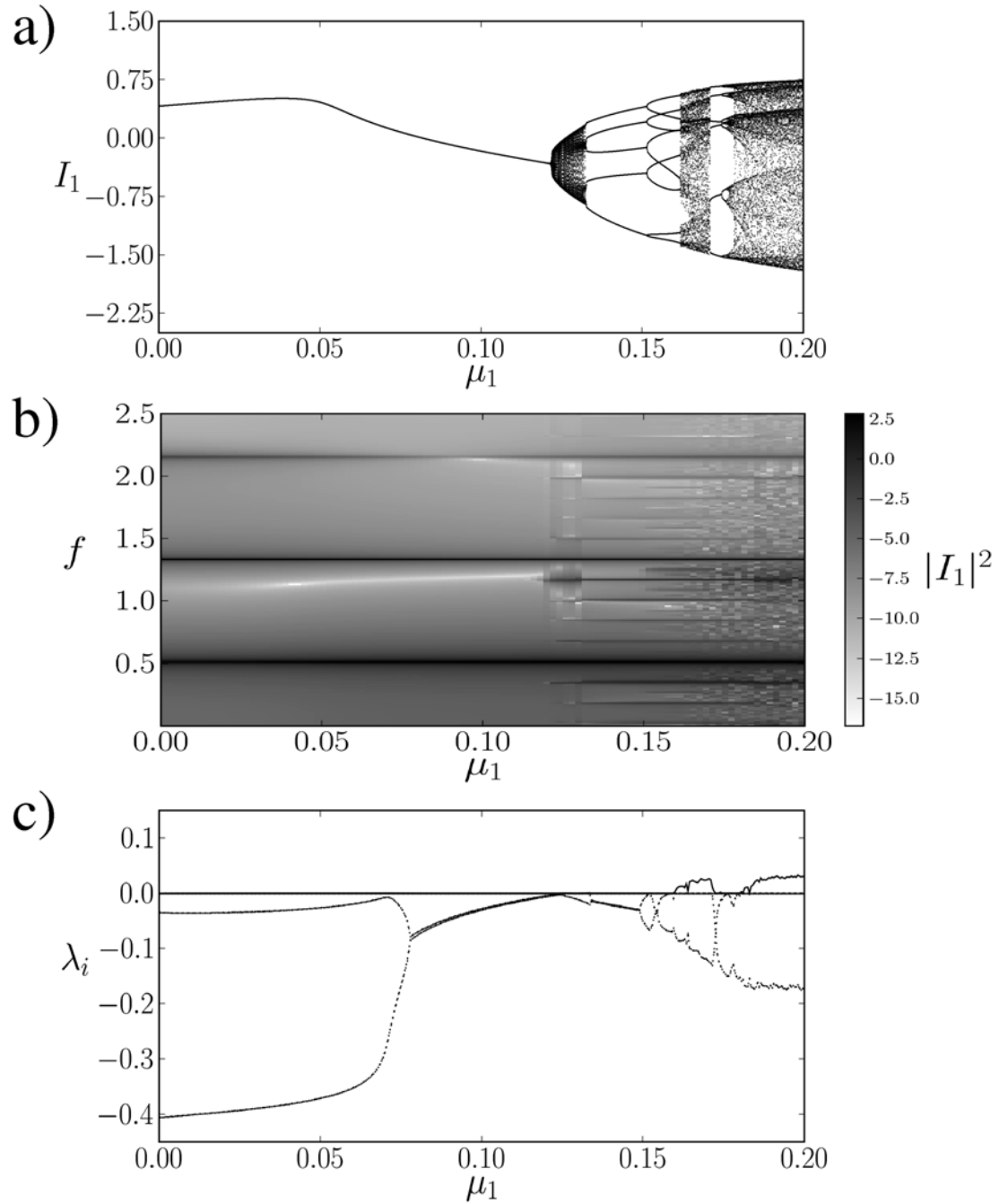


Figura 3.10 - (a) Diagrama de bifurcação, (b) mapa espectral, com a escala de cor indicando a amplitude das frequências e (c) Máximo expoente de Lyapunov λ_{max} (linha contínua) e demais expoentes de Lyapunov (linhas tracejadas).

Numericamente, é comum atribuímos ao estado das soluções como trajetórias. Assim, as soluções periódicos obtidas a partir de determinados valores de parâmetro de controle são ditas possuírem trajetórias periódicas. Enquanto que devido a mudança nos valores dos parâmetros as trajetórias podem ficar instáveis, e a partir de algum valor crítico o sistema seria caótico. Por isso, é muito importante entender como uma trajetória periódica perde sua estabilidade.

Este problema é muito importante pois descreve o comportamento de vários fenômenos da natureza do cristal que vibra em uma determinada frequência a ponte que balança com a marcha de um pelotão de soldados, todos são fenômenos de oscilações forçadas por forças externas. Naturalmente a escolha de uma força $F(t)$ periódica está associada ao fato de ser mais fácil o tratamento do problema além de que muitos fenômenos na natureza são periódicos.

3.7 DINÂMICA IONOSFÉRICA GLOBAL

Dando prosseguimento à nossa investigação, nós cremos que as características do modelo de Van der Pol ionosférico permitem descrever o comportamento global das flutuações de corrente que acoplam a região F equatorial com as regiões E conjugadas em termos de um conjunto de osciladores. Estas flutuações de corrente poderiam modificar a polarização dos campos elétricos e, conseqüentemente, causar diminuição ou acúmulo de plasma em regiões instáveis. Embora a idéia de descrevermos a dinâmica das flutuações de corrente alinhadas ao campo e os efeitos dos pontos ionosféricos conjugados através de um modelo de osciladores acoplados pareça simples, a teoria de caos possibilita mostrarmos alguns aspectos típicos e relevantes do sistema. Um desses aspectos é o desenvolvimento de dinâmica irregular a partir de mudanças quase imperceptíveis no comportamento do sistema: de estável ou periódico a quase periódico, ou de estável ou quase periódico para caótico.

Uma parcela do campo elétrico perturbado que controla a deriva vertical do plasma ionosférico equatorial têm origem na complexa interação entre as regiões E e F . A auto-organização das flutuações de corrente e a parcela de influência das resistividades/condutividades dos pontos conjugados podem ser investigadas através da dependência do sistema aos parâmetros de controle μ_1 e μ_2 . Para confirmarmos esta hipótese, apresentamos na Figura (3.11) uma visão geral do comportamento dinâmico do modelo ionosférico de Van der Pol acoplado, em função do espaço de fase do expoente máximo de Lyapunov (λ_{max}).

As soluções apresentadas nessa figura destacam a contribuição simultânea dos dois pontos conjugados à dinâmica não-linear do acoplamento ionosférico. Vale lembrar que o máximo expoente de Lyapunov fornece uma previsão do comportamento do sistema. Sendo assim, mapeamos este comportamento e os indentificamos da seguinte maneira: a cor cinza representa a previsão de regime periódico (bem comportado) da dinâmica da ionosfera, o branco quase-periodicidade e a cor preta soluções caóticas. A Figura (3.11) conta ainda com uma região central em destaque, onde aparecem três linhas distintas. No entanto, falaremos dessa região mais tarde.

Para fazermos a Figura (3.11) tomamos uma grade de 1000×1000 pontos. Apesar do modelo ser composto por dois circuitos RLC acoplados, as soluções no espaço de fase μ_1 e μ_2 não apresentam simetria. Isso ocorre devido a escolha das condições iniciais para cada lado do circuito ter sido diferente. Porém, os mesmos valores foram adotados a cada novo ponto da grade calculado. Tal procedimento se deve ao fato de que não devemos esperar condições iniciais exatamente iguais em ambos os pontos conjugados. Além disso, uma das principais características de sistemas não-lineares é a sua sensibilidade à mudanças das condições iniciais.

De uma maneira geral, a Figura (3.11) nos permite discutir o efeito da variação diurna dos pontos conjugados sobre o acoplamento das regiões ionosféricas. Analisando este resultado, é intuitiva a conclusão de que determinadas combinações dos valores dos parâmetros de controle μ_1 e μ_2 no espaço de fase podem caracterizar distintos comportamentos da dinâmica do modelo de Van der Pol ionosférico. Por exemplo, enquanto o sistema possui baixos valores dos coeficientes de amortecimento, que estamos associando à baixa resistividade dos pontos conjugados da região E , possíveis flutuações presentes no circuito ionosférico podem fluir de maneira livre, mantendo a configuração geral do sistema em equilíbrio estável. Como solução numérica, para todos os pares ordenados (μ_1, μ_2) em cinza na Figura (3.11) obtivemos valores negativo do máximo expoente de Lyapunov, correspondendo a uma dinâmica bem comportada ou periódica do estado do plasma ionosférico. Esse é o tipo de comportamento, por exemplo, que temos como previsto para os horários antes do pôr do Sol, período em que não são observadas naturalmente a ocorrência de irregularidades.

Acima de determinados limites, os valores dos parâmetros de controle μ_1 e μ_2 apresentam um comportamento quase-periódico, correspondendo às regiões em branco, e em seguida caótico, notados em preto na Figura (3.11). Como é natural em siste-

mas não-lineares, a transição entre um regime periódico e não-periódico não é suave, mas acontece de maneira abrupta. Outros pontos interessantes que devemos notar a partir dos resultados apresentados aqui são o contínuo (ou quase) estado periódico representado pela região em cinza e a aparente alternância entre os estados quase-periódico e caótico (regiões em branco e em preto). Podemos interpretar tal situação da seguinte maneira:

- Enquanto o sistema possuir baixas resistividades (altas condutividades), as flutuações em cada lado do circuito ionosférico apresentam fraca interação não-linear. Isso pode ser verificado matematicamente, por exemplo, no conjunto de Equações (3.31), cujo segundo termo do lado direito é exatamente a contribuição não-linear do sistema.
- Uma vez que os valores das resistividades aumentam, maior será a influência não-linear sobre a dinâmica do sistema. E como sabemos que comportamentos aperiódicos na ionosfera são observados a partir do horário do pôr do Sol, exatamente quando as condutividades diminuem (ou as resistividades aumentam), podemos verificar nas nossas simulações que a dinâmica do modelo ionosférico de Van der Pol se torna extremamente complexa.

Segundo Farley et al. (1986b), as correntes elétricas com origem na região E são interrompidas na transição do dia para a noite como resultado da diminuição da condutividade. Nossos resultados indicam que a partir da diminuição da condutividade uma dinâmica fortemente irregular, ou caótica para as flutuações de corrente deve ser esperada. Possuindo essas flutuações de corrente uma dinâmica quase-periódica ou caótica moduladas pela variação da condutividade/resistividade dos pontos conjugados, a situação de equilíbrio estável do sistema ionosférico não mais pode ser esperada. Valores dos termos de amortecimento relacionados a essa dinâmica poderiam contribuir com uma transmissão de campos elétricos perturbados dos pontos conjugados da região E para a região F de maneira desordenada ao longo de um dia, causando acúmulo de cargas junto à capacitância do sistema de maneira errática ou com uma distribuição irregular. Portanto, o nosso modelo permitiria avaliar a dinâmica não-linear das flutuação de corrente no acoplamento ionosférico em termos da variação diurna.

O resultado apresentado na Figura (3.11) nos permitiria ainda explorarmos o comportamento sazonal a partir do modelo de Van der Pol ionosférico. Entretanto, nem

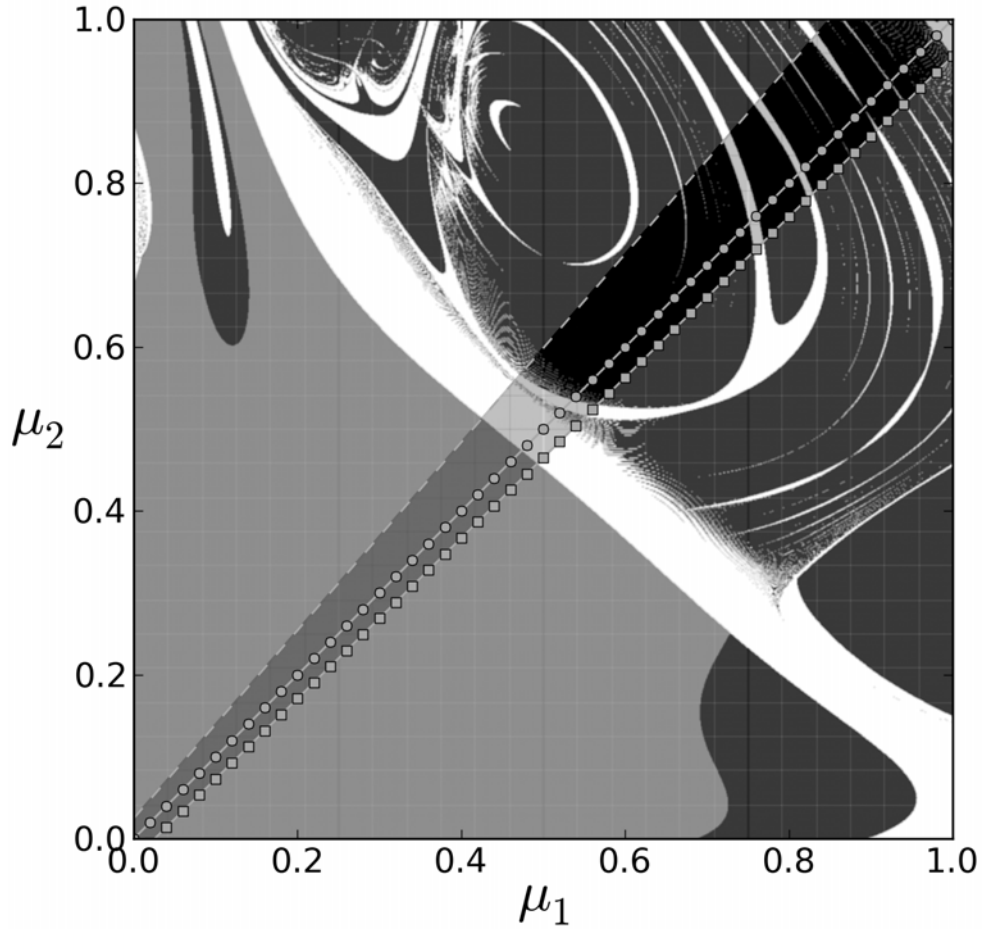


Figura 3.11 - Visão geral para a dinâmica do modelo ionosférico de Van de Pol acoplado. Máximos expoentes de Lyapunov em função de μ_1 e μ_2 . A cor cinza representa comportamento periódico, branco comportamento quase-periódico e preto comportamento caótico. Uma mesma condição inicial foi adotada para cada par ordenado.

todos os valores contidos no espaço de fase mostrado podem ser utilizados para a nossa investigação, já que para variação sazonal o mais interessante é nos concentrarmos apenas nos horários próximos ao do pôr do Sol. Além disso, o problema da sazonalidade envolve diferenças não tão grandes entre os estados eletrônicos dos pontos conjugados, ou seja, diferença de pequenos ângulos dos pontos conjugados com relação ao terminadouro solar.

Em termos dos parâmetros de controle, isso equivale a impormos que μ_1 e μ_2 poderão possuir apenas determinados valores. Assim, para a nossa hipótese esses valores

estariam representados na região em destaque na Figura (3.11). Contidas na referida região, temos três linhas: uma linha diagonal central, com traços e círculos para $\mu_1 = \mu_2$; uma linha inferior, com traços e quadrados; e uma linha superior formada apenas por traços segmentados.

A linha na diagonal principal ($\mu_1 = \mu_2$) representaria o exato momento (dia do ano) em que os pontos conjugados estariam perfeitamente alinhados com o terminadouro solar. Nessas condições, estamos considerando que os termos de amortecimento dos pontos conjugados poderiam ter o mesmo valor⁸. Qualquer outra linha com uma pequena variação angular com relação a essa diagonal principal representaria um outro momento do ano em que os pontos conjugados estão desalinhados do terminadouro solar. Por exemplo, a linha tracejada representa um determinado momento em que os pontos conjugados no instante do pôr do Sol possuem a seguinte relação de resistividade: $\mu_1 < \mu_2$, ou seja, a resistividade no ponto conjugado caracterizado por μ_2 é maior do que a resistividade do outro ponto conjugado associado a μ_1 . De maneira semelhante, a linha composta por traços e quadrados representa o momento em que para no instante do pôr do Sol $\mu_1 > \mu_2$, ou ainda, que a resistividade no ponto conjugado caracterizado por μ_1 é maior do que a resistividade do outro ponto conjugado, μ_2 .

Uma vez que estamos convictos de que o grau do gradiente de condutividade/resistividade dos pontos conjugados da região E depende do alinhamento entre o terminadouro solar dos pontos conjugados e o meridiano magnético, vamos rever a região destacada na Figura (3.11), dando ênfase a essa possível previsão do caráter sazonal presente em nossos resultados.

Porém antes, a fim de ilustrar o fenômeno de sazonalidade, resultados estatísticos da média mensal de ocorrência de irregularidades na região F são mostrados na Figura (3.12.a), com as curvas de contorno representando a porcentagem de ocorrência em hora local em função da hora do dia para um ano inteiro.

O painel da esquerda na Figura (3.12.a) ilustra a hora local do pôr do Sol nos pontos magneticamente conjugadas da região E , com a linha à direita representando o ponto conjugado norte e a linha da esquerda o ponto conjugado ao sul. O painel

⁸Obviamente, não estamos considerando nessa hipótese nenhum fenômeno atípico que possa invalidar nossa aproximação, como por exemplo fenômenos de penetração de energia devido a atividade solar (WEI et al., 2008; TSURUTANI et al., 2008).

da direita mostra a representação empírica da ocorrência de irregularidades. Esses resultados foram estabelecidos por um modelo empírico, ajustado para o setor brasileiro (ABDU et al., 2003). Durante esse intervalo de hora local, para uma época de máximo solar, irregularidades têm uma alta taxa de ocorrência entre o período de setembro a março. Uma conclusão física desses resultados confirma que para pequenos ângulos entre o terminadouro solar e o meridiano magnético há um favorecimento na ocorrência de irregularidades. Porém, como mostrado por Abdu et al. (1992), o alinhamento do terminadouro com o meridiano magnético tende a diminuir a eficiência do crescimento das irregularidades, introduzindo um mínimo relativo na taxa de ocorrência.

Na Figura (3.12.b) temos parte da região destacada na Figura (3.11) com a qual pretendemos também investigar a dinâmica da variação sazonal através do modelo de Van der Pol ionosférico. Novamente, a contribuição simultânea dos dois pontos conjugados à dinâmica não-linear do acoplamento ionosférico é avaliada. Impomos agora que os parâmetros de controle μ_1 e μ_2 obedeçam entre si uma variação numérica proporcional à variação da hora local do pôr do Sol nos pontos magneticamente conjugadas da região E . O painel a esquerda na Figura (3.12.b) ilustra tal variação dos parametros de controle em termos da diferença entre seus valores. No eixo-horizantal identificamos os valores individuais de μ_1 e μ_2 , enquanto no eixo-vertical apresentando a variação $\mu_2 - \mu_1$.

As linhas que cortam esse painel são as mesmas linhas que aparecem na região destacada da Figura (3.11). Note que, devido ao movimento de oscilação da Terra com relação seu eixo equatorial, a linha com traços e círculos aparece duas vezes agora. Exatamente nos momentos em que o meridiano magnético está alinhado com o terminadouro solar. Temos também a presença de duas linhas tracejadas, que de maneira equivalente representam os momentos em que o ponto conjugado norte (μ_2) tem maior resistividade que o ponto conjugado sul (μ_1). E finalmente, temos a linha formada de traços e quadrados em que o regime de resistividade se inverte.

No painel da direita graficamos o espaço de fase para o máximo expoente de Lyapunov (λ_{max}) para cada grau de alinhamento, ou seja, a região em destaque na Figura (3.11). O eixo-horizantal nesse painel mostra o aumento do termo de amortecimento μ_1 , ou conseqüentemente a diminuição da condutividade do sistema. Os valores de μ_2 não aparecem nesse painel, porém para cada valor de $\mu_2 - \mu_1$ do painel da esquerda, mantemos a proporção da diferença entre os parâmetros de controle.

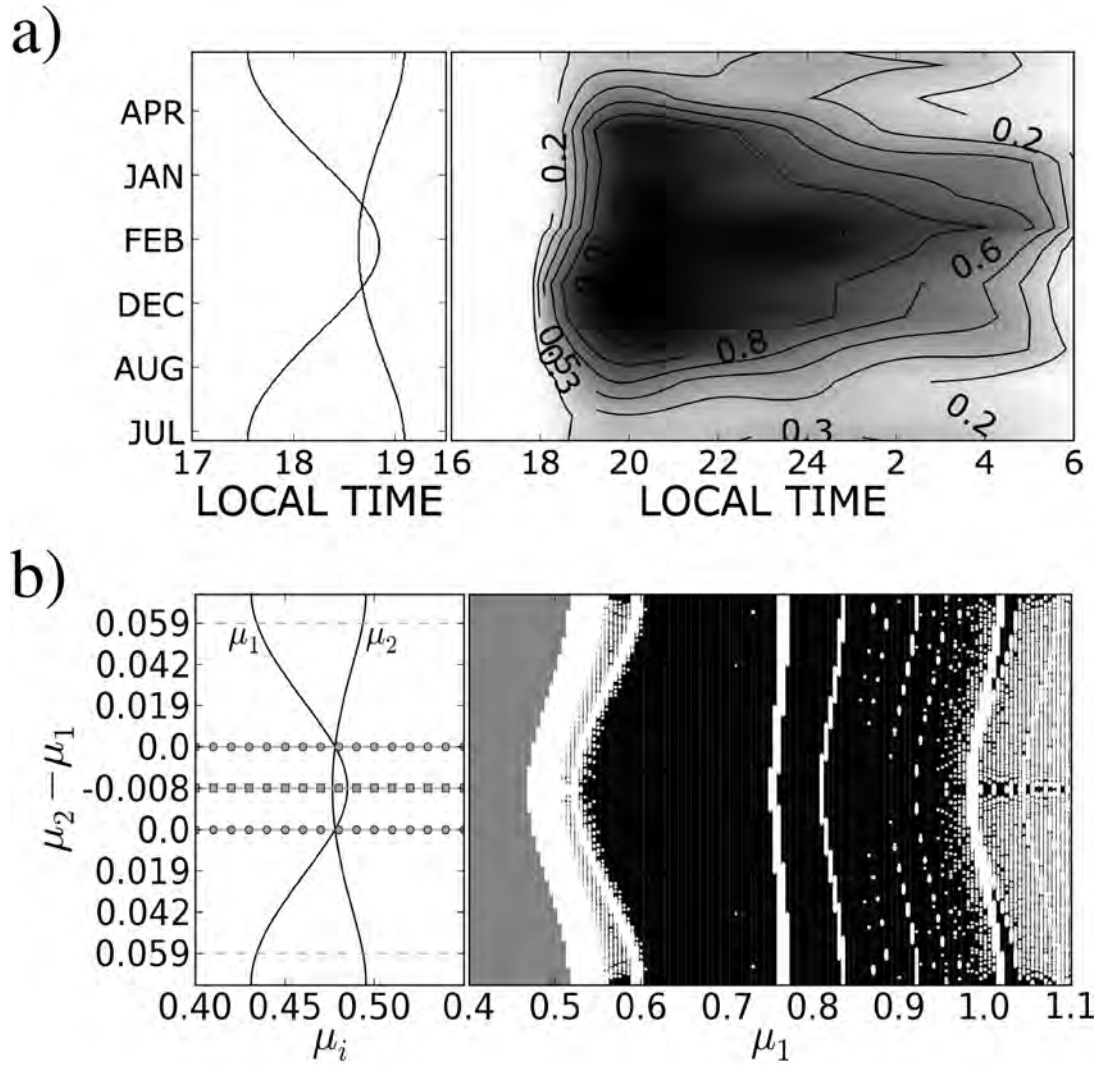


Figura 3.12 - (a) [painel esquerdo] - hora local do pôr do Sol nos pontos conjugados da camada E (linha da direita ponto conjugado norte, esquerda ponto conjugado sul) e [painel direito] - representação empírica da ocorrência de irregularidades. (b) [painel esquerdo] - diferença entre os parâmetros de amortecimento, proporcional à hora local do por do Sol nos pontos conjugados (linha da direita parâmetro μ_2 , e esquerda μ_1) e [painel direito] - diferença dos parâmetros de controle para o espaço de fase do expoente de Lyapunov em função do parâmetro de controle μ_1 .

Isso equivalente a seguirmos uma determinada linha contida na região destacada anteriormente.

Comparando os resultados da representação empírica da ocorrência de irregularidades com a dinâmica do modelo ionosférico de Van der Pol, podemos ressaltar os

seguintes pontos:

- 1 No período em que não há ocorrência de irregularidades (comportamento periódico) no modelo empírico as flutuações de corrente possuem uma dinâmica bem comportada (região cinza no modelo de Van der Pol);
- 2 A dinâmica das flutuações de corrente nos pontos conjugados da camada E mudam significativamente a partir de determinados valores limites dos parâmetros de controle μ_1 e μ_2 , apresentando probabilidade de ocorrência de uma dinâmica quase-periódica e caótica.
- 3 Apesar do modelo ionosférico de Van der Pol não reproduzir em detalhes a taxa de ocorrência de irregularidades, o seu comportamento dinâmico está bem caracterizado;
- 4 A comparação entre os resultados do modelo empírico e o modelo de Van der Pol para o regime de maior não-linearidade nos permite concluir que a ocorrência de irregularidades estaria atrelada a uma dinâmica aperiódica do sistema ionosférico.
- 5 Desde que a diferença $\mu_2 - \mu_1$ representa o grau de alinhamento (ou desalinhamento) entre os pontos conjugados da região E e o terminadouro solar, esperamos ter ilustrado de maneira satisfatória o efeito da sazonalidade ionosférica.

Notamos ainda do painel à direita da Figura (3.12.b) que existe uma grande concordância entre a ocorrência de irregularidades e comportamento irregular das flutuações de corrente associadas aos pontos conjugados da região E simuladas. E apesar da extrema simplicidade do modelo de acoplamento adotado, o fato de admitirmos aproximações físicas distintas e obtermos resultados da dinâmica semelhantes confirmam que a utilização de teoria de caos pode ser utilizada como uma poderosa ferramenta no estudo da física da ionosfera.

Sendo assim, o modelo de Van der Pol ionosférico apresenta de maneira razoavelmente satisfatória informações sobre a dinâmica dos processos físicos que têm influência para a ocorrência das irregularidades.

Neste capítulo, nosso objetivo foi o de investigar apenas a caráter caótico dos pontos conjugados magneticamente da região E e a influência da sua dinâmica não-linear

devido ao alinhamento do meridiano magnético e o terminadouro solar através dos parâmetros de amortecimento não-linear.

3.8 DISCUSSÃO

A primeira motivação deste capítulo foi apresentar uma aproximação alternativa para o desenvolvimento das irregularidades devido ao acoplamento entre as camadas E e F da ionosfera em termos da teoria de sistema dinâmico. Nós verificamos que o oscilador de Van der Pol fornece uma boa descrição da dinâmica do sistema ionosférico. Nossa intenção foi clarear os processos que levam à modulação da ocorrência das irregularidades no plasma ionosférico devido a processos não-locais sob a luz da teoria de caos.

Alguns trabalhos têm apresentado evidências observacionais e teóricas da natureza não-linear na ionosfera. Por exemplo, [Huba et al. \(1985\)](#) mostrou que as equações de plasma descrevendo uma instabilidade eletrostática pode ser reduzida a um conjunto de equações do atrator caótico de Lorenz ([LORENZ, 1963](#)). [Bhattacharyya \(1990\)](#) apresentou evidências observacionais do comportamento caótico da ionosfera durante eventos de espalhamento equatorial da região F usando medidas de cintilação. [Kumar et al. \(2004\)](#) reportou evidência de caos de baixa dimensão no comportamento dinâmico de dados do conteúdo eletrônico total (TEC) medidos em estações de alta latitude. Eles usaram ferramentas não-lineares como gráficos de recorrência, entropia espaço temporal e expoente de Lyapunov. [Materassi e Mitchell \(2007\)](#) encontraram eventos de súbita turbulência nas amplitudes de cintilação.

A eficiência relativa no acoplamento das regiões E e F da ionosfera e seu caráter não-linear também tem sido confirmado em análises de dados. Estudos têm mostrado a existência de estruturas quase-periódicas na camada E ionosférica. Por exemplo, [Chen et al. \(2005\)](#) apresentaram estudos de baixa e média-latitude para irregularidades da região E que revelaram a variação quase-periódica de estruturas do plasma, que são conhecidas como ecos quase-periódicos de baixa altitude (LQP - *Low-altitude QuasiPeriodic*), permanecendo em uma altura constante próxima a 100 km de altura. [Saito et al. \(2006\)](#) detectou ecos em torno de 120 km de altura que ocorreram quando estrutura quase-periódicas (QP) estiveram presentes, mas os ecos foram fracos e as fontes dos ecos não estavam completamente evidente, pois ocorreram em altitudes onde a densidade do plasma são esperadas serem menores. [Larsen et al. \(2007\)](#) realizou medidas com um radar coerente, um radar de espalhamento incoe-

rente e um imageador óptico, tendo observado a presença de camadas esporádicas (E_s) e ecos QP.

Neste capítulo nós investigamos o regime não-linear das flutuações de corrente elétrica nos pontos conjugados da ionosfera através de dois osciladores de Van der Pol acoplados. Dado que o sistema ionosférico é altamente não-linear, é mais do que conveniente a nossa proposta de um modelo não-linear que possa representar uma determinada característica da dinâmica ionosférica. A partir dos conceitos não-lineares discutidos acima, o conjunto de equações do modelo de Van der Pol ionosférico mostraram um bom acordo entre os resultados das integrações numéricas e os resultados fenomenológicos já conhecidos.

A partir dos conceitos da teoria de caos, podemos ter um entendimento sobre os processos de transição entre os regimes de equilíbrio estável (periódico) e irregulares (quase-periódico ou caótico) no sistema ionosférico. Verificamos a concordância entre a ocorrência de irregularidades e a dinâmica caótica nas flutuações de corrente para o sistema de alinhamento entre os pontos conjugados da região E e a região F da ionosfera. Os resultados do modelo ionosférico de Van der Pol também apresentaram acordo entre a dinâmica da variação dos perfis de condutividade/resistividade dos pontos conjugados tanto para a variação diurna quanto para a variação sazonal do alinhamento do meridiano magnético com o terminadouro solar. A contribuição de diferentes arranjos de resistividade/condutividade para dinâmica das irregularidades ionosféricas pôde ser inferida.

Outro aspecto que devemos mencionar aqui, é o papel do espectro de potências como critério para separar processos não-lineares daqueles regulares. Apesar de ter sido uma das primeiras ferramentas para se investigar dados experimentais, análise de Fourier pode apresentar dificuldades em se interpretar corretamente o tipo de dinâmica representado nas observações. Os resultados acima sugerem que uma certa precaução seja adotada, já que uma falsa impressão da forma espectral dos modos de oscilação pode parecer caótica, quando na verdade poderia representar uma dinâmica quase-periódica. Acreditamos que uma maior precisão quanto ao diagnóstico dessas estruturas possa ser obtida com a utilização de técnicas não-lineares também para a análise de dados. No próximo capítulo daremos ênfase a alguns desses métodos.

4 INTERMITÊNCIA NA IONOSFERA DE BAIXA LATITUDE

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo vamos analisar em detalhes as propriedades estatísticas e as leis de escala para as flutuações presentes em dados ionosféricos durante a ocorrência de irregularidades para períodos geomagneticamente calmos e perturbados. Para isso usaremos funções de estrutura, funções de densidade de probabilidade (PDFs¹) e análise de bicoerência nos registros das flutuações em amplitude (cintilação) em sinais de GPS². Esses métodos matemáticos proporcionam uma forma de extrairmos informações sobre a natureza intermitente das flutuações, além de indicarem uma provável presença de mecanismos de saturação de energia no plasma ionosférico.

Ao longo deste capítulo iremos demonstrar que, devido a ação combinada de forças externas e/ou instabilidades internas do plasma ionosférico, a intermitência é um importante fenômeno em baixas latitudes. Discutiremos também o fato de que processos de interação onda-onda tem relevância durante a ocorrência de eventos que possam apresentar uma dinâmica turbulenta. Os resultados a serem apresentados sugerem que um grande número de interações não-lineares está presente e têm papel crucial no desenvolvimento ou manutenção das irregularidades ionosféricas em baixas latitudes e certamente também na região equatorial.

Estudos teóricos e experimentais têm demonstrado que instabilidades no sistema ionosférico podem surgir a partir de várias fontes incluindo ventos neutros, ondas planetárias e de gravidade, forças de deriva associadas aos campos eletromagnéticos, interações onda-partícula e onda-onda, que geram perturbações no plasma que forma a ionosfera (ABDU et al., 1996; JAYACHANDRAN et al., 1999; SOUZA et al., 2000; KHERANI et al., 2005; ABDU et al., 2006; MOFFATGRIFFIN et al., 2008). Considerações quanto as não-linearidades e acoplamentos entre os processos dinâmicos pelos quais os fenômenos de transferência de energia geram instabilidades no plasma ionosférico podem ajudar a investigar e identificar melhor as características das variabilidades observadas.

Uma relação não-linear entre ondas magnetohidrodinâmicas (MHD) na ionosfera equatorial e de baixa latitude, devido a não-homogeneidades do meio ou ao próprio

¹Devido ao uso recorrente, vamos preferir utilizar a sigla para a expressão inglesa *Probability Density Functions*.

²Sigla da expressão inglesa *Global Positioning System*.

fluxo de plasma, podem ser candidatas a explicar os mecanismos de saturação no desenvolvimento das instabilidades.

O entendimento dos mecanismos responsáveis pela geração dessas instabilidades é essencial para o estudo do clima ionosférico. Nesse contexto, iniciamos nossas investigações do comportamento turbulento do plasma ionosférico através dos métodos de análise da dinâmica espaço/temporal para os fenômenos de intermitência. É nosso objetivo utilizar esses métodos na avaliação dos processos responsáveis pela geração de regimes intermitentes, aplicados à interpretação do comportamento não-linear relatado em dados observacionais.

A partir das idéias pioneiras de Kolmogorov e Obukhov (FRISCH, 1995), uma avaliação dos processos não-lineares existentes em fluidos possibilitaram um melhor entendimento dos fenômenos de intermitência, leis de escala e natureza multi-fractal das flutuações presentes em sistemas espaço-temporais. A teoria de Kolmogorov (1941, abreviada como K41) está baseada na hipótese de que energia é transferida ao longo de todo o intervalo espectral dos modos oscilatórios a uma taxa constante através de interações no espaço de frequência e vetor de onda. A forma tradicional, derivada desta idéia, para caracterizar essas interações é considerar propriedades estatísticas das flutuações entre dois pontos do fluido, alterando-se a diferença entre esses dois pontos, estudando então as variações com relação à mudança na distância da série, o que corresponde a investigarmos interações onda-onda.

Uma vez que a estatística é aplicada às geociências ela recebe o nome de geoestatística, que tem por objeto a caracterização da dispersão espacial e espaço-temporal das grandezas que definem a quantidade e a qualidade de determinado fenômeno em que os atributos manifestem uma certa estrutura no espaço e/ou no tempo - no caso da ionosfera poderíamos destacar concentração do seu constituinte químico, temperatura, regimes eletromagnéticos.

Particularmente estamos interessados nos fenômenos de interação onda-onda que podem existir na ionosfera. Estes fenômenos consistem de um mecanismo ressonante em que a energia e momentum das ondas que interagem são conservadas. Tem ocorrido pouca investigação experimental confirmando interações não-lineares entre ondas em baixa-latitudes do sistema ionosférico.

Entretanto, há um grande interesse na comunidade da física espacial em explorar

a natureza intermitente presente nas observações. [Burlaga \(1991a\)](#) foi o primeiro a reportar evidências do que se referiu como sendo uma turbulência intermitente no vento solar, demonstrando a existência de estruturas multi-fractais nas flutuações de velocidade associadas com feixes recorrentes a 1 UA e próximo a 6 UA. [Marsch e Tu \(1994\)](#) determinaram a natureza não-gaussiana das funções de distribuição de probabilidade da turbulência intermitente interplanetária, mostrando que em pequenas escalas as propriedades estatísticas são dominadas por flutuações de grande amplitude. [Sorriso-Valvo et al. \(1999\)](#), utilizando dados da Helios 2, fizeram um estudo da intermitência nas flutuações do campo magnético e na velocidade do vento solar turbulento através das funções de distribuição de probabilidade (PDF). A partir da convolução da distribuição gaussiana típica P_G , com uma função geratriz $G_\tau(\varrho)$ que representa a influência da distribuição gaussiana caracterizada pela variância ϱ , eles mostraram que em larga escala a PDF é aproximadamente gaussiana, mas conforme a escala diminui, a curva da distribuição é esticada, o que caracteriza o comportamento intermitente atribuído aos dados do vento solar. [Bruno et al. \(2005\)](#) mostraram através de estudos das estruturas instáveis no plasma espacial que nosso entendimento desse sistema pode depender da dinâmica caótica. [Falgarone et al. \(2005\)](#) relataram a observação de regime intermitente em nuvens de gás molecular interestelar. E esses são apenas alguns dos trabalhos que originalmente serviram de inspiração para nossa pesquisa. Uma das conclusões que pode ser extraída desses trabalhos é que um sistema complexo pode apresentar comportamento recorrente (com periodicidade) e variação irregular.

