



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m19/2013/02.18.00.50-TDI

MANOBRAS ORBITAIS COMBINANDO USO DE FORÇA GRAVITACIONAL E IMPULSO APLICADO FORA DO PERIAPSIDE

Alessandra Ferraz da Silva

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antônio Fernando Bertachini Almeida Prado, e Othon Cabo Winter, aprovada em 28 de fevereiro de 2013.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3DJ9MB5>>

INPE
São José dos Campos
2013

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE (RE/DIR-204):**Presidente:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Membros:

Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr^a Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Dr. Germano de Souza Kienbaum - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

Dr. Manoel Alonso Gan - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Maria Tereza Smith de Brito - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Luciana Manacero - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m19/2013/02.18.00.50-TDI

MANOBRAS ORBITAIS COMBINANDO USO DE FORÇA GRAVITACIONAL E IMPULSO APLICADO FORA DO PERIAPSIDE

Alessandra Ferraz da Silva

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antônio Fernando Bertachini Almeida Prado, e Othon Cabo Winter, aprovada em 28 de fevereiro de 2013.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3DJ9MB5>>

INPE
São José dos Campos
2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Silva, Alessandra Ferraz da.
Si38m Manobras orbitais combinando uso de força gravitacional e impulso aplicado fora do periapside / Alessandra Ferraz da Silva. – São José dos Campos : INPE, 2013.
xxiv + 220 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m19/2013/02.18.00.50-TDI)

Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2013.

Orientadores : Drs. Antônio Fernando Bertachini Almeida Prado, e Othon Cabo Winter.

1. swing-by 2. manobras 3. trajetórias 4. satélite. I.Título.

CDU 626.7.017.3

Copyright © 2013 do MCT/INPE. Nenhuma parte desta publicação pode ser reproduzida, armazenada em um sistema de recuperação, ou transmitida sob qualquer forma ou por qualquer meio, eletrônico, mecânico, fotográfico, reprográfico, de microfilmagem ou outros, sem a permissão escrita do INPE, com exceção de qualquer material fornecido especificamente com o propósito de ser entrado e executado num sistema computacional, para o uso exclusivo do leitor da obra.

Copyright © 2013 by MCT/INPE. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, microfilming, or otherwise, without written permission from INPE, with the exception of any material supplied specifically for the purpose of being entered and executed on a computer system, for exclusive use of the reader of the work.

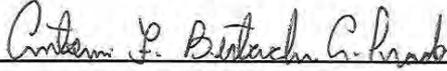
Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de **Mestre** em
**Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica
Espacial e Controle**

Dr. Evandro Marconi Rocco



Presidente / INPE / SJCampos - SP

Dr. Antonio Fernando Bertachini de
Almeida Prado



Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dr. Othon Cabo Winter



Orientador(a) / UNESP/GUARA / Guaratinguetá - SP

Dra. Rosana Aparecida Nogueira de
Araújo



Convidado(a) / UNESP/GUARÁ / São Paulo - SP

Dra. Cláudia Celeste Celestino de Paula
Santos



Convidado(a) / UFABC / Santo André - SP

Este trabalho foi aprovado por:

maioria simples

unanimidade

Aluno (a): **Alessandra Ferraz da Silva**

São José dos Campos, 28 de Fevereiro de 2013

"Às vezes ouço passar o vento; e só de ouvir o vento passar, vale a pena ter nascido."

Fernando Pessoa

A minha família, a meu noivo e aos meus amigos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pois sem ele não somos nada. Agradeço a meus pais, pelo apoio que sempre deram nas minhas escolhas. Agradeço a meus irmãos por estarem sempre comigo. Agradeço a meu noivo pelo apoio e paciência sempre. Agradeço aos meus orientadores Antônio F. Bertachini A. Prado e Othon Cabo Winter pelo imenso apoio e dedicação neste trabalho e por tudo que me ensinaram. Agradeço aos meus professores pelo conhecimento transmitido e aos colegas pela parceria e amizade.

RESUMO

Existem vários estudos na literatura sobre Manobras de Swing-By (também conhecidas como Manobras de Flyby). Este tipo de manobra é importante, pois gera uma economia de combustível que torna viável um grande número de missões que seriam impossíveis de serem realizadas sem esse conceito. Essa manobra pode ser estudada de forma independente ou combinada com a aplicação de forças propulsivas. Neste trabalho foi desenvolvido um algoritmo para o cálculo da variação da energia de uma manobra combinada onde a aplicação do impulso ocorre antes ou depois do periapside da órbita do veículo espacial, na vizinhança da esfera de influência do corpo secundário. A partir deste algoritmo inferiu-se que o ponto ótimo para aplicar o impulso é, em geral, fora do periapside e na direção não tangencial a órbita. Esse tipo de manobra poderá ser utilizado na missão ASTER, que prevê o envio de uma sonda até um asteroide, e que esta em estudo por diversas instituições brasileiras, incluindo o INPE e a FEG-UNESP.

SWING-BY MANEUVERS COMBINING GRAVITACIONAL FORCE AND AN IMPULSE APPLIED OUT OF THE PERIAPSIS

ABSTRACT

There are several papers in the literature about the Swing-By Maneuvers (also known as Flyby Maneuvers). This type of the maneuver is important, because it produces a fuel economy that makes viable a large number of the missions that would be impossible to be performed without this concept. This maneuver can be studied independent or combined with the application of propulsive force. In this work it was developed an algorithm for calculating the variation of energy of a combined maneuver where the impulse is applied before or after of the passage of the spacecraft by the periapsis and inside or outside the sphere of influence of secondary body. From this algorithm it is concluded that, in general, the optimal point to apply the impulse is out of the periapsis and in a direction that is not tangential to the orbit. This type of maneuver can be used in the ASTER mission, that will send a spacecraft to an asteroid, and that is under study by several Brazilian institutions, including the INPE and FEG-UNESP.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
Figura 3.1 – Sistema de coordenadas para o problema restrito planar de três corpos.	15
Figura 3.2 – Sistema de coordenadas das novas variáveis $q_1 - q_2$	16
Figura 4.1 - Desenho da trajetória do satélite MESSENGER.....	22
Figura 4.2 - Geometria do Swing-By propulsado plano.....	25
Figura 4.3 - Vetores velocidade no eixo X e Y.	29
Figura 4.4 - Variação na velocidade, para $\psi = 90^\circ$	31
Figura 4.5 - Variação na energia, para $\psi = 90^\circ$	31
Figura 4.6 - Variação no momento angular, para $\psi = 90^\circ$	32
Figura 4.7 - Variação na velocidade, para $\psi = 270^\circ$	33
Figura 4.8 – Variação na energia, para $\psi = 270^\circ$	33
Figura 4.9 – Variação no momento angular, para $\psi = 270^\circ$	34
Figura 4.10 - Análise da eficiência do Swing-By, com $V_{inf-} = 1.0 \text{ km/s}$ e $0^\circ < \Psi < 180^\circ$	36
Figura 4.11 - Análise da eficiência do Swing-By, com $V_{inf-} = 2.0 \text{ km/s}$ e $0^\circ < \Psi < 180^\circ$	37
Figura 4.12 - Análise da eficiência do Swing-By, com $V_{inf-} = 1.0 \text{ km/s}$ e $180^\circ < \Psi < 360^\circ$	37
Figura 4.13 - Análise da eficiência do Swing-By, com $V_{inf-} = 2.0 \text{ km/s}$ e $180^\circ < \Psi < 360^\circ$	38
Figura 5.1 - Geometria do Swing-By com aplicação do impulso fora do periapside.....	40
Figura 6.1 - Trajetória do satélite em torno de M_2 , com $\theta=0^\circ$, $\psi=0^\circ$, $\alpha=-175.0^\circ$, (a) $\delta V=0.5 \text{ km/s}$ e (b) $\delta V=1.5 \text{ km/s}$	49
Figura 6.2 - Trajetória do satélite em torno de M_2 , com $\theta=0^\circ$, $\psi=0^\circ$, $\alpha=-175.0^\circ$, (a) $\delta V=2.0 \text{ km/s}$ e (b) $\delta V=3.0 \text{ km/s}$	49