Verificamos, então, que a aplicação de técnicas não-lineares nos permite caracterizar estruturas recorrentes em uma dada série temporal. Isso nos possibilita identificar estados que se mantêm estáveis por um determinado período, e que são subitamente modificados a seguir. cremos que a aplicação de técnicas mais avançadas a dados ionosféricos forneçam uma estratégia de classificação mais apurada e capaz de fundamentar o desafio de se fazer previsão do clima ionosférico.

Como parte do nosso objetivo de investigar o caráter não-linear da dinâmica ionosférica, neste capítulo nós reportamos a observação do fenômeno de intermitência presente em baixa latitude da ionosfera através de dados de GPS, que são influenciados por efeitos das não-homogeneidades espaciais e anisotropia. Em particular, nós observamos a presença de estatística não-gaussiana, transferência de energia entre modos oscilatórios, movimento modulado, efeitos de ressonância nas flutuações

de ambos os dados e provável mecanismo de saturação de energia. Na Seção (4.2) discutimos os principais métodos de análise não-linear em dados. Oportunamente apresentamos também alguns exemplos de suas aplicações. Na Seção (4.3) investigamos os aspectos da natureza intermitente durante a ocorrência de irregularidades que perturbam os sinais de GPS. Apresentamos os resultados da aplicação das técnicas não-lineares ao conjunto das flutuações na fase e amplitude de sinais transionosféricos e as consequentes interpretações físicas para o sistema investigado. Finalmente, na Seção (4.4) apresentamos nossas considerações finais para esse capítulo.

4.2 MÉTODOS DE ANÁLISE NÃO LINEARES EM DADOS

Na teoria de perturbação linear, considera-se que uma flutuação arbitrária se propagará no regime em consideração como uma superposição de modos oscilatórios, o que simplifica a descrição dos processos físicos envolvidos. Entretanto, quando um fenômeno não-linear está presente, interações entre os diferentes modos pode causar transferência de energia entre eles. Isto é uma indicação de que uma dinâmica de excitação de novas escalas (ou novas estruturas) está ocorrendo, e como consequência, que a energia do sistema está sendo redistribuída no regime analisado. cremos que uma grande contribuição para os processos dinâmicos observados na ionosfera tenham origem na saturação de energia devido a processos não-lineares entre modos oscilantes presentes.

Os regimes de saturação de energia nos fenômenos espaço/temporais nas ciências da Terra e do ambiente terrestre têm normalmente algumas especificidades próprias que os distinguem dos demais objetos de estudos que podem vir a ser modelados matematicamente e fisicamente. Sem dúvida a existência normalmente acentuada de efeitos não-lineares e do grau de incerteza quanto às suas consequências acaba sendo uma das tarefas mais difíceis a ser modelada.

Por intermitência, ou ainda interação onda-onda, devemos interpretar aqueles eventos que apresentam comportamento alternando entre períodos de fortes irregularidades (ou estouros nas amplitudes das séries) e comportamento regular (calmo ou com as amplitudes apresentando um comportamento laminar).

Os métodos tradicionais de análise de séries temporais são a auto-correlação e a análise espectral de Fourier. Do ponto de vista estatístico, é muito comum também a análise de séries até o momento de segunda ordem, ou seja, a variância. Esses

parâmetros podem caracterizar totalmente a turbulência de um fluido que possua flutuações tipicamente gaussianas, com leis de escalas invariantes (por exemplo, um espectro de Fourier com uma única inclinação, ou com decaimento monotônico) e similaridade (ou seja, ausência de intermitência). Entretanto, para se determinar as características das flutuações presentes em um regime não-gaussiano são necessários momentos estatísticos de ordem superior tais como *Skewness* (o momento de terceira ordem):

$$S(\tau, w) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(\frac{x_j - \bar{x}}{\sigma} \right)^3, \quad (4.1)$$

e *Kurtosis* (o momento de quarta ordem):

$$K(\tau, w) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(\frac{x_j - \bar{x}}{\sigma} \right)^4 - 3, \quad (4.2)$$

onde a Kurtosis para um processo gaussiano é igual a 3, $x_j = \delta x(t_j, \tau)$ é o j -ésimo ponto da série temporal dada pela a diferença das posições δx entre um ponto no instante t_j e τ , sendo este último o intervalo temporal da janela observada na série. O valor médio dos elementos é representado por $\bar{x}$, σ é o desvio padrão e N é o número de pontos estudados. Skewness (S) e Kurtosis (K) podem ser calculados dentro de uma janela W (com N pontos) que está se deslocando conforme avançamos na análise dos dados com um deslocamento w , com $w < W$ (VÖRÖS et al., 2006). Skewness representa a assimetria das flutuações em torno da média. Se uma distribuição tem um Skewness positivo, então a distribuição está deslocada para a direita do que seria uma distribuição gaussiana, enquanto que se o Skewness é negativo a distribuição está deslocada para a esquerda. A Kurtosis também caracteriza um afastamento do comportamento gaussiano. No caso da Kurtosis ser positiva, a distribuição possui uma forma esticada; se for negativa, ela terá uma forma achatada. A presença de flutuações intermitentes em um determinado sinal implica que o valor da Kurtosis é maior quando observado os dados em pequenas escalas (FRISCH, 1995; BRUNO; CARBONE, 2005).

Para estimar o grau de intermitência (ou desvio de uma distribuição gaussiana) uma das quantidades mais importantes é a função de estrutura de q_n (q -enésima) ordem de campos vetoriais ou escalares, que dependem da diferença dos campos entre dois pontos no espaço ou no tempo (MARSCH; TU, 1997), que para uma série temporal

$x(t)$ é definida como:

$$L(q, \tau) = \langle |x(t + \tau) - x(t)|^q \rangle, q > 0 \quad (4.3)$$

onde $\langle \cdot \rangle$ denota a média temporal, τ uma escala de tempo de observação da série e q é a ordem da função estrutura. No caso de intermitência espacial, a Equação (4.3) mede a transição do fluxo laminar para turbulência fraca em um dado intervalo de escalas. O expoente nessa expressão representa a possibilidade de existência de um escalonamento universal que caracteriza o escoamento de energia entre as diferentes escalas. Para τ no sub-domínio inercial das escalas³ a teoria inicial de Kolmogorov prediz a seguinte relação para a função de estrutura de um campo vetorial⁴:

$$L(q, \tau) \propto \tau^{\zeta(q)} \quad (4.4)$$

onde $\zeta(q)$ é o invariante escalar do expoente da função de estrutura (FRISCH, 1995; BRUNO; CARBONE, 2005). A interpretação de $\zeta(q)$ é a seguinte: qualquer desvio de $\zeta(q)$ de uma dependência linear $q/3$ é uma indicação de uma redistribuição irregular de energia, ou seja, uma indicação de que intermitência está presente. Entretanto, altos momentos para as função de estrutura são difíceis de serem obtidos, pois dependem de séries temporais longas para garantir a qualidade dos resultados (HORBURY et al., 1997; WIT, 2004).

Informações mais detalhadas das flutuações podem ser obtidas pela análise das funções de densidade de probabilidade (PDFs). A estatística da intermitência na ionosfera pode ser caracterizada pela PDF da diferenças entre dois pontos das escalas de flutuações de um dos seus parâmetros. Em fluidos hidrodinâmicos (HD) ou fluidos MHD, as PDFs são gaussianas em grandes escalas, o que garante que o regime não é intermitente, ou ainda, que não há transferência de energia entre os modos de oscilação do sistema. Já para escalas menores as PDFs possuiriam uma forma esticada quando o regime fosse intermitente, ou ainda, turbulento (FRISCH, 1995).

Se, entretanto, algum processo físico não-linear existe e várias componentes espec-

³Intervalo de escalas do fluido ou plasma que estaria entre aquelas envolvendo estruturas muito grandes (da ordem da própria dimensão do sistema) e estruturas muito pequenas (onde por exemplo ocorre a dissipação de energia a nível molecular).

⁴No trabalho de Kolmogorov discutido por Frisch (1995) a referência sempre é feita para um campo de velocidade, isso porque como a teoria foi desenvolvida para fluidos a velocidade era o parâmetro medido.

trais interagem uma com a outra, então técnicas espectrais de alta-ordem são necessárias para caracterizar acurada e completamente os sinais das flutuações. O efeito não-linear resulta em novas componentes espectrais devido a coerência de fase entre os modos oscilantes (KIM; POWERS, 1979). Algumas técnicas úteis para se investigar esses acoplamentos de fase são o biespectro e seu valor normalizado, a bicoerência. A idéia é que cada modo de Fourier $y(\omega, \mathbf{k})$ do vetor de onda possua uma interação ressonante envolvendo três modos:

$$\omega_1(\mathbf{k}_1) + \omega_2(\mathbf{k}_2) = \omega(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) \quad (4.5)$$

onde ω_1 , ω_2 e ω são as frequências angulares representando cada um desses modos, bem como $\mathbf{k}_1$, $\mathbf{k}_2$ e $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$ são os respectivos vetores número de onda. Se interpretarmos cada ω ou $\mathbf{k}$ como energia e momentum de uma quantidade associada com uma onda, a equação acima pode ser considerada como o princípio da conservação de energia e momentum. A intensidade dessa interação ressonante é exatamente o biespectro $B(\omega_1, \omega_2, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$ (WIT, 1998):

$$B = \langle y(\omega_1, \mathbf{k}_1) y(\omega_2, \mathbf{k}_2) y^*(\omega_1 + \omega_2, \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) \rangle. \quad (4.6)$$

onde o símbolo $*$ representa o complexo conjugado da função y . A definição do biespectro apresentada na Equação (4.6) mostra claramente a dependência estatística entre três ondas, dando ainda uma indicação do acoplamento quadrático dos modos do sistema. Se estão presentes frequências ω_1 e ω_2 e espontaneamente são excitados modos $\omega_1 + \omega_2$, cada onda pode ser estatisticamente caracterizada por sua fase. Se uma média estatística é calculada, como na Equação (4.6), e a relação entre as fases dos três modos é aleatória, o biespectro será nulo devido ao efeito da mistura das fases. Por outro lado, se as três componentes espectrais possuem alguma tendência de associação, ou seja, estão acopladas, a fase total não terá uma distribuição aleatória, embora independentemente elas possam ser. Consequentemente, a média estatística não será nula, assim como o valor do biespectro (KIM; POWERS, 1979; LABELLE; LUND, 1992).

A bicoerência proporciona uma medida do grau de acoplamento quadrático entre as três ondas, e seu valor nos permite isolar os fenômenos não-lineares entre os diferentes mecanismos que produzem o mesmo espectro de potência. Na prática, ela é um somatório da medida do biespectro dividido pela soma das magnitudes medidas

individualmente. Matematicamente, a bicoerência $b^2(\omega_1, \omega_2, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$ é definida como:

$$b^2 = \frac{|B(\omega_1, \omega_2, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)|^2}{\langle |y(\omega_1, \mathbf{k}_1)y(\omega_2, \mathbf{k}_2)y^*(\omega_1 + \omega_2, \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)|^2 \rangle}. \quad (4.7)$$

Ela está limitada ao intervalo $b^2 \in [0, 1]$. Se as frequência envolvidas possuem acoplamento de fase, então $b^2 = 1$, enquanto $b^2 = 0$ implica que as fases são completamente aleatórias. Note que intermitência (ou a presença de não-linearidade) implica a existência de uma coerência de fase entre os modos de Fourier envolvidos na dinâmica investigada, implicando em um valor não-nulo da bicoerência (BALE et al., 1996).

Trechos da implementação numérica dos métodos não lineares descritos acima são apresentados no Apêndice (??).

Como consideramos que o biespectro e a bicoerência têm enorme potencial para se diagnosticar determinados regimes oscilatórios também em dados ionosférico, efetuamos testes numéricos que exemplificam de maneira clara sua aplicação na investigação de fenômenos não-lineares.

4.2.1 TESTE DE BIESPECTRO E BICOERÊNCIA

Análise espectral de alta ordem permite isolar interações não-lineares entre componentes de modos de Fourier de uma série temporal e tem sido utilizada para estudar muitos sistemas não-lineares (LABELLE; LUND, 1992; ELGAR; V, 1993; WIT; KRASNOSEL'SKIKH, 1995; BALE et al., 1996; DANGEL et al., 2003; MACCARONE; SCHNITTMAN, 2005). A proposta desta subseção é investigar com essa técnica o acoplamento entre as oscilações do modelo baseado em modos de Fourier. Para ilustrar como o biespectro e a bicoerência medem a coerência de fase, geramos sinais aleatórios de três osciladores (O_i) que são representados aqui pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} O_1(t) &= 5 \cos\left(\frac{f_1 2\pi}{m_x} + \phi_1\right) \\ O_2(t) &= \cos\left(\frac{f_2 2\pi}{m_x} + \phi_2\right) \\ O_3(t) &= \cos\left(\frac{f_3 2\pi}{m_x} + \phi_3\right) \end{aligned}$$

impondo-se ainda sua condição de acoplamento (A_c), que será representada pela expressão:

$$A_c(t) = \cos\left(\frac{f_4 2\pi}{m_x} + \phi_4\right)$$

tal que a expressão final do teste será:

$$F(t) = O_1(t) + O_2(t) + O_3(t) + A_c(t) \quad (4.8)$$

onde as frequências dos osciladores têm valores $f_1 = 4$, $f_2 = 8$, $f_3 = 12$ e $f_4 = 20$ foram escolhidas de maneira aleatória, mas que guardam uma proporcionalidade fácil de ser verificada. Os valores das fases de cada onda são impostos independentemente através de um gerador de números aleatórios, com exceção da condição de ressonância com frequência $f_4 = f_2 + f_3$, cuja fase é representada pela expressão $\phi_4 = \phi_2 + \phi_3$. De acordo com a Equação (4.6), o biespectro é nulo se a média do produto dos coeficientes de Fourier das três ondas é zero. Isto ocorre se essas componentes de Fourier são independentes uma da outra, ou seja, se suas fases não estão acopladas como ocorre, por exemplo, com uma série temporal com estatística de Gauss. Já a bicoerência, dada pela Equação (4.7), representa a fração da potência das componentes das três ondas que possui um acoplamento quadrático.

A Figura (4.1.a) mostra os primeiros 2048 pontos da série temporal obtida a partir da Equação (4.8), em que vemos claramente a presença de quatro modos oscilatórios. Na Figura (4.1.b) apresentamos o respectivo espectro de potências, que caracteriza muito bem os três modos de oscilação impostos na equação, além do modo de acoplamento. Como fica claro nessas figuras, o espectro de Fourier não é capaz de fornecer informações a respeito de mecanismos de interação não-linear entre modos oscilatórios.

Na Figura (4.2.a) mostramos o mapa espectral para toda a série simulada. Na Figura (4.2.b) temos o respectivo biespectro e na Figura (4.2.c) a bicoerência. No biespectro, o par ordenado $(f_1, f_2) = (12, 8)$ apresenta um valor não-nulo, indicando que essas frequências estão acopladas. No entanto, há um pico neste gráfico para $(f_1, f_2) = (4, 4)$. Este se refere ao modo $f_1 = 4$ que escolhemos na equação, combinado a um modo sub-harmônico excitado pelo mecanismo de ressonância da série.

Os máximos no somatório da bicoerência estão relacionados aos máximos no espectro

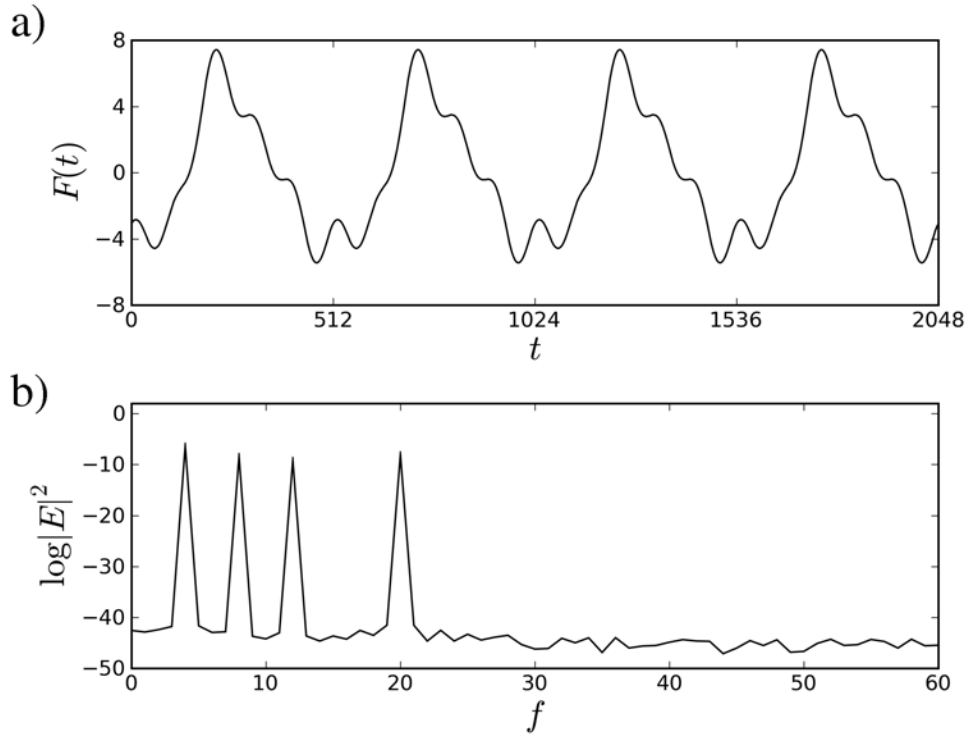


Figura 4.1 - a) Série temporal do sinal gerado aleatoriamente e b) seu respectivo espectro de potência.

de Fourier e ao seu número de modos, enquanto que as magnitudes desses máximos na bicoerência são proporcionais às suas ocorrências. Assim, o gráfico da bicoerência mostra claramente o acoplamento quadrático entre os dois modos $f_2 = 8$ e $f_3 = 12$. Ou seja, podemos interpretar a bicoerência como um histograma do acoplamento de energia nos vários modos de oscilação do sistema analisado. Este resultado era o esperado, uma vez que incluímos este modo como o de acoplamento para as ondas O_2 e O_3 .

Com as técnicas de biespectro e bicoerência podemos então recuperar a informação da fase, que não aparece do espectro de potência. Para situações em que exista acoplamento entre distintos modos de oscilação, a bicoerência mede o quanto esses modos excitados e acoplados interagem não-linearmente. A seguir, apresentamos um exemplo da física de plasma espacial para a aplicação da técnica de bicoerência.

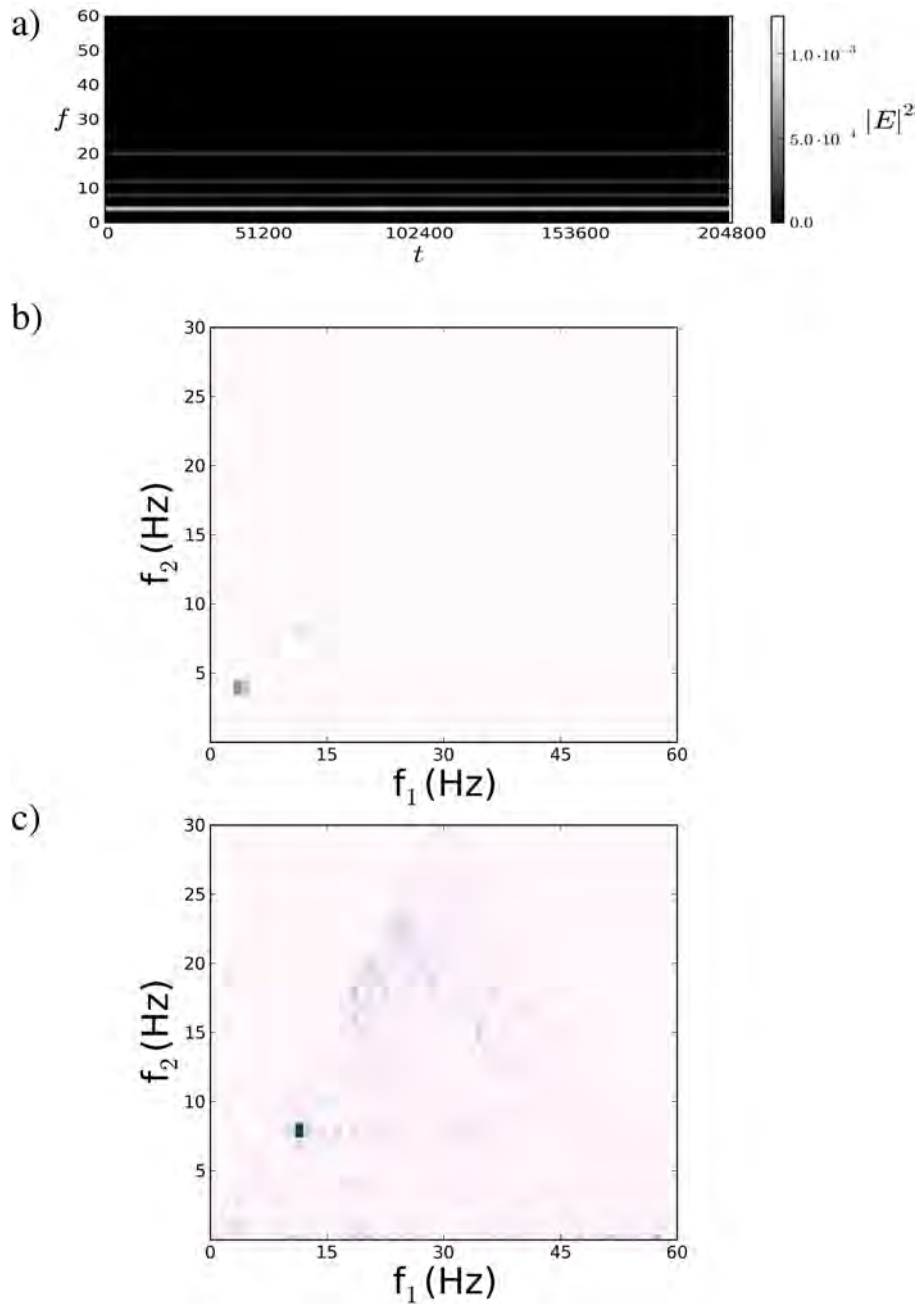


Figura 4.2 - a) Mapa espectral para toda a série temporal simulada e b) seus respectivos biespectro (esquerda) e bicoerência (direita).

4.2.2 APLICAÇÃO À FÍSICA DE PLASMA

Um bom exemplo da aplicação do método de análise de bicoerência na física de plasma espacial foi obtido por Wit e Krasnosel'Skikh (1995). Usando dados do

campo magnético da Terra medidos pela espaçonave AMPTE-UKS, Figura (4.3), eles estudaram as abruptas transições entre os regimes turbulentos e estacionários na região da frente de choque da magnetosfera.

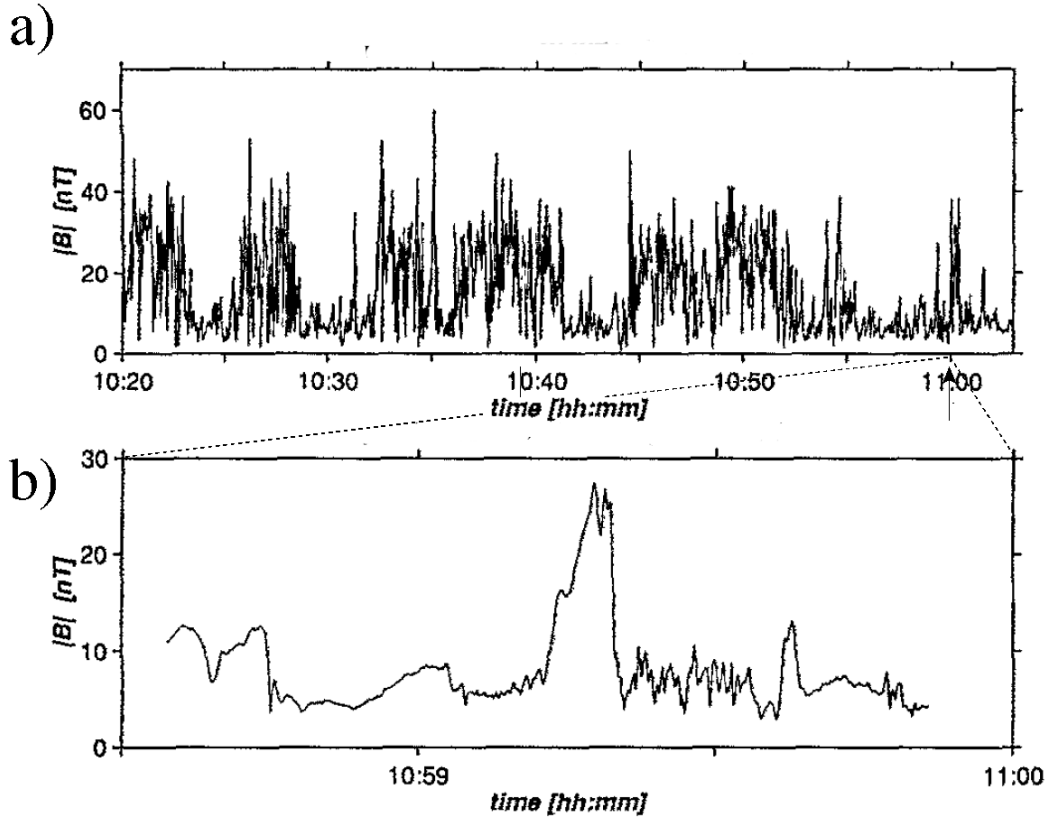


Figura 4.3 - a) Conjunto total da evolução temporal das amplitudes do campo magnético e b) uma ampliação da região indicada pela seta.

Fonte: Wit e Krasnosel'Skikh (1995)

A Figura (4.4) mostra (a) o espectro de potência para os regimes up-⁵ e downstream⁶ e (b) o correspondente espectro de bicoerência. O círculo na Figura (4.4.a) quer destacar a ocorrência de fortes interações entre as duas estruturas (turbulenta e estacionária) presentes na Figura (4.3), cujas frequências são 0.60 e 0.12 Hz, supostamente relacionadas a pulsações magnetosônicas (WIT; KRASNOSEL'SKIKH, 1995).

⁵Upstream → região localizada próximo à frente da região de choque do plasma do vento solar com a magnetosfera.

⁶Downstream → região confinada localizada próximo ao interior da magnetosfera.

A caracterização da forte interação entre as duas estruturas fica evidente quando analisamos o espectro de bicoerência. Ao interagirem, essas ondas geram uma terceira estrutura, cuja nova frequência satisfaz a soma $f_1 + f_2 = f_3$, e que para o sinal analisado equivale a aproximadamente $0.7Hz$. Um conjunto de estruturas de plasma representado por frequências próximas aos valores de f_1 e f_2 podem se combinar e assim possibilitarem uma nova estrutura cuja frequência f_3 está destacada na Figura (4.4.b). Concluimos que este é um fator limitante da análise do espectro de potência. Portanto, a interpretação para a Figura (4.4.b) é que interações quadráti-

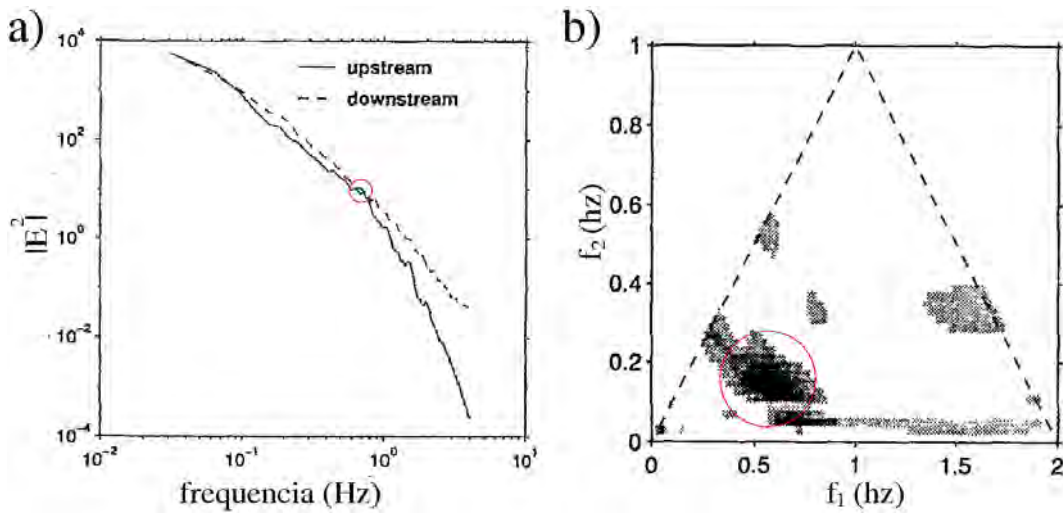


Figura 4.4 - a) Espectro de potência da máxima variância das regiões up- e downstream e b) intensidade dos níveis de bicoerência medida no upstream.

Fonte: Modificadas de Wit e Krasnosel'Skikh (1995)

cas (ou possivelmente também de maior ordem) ocorrem entre determinados modos de oscilação do sistema, possibilitando-nos com esse método quantificar e detectar o acoplamento entre esses modos.

4.3 INTERMITÊNCIA IONOSFÉRICA EM DADOS DE CINTILAÇÃO

Nesta seção investigamos o caráter intermitente durante a ocorrência de cintilações em dias calmos e comparamos os resultados dessa dinâmica com a resposta da ionosfera ao evento de uma tempestade geomagnética. São fortes os indícios de que uma considerável transferência de energia ocorra durante uma tempestade injetando

energia na ionosfera de maneira intermitente. A análise das flutuações da amplitude dos sinais de GPS que atravessam a ionosfera pode indicar a existência de modos de oscilação do plasma ionosférico provavelmente gerados por mecanismos de instabilidade local do plasma ou por mecanismos de interação entre ondas.

O fenômeno equatorial e de baixas latitudes da camada F espalhada (*Equatorial Spread F* - ESF) foi o nome dado à ocorrência de espalhamento observado nos traços de ionogramas obtidos na região equatorial. Irregularidades no plasma ionosférico podem aparecer em qualquer região de latitude, cujas principais diferenças aparecem em relação à morfologia e aos fatores responsáveis pela sua formação e distribuição. Com o passar dos anos, adotou-se o termo espalhamento da região F (SF) como sendo o nome dado aos fenômenos de irregularidades na densidade eletrônica do plasma ionosférico, observado pelos mais diversos tipos de instrumentos de sondagem ionosférica, como ionossondas, radares de espalhamento coerente, sensores a bordo de foguetes ou satélites, flutuações na fase e amplitude de sinais transionosféricos (cintilação). Atualmente, o termo SF está associado a um amplo espectro de irregularidades de plasma, com escalas de tamanho variando desde dezenas de centímetros até centenas de quilômetros. Cada instrumento ou técnica é sensível a uma determinada escala de tamanho ou faixa de escalas (ver por exmplo, [Fejer e Kelley \(1980\)](#), [Abdu et al. \(1981\)](#), [Basu et al. \(1985\)](#), [Abdu et al. \(1991\)](#)).

Medidas de satélite e foguetes através de regiões de SF mostram acentuadas diminuições na densidade do plasma, chamadas de bolhas ionosféricas, com altos valores de campo elétrico zonal no seu interior. Em radares de espalhamento coerente estas regiões de diminuição na densidade do plasma são associadas à estruturas chamadas de plumas. Estas plumas apresentam uma subida rápida e a presença de fortes ecos oriundos de irregularidades com escala de alguns metros em seu interior. O espalhamento observado em ionogramas equatoriais representam irregularidades na porção inferior da camada F que podem estar associados ou não a bolhas ionosféricas que evoluem até a porção superior da ionosfera. Em contrapartida, o SF observado em ionogramas de baixas latitudes são indicativos de bolhas ionosféricas ([ABDU et al., 1983](#)). Tais irregularidades podem interferir drasticamente na propagação de sinais de rádio empregados nas telecomunicações, bem como nos sinais empregados em sistemas de navegação e posicionamento. Daí a importância de se estudar tais fenômenos, desde o seu surgimento nas primeiras horas da noite até o seu desaparecimento.

A Figura (4.5) mostra a ocorrência de SF em Cachoeira Paulista (22.7° S; 45.0° W; Dip -32.4 °S), durante cinco dias em 2002, período de alta atividade solar. A escala de cor é uma medida da intensidade do espalhamento, com os índices 1 (amarelo), 2 (laranja) e 3 (vermelho) representando extensões do espalhamento acima de 100 km, entre 100 e 200 km, e acima de 200 km, respectivamente. A cor azul nesta escala representa ausência de espalhamento. Os espaços em branco representam falhas na aquisição de dados. Vemos que, com exceção do dia juliano 32, os demais dias apresentaram espalhamento.

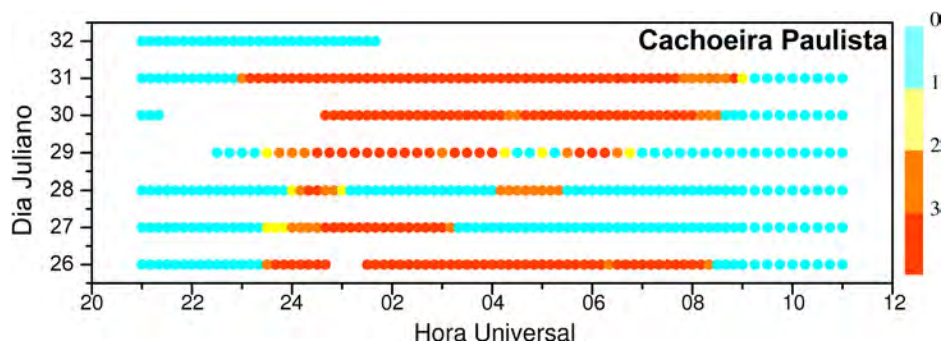


Figura 4.5 - Ocorrência de irregularidades que causam cintilações medidas em Cachoeira Paulista em 2002.

A ocorrência de irregularidades que causam SF apresenta dependência quanto a variabilidade diária do campo elétrico responsável pelo crescimento das instabilidades, variabilidade sazonal, com o ciclo solar, com a longitude e com a atividade geomagnética. O efeito deste último fator sobre as irregularidades na região F , em particular, pode estar diretamente relacionado com a resposta dos campos elétricos zonais na região equatorial às perturbações do campo magnético terrestre, penetração de campos elétricos e a ação de ventos neutros perturbados devido a tempestades geomagnéticas.

Uma tempestade geomagnética inicia quando eventos de plasma de alta velocidade conduzindo ondas de choque, tais como as produzidas pelas ejeções de massa coronais (*Coronal Mass Ejections* - CMEs), incidem sobre a magnetosfera terrestre e modificam bruscamente o campo magnético da Terra (CMT) (GONZALEZ et al., 1994). A magnetosfera é definida como sendo a região mais externa da atmosfera, localizada acima da ionosfera e que se estende, aproximadamente, desde 1000 km de altura até a magnetopausa, o limite mais externo da magnetosfera, que separa

as regiões do campo magnético interplanetário (CMI) da região em que se encontra o campo magnético terrestre (KIRCHHOFF, 1991). Com a chegada de uma onda de choque interplanetária, partículas energéticas (prótons e elétrons) são capturadas pelo CMT.

A compressão do campo geomagnético pelo plasma solar faz com que a componente horizontal do CMT sofra um aumento que pode durar desde alguns minutos até algumas horas. Isso caracteriza o que é denominado de fase inicial de uma tempestade. Estando ainda a componente norte-sul (B_z) do CMI apontando na direção sul, as linhas do CMT se conectam às linhas do CMI e são transportadas pelo vento solar para o lado noturno da Terra. Conforme as partículas energéticas são transportadas em direção à magnetosfera noturna, elas também são submetidas às forças do gradiente de curvatura do campo magnético. Estas forças agem em consonância com um efeito resultante de prótons que derivam em direção ao anoitecer e os elétrons na direção do amanhecer, originando a chamada corrente de anel global. Esta corrente cria um campo magnético contrário ao CMT que decresce a intensidade do campo magnético terrestre sobre a região equatorial da Terra. Temos então o que se caracteriza como sendo a fase principal de uma tempestade (GONZALEZ et al., 1994).

No decorrer de uma tempestade geomagnética as mudanças na ionosfera são muito rápidas e relevantes no sentido que sua configuração eletrodinâmica poderá ser afetada. Uma grande quantidade de energia oriunda do vento solar é depositada na magnetosfera e na ionosfera da Terra. Isso produz um aumento na precipitação de partículas, intensificando os campos elétricos ambiente e as correntes ionosféricas. Consequentemente, ocorre uma intensificação da condutividade da ionosfera, do aquecimento Joule e do arraste iônico. O aquecimento Joule da atmosfera polar resulta em sua expansão, ocasionando gradientes de pressão que geram ventos neutros termosféricos se propagando em direção ao equador. Esses ventos neutros termosféricos perturbados produzem campos elétricos de polarização em baixas latitudes, modificando a eletrodinâmica do sistema termosfera-ionosfera de média e baixa latitudes, dando origem ao *dinamo perturbado* (BLANC; RICHMOND, 1980; ABDU et al., 2006).

Diversos estudos têm avaliado a influência da atividade geomagnética sobre a ocorrência de irregularidades na região F . A partir do estudo de um modelo empírico Scherliess e Fejer (1997), por exemplo, demonstraram que os campos elétricos do dinamo perturbado possuem maior amplitude e apontam para leste entre 23 LT e 06

LT, e são mais significativos na direção oeste entre 11 LT e 20 LT. O campo elétrico do dínamo perturbado para oeste, durante o entardecer, pode contribuir para um decréscimo no campo elétrico pré-reverso para leste que surge por ação do dínamo da região F , e com isso diminuir também a ocorrência de irregularidades. Sobral et al. (2001) investigaram a resposta da região F ionosférica sobre o Brasil na região equatorial e de baixa latitude a eventos de tempestades magnéticas de longa duração e alta intensidade. Dentre as conclusões apresentadas pelos autores, gostaríamos de enfatizar aquela que aponta o possível caráter inibitório que tempestades geomagnéticas podem ter sobre a ocorrência de irregularidades da camada F da ionosfera. Huang et al. (2005) e Huang e Chen (2008) investigaram através de modelamento numérico a influência da atividade geomagnética sobre a eletrodinâmica da ionosfera equatorial e de baixas latitudes. Os autores verificaram que devido a perturbações do campo elétrico zonal na região equatorial, ocorre uma redução do pico da camada F com relação às condições calmas, aumentando a condutividade do meio, o que causaria uma forte inibição à ascensão da camada. Isso tem reflexo sobre a taxa de ocorrência de espalhamentos na região F , que pode ser reduzida devido à maior frequência de colisões em menores altitudes, ocasionando uma redução na taxa de crescimento da instabilidade Rayleigh-Taylor.

Está claro que a interação física do meio interplanetário com a magnetosfera da Terra gera uma variedade de processos globais no sistema acoplado formado pela ionosfera, termosfera e magnetosfera. De modo a tentar contribuir para este tema e aperfeiçoar o nosso entendimento dos fenômenos, assim como compreendermos a não ocorrência de espalhamento do ponto de vista da teoria não-linear no dia 32 de 2002 (dia que, como mostraremos a seguir, ocorreu uma tempestade magnética), mostrado na Figura (4.5), parece necessário o estudo mais detalhado de um possível mecanismo de saturação de energia não-linear. Nosso objetivo será tentar mapear as causas de espalhamento em condições calmas e das possíveis justificativas para a ausência deste tipo de regime durante o evento de uma tempestade geomagnética.

4.3.1 ANÁLISE DOS DADOS DE CINTILAÇÃO

Iniciamos nossos estudos verificando as condições geofísicas do sistema ionosférico. Na Figura (4.6.a) apresentamos as flutuações da componente horizontal ($\mathbf{H}$) do campo magnético da Terra e na Figura (4.6.b) temos a componente $\mathbf{Z}$ para o dia 27 de janeiro de 2002, considerado um dia calmo. O estudo da atividade geomagnética requer a utilização de um índice magnético que maximize a contribuição do eletrojato

auroral.

A partir de registros de variações norte-sul da componente horizontal do campo magnético ($\mathbf{H}$) em função do tempo universal (UT) para várias estações é possível se calcular os maiores e os menores valores dessas variações, determinando-se assim os índices AU e AL , respectivamente, que são índices locais já que correspondem à amplitude das perturbações da componente $\mathbf{H}$ para cada estação. O valor máximo positivo do deslocamento de $\mathbf{H}$ define o índice AU , enquanto que o máximo deslocamento negativo define o AL . Desta forma, AU normalmente é derivado da estação abaixo do eletrojato a leste, enquanto que AL , de uma estação abaixo do eletrojato a oeste. A diferença entre o envelope superior e inferior é que define a medida do índice AE ($AE = AU - AL$). O índice AE global é determinado usando os maiores valores de AU e AL de todas as estações reportadas.

Na Figura (4.6.c) apresentamos o índice geomagnético do eletrojato auroral (AL). O índice $SYM-H$, mostrado na Figura (4.6.d), é um índice geomagnético também utilizado para determinar a intensidade e a duração das tempestades magnéticas, fornecendo uma indicação da intensidade da corrente de anel, tendo surgido como um esforço para descrever perturbações do campo geomagnético em baixas e médias latitudes, através de medidas com maior resolução temporal (WANLISS, 2004; WANLISS; SHOWALTER, 2006). Tais dados, assim como as medidas dos índices geomagnéticos AL e $SYM-H$ foram obtidos do *World Data Center for Geomagnetism from Kyoto* (WDC-Kyoto). Os dados apresentados na Figura (4.6) nos servirão como referência do comportamento médio durante regimes geomagneticamente calmos e em período de alta atividade solar.

Na Figura (4.7) verificamos as condições geofísicas do regime ionosférico de alta latitude para o dia 01 de fevereiro de 2002, dia magneticamente perturbado. Assim como no caso anterior, apresentamos na Figura (4.7.a) a componente $\mathbf{H}$ das flutuações do campo geomagnético, na Figura (4.7.b) perturbações da componente $\mathbf{Z}$, além dos dados geomagnéticos do WDC-Kyoto com a Figura (4.7.c) apresentando AL e a Figura (4.7.d) $SYM-H$.

Os decréscimos nos valores da componente $\mathbf{H}$ e do índice AL nesta figura, a partir das 12 UT, revelam uma intensificação da corrente de anel⁷ dirigida para oeste. Du-

⁷A corrente de anel consiste de uma corrente equatorial localizada a uma distância entre $L = 2$ a 8, sendo L a distância radial do centro da Terra até a linha de campo que corta o plano do

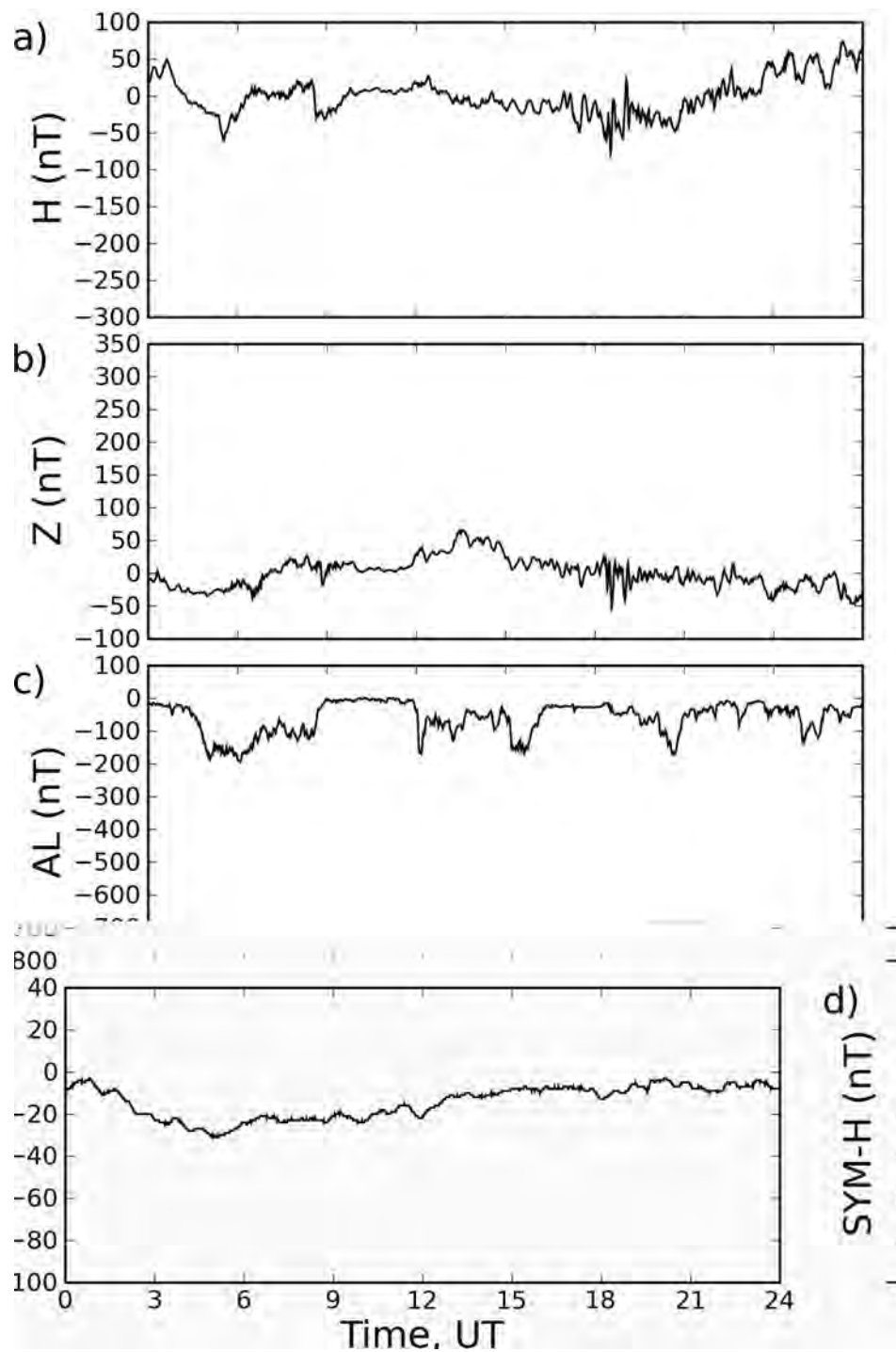


Figura 4.6 - a) Variação da amplitude das perturbações da componente $\mathbf{H}$ do campo geomagnético para o dia 27/01/2002, b) perturbações da componente $\mathbf{Z}$. Como caracterização do estado geofísico da Terra os índices c) AL e d) SYM-H são apresentados.

equador geomagnético para um campo dipolar ideal. Possui íons e elétrons que devido ao campo geomagnético sofrem a ação das derivas de gradiente e curvatura.

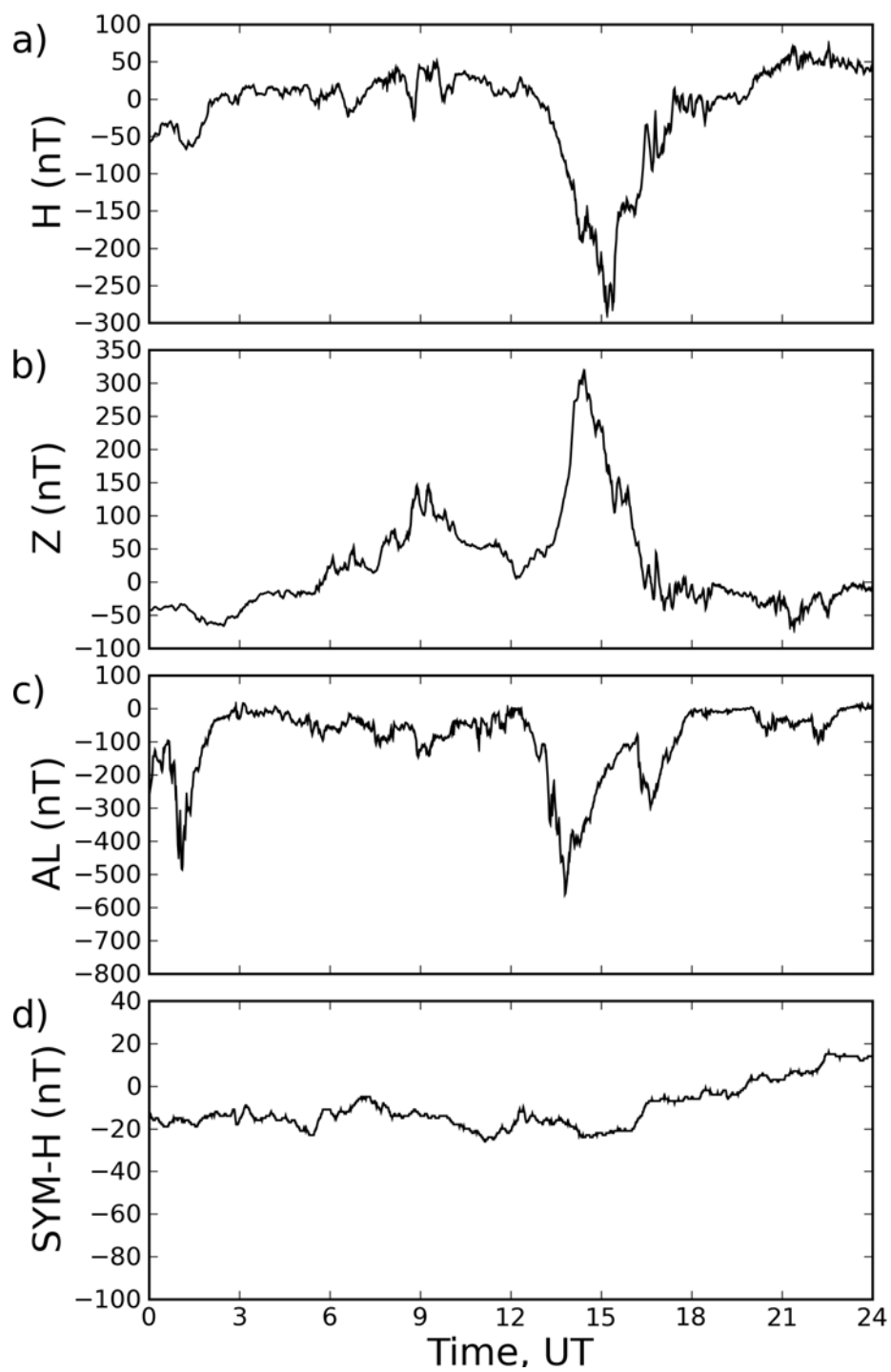


Figura 4.7 - a) Dados da componente $\mathbf{H}$ das flutuações do campo geomagnético, b) perturbações da componente $\mathbf{Z}$, e dados geomagnéticos do WDC-Kyoto c) AL e d) SYM-H para a tempestade do dia 01/02/2002.

rante períodos geomagneticamente perturbados os processos responsáveis pela maior parte das perturbações nos campos elétricos de baixa latitude são considerados como sendo: (a) penetração direta de campos elétricos e correntes a partir da magnetosfera e ionosfera de altas latitudes; e (b) campos elétricos de dínamo perturbado decorrentes da ação dinâmica dos ventos termosféricos produzidos pelo aquecimento auroral (ABDU, 1997). Não é objetivo desta seção avaliar separadamente tais efeitos. No entanto, acreditamos que a ação do dínamo perturbado tenha influenciado a dinâmica ionosférica nesse dia, alterando as condições do plasma e interferindo na ocorrência de espalhamento, conforme constatado através dos dados de digissonda resumidos na Figura (4.5).

O procedimento a ser adotado então será investigar o que existe de diferente na dinâmica do plasma ionosférico em regiões de baixas latitudes, que possa distinguir o período calmo do perturbado.

Na Figura (4.8.a) apresentamos os dados de TEC Vertical (VTec), em unidades de 10^{16} elétrons/m², medidos no dia 27 de janeiro de 2002 por um receptor GPS instalado em São José dos Campos (Lat. 23.1° S; Long. 45.8° O; Dip -32.2°). É possível notar nesta figura um ótimo exemplo da assinatura de abruptas flutuações na densidade eletrônica total entre 21:15-22:00 horas (correspondendo à região destacada em verde). Essas abruptas flutuações no TEC são as assinaturas das irregularidades na fase dos sinais, que indicam a presença de bolhas de plasma na ionosfera local. Aliás, variações abruptas é uma propriedade fundamental de sistemas dinâmicos não-lineares, ou seja, a transição das características do sistema sempre ocorre de maneira descontínua. O estágio da transição, para esses sistemas, depende da redistribuição de energia que ocorre entre os modos oscilatórios.

Nesse estudo optamos por não utilizarmos dados de VTec para as análises não lineares pois, mesmos com dados de satélite com elevação maior que 40° diagnosticamos inúmeras discontinuidades nos valores do VTec, tanto para aqueles obtidos a partir da pseudo-distância quanto os obtidos a partir da pseudo-fase, para um mesmo conjunto de horas. Isso ocasiona “buracos” nas séries temporais e impossibilita a análise não linear. Além disso, mesmo se levarmos em consideração um único satélite, o tempo em que este permanece observado pelo receptor costuma ser de no máximo um pouco mais que duas horas, com uma taxa de amostragem de um segundo. Desejando-se investigar os regimes das irregularidades neste intervalo de tempo, o conjunto de dados adquirido inviabiliza a análise não linear. Por fim, devemos lem-

brar que satélites com diferentes graus de elevação medem o Tec ionosférico em pontos afastados, portanto a análise não linear através desses dados poderia dar um falso diagnóstico quanto a dinâmica das flutuações medidas.

Os efeitos sobre os sinais dos satélites quando estes atravessam regiões de irregularidades no plasma ionosférico são apresentados na Figura (4.8.b), coletados a partir da amplitude do sinal recebido pelo satélite de GPS PRN 7. Nesta figura são mostrados apenas as flutuações da amplitude dos sinais GPS (Δ Cintilações), após retiramos dos dados a média e sua tendência. A ocorrência de cintilação em um sinal transionosférico é um indicador da presença de irregularidades ionosféricas na linha de visada deste sinal. A presente seção se concentrará na análise de dados ionosféricos coletados a partir do monitoramento de cintilação, uma vez que os registros destes dados são de alta resolução temporal (50 amostras/segundo).

A Figura (4.8.c) mostra o mapa espectral das Δ Cintilações com a presença de oscilações periódicas de maior amplitude na região da coluna em verde. A barra de cor destaca a densidade espectral em escala logarítmica, com a cor azul correspondendo a flutuações muito pequenas. De modo a estudar intermitência a partir das Δ Cintilações, calculamos a evolução temporal da skewness S e da kurtosis K , de acordo com as Equações (4.1) e (4.2), que estão nas Figuras (4.8.d) e (4.8.e), respectivamente. O regime intermitente é caracterizado por mudanças abruptas (ou estouros) nas flutuações da amplitude. Nos intervalos dos estouros na série temporal, os valores de S e K exibem grande desvio, indicando excitações não-linearmente acopladas.

Na Figura (4.9.a) apresentamos os dados de TEC vertical para dia 01 de fevereiro de 2002, adquirido da rede de receptores de GPS operada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE⁸), para a estação PARA, localizada em Curitiba/PR (Lat. 25.45° S; Long. 49.23° O; Dip -28.6°), pertencente à Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC), em função da existência de falhas de aquisição no equipamento de São José dos Campos. A Figura (4.9.b) mostra a série temporal das flutuação de cintilação medida em SJC, também coletada a partir da amplitude do sinal recebido pelo satélite de GPS PRN 7. A seguir, apresentamos na Figura (4.9.c) o mapa espectral, na Figura (4.9.d) as flutuações do Skewness S e da Kurtosis K na Figura (4.9.e). Podemos notar que o mapa espectral apresenta densidades muito

⁸http://www.ibge.gov.br/home/#sub_geociencias

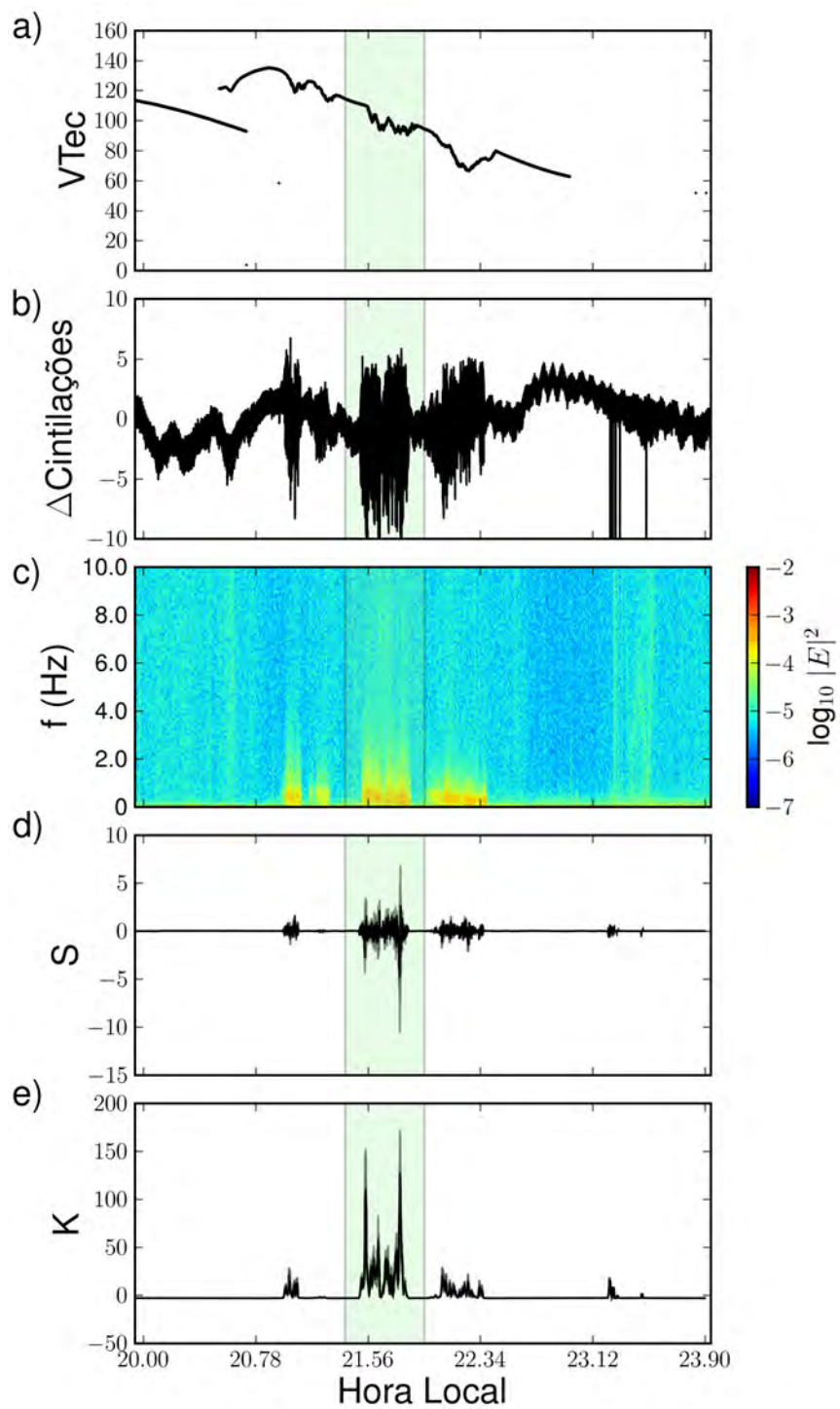


Figura 4.8 - a) Variação do TEC vertical sobre São José dos Campos obtido a partir de medidas da fase, b) flutuações das cintilações, c) mapa espectral, d) skewness e e) kurtosis para o dia 27 de janeiro de 2002.

baixas para a energia das flutuações presentes nas cintilações. Isso também fica bem evidente na avaliação do Skewness e da Kurtosis. A partir das 23 horas, aproximadamente, notamos a presença de estouros nos valores de S e K. De fato, isso se deve a baixa elevação que o satélite utilizado possui nessa faixa de horário, o que pode dar uma impressão errônea sobre a presença de irregularidades na ionosfera.

O mapeamento ou a verificação da distribuição de energia das Δ Cintilações através do uso dos altos momentos estatísticos Skewness e Kurtosis formam em conjunto uma estratégia de classificação das irregularidades presentes no plasma ionosférico. Uma vez que valores do Skewness estão associados ao desvio assimétrico de uma distribuição gaussiana (ou seja, a distribuição deslocada à direita ou à esquerda da normal) e os valores da Kurtosis estão relacionados a desvios simétricos da gaussiana (a distribuição apresentando uma forma achatada ou esticada), esses parâmetros estatísticos podem ser utilizadas para estimar a presença e intensidade de regimes não lineares nos dados das Δ Cintilações.

Baseado nos valores de S e K, ao compararmos as Figuras (4.8) e (4.9) notamos a falta de regime intermitente nas Δ Cintilações do plasma ionosférico para o dia 1 de fevereiro de 2002. A dissipação de energia depositada na termosfera em altas latitudes em virtude da atividade geomagnética, certamente gerou um forte sistema de circulação de ventos neutros em direção à ionosfera equatorial. De acordo com [Blanc e Richmond \(1980\)](#), devido a força de Coriolis estes fortes ventos em direção ao equador levam ao surgimento de ventos zonais e deriva do plasma para oeste. Lembrando o que já havíamos dito sobre o trabalho de [Scherliess e Fejer \(1997\)](#), campos elétricos do dínamo perturbado são mais significativos na direção oeste entre 11 LT e 20 LT, o que pode ocasionar, durante o entardecer, um decréscimo no campo elétrico pré-reverso para leste que surge por ação do dínamo da região F e inibir uma maior dinâmica nesta camada. Assim, considerando-se que os ventos termosféricos perturbados sejam responsáveis por tal configuração, devemos investigar melhor a dinâmica do sistema ionosférico nos dois regimes.

Os aumentos abruptos dos parâmetros S e K caracterizam a distribuição de propriedades estatísticas globais, pois indicam a presença de possível comportamento intermitente. Já a análise espectral de Fourier nos informa sobre a presença de diferentes escalas ou de modos de oscilação no sistema. A Figura (4.10.a) mostra as densidades espectrais das Δ Cintilações para o dia 27/01/2002 e a Figura (4.10.b) para o dia 01/02/2002, correspondendo às regiões destacadas nas Figuras (4.8.c) e

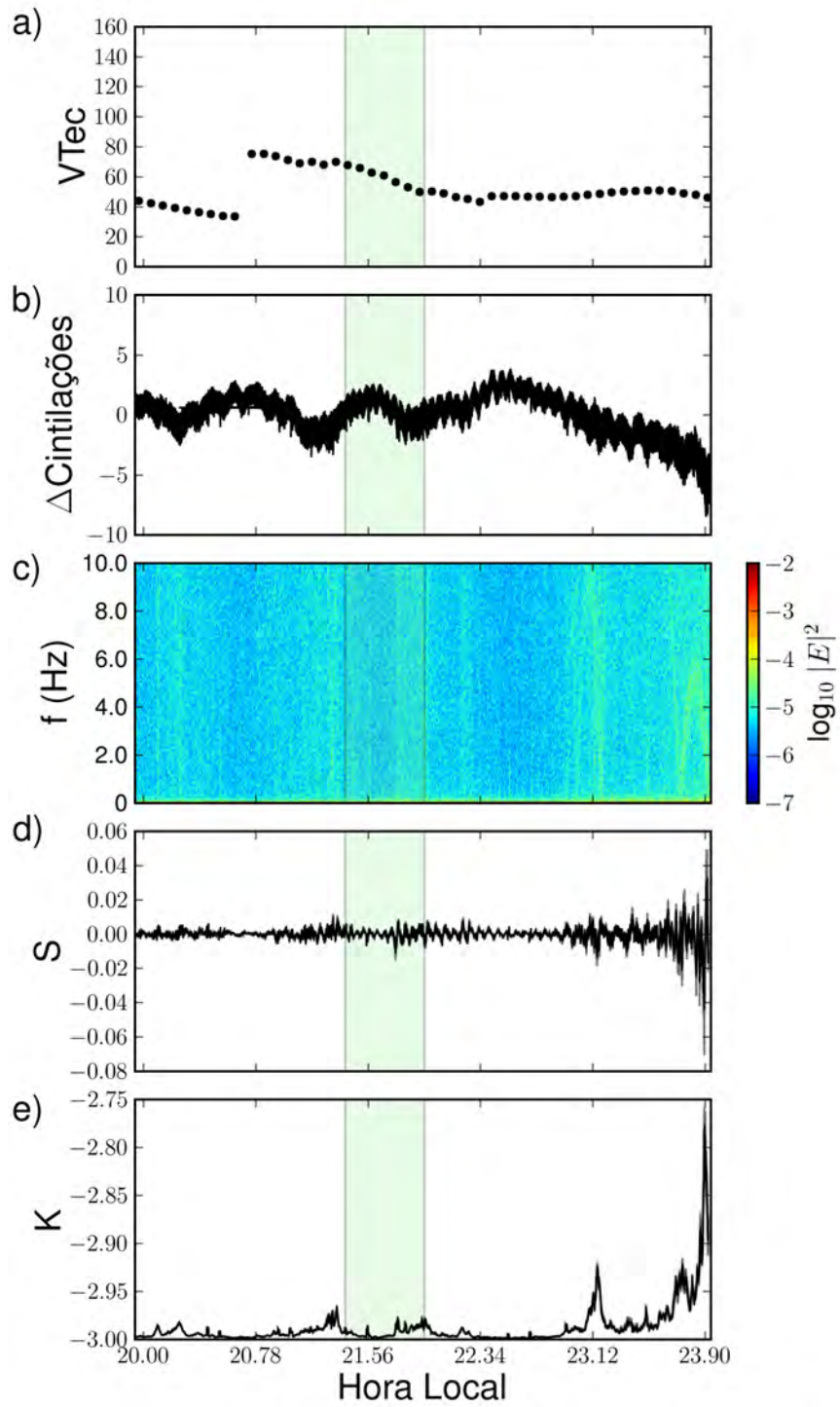


Figura 4.9 - a) Variação do TEC vertical sobre São José dos Campos obtido a partir de medidas da fase, b) flutuações das cintilações, c) mapa espectral, d) skewness e e) kurtosis para o dia 01 de fevereiro de 2002.

(4.9.c), respectivamente. A Figura (4.10.a) apresenta uma clara descontinuidade na inclinação (há dois saltos perceptíveis no gráfico), enquanto que a Figura (4.10.b) apresenta decaimento monotônico. No intervalo de frequências compreendido entre 0.5 e 2.0 Hz estão as maiores amplitudes segundo o espectro de Fourier, e consequentemente os modos de oscilação com maior energia para as regiões irregulares que causaram as cintilações nos dados de GPS. Destacamos três frequências nesse intervalo: 0.58, 0.83 e 1.41 Hz. A relevância desses valores será discutida quando avaliarmos as Δ Cintilações através da bicoerência. Apesar de ser possível se extrair outras informações da densidade espectral, do ponto de vista de mecanismos não-lineares de interação do plasma ionosférico, a análise espectral não nos esclarece sobre os processos físicos intermitentes que ocorrem entre as inúmeras estruturas irregulares contidas no sistema.

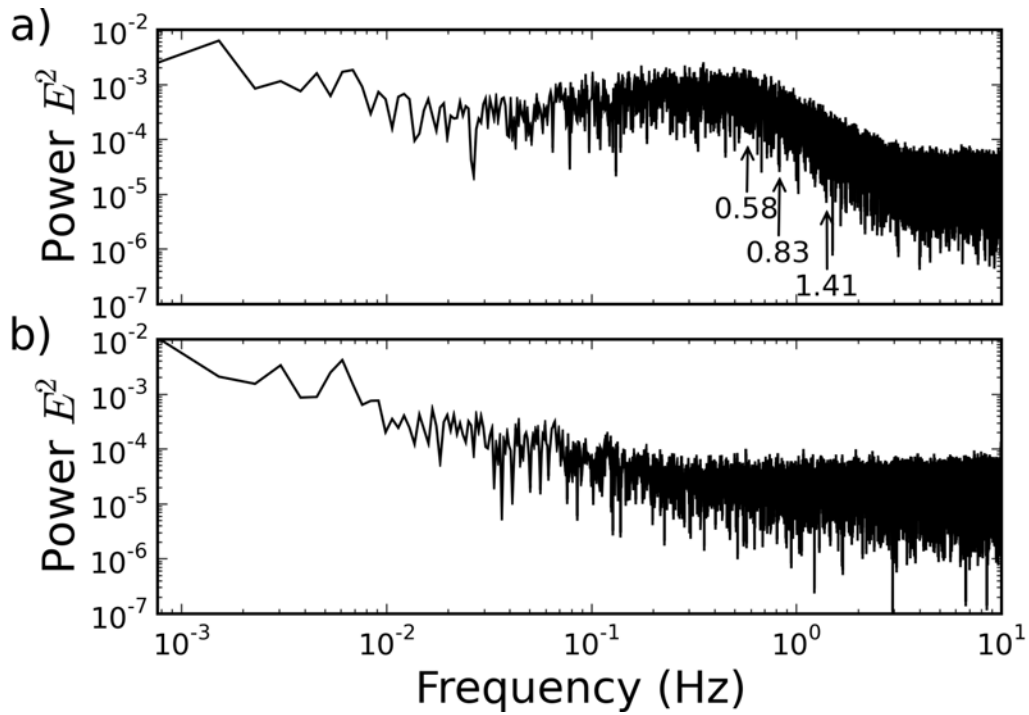


Figura 4.10 - a) Espectro de potências das Δ Cintilações para dia 27/01/2002 e b) para o dia 01/02/2002. Os valores destacados com as setas indicam modos de oscilação que apresentam coerência de fase.

Uma ferramenta básica capaz de detectar e quantificar o comportamento espaço/temporal das estruturas que geram intermitência no regime ionosférico é a função de estrutura. Na Figura (4.11.a) mostramos os primeiros seis momentos da

função estrutura $L(q, \tau)$, normalizados pelo terceiro momento $L(3, \tau)$ para o dia 27 de janeiro de 2002 - dia calmo. Podemos observar que todas as curvas permanecem constantes para todo τ , apresentando um comportamento semelhante a uma lei de potência. Essa similaridade em cada um dos momentos com uma lei de potência é o que atesta a natureza intermitente das Δ Cintilações, implicando a existência de transferência de energia entre vários modos de oscilação ou em diversas escalas de estrutura do plasma ionosférico. Em termos geométricos, podemos imaginar as escalas como vórtices de vários tamanhos em um determinado local. Segundo a teoria de Kolmogorov (K41), a relação de transferência regular de energia entre esses vórtices ocorre de maneira que os maiores vórtices dissipam suas energias em estruturas cada vez menores. E para esse modelo de transferência de energia, obtem-se uma relação em que os expoentes da função de estrutura obedecem a razão igual a $q/3$, que corresponderia a um comportamento gaussiano (FRISCH, 1995; WIT; KRASNOSEL'SKIKH, 1996).

No caso de intermitência espacial, ou de um fluxo irregular de energia devido a algum mecanismo de saturação interno do sistema, cada ordem da função de estrutura q_n pode ter seu próprio índice (n) diferente da previsão de Kolmogorov $q/3$, o que proporciona uma nova informação sobre a dinâmica das flutuações. Assim, o grau de intermitência pode ser medido pelo afastamento entre a curva $\zeta(q)$ e o escalonamento $q/3$. A Figura (4.11.b) mostra o invariante escalar do expoente da função estrutura (linha tracejada), na qual o desvio da escala linear (linha contínua), apesar de pequeno mais com um amplo desvio médio, sugere que as Δ Cintilações são intermitentes, ou seja, que se afastam de um processo gaussiano (FRISCH, 1995; WIT; KRASNOSEL'SKIKH, 1996; BRUNO; CARBONE, 2005).

As Figuras (4.11.c) e (4.11.d) referem-se ao dia 1 de fevereiro de 2002 - dia perturbado. Notamos agora que as curvas não permanecem constantes para todo τ . A falta similaridade atestaria a natureza gaussiana das Δ Cintilações, sem a existência de transferência de energia entre os modos de oscilação. O mesmo raciocínio poderia ser aplicado a cada ordem da função de estrutura q_n . Porém, como vemos nos gráficos essa conclusão com esse método não é muito confiante. Isso talvez se deva ao fato do dado utilizado estar integrado por toda a extensão da ionosfera.

No entanto, a confirmação definitiva dos mecanismos que geram intermitência pode ser extraída com a utilização de PDF de diferentes escalas e da técnica de bicoerência. A Figura (4.12) apresenta os resultados da PDF e da bicoerência para o dia

27/01/2002, ainda no período da ocorrência de forte cintilação no sinal de GPS. Se o formato da PDF do sinal se aproximar do formato da densidade de probabilidade de ruído branco. Por outro lado, se o formato da PDF do sinal for esticado, então o regime sob análise corresponde a de um sinal intermitente. Desta forma, a PDF aplicada para um determinado sinal constitui um indicador natural de respostas estruturais, interação onda-onda, ou de acoplamento de fase presente no plasma ionosférico.