Figura 6.3 - Trajetória do satélite em torno de M_2 , com $\theta=0^\circ$, $\psi=0^\circ$, $\alpha=-175.0^\circ$, (a) $\delta V=3.5$ km/s e (b) $\delta V=4.0$ km/s.....	50
Figura 6.4 – Trajetória do satélite em torno da Lua, caso que resulta na variação mínima de energia.	55
Figura 6.5: Gráficos de α Vs ΔE , com $\psi=90^\circ$, (a) $\delta V=0.5$ km/s e (b) $\delta V=1.5$ km/s.....	56
Figura 6.6: Gráficos de α Vs ΔE , com $\psi=90^\circ$ e $\delta V=2.0$ km/s.	56
Figura 6.7 - Gráficos de α VS ΔE , com $\psi=135^\circ$ e (a) $\delta V=0.5$ km/s e (b) $\delta V=1.5$ km/s.....	57
Figura 6.8 - Gráficos de α VS ΔE , com $\psi=135^\circ$ e $\delta V=2.0$ km/s.....	58
Figura 6.9 – Trajetória do satélite em torno da Lua, com $\psi=135^\circ$	59
Figura 6.10 - Gráficos de α VS ΔE , com $\psi=225^\circ$, (a) $\delta V=0.5$ km/s, (b) $\delta V=1.0$ km/s, (c) $\delta V=1.5$ km/s e (d) $\delta V=2.0$ km/s.	60
Figura 6.11 – Trajetória do satélite em torno da Lua, com $\psi=225^\circ$	61
Figura 6.12 - Gráficos de α VS ΔE , com $\psi=270^\circ$, (a) $\delta V=0.5$ km/s e $\delta V=1.0$ km/s.....	61
Figura 6.13 - Gráficos de α VS ΔE , com $\psi=270^\circ$, (a) $\delta V=1.5$ km/s e $\delta V=2.0$ km/s.....	62
Figura 6.14 – Trajetória do satélite em torno da Lua, com $\psi=270^\circ$	63
Figura 6.15 - Gráficos de α VS ΔE , com $\psi=315^\circ$, (a) $\delta V=0.5$ km/s e $\delta V=1.0$ km/s.....	63
Figura 6.16 - Gráficos de α VS ΔE , com $\psi=315^\circ$, (a) $\delta V=1.5$ km/s e (b) $\delta V=2.0$ km/s.....	64
Figura 6.17 - Gráficos de α VS ΔE , com $\psi=90^\circ$	71
Figura 6.18 - Gráficos de α Vs ΔE , com $\psi=135^\circ$, (a) $\delta V=1.0$ km/s e (b) $\delta V=1.5$ km/s.....	72
Figura 6.19 - Gráficos de α Vs ΔE , com $\psi=135^\circ$ e $\delta V=2.0$ km/s.	73
Figura 6.20 - Gráficos de α Vs ΔE , com $\psi=225^\circ$	74
Figura 6.21 - Gráficos de α Vs ΔE , com $\psi=270^\circ$	75
Figura 6.22 - Gráficos de α Vs ΔE , com $\psi=315^\circ$	76
Figura 6.23 - Gráficos de α Vs ΔE , com $\psi=315^\circ$	77

Figura 7.1 - Gráficos de θ VS ΔE , com $\psi=45^\circ$, (a) $\delta V=0.05$ km/s e (b) $\delta V=1.0$ km/s.....	83
Figura 7.2 - Gráfico de θ VS ΔE , com $\psi=45^\circ$ e $\delta V=2.0$ km/s.	84
Figura 7.3 - θ Vs ΔE , com $\psi=90^\circ$ e $\delta V=0.05$ km/s e $\delta V=1.0$ km/s.....	84
Figura 7.4 - Apresenta θ Vs ΔE , com $\psi=135^\circ$ e $\delta V=0.05$ km/s, $\delta V=1.0$ km/s e $\delta V=2.0$ km/s.	85
Figura 7.5 - Apresenta θ Vs ΔE , com $\psi=225^\circ$ e $\delta V=0.05$ km/s, $\delta V=1.0$ km/s e $\delta V=2.0$ km/s.	86
Figura 7.6 - θ Vs ΔE , com $\psi=270^\circ$ e $\delta V=0.05$ km/s, $\delta V=1.0$ km/s e $\delta V=2.0$ km/s.	88
Figura 7.7 - θ VS ΔE , com $\psi=315^\circ$ e $\delta V=0.05$ km/s, $\delta V=1.0$ km/s e $\delta V=2.0$ km/s.....	89
Figura 7.8 - θ Vs ΔE , com $\psi=45^\circ$ e $\delta V=0.05$ km/s, $\delta V=1.0$ km/s e $\delta V=2.0$ km/s.	94
Figura 7.9 - Trajetória para os casos $\alpha=0^\circ$, $\delta V=1.0$ km/s e $\Psi=45^\circ$	95
Figura 7.10 - θ VS ΔE , com $\psi=135^\circ$ e $\delta V=0.05$ km/s e $\delta V=1.0$ km/s.....	96
Figura 7.11 - θ VS ΔE , com $\psi=135^\circ$ e $\delta V=0.05$ km/s, $\delta V=1.0$ km/s e $\delta V=2.0$ km/s.....	97
Figura 7.12 - θ VS ΔE , com $\psi=225^\circ$ e $\delta V=0.05$ km/s, $\delta V=1.0$ km/s e $\delta V=2.0$ km/s.....	98
Figura 7.13 - θ VS ΔE , com $\psi=270^\circ$, (a) $\delta V=0.05$ km/s e (b) $\delta V=1.0$ km/s.	99
Figura 7.14 - θ VS ΔE , com $\psi=270^\circ$ e $\delta V=2.0$ km/s.....	100
Figura 7.15 - θ VS ΔE , com $\psi=315^\circ$, (a) $\delta V=0.05$ km/s e (b) $\delta V=1.0$ km/s. ..	100
Figura 7.16 - θ VS ΔE , com $\psi=315^\circ$ e $\delta V=2.0$ km/s.	101
Figura 8.1 - ΔE , com $r_p=1.1$ raios da Lua, $\psi=90^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.	114
Figura 8.2 - ΔE , com $r_p=1.1$ raios da Lua, (a) $\psi=135^\circ$, (b) $\psi=225^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.....	115
Figura 8.3 - ΔE , com $r_p=1.1$ raios da Lua, (a) $\psi=270^\circ$, (b) $\psi=315^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.....	116
Figura 8.4 - ΔE , com $r_p=1.1$ raios da Lua, $\psi= 0^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.	117

Figura 8.5 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios da Lua, (a) $\psi=45^\circ$, (b) $\psi=90^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.	118
Figura 8.6 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios da Lua, (a) $\psi=135^\circ$, (b) $\psi=180^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.....	119
Figura 8.7 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios da Lua, (a) $\psi=225^\circ$, (b) $\psi=270^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.....	120
Figura 8.8 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios da Lua, $\psi=315^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.....	121
Figura 8.9 – ΔE , com $r_p=2.0$ raios da Lua, $\psi=90^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.	131
Figura 8.10 – ΔE , com $r_p=2.0$ raios da Lua, (a) $\psi=135^\circ$, (b) $\psi=225$ e $\delta V=0.5$ km/s.....	132
Figura 8.11 – ΔE , com $r_p=2.0$ raios da Lua, (a) $\psi=270^\circ$, (b) $\psi=315^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.....	133
Figura 8.12 – ΔE , com $r_p=2.0$ raios da Lua, (a) $\psi=0^\circ$, (b) $\psi=45^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.	135
Figura 8.13 – ΔE , com $r_p=2.0$ raios da Lua, (a) $\psi=90^\circ$, (b) $\psi=135^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.....	136
Figura 8.14 – ΔE , com $r_p=2.0$ raios da Lua, (a) $\psi=180^\circ$, (b) $\psi=225^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.....	137
Figura 8.15– ΔE , com $r_p=2.0$ raios da Lua, (a) $\psi=270^\circ$, (b) $\psi=315^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.....	138
Figura 8.16 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios da Lua, (a) $\psi=90^\circ$, (b) $\psi=135^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.....	149
Figura 8.17 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios da Lua, (a) $\psi=90^\circ$, (b) $\psi=135^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.....	150
Figura 8.18 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios da Lua, $\psi=315^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.....	151
Figura 8.19 - ΔE , com $r_p=5.0$ raios da Lua, $\psi=0^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.	151
Figura 8.20 - ΔE , com $r_p=5.0$ raios da Lua, $\psi=45^\circ$, $\psi=90^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.	152
Figura 8.21- ΔE , com $r_p=5.0$ raios da Lua, $\psi=135^\circ$, $\psi=180^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s. .	153
Figura 8.22 - ΔE , com $r_p=5.0$ raios da Lua, $\psi=225^\circ$, $\psi=270^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.	154
Figura 8.23 - ΔE , com $r_p=5.0$ raios da Lua, $\psi=315^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.	155

Figura 8.24 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios de Júpiter, (a) $\psi=90^\circ$, (b) $\psi=135^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.....	166
Figura 8.25 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios de Júpiter, (a) $\psi=225^\circ$, (b) $\psi=270^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.....	167
Figura 8.26 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios de Júpiter, $\psi=315^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.....	168
Figura 8.27 – Geometria do sistema referente a Figura 8.25(a) da variação da energia. A figura (a) refere-se a variação máxima de energia e a figura (b) refere-se a variação mínima de energia.....	169
Figura 8.28 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios de Júpiter, (a) $\psi=0^\circ$, (b) $\psi=45^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.....	170
Figura 8.29 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios de Júpiter, (a) $\psi=90^\circ$, (b) $\psi=135^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.....	171
Figura 8.30 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios de Júpiter, (a) $\psi=180^\circ$, (b) $\psi=225^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.....	172
Figura 8.31 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios de Júpiter, (a) $\psi=270^\circ$, (b) $\psi=315^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.....	173
Figura 8.32 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi=90^\circ$, (b) $\psi=135^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.....	184
Figura 8.33 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi=225^\circ$, (b) $\psi=270^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.....	185
Figura 8.34 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios de Júpiter, $\psi=315^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.....	186
Figura 8.35 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios de Júpiter, $\psi=0^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.....	187
Figura 8.36 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi=45^\circ$, (b) $\psi=90^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.....	188
Figura 8.37 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi=135^\circ$, (b) $\psi=180^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.....	189
Figura 8.38 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi=225^\circ$, (b) $\psi=270^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.....	190
Figura 8.39 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios de Júpiter, $\psi=315^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.....	191
Figura 8.40 – ΔE , com $r_p=10.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi=90^\circ$, (b) $\psi=135^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.....	201

Figura 8.41 – ΔE , com $r_p=10.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi=225^\circ$, (b) $\psi=270^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.	202
Figura 8.42 – ΔE , com $r_p=10.0$ raios de Júpiter, $\psi=315^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.....	203
Figura 8.43 – ΔE , com $r_p=10.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi=0^\circ$, (b) $\psi=45^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.....	204
Figura 8.44 – ΔE , com $r_p=10.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi=90^\circ$, (b) $\psi=135^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.....	205
Figura 8.45 – ΔE , com $r_p=10.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi=180^\circ$, (b) $\psi=225^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.	206
Figura 8.46 – ΔE , com $r_p=10.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi=270^\circ$, (b) $\psi=315^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.	207