Os gráficos das PDF's em função das Δ Cintilações são mostrado na Figura (4.12.a). Os resultados revelam que: 1) as PDF's são não-gaussianas, ao menos em escalas

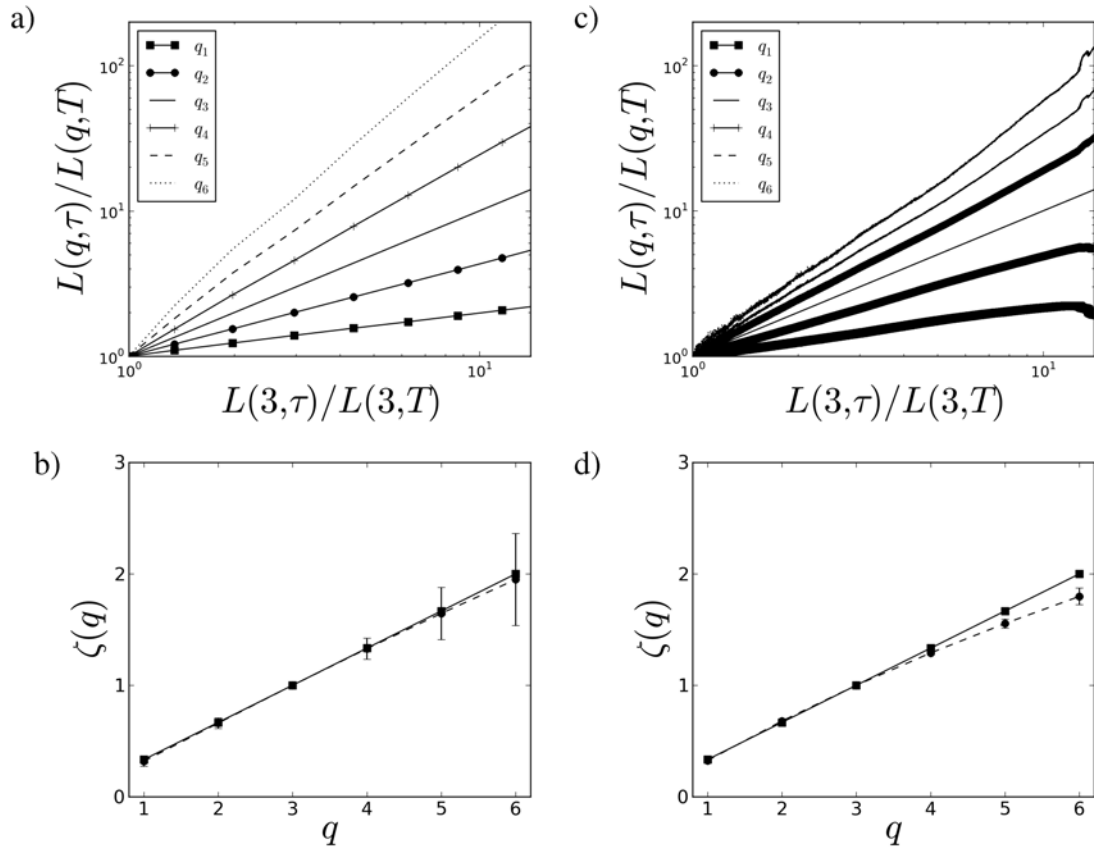


Figura 4.11 - a) Função de estrutura normalizada das Δ Cintilações, com várias ordens de q , entre 1 e 6, para o período do dia 27 de janeiro de 2002 analisado e b) o correspondente expoente $\zeta(q)$ versus q , e comparado com a previsão de Kolmogorov $q/3$. O desvio dos resultados observacionais (linha tracejada com as barras de erro) da previsão de Kolmogorov (linha contínua) mostra claramente que o plasma ionosférico é intermitente. Os gráficos c) e d) correspondem ao intervalo de dados analisados do dia 1 de fevereiro de 2002.

(τ) pequenas, pois se afastam da probabilidade gaussiana, representada aqui pela linha tracejada; e 2) o formato das PDF's depende da escala τ utilizada: para escalas menores as PDF's são cada vez mais esticadas. Este acúmulo de alta probabilidade para pequenas escalas é uma manifestação de intermitência distribuição do plasma ionosférico que compõe as irregularidades. Em outras palavras, esse resultado indica uma provável coerência de fase, ou ainda, uma interação do tipo onda-onda entre estruturas contidas nas irregularidades. A bicoerência pode então ser utilizada para recuperar informações das fases e magnitude dos processos físicos. Ela medirá a intensidade do acoplamento entre duas frequências através de uma combinação linear (ou seja, da soma ou da diferença) desses modos oscilatórios.

A Figura (4.12.b) apresenta os resultados da bicoerência para o intervalo temporal das Δ Cintilações analisadas em função de duas frequências f_1 e f_2 . A barra de cor indica a intensidade da bicoerência. Nós escolhemos o intervalo de frequências entre 0 e 12 Hz, para que a escala ficasse aproximadamente em acordo com as figuras anteriores. Quando a estrutura ionosférica possui um comportamento turbulento, ou mesmo com outro tipo de não-linearidade, devemos esperar que algum casamento de fase esteja ocorrendo. Esse casamento é indicado como um par ordenado no mapa da bicoerência. Da figura, podemos notar a existência em destaque de um conjunto de pares ordenados com frequências entre 0.5 e 1.0 Hz (de acordo com os espectros de potência apresentados na Figura (4.10.a)), que correspondem à ocorrência dos modos mais energizados presentes nas irregularidades que causaram cintilação nos dados de GPS, como enfatizado anteriormente. O pico mais pronunciado da bicoerência das Δ Cintilações é o do par ordenado $(f_1, f_2) = (0.83, 0.58)$ Hz, que apresenta o valor de $b^2 = 0.253$, indicando um forte acoplamento entre essas frequências. De maneira ressonante, esses modos transferem parte de suas energias para o modo $f_3 = 1.41$ Hz. Os três modos foram indicados na Figura (4.10.a). Outros acoplamentos são observados para mais pares ordenados indicando o acoplamento entre outros modos nas flutuações do plasma ionosférico. Percebemos então que na ocorrência de irregularidades, os sinais de GPS são afetados por estruturas que possuem uma dinâmica não-linear entre eles.

Vamos agora analisar os parâmetros de intermitência para o dia 01/02/2002, dia geomagneticamente perturbado. A Figura (4.13.a) apresenta as PDF's em função das Δ Cintilações e na Figura (4.13.b) temos o mapa de bicoerência para esse dia perturbado. Os resultados aqui apresentados confirmam a não existência de proces-

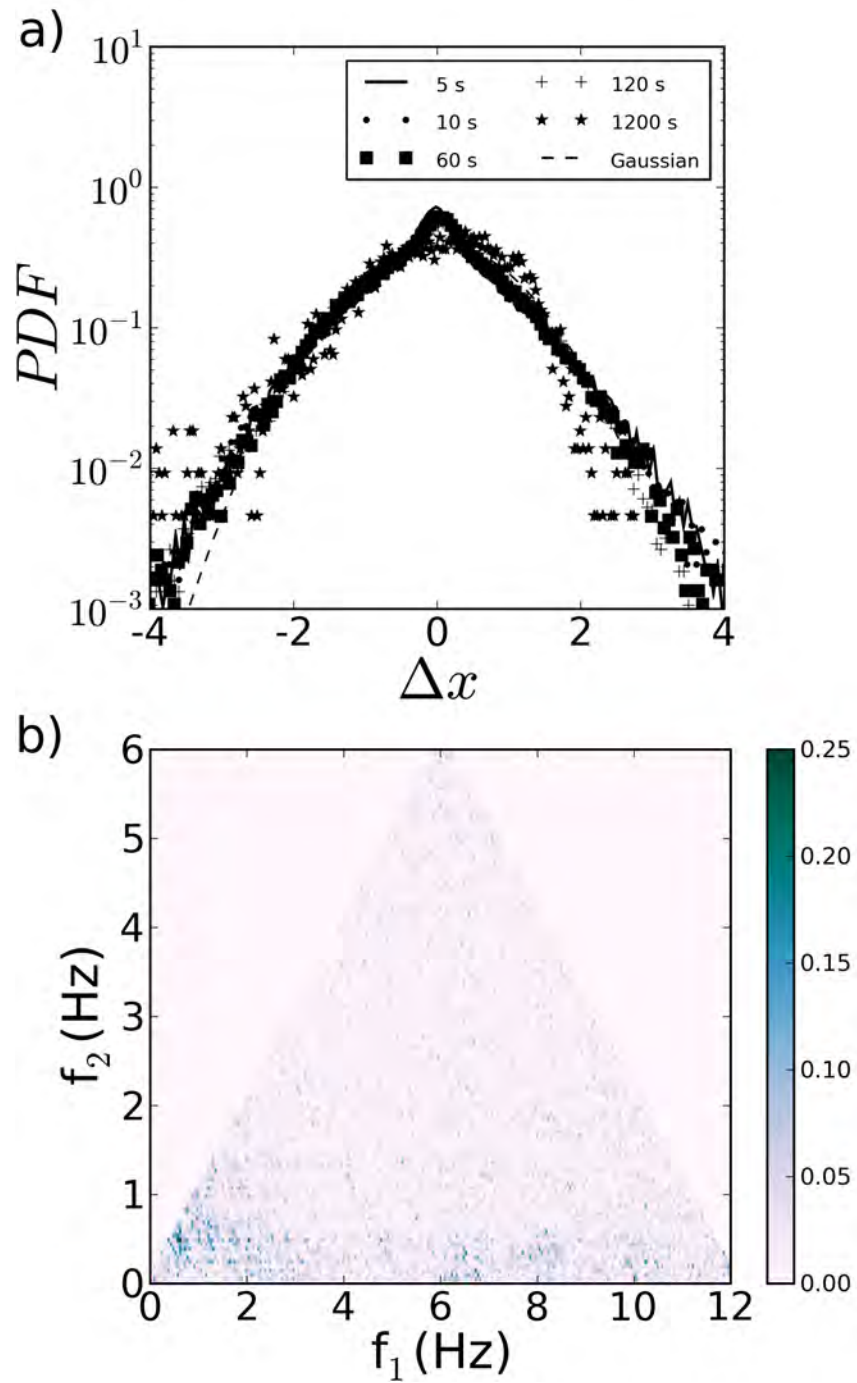


Figura 4.12 - a) Função de densidade de probabilidade (PDF) das flutuações de cintilação e b) resultados de bicoerência, ambos para o dia 27/01/2002.

sos de interação não-linear do tipo onda-onda, ou ainda de acoplamento de fase entre modos oscilatórios presentes no plasma ionosférico. Como podemos perceber

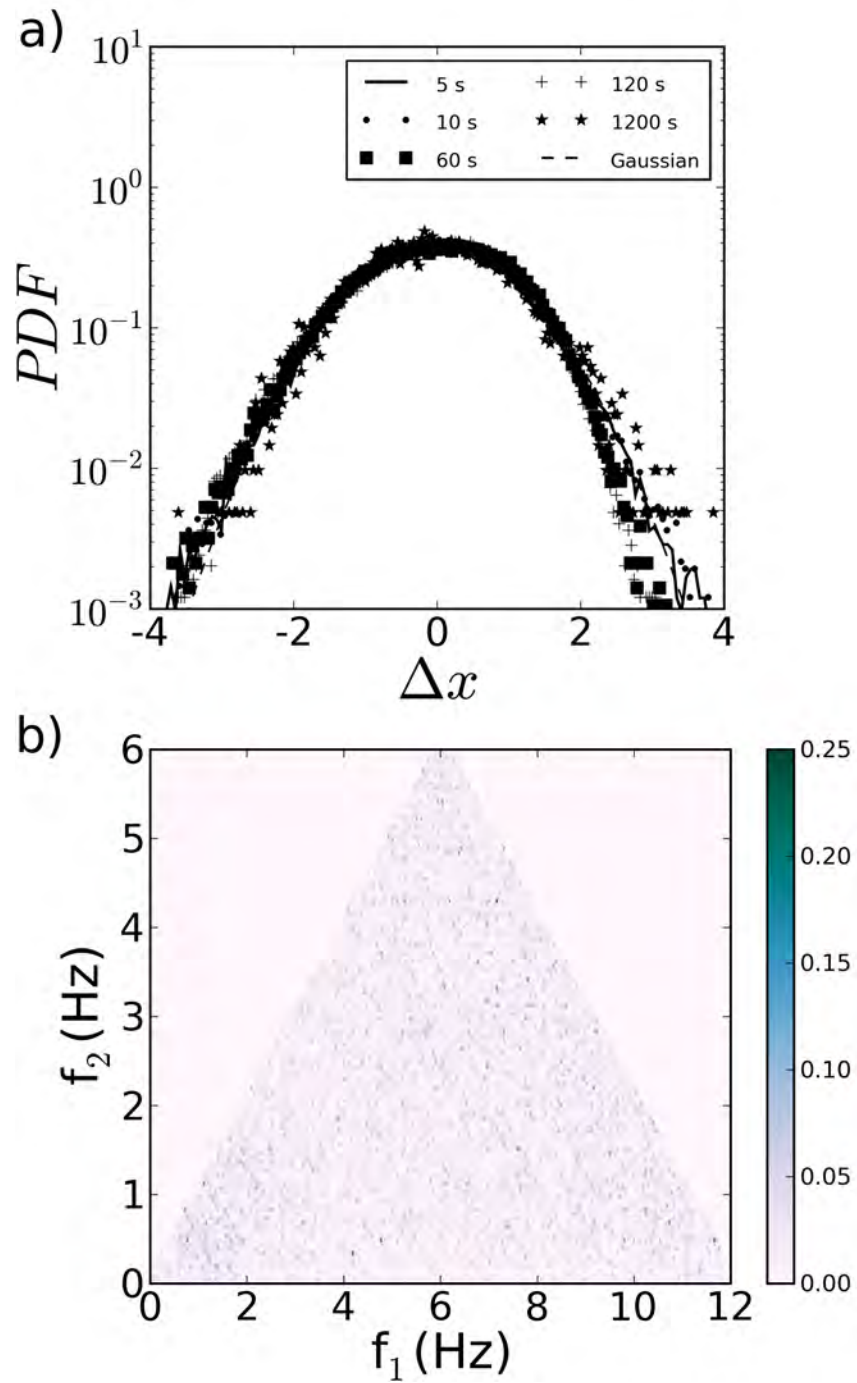


Figura 4.13 - a) Função de densidade de probabilidade (PDF) das flutuações de cintilação e b) resultados de bicoerência, ambos para o dia 01/02/2002.

a partir dos resultados das PDF's e da bicoerência na Figura (4.13) há predominância de oscilações gaussianas tanto em grandes quanto em pequenas escalas, o que

consequentemente implica ausência de assinaturas de acoplamento entre os modos oscilatórios existente no sistema ionosférico.

4.3.2 ASPECTOS NÃO-LINEARES DOS DADOS DE CINTILAÇÃO

O principal objetivo desta seção foi estudar a presença de regime intermitente durante a ocorrência de irregularidades que causam cintilação na região F da ionosfera. Por outro lado, verificamos que um evento de tempestade geomagnética que teria causado inibição de ocorrência de irregularidade, e consequentemente regimes de intermitência não foram observados na estrutura do plasma ionosférico através dos registros das flutuações em amplitude (cintilação) dos sinais de GPS.

Um regime intermitente está relacionado a um processo considerável de transferência de energia. Os nossos estudos sugerem que um mecanismo de interação ressonante possa estar presente durante a ocorrência de irregularidades ionosféricas. Os registros da dinâmica não-linear nos possibilitaram analisar a natureza não-gaussiana através de propriedades estatísticas de alta-ordem. Evidentemente, nós realizamos apenas o estudo de um caso, mas que demonstra características intrínsecas à mudança da dinâmica ionosférica em função da atividade geomagnética. Sendo assim, podemos extrair algumas informações, como por exemplo:

- a) ampla evidência foi encontrada de comportamento não-gaussiano durante a ocorrência de irregularidades que causam cintilação em dados de GPS;
- b) acordo entre os métodos de diagnóstico de regime intermitente;
- c) essas irregularidades poderiam estar associadas a mecanismos intermitentes de transferência de energia entre os modos de oscilação do plasma ionosférico;
- d) intermitência também esta relacionada à interação de estruturas coerentes no plasma. Neste caso, acreditamos que essas estruturas estejam confinadas no interior das irregularidades;
- e) a possível inibição de uma dinâmica mais turbulenta no sistema ionosférico, causada por perturbação geomagnética, pode estar relacionada na verdade a destruição ou saturação dos mecanismos de interação não-lineares no plasma ionosférico.

Os métodos discutidos aqui podem ser utilizados para descrever de maneira alternativa os turbulentos aspectos do sistema ionosférico que, por exemplo, causam cintilação. Verificaríamos se de fato o desenvolvimento e a manutenção dessas estruturas são determinadas pela presença de mecanismos de interação não-linear.

Nós acreditamos que o regime intermitente presente nos dados de cintilação estejam relacionados aos mecanismos internos das irregularidades que, de maneira turbulenta, podem estar transferindo energia para as regiões limites das irregularidades. O estudo das oscilações presentes nesses sinais poderiam ser utilizados como traçadores das estruturas intermediárias presentes nas regiões das irregularidades ionosféricas.

O principal processo físico em um meio turbulento é uma transferência de energia irreversível a partir de mecanismos de excitação de fontes externas para um determinado meio que é responsável por dissipá-la. Em outras palavras, a existência de estruturas coerentes dissipam parte da sua energia de modo a possibilitarem a manutenção espacial das irregularidades.

4.4 AVALIAÇÃO DAS TÉCNICAS

O sistema ionosférico é um sistema complexo, eletrodinamicamente acoplado, dominado por interações não-lineares. Seu comportamento complexo, i.e., os fenômenos de irregularidades, é uma indicação de que o sistema alcança um estado fora do equilíbrio onde instabilidades, ondas não-lineares e turbulência têm uma importância crucial na dinâmica. Verificamos nos resultados apresentados neste capítulo que um dos aspectos presentes no complexo ambiente ionosférico é a ocorrência de intermitência. As características das flutuações nos sinais registrados por GPS indicaram interações ressonantes entre ondas MHD no plasma ionosférico. Podemos destacar também a existência de fenômenos de coerência de fase entre os modos de acoplamento das flutuações.

À medida que a utilização do espaço vai se tornando imprescindível à concessão dos sistemas de comunicação, defesa e monitoramento de recursos na Terra, o entendimento da dinâmica ionosférica se torna um requisito fundamental para a previsão do clima espacial. É prioritário compreender os processos físicos que causam geração e evolução das irregularidades que tanto interferem em sinais eletromagnéticos, de maneira que se permita criar melhores modelos capazes de fazer previsões do seu comportamento.

Flutuações nos dados ionosféricos devido à não-homogeneidades do meio em baixas latitudes podem ser usadas com traçadores para investigarmos processos de injeção de energia, ou evolução turbulenta do plasma ionosférico. Essas evoluções no espaço e no tempo do plasma podem ser candidatas à manutenção de regimes de instabilidades que surgem na região F . Durante a propagação do plasma no meio ionosférico o fluido pode variar sua forma, concentração e/ou tamanho, causando ainda mais perturbações em sua estrutura. Por isso, as amplitudes dos modos de oscilação já presentes no plasma poderão também serem alteradas.

Uma vez que exista coerência de fase entre os modos oscilantes as técnicas discutidas acima podem identificar a existência de atividade turbulenta. Nossos resultados demonstram uma maior ocorrência de mecanismos de dissipação de energia ocasionados por interações ressonantes em períodos calmos em que há registro da presença de irregularidade, o que significa maior intermitência, ou ainda, forte interação não-linear. As técnicas discutidas aqui podem ser aplicadas ao estudo de vários fenômenos de interação onda-onda que certamente ocorrem na ionosfera.

Considerando o sistema ionosférico como um laboratório natural, as técnicas discutidas neste capítulo nos permitem estudar os processos de instabilidades de plasma. Contribuem para ampliarmos nosso entendimento dos recorrentes modelos de instabilidades paramétricas aplicados ao estudo da ionosfera. E permitem classificarmos de maneira mais precisa os aspectos turbulentos por vezes registrados em observações.

As discussões acima vêm demonstrar claramente que o estudo da intermitência é essencial para o entendimento dos processos físicos complexos que existem no sistema ionosférico.

5 DINÂMICA TURBULENTA DO PLASMA IONOSFÉRICO

5.1 INTRODUÇÃO

Na ausência de modelos e técnicas definitivas para se investigar a dinâmica da ionosfera nós decidimos implementar um modelo de turbulência baseado no método de Garlekin. Este método basicamente consiste da representação do espaço de fase real no espaço de Fourier, e exatamente por isso ele costuma ser chamado também de método espectral (ORSZAG, 1971). Sendo assim, o presente capítulo contempla o estudo de um problema clássico em Mecânica dos Fluidos, e que ainda hoje se apresenta como de difícil solução: a investigação teórica da dinâmica turbulenta existente na equação de Navier-Stokes (NS) em duas dimensões. Porém, o plasma ionosférico é que irá compor o fluido a ser investigado. Ele será representado também por sua respectiva equação de continuidade, acoplada à equação de momentum (ou seja, a equação NS), o que torna ainda mais complexa a tarefa aqui proposta.

Essas duas equações aplicadas como modelo capaz de descrever as fortes variações no espaço e no tempo do plasma ionosférico nos possibilita estudar os processos de escoamento que provavelmente estimulam os fenômenos não-lineares observados. Dentro deste contexto, considerando as inúmeras contribuições que este estudo possa oferecer à caracterização da sua dinâmica turbulenta, e considerando ainda que são raras as pesquisas deste tema de uma maneira geral, este capítulo possui por objetivo principal demonstrar uma metodologia necessária para se solucionar de maneira auto-consistente a natureza das flutuações observadas na ionosfera.

Dentre as contribuições deste modelo está a possibilidade de se verificar em primeira aproximação o mecanismo de instabilidade gravitacional de Rayleigh-Taylor, uma vez que será possível verificar o início de uma perturbação linear no sistema. Consideramos importante a equiparação dos nossos resultados com essa teoria, pois de maneira geral é ela uma das mais aceitas para explicar os mecanismos de disparo das irregularidades na região F equatorial. Outra contribuição do nosso modelo é a possibilidade de demonstrarmos um mecanismo de saturação e quebra de energia cinética¹ do plasma que possibilita a geração de estruturas em diversas escalas.

Os plasmas encontrados na natureza ou nos laboratórios quase nunca estão em

¹Nos referimos aqui a possibilidade de transferência de energia entre distintas estruturas e localidades do fluido investigado.

equilíbrio termodinâmico. Sempre há uma ou outra fonte de energia livre capaz de ocasionar de maneira coletiva uma oscilação no plasma, podendo fazer surgir regimes não-lineares ou instáveis. As instabilidades permitem que alguns modos de oscilação cresçam e modifiquem as propriedades locais do fluido. Nestes casos, a descrição do sistema, sob o ponto de vista da teoria de linearização, não é mais válida.

Um dos efeitos não-lineares de maior interesse na física, nas engenharias e na meteorologia é o fenômeno de turbulência. Mas, o que vem a ser turbulência? A palavra turbulência é usada no cotidiano para indicar algum fenômeno que não é regular. Em oposição a essa idéia, podemos ter um fenômeno bem comportado, regular, ou no caso de um fluido: laminar. Uma definição mais próxima da física e da matemática que iremos abordar ao longo deste capítulo da tese é que a turbulência é descrita como um processo no qual estruturas de grande dimensões, possuindo a forma de vórtices, dissipam sua energia em estruturas cada vez menores, obedecendo uma lei de escala chamada de cascata de dissipação de energia (ou ainda, uma lei de potência) (FRISCH, 1995). No entanto, em meios magnetizados como os plasmas, devido à grande variedade de possíveis modos de oscilações, ainda não está claro como esse processo de cascata de energia de fato ocorre. Esse entendimento é necessário para que consigamos determinar como flui a energia das grandes escalas para as escalas menores, e assim compreendermos melhor o regime turbulento presente no sistema ionosférico.

Um regime turbulento em um plasma pode surgir devido a uma não-uniformidade termodinâmica, a uma distribuição de partículas com velocidade não-Maxwelliana, ou ainda a uma distribuição espacial não-homogênea do plasma (chamada também de instabilidade de gradiente). As instabilidades de gradientes são fortemente afetadas por alguns parâmetros que caracterizam o estado do plasma. Dentre esses parâmetros podemos destacar: 1) o β de plasma, ou seja, a razão entre a pressão cinética (p) e a magnética ($B^2/8\pi$); 2) o grau de não-homogeneidade do plasma que é caracterizado pela razão entre o raio de Larmor da partícula (ρ), e a escala de comprimento da não-homogeneidade do plasma (L), definida como o inverso da derivada logarítmica da grandeza; 3) a variação no espaço de fase do campo velocidade do plasma; 4) o grau de colisionalidade; 5) a curvatura das linhas de campo magnético; 6) o efeito de um campo elétrico estático ou quase-estático, principalmente da componente perpendicular ao campo magnético; e finalmente 7) o cisalhamento.

No caso particular do cisalhamento, em muitas situações envolvendo turbulência bi-

dimensional existem regimes onde o efeito do arraste (ou tensão) do fluido é um fator físico extremamente relevante. Tratando-se da ionosfera, existe o efeito do arraste do plasma, por exemplo, conforme ele se mova relativo ao gás neutro (TEMERIN; KINTNER, 1989). A teoria prediz que nesses casos, quando tensão está presente, existe um intervalo inercial no qual as funções de estrutura obedecem uma lei de potência escalar (FRISCH, 1995; BRUNO; CARBONE, 2005).

Sem dúvida, a atmosfera terrestre e os oceanos compreendem os primeiros problemas de grande escala a serem abordados como meios turbulentos. No entanto, a dinâmica observada na ionosfera tem revelado ser uma importante fonte de estudo sobre os aspectos da teoria de plasma. As irregularidades do plasma da ionosfera equatorial, por exemplo, foram investigadas por Zalesak et al. (1982) e Haerendel et al. (1992) que utilizando técnicas de simulações numéricas consideraram o efeito do fluxo de cisalhamento horizontal da região F equatorial na formação e na deriva das bolhas. Este cisalhamento no fluxo horizontal do plasma é criado pelo gradiente dos campos elétricos devido ao dínamo da região F , produzindo um vórtice de larga escala abaixo do pico da camada F_2 .

Keskinen et al. (2006) apresentaram dados de observações e resultados de um modelo de plasma eletrostático 3D para bolhas ionosféricas - um evento extremamente turbulento. Analisando períodos de tempestades geomagnéticas, os autores mostraram que a evolução das bolhas é diferente quando comparado com períodos calmos. Huba e Joyce (2007) apresentaram um novo modelo 2D desenvolvido no *Naval Research Laboratory* onde, segundo os autores, pela primeira vez se reproduziu nas simulações bifurcações múltiplas e instabilidades secundárias no comportamento das irregularidades da região F equatorial. Estes resultados estariam em acordo com as medidas de radar e satélite, além dos imageamentos feitos com câmera *all-sky*.

O entendimento dos mecanismos responsáveis pela geração dos fenômenos de turbulência são essenciais para a fundamentação na pesquisa do clima espacial. Com essa perspectiva, investigamos neste capítulo o comportamento turbulento do plasma ionosférico através dos métodos de análise da dinâmica espaço-temporal por meio de simulações computacionais. Na próxima seção relatamos de maneira um pouco mais detalhada alguns trabalhos que motivaram e fundamentaram o tema aqui estudado.

5.2 TURBULÊNCIA IONOSFÉRICA

O estudo da dinâmica turbulenta no ambiente ionosférico atuando como um mecanismo de controle da evolução das irregularidades que será apresentado neste capítulo da tese é uma espécie de *Monte Qomolangma* que pretendemos atingir. Matematicamente, turbulência pode ser definida como um processo onde os modos lineares de Fourier do sistema estão acoplados, tal que as trocas de energia ocorrem a uma taxa comparável ou superior à taxa de energia, por exemplo, que é removida por efeitos viscosos. Quando observamos em detalhe movimentos de fluidos turbulentos, independente do tipo de fluido, notamos que esses movimentos criam estruturas que variam largamente suas escalas. Os vórtices que se formam como resultado da turbulência variam em tamanho desde dimensões do sistema até escalas muito pequenas. Esses vórtices não são estáticos, pois estão sujeitos a uma dinâmica extremamente complexa.

Encontramos uma forte motivação para investigarmos esse fenômeno nas observações de radar incoerente do fluxo de plasma na região F , no observatório de Jicamarca, tratadas por Kudeki e Bhattacharyya (1999) que construíram mapas de deriva $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ com alta resolução vertical e zonal. Nesses mapas, mostrados na Figura (5.1.a-c), há padrões de vórtices bem definidos, centrados em aproximadamente 300 km de altura. Essas estruturas têm sido observadas somente em dias que exibem pré-reversão. As componentes de deslocamento vertical e zonal são proporcionais às medidas de deriva vertical e zonal. O deslocamento zonal está escalonado de modo que uma variação de 5 minutos de observação ao longo do eixo horizontal corresponde a um trecho de cerca de 139 km. As setas apontando para a direita indicam um movimento do plasma para leste. As cores indicadas na barra no topo de cada figura correspondem à variação do sinal do radar em função da altura e da hora local, e sua relação com o ruído SNR (*Signal to Noise Ratio*). As partes em preto correspondem a $\text{SNR} \ll 1$, os tons em verde correspondem a um espalhamento incoerente na ionosfera quando em equilíbrio térmico, e as regiões apresentando cores entre vermelho e púrpura indicam espalhamento coerente devido às irregularidades ionosféricas para o plasma das regiões E e F . Um padrão recorrente em todos os mapas da Figura (5.1) é a evidente circulação do plasma no sentido horário, principalmente em (5.1.a) e (5.1.b).

As implicações dessas observações são as seguintes: a) existência de um vórtice após o pôr do Sol na região F equatorial devido a deriva de plasma $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$, centrado

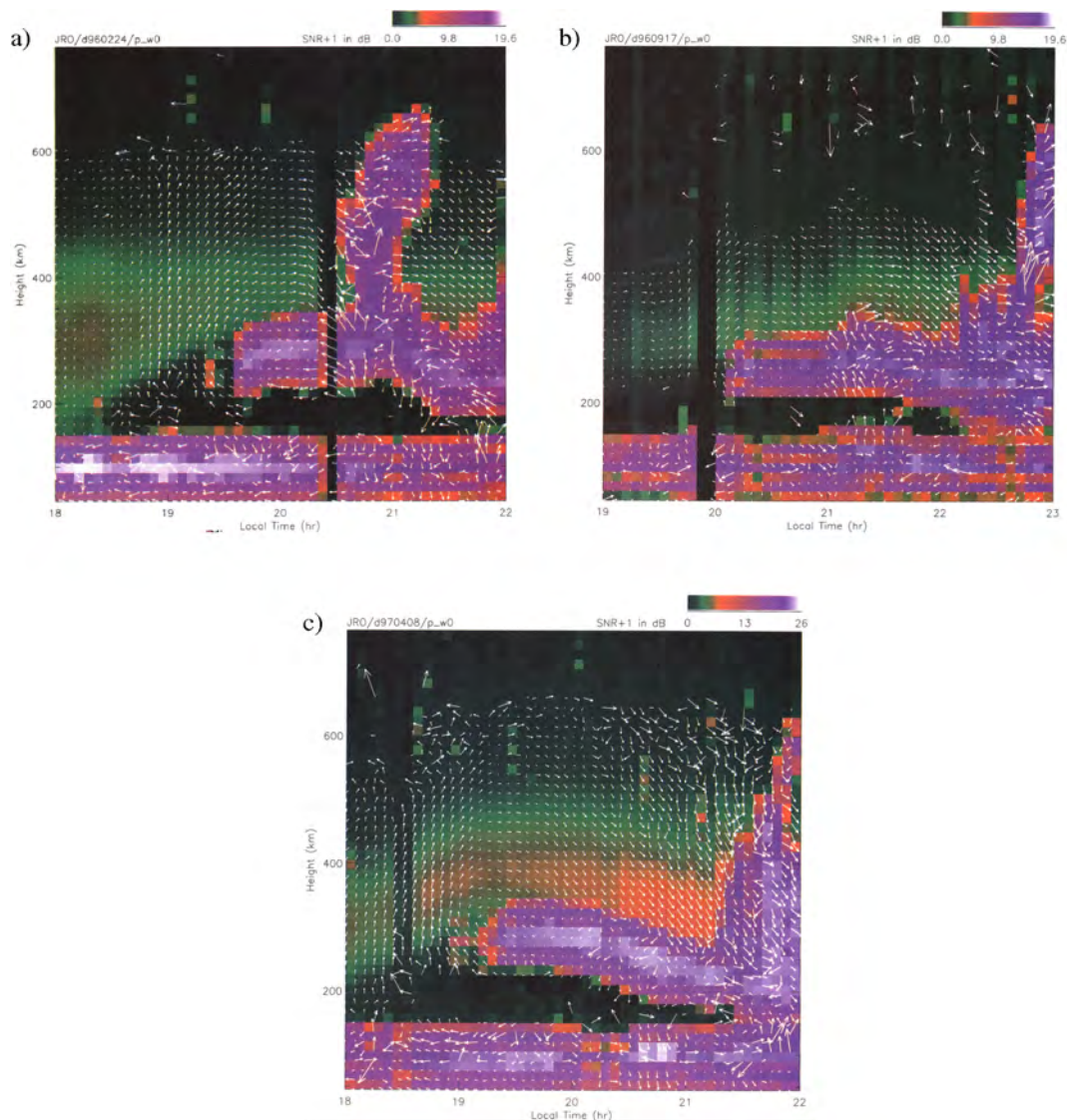


Figura 5.1 - Mapas de deriva de plasma usando dados de Jicamarca. a) $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ para o dia 24 de fevereiro de 1996, b) dia 8 de abril de 1997 e c) 17 de setembro de 1996. Fonte: Adaptada de Kudeki e Bhattacharyya (1999).

aproximadamente em 300 km de altura, a 2000-3000 km a leste do terminadouro solar; b) vórtice caracterizado por uma deriva para cima devido a $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ no lado oeste, derivas para leste e para oeste no topo e na base da região, e um pouco menos claro, uma deriva para baixo no lado leste; c) uma estrutura alongada na direção horizontal dentro da região do vórtice, com cerca de alguns milhares de quilômetros, apresentando uma dimensão vertical da ordem de algumas centenas de quilômetros; d) presença de um arraste (ou tensão) vertical nos núcleos dos vórtice;

e e) base dos espalhamentos da região F começando dentro dos vórtices, situados geralmente em altitudes onde a deriva para oeste do plasma é mais intensa (KUDEKI; BHATTACHARYYA, 1999).

Recentemente, Kudeki et al. (2007) re-examinaram os mecanismos de iniciação de ESF da região F da ionosfera, tendo seus resultados eliminado a necessidade de ondas de gravidade a partir da hora local do pôr do Sol. Dentre os resultados que motivaram esses autores estão os discutidos por Kudeki e Bhattacharyya (1999) e mostrados acima neste capítulo da tese.

O objetivo de Kudeki et al. (2007) era descobrir se poderia haver um processo de instabilidade capaz de ser iniciado naturalmente após o pôr do Sol e permitir alguma flexibilização dos níveis de ruído geofísicos (entenda-se flutuações) necessários para dar início aos processos de formação de bolhas. Os autores também investigaram a possibilidade de que ondas de gravidade ajudarem a desestabilizar a região F da ionosfera, em vez de servir apenas como mecanismo de disparo para as instabilidades. Como relatado no referido trabalho, usando modelo numérico os autores se depararam com um fator crítico que ainda não havia sido previamente discutido na literatura sobre ESF: de acordo com seus resultados, a existência de vento zonal na região F após o pôr do Sol teria um papel crucial para a estruturação da base do plasma da região F e para o crescimento das ondas. Esse resultado em particular nos leva a crer que uma hierarquia de processos possam estar presentes na geração e evolução das irregularidades observadas na região F equatorial da ionosfera.

Entretanto, um dos desafios que consideramos mais ousados em termos da descrição e caracterização das irregularidades ionosféricas é a simulação da turbulência ionosférica. Motivados pelo comportamento não-linear apresentado pelo plasma ionosférico, pesquisadores como Ott (1978), Zargham e Seyler (1989) e Hysell (2000) têm desenvolvido modelos de fluido baseados na equação de Navier-Stokes com três componentes (elementos neutros, íons e elétrons) e bi-dimensionais que descrevem a dinâmica do plasma em macroescala. Por exemplo, Temerin e Kintner (1989) apresentaram como método conveniente para examinar a turbulência em fluidos, inclusive o sistema ionosférico, a equação de Navier-Stokes. Os autores apontaram a região equatorial da ionosfera como um ambiente menos complexo quando comparado com as regiões de alta latitude para se estudar a turbulência do plasma espacial através desta equação. As equações que governariam o fluxo do plasma ionosférico seriam similares às equações de fluido neutro em duas dimensões. Na região F equa-

torial a instabilidade Raleigh-Taylor seria responsável pelo surgimento das flutuações na densidade de plasma provavelmente determinadas pelo movimento atmosférico - ondas de gravidade (TEMERIN; KINTNER, 1989).

McDaniel e Hysell (1997) investigaram teórica e experimentalmente as características espectrais das irregularidades da densidade do plasma da região F equatorial durante condições de ESF. O modelo matemático baseado na equação de Navier-Stokes para duas dimensões em um fluido neutro é utilizado para se estudar a taxa de ascensão das regiões de rarefação de densidade a partir de um regime de fluxo inercial. Esse regime se deve a uma significativa corrente de polarização (correntes de íons perpendicular a $\mathbf{B}$) que fluem em resposta à variação temporal do campo elétrico em um plasma magnetizado. Esta corrente tem componentes lineares e não-lineares associadas com a taxa de crescimento linear da instabilidade e com a advecção de plasma, respectivamente. No topo da região onde os efeitos inerciais são comumente os mais importantes, a taxa de crescimento linear tende a ser bastante reduzida ou mesmo negativa, mesmo quando os parâmetros do tubo de fluxo integrados são levados em conta. Por outro lado, a advecção não-linear deve ser importante para as irregularidades da região F que emergem a partir da base da camada e se desenvolvem rapidamente para grandes amplitudes.

Os resultados de McDaniel e Hysell (1997) indicaram que as regiões de menor densidade do plasma ionosférico devem ter grandes amplitudes para que o efeito inercial se torne importante. No caso de substancial diminuição da densidade do plasma o acúmulo de cargas de polarização pode ser dissipado, mantendo-se a neutralidade de carga através de correntes Pedersen internas, sem necessidade de grande polarização do campo elétrico interno e grande aumento da velocidade necessária para entrar no regime inercial. Entretanto, ainda segundo o modelo dos autores, irregularidades de plasma localizadas a certas alturas e em determinada hora local não conseguem demonstrar o efeito inercial se a fração de menor densidade do plasma é pequena. Seus resultados para a taxa de ascensão demonstraram estar em acordo com a análise das velocidades medidas por radares de espalhamento coerente durante eventos de ESF. Os espectros de potência calculados sugerem que a turbulência presente nos dados analisados apresenta um intervalo inercial² que opera em escalas intermediárias e grandes no topo da ionosfera.

²Intervalo inercial ou *slope* é a inclinação apresentada pela curva do espectro de potência.

Hysell e Shume (2002) consideraram um modelo simples para a ionosfera, a partir da equação de Navier-Stokes em duas dimensões. As simulações numéricas do modelo são apresentadas de modo a apresentarem qualitativamente resultados para os espectros de densidade de energia semelhantes aos observados na região F da ionosfera equatorial. Além disso, os autores exploram bastante a evolução espaço/temporal dos regimes de densidade do plasma ionosférico. A Figura (5.2) apresenta um desses resultados, em que podemos observar o desenvolvimento de grandes estruturas irregulares, de maneira turbulenta.

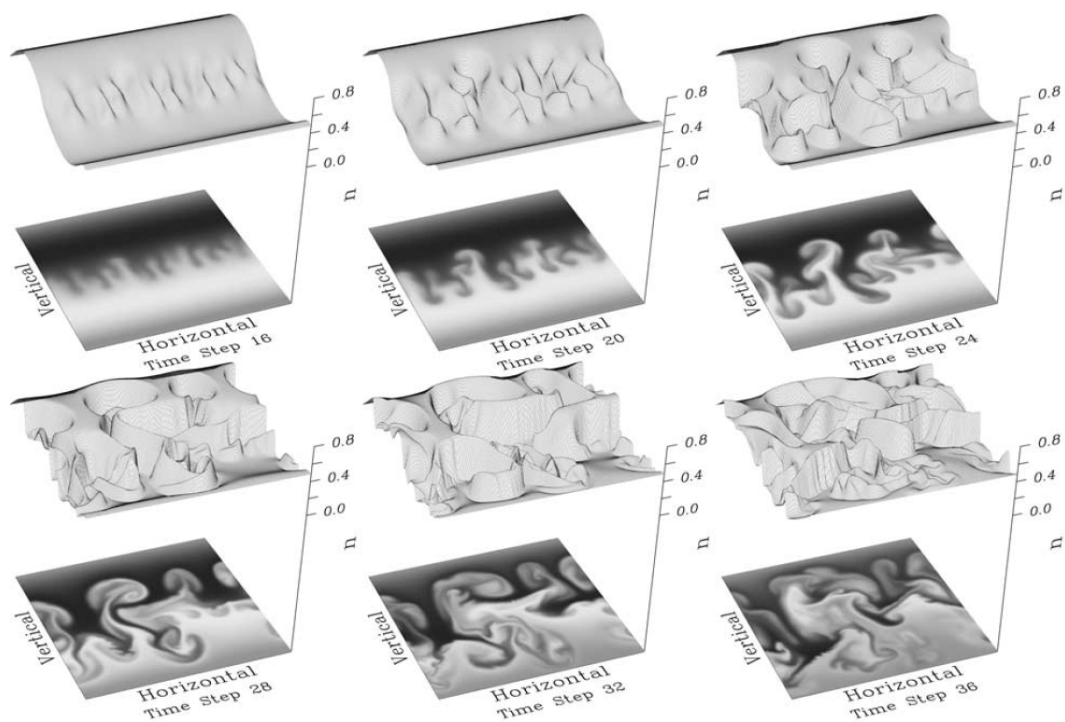


Figura 5.2 - Retratos da simulação da equação de Navier-Stokes mostrando a dinâmica evolução do plasma ionosférico. Na parte superior de cada retrato temos a densidade do plasma representado como uma superfície normalizada, e na parte inferior a mesma densidade registrada em escala de cinza.
Fonte: Adaptada de Hysell e Shume (2002).

A Figura (5.2) é composta por vários retratos (ou *stpes* da simulação) apresentando a dinâmica evolução do plasma simulado. Em cada retrato temos na parte superior a densidade do plasma representado como uma superfície normalizada, e na parte inferior a mesma densidade registrada em escala de cinza. Podemos notar que du-

rante a fase inicial das simulações ondas de pequena amplitude aparecem quando o gradiente de densidade é mais acentuado. O comprimento de onda dessas estruturas corresponderiam ao modo linear de perturbação, no qual o processo de instabilidade do plasma ionosférico tem início. Conforme passa o tempo o regime evolui para uma dinâmica não-linear, onde as ondas (ou as estruturas do plasma) podem ser vistas formando grandes vórtices. Tal comportamento é coerente com uma cascata inversa de energia, a partir da qual estruturas espaciais grandes escala transferem parte de sua energia para estruturas de escalas intermediárias. Ao mesmo tempo, pequenas estruturas são geradas pelo alongamento e convecção das irregularidades de densidade existentes em cada vórtices (HYSELL; SHUME, 2002). Claramente, outras questões surgem a partir da evidência de que regime turbulento está presente na dinâmica da ionosfera. Resta saber quais são de fato as implicações destes vórtices para a geração de irregularidades.

Seguindo os trabalhos citados acima, nos sentimos motivados a propor neste capítulo da tese uma investigação da dinâmica turbulenta na ionosfera equatorial. Baseado em um modelo matemático que descreve a dinâmica inercial e colisional da região F ionosférica, simulamos seu comportamento turbulento e analisamos as consequências da presença do vórtice para o surgimento e desenvolvimento de irregularidades. Para tanto, desenvolvemos um código que resolve numericamente a equação de Navier-Stokes acoplada a equação de continuidade para o caso ionosférico.

Estaremos considerando que a densidade do fluido neutro é muitas ordens de magnitude maior que a densidade de elétrons e íons que são quase iguais. Na região F , o fluido neutro é considerado ter uma velocidade constante. No referencial que se move com esta velocidade, o fluido neutro atua como um sumidouro de momentum tanto para íons quanto para elétrons (ZARGHAM; SEYLER, 1989). Assim como (HYSELL; SHUME, 2002) verificamos que um mecanismo de perturbação linear, semelhante ao da instabilidade gravitacional de Rayleigh-Taylor, é substituído por uma evolução turbulenta quando o regime linear não é mais válido. Nosso modelo também nos possibilita demonstrar um mecanismo de saturação cinética do plasma que possibilita a geração de estruturas em diversas escalas e, conseqüentemente, o efeito de cascata como um mecanismo de transferência de energia durante uma dinâmica turbulenta no plasma ionosférico.

Um ponto importante para prosseguirmos com essa proposta de investigação da dinâmica turbulenta na ionosfera é que a geração de vórtices em um meio de den-

sidade uniforme não resulta em qualquer irregularidade na densidade. Entretanto, com exceção da região próxima ao pico da região F , sempre existe um gradiente na densidade eletrônica. Este gradiente será misturado pelo campo de velocidade resultando em irregularidades na densidade.

Na próxima seção faremos uma revisão histórica sobre turbulência. Em seguida derivamos em detalhes o modelo matemático, discutindo as considerações numéricas necessárias para solução das equações do modelo, seguindo os algoritmos propostos por Lee (1992) e Feudel e Seehafer (1995).

5.3 REVISÃO HISTÓRICA SOBRE TURBULÊNCIA

O estudo da dinâmica dos fluidos teve início há vários séculos. As primeiras tentativas de se entender seu comportamento são encontradas nos trabalhos de Leonardo da Vinci e no segundo volume de *Principia Mathematica* de Isaac Newton. Porém, uma descrição mais formal sobre turbulência só foi apresentada nos trabalhos de Leonard Euler, Claude Lois Marie Navier e George Gabriel Stokes (FRISCH, 1995). Em 1755, Euler desenvolveu uma equação para descrever o movimento de um fluido. De fato, esta equação é a segunda lei de Newton para um elemento de volume de um fluido com densidade n constante:

$$n \frac{d\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{dt} = -\nabla p(\mathbf{r}, t)$$

onde $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ e $p(\mathbf{r}, t)$ são a velocidade e pressão do fluido, respectivamente, no ponto $\mathbf{r}$, no instante t . A este elemento de volume do fluido, o qual é muito pequeno comparado com o volume do objeto em consideração, porém grande se comparado com as distâncias entre as moléculas que formam o fluido, se costuma chamar de partícula do fluido. A derivada da velocidade com relação ao tempo não se refere à razão da mudança da velocidade do fluido em um ponto fixo do espaço (derivada local), mas sim à razão da mudança da velocidade de uma partícula do fluido ao se mover no espaço (derivada material). Ao refletirmos sobre esta última afirmação, obtemos duas contribuições que se originam da variação da velocidade durante o tempo dt em um ponto fixo no espaço e a diferença entre as velocidades (ao mesmo tempo) em dois pontos separados por uma distância $d\mathbf{r}$, que é a distância em que se move a partícula do fluido durante o tempo dt .

Com essas considerações, a segunda lei de Newton para a partícula do fluido fica

expressa como:

$$\frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) \cdot \nabla \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\nabla p(\mathbf{r}, t)}{\rho}$$

Esta equação do movimento do fluido é conhecida como a equação de Euler e é uma das equações fundamentais de dinâmica de fluidos.

Navier em 1827 e Stokes em 1845 agregaram à equação de Euler o termo apropriado que leva em consideração a dissipação devido à viscosidade, dando lugar ao que se conhece como equação de Navier-Stokes.

$$\frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) \cdot \nabla \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\nabla p(\mathbf{r}, t)}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$$

onde $\nu = \mu/\rho$ é a viscosidade cinemática (μ é o coeficiente de viscosidade do fluido). Esta equação tem a forma mais simples de onde se pode manifestar o fenômeno de turbulência, sem levar em consideração complicações extras como reações químicas e produções de ondas. Apesar da equação de Navier-Stokes conter a física necessária para descrever o fluxo de fluidos, já que o termo proporcional à viscosidade faz com que a energia cinética seja dissipada em calor, as primeiras tentativas para se resolver esta equação fez surgir contradições. As dificuldades presentes na dita equação para tratar o fenômeno de turbulência provêm principalmente do seu termo não-linear e do amplo intervalo de escalas envolvidas neste fenômeno.

Entre os avanços mais importantes para definir o fenômeno de turbulência, se encontra o realizado por Osborn Reynolds, em 1894. Ao realizar experimentos de fluxos em dutos, se estabeleceu a existência de dois modos diferentes de fluxos: laminares e turbulentos, normalizando-se o critério para geração de turbulência em termos de um parâmetro adimensional

$$R = \frac{UL}{\nu}$$

onde U é a velocidade característica do fluido, L é a escala de comprimento típica e ν a viscosidade cinética. Este parâmetro é o que conhecemos como o número de Reynolds. Se este número for baixo, o fluxo será laminar, ou seja, mostrará variações regulares e previsíveis tanto no espaço como no tempo. Qualquer perturbação que seja exercida no fluido é rapidamente atenuada, voltando o fluxo à sua forma estável. Ao aumentarmos o número de Reynolds, a estabilidade do fluido vai se degradando (a

atenuação de perturbações é cada vez menos eficaz) até atingir um ponto denominado por número de Reynolds crítico em que o fluxo passa a apresentar uma série de instabilidades, aparentando um comportamento caótico e não reversível. A partir deste ponto fica estabelecido a turbulência de um fluido.

Em 1941, Kolmogorov supôs que as forças externas de geração de energia cinética turbulenta atuavam apenas nas escalas maiores do escoamento enquanto as forças de fricção viscosa atuavam apenas nas escalas menores, o que, no limite de grandes números de Reynolds, conduz à existência de um intervalo intermediário de escalas, o subdomínio inercial. Neste, a energia seria conservada, sendo apenas transferida das escalas maiores para as menores segundo uma taxa constante (ϵ). Esta cascata de energia foi concebida a partir de raciocínio baseado exclusivamente em análise dimensional, embora existam muitos modelos que procuraram generalizá-la (FRISCH, 1995). Kolmogorov também propôs que os escoamentos turbulentos são estatisticamente homogêneos e isotrópicos no subdomínio inercial, além de apresentarem momento de terceira ordem constante. Nas palavras de Frisch, as hipóteses de Kolmogorov propostas em 1941 equivalem a postular: no limite quando $Re \rightarrow \infty$ todas as propriedades de invariância das equações de Navier-Stokes tais como translações, rotações, transformações de Galileu, leis de similaridade em escalas, etc., provavelmente violadas nas escalas maiores pelos mecanismos de geração da turbulência, são em senso estatístico, recuperadas nas escalas pequenas.

A seguir, apresentam-se as equações básicas que descrevem a dinâmica dos fluidos.

5.3.1 EQUAÇÃO DE CONTINUIDADE

Em qualquer tipo de fluido é de se esperar que a massa seja uma grandeza conservada, independente do tipo de fluxo a que este fluido esteja sujeito. Do ponto de vista Euleriano, através da superfície que limita um dado volume, verifica-se que em qualquer instante a variação de massa no interior do volume é igual ao fluxo de massa que entra ou sai pela fronteira do volume. Ou seja, o fluxo total de massa é zero. Se tal não acontecesse, era necessário que houvesse “criação” ou “destruição” de massa. A equação que exprime esta propriedade denomina-se por *lei da continuidade* ou por *lei da conservação da massa* e é uma das leis fundamentais da Mecânica dos Fluidos. Sua forma diferencial é expressada como:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{u}) = 0 \quad (5.1)$$

em que $n(\mathbf{x}, t)$ é a densidade do fluido no ponto $\mathbf{x}$ e no instante t e $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ é o fluxo nas mesmas coordenadas. Para compreendermos melhor esta equação podemos começar por expandir a divergência e agrupar alguns fatores, ou seja:

$$\left(\frac{\partial n}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla n \right) + n \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (5.2)$$

A expressão entre parêntesis em (5.2) representa um conceito muito utilizado em Mecânica dos Fluidos que é o de derivada material de uma dada grandeza. A derivada material exprime a taxa de variação ao longo do tempo de uma grandeza característica de uma partícula elementar de fluido enquanto esta se move. No entanto, uma partícula elementar não tem que necessariamente ser uma molécula do fluido, mas um volume infinitesimal que se desloca com o fluxo e no qual as características do fluido são em larga medida constantes.

Em muitas situações comuns a densidade do fluido não varia significativamente em toda a sua extensão e ao longo do tempo, tal que podemos considerar sua densidade como constante. Esta aproximação é válida desde que:

$$\frac{U^2}{v_s^2} \ll 1 \quad (5.3)$$

onde U é a velocidade escalar característica do fluido e v_s é a velocidade do som no fluido. Situações onde (5.3) não se verifica são normalmente caracterizadas pelo aparecimento de ondas de choque (variações abruptas da densidade do fluido) ou pela geração de ondas sonoras (oscilações da densidade do fluido que se propagam com a velocidade do som). Com esta admissão de incompressibilidade do fluido, o termo de variação temporal da densidade na Equação (5.1) desaparece, ficando:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (5.4)$$

que é a forma mais simples para a equação de continuidade.

5.3.2 EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO DE MOVIMENTO

A partícula do fluido deve obedecer também a conservação da quantidade de movimento, ou seja, a segunda lei de Newton para um fluido. Esta estabelece que o balanço de forças total que atua sobre a partícula do fluido equivale à sua massa

vezes sua aceleração. Expressando isso por unidade de de volume, obtemos:

$$n \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} + n(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \nabla \cdot \tilde{\tau} + \mathbf{f} \quad (5.5)$$

onde p é a pressão, $\tilde{\tau}$ é o tensor de tensão e $\mathbf{f}$ agrupa todas as forças externas por unidade de volume que podem agir no fluido.

Se o fluido for newtoniano, o tensor de tensão³ $\tilde{\tau}$ se expressa em função do tensor gradiente da velocidade mediante a equação:

$$\tilde{\tau} = \mu [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] \quad (5.6)$$

onde $\nabla \mathbf{u}$ é o tensor divergência da velocidade ($\partial \mathbf{u}_i / \partial x_j$), $(\nabla \mathbf{u})^T$ é sua transposta ($\partial \mathbf{u}_j / \partial x_i$), e μ é o coeficiente de viscosidade dinâmica. Seu cociente com a densidade é denominado coeficiente de viscosidade cinemática ν .

Substituindo (5.6) em (5.5) obtemos a equação de Navier-Stokes para fluidos newtonianos:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{n} + \nabla \cdot [\nu (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)] + \frac{\mathbf{f}}{n} \quad (5.7)$$

Se a viscosidade ν é constante em todos os pontos do domínio, a equação acima fica:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{n} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{\mathbf{f}}{n} \quad (5.8)$$

O efeito que a viscosidade provoca sobre a aceleração de uma partícula elementar é o de introduzir um termo de transporte molecular $\mu \nabla^2 \mathbf{u}$, de tal modo que o momento linear da partícula é transferido para as partículas vizinhas do fluido a uma taxa que depende de μ . Se o fluxo for uniforme e constante ($\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \equiv \text{const}$) todas as partículas do fluido movem-se à mesma velocidade e por isso não existe qualquer movimento relativo entre uma partícula e o fluido circundante. Nestas condições, o laplaciano de $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ é nulo, o que implica que a viscosidade não tem qualquer efeito sobre o movimento da partícula. No caso mais genérico em que o fluxo tem uma distribuição não uniforme de momento linear ao longo do espaço, o termo de transporte de na Equação (5.8) vai provocar uma difusão deste momento pelo interior do fluido. A difusão de moemento linear devido aos efeitos da viscosidade

³Tensor de arraste ou de cisalhamento.

é permanentemente excitada pela presença de condições de fronteira e de forças externas que atuem sobre o fluido.

A constante $\nu = \mu/n$ chamada de viscosidade cinemática do fluido tem este nome pelo fato de ν ser medido em m^2/s , não incluindo qualquer unidade de massa. Em teoria, o escoamento do fluxo $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ e da pressão $p(\mathbf{x}, t)$ podem ser completamente determinados, uma vez fornecidos n e μ , para todos os instantes de tempo a partir da equação de continuidade e das equações de Navier-Stokes. Trata-se de um sistema de quatro equações (três de Navier-Stokes para as coordenadas x , y e z e a de continuidade) e quatro incógnitas (um fluxo tridimensional mais um campo escalar de pressão) que fica assim completamente determinado. Na prática, a situação é muito mais complexa devido principalmente à não linearidade do termo convectivo no interior da derivada material da velocidade. Devido a este termo é praticamente impossível resolver analiticamente o sistema de equações acopladas, a não ser nos casos mais simples. O recurso a métodos numéricos é, na maior parte das vezes, necessário sendo a complexidade computacional das equações do fluido bastante elevada.

5.3.3 EQUAÇÃO DE VORTICIDADE

Uma forma conveniente de expressar as equações da dinâmica de fluidos é mediante o rotacional da velocidade, magnitude que se conhece como *vorticidade*:

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}. \quad (5.9)$$

Se aplicarmos o operador rotacional a todos os termos de (5.7) e realizarmos algumas operações algébricas, obtemos a equação da vorticidade⁴:

$$\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{\omega} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\boldsymbol{\omega} = (\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla)\mathbf{u} + \nu \nabla^2 \boldsymbol{\omega} \quad (5.10)$$

Esta equação indica a variação da vorticidade de uma partícula elementar à medida que esta se move. No lado direito da equação de vorticidade, (5.10), o segundo termo identifica a dispersão da energia devido à viscosidade molecular - igual na equação de Navier-Stokes. O primeiro termo é mais interessante e representa um fenômeno vulgarmente conhecido por alongamento da vorticidade em função da sua orientação

⁴Vale lembrar que o rotacional do gradiente de uma função é sempre nulo, daí alguns termos estarem ausentes na expressão da vorticidade.

relativamente ao fluxo na sua vizinhança.

É evidente que a vorticidade não é uma influência externa que se possa fazer atuar no fluido, tal como a força gravitacional, mas é antes uma característica intrínseca do fluxo, que nasce e evolui como o mesmo. Sua formulação tem a grande vantagem pois elimina o termo do gradiente de pressão, já que o rotacional de um gradiente é sempre nulo. Por outro lado, não se incluiu o termo do rotacional da força externa porque, em geral, estas são forças conservativas e, por tanto, de rotacional nulo.

5.4 MODELO DE TURBULÊNCIA

Nesta seção iremos descrever o conjunto de métodos que de maneira recorrente são utilizados em Mecânica dos Fluidos, e que nos permitiu modelar computacionalmente o comportamento do plasma ionosférico sob regime turbulento. Como essa é uma área bastante extensa muitos tópicos tiveram que ser suprimidos da discussão apresentada a seguir ou por razões de brevidade ou por não estarem diretamente relacionados com o trabalho executado durante este capítulo da tese.

Todo o processo de investigação e de proposta de modelamento de um problema físico pode ser sumarizado em um conjunto de etapas que são, essencialmente, independentes do tipo de fenômeno estudado. Poderíamos agrupar a sequência dessas etapas que percorremos da seguinte maneira:

- a) investigação do fenômeno físico;
- b) desenvolvimento do modelo matemático;
- c) implementação de um método numérico;
- d) escrita do programa de computador;
- e) apresentação dos resultados numéricos.

Existe, no entanto, um tópico que não pode ser ignorado que é a animação de turbulência em fluidos. A razão é que o conceito de turbulência em fluidos é bastante complexo, tal que a melhor maneira de introduzirmos um possível entendimento seja através da sua animação computacional. Sendo assim, essa etapa também fará parte da apresentação deste capítulo da tese.

O fenômeno físico é o ponto de partida e a nossa motivação. Como discutido na Seção (5.2), o objeto de estudo consiste em investigarmos a dinâmica turbulenta no ambiente ionosférico atuando como um mecanismo de controle da evolução das irregularidades. Sendo assim, vamos dar prosseguimento e detalhar a etapa seguinte, ou seja, a obtenção de um modelo matemático que descreva o fenômeno de turbulência na ionosfera. Em última análise, um modelo matemático consiste de um conjunto de equações que relacionam as grandezas do sistema. No caso das equações serem diferenciais o modelo é representado através das derivadas de uma função que represente a física estudada com relação ao tempo e/ou ao espaço.

5.4.1 MODELO TEÓRICO DA TURBULÊNCIA IONOSFÉRICA

Seguindo os trabalhos de Ott (1978), Kelley e Ott (1978), Temerin e Kintner (1989) e Zargham e Seyler (1989), vamos deduzir a equação de movimento para o caso ionosférico considerando um plasma que se desloca no referencial da deriva.

Então, para investigarmos essa provável dinâmica, começaremos a dedução do modelo com as equações de continuidade e conservação de momentum para elétrons e íons no plano perpendicular ao campo magnético, respeitando-se a condição de quase-neutralidade, ou seja:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n\mathbf{v}_e) = 0 \quad (5.11)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n\mathbf{v}_i) = 0 \quad (5.12)$$

$$-en(\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}_0) - \vec{\nabla} p_e - nm\nu_e \mathbf{v}_e = 0 \quad (5.13)$$

$$nM \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_i \cdot \vec{\nabla} \right) \mathbf{v}_i = en(\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}_0) - \vec{\nabla} p_i - nM\nu_i \mathbf{v}_i + nM\mathbf{g} + nM\mu \nabla^2 \mathbf{v}_i \quad (5.14)$$

onde n é a densidade total do plasma, ν_e é a frequência de colisões elétrons-partículas neutras, ν_i é a frequência de colisões íons-partículas neutras, m é a massa dos elétrons, M a massa dos íons e μ é a viscosidade para os íons ($\mu \cong \nu_{ii}\rho_i^2$, onde ρ_i é o raio de giro dos íons e ν_{ii} é a frequência de colisão íon-íon). As Equações (5.11)-(5.14) estão escritas no referencial que se move com o vento neutro (OTT, 1978;

ZARGHAM; SEYLER, 1989). A inércia dos elétrons, bem como sua viscosidade, foram desprezadas. Consideramos ainda que a transferência de momentum devido às colisões elétrons-íons pode ser negligenciada desde que tanto elétrons quanto íons estão magnetizados e têm a mesma deriva $E \times B$. Nesta dedução efeitos de recombinação também foram desprezados desde que na região F a escala de tempo para recombinação é de aproximadamente 1 hora (ZALESAK et al., 1982). Também, estamos considerando que $T_e = T_i = T$, $p = nT$, onde a constante de Boltzmann está incluída em T .

Definimos nosso sistema de coordenadas da seguinte forma: o eixo-x aponta para leste, o eixo-y aponta para o norte e o eixo-z aponta para cima. Na região equatorial, usamos:

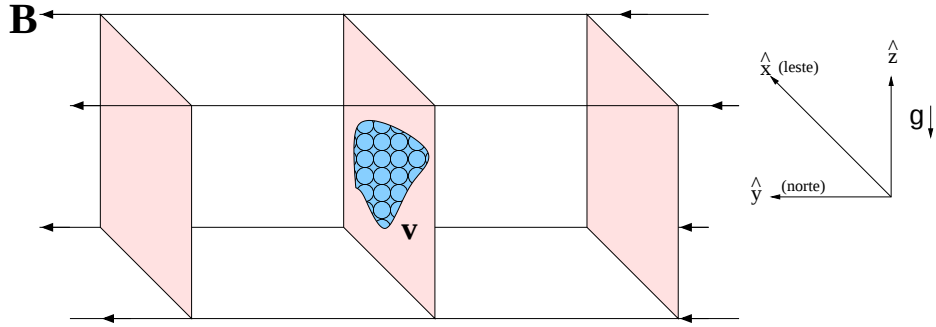


Figura 5.3 - Sistema de coordenadas adotado.

$$\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{e}_y$$

$$\mathbf{g} = -g \hat{e}_z$$

Estamos ainda desprezando variações alinhadas ao campo magnético, estudando somente a dinâmica bi-dimensional no plano-xz que é perpendicular às linhas de força.

Vamos começar a dedução propriamente dita com a Equação (5.14):

$$nM \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_i \cdot \vec{\nabla} \right) \mathbf{v}_i = en(\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}_0) - \vec{\nabla} p_i - nM\nu_i \mathbf{v}_i + nM\mathbf{g} + nM\mu \nabla^2 \mathbf{v}_i$$

Podemos considerar que a resposta dos constituintes do plasma às mudanças das forças externas ocorre de forma muito lenta, o que implica em:

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} \simeq 0$$

Esta hipótese pode também ser vista como se o tempo ciclotron fosse mais curto que qualquer outra escala de tempo relevante. Portanto, a velocidade do fluido em estado estacionário, desprezando-se o termo de viscosidade (HYSELL; SHUME, 2002) pode agora ser encontrada a partir da Equação (5.14), ou seja:

$$0 = ne(\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}) - \vec{\nabla} p_i - nM\nu_i \mathbf{v}_i + nM\mathbf{g} \quad (5.15)$$

onde $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}'$ é o campo elétrico ambiente. Transformando para o referencial que se move com velocidade $\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}/B^2$ e definindo uma nova gravidade equivalente (OTT, 1978):

$$\mathbf{g}' = \mathbf{g} - \nu_i \frac{\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}}{B^2} \quad (5.16)$$

e

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}'_i + \frac{\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}}{B^2} \quad (5.17)$$

tal que podemos recuperar a Equação (5.15) com $\mathbf{v}_i$, $\mathbf{E}$ e $\mathbf{g}$ sendo substituídos por $\mathbf{v}'_i$, $\mathbf{E}'$ e $\mathbf{g}'$, respectivamente, de modo que a expressão para os termos de primeira ordem é dada por:

$$0 = ne\mathbf{E}' + ne\mathbf{v}'_i \times \mathbf{B} - \vec{\nabla} p_i - nM\nu_i \mathbf{v}'_i + nM\mathbf{g}'$$

Dividindo toda a expressão acima por $nM\nu_i$, obtemos:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{ne\mathbf{E}'}{nM\nu_i} + \frac{nev'_i \times \mathbf{B}}{nM\nu_i} - \frac{\vec{\nabla} p_i}{nM\nu_i} - \frac{nM\nu_i \mathbf{v}'_i}{nM\nu_i} + \frac{nM\mathbf{g}'}{nM\nu_i} \\ 0 &= \frac{e\mathbf{E}'}{M\nu_i} + \frac{e\mathbf{v}'_i \times \mathbf{B}}{M\nu_i} - \frac{\vec{\nabla} p_i}{nM\nu_i} - \mathbf{v}'_i + \frac{\mathbf{g}'}{\nu_i} \\ 0 &= \frac{e\mathbf{E}'}{M\nu_i} + \frac{eB}{M\nu_i} \frac{\mathbf{v}'_i \times \mathbf{B}}{B} - \frac{\vec{\nabla} p_i}{nM\nu_i} - \mathbf{v}'_i + \frac{\mathbf{g}'}{\nu_i} \end{aligned}$$

e definindo:

$$\begin{aligned} b &= \frac{e}{M\nu_i}, \\ \mathbb{k} &= \frac{eB}{M\nu_i}, \\ \hat{B} &= \frac{\mathbf{B}}{B}, \end{aligned}$$

obtemos

$$\mathbf{v}'_i - \mathbb{k}\mathbf{v}'_i \times \hat{B} = b\mathbf{E}' - \frac{\vec{\nabla} p_i}{nM\nu_i} + \frac{\mathbf{g}'}{\nu_i} \equiv \mathbf{W}_i, \quad (5.18)$$

onde $\hat{B}$ é um vetor unitário na direção de $\mathbf{B}$, $\mathbb{k}$ é a razão da girofrequência pela frequência de colisões que tem o mesmo sinal da partícula carregada, e b é a mobilidade que também tem o mesmo sinal algébrico do íon. Note que $\mathbf{W}_i$ é a velocidade do fluxo que um plasma teria se não fosse magnetizado e sujeito às mesmas forças (KELLEY, 1989).

O valor absoluto de $\mathbb{k}$ determina se uma partícula faz ou não um círculo sobre o campo magnético antes da colisão ocorrer. Para um pequeno valor absoluto de $\mathbb{k}$, muitas colisões ocorrem e a partícula basicamente se move paralela às forças aplicadas como se não houvesse campo magnético. Com o campo magnético presente, após o período de um giro as partículas se movem para a direita do campo elétrico. Neste caso, a velocidade final dos íons e elétrons é a mesma, ou seja, igual a $\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}/B^2$. Para $\mathbb{k} = 1$ o movimento faz um ângulo de 45° com o campo elétrico (KELLEY, 1989).

Modificando a Equação (5.18):

$$\begin{aligned}
\mathbf{v}'_i - \mathbb{k}(\mathbf{v}'_i \times \hat{B}) &= \mathbf{W}_i \\
\mathbf{v}'_i - \mathbb{k} \left[(\mathbf{W}_i + \mathbb{k}\mathbf{v}'_i \times \hat{B}) \times \hat{B} \right] &= \mathbf{W}_i \\
\mathbf{v}'_i - \mathbb{k}\mathbf{W}_i \times \hat{B} - \mathbb{k}^2(-\mathbf{v}'_i) &= \mathbf{W}_i \\
\mathbf{v}'_i + \mathbb{k}^2\mathbf{v}_i &= \mathbf{W}_i + \mathbb{k}\mathbf{W}_i \times \hat{B}
\end{aligned}$$

ou

$$\mathbf{v}'_i = \frac{\mathbf{W}_i}{1 + \mathbb{k}^2} + \frac{\mathbb{k}}{1 + \mathbb{k}^2} \mathbf{W}_i \times \hat{B} \quad (5.19)$$

Considerando que $\mathbb{k}$ é grande o suficiente para que o segundo termo na Equação (5.19) domine, então obtemos:

$$\begin{aligned}
\mathbf{v}'_i &\simeq \frac{\mathbb{k}}{1 + \mathbb{k}^2} \mathbf{W}_i \times \hat{B} \\
\mathbf{v}'_i &\simeq \frac{1}{\mathbb{k}} \left(b\mathbf{E}' - \frac{\vec{\nabla}p}{nM\nu} + \frac{\mathbf{g}'}{\nu} \right) \times \hat{B} \\
\mathbf{v}'_i &\simeq \frac{M\nu}{eB_0} \left(\frac{e\mathbf{E}'}{M\nu} + \frac{\mathbf{g}'}{\nu} - \frac{\vec{\nabla}p}{nM\nu} \right) \times \hat{B} \\
\mathbf{v}'_i &\simeq \frac{\mathbf{E}' \times \hat{B}}{B_0} - \frac{\mathbf{B} \times \vec{\nabla}p}{neB_0^2} + M \frac{\mathbf{g}' \times \mathbf{B}}{eB_0^2}
\end{aligned}$$

ou

$$\mathbf{v}'_i = -\frac{\mathbf{B}}{B_0^2} \times (-\vec{\nabla}\phi) - \frac{\mathbf{B}}{neB_0^2} \times \vec{\nabla}p + M \frac{\mathbf{g}' \times \mathbf{B}}{eB_0^2}$$

e como $\mathbf{B} = B_0\hat{e}_y$, temos:

$$\mathbf{v}'_i = \frac{B_0\hat{e}_y \times \vec{\nabla}\phi}{B_0^2} - \frac{B_0\hat{e}_y \times \vec{\nabla}p}{neB_0^2} + M \frac{\mathbf{g}' \times B_0\hat{e}_y}{eB_0^2}$$

ou

$$\mathbf{v}'_i = B_0^{-1}\hat{e}_y \times \vec{\nabla}\phi + (neB_0)^{-1}\hat{e}_y \times \vec{\nabla}p + M \frac{\mathbf{g}' \times \mathbf{B}}{eB_0^2} \quad (5.20)$$

Nessa equação, o primeiro termo do lado direito é devido à presença de um campo

elétrico, o segundo é devido ao efeito de íons e elétrons na presença do gradiente de pressão da atmosfera neutra, e o terceiro é devido à ação da gravidade.

Assim, a equação de movimento do plasma perturbado que se move no referencial da deriva, incluindo o termo de viscosidade, é:

$$nM \left(\frac{\partial \mathbf{v}'_i}{\partial t} + \mathbf{v}'_i \cdot \nabla \mathbf{v}'_i \right) = en(\mathbf{E}' + \mathbf{v}'_i \times \mathbf{B}) - \vec{\nabla} p_i - nM\nu_i \mathbf{v}'_i + nM\mathbf{g}' + nM\mu \nabla^2 \mathbf{v}'_i \quad (5.21)$$

A partir da condição de quase-neutralidade, $\vec{\nabla} \cdot \mathbf{J} = 0$, se somarmos as Equações (5.13) e (5.21) para o caso em que:

$$\Omega_e \gg \Omega_i$$

que implica em:

$$\frac{\nu_e}{\Omega_e} \ll \frac{\nu_i}{\Omega_i}$$

obtemos:

$$nM \left(\frac{\partial \mathbf{v}'_i}{\partial t} + \mathbf{v}'_i \cdot \vec{\nabla} \mathbf{v}'_i \right) = -\vec{\nabla} \tilde{p} - nM\nu_i \mathbf{v}'_i + nM\mathbf{g}' + nM\mu \nabla^2 \mathbf{v}'_i \quad (5.22)$$

onde $\tilde{p} = p_e + p_i$. A Equação (5.22) é a equação de Navier-Stokes.

Se dividirmos a expressão acima por nM , obtemos:

$$\frac{\partial \mathbf{v}'_i}{\partial t} + \mathbf{v}'_i \cdot \vec{\nabla} \mathbf{v}'_i = -\vec{\nabla} p - \nu_i \mathbf{v}'_i + \mathbf{g}' + \mu \nabla^2 \mathbf{v}'_i \quad (5.23)$$

onde p é a pressão por unidade de massa.

De maneira semelhante, pode-se demonstrar que a equação de continuidade representando os termos de perturbação para íons ou elétrons, respeitando-se a condição de quase-neutralidade, é dada por:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \mathbf{v}'_i \cdot \vec{\nabla} n = 0 \quad (5.24)$$

A seguir, é apresentada a metodologia numérica para a solução dessas duas equações.

5.4.2 MÉTODO NUMÉRICO

Para resolvermos o modelo ionosférico baseado nas Equações (5.23) e (5.24), estaremos seguindo o algoritmo proposto por Feudel e Seehafer (1995), cuja topologia numérica é descrita em detalhes por Lee (1992). O algoritmo está baseado no método de Galerkin, ou ainda método espectral, onde as discretizações espaciais das equações diferenciais parciais estão baseadas em séries de Fourier.

Começemos o método numérico com a equação de movimento adimensional para um fluido incompressível:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \vec{\nabla})\mathbf{v} = \frac{\nabla^2 \mathbf{v}}{R} - \vec{\nabla}p + \mathbf{g} - \nu_i \mathbf{v} \quad (5.25)$$

com

$$\vec{\nabla} \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (5.26)$$

onde subtraímos o apóstrofo (') das variáveis a fim de facilitar a notação.