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
Tabela 5.1 – Informações sobre os sistemas estudados.	42
Tabela 6.1 - Variação máxima da energia e seus respectivos dados, para $r_p=1.1$ raios da Lua, com θ igual a 0°	45
Tabela 6.2 - Variação mínima da energia e seus respectivos dados, para $r_p=1.1$ raios da Lua, com θ igual a 0°	51
Tabela 6.3 - Variação máxima da energia e seus respectivos dados, para $r_p=1.1$ raios de Júpiter, com θ igual a 0°	65
Tabela 6.4 - Variação mínima da energia e seus respectivos dados, para $r_p=1.1$ raios de Júpiter, com θ igual a 0°	68
Tabela 7.1 - Variação máxima da energia e seus respectivos dados, para $r_p=1.1$ raios da Lua, com α sempre igual a 0°	79
Tabela 7.2 - Variação mínima da energia e seus respectivos dados, para $r_p=1.1$ raios da Lua, com α sempre igual a 0°	81
Tabela 7.3 - Variação máxima da energia e seus respectivos dados, para $r_p=1.1$ raios de Júpiter, com α sempre igual a 0°	90
Tabela 7.4 - Variação mínima da energia e seus respectivos dados, para $r_p=1.1$ raios de Júpiter, com α sempre igual a 0°	91
Tabela 8.1 – Variação máxima de energia, com $r_p=1.1$ raios da Lua.	105
Tabela 8.2 – Variação mínima de energia, com $r_p=1.1$ raios da Lua.	110
Tabela 8.3 – Variação máxima de energia, com $r_p=2.0$ raios da Lua.	122
Tabela 8.4 – Variação mínima de energia, com $r_p=2.0$ raios da Lua.	127
Tabela 8.5 – Variação máxima de energia, com $r_p=5.0$ raios da Lua.	140
Tabela 8.6 – Variação mínima de energia, com $r_p=5.0$ raios da Lua.	145
Tabela 8.7 – Variação máxima de energia, com $r_p=1.1$ raios de Júpiter.	157
Tabela 8.8 – Variação mínima de energia, com $r_p=1.1$ raios de Júpiter.	162
Tabela 8.9 – Variação máxima de energia, com $r_p=5.0$ raios de Júpiter.	175
Tabela 8.10 - Variação mínima de energia, com $r_p=5.0$ raios de Júpiter.	180

Tabela 8.11 – Variação máxima de energia, com $r_p = 10.0$ raios de Júpiter. ... 192

Tabela 8.12 – Variação mínima de energia, com $r_p = 10.0$ raios de Júpiter. ... 197

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
3 DINÂMICA DO SISTEMA	13
3.1. Problema Restrito de Três Corpos.....	13
3.2. Método de Regularização de Lamaitre	15
3.3. Esfera de Influência	18
4 MANOBRAS ORBITAIS	21
4.1. Manobra de Swing-By Padrão	21
4.2. Manobra de Swing-By Propulsado.....	23
4.2.1. Manobra de Swing-By Propulsado no periapside	24
4.2.2. Manobras de Swing-By propulsado fora da região de influência de M_2	34
5 MÉTODO PROPOSTO: MANOBRAS DE SWING-BY COM APLICAÇÃO DE IMPULSO FORA DO PERIAPSIDE E NA VIZINHANÇA DA REGIÃO DE INFLUÊNCIA DE M_2	39
5.1. Resultados.....	42
6 RESULTADOS PARA OS CASOS COM VARIAÇÃO DO ÂNGULO QUE DEFINE A DIREÇÃO DO IMPULSO (α) E ANOMALIA VERDADEIRA IGUAL A ZERO ($\theta=0^\circ$)	45
6.1. Sistema Terra-Lua-Veículo Espacial.....	45
6.2. Sistema Sol-Júpiter-Veículo Espacial	65
7 RESULTADOS PARA OS CASOS COM VARIAÇÃO DA ANOMALIA VERDADEIRA (θ) E O ÂNGULO QUE DEFINE A DIREÇÃO DO IMPULSO IGUAL À ZERO ($\alpha=0^\circ$)	79
7.1. Sistema Terra-Lua-Veículo Espacial.....	79
7.2. Sistema Sol-Júpiter-Veículo Espacial	89
8 RESULTADOS PARA OS CASOS COM VARIAÇÃO DA ANOMALIA VERDADEIRA (θ) E A VARIAÇÃO DE α, ÂNGULO QUE DEFINE A DIREÇÃO DO IMPULSO.	103
8.1. Sistema Terra-Lua-Veículo Espacial.....	104
8.2. Sistema Sol-Júpiter-Veículo Espacial	156
9 CONCLUSÕES	211
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	213

1 INTRODUÇÃO

A manobra de Swing-By (também chamada de manobra de Flyby) consiste em uma passagem de um veículo espacial próximo a um corpo celeste com o objetivo de alterar a sua órbita. Essa alteração é feita com o uso da gravidade do corpo celeste próximo, e inclui modificação da velocidade, energia e momento angular do veículo espacial. O objetivo maior desta manobra é a economia de combustível em missões espaciais, já que o Swing-By é equivalente à aplicação de um impulso com gasto de combustível zero.

A manobra de Swing-By propulsado é a combinação do Swing-By padrão com um impulso aplicado no veículo espacial durante o encontro próximo. O propulsor usado para a aplicação do impulso depende da missão.

A literatura mostra, no trabalho de Prado (1996a), como funciona a manobra de Swing-By propulsado com a condição de que o impulso seja aplicado no veículo espacial exatamente no instante de sua passagem pelo periapside da órbita (ponto mais próximo entre o veículo espacial e o corpo secundário) e em um ponto após a saída do veículo espacial da esfera de influência do corpo celeste. Isso é feito para estudar a eficiência dessa manobra combinada, ou seja, deseja-se saber em que circunstância é mais interessante aplicar o impulso, durante a passagem próxima ou após essa passagem.

Esse trabalho foi feito usando inicialmente o modelo de dois corpos. As equações foram obtidas supondo que a manobra pode ser modelada pelo modelo “patched conics” (uma série de órbitas keplerianas). Foi assumido também que o impulso muda a velocidade do satélite instantaneamente e o movimento é plano em toda parte. Posteriormente as manobras foram reproduzidas usando o problema restrito de três corpos, para verificação das consequências da hipótese de sucessão de cônicas.

Neste trabalho foi desenvolvido um algoritmo para o cálculo da variação da energia e do momento angular de uma manobra combinada onde a aplicação

do impulso ocorre antes ou depois do periapside da trajetória de passagem próxima, mas na vizinhança da esfera de influência do corpo secundário. Segundo Araújo (2007), esfera de influência é uma região definida por um raio que é uma espécie de fronteira a partir da qual uma partícula com uma dada velocidade relativa está sendo significativamente influenciada pelo corpo secundário.

Nesse sentido, essa manobra será uma generalização da manobra estudada em Prado (1996a). Pretende-se também generalizar o estudo de Prado (1996a) para incluir outros sistemas de primários além do sistema Terra-Lua.

Foram feitas simulações para diferentes casos e delas obtidas os resultados que serão apresentados nos capítulos seguintes. Esse trabalho é necessário para efetuar testes com outros sistemas de primários e também para facilitar as comparações entre os modelos.

Um projeto em que se planeja usar manobras de Swing-By é o projeto ASTER (Sukhanov et. al., 2010). Este é um interessante e importante projeto que está sendo estudado dentro do INPE e de diversas outras instituições de pesquisa e universitárias do Brasil.

Trata-se de uma missão espacial que pretende enviar uma sonda a um asteroide, com objetivo de realizar estudos científicos de grande importância.

Apesar de estar ainda em fase de estudos, o asteroide 2001 SN263 foi escolhido para essa missão por diversas razões, entre elas o fato de ser um corpo triplo, um NEA – Near-Earth Asteroids, asteroide que se aproxima periodicamente da órbita da Terra, com os corpos Alfa, Beta e Gama em órbita de um centro de massa comum.

Para chegar até esse asteroide, varias trajetórias tem sido estudada. Em particular, a estratégia de uma passagem próxima pela Lua para ganhar energia é bastante promissora. Até o presente momento esse estudo foi

efetuado de forma simplificada, por Sukhanov et. al. (2010), com o modelo de dois corpos e sem a aplicação de impulsos durante essa passagem. Depois disso foram calculadas órbitas em torno desses corpos por Araújo et. al. (2012), já com modelos bem mais elaborados.

O presente trabalho tem como objetivo o estudo de uma passagem próxima da Lua, por um veículo espacial, com o modelo dado pelo Problema Restrito de Três Corpos e com a aplicação de um impulso durante essa passagem. Com esse estudo pretende-se avaliar as perspectivas, de forma mais realista, da aplicação de um impulso combinado com a manobra de Swing-By.

Os resultados e técnicas aqui mostradas poderão ser utilizados com facilidade nesse importante projeto, após um conhecimento mais detalhado de datas e objetivos mais precisos da missão, que fornecerão informações importantes quanto às trajetórias finais a serem obtidas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A manobra de Swing-By é um tipo específico de manobra orbital, cujo principal objetivo é a economia de combustível de um veículo espacial que se utiliza dela. Este tipo de manobra pode ser acompanhado ou não de um impulso.

Na literatura encontramos alguns trabalhos sobre o assunto, como D'Amário et. al. (1982), que estudaram um procedimento para minimizar o impulso total vinculado a trajetórias de múltiplos flybys. Modificado para aplicar a trajetórias interplanetárias, este método foi utilizado em trajetórias para a missão Galileo, incluindo um Swing-By impulsionado em Marte e trajetórias de gravidade assistida na Terra. Byrnes e D'Amário (1982) estudaram a missão Galileo, missão essa que foi enviada para Júpiter.

Além destes, Dunham e Davis (1985) fizeram um estudo da otimização de múltiplas sequências de trajetórias de Swing-By na Lua e Carvell (1985) fez um trabalho sobre a sonda Ulysses, que fez um Swing-By com Júpiter para mudar seu plano orbital e observar os polos do Sol, região inacessível para quem observa da Terra.

Em 1990, Belbruno apresentou um trabalho sobre dinâmica de captura balística e escape no sistema Terra-Lua. Neste tipo de manobra o satélite é lançado a partir da Terra, em uma trajetória que passa próxima da Lua (faz um Swing-By para atingir uma trajetória de escape a partir da Terra) viaja uma longa distância a partir deste ponto e em seguida volta a ser capturado pela Lua. Em 1991, Striepe e Braun apresentaram o efeito de um Swing-By em Vênus durante uma trajetória Terra-Marte.

Em 1993, Prado estudou transferências ótimas e Swing-By no problema de dois e três corpos. E Prado e Broucke (1993) apresentaram trajetórias que fazem Swing-By em Júpiter. O objetivo era simular uma grande variedade de condições iniciais para estas órbitas e classificá-las de acordo com o efeito causado na órbita do satélite pelo encontro próximo. Foi observado que

algumas dessas órbitas passam perto da Terra. Eles também estudaram o efeito do arrasto atmosférico na manobra de Swing-By através da simulação de grandes quantidades de condições iniciais para as órbitas e um estudo dos efeitos causados pelo encontro próximo (Prado e Broucke, 1995a). Além disto, fizeram uma classificação das trajetórias de Swing-By usando a Lua como corpo de aproximação (Prado e Broucke, 1995b).

Prado e Felipe (1996) estudaram os efeitos da terceira dimensão nas manobras de encontro próximo. Eles classificaram as órbitas em quatro grupos e obtiveram como resultado várias famílias de órbitas, como órbitas que resultam em escape, em captura, em órbitas elípticas, em órbitas hiperbólicas e outras. Prado (1996c) estudou o Swing-By no problema elíptico, e mostrou o efeito da excentricidade e anomalia verdadeira nesta manobra.

Em 1996, Acuña e Winter apresentaram uma análise de parâmetros de Swing-By para remoção de asteroides de uma ressonância. Em 1997, Prado fez mais um estudo sobre trajetórias de encontro próximo usando o problema restrito de três corpos elíptico.

Em 1998, Winter estudou o efeito do Swing-By em problemas de dinâmica orbital.

Em 1999, Sukhanov estudou trajetórias para o Sol usando gravidade assistida dos planetas interiores. Winter, Nogueira e Prado (1999) estudaram encontros próximos entre os planetas internos e o asteroide de ressonância 3:1. Nogueira et. al. (1999) estudaram o efeito do encontro próximo com Marte sobre asteroides com ressonância 3:1. Casalino, Colasurdo e Pasttrone (1999) buscaram uma estratégia que maximizasse a energia para satélites com carga útil atribuída e tempo de funcionamento do motor, usando gravidade assistida.

Também em 1999, Prado fez uma estimativa de delta-V para trajetórias de Swing-By em Júpiter.

Felipe e Prado (2000) estudaram manobras ótimas em trajetórias de Swing-By tridimensional, analisando o efeito do Swing-By na inclinação do satélite e varias particularidades foram encontradas.

Em 2001, Nogueira, Winter e Prado apresentaram o efeito dos encontros próximos entre asteroides na ressonância 3:1. Prado (2002) fez um estudo do Swing-By entre um planeta e uma nuvem de partículas. Prado (2004) estudou a mecânica celeste do Swing-By tridimensional.

Em 2002, Longuski apresentou um estudo de métodos gráficos, relacionado com critério de Tisserand, para obtenção de trajetórias de gravidade assistida. Esta técnica gráfica permite a identificação rápida de sequências de trajetórias de gravidade assistida para um determinado destino.

Em 2003, Mcconagh et. al. fizeram um estudo sobre otimização de baixo impulso para trajetórias com gravidade assistida. A abordagem foi apresentada em dois passos. O primeiro passo é uma busca através de um amplo leque de trajetórias possíveis. Para acelerar essa busca, um modelo de trajetória em forma de base simplificada é usado. O segundo passo otimiza as trajetórias mais promissoras utilizando um eficiente método de otimização de parâmetros.

Prado e Broucke (2004) estudaram trajetórias e encontros próximos planares para satélites passando perto de Júpiter. O principal objetivo era obter o incremento de velocidade necessário para iniciar ou parar o satélite na Terra e o ângulo da trajetória de voo no ponto de encontro para trajetórias que cruzam a órbita da Terra em torno do Sol, antes ou depois da passagem por Júpiter.

Também em 2004, Felipe e Prado fizeram uma seleção de trajetórias para um satélite realizar um Swing-By bidimensional. Foi usado o problema restrito circular planar de três corpos. Os resultados obtidos podem ajudar no desenvolvimento de missões que dependam da otimização de parâmetros (como V_p ou r_p , por exemplo). Felipe e Prado (2005) também estudaram manobras ótimas usando gravidade assistida tridimensional.

Em 2005, Torres e Prado fizeram um estudo usando Swing-By com a Lua para efetuar uma mudança na inclinação do satélite. Santos, Prado e Rocco (2005) estudaram o uso de órbitas de colisões consecutivas para obter manobras de Swing-By.

Também em 2005, Prado fez a descrição do Swing-By de um grupo de partículas usando o modelo “patched conics”. O objetivo foi estudar a mudança da órbita desta nuvem depois do encontro próximo com o planeta e saber os valores do semi-eixo maior e excentricidade depois deste encontro.

Prado e Broucke (2005) estudaram a captura de cometas por Swing-By. Solorzano et. al. (2005, 2006) fizeram uma análise das trajetórias para Netuno usando gravidade assistida. E Melo e Winter (2006) estudaram transferências entre órbitas terrestres usando gravidade.

Em 2007, Solorzano, Prado e Winter estudaram uma missão interplanetária ao sistema de Netuno com manobra de captura gravitacional em torno de Tritão e Prado (2007) fez um estudo sobre manobras de Swing-By que usam Júpiter como corpo para o encontro próximo, onde o objetivo foi simular uma grande variedade de condições iniciais para essas órbitas e estudar os efeitos causados pelo encontro próximo com Júpiter na órbita do veículo espacial.

Prado e Felipe (2007) fizeram um estudo analítico do Swing-By impulsionado para efetuar manobras orbitais.

Vaz e Prado (2008) estudaram a missão New Horizons e as manobras de gravidade assistida em Júpiter.

Gomes e Prado (2008, 2009a) apresentaram estudos sobre manobras de Swing-By entre um dos planetas do sistema Solar e uma nuvem de partículas, fato esse que ocorre quando um cometa fragmentado cruza a órbita de um planeta como Júpiter ou Saturno, por exemplo. Gomes e Prado (2009b)

estudaram o efeito da variação da velocidade do periapside na manobra de Swing-By de uma nuvem de partículas.

Em 2009, Venditti et. al. estudaram manobras de gravidade aplicada em trajetórias interplanetárias para Plutão.

Em 2010, Gomes e Prado estudaram o efeito do encontro próximo entre um planeta e uma nuvem de partícula, com o objetivo de compreender a dispersão da nuvem em termos das variações de velocidade, energia, momento angular e inclinação. Formiga e Prado (2010) estudaram a mudança orbital devido ao encontro próximo entre um planeta e uma partícula. Venditti et. al. (2010) fizeram uma comparação de manobras de gravidade assistida em diferentes planetas para otimização de trajetórias interplanetárias. Santos e Prado (2010) estudaram o uso de Flyby para solução ótima.

Ainda em 2010, Sukhanov et. al. apresentaram um projeto para enviar uma sonda para um asteroide triplo próximo da Terra, que faz parte do já citado projeto Aster. Apesar de estar ainda em fase de estudos, o asteroide 2001 SN263 foi escolhido para essa missão por diversas razões, entre elas o fato de ser um corpo triplo, um NEA – Near-Earth Asteroids, asteroide que se aproxima periodicamente da órbita da Terra, com os corpos Alfa, Beta e Gama em órbita de um centro de massa comum.

Alguns trabalhos disponíveis apresentaram estudos sobre características orbitais usando Swing-By, efeitos das condições iniciais no Swing-By, estudo do encontro próximo no sistema Sol-Júpiter e com a Lua para uma nuvem de partículas (Formiga e Prado, 2011a, b; Gomes e Prado, 2011; Gomes e Prado, 2012).

Em 2012, Formiga e Prado fizeram um estudo do Swing-By tridimensionais em planetas gigantes do sistema Solar e Araujo, Winter e Prado (2012) estudaram o efeito do Swing-By no caso Vesta-Magnya.

A seguir mostram-se alguns trabalhos relacionados a manobras impulsivas, que também são importantes no presente trabalho.

Em 1977, Kohlhase e Penzo fizeram uma descrição da missão Voyager. Missão essa que envolveu o lançamento de dois satélites para explorar os sistemas Júpiterianos e Saturnianos, além do espaço interplanetário. Foi usado um Swing-By em Júpiter para obter a energia de lançamento necessária para o satélite alcançar Saturno. Este paper descreve os objetivos, características e investigações científicas da missão.