Restringindo o sistema a um caso 2D e com condições de contorno periódicas em uma região quadrada, de comprimento 2π , o que é equivalente a considerarmos o movimento de um torus $T^2 = [0, 2\pi] \times [0, 2\pi]$. Então, para $t \rightarrow \infty$, vamos considerar um torus uma superfície fechada, tal que possamos aplicar o teorema de Stokes à Equação (5.26). Este teorema diz que o fluxo de um campo vetorial $\mathbf{F}$ através de uma superfície (S) fechada é igual ao divergente de $\mathbf{F}$ sobre a região (R) limitada por S , ou seja:

$$\oint_R \mathbf{F} \cdot d^2 \mathbf{x} = \int_V \vec{\nabla} \cdot \mathbf{F} d^3 \mathbf{x}$$

que no nosso caso, fazendo uma integral de volume em (5.26):

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \mathbf{v} &= 0 \\ \int_V \vec{\nabla} \cdot d^3 x &= \int_T \mathbf{v} \cdot d^2 \mathbf{x} \equiv 0 \end{aligned}$$

o que fisicamente implica que o valor médio de $\mathbf{v}$, e consequentemente também $\mathbf{f}$

(considerando-se uma força do tipo newtoniana), são assumidos nulos:

$$\int_{T^2} \mathbf{v} d^2 \mathbf{x} = 0, \quad \int_{T^2} \mathbf{f} d^2 \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (5.27)$$

A hipótese de periodicidade implica que as representações de Fourier de $\mathbf{v}$, p e $\mathbf{f}$ têm a seguinte forma:

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \sum_{\substack{\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^2 \\ \mathbf{k} \neq \mathbf{0}}} \mathbf{v}_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) \quad (5.28)$$

$$p(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^2} p_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}), \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \sum_{\substack{\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^2 \\ \mathbf{k} \neq \mathbf{0}}} \mathbf{g}_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) \quad (5.29)$$

podendo assim ser diferenciado termo a termo com relação a coordenada espacial. No espaço de Fourier, $\mathbf{v}_{\mathbf{k}}$ é a amplitude do vetor velocidade, que tem a forma:

$$\mathbf{v}(\mathbf{k}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{v}(\mathbf{x}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

Então, usando a propriedade da derivada da transformada de Fourier, que diz que se a derivada f' de f é contínua (ao menos em parte), temos:

$$\Im \{f'(x)\} = -ik \Im \{f(x)\}$$

pois,

$$\Im \left\{ \frac{df(x)}{dx} \right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) \frac{df(x)}{dx} d\mathbf{x}$$

Agora, fazendo uma integração por partes, chamando:

$$\begin{aligned} u &= \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) \\ du &= ik \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) dx \\ dv &= \frac{df(x)}{dx} \\ v &= f(x) \end{aligned}$$

e assim,

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) \frac{df(x)}{dx} dx &= \overbrace{[\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) f(x)]_{-\infty}^{\infty}}^0 - ik \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) f(x) dx \\ &= -ik \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) f(x) dx \\ \Im \left\{ \frac{df(x)}{dx} \right\} &= -ik \Im \{ f(x) \}\end{aligned}$$

Logo, a condição de incompressibilidade nos remete a:

$$-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_k = 0$$

ou

$$\mathbf{v}_k \cdot \mathbf{k} = 0 \quad (5.30)$$

o que é automaticamente satisfeito se escrevermos:

$$\mathbf{v}_k = v_k \hat{e}_k \quad (5.31)$$

para

$$\mathbf{k} \neq 0$$

onde com vetores de polarização reais, perpendiculares a $\mathbf{k}$, obtemos:

$$\hat{e}_k \cdot \mathbf{k} = 0, \quad \hat{e}^2 = 1, \quad \hat{e}_{-k} = \hat{e}_k \quad (5.32)$$

A última condição em (5.32) sugere que:

$$\mathbf{v}_{-\mathbf{k}} = \mathbf{v}_{\mathbf{k}}^* \quad (5.33)$$

para $\mathbf{v}(\mathbf{x})$ real. Usando esta representação para $\mathbf{v}_k$ podemos achar uma EDO que

representa o sistema, ou seja:

$$\begin{aligned}\frac{\nabla^2 \mathbf{v}}{R} &= \frac{\nabla^2}{R} \left[\sum_{\substack{\mathbf{k} \in Z^2 \\ \mathbf{k} \neq \mathbf{0}}} \mathbf{v}_k \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) \right] \\ &= -\frac{1}{R} k^2 \mathbf{v}_k = -R^{-1} k^2 \mathbf{v}_k\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left[(\mathbf{v} \cdot \vec{\nabla}) \mathbf{v} \right] &= [v_p \hat{e}_p \cdot i\mathbf{k}] v_q \hat{e}_q \\ &= i \sum_{\substack{p, q \in Z^2 \\ p, q \neq \mathbf{0}, \quad p+q=k}} (\hat{e} \cdot \mathbf{k}) \hat{e}_q v_p v_q\end{aligned}$$

e considerando que o termo de pressão é nulo, devido às condições (5.32), obtemos:

$$\frac{dv_k}{dt} = -R^{-1} k^2 v_k - i \sum_{\substack{p, q \in Z^2 \\ p, q \neq \mathbf{0}, \quad p+q=k}} (\hat{e} \cdot \mathbf{k}) (\hat{e}_q \cdot \hat{e}_k) v_p v_q + g_k - \nu \mathbf{v}_k \quad (5.34)$$

onde g_k é definido na Equação (5.34) como:

$$g_k = \mathbf{g}_k \cdot \hat{e}_k \quad (5.35)$$

Substituindo em (5.34) a soma dupla por uma soma simples, tal que:

$$q = k - p$$

logo:

$$\frac{dv_k}{dt} = -R^{-1} k^2 v_k - i \sum_{\substack{p \in Z^2 \\ p \neq \mathbf{0}, k}} (\hat{e} \cdot \mathbf{k}) (\hat{e}_{k-p} \cdot \hat{e}_k) v_p v_{k-p} + g_k - \nu \mathbf{v}_k \quad (5.36)$$

Devido a condição realística em (5.33), podemos restringir o vetor $\mathbf{k}$ em um subconjunto K^2 de Z^2 , definido por:

$$K^2 \stackrel{def}{=} \{ \mathbf{k} \in Z^2 : k_1 > 0 \} \cup \{ \mathbf{k} \in Z^2 : k_1 = 0 \wedge k_2 > 0 \} \quad (5.37)$$

Em seguida, poderíamos usar as definições adicionais:

$$[\mathbf{k}] \stackrel{def}{=} \begin{cases} \mathbf{k} : \mathbf{k} \in K^2 \\ -\mathbf{k} : \mathbf{k} \notin K^2 \end{cases} \quad (5.38)$$

e

$$\mathbf{sgn}(\mathbf{k}) \stackrel{def}{=} \frac{\mathbf{k} \cdot [\mathbf{k}]}{k^2} \quad (5.39)$$

Assim, expandindo os termos do somatório, a fim de eliminar a expressão $p \neq 0$, e considerando:

$$\begin{aligned} v_p &= v_p^{Re} + i v_p^{Im} \\ v_{k-p} &= v_{[k-p]}^{Re} + i v_{[k-p]}^{Im} \end{aligned}$$

tal que:

$$i(v_p \cdot v_{[k-p]}) = -[v_p^{Re} v_{[k-p]}^{Im} + v_p^{Im} v_{[k-p]}^{Re}] + i[v_p^{Re} v_{[k-p]}^{Re} - v_p^{Im} v_{[k-p]}^{Im}]$$

Porém, como a parte imaginária de $v_{[k-p]}$ é simétrica no espaço de Fourier, os índices do somatório não podem ser negativos, e assim vamos aplicar a função $\mathbf{sgn}$, obtendo:

$$i(v_p \cdot v_{[k-p]}) = -[\mathbf{sgn}(\mathbf{k} - \mathbf{p}) v_p^{Re} v_{[k-p]}^{Im} + v_p^{Im} v_{[k-p]}^{Re}] + i[v_p^{Re} v_{[k-p]}^{Re} - \mathbf{sgn}(\mathbf{k} - \mathbf{p}) v_p^{Im} v_{[k-p]}^{Im}]$$

Somando a parte do complexo conjugado de $\mathbf{v}_k$, teremos:

$$\begin{aligned} v_p &= v_p^{Re} + i v_p^{Im} \\ v_{k+p} &= v_{k+p}^{Re} - i v_{k+p}^{Im} \end{aligned}$$

e assim,

$$i(v_p \cdot v_{k+p}) = v_p^{Re} v_{k+p}^{Im} - v_{k+p}^{Im} v_{k+p}^{Re} + i(v_p^{Re} v_{k+p}^{Re} + v_p^{Im} v_{k+p}^{Im})$$

e aqui, nenhum índice do somatório terá valor negativo. A Equação (5.36) pode então ser reescrita, tal que a evolução temporal das partes real e imaginária de v_k

adquirem a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{dv_k^{Re}}{dt} = & -R^{-1}k^2 v_k^{Re} + \sum_{\substack{p \in \mathbb{Z}^2 \\ p \neq \mathbf{k}}} (\hat{e} \cdot \mathbf{k}) \{ (\hat{e}_{[k-p]} \cdot \hat{e}_k) [\mathbf{sgn}(\mathbf{k} - \mathbf{p}) v_p^{Re} v_{[k-p]}^{Im} + v_p^{Im} v_{[k-p]}^{Re}] \\ & + (\hat{e}_{k+p} \cdot \hat{e}_k) [v_p^{Re} v_{k+p}^{Im} - v_{k+p}^{Im} v_{k+p}^{Re}] \} + g_k^{Re} - \nu \mathbf{v}_k^{Re} \end{aligned} \quad (5.40)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_k^{Im}}{dt} = & -R^{-1}k^2 v_k^{Im} + \sum_{\substack{p \in \mathbb{Z}^2 \\ p \neq \mathbf{k}}} (\hat{e} \cdot \mathbf{k}) \{ (\hat{e}_{[k-p]} \cdot \hat{e}_k) [v_p^{Re} v_{[k-p]}^{Re} - \mathbf{sgn}(\mathbf{k} - \mathbf{p}) v_p^{Im} v_{[k-p]}^{Im}] \\ & + (\hat{e}_{k+p} \cdot \hat{e}_k) [v_p^{Re} v_{k+p}^{Re} + v_p^{Im} v_{k+p}^{Im}] \} + g_k^{Im} - \nu \mathbf{v}_k^{Im} \end{aligned} \quad (5.41)$$

Agora, vejamos a equação de continuidade:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \vec{\nabla} n = 0$$

ou

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\mathbf{v} \cdot \vec{\nabla} n$$

Considerando,

$$n(\mathbf{x}) = \sum_{k \in \mathbb{Z}^2} n_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x})$$

temos,

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \sum_{k \in \mathbb{Z}^2} \frac{dn_{\mathbf{k}}}{dt} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x})$$

ou, simplificando a notação, e reescrevendo a equação acima para cada índice $\mathbf{k}$, teremos:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{dn_k}{dt}$$

O termo $\mathbf{v} \cdot \vec{\nabla} n$ fica:

$$\begin{aligned}\mathbf{v} \cdot \vec{\nabla} n &= (v_p \hat{e}_p \cdot i\mathbf{k}) n_q \\ &= i \sum_{\substack{p,q \in \mathbb{Z}^2 \\ p,q \neq \mathbf{0}, \quad p+q=k}} (\hat{e}_p \cdot \mathbf{k}) v_p n_q\end{aligned}$$

Substituindo a soma dupla por uma soma simples, tal que:

$$\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{p}$$

teremos:

$$\frac{dn_{\mathbf{k}}}{dt} = -i \sum_{\substack{p \in \mathbb{Z}^2 \\ p \neq \mathbf{0}, k}} (\hat{e}_p \cdot \mathbf{k}) v_p n_{k-p}$$

Expandindo os termos do somatório a fim de eliminar a expressão $p \neq 0$, e considerando:

$$\begin{aligned}v_p &= v_p^{Re} + i v_p^{Im} \\ n_{<k-p>} &= n_{<k-p>}^{Re} + i n_{<k-p>}^{Im}\end{aligned}$$

tal que:

$$\begin{aligned}n_p n_{<k-p>} &= (v_p^{Re} + i v_p^{Im}) (n_{<k-p>}^{Re} + i n_{<k-p>}^{Im}) \\ &= v_p^{Re} n_{<k-p>}^{Re} + i v_p^{Re} n_{<k-p>}^{Im} + i v_p^{Im} n_{<k-p>}^{Re} - v_p^{Im} n_{<k-p>}^{Im} \\ &= (v_p^{Re} n_{<k-p>}^{Re} - v_p^{Im} n_{<k-p>}^{Im}) + i (v_p^{Re} n_{<k-p>}^{Im} + v_p^{Im} n_{<k-p>}^{Re})\end{aligned}$$

Como a parte imaginária de $n_{<k-p>}$ é simétrica no espaço de Fourier, os índices do somatório não podem ser negativos, e assim, vamos aplicar a função sgn , obtendo:

$$v_p n_{k-p} = [v_p^{Re} n_{<k-p>}^{Re} - \text{sgn}(\mathbf{k} - \mathbf{p}) v_p^{Im} n_{k-p}^{Im}] + i [\text{sgn}(\mathbf{k} - \mathbf{p}) v_p^{Re} n_{<k-p>}^{Im} + v_p^{Im} n_{<k-p>}^{Re}]$$

Somando a parte do complexo conjugado, colando:

$$\begin{aligned}v_p &= v_p^{Re} - i v_p^{Im} \\ n_{k+p} &= n_{k+p}^{Re} + i n_{k+p}^{Im}\end{aligned}$$

obtemos então:

$$\begin{aligned}
v_p n_{k+p} &= (v_p^{Re} - i v_p^{Im}) (n_{k+p}^{Re} + i n_{k+p}^{Im}) \\
&= v_p^{Re} n_{k+p}^{Re} + i v_p^{Re} n_{k+p}^{Im} - i v_p^{Im} n_{k+p}^{Re} + v_p^{Im} n_{k+p}^{Im} \\
&= (v_p^{Re} n_{k+p}^{Re} + v_p^{Im} n_{k+p}^{Im}) + i (v_p^{Re} n_{k+p}^{Im} - v_p^{Im} n_{k+p}^{Re})
\end{aligned}$$

e aqui, nenhum índice do somatório terá valor negativo. A equação de continuidade pode então ser reescrita, tal que a evolução temporal das partes real e imaginária, respectivamente, adquirem a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\frac{dn_k^{Re}}{dt} &= \sum_{\substack{p \in \mathbb{Z}^2 \\ p \neq \mathbf{0}, k}} (\hat{e}_p \cdot \mathbf{k}) \{ [\text{sgn}(\mathbf{k} - \mathbf{p}) v_p^{Re} n_{<k-p>}^{Im} + v_p^{Im} n_{<k-p>}^{Re}] \\
&\quad + (-v_p^{Re} n_{k+p}^{Im} + v_p^{Im} n_{k+p}^{Re}) \}
\end{aligned} \tag{5.42}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dn_k^{Im}}{dt} &= - \sum_{\substack{p \in \mathbb{Z}^2 \\ p \neq \mathbf{0}, k}} (\hat{e}_p \cdot \mathbf{k}) \{ [v_p^{Re} n_{<k-p>}^{Re} - \text{sgn}(\mathbf{k} - \mathbf{p}) v_p^{Im} n_{k-p}^{Im}] \\
&\quad (v_p^{Re} n_{k+p}^{Re} - v_p^{Im} n_{k+p}^{Im}) \}
\end{aligned} \tag{5.43}$$

Efetivamente, as Equações (5.40), (5.41), (5.42) e (5.43) é que serão resolvidas numericamente. Trecho do código que irá avaliar os pontos da grade espacial e temporal, com condições de contorno periódicas, é apresentado no Apêndice (C). A eficiência computacional é alcançada através do uso de transformada rápida de Fourier.

Na sub-seção a seguir apresentamos as soluções numéricas do modelo de turbulência ionosférica.

5.4.3 RESULTADOS NUMÉRICOS

O modelamento de fluidos turbulentos constitui um desafio considerável a qualquer investigador que possua a determinação de realizá-lo. Um fluido aberto, devido à sua natureza e topologia irregular, como no caso do plasma ionosférico, tende a possuir uma densidade variável em determinados pontos do espaço, sem apresentar uma fronteira bem definida. O movimento do plasma ionosférico em períodos de instabilidades que dão origem a eventos de irregularidades pode possibilitar a formação de estruturas auto-organizadas na forma de vórtices. Sua evolução dinâmica pode ser o resultado do escoamento não-linear devido ao cisalhamento entre regiões vizinhas

no plasma e/ou interações deste com os campos eletromagnéticos.

Os resultados obtidos a partir das nossas simulações para a dinâmica turbulenta do plasma ionosférico são apresentados na Figura (5.4), revelando que o escoamento do fluido possibilita o surgimento de diferentes estruturas de maneira auto-organizadas com grandes dimensões. Os vários retratos representam a evolução espaço-temporal da densidade eletrônica. Vemos que ao longo da simulação importantes deformações ocorrem entre regiões de diferentes densidades, criando interface entre essas estruturas. A escala de cinza nas imagens representa a densidade do plasma, onde as regiões claras denotam maior densidade eletrônica. O perfil de densidade utilizado inicialmente nas simulações foi extraído do programa SUPIM.

A sequência de imagens da Figura (5.4) ilustra perfeitamente a transição do regime de equilíbrio entre a camada mais densa do plasma, que corresponderia ao pico de densidade da camada F , sobre a camada menos densa. A transição do sistema a partir do seu estado inicial de instabilidade evolui para uma dinâmica turbulenta. Conforme a simulação avança no tempo de integração numérica é possível observar que regiões mais escuras (de menor densidade) penetram na base do perfil. Também é possível observar nessas simulações a existência de movimento de rotação do plasma, dando origem a estruturas coerentes como vórtices. Este aparecimento da turbulência é um exemplo de como as características do escoamento macroscópico do fluido ionosférico pode influenciar as características microscópicas através da fragmentação de estruturas maiores. Eventualmente, essas grandes estruturas se quebram conforme os vórtices que surgem dêem origem a novas estruturas coerentes de menor escala espacial.

De fato, parte da descrição do fenômeno de escoamento do plasma da ionosfera já havia sido discutida na teoria de instabilidade gravitacional de Rayleigh-Taylor. O escoamento se desenvolveria quando um equilíbrio instável entre regiões mais e menos densas do sistema ionosférico se rompesse, estando o fluido mais denso sobre o mais leve. O mecanismo está representado na Figura (5.5.a), onde considera-se que as densidades dos meios situados acima e abaixo da interface sejam representadas por n_1 e n_2 , respectivamente (KELLEY, 1989). A força gravitacional, $\mathbf{g}$, é dirigida para baixo e, portanto, antiparalela ao gradiente de densidade ∇n . O campo magnético $\mathbf{B}$ é horizontal, entrando no papel.

A interação do campo gravitacional com um campo magnético ($\mathbf{g} \times \mathbf{B}$) dá origem

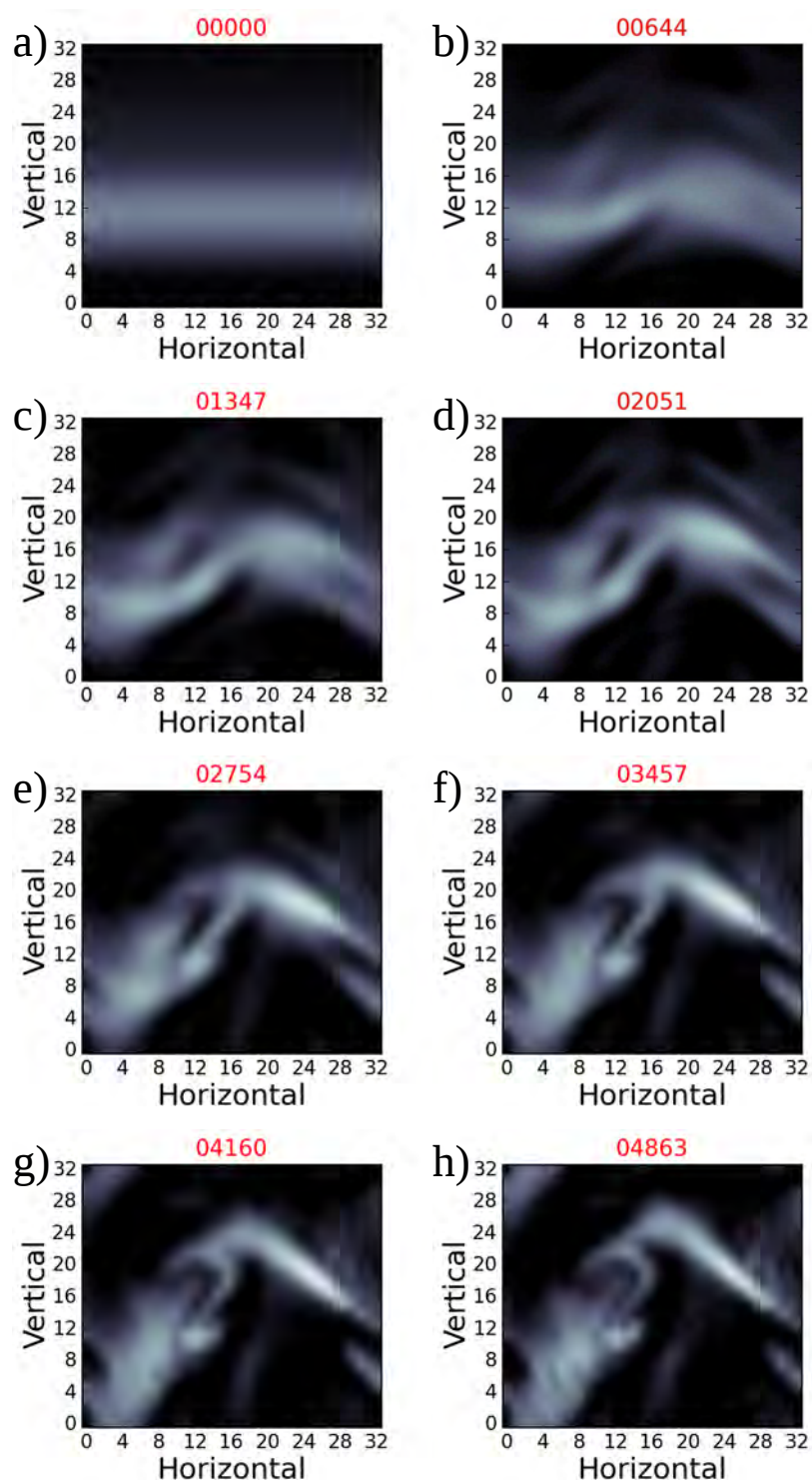


Figura 5.4 - Resultados numéricos para o modelo proposto. A sequência de imagens apresenta a evolução não-linear da densidade do plasma ionosférico. As áreas mais claras dos gráficos representam regiões de maior densidade eletrônica.

a um fluxo de corrente ($\mathbf{J}$), cuja componente horizontal flui em consequência das velocidades diferencial entre íons e elétrons é expressa por:

$$J_x = \frac{nM\mathbf{g} \times \mathbf{B}}{B^2} \quad (5.44)$$

A corrente J_x é diretamente proporcional a n . Assim, há um acúmulo de cargas nas bordas da região de perturbação inicial. Consequentemente, cria-se uma divergência e cargas poderão se acumular nas extremidades de uma pequena perturbação inicial, gerando campos elétricos de polarização ($\delta\mathbf{E}$) que tentam restaurar o sistema, de modo a satisfazer a condição $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$.

Por outro lado, a interação de elétrons com $\partial\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ causam sua deriva para cima na região onde a densidade é baixa e uma deriva para baixo onde a densidade de plasma é mais alta. Esta deriva aumenta a perturbação ainda mais e torna o sistema bastante instável. Este mecanismo se assemelha à instabilidade Rayleigh-Taylor hidrodinâmica, na qual um fluido mais pesado é sustentado por um fluido mais leve. O sistema é instável quando as direções de $\mathbf{g}$ e ∇n são opostas.

O desenvolvimento matemático da teoria gravitacional de Rayleigh-Taylor, que considera apenas a gravidade como o único fator relevante na geração da instabilidade, pode ser investigado através da teoria de perturbação linear. Considera-se que a perturbação inicial tem a forma de uma onda plana, ou seja, uma função periódica no tempo (como uma função senoidal, por exemplo). Podemos expandir as equações que descrevem a dinâmica do sistema em vários modos de perturbação. Em geral, fixa-se no primeiro modo.

Para este primeiro modo de perturbação a configuração do plasma ionosférico, de acordo com Kelley (1989), é exatamente a Figura (5.5.a). Devido a menor complexidade apresentada no gráfico da Figura (5.5.b), este resultado representaria aproximadamente este primeiro modo de perturbação linear do sistema. Porém, em um regime turbulento não podemos desprezar os termos de ordem superior, pois são eles os responsáveis pela contínua evolução do sistema.

A configuração do fluido tende a tomar formas cada vez mais complexas conforme o sistema evolui de maneira turbulenta. Vimos nos resultados da Figura (5.4) que o plasma da ionosfera pode exibir movimentos de rotação no interior do fluido. Existe ainda uma parcela do fluido que apresenta momentaneamente um comportamento

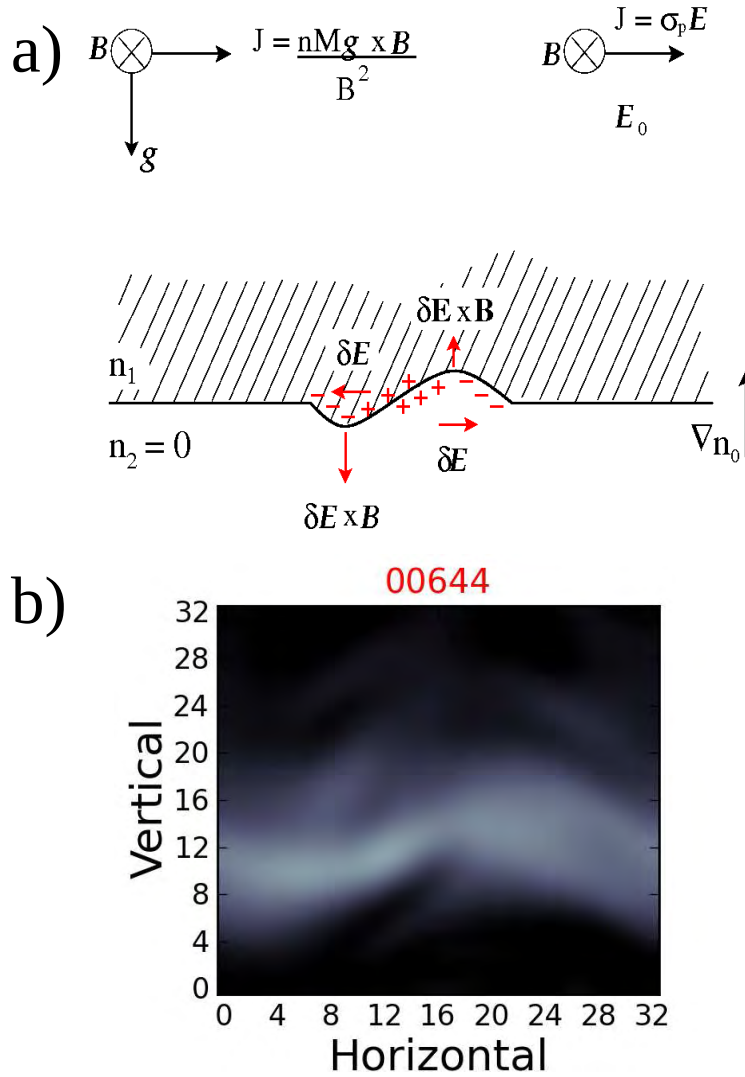


Figura 5.5 - a) Diagrama esquemático da instabilidade Rayleigh-Taylor na geometria equatorial. A corrente $\mathbf{J}$ representada no campo superior direito é aquela gerada por um campo $\mathbf{E}_0$ dirigido para leste e relacionado com a corrente $\mathbf{J}$ da condutividade Pedersen. b) Retrato da dinâmica evolução da densidade do plasma ionosférico, ainda com escoamento aproximadamente linear.

Fonte: Adaptada de Kelley (1989).

ordenado, com ausência de estruturas de vórtices. Isso nos indica que há predomínio de um regime de fluxo para o escoamento do plasma.

Um fluxo é tradicionalmente descrito tendo como base de grandeza a velocidade. Essa grandeza define campos bi ou tridimensionais que podem variar com o tempo. O tratamento computacional de um fluxo passa então a ser representado pelos campos

ao longo do espaço. Na Figura (5.6) apresentamos a sequência dos fluxos do plasma ionosférico correspondentes aos retratos mostrados na Figura (5.4). Percebe-se que o fluido segue, na medida que as interações ocorrem, as linhas de fluxo do sistema.

A Figura (5.6.a) mostra a configuração do fluxo que é calculado para ser imposto como uma condição inicial do campo de velocidade que irá atuar no perfil de densidade estudado. Previamente, as condições iniciais do campo de velocidade escolhidas a partir de valores obtidos com um gerador de números aleatórios. Como o sistema ionosférico é um sistema dinâmico em evolução constante, e partindo-se do fato que não conhecemos na projeção simulada o verdadeiro campo de velocidade, nós então impomos um campo de velocidade que deva conduzir o sistema a uma dinâmica turbulenta. O sistema então é iterado com as condições iniciais do campo de velocidade e as condições iniciais do perfil de densidade cerca de seiscentas mil vezes (600.000). Como o sistema é adaptativo, a própria arquitetura das condições iniciais tendem a evoluir para uma situação definitiva devido à mútua interação existente entre as equações diferenciais do modelo. Este período de transição é chamado de transiente.

O sistema conta ainda com um termo forçante (que não aparece na dedução exposta anteriormente). Esta perturbação tem a forma de uma função coseno com amplitude de cerca de 10% (ou $A = 0.1$) aplicado na base da grade numérica. O objetivo da inclusão deste termo nas equações é de representar um mecanismo como onda de gravidade ou ventos, por exemplo, que atuariam como um agente externo de excitação aos regimes de instabilidades do plasma ionosférico.

Transcorrido o período transiente o sistema evolui naturalmente. Como resultado, vemos que a configuração do plasma se torna cada vez mais complexa devido à turbulenta evolução da distribuição do campo de velocidade. O efeito mais evidente é o significativo aumento da rotacionalidade do escoamento ao longo do campo de velocidade. O que de fato é apresentado em nossas simulações é o provável comportamento do plasma ionosférico sob a influência das mudanças súbitas da dinâmica dos campos de velocidade sobre influência também dos campos eletromagnéticos na base da região F equatorial. Tais mudanças provocam alterações no balanço de equilíbrio do sistema.

O resultados para o campo de velocidade apresentados na Figura (5.6) tiveram seus valores normalizados pelo seu máximo, indicado por uma unidade de velocidade, ou seja, $1\mathbf{uV}$. A escala de cor adotada refere-se aos valores do perfil de densidade

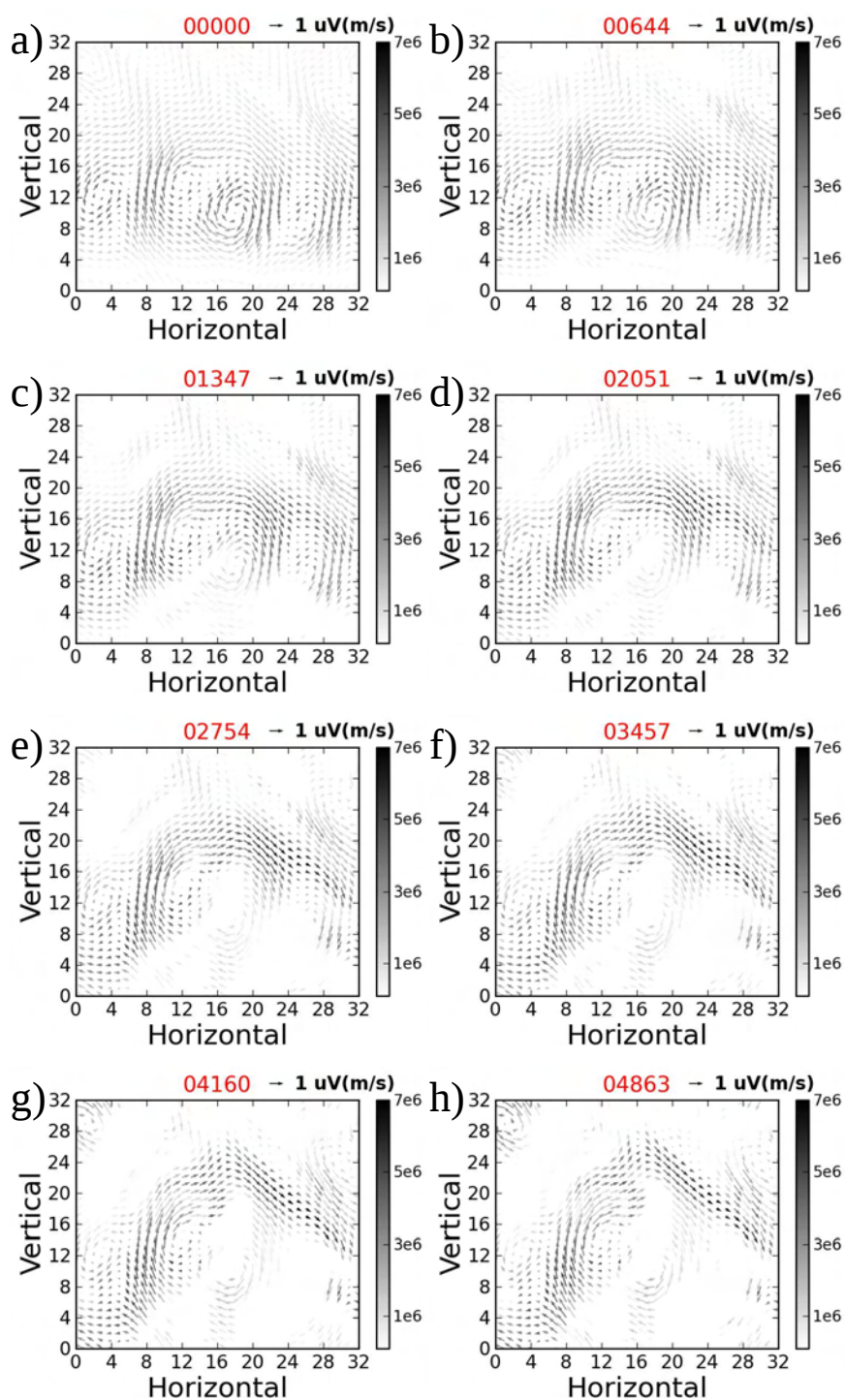


Figura 5.6 - Resultados numéricos do campo vetorial de velocidade do escoamento normalizado em função dos perfis de densidade do plasma ionosférico a cada interação.

a cada iteração. Desta maneira, esperamos poder facilitar a comparação entre os valores da evolução do regime de densidade com os valores do fluxo. Podemos notar que conforme o tempo de integração numérica avança as regiões de maior densidade são alteradas pela dinâmica do campo de velocidade que inicialmente dá origem a rotação de uma grande estrutura do plasma ionosférico, mas que após um dado limite parece apresentar uma dinâmica interna de saturação não linear que gradativamente possibilita a rotação de regiões menores do plasma. No último gráfico em particular, Figura (5.6.h), percebe-se claramente a existência de campos de velocidade formando um vórtice menor, em decorrência da evolução espaço-temporal do fluido ionosférico.

A representação de tal fluxo implica no armazenamento de energia capaz de possibilitar a rotação do plasma ionosférico em um dado ponto do espaço. Temos então a existência de um mecanismo de transferência de energia através das estruturas de vórtices que se formam ao longo de toda a região ionosférica simulada. Cada vórtice doa parte da sua energia a uma taxa constante para os vórtices menores que ele. Em contrapartida recebe também energia à mesma taxa daqueles cuja estrutura é ligeiramente superior à sua. Esta cadeia de transferência é originalmente designada como cascata de energias e é um dos conceitos mais fundamentais de toda a teoria de turbulência. De acordo com a nossa pesquisa bibliográfica, tal comportamento ainda não havia sido totalmente demonstrado para simulações do plasma ionosférico.

Na Figura (5.7) podemos observar outra características marcantes em um regime turbulento que é o processo de difusão da energia entre as estruturas do fluxo de plasma. Vale lembrar que a energia de um dado conteúdo do plasma é proporcional ao seu campo de velocidade ($\mathbf{v}^2$) e à sua densidade local. Como normalizamos os valores do campo de velocidade, a densidade de cor utilizada nesses gráficos estão novamente em função da densidade local do fluido. A energia é transferida das estruturas maiores para as estruturas menores novamente em um processo de cascata. Este processo continua criando estruturas cada vez menores. Eventualmente este processo criará estruturas que sejam tão pequenas, que os processos de difusão molecular se tornarão importantes e a dissipação viscosa da energia finalmente ocorre.

Estes resultados têm uma enorme relevância no entendimento dos perfis de irregularidades que são observados. Podemos notar da sequência de resultados mostrados na Figura (5.7) que a turbulência tem origem na zona onde há uma maior concentração de energia. Iniciado os mecanismos de transferência dessa energia, novas estruturas

do fluido podem ser formadas. O surgimento de novos perfis de irregularidade podem ainda serem atenuados à medida que a transferência de energia ocorre. Estabelece-se assim uma zona bem definida no interior do fluido onde o regime turbulento se instala. Em seguida, o sistema vai se tornando cada vez mais complexo, acabando por envolver todo o fluido.

Como esperamos ter ficado claro a partir dos resultados anteriores e das discussões feitas até aqui, um regime turbulento causa formação dos vórtices com diferentes escalas espaciais. Sendo assim, avaliando cada tempo de integração mostrado na Figura (5.7), verificamos que a maior parte da energia cinética no movimento turbulento está contida nas estruturas de vórtice de maior escala, enquanto os vórtices pequenos vão transportar consigo uma menor quantidade de energia.

Mais uma vez, são nítidas a formação de estruturas físicas nas simulações. Do ponto de vista da energia cinética, os processos turbulentos têm origem na complexa interação do conteúdo do plasma local com o campo de velocidade à diferentes taxas. Esses resultados demonstram que sua evolução faz com que o plasma ionosférico se rearranje dando origem a irregularidades em diversas escalas. A previsão teórica é que nas escalas menores os termos viscosos sejam dominantes e energia cinética seja dissipada (FRISCH, 1995).

5.5 DISCUSSÃO

Neste capítulo da tese investigamos a dinâmica do plasma ionosférico através da equação de Navier-Stokes acoplada à equação de continuidade. Essas equações em conjunto possibilitam explorarmos os mecanismos de transição de equilíbrio instável para a formação de estrutura irregulares coerentes. As equações foram implementadas usando o método de spectral proposto por Feudel e Seehafer (1995).

Este método mostrou-se uma valiosa ferramenta para a análise e entendimento do comportamento não linear existente durante a evolução das irregularidades do plasma. Tanto o campo de velocidade quanto os perfis de densidade apresentaram rotas de troca de energia que privilegiam a formação de estruturas menos densas cercadas por estruturas coerentes de maior densidade.

A formação de estruturas complexas e sua distribuição dinâmica na ionosfera são processos que demandam energia. O problema da transferência e transformação de energia em etapas distintas, que vão desde os mecanismos de disparo das irregularida-

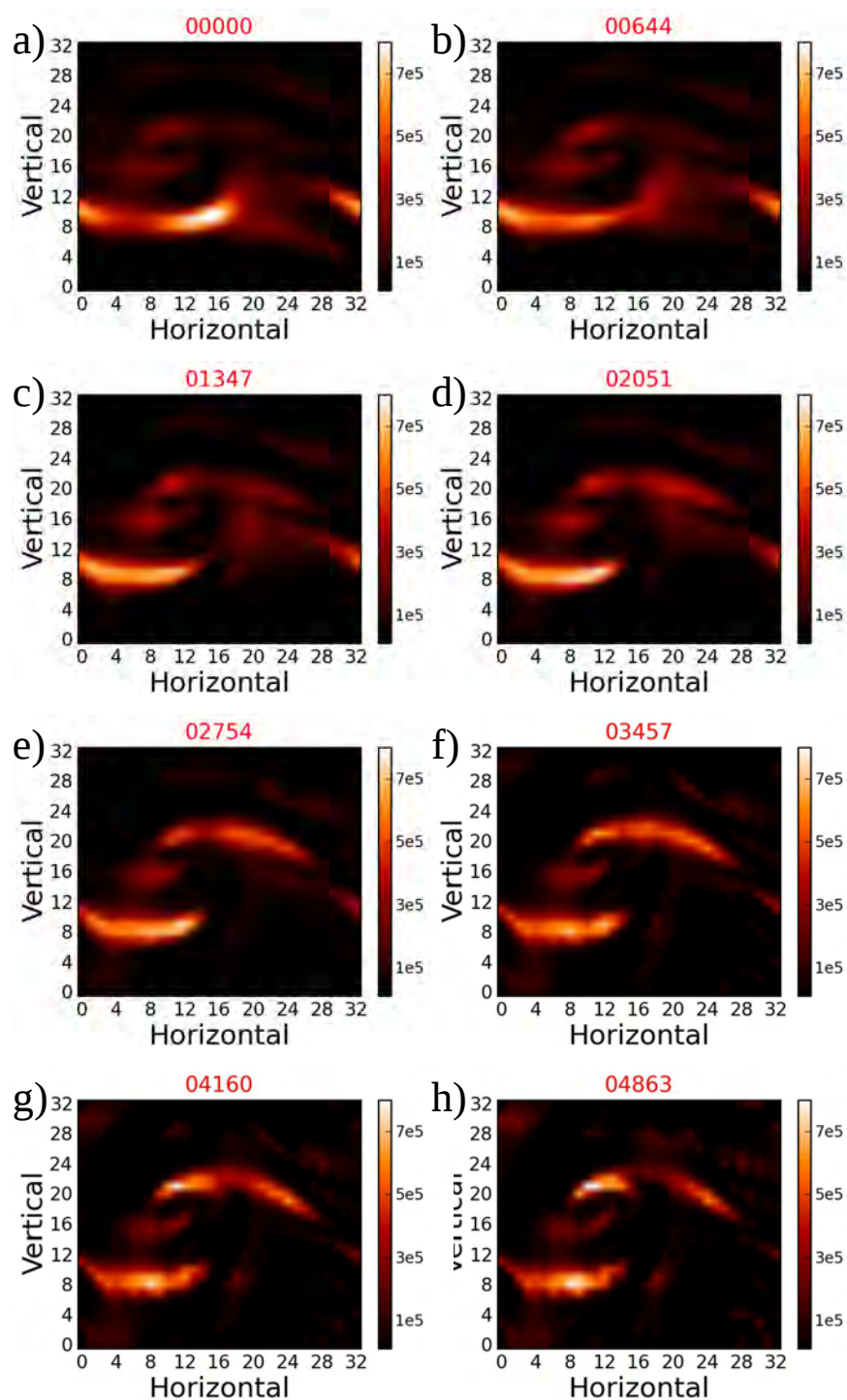


Figura 5.7 - Resultados numéricos para o modelo proposto. A sequência de imagens apresenta a evolução não-linear da densidade do plasma ionosférico. As áreas mais claras dos gráficos representam regiões de maior densidade eletrônica.

des até a manutenção das estruturas formadas, envolve dois aspectos fundamentais que podem ser resumidos da seguinte forma: 1) que mecanismos de transferência e/ou transformação de energia permitem a evolução do sistema ionosférico? 2) Qual a natureza física envolvida na mobilização de energia livre para provocar diferentes processos que finalmente conduzem ao aparecimento de estruturas irregulares no plasma ionosférico?

As tentativas de elucidar essas questões incluem pelo menos dois enfoques ou fontes de informação que acredito serem diferentes. Uma dessas fontes é a própria teoria de Rayleigh-Taylor que nos esclarece sobre os processos físicos básicos capazes de proporcionar o início do desenvolvimento dos processos de instabilidade no plasma da ionosfera. A outra refere-se aos mecanismos que, uma vez as irregularidades tenham se iniciado, permitem a evolução não linear dessas irregularidades. Devemos acrescentar que, embora diferentes, esses dois enfoques podem ser convergentes, a medida que estejam relacionados a um mesmo mecanismo físico.

A nossa pretensão com o modelo proposto neste capítulo era encontrar algum denominador comum. E aqui, acreditamos que esse denominar seja a representação da dinâmica ionosférica através de um modelo auto-consistente, capaz de ser preciso o bastante para reproduzir a dinâmica não linear do plasma ionosférico tanto na sua fase inicial do surgimento das irregularidades, quanto a fase de evolução não linear dos seus perfis de densidade.

Novamente, não desmerecemos a relevância da teoria da instabilidade RT. Porém, da forma tradicional que ela é exposta, acreditamos que possui suas limitações uma vez que processos de injeção de energia requerem uma hierarquia de fatores que em conjunto fazem com que a dinâmica da ionosfera seja extremamente complexa.

Os resultados obtidos neste capítulo da tese de doutorado demonstram a importância da ferramenta computacional para um melhor entendimento dos fenômenos físicos envolvidos na evolução não linear do plasma ionosférico. Uma das grandes vantagens da investigação através de modelos numéricos é a possibilidade de se controlar os parâmetros de interesse e estudar o fenômeno de um ponto de vista mais próximo do ideal.

6 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

O interesse de se investigar a dinâmica de determinados sistemas permitiu aos cientistas lidar com a complexidade dos fenômenos não-lineares existentes na natureza. De maneira geral, nossa primeira tentativa da descrição de um fenômeno natural é a sua representação através de um conjunto de regras matemáticas - na maioria das vezes equações diferenciais. No mundo das equações lineares, pensava-se que sistemas descritos por equações simples comportar-se-iam de maneira simples, enquanto aqueles descritos por equações complicadas comportar-se-iam de maneira complicada. No entanto o que se observa é que a não linearidade que permeia grande parte do mundo real pode produzir comportamentos inesperados nas equações simples. Por outro lado, comportamentos complexos, caóticos ou mesmo turbulentos podem dar origem a estruturas ordenadas.

É possível se verificar que ao tentarmos descrever um problema físico através de sistemas lineares observamos que pequenas mudanças produzem pequenos efeitos, e grandes efeitos se devem a grandes mudanças ou a uma soma de pequenas mudanças. Porém muitas vezes para um sistema físico real, que possa ser considerado como um sistema não linear, pequenas mudanças podem ter efeitos dramáticos. Daí a importância de se estudar tais regimes através de teoria não linear.

A constatação de um grande número de modos instáveis ou erráticos (ou ainda intermitentes) indica a ineficiência da teoria linear na descrição de certos aspectos da dinâmica ionosférica. A aplicação da teoria linear é válida, por exemplo, se o crescimento das perturbações for rapidamente limitado por mecanismos internos do próprio sistema, que inibem o crescimento da instabilidade. No caso de um fluido ou plasma entrar em um tipo de estado quase-estacionário que difere, apenas levemente, do estado inicial, podemos afirmar que essas instabilidades não produzem grandes efeitos, e então aplicamos teoria linear para caracterizar seu comportamento. Porém, se o estado final difere drasticamente do inicial, de modo que efeitos não-lineares sejam relevantes, a aproximação linear torna-se inválida.

Creemos ainda ser relevante enfatizarmos que considerando a ionosfera como um meio que é suscetível à influência de diferentes campos (elétrico, magnético, gravitacional, ventos, correntes), que conseqüentemente geram estruturas de diferentes escalas espaciais em seu conteúdo (e que chamamos de irregularidades), diferentes constituintes químicos (o que sugere inclusive sua sub-divisão) e inúmeros regimes

de acoplamento é pouco provável que sua dinâmica interna possa ser devidamente descrita apenas com a utilização de técnicas lineares.

Assim, nosso esforço ao longo desta tese de doutorado não foi o de persuadir-los a um completo abandono dos métodos lineares na investigação da dinâmica ionosférica. O que desejamos é fomentar a pesquisa de outros métodos em busca do melhor entendimento dos processos físicos. Ou seja, o que propusemos ao longo deste trabalho foi: (1) a melhor representação dos modelos, configurando-os tal que seu comportamento se assemelhe cada vez mais do comportamento do sistema ionosférico real; (2) que a análise tanto de dados reais quanto das simulações levem em consideração o caráter não-linear do regime ionosférico, pois este têm influência sobre os parâmetros e a evolução espaço/temporal das condições iniciais e das variáveis dependentes do modelo e (3) o contínuo aperfeiçoamento da técnica investigativa, o que possibilita previsões mais próximas dos dados reais e o melhor entendimento dos fenômenos associados com a dinâmica ionosférica.

Com as perspectivas apontadas acima, apresentamos no [Capítulo 3](#) nossa visão alternativa sobre a dinâmica do acoplamento entre os pontos conjugados da região E da ionosfera e a região F . Com esse problema inicial tentamos exemplificar os conceitos que caracterizam uma dinâmica caótica a um problema físico da ionosfera. Aplicamos a teoria matemática dos sistemas dinâmicos, tendo por base os seguintes postulados:

1. Que o sistema pode ser descrito por um conjunto de variáveis, e uma vez que especificamos o valor numérico destas, definimos univocamente o estado do sistema.
2. Dado o estado a qualquer instante, sua evolução para todo o tempo fica completamente determinada.

Existe portanto uma lei de movimento inteiramente determinística que nos possibilita descrever a dinâmica investigada.

Acreditamos que o modelo explorado nesse capítulo é o primeiro passo para uma boa aproximação da complexa interação existente entre as regiões do acoplamento ionosférico. E como trabalho futuro, paralelos entre as condições reais da ionosfera e uma dinâmica caótica de dois osciladores de Van der Pol que representam o acoplamento da região F equatorial com pontos conjugados da região E deve ser investigado.

No [Capítulo 4](#) analisamos características estatísticas comprovando o caráter intermitente (ou turbulento) do plasma ionosférico durante a ocorrência de irregularidades. Como de praxe em outras investigações da dinâmica ionosférica, o procedimento padrão para se analisar os processos de troca de energia tem sido através dos modos de Fourier. No entanto, a análise espectral de Fourier permite somente expressar qualquer solução como uma combinação linear de soluções particulares, o que não ocorre em sistemas complexos, como o meio ionosférico. Sendo assim, discutimos nesse capítulo as assinaturas de não-linearidades presentes nos dados do plasma da ionosfera com técnicas que capazes de interpretar, em termos físicos, os fenômenos turbulentos presentes nas observações. Isso nos proporciona um melhor entendimento da dinâmica do sistema, e serve de fundamentação para o desenvolvimento de modelos mais robustos.

Como trabalhos futuros, seria interessante analisar dados com a presença de bolhas/cintilação observadas por mais que um satélite, a fim de verificar se existe diferença entre o grau da não linearidade encontradas por outros satélites na mesma região de uma dada bolha/cintilação.

O análise não linear apresentada em dados reais nesta tese para estudo das irregularidades de bolhas de plasma deverá ser demonstrado através de um número maior de dados. O que foi mostrado na análise atual é que as flutuações do sinal de GPS a qual se caracteriza como cintilação tem superposição ou interação dos componentes oscilatórios coerentes envolvendo processos não lineares de transferência de energia entre suas estruturas, diferentemente do que ocorre na flutuação Gaussiana a qual representa as flutuações dos sinais na ausência de um mecanismo para geração das irregularidades.

A geração de bolhas, e, portanto a intensidade da cintilação, depende do campo elétrico zonal (associado à deriva vertical do pico pré reversão). Este campo elétrico varia com a hora local, a partir de um pico em torno de 19-20 horas (quando se inicia a geração de bolha e a cintilação) e se invertendo depois de 21 horas local. A hora do pico da cintilação (GPS) ocorre em torno de 20-21 horas. Depois, a cintilação decai e se torna fraca com as características espectrais também se alterando em torno de meia noite. Depois da meia noite a cintilação de GPS não persiste. O campo elétrico também enfraquece depois aproximadamente as 20 horas locais.

Neste contexto da evolução do campo elétrico de um lado e a cintilação de outro,

seria interessante:

- a) realizar um análise, pelo menos, com duas amostras de dados, sendo uma representativa da hora com o campo elétrico forte e outra representativa de campo elétrico bem mais fraco;
- b) investigar o grau de não linearidade e os parâmetros espectrais e de coerência a ela associada.

Este estudo poderá contribuir para se entender melhor o modo pelo qual o campo elétrico controla o processo de não linearidade, intermitência ou ainda transferência de energia entre as ondas do plasma ionosférico.

Por fim, acreditamos que a investigação dos aspectos turbulentos da ionosfera modelados no Capítulo 5 tem um caráter atual e relevante para a pesquisa do clima espacial. Dados experimentais mostram, por exemplo, que a região F da ionosfera equatorial apresenta uma configuração de equilíbrio instável. As irregularidades observadas decorrentes desse regime criam estruturas na distribuição espacial da densidade de plasma, tais como as diminuições nas densidades ionosféricas de grandes extensões geográficas ao longo das linhas de campo magnético. Um desses aspectos é a existência de estruturas como os vórtices observados em dias com alto pico pré-reversão, ou seja, dias com aumento da deriva vertical na região F no por do Sol (KELLEY, 1989; FEJER, 1991). Esses vórtices estariam associados com o possível disparo das irregularidades observadas (KUDEKI; BHATTACHARYA, 1999).

Como demonstramos ao longo do Capítulo 5, nossas simulações do caráter turbulento do plasma da ionosfera confirmam o conceito de que o acoplamento entre modos de oscilações do plasma indicam o desenvolvimento de coerentes estruturas não lineares. É óbvio que para uma completa avaliação de qualquer resultado experimental devemos considerar cuidadosamente todas as alternativas. Sendo assim, como trabalho futuro sugerimos uma adequação mais realista do modelo proposto, a fim de premiar fatores físicos reais relevantes.

Em resumo, apresentamos nesta tese um conjunto de técnicas matemáticas e numéricas que propiciaram um maior entendimento sobre como pode ocorrer a evolução dos regimes de plasma na ionosfera durante a evolução das irregularidades do plasma.

Com os métodos discutidos ao longo desta tese, equações não lineares puderam ser

resolvidas com elevado grau de precisão e diferentes apresentações de suas soluções. De forma geral, acreditamos que os métodos propostos neste trabalho constituam uma significativa contribuição para a área de simulação numérica e análise de dados dos regimes não lineares presentes no plasma da ionosfera, o que pode se refletir no desenvolvimento de modelos físicos e computacionais mais robustos.

Cremos ainda ser importante a investigação do comportamento ionosférico através de modelos dinâmicos não lineares para que possamos alcançar o mérito de se fazer previsões das ocorrências de irregularidades, e assim melhorar o entendimento sobre o “clima ionosférico”.

Baseado-nos nas considerações apresentadas nesta tese de doutorado, adquirimos uma visão geral sobre a dinâmica da ionosférica e que tentamos representar aqui através do diagrama contido na [Figura 6.1](#). Acreditamos que no regime ionosférico existe inúmeras fontes de energia livre (tanto vindas do espaço interplanetário quanto da dinâmica atmosférica). Como consequência, essas fontes proporcionam mecanismos de saturação não linear de energia, conduzindo a ionosfera a uma dinâmica caótica e/ou turbulenta. A ocorrência de tais regimes atuam como mecanismos de controle das perturbações existentes nos campos elétrico e magnético, e que efetivamente estão presentes no fluxo do plasma ionosférico. E uma vez que a atuação desses campos ocorra de maneira caótica e/ou turbulenta o próprio transporte (fluxo) do plasma assim também ocorrerá.

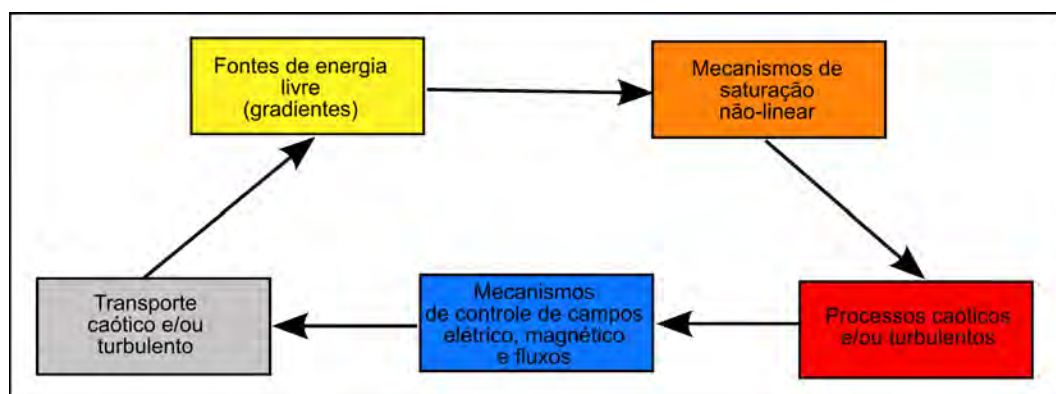


Figura 6.1 - Fluxograma reproduzindo nosso entendimento quanto ao regime não linear existente no sistema ionosférico.

É importante salientar que em todos os aspectos computacionais envolvidos no desenvolvimento desta tese existiu uma preocupação de se aplicar a problemas reais do ambiente ionosférico. Mas apesar disso, outro forte objetivo foi expor os recursos das simulações numéricas como ferramenta capaz de elucidar alguns dilemas que ainda carecem de investigação para uma maior compreensão da dinâmica da ionosfera.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AARONS, J. 50 years of radio-scintillation observations. **IEEE Antennas Propagation Magazine**, v. 39, p. 7–12, dez. 1997. [20](#)
- ABDU, M. A. Major phenomena of the equatorial ionosphere-thermosphere system under disturbed conditions. **Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics**, v. 59, p. 1505–1519, set. 1997. [93](#)
- _____. Outstanding problems in the equatorial ionosphere-thermosphere electrodynamics relevant to spread f. **Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics**, v. 63, p. 869–884, jan. 2001. [32](#)
- _____. Equatorial ionosphere thermosphere system: Electrodynamics and irregularities. **Advances in Space Research**, v. 35, p. 771–787, 2005. [9](#)
- ABDU, M. A.; BATISTA, I. S.; MURALIKRISHNA, P.; SOBRAL, J. H. A. Long term trends in sporadic E layers and electric fields over fortaleza, brazil. **Geophysical Research Letters**, v. 23, p. 757–760, 1996. [73](#)
- ABDU, M. A.; BATISTA, I. S.; SOBRAL, J. H. A. A new aspect of magnetic declination control of equatorial spread F and F region dynamo. **Journal Geophysics Research**, v. 97, p. 14897–+, out. 1992. [32](#), [33](#), [67](#)
- ABDU, M. A.; BITTENCOURT, J. A.; BATISTA, I. S. Magnetic declination of the equatorial F-region dynamo electric field development and spread F. **Journal of Geophysical Research**, v. 86, n. A13, p. 11.443–11.446, 1981. [30](#), [86](#)
- ABDU, M. A.; MEDEIROS, R. T. de; SOBRAL, J. H. A.; Bittencourt, J. A. Spread F plasma bubble vertical rise velocities determined from spaced ionosonde observations. **Journal Geophysics Research**, v. 88, p. 9197–9204, nov. 1983. [86](#)
- ABDU, M. A.; MURALIKRISHNA, P.; BATISTA, I. S.; SOBRAL, J. H. A.; ROCKET, J. H. a. Rocket observations of equatorial plasma bubbles over natal, Brazil, using high frequency capacitance probe. **Journal of Geophysical Research**, v. 97, n. A10, p. 14897–14904, 1991. [19](#), [86](#)
- ABDU, M. A.; RAMKUMAR, T. K.; BATISTA, I. S.; BRUM, C. G. M.; TAKAHASHI, H.; REINISCH, B. W.; SOBRAL, J. H. A. Planetary wave signatures in the equatorial atmosphere ionosphere system, and mesosphere- e- and

f-region coupling. **Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics**, v. 68, p. 509–522, fev. 2006. [73](#)

ABDU, M. A.; SOUZA, J. R.; BATISTA, I. S.; SOBRAL, J. H. A. Equatorial spread F statistics and empirical representation for IRI: A regional model for the Brazilian longitude sector. **Advances in Space Research**, v. 31, p. 703–716, 2003. [67](#)

ABDU, M. A.; SOUZA, J. R. de; SOBRAL, J. H. A.; BATISTA, I. S. Magnetic storm associated disturbance dynamo effects in the low and equatorial latitude ionosphere. In: R. McPherron, W. Gonzalez, G. Lu, H. A. José, & S. Natchimuthukonar Gopalswamy (Ed.). **Recurrent Magnetic Storms: Corotating Solar Wind**. [S.l.: s.n.], 2006. (Washington DC American Geophysical Union Geophysical Monograph Series, v. 167), p. 283–+. [88](#)

AGGSON, T. L.; BURKE, W. J.; MAYNARD, N. C.; HANSON, W. B.; ANDERSON, P. C.; SLAVIN, J. A.; HOEGY, W. R.; SABA, J. L. Equatorial bubbles updrafting at supersonic speeds. **Journal Geophysics Research**, v. 97, p. 8581–8590, jun. 1992. [33](#)

BALE, S. D.; BURGESS, D.; KELLOGG, P. J.; GOETZ, K.; HOWARD, R. L.; MONSON, S. J. Phase coupling in Langmuir wave packets: Possible evidence of three-wave interactions in the upstream solar wind. **Geophysical Research Letters**, v. 23, p. 109–112, 1996. [80](#)

BANKS, P. M.; KOCKARTS, G. **Aeronomy**. [S.l.: s.n.], 1973. [9](#)

BASU, S.; BUCHAU, J.; RICH, F. J.; WEBER, E. J. **Ionospheric radio wave propagation**. Air Force Geophysics Laboratory: Springfield, 1985. 10-1 - 10-20 p. [86](#)

BATISTA, I. S.; ABDU, M. A.; BITTENCOURT, J. A. Equatorial F region vertical plasma drifts - Seasonal and longitudinal asymmetries in the American sector. **Journal Geophysics Research**, v. 91, p. 12055–12064, nov. 1986. [30](#), [31](#), [33](#)

BATISTA, I. S.; MEDEIROS, R. T. de; ABDU, M. A.; SOUZA, J. R. de; BAILEY, G. J.; PAULA, E. R. de. Equatorial ionospheric vertical plasma drift model over the brazilian region. **Journal Geophysics Research**, v. 101, p. 10887–10892, maio 1996. [8](#), [11](#)

- BERTONI, F. C. P. **Derivas ionosféricas em latitudes equatoriais: observações e modelagem**. 2004. São José dos Campos. [18](#)
- BHATTACHARYYA, A. Chaotic behavior of ionospheric turbulence from scintillation measurements. **Geophysical Research Letters**, v. 17, n. 733B, p. 733–736, 1990. [70](#)
- _____. Role of E region conductivity in the development of equatorial ionospheric plasma bubbles. **Geophysical Research Letters**, v. 31, p. 6806–+, mar. 2004. [46](#)
- BHATTACHARYYA, A.; BURKE, W. J. A transmission line analogy for the development of equatorial ionospheric bubbles. **Journal Geophysical Research**, v. 105, p. 24941–24950, nov. 2000. [27](#), [28](#), [33](#), [46](#), [47](#), [49](#)
- BLANC, M.; RICHMOND, A. D. The ionospheric disturbance dynamo. **Journal Geophysics Research**, v. 85, p. 1669–1686, abr. 1980. [88](#), [96](#)
- BOROTTO, F. A.; CHIAN, A. C.-L.; HADA, T.; REMPEL, E. L. Chaos in driven alvén systems: boundary and interior crises. **Physica D**, v. 194, p. 275–282, 2004. [56](#)
- BRUNO, R.; CARBONE, V. The solar wind as a turbulence laboratory. **Living Rev. Solar Phys.**, v. 4, n. 2, p. 1–186, 2005. [77](#), [78](#), [99](#), [109](#)
- BRUNO, R.; CARBONE, V.; BAVASSANO, B.; SORRISO-VALVO, L. Observations of magnetohydrodynamic turbulence in the 3D heliosphere. **Advances in Space Research**, v. 35, n. 5, p. 939–950, 2005. [75](#)
- BURLAGA, L. F. Intermittency turbulence in the solar wind. **Journal Geophysical Research**, v. 96, n. 5847B, p. 5847–5851, 1991a. [75](#)
- CHEN, C. L.; PAN, C. J.; RÖTTGER, J.; ANANDAN, V. K. Three-dimensional tracking of mid-latitude quasi-periodic E-region echoes observed with the Chung-Li VHF radar. **Annales Geophysicae**, v. 23, p. 393–400, fev. 2005. [70](#)
- CURRY, J. H. **An algorithm for finding closed orbits**. Berlin: Springer-Verlag, 1979. [56](#)
- DANGEL, S.; SCHAEPMAN, M. E.; STOLL, E. P.; CARNIEL, R.; BARZANDJI, O.; RODE, E.-D.; SINGER, J. M. Phenomenology of tremor-like signals observed over hydrocarbon reservoirs. **Journal of Volcanology and Geothermal Research**, v. 128, p. 135–158, nov. 2003. [80](#)

de PAULA, E. R.; HYSELL, D. L. The São Luís 30 MHz coherent scatter ionospheric radar: system description and initial results. **Radio Science**, v. 39, n. RS1014, p. 1–11, 2004. [17](#)

de PAULA, E. R.; RODRIGUES, F. S.; IYER, K. N.; KANTOR, I. J.; ABDU, M. A.; KINTNER, P. M.; LEDVINA, B. M.; KIL, H. Equatorial anomaly effects on gps scintillations in brazil. **Advances in Space Research**, v. 31, p. 749–754, 2003. [25](#)

DENARDINI, C. M. **Estudo da eletrodinâmica da ionosfera equatorial durante o período de máxima atividade solar (1999-2002)**. Tese (Doutorado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2003. [15](#)

ELGAR, S.; V, C. Higher order spectral analysis of Chua's circuit. **IEEE Transactions on Circuits and Systems - I**, v. 40, n. 10, p. 689–692, 1993. [80](#)

FALGARONE, E.; HILY-BLANT, P.; PETY, J.; FORÊTS, G. P. des. Intermittency of interstellar turbulence: observational signatures in diffuse molecular gas. In: PINO, E. M. G. D.; LUGONES, G.; LAZARIAN, A. (Ed.). **Magnetic Fields in the Universe: From Laboratory and Stars to Primordial Structures**. [S.l.: s.n.], 2005. p. 299–307. [75](#)

FARLEY, D. T.; BALSLEY, B. B.; WOODMAN, R. F.; McCLURE, P. J. Equatorial spread F: implications of VHF radar observations. **Journal of Geophysical Research**, v. 75, n. 34, p. 7199–7219, 1986. [18](#)

FARLEY, D. T.; BONELLI, E.; FEJER, B. G.; LARSEN, M. F. The prereversal enhancement of the zonal electric field in the equatorial ionosphere. **Journal of Geophysical Research**, v. 86, n. A12, p. 13723–13728, 1986. [xiii](#), [30](#), [31](#), [64](#)

FEJER, B. G. Low latitude electrodynamic plasma drifts - a review. **Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics**, v. 53, p. 677–693, ago. 1991. [150](#)

FEJER, B. G.; KELLEY, M. C. Ionospheric irregularities. **Reviews of Geophysics and Space Physics**, v. 18, p. 401–454, maio 1980. [11](#), [86](#)

FEUDEL, F.; SEEHAFFER, N. On the bifurcation phenomena in truncations of the 2d navier-stokes equations. **Chaos, Solitons & Fractal**, v. 5, n. 10, p. 1805–1816, 1995. [116](#), [129](#), [144](#)

FRISCH, U. **Turbulence**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1995. [74](#), [77](#), [78](#), [99](#), [108](#), [109](#), [116](#), [118](#), [144](#)

GONZALEZ, W. D.; JOSELYN, J. A.; KAMIDE, Y.; KROEHL, H. W.; ROSTOKER, G.; TSURUTANI, B. T.; VASYLIUNAS, V. M. What is a geomagnetic storm? **Journal Geophysics Research**, v. 99, p. 5771–5792, abr. 1994. [87](#), [88](#)

HAERENDEL, G.; ECCLES, J. V.; CAKIR, S. Theory for modeling the equatorial evening ionosphere and the origin the shear in the horizontal plasma flow. **Journal of Geophysical Research**, v. 97, n. A2, p. 1209–1223, 1992. [109](#)

HARGREAVES, J. K. **The solar-terrestrial environment. an introduction to geospace - the science of the terrestrial upper atmosphere, ionosphere and magnetosphere**. [S.l.]: Cambridge atmospheric and space science series, Cambridge: Cambridge University Press, |c1992, 1992. [9](#), [23](#)

HOLZER, T. E.; REID, G. C. The response of the day side magnetosphere-ionosphere system to time-varying field line reconnection at the magnetosphere. I - Theoretical method. II - Erosion event of March 27, 1968. **Journal Geophysics Research**, v. 80, p. 2041–2056, jun. 1975. [27](#), [28](#)

HORBURY, T. A.; BALOGH, A.; FORSYTH, R. J.; SMITH, E. J. Intermittent heliospheric turbulence. **Journal Geophysics Research**, 1997. [78](#)

HUANG, C. M.; CHEN, M. Q. Formation of maximum electric potential at the geomagnetic equator by the disturbance dynamo. **Journal of Geophysical Research (Space Physics)**, v. 113, p. 3301–+, mar. 2008. [89](#)

HUANG, C.-M.; RICHMOND, A. D.; CHEN, M.-Q. Theoretical effects of geomagnetic activity on low-latitude ionospheric electric fields. **Journal of Geophysical Research (Space Physics)**, v. 110, p. 5312–+, maio 2005. [89](#)

HUBA, J. D.; HASSAN, A. B.; SCHWARTZ, I. B.; KESKINEN, M. J. Ionospheric turbulence: interchange instabilities and chaotic fluid behavior. **Geophysical Research Letters**, v. 12, n. 1, p. 65–68, 1985. [70](#)

HUBA, J. D.; JOYCE, G. Equatorial spread F modeling: Multiple bifurcated structures, secondary instabilities, large density ‘bite-outs,’ and supersonic flows. **Geophysical Research Letters**, v. 34, p. 7105–+, abr. 2007. [109](#)

HYSELL, D. L. An overview and synthesis of plasma irregularities in equatorial spread f. **Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics**, v. 62, p. 1037–1056, ago. 2000. [112](#)

HYSELL, D. L.; SHUME, E. B. Electrostatic plasma turbulence in the topside equatorial f region ionosphere. **Journal of Geophysical Research (Space Physics)**, v. 107, p. 1–11, out. 2002. [114](#), [115](#), [125](#)

JAYACHANDRAN, P. T.; RAM, P. S.; RAO, P. R.; SAMAYAJULU, V. V. Sequential sporadic-E layers at low latitudes in the Indian sector. **Annales Geophysicae**, v. 17, p. 519–525, jun. 1999. [73](#)

KELLEY, M. C. **The earth's ionosphere**. New York: Academic Press, 1989. Plasma physics and electrodynamics. [9](#), [11](#), [12](#), [31](#), [34](#), [35](#), [45](#), [49](#), [51](#), [126](#), [137](#), [139](#), [140](#), [150](#)

KELLEY, M. C.; OTT, E. Two-dimensional turbulence in equatorial spread F. **Journal of Geophysical Research**, v. 83, p. 4369–4372, set. 1978. [123](#)

KESKINEN, M. J.; OSSAKOW, S. L.; FEJER, B. G.; EMMERT, J. Evolution of equatorial ionospheric bubbles during a large auroral electrojet index increase in the recovery phase of a magnetic storm. **Journal of Geophysical Research (Space Physics)**, v. 111, p. 2303–+, fev. 2006. [109](#)

KHERANI, A. E.; MASCARENHAS, M.; De PAULA, E. R.; SOBRAL, J. H.; BERTONI, F. A three-dimensional simulation of collisional-interchange-instability in the equatorial-low-latitude ionosphere. **Space Science Reviews**, v. 121, p. 253–269, 2005. [73](#)

KIM, Y. C.; POWERS, E. J. Digital bispectral analysis and its applications to nonlinear wave interactions. **IEEE Transactions on Plasma Science**, v. 7, p. 120–131, jun. 1979. [79](#)

KINTNER, P. M.; LEDVINA, B. M. The ionosphere, radio navigation, and global navigation satellite systems. **Advances in Space Research**, v. 35, p. 788–811, 2005. [26](#)

KIRCHHOFF, V. W. J. H. **Introdução à geofísica espacial**. São Paulo: Nova Estrela, 1991. [9](#), [88](#)

- KUDEKI, E.; AKGIRAY, A.; MILLA, M.; CHAU, J. L.; HYSELL, D. L. Equatorial spread-F initiation: Post-sunset vortex, thermospheric winds, gravity waves. **Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics**, v. 69, p. 2416–2427, dez. 2007. [112](#)
- KUDEKI, E.; BHATTACHARYYA, S. Postsunset vortex in equatorial F-region plasma drifts and implications for bottomside spread-F. **Journal of Geophysical Research**, v. 104, n. A12, p. 28.163–28.170, 1999. [110](#), [111](#), [112](#), [150](#)
- KUMAR, K. S.; KUMAR, C. V. A.; GEORGE, B.; RENUKA, G.; VENUGOPAL, V. Analysis of the fluctuations of the total electron content (tec) measured at goose bay using tools of nonlinear methods. **Journal of Geophysics Research**, v. 109, n. A02308, 2004. [70](#)
- LABELLE, J.; LUND, E. J. Bispectral analysis of equatorial spread F density irregularities. **Journal Geophysics Research**, v. 97, p. 8643–8651, jun. 1992. [79](#), [80](#)
- LARSEN, M. F.; HYSELL, D. L.; ZHOU, Q. H.; SMITH, S. M.; FRIEDMAN, J.; BISHOP, R. L. Imaging coherent scatter radar, incoherent scatter radar, and optical observations of quasiperiodic structures associated with sporadic E layers. **Journal of Geophysical Research (Space Physics)**, v. 112, p. 6321–+, jun. 2007. [70](#)
- LEE, J. Topology of trajectories of the 2D Navier-Stokes equations. **Chaos**, v. 2, n. 4, p. 537–563, 1992. [116](#), [129](#)
- LORENZ, E. N. Deterministic nonperiodic flow. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v. 20, n. 2, p. 130–141, 1963. [70](#)
- LÜHR, H.; MAUS, S.; M., R.; COOKE, D. The diamagnetic effect of the equatorial Appleton anomaly: Its characteristics and impact on geomagnetic field modeling. v. 30, n. 17, p. A02304.1–A02304.13, 2002. [46](#)
- MACCARONE, T. J.; SCHNITTMAN, J. D. The bicoherence as a diagnostic for models of high-frequency quasi-periodic oscillations. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 357, p. 12–16, fev. 2005. [80](#)
- MARSCH, E.; TU, C. Y. Non-gaussian probability-distribution of solar-wind fluctuations. **Annales Geophysicae - Atmospheres Hydrospheres and Space Sciences**, v. 12, n. 12, p. 1127–1138, 1994. [75](#)