Em 2008, Rocco et al. fizeram um trabalho sobre o problema de transferências orbitais bi-impulsivas entre uma órbita circular e uma órbita elíptica não coplanar. O estudo foi feito usando órbitas hiperbólicas como órbitas de transferência.

Também em 2008, Santos et al. apresentaram a otimização de missões interplanetárias usando propulsão elétrica Solar e a manobra de gravidade assistida para reduzir os custos das missões. O sistema de propulsão elétrica solar pode ser a melhor opção para os transportes do futuro, devido ao seu impulso específico elevado quando comparado com o sistema de propulsão química.

Santos, Prado e Casalino (2009) fizeram uma comparação de desempenho entre propulsores PPS1350 e Phall 1 em trajetórias ótimas com a manobra gravitacionalmente assistida e propulsão elétrica solar.

Encontram-se também na literatura alguns trabalhos mais básicos sobre transferências orbitais.

Em 1959, Shternfeld estudou uma técnica para cálculo de trajetória de transferência de força central ótima e apresentou o conceito de manobras tri-impulsivas. O documento apresentado por Walton, Marchal e Culp (1975) resolve o problema de determinação do tipo de transferência de velocidade

mínima, entre dois dados vetores velocidades hiperbólicas com um planeta real.

Em 1991, Miller e Belbruno apresentaram o método de estabilidade fraca (WSB), usado para otimização de trajetórias de transferências lunares. Prado e Broucke (1995c) fizeram um estudo sobre transferências orbitais usando o problema restrito planar de três corpos e a regularização de Lamaître.

Em 1996, Prado e Broucke apresentaram um trabalho sobre transferências orbitais no sistema Terra-Lua usando regularização de Lamaître. Esse trabalho foi subdividido em três passos: primeiro o estudo da transferência de um veículo espacial a partir da Lua de volta para a Lua, depois a transferência de um veículo espacial da Lua para os pontos lagrangianos L3, L4 e L5, e por último a transferência de um veículo espacial para uma órbita que passa perto da Lua e da Terra várias vezes, com o objetivo de construir um sistema de transporte entre esses dois corpos celestes. O modelo usado foi o problema circular restrito planar de três corpos.

O trabalho de Prado (1996b) apresentou trajetórias com mínima energia para transferir um veículo espacial entre os cinco pontos lagrangianos e a Terra.

Outros trabalhos disponíveis na literatura relacionados ao assunto são: Hohmann (1925), que demonstrou um caminho eficiente em termos de economia de combustível para mover um satélite entre duas órbitas diferentes. Seu método é chamado de transferência de Hohmann.

Hoelker e Silber (1959) estudaram transferências bi-elípticas entre órbitas planares circulares e Flandro (1966) estudou missões de reconhecimento rápidas para o sistema Solar exterior utilizando energia derivada do campo gravitacional de Júpiter.

Eckel (1982, 1993) estudou transferências ótimas em um campo de força central com n impulsos e a transferência ideal com restrição de tempo. Dowling

et. al. (1990,1991) mostraram importantes estudos relativos a propulsão com base em gravidade realizados na UCLA e no JPL. Weinstein (1992) apresentou uma missão utilizando Flybys para viajar até Plutão.

O presente trabalho terá como principal base o trabalho de Prado (1996a), “Powered Swing-By”. É um estudo de como funciona a manobra de Swing-By propulsado com o impulso aplicado no veículo espacial exatamente no instante de sua passagem pelo periapside da órbita (ponto mais próximo entre o veículo espacial e o corpo secundário) e em um ponto após a saída do veículo espacial da esfera de influência do corpo celeste. Este trabalho será explorado no capítulo quatro.

3 DINÂMICA DO SISTEMA

No presente trabalho utilizamos o problema restrito de três corpos e a regularização de Lemaître, com o objetivo de evitar singularidades na integração numérica.

3.1. Problema Restrito de Três Corpos

O problema restrito de três corpos é um sistema formado pelo movimento de um corpo com massa suposta desprezível ao redor de dois outros corpos com massas finitas. Consideram-se as forças gravitacionais atuando no sistema. Este é uma simplificação do problema geral de três corpos. Neste caso não há solução analítica, por isso é necessária integração numérica para obtenção das trajetórias.

O sistema é formado por três corpos: M_1 , o corpo primário (corpo com maior massa), M_2 , o corpo secundário que executa uma órbita kepleriana em torno de M_1 , e M_3 , um satélite com uma massa que pode ser assumida desprezível, que orbita M_1 e faz uma manobra de Swing-By com M_2 .

Este é um caso particular, porém bastante importante e aplicável, por exemplo, em sistemas como Sol-Júpiter-satélite (ou asteroide), Terra-Lua-satélite (ou asteroide) e em manobras gravitacionalmente assistidas.

Uma versão do problema restrito de três corpos é o problema restrito planar circular de três corpos. Neste caso as órbitas de M_1 e M_2 em torno do centro de massa são circulares e M_3 se move apenas no plano das órbitas de M_1 e M_2 . Este caso específico foi usado neste trabalho.

Normalmente usa-se o sistema canônico de unidades (ou sistema adimensional), principalmente para economizar tempo de CPU na integração numérica. Este é um método usado para simplificar as equações do movimento e as seguintes regras são adotadas: a unidade de distância passa a ser a distância entre M_1 e M_2 ; a unidade de massa passa a ser $m = m_1 + m_2$; a

constante gravitacional torna-se $G = 1$; μ é considerada a massa do corpo secundário e $1 - \mu$ a massa do corpo primário.

Neste trabalho usamos como referência o sistema rotacional, ou seja, M_1 e M_2 ficam fixos neste sistema.

As equações do movimento do problema restrito de três corpos são:

$$\ddot{x} - 2\dot{y} = \frac{\partial \Omega}{\partial x} \quad (3.1)$$

$$\ddot{y} + 2\dot{x} = \frac{\partial \Omega}{\partial y} \quad (3.2)$$

Onde Ω é o pseudo-potencial (este nome é devido à inclusão do termo de coriolis):

$$\Omega = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} \quad (3.3)$$

A única integral do movimento associada ao problema restrito de três corpos é a Integral de Jacobi, dada por:

$$J = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \Omega(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = C \quad (3.4)$$

Onde C é uma constante.

Na Figura 3.1 temos o sistema de coordenadas fixo, dado por x e y , e o sistema de coordenadas rotacional, sistema que acompanha o movimento de M_1 e M_2 , dados por \bar{x} e \bar{y} .

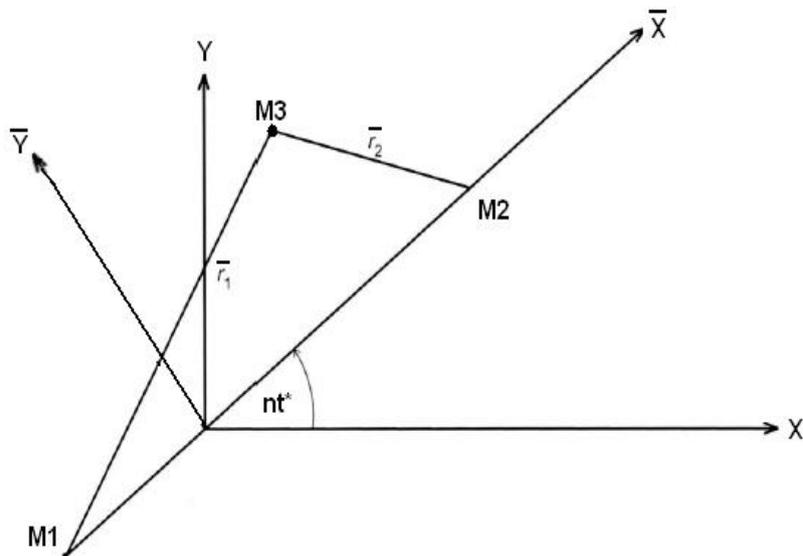


Figura 3.1 – Sistema de coordenadas para o problema restrito planar de três corpos.
 Fonte: Adaptado de Prado (2001)

A equação do movimento apresentada anteriormente está correta, mas não é a ideal para integração numérica, pois quando r_1 e r_2 forem pequenos ou próximos de zero, a precisão da integração será afetada. Por isso a necessidade de usar um método de regularização. Neste trabalho foi usado a Regularização de Lamaître.

3.2. Método de Regularização de Lamaître

A equação do movimento depende de Ω , e Ω depende de r_1 e r_2 no denominador. Quando M_3 se aproxima de um dos primários, os valores de r_1 (distância entre M_1 e M_3 dividida pela distância $M_1 - M_2$) e r_2 (distância entre M_2 e M_3 dividida pela distância $M_1 - M_2$) ficam muito pequenos, ficando próximo de uma singularidade.

O objetivo da técnica de regularização é eliminar essas singularidades por meio da substituição de variáveis.

A regularização pode ser classificada como: regularização local – quando as singularidades são eliminadas uma de cada vez; regularização global – quando as duas singularidades são eliminadas simultaneamente.

Várias transformações com esse objetivo estão disponíveis na literatura, como Thiele-Burrau, Lamaître e Birkhoff (LAPA, 2008).

Neste trabalho foi usada regularização global. Para a realização da transformação introduziu-se a variável complexa $q = q_1 + i^*q_2$, sendo:

$$q_1 = x + \frac{1}{2} - \mu \quad (3.5)$$

$$q_2 = y \quad (3.6)$$

Nas novas variáveis q_1 - q_2 a origem do sistema de referência fica exatamente na distância média entre os corpos M_1 e M_2 .

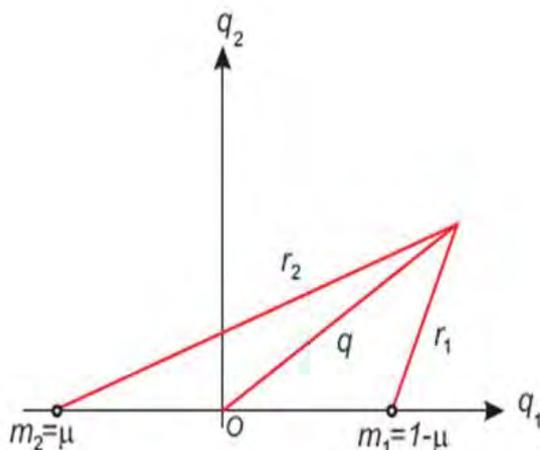


Figura 3.2 – Sistema de coordenadas das novas variáveis $q_1 - q_2$.

Fonte: Lapa (2008)

A transformação na regularização de Lamaître para as variáveis de posição (x-y) é dada por:

$$q = f(\omega) = \frac{1}{4} \left(\omega^2 + \frac{1}{\omega^2} \right) \quad (3.7)$$

E para o tempo,

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = |f'(\omega)|^2 = \frac{|\omega^4 - 1|^2}{4|\omega|^6} \quad (3.8)$$

A equação do movimento para o problema restrito dos três corpos em sua versão complexa é dada por:

$$\ddot{q} + 2i\dot{q} = \text{grad}_q U(q) \quad (3.9)$$

Usando as transformações na regularização de Lamaître de posição e tempo, temos:

$$\omega' + 2i|f'(\omega)|\omega' = \text{grad}_\omega \Omega^* \quad (3.10)$$

Esta representa a equação do movimento nas novas variáveis.

Sendo que $\text{grad}_\omega \Omega^*$ representa $\frac{\partial \Omega^*}{\partial \omega_1} + i \frac{\partial \Omega^*}{\partial \omega_2}$ e Ω^* é dado por:

$$\Omega^* = \left(\Omega - \frac{C}{2} \right) |f'(\omega)|^2 \quad (3.11)$$

e $C = \mu(1 - \mu) - 2J$.

A equação do movimento pode ser separada em componentes real e imaginária. Definindo $\omega_3 = \omega_1'$ e $\omega_4 = \omega_2'$, lembrando que $\omega = \omega_1 + j\omega_2$, temos.

$$\omega_1' = \omega_3 \quad (3.12)$$

$$\omega_2' = \omega_4 \quad (3.13)$$

$$\omega_3' = 2\omega_4 |f'(\omega)|^2 + \frac{\partial \Omega^*}{\partial \omega_1} \quad (3.14)$$

$$\omega_4' = 2\omega_3 |f'(\omega)|^2 + \frac{\partial \Omega^*}{\partial \omega_2} \quad (3.15)$$

3.3. Esfera de Influência

Esfera de influência, segundo Araújo (2007), é uma região definida por um raio, que é uma espécie de fronteira, a partir da qual uma partícula com uma dada velocidade relativa (entre os corpos envolvidos) está sendo significativamente influenciada pelo corpo secundário. Araújo apresentou em seu trabalho um equacionamento para o raio da esfera de influência em função desta velocidade.

O método de Araújo (2007) resulta em uma esfera de tamanho variável com uma razão de massa fixa.

Na literatura existem outros métodos de obtenção da esfera de influência, por exemplo, Esfera de Hill (Murray e Dermott, 1999) e Esfera de Laplace (Roy, 1988), ambas são de tamanhos fixos.

Neste trabalho nos baseamos no raio que define a Esfera de Hill para limitar a esfera de influência.

Para este trabalho calculamos o raio que determina a esfera de influência para o sistema Terra-Lua-satélite e Sol-Júpiter-satélite, sistemas esse que usamos no decorrer do trabalho. O cálculo foi feito a partir do raio de Hill (Murray e Dermott, 1999), dado na equação 3.16:

$$R_{HILL} = \left(\frac{\mu_2}{3} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.16)$$

Sendo μ_2 a massa do menor primário.

O raio que limita a esfera de influência da Lua é de 0.172 unidades canônicas e o raio que limita a esfera de influência de Júpiter é de 0.062 unidades canônicas.

4 MANOBRAS ORBITAIS

Existem alguns tipos de manobras orbitais como, por exemplo, manobras para transferência de órbita e a manobra de Swing-By, que tem o objetivo de ganhar ou perder energia por meio da força gravitacional de um corpo celeste. Fixaremos nosso estudo nas manobras de Swing-By. Esse tipo de manobra pode ser dividido em subtipos, conforme será apresentado a seguir.

4.1. Manobra de Swing-By Padrão

A manobra de Swing-By padrão, também conhecida como manobra assistida por gravidade ou Flyby, é uma manobra onde a partícula se aproxima de um corpo celeste para ganhar ou perder energia e momento angular. Essa manobra resulta na mudança da velocidade, energia e momento angular da órbita. O cálculo dessas variações é feito a partir de três parâmetros independentes que especificam univocamente uma trajetória de Swing-By: V_{inf} , magnitude da velocidade do satélite ao se aproximar do corpo celeste; r_p , menor distância entre o satélite e o corpo celeste, chamado de raio do periapside; e ψ , ângulo entre a linha que liga os dois primários até a linha do periapside, ângulo também chamado de ângulo de aproximação.

O Swing-By é uma manobra bastante utilizada, e existem muitas missões em que já foi aplicado ou planeja-se aplicar num futuro imediato. Um exemplo de missão é a LCROSS, lançada em 2009, e que depois de cinco dias do seu lançamento fez um Swing-By na Lua. O objetivo era entrar em uma órbita polar em torno da Lua (NASA, 2009). Outra missão que utilizou a mesma estratégia foi a missão MESSENGER (NASA, 2007), lançada em 2004 com destino a Mercúrio e que fez Swing-By na Terra e em Vênus. A Figura 4.1 mostra o a trajetória da missão MESSENGER.

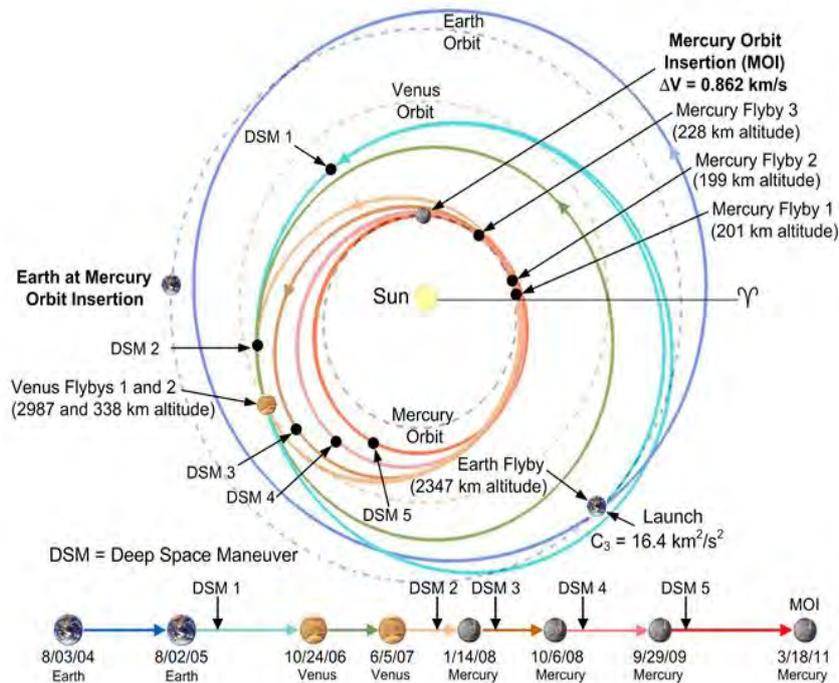


Figura 4.1 - Desenho da trajetória do satélite MESSENGER.

Fonte: NASA (2007)

A mecânica celeste do Swing-By já é conhecida pelos astrônomos há cerca de 150 anos (Prado, 2001). De acordo com Prado (2001), um dos primeiros documentos americanos que detalha o conceito dessa manobra em aplicações espaciais foi escrito no JPL (Jet Propulsion Laboratory). Trata-se de um memorando (312-130), feito por M. Minovich em 1961 (Minovich, 1961). Neste documento aparecem fórmulas para os cálculos das alterações da energia e do semi-eixo maior de uma órbita elíptica causada pela aproximação com o corpo celeste.

Matematicamente o Swing-By pode ser descrito como segue abaixo. Considera-se um sistema formado por três corpos: M_1 , o corpo primário (corpo com maior massa), M_2 , o corpo secundário que executa uma órbita kepleriana em torno de M_1 , e M_3 , um satélite com uma massa que pode ser assumida desprezível, que orbita M_1 e faz uma manobra de Swing-By com M_2 .

É possível estudar esse movimento usando o modelo de dois corpos. Nesse enfoque, o sistema é descrito em três partes. A primeira descreve o movimento do veículo espacial em torno de M_1 , com M_2 sendo negligenciado. A segunda parte é um sistema formado pelo veículo espacial e por M_2 e, por último, considera-se um sistema formado por M_1 e o veículo espacial, com M_2 negligenciado novamente.