_____. Intermitten, non-Gaussian statistics and fractal scaling of MHD fluctuations in the solar wind. **Nonlinear Processes in Geophysics**, v. 4, p. 101–124, 1997. [77](#)

MATERASSI, M.; MITCHELL, C. N. Wavelet analysis of GPS amplitude scintillation: A case study. **Radio Science**, v. 42, p. 1004–+, fev. 2007. [70](#)

MCDANIEL, R. D.; HYSELL, D. L. Model and DE II observations of inertial-regime irregularities in equatorial spread F. **American Geophysical Union**, v. 97, n. A02038, p. 22.223, 1997. [113](#)

MOFFATGRIFFIN, T.; HIBBINS, R.; NIELSEN, K.; JARVIS, M.; TAYLOR, M. Observing mesospheric gravity waves with an imaging riometer. **Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics**, v. 70, p. 1327–1335, jul. 2008. [73](#)

NUSSE, H. E.; YORKE, J. A. A procedure for finding numerical trajectories on chaotic saddles. **Physica D**, v. 36, n. 1-3, p. 137–156, 1989. [58](#)

ORSZAG, S. A. Numerical simulations of incompressible flows within simple boundaries: Galerkin (spectral) representations. **Studies in Applied Mathematics**, v. 50, p. 293–327, 1971. [107](#)

OTT, E. Theory of Rayleigh-Taylor bubbles in the equatorial ionosphere. **Journal of Geophysical Research**, v. 83, n. NA5, p. 2066–2070, 1978. [11](#), [112](#), [123](#), [124](#), [125](#)

_____. **Chaos in Dynamical Systems**. United Kingdom: Cambridge Univerty, 1993. [56](#)

PIMENTA, A. A. **Estudos da deriva zonal e dinâmica das bolhas de plasma na região tropical**. Tese (Doutorado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2002. [13](#)

POL, V. der. On relaxation - oscillations. **Philosophical Magazine**, v. 2, p. 978–992, 1926. [51](#)

RATCLIFFE, J. A. **An introduction to the ionosphere and magnetosphere**. London: Cambridge University Press, 1972. [5](#)

REINISCH, B. W. Bew techniques in ground-based ionospheric: sounding and studies. **Radio Science**, v. 21, n. 3, p. 331–341, 1986. [22](#)

REMPEL, E. L.; CHIAN, A. C.-L. Alfvén chaotic saddles. **International of Journal Bifurcation and Chaos**, v. 14, n. 11, p. 4009–4017, 2004. 58

REMPEL, E. L.; CHIAN, A. C.-L.; MACAU, E. E.; ROSA, R. R. Analysis of chaotic saddles in high-dimensional dynamical systems: the kuramoto-sivashinsky equation. **Chaos**, v. 14, n. 3, p. 545–556, 2004b. 58

RISHBETH, H. The F-layer dynamo. **Planetary and Space Science**, v. 19, p. 263–267, fev. 1971. 10, 45

_____. The ionospheric E-layer and F-layer dynamos - a tutorial review. **Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics**, v. 59, p. 1873–1880, out. 1997. 33

SAITO, S.; YAMAMOTO, M.; HASHIGUCHI, H.; MAEGAWA, A. Observation of three-dimensional structures of quasi-periodic echoes associated with mid-latitude sporadic-E layers by MU radar ultra-multi-channel system. **Geophysical Research Letters**, v. 33, p. 14109–+, jul. 2006. 70

SANTANA, W. M. **Simulação numérica da intermitência alfvênica na heliosfera na presença de ruído**. 144 p. Dissertação (Mestrado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2006–02–14 2006. Disponível em: <<http://urlib.net/sid.inpe.br/MTC-m13@80/2006/05.04.19.31>>. 56

SATO, T.; HOLZER, T. E. Quiet auroral arcs and electrodynamic coupling between the ionosphere and the magnetosphere. 1. **Journal Geophysics Research**, v. 78, p. 7314–7329, 1973. 27, 28, 37, 39, 41, 42

SCHERLIESS, L.; FEJER, B. G. Storm time dependence of equatorial disturbance dynamo zonal electric fields. **Journal Geophysics Research**, v. 102, p. 24037–24046, out. 1997. 88, 96

SCHLEGEL, K. Coherent backscatter from ionospheric e-region plasma irregularities. **Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics**, v. 58, p. 933–941, jun. 1996. 16

SKOLNIK, M. I. **Introduction to radar systems**. [S.l.]: New York, 1962. 15

SOBRAL, J. H. A.; ABDU, M. A.; TAKAHASHI, H.; TAYLOR, M. J.; PAULA, E. R. d.; ZAMLUTTI c. J.; AQUINO, M. G. d.; BORBA, G. L. Ionospheric

plasma bubble climatology over Brazil based on 22 years (1977-1998) of 630 nm airglow observations. **Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics**, v. 64, p. 1517–1524, 2002. [32](#)

SOBRAL, J. H. A.; ABDU, M. A.; YAMASHITA, C. S.; GONZALEZ, W. D.; GONZALEZ, A. C. de; BATISTA, I. S.; ZAMLUTTI, C. J.; TSURUTANI, B. T. Responses of the low-latitude ionosphere to very intense geomagnetic storms. **Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics**, v. 63, p. 965–974, jan. 2001. [89](#)

SORRISO-VALVO, L.; CARBONE, V.; VELTRI, P. Intermittency in the solar wind turbulence through probability distribution functions of fluctuations. **Geophysical Research Letters**, v. 26, n. 13, p. 1801–1804, 1999. [75](#)

SOUZA, J. R.; ABDU, M. A.; BATISTA, I. S.; BAILEY, G. J. Determination of vertical plasma drift and meridional wind using the Sheffield University Plasmasphere Ionosphere Model and ionospheric data at equatorial and low latitudes in Brazil: Summer solar minimum and maximum conditions. **Journal of Geophysical Research**, v. 105, p. 12813–12822, jun. 2000. [73](#)

STOLLE, C.; LÜHR, H.; ROTHER, M.; Balasis, G. Magnetic signatures of equatorial spread F as observed by the CHAMP satellite. **Journal of Geophysical Research (Space Physics)**, v. 111, p. 2304–+, fev. 2006. [46](#), [47](#), [49](#), [55](#)

TAKAHASHI, H.; TAYLOR, M. J.; SOBRAL, J. H. A.; MEDEIROS, A. F.; GOBBI, D.; SANTANA, D. C. Fine structure of the ionospheric plasma bubbles observed by the oi 6300 and 5577 airglow images. **Advances in Space Research**, v. 27, p. 1189–1194, 2001. [24](#)

TEMERIN, M.; KINTNER, P. M. Review of ionospheric turbulence. **Washington DC American Geophysical Union Geophysical Monograph Series**, p. 65–80, 1989. [109](#), [112](#), [113](#), [123](#)

TSURUTANI, B. T.; VERKHOGLYADOVA, O. P.; MANNUCCI, A. J.; SAITO, A.; ARAKI, T.; YUMOTO, K.; TSUDA, T.; ABDU, M. A.; SOBRAL, J. H. A.; GONZALEZ, W. D.; MCCREADIE, H.; LAKHINA, G. S.; VASYLIŪNAS, V. M. Prompt penetration electric fields (PPEFs) and their ionospheric effects during the great magnetic storm of 30-31 October 2003. **Journal of Geophysical Research (Space Physics)**, v. 113, p. 5311–+, maio 2008. [66](#)

VÖRÖS, Z.; LEUBNER, M. P.; BAUMJOHANN, W. Cross-scale coupling-induced intermittency near interplanetary shocks. **Journal of Geophysical Research (Space Physics)**, v. 111, p. 2102–+, fev. 2006. [77](#)

WANLISS, J. A. Nonlinear variability of SYM-H over two solar cycles. **Earth, Planets, and Space**, v. 56, maio 2004. [90](#)

WANLISS, J. A.; SHOWALTER, K. M. High-resolution global storm index: Dst versus SYM-H. **Journal of Geophysical Research (Space Physics)**, v. 111, p. 2202–+, fev. 2006. [90](#)

WEI, Y.; HONG, M.; WAN, W.; DU, A.; LEI, J.; ZHAO, B.; WANG, W.; REN, Z.; YUE, X. Unusually long lasting multiple penetration of interplanetary electric field to equatorial ionosphere under oscillating imf b_z . **Geophysical Research Letters**, v. 35, p. 2102–+, jan 2008. [66](#)

WHITTEN, R. C.; POPPOFF, I. G. **Fundamentals of aeronomy**. [S.l.: s.n.], 1971. [5](#), [6](#)

WIT, D. de. Data analysis techniques for resolving nonlinear processes in plasmas: a review. **The URSI Review of Radio Science 1992-1995**, p. 1–28, nov. 1998. [79](#)

_____. Can high-order moments be meaningfully estimated from experimental turbulence measurements? **Physical Review E**, v. 70, p. 1–4, 2004. [78](#)

WIT, T. D. de; KRASNOSEL'SKIKH, V. V. Non-Gaussian statistics in space plasma turbulence: fractal properties and pitfalls. **Nonlinear Processes in Geophysics**, v. 3, p. 262–273, 1996. [99](#)

WIT, T. Dudok de; KRASNOSEL'SKIKH, V. V. Wavelet bicoherence analysis of strong plasma turbulence at the earth's quasiparallel bow shock. **Physics of Plasmas**, v. 2, p. 4307–4311, nov. 1995. [80](#), [83](#), [84](#), [85](#)

WOLF, A.; SWIFT, J. B.; SWINNEY, H. L.; J., A. V. Determining lyapunov exponents from a time series. **Physica D**, v. 16, n. 3, p. 285–317, 1985. [55](#)

WOODMAN, R. F. Vertical drift velocities and east-west electric fields at the magnetic equator. **Journal of Geophysical Research**, v. 75, n. 31, p. 6249–6256, 1970. [18](#)

WOODMAN, R. F.; LaHOZ, C. Radar observations of f region equatorial irregularities. **Journal Geophysics Research**, v. 81, p. 5447–5466, nov. 1976. [16](#)

ZALESK, S. T.; OSSAKOW, S. L.; CHATURVEDI, P. K. Nonlinear equatorial spread F: the effect of neutral wind and background Pedersen conductivity. **Journal of Geophysical Research**, v. 87, n. A1, p. 151–166, 1982. [109](#), [124](#)

ZARGHAM, S.; SEYLER, C. E. Collisional and inertial dynamics of the ionospheric interchange instability. **Journal of Geophysical Research**, v. 94, n. A7, p. 9009–9027, 1989. [112](#), [115](#), [123](#), [124](#)

ANEXO A - SÉRIE DE FOURIER

Formulação Geral

Considere uma função $f(t)$ que representa um forçante externo periódico de uma equação diferencial que descreve o comportamento de um dado fenômeno físico, por exemplo $I(t)$. Uma solução particular $I_p(t)$ para essa equação pode ser encontrada expandindo $I_p(t)$ e $f(t)$ em série de Fourier e resolvendo o sistema obtido. Para demonstrar tal propriedade, vamos admitir uma função $f(t)$ definida em um intervalo $-\pi \leq t \leq \pi$. Neste intervalo essa função pode ser expandida numa série, chamada série de Fourier, dada pela expressão:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos nt + b_n \sin nt] \quad (\text{A.1})$$

Para encontrarmos os coeficientes a_n e b_n , efetuamos o produto da equação acima respectivamente com $\cos mt$ e $\sin mt$, sendo m um número natural, e o integramos no intervalo $-\pi \leq t \leq \pi$. Assim, para os a_n , temos, supondo $m \neq 0$,

$$\begin{aligned} f(t) \cos mt &= \frac{a_0}{2} \cos mt + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nt \cos mt + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nt \cos mt \\ \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos mtdt &= \frac{a_0}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos mtdt + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} a_n \cos nt \cos mtdt + \\ &\quad \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} b_n \sin nt \cos mtdt \\ \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos mtdt &= \frac{a_0}{2} \left[\frac{\sin mt}{m} \right]_{-\pi}^{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_{-\pi}^{\pi} \cos nt \cos mtdt + \\ &\quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n \int_{-\pi}^{\pi} \sin nt \cos mtdt \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Na expressão acima, o termo que multiplica a_0 é nulo, porque ele é o seno de um múltiplo inteiro de π . As outras integrais, para serem efetuadas, precisam de algumas manipulações, baseadas nas seguintes propriedades de senos e cossenos:

$$\cos \theta \cos \alpha = \frac{1}{2} \cos(\theta + \alpha) + \frac{1}{2} \cos(\theta - \alpha) \quad (\text{A.3})$$

$$\sin \theta \sin \alpha = \frac{1}{2} \cos(\theta - \alpha) - \frac{1}{2} \cos(\theta + \alpha) \quad (\text{A.4})$$

$$\sin \theta \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin(\theta + \alpha) + \frac{1}{2} \sin(\theta - \alpha) \quad (\text{A.5})$$

A primeira integral é modificada mediante a utilização da Equação (A.3), e ela fica:

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} \cos nt \cos mtdt &= \int_{-\pi}^{\pi} \left[\frac{1}{2} \cos(n+m)t + \frac{1}{2} \cos(n-m)t \right] dt \\ \int_{-\pi}^{\pi} \cos nt \cos mtdt &= \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n+m)t dt + \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n-m)t dt \end{aligned}$$

Para qualquer valor de n , temos:

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n+m)t dt &= \left[\frac{\sin(n+m)t}{n+m} \right]_{-\pi}^{\pi} \\ \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n+m)t dt &= 0 \end{aligned}$$

Se $n \neq m$, obtemos

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n-m)t dt &= \left[\frac{\sin(n-m)t}{n-m} \right]_{-\pi}^{\pi} \\ \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n-m)t dt &= 0 \end{aligned}$$

e quando $n = m$,

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(\overbrace{n-m}^0)t dt &= \int_{-\pi}^{\pi} dt \\ &= [x]_{-\pi}^{\pi} \\ \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n-m)t dt &= 2\pi \end{aligned}$$

E assim, apenas quando $n = m$ temos um termo não-nulo. Para indicar isso, podemos utilizar o símbolo chamado delta de Kronecker, definido por:

$$\delta_{i,j} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

Com o uso do delta de Kronecker, a integral inicial fica

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos nt \cos mtdt = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n+m)t dt + \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n-m)t dt$$

$$\begin{aligned}\int_{-\pi}^{\pi} \cos nt \cos mtdt &= \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{2} 2\pi \delta_{n,m} \\ \int_{-\pi}^{\pi} \cos nt \cos mtdt &= \pi \delta_{n,m}\end{aligned}\tag{A.7}$$

A segunda integral na Equação (A.2) é reexpressa através da utilização da Equação (A.5), ou seja,

$$\begin{aligned}\int_{-\pi}^{\pi} \sin nt \cos mtdt &= \int_{-\pi}^{\pi} \left[\frac{1}{2} \sin(n+m)t + \frac{1}{2} \sin(n-m)t \right] dt \\ \int_{-\pi}^{\pi} \sin nt \cos mtdt &= \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \sin(n+m)t dt + \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \sin(n-m)t dt\end{aligned}$$

Para a primeira integral, qualquer que seja o valor de n , o resultado é:

$$\begin{aligned}\int_{-\pi}^{\pi} \sin(n+m)t dt &= \left[\frac{-\cos(n+m)t}{n+m} \right]_{-\pi}^{\pi} \\ &= -\frac{1}{n+m} [\cos(n+m)\pi - \cos(n+m)(-\pi)] \\ &= -\frac{1}{n+m} [\cos(n+m)\pi - \cos(n+m)(\pi)] \\ \int_{-\pi}^{\pi} \sin(n+m)t dt &= 0\end{aligned}$$

Na segunda integral, se $n = m$, temos o resultado imediato de que a integral é nula, pois o integrando se anula. Quando $n \neq m$, obtemos:

$$\begin{aligned}\int_{-\pi}^{\pi} \sin(n-m)t dt &= \left[\frac{-\cos(n-m)t}{n-m} \right]_{-\pi}^{\pi} \\ &= -\frac{1}{n-m} [\cos(n-m)\pi - \cos(n-m)(-\pi)] \\ &= -\frac{1}{n-m} [\cos(n-m)\pi - \cos(n-m)(\pi)] \\ \int_{-\pi}^{\pi} \sin(n-m)t dt &= 0\end{aligned}$$

e assim,

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin nt \cos mtdt = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \sin(n+m)t dt + \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \sin(n-m)t dt$$

$$\begin{aligned}\int_{-\pi}^{\pi} \sin nt \cos mtdt &= \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 0 \\ \int_{-\pi}^{\pi} \sin nt \cos mtdt &= 0, \quad \forall n, m\end{aligned}\tag{A.8}$$

Voltando à Equação (A.2), encontramos

$$\begin{aligned}\int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos mtdt &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n \pi \delta_{n,m} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot 0 \\ \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos mtdt &= \pi \overbrace{\sum_{n=1}^{\infty} a_n \delta_{n,m}}^{a_m}\end{aligned}$$

ou

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos mtdt = \pi a_m$$

ou ainda

$$a_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos mtdt, \quad m > 0$$

Para encontrar a_0 , basta integrar a série A.1 no intervalo $-\pi \leq t \leq \pi$, ou seja,

$$\begin{aligned}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)dt &= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{a_0}{2} dt + \int_{-\pi}^{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos nt + b_n \sin nt] dt \\ &= \frac{a_0}{2} \int_{-\pi}^{\pi} dt + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} a_n \cos ntdt + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} b_n \sin ntdt \\ &= \frac{a_0}{2} [x]_{-\pi}^{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left[\frac{\sin nt}{n} \right]_{-\pi}^{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \left[-\frac{\cos nt}{n} \right]_{-\pi}^{\pi} \\ &= \frac{a_0}{2} 2\pi + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot 0 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{n} [\cos n\pi - \cos n(-\pi)] \\ &= a_0\pi - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{n} \cdot 0 \\ \int_{-\pi}^{\pi} f(t)dt &= a_0\pi\end{aligned}$$

isto é,

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) dt$$

e portanto,

$$a_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos mtdt, \quad m \geq 0 \quad (\text{A.9})$$

Para encontrarmos os coeficientes b_n , fazemos o produto da Equação (A.1) com $\sin mt$, e o integramos no intervalo $-\pi \leq t \leq \pi$, ou seja,

$$\begin{aligned} f(t) \sin mt &= \frac{a_0}{2} \sin mt + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos nt + b_n \sin nt] \sin mt \\ \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin mtdt &= \frac{a_0}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \sin mtdt + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} a_n \cos nt \sin mtdt + \\ &\quad \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} b_n \sin nt \sin mtdt \\ \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin mtdt &= \frac{a_0}{2} \left[\frac{-\cos mt}{m} \right]_{-\pi}^{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_{-\pi}^{\pi} \cos nt \sin mtdt + \\ &\quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n \int_{-\pi}^{\pi} \sin nt \sin mtdt \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Na expressão acima, o termo que envolve a_0 é nulo, e da mesma forma, a primeira integral, como mostra a Equação (A.8). Para a segunda integral, utilizamos a Equação (A.4), o que faz com que ela fique sendo:

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} \sin nt \sin mtdt &= \int_{-\pi}^{\pi} \left[\frac{1}{2} \cos(n-m) - \frac{1}{2} \cos(n+m) \right] dt \\ \int_{-\pi}^{\pi} \sin nt \sin mtdt &= \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n-m) dt - \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n+m) dt \end{aligned}$$

A segunda integral acima vale, para qualquer n ,

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n+m) dt &= \left[\frac{\sin(n+m)}{n+m} \right]_{-\pi}^{\pi} \\ \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n+m) dt &= 0 \end{aligned}$$

A primeira integral, quando $n \neq m$, é:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(n-m)dt = \left[\frac{-\sin(n-m)}{n-m} \right]_{-\pi}^{\pi}$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(n-m)dt = 0$$

e quando $n = m$, temos:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(n-m)dt = \int_{-\pi}^{\pi} dt$$

$$= [x]_{-\pi}^{\pi}$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(n-m)dt = 2\pi$$

e assim, utilizando a função delta de Kronecker, obtemos:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin nt \sin mtdt = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n-m)dt - \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n+m)dt$$

$$= \frac{1}{2} 2\pi \delta_{n,m} - \frac{1}{2} \cdot 0$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin nt \sin mtdt = \pi \delta_{n,m} \quad (\text{A.11})$$

e a Equação (A.10) fica

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin mtdt = \sum_{n=1}^{\infty} \overbrace{b_n \pi \delta_{n,m}}^{\pi b_m}$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin mtdt = \pi b_m$$

ou

$$b_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin mtdt \quad m > 0 \quad (\text{A.12})$$

Exemplo de cálculo de série de Fourier

Vamos encontrar a série de Fourier da função $f(t) = t$. Neste caso, temos:

$$\begin{aligned}a_0 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) dt \\&= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} t dt \\&= \frac{1}{\pi} \left[\frac{x^2}{2} \right]_{-\pi}^{\pi} \\&= \frac{1}{2\pi} (\pi^2 - \pi^2) \\a_0 &= 0\end{aligned}$$

Os outros a_n são

$$\begin{aligned}a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos ntdt \\a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} t \cos ntdt\end{aligned}$$

Esta integral é resolvida por partes, através de

$$\begin{aligned}u = t &\implies du = dt \\dv = \cos ntdt &\implies v = \frac{\sin nt}{n}\end{aligned}$$

e temos

$$\begin{aligned}a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} t \cos ntdt \\&= \frac{1}{\pi} \left\{ \overbrace{\left[x \frac{\sin nt}{n} \right]_{-\pi}^{\pi}}^0 - \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin nt}{n} dt \right\} \\&= \frac{1}{\pi} \left[\frac{\cos nt}{n^2} \right]_{-\pi}^{\pi} \\&= \frac{1}{n^2\pi} [\cos nt - \cos(-n\pi)] \\a_n &= \frac{1}{n^2\pi} (\cos n\pi - \cos n\pi)\end{aligned}$$

ou

$$a_n = 0$$

e todos os a_n são nulos. Vamos calcular os b_n .

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin nt dt$$
$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} t \sin nt dt$$

Esta integral também é resolvida por partes, substituindo

$$u = t \quad \implies \quad du = dt$$
$$dv = \sin nt dt \quad \implies \quad v = -\frac{\sin nt}{n}$$

A integral fica:

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} t \sin nt dt$$
$$= \frac{1}{\pi} \left\{ - \left[t \frac{\cos nt}{n} \right]_{-\pi}^{\pi} + \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos nt}{n} dt \right\}$$
$$= \frac{1}{\pi} \left\{ - \frac{\pi \cos n\pi - (-\pi) \cos(-n\pi)}{n} + \overbrace{\left[\frac{\sin nt}{n^2} \right]_{-\pi}^{\pi}}^0 \right\}$$
$$= - \frac{1}{n\pi} (\pi \cos n\pi + \pi \cos n\pi)$$
$$= - \frac{2 \cos n\pi}{n}$$
$$b_n = (-1)^{n+1} \frac{2}{n}$$

e assim, $f(t) = t$ possui a seguinte série de Fourier:

$$t = 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sin nt}{n} \tag{A.13}$$

com o primeiro termo desta série dado por:

$$t = 2 \cdot \sin nt$$

ANEXO B - CÓDIGO DIAGRAMA DE BIFURCAÇÃO

Código implementado em *Fortran* devido a confiança e precisão obtidos com essa linguagem ainda durante o mestrado.

Código 1: *Diagrama de Bifurcação*

```

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C      Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE          C
C      Aluno de Doutorado : Wanderson Muniz Santana             C
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC


IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-P,R-Z),COMPLEX*16(q)
PARAMETER(N=5, mx=65536,mmx=100000)


EXTERNAL DERIVS
DIMENSION Y(N),YPRIME(N),YOUT(N),var_1(mmx),bx(mx)
COMPLEX*16 qx(mx)
common/cte/A,omega,vmu_1,vmu_2
INTEGER i, j,icont


OPEN(1, Status='unknown', FILE = 'arq_01.dat')
OPEN(2, Status='unknown', FILE = 'serie.dat')


c      Valores para os parametros de controle
pi=3.1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749
*      44592308


pi2 = 2.*pi
nx = mx
mx2 = nx/2


A = 1.8D0
vmu_2 = 1.0D0
omega = 0.65


T= 0.0
STEP=0.001
STEP = 2.0*pi*STEP/abs(omega)


CCCCCC ATRATOR a = 1.8, vmu_1 = 0.0, vmu_2 = 1.0
Y1 = 0.410176463E+00
Y2 = -0.612712501E+00
Y3 = 0.176549751E+01
Y4 = -0.601855060E+00
Y5 = 0.0


c      Condiçoes iniciais
y(1)=y1
y(2)=y2
y(3)=y3
y(4)=y4
y(5)=y5
```

```

do 400 vmu_1 = 0.33, 0.0, -0.00005
icont = 0
write(*,*) vmu_1

DO II = 1, nx
var_1(II) = 0.0
ENDDO

DO II = 1, 100
DO I = 1, 1000
t=t+step
call rk4(y, yprime, n, t, step, yout, derivs)
ENDDO
ENDDO

c    Loop principal
do 300 I = 1, 50
DO 200 II = 1, 1000
t=t+step
icont=icont+1
call rk4(y, yprime, n, t, step, yout, derivs)
200 CONTINUE

WRITE(1,161) vmu_1,Y(1),Y(2),Y(3),Y(4)
161 FORMAT(5E17.9)
300 CONTINUE

400 continue
CLOSE(1)
CLOSE(2)
END

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
subroutine derivs(N,t,y,yprime)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-P,R-Z)
dimension y(5),yprime(5)
common/cte/A,omega,vmu_1,vmu_2

C*****Equacoes*****C
yprime(1)= y(2)
yprime(2)= -vmu_1*(y(1)**2-1.0)*y(2)-(y(1)+y(3))+A*dsin(y(5))
yprime(3)= y(4)
yprime(4) = -vmu_2*(y(3)**2-1.0)*y(4)-(y(1)+y(3))+A*dsin(y(5))
yprime(5)= omega
return
end

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC

subroutine rk4(y,dydx,N,t,h,yout,DERIVS)
implicit none
external derivs
integer i, n, nmax
PARAMETER (NMAX=50)
double precision th, t, h,x,dydx(N),y(N),yout(N)
double precision h6,hh,xh,dym(NMAX),dyt(NMAX),yt(NMAX)

```

```

      hh=h*0.5
      h6=h/6.
      th=t+hh
      call derivs(N,t,y,dydx)
      do 11 i=1,N
         yt(i)=y(i)+hh*dydx(i)
11      continue
      call derivs(N,th,yt,dyt)
      do 12 i=1,N
         yt(i)=y(i)+hh*dyt(i)
12      continue
      call derivs(N,th,yt,dym)
      do 13 i=1,N
         yt(i)=y(i)+h*dym(i)
13      continue
      do 14 i=1,N
         dym(i)=dyt(i)+dym(i)
14      continue
      call derivs(N,t+h,yt,dyt)
      do 15 i=1,N
         yout(i)=y(i)+h6*(dydx(i)+dyt(i)+2.*dym(i))
         y(i)= yout(i)
15      continue
      return
      end

```

■

ANEXO C - CÓDIGO DAS EQUAÇÕES DE TURBULÊNCIA

Esta etapa do processo, apesar de sua extrema relevância para o conteúdo discutido ao longo do capítulo da turbulência ionosférica, teve pouco destaque no âmbito desta tese de doutorado por não se tratar de um curso de computação. No entanto, algumas informações adicionais a respeito desse código podem ser ditas de maneira sucinta aqui.

O código foi todo implementado em *C* devido às excelentes características que esta linguagem apresenta em termos de modularidade, reutilização e desenvolvimento. A hierarquia apresentada ao longo do código é bastante simples e encontra-se em paralelo com a apresentação das equações a serem simuladas.

Código 2: *METODO ESPECTRAL*

```
#include "headers.h"
// Definition of the subspace as described by Feudel & Seehafer (1995)
//  $K^2 := \{k \in Z^2 : k_1 > 0\} \cup \{k \in Z^2 : k_1 = 0 \ \& \ k_2 > 0\}$ 
int is_in_subspace(int k1, int k2)
{
    if((k1 > 0) || (k1 == 0 && k2 > 0))
        return 1;
    return 0;
}

// Definition of the truncation in the  $K^2$  space by Feudel & Seehafer (1995)
// The  $K^2$  subspace is segmented into successive rings defined by
//  $n^2 - n < k^2 \leq n^2 + n$ 
int is_in_truncation(int k1, int k2)
{
    if(k1*k1 + k2*k2 <= TRUNCATION*TRUNCATION + TRUNCATION)
        return 1;
    return 0;
}

// Bracket function as defined by Feudel & Seehafer (1995)
// q1 & q2 are pointers because we need to overwrite its values
void bracket(int *q1, int *q2, int k1, int k2)
{
    if(is_in_subspace(k1, k2))
    {
        *q1 = k1;
        *q2 = k2;
    }
    else
    {
        *q1 = -k1;
        *q2 = -k2;
    }
}
```

```

// sgn function as defined by Feudel & Seehafer (1995)
double sgn(k1, k2)
{
    int k1_temp, k2_temp;
    double sign;
    int module;

    bracket(&k1_temp, &k2_temp, k1, k2);
    module = k1*k1 + k2*k2;
    sign = (k1*k1_temp + k2*k2_temp)/module;

    return sign;
}

// The infamous derivs routine
// It evaluates the equations (16) & (17)
// from Feudel & Seehafer (1995) in three parts:
// First, it calculates the first term at the RHS
// Second, evaluates the sum over all the K^2 space
//   (second term at the RHS)
// Then, adds the forcing term to the first and second terms.

////////// MOMENTUM EQUATION //////////

void derivs_1(double t, double v[MAX_KX][MAX_KY][2],
    double vdot[MAX_KX][MAX_KY][2], double e[MAX_KX][MAX_KY][2],
    double f[MAX_KX][MAX_KY][2], double ned[MAX_KX][MAX_KY][2],
    int init_x, int end_x,
    int init_y, int end_y,
    int flag_poincare, double K_param)
{
    int i, j, m, n, r, s, u, w;
    int k1, k2, p1, p2, q1, q2, t1, t2;

    double term1_re, term1_im;
    double sum_re, sum_im, temp1_Re, temp1_Im, temp2_Re, temp2_Im;
    double Const_01;

    double scalar1, scalar2, scalar3;

    double K;

    // Henon method for compute the Poincare surface of section
    // See Henon, M. Physica D, 5 (2-3), pp. 412-414
    K = 1./K_param;
    Const_01 = 1.0e-13;

    vdot[MAX_KX-1][MAX_KY-1][0] = K;

    for(i = init_x; i < end_x; i++)
    {
        for(j = init_y; j < end_y; j++)
        {

```

```

// Obtain the k vector from the position in the matrix
k1 = i;
k2 = j - MAX_KY/2;
sum_re = 0.;
sum_im = 0.;
if(is_in_subspace(k1, k2) && is_in_truncation(k1, k2))
{
    // First term of eq. (16) and (17)
    term1_re = 1./Re * (k1*k1 + k2*k2) * v[i][j][0] +
        Const_01*(ned[i][j][0]*v[i][j][0] - ned[i][j][1]*v[i][j][1]);
    term1_im = 1./Re * (k1*k1 + k2*k2) * v[i][j][1] +
        Const_01*(ned[i][j][0]*v[i][j][1] + ned[i][j][1]*v[i][j][0]);

    // The sumation over all K^2 space
    for(m = 0; m < MAX_KX; m++)
    {
        for(n = 0; n < MAX_KY; n++)
        {
            // Obtain the p vector from the position in the matrix
            p1 = m;
            p2 = n - MAX_KY/2;

            // Obtain the q = k - p vector
            bracket(&q1, &q2, k1 - p1, k2 - p2);

            // Obtain the t = k + p vector
            bracket(&t1, &t2, k1 + p1, k2 + p2);

            // Test if the p vector is in the K^2 subspace,
            // if it's in the truncation,
            // and if the q and t vectors are in the truncation
            if(is_in_subspace(p1, p2) && is_in_truncation(p1, p2)
&& (p1 != k1 || p2 != k2) )
            {

                // Evaluate (e_p * k)
                scalar1 = e[m][n][0]*k1 + e[m][n][1]*k2;

                // Get the matrix indexes for the q = k - p vector
                r = q1;
                s = q2 + MAX_KY/2;

                if(is_in_truncation(q1, q2))
            {
                // Evaluate (e_{k-p} * e_k)
                scalar2 = e[r][s][0]*e[i][j][0] + e[r][s][1]*e[i][j][1];
                temp1_Re = sgn(k1-p1, k2-p2)*v[m][n][0]*v[r][s][1] + v[m][n][1]*v[r][s][0];
                temp1_Im = v[m][n][0]*v[r][s][0] - sgn(k1-p1, k2-p2)*v[m][n][1]*v[r][s][1];
            }
            else
            {
                scalar2 = 0.;
                temp1_Re = 0.;
                temp1_Im = 0.;
            }

```

```

        // Matrix indexes for the t = k + p vector
        u = t1;
        w = t2 + MAX_KY/2;

        if(is_in_truncation(t1, t2))
        {

            // Evaluate (e_(k+p) * e_k)
            scalar3 = e[u][w][0]*e[i][j][0] + e[u][w][1]*e[i][j][1];
            temp2_Re = v[m][n][0]*v[u][w][1] - v[m][n][1]*v[u][w][0];
            temp2_Im = v[m][n][0]*v[u][w][0] + v[m][n][1]*v[u][w][1];
        }

        else
        {
            scalar3 = 0.;
            temp2_Re = 0.;
            temp2_Im = 0.;
        }

        // Evaluate the sum
        sum_re = sum_re + scalar1*(
            scalar2*temp1_Re
            + scalar3*temp2_Re
        );

        sum_im = sum_im + scalar1*(
            scalar2*temp1_Im
            + scalar3*temp2_Im
        );

    }
}

// Finally, evaluate dv_k/dt
vdot[i][j][0] = K*(-term1_re + sum_re + f[i][j][0]);
vdot[i][j][1] = K*(-term1_im - sum_im + f[i][j][1]);

} // Subspace for the k vector
}
}

////////// CONTINUITY EQUATION //////////

void derivs_2(double t, double ned[MAX_KX][MAX_KY][2],
double ndot[MAX_KX][MAX_KY][2], double e[MAX_KX][MAX_KY][2],
double v[MAX_KX][MAX_KY][2],
int init_x, int end_x,
int init_y, int end_y,
int flag_poincare, double K_param)
{

```

```

// Continuity Variables

int i, j, m, n, r, s, u, w;
int k1, k2, p1, p2, q1, q2, t1, t2;
double temp1_re, temp1_im, temp2_re, temp2_im;
double sum_cont_re, sum_cont_im, scalar_2;

for(i = init_x; i < end_x; i++)
{
    for(j = init_y; j < end_y; j++)
    {
        // Obtain the k vector from the position in the matrix

        k1 = i;
        k2 = j - MAX_KY/2;

        sum_cont_re = 0.;
        sum_cont_im = 0.;

        if(is_in_subspace(k1, k2) && is_in_truncation(k1, k2))
        {
            // Sumation over all K^2 space
            for(m = 0; m < MAX_KX; m++)
            {
                for(n = 0; n < MAX_KY; n++)
                {
                    // Obtain the p vector from the position in the matrix
                    p1 = m;
                    p2 = n - MAX_KY/2;

                    // Obtain the q = k - p
                    bracket(&q1, &q2, k1 - p1, k2 - p2);

                    // Obtain the t = k + p vector
                    bracket(&t1, &t2, k1 + p1, k2 + p2);

                    // Test if the p vector is in the K^2 subspace,
                    // if it's in the truncation and if the q and t vectors
                    // are in the truncation.
                    if(is_in_subspace(p1, p2) && is_in_truncation(p1, p2)
                        && (p1 != k1 || p2 != k2) )
                    {

                        // Evaluate (e_p * k)
                        scalar_2 = e[m][n][0]*k1 + e[m][n][1]*k2;

                        // Get the matrix indexes for the q = k - p vector
                        r = q1;
                        s = q2 + MAX_KY/2;

                        if(is_in_truncation(q1, q2))
                        {
                            temp1_re = sgn(k1-p1, k2-p2)*v[m][n][0]*ned[r][s][1] + v[m][n][1]*ned[r][s][0];
                            temp1_im = v[m][n][0]*ned[r][s][0] - sgn(k1-p1, k2-p2)*v[m][n][1]*ned[r][s][1];
                        }
                    }
                }
            }
        }
    }
}

```

```

else
{
    temp1_re = 0.;
    temp1_im = 0.;
}

// Matrix indexes for the t = k + p vector
u = t1;
w = t2 + MAX_KY/2;

if(is_in_truncation(t1, t2))
{
    temp2_re = v[m][n][0]*ned[u][w][1] - v[m][n][1]*ned[u][w][0];
    temp2_im = v[m][n][0]*ned[u][w][0] + v[m][n][1]*ned[u][w][1];
}
else
{
    temp2_re = 0.;
    temp2_im = 0.;
}

// Evaluate the sum
sum_cont_re = sum_cont_re + scalar_2*(
temp1_re + temp2_re );

sum_cont_im = sum_cont_im + scalar_2*(
temp1_im + temp2_im );
}
}
}

// Evaluate dn_k/dt
ndot[i][j][0] = sum_cont_re;
ndot[i][j][1] = - sum_cont_im;
}

}
}
}

```

■