As equações que descrevem a variação da velocidade, energia e momento angular devido ao Swing-By padrão são:

$$\Delta V = 2V_\infty \text{sen}(\delta) \quad (4.1)$$

$$\Delta E = \omega \Delta C = -2V_2 V_\infty \text{sen}(\delta) \text{sen}(\psi) \quad (4.2)$$

Onde:

$$\text{sen}(\delta) = \left(\frac{1}{1 + \frac{r_p V_{\text{inf}}^2}{\mu_2}} \right) \quad (4.3)$$

A partir destas equações podemos concluir que: se o satélite passa na frente do corpo secundário ($0^\circ < \psi < 180^\circ$), ele é freado pelo corpo e perde energia. A perda máxima ocorre quando $\psi = 90^\circ$. Se o satélite passa atrás do corpo secundário ($180^\circ < \psi < 360^\circ$), ele é acelerado pelo corpo e ganha energia. O ganho máximo de energia ocorre quando $\psi = 270^\circ$.

O estudo de manobras de gravidade assistida tem grande importância, pois a economia de combustível gerada por essa manobra torna viável um grande número de missões que seriam impossíveis de serem realizadas sem esse conceito.

4.2. Manobra de Swing-By Propulsado

A manobra de Swing-By propulsado foi estudada em três passos. Primeiro foi visto a manobra de Swing-By propulsado com aplicação de impulso no

periapside da órbita (ponto de menor distância entre o satélite e o corpo secundário). Em seguida estudamos a manobra de Swing-By propulsado com aplicação de impulso fora da região de influência do corpo secundário. Estes dois primeiros passos estão disponíveis na literatura, no trabalho de Prado (1996a). Os resultados de Prado (1996a) foram reproduzidos neste trabalho. E por fim estudamos a manobra de Swing-By com aplicação do impulso fora do periapside, mas dentro da região de influência do corpo secundário. O terceiro passo é o principal objetivo do trabalho proposto e será apresentado no Capítulo cinco.

4.2.1. Manobra de Swing-By Propulsado no periapside

A manobra de Swing-By propulsada é a manobra de Swing-By padrão combinada com a aplicação de um impulso no veículo espacial durante o encontro próximo. Este impulso pode ter qualquer magnitude e qualquer direção no espaço.

A Figura 4.2, extraída de Prado (1996a), apresenta a geometria do Swing-By propulsado plano, que pode ser especificado através de dois parâmetros adicionais além dos três já conhecidos no Swing-By padrão: δV , magnitude do impulso (dado em km/s) e α , ângulo entre o impulso e a velocidade do veículo espacial no momento da aplicação do mesmo. O estudo feito foi todo baseado em Prado (1996a), que foi generalizado no estudo efetuado neste trabalho.

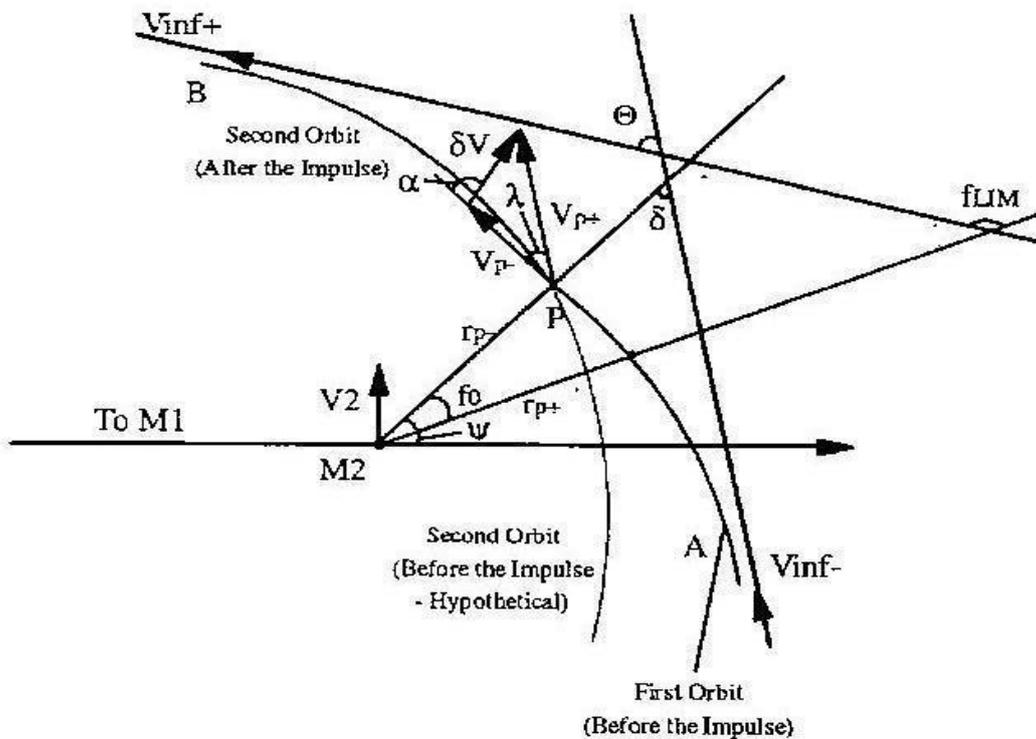


Figura 4.2 - Geometria do Swing-By propulsado plano.

Fonte: Prado (1996).

Todos os vetores deste trabalho serão representados em negrito e suas magnitudes sem negrito. Na Figura 4.2 temos:

M_1 e M_2 – corpo primário e secundário, respectivamente;

\mathbf{V}_2 – vetor velocidade linear de M_2 em torno do centro de massa de $M_1 - M_2$;

V_2 – magnitude da velocidade linear de M_2 em torno do centro de massa de $M_1 - M_2$;

ψ – Ângulo de aproximação;

\mathbf{r}_{p-} - vetor raio do periapside da primeira órbita, sem considerar o impulso;

r_p - magnitude do raio do periapside da primeira órbita, sem considerar o impulso;

\mathbf{r}_{p+} - vetor raio do periapside da segunda órbita, depois do Swing-By propulsado;

r_{p+} - magnitude do raio do periapside da segunda órbita, depois do Swing-By propulsado;

A e B – pontos fora da esfera de influência do corpo, onde os efeitos de M_2 sobre M_3 são negligenciados;

\mathbf{V}_{inf-} - vetor velocidade do veículo espacial ao se aproximar do corpo celeste;

V_{inf-} - magnitude da velocidade do veículo espacial ao se aproximar do corpo celeste;

\mathbf{V}_{inf+} - vetor velocidade do veículo espacial ao se afastar do corpo celeste;

V_{inf+} - magnitude da velocidade do veículo espacial ao se afastar do corpo celeste;

\mathbf{V}_{p-} - vetor velocidade no periapside da primeira órbita, sem considerar o impulso;

V_{p-} - magnitude da velocidade no periapside da primeira órbita, sem considerar o impulso;

\mathbf{V}_{p+} - vetor velocidade do satélite no ponto onde foi aplicado o impulso, depois do Swing-By propulsado;

V_{p+} - magnitude da velocidade do satélite no ponto onde foi aplicado o impulso, depois do Swing-By propulsado;

λ – ângulo entre \mathbf{V}_{p-} e \mathbf{V}_{p+} ;

$\delta\mathbf{V}$ – vetor impulso aplicado;

δV – magnitude do impulso aplicado;

α – ângulo entre \mathbf{V}_{p-} e $\delta\mathbf{V}$ (o objetivo deste ângulo é definir a direção do vetor $\delta\mathbf{V}$ e o valor positivo é dado no sentido horário);

Θ – deflexão total da manobra;

f_0 – anomalia verdadeira do satélite na segunda órbita;

δ – metade do ângulo de curvatura da primeira órbita.

Nessa manobra, o veículo espacial sai do ponto A, na Figura 4.2, passa pelo ponto P (periapside da órbita), onde o impulso é aplicado e a órbita se altera instantaneamente. Obtém-se então uma segunda órbita.

Essa passagem provoca uma variação na velocidade (ΔV), na energia (ΔE) e no momento angular (ΔC), devido a passagem próxima e a aplicação do impulso.

Essa variação é calculada e apresentada mais adiante nas Figuras 4.4 e 4.5, respectivamente, para o caso onde $\psi = 90^\circ$ e $\psi = 270^\circ$, para vários valores da magnitude do impulso (δV) e de α , que é o ângulo entre \mathbf{V}_{p-} e $\delta\mathbf{V}$. O sistema Terra-Lua-veículo espacial foi utilizado como exemplo.

A seguir apresenta-se um conjunto de equações que descrevem ΔV , ΔE ΔC . Primeiramente usando a conservação de energia, calcula-se V_{p-} :

$$V_{p-} = \sqrt{V_{inf-}^2 + \frac{2\mu_2}{rp_-}} \quad (4.4)$$

Sendo μ_2 o parâmetro gravitacional de M_2 .

Aplicando a lei dos cossenos no triângulo formado pelos vetores \mathbf{V}_{p+} , \mathbf{V}_{p-} e $\delta\mathbf{V}$ da Figura 4.2, encontra-se o valor para V_{p+} :

$$V_{p+} = \sqrt{V_{p-}^2 + \delta V^2 - 2V_{p-}\delta V \cos(180 - \alpha)} \quad (4.5)$$

O passo seguinte será calcular V_{inf+} e, a partir dele, calcular o semi-eixo maior da órbita depois do Swing-By:

$$V_{inf+} = \sqrt{V_{p+}^2 - \frac{2\mu_2}{rp_-}} \quad (4.6)$$

$$a = \sqrt{\frac{\mu_2}{V_{inf+}^2}} \quad (4.7)$$

Calcula-se então λ :

$$\lambda = \arccos\left(\frac{\delta V^2 - V_{p-}^2 - V_{p+}^2}{-2V_{p-}V_{p+}}\right) \quad (4.8)$$

O momento angular da órbita depois do Swing-By:

$$h = r_{p-} V_{p+} \text{sen}(90 - \lambda) \quad (4.9)$$

O semi-latus rectum da órbita depois do Swing-By: $p = \frac{h^2}{\mu_2}$ (4.10)

A excentricidade da órbita depois do Swing-By: $e = \sqrt{1 + \frac{p}{a}}$ (4.11)

Foi necessário calcular a anomalia verdadeira do satélite na segunda órbita e a anomalia verdadeira das assíntotas da segunda órbita. Isso porque, a partir delas, encontra-se a deflexão total da manobra.

$$\text{Anomalia verdadeira do satélite: } f_0 = \arccos\left(\frac{1}{e}\left(\frac{p}{r_{p-}} - 1\right)\right) \quad (4.12)$$

$$\text{Anomalia verdadeira das assíntotas: } f_{\text{lim}} = \arccos\left(-\frac{1}{e}\right) \quad (4.13)$$

Metade do ângulo de curvatura da primeira órbita, δ foi apresentado na Equação 4.3.

$$\text{Deflexão total da manobra: } \Theta = \delta - f_0 + f_{\text{lim}} - 90^\circ. \quad (4.14)$$

A partir desses dados foram calculadas as componentes x e y dos vetores velocidade do veículo espacial, nas órbitas anterior e posterior a aplicação do impulso e, em seguida, as variações ΔV , ΔE e ΔC .

A Figura 4.3, retirada de Prado (1996a), apresenta todos os vetores velocidade do sistema, no eixo x e y. Nessa figura, V_i é o vetor velocidade do veículo espacial antes do encontro próximo e V_o é o vetor velocidade do satélite depois do encontro próximo.

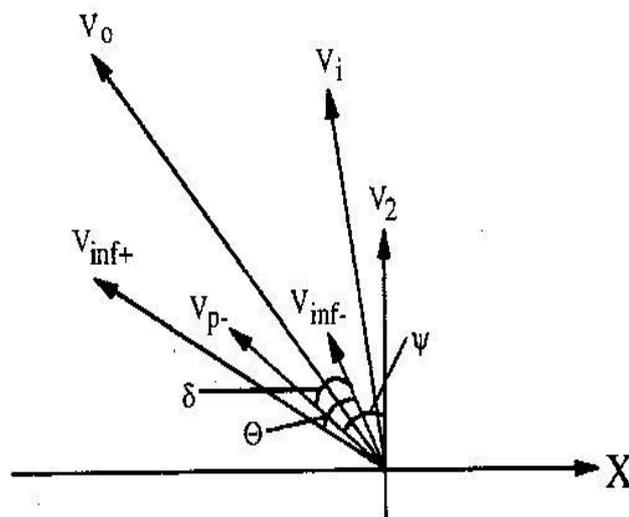


Figura 4.3 - Vetores velocidade no eixo X e Y.

Fonte: Prado (1996a)

Trabalhando com os vetores chegam-se as componentes x e y dos vetores \mathbf{V}_i e \mathbf{V}_o .

$$V_{ix} = -V_{inf-} \text{sen}(\psi - \delta) \quad (4.15)$$

$$V_{ox} = -V_{inf+} \text{sen}(\psi - \delta + \Theta) \quad (4.16)$$

$$V_{iy} = V_2 + V_{inf-} \cos(\psi - \delta) \quad (4.17)$$

$$V_{oy} = V_2 + V_{inf+} \cos(\psi - \delta + \Theta) \quad (4.18)$$

Destas equações calculam-se as variações da velocidade, energia e momento angular:

$$\Delta V_{imp} = \sqrt{(V_{ox} - V_{ix})^2 + (V_{oy} - V_{iy})^2} \quad (4.19)$$

$$\Delta E_{imp} = \frac{1}{2}(V_{ox}^2 + V_{oy}^2 - V_{ix}^2 - V_{iy}^2) \quad (4.20)$$

$$\Delta C_{imp} = d(V_{oy} - V_{iy}), \quad (4.21)$$

onde d é a distância entre M_1 e M_2 .

Enfim, serão apresentados os resultados obtidos para o sistema Terra-Lua-veículo espacial, cujas condições iniciais são $\mu_1 = 398600 \text{ km}^3/\text{s}^2$, $\mu_2 = 4900 \text{ km}^3/\text{s}^2$, $V_{inf-} = 1.0 \text{ km/s}$, $r_{p-} = 1900 \text{ km}$, $V_2 = 1.02 \text{ km/s}$ e $d = 384400 \text{ km}$. As Figuras 4.4, 4.5 e 4.6 mostram os resultados para o caso onde $\psi = 90^\circ$. Esses resultados foram obtidos anteriormente por Prado (1996a), mas as figuras aqui mostradas refletem resultados obtidos pela implementação das equações em MATLAB.

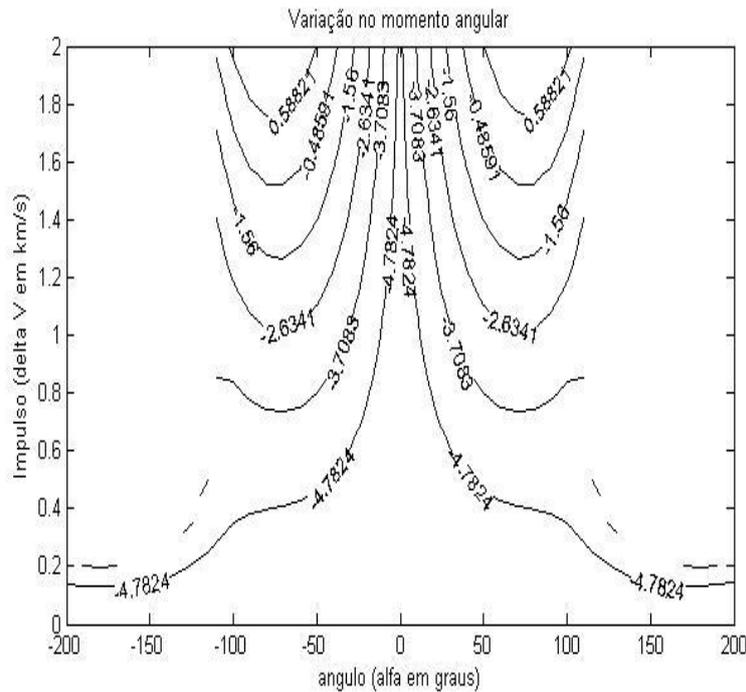


Figura 4.6 - Variação no momento angular, para $\psi = 90^\circ$.

Analisando os resultados e a geometria desta manobra, concluiu-se, a partir da Equação 4.2, que para o caso ($\psi = 90^\circ$) o Swing-By padrão (sem a aplicação do impulso) gera uma diminuição da energia (pois esta na região $0^\circ < \psi < 180^\circ$). No que diz respeito à aplicação do impulso, para $\alpha > 90^\circ$ e $\alpha < -90^\circ$ o impulso tem uma componente oposta à direção do movimento do veículo espacial, diminuindo assim a sua energia e trabalhando na mesma direção do Swing-By. Nas regiões positivas traçadas no gráfico da variação na energia, o impulso está dominando o Swing-By e o resultado é um aumento na energia e, nas regiões negativas do mesmo gráfico, o resultado líquido do Swing-By combinado com o impulso é a diminuição da energia do veículo espacial.

As Figuras 4.7, 4.8 e 4.9 mostram resultados equivalentes para o caso $\psi = 270^\circ$. Os resultados mostrados também são obtidos a partir das simulações efetuadas em MATLAB, apesar de já terem sido mostrados em Prado (1996a).

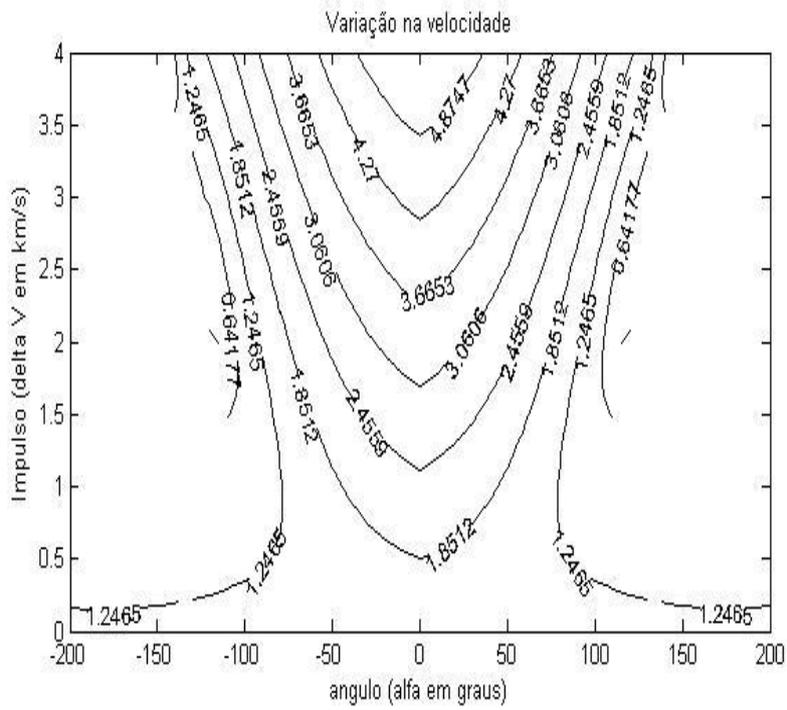


Figura 4.7 - Variação na velocidade, para $\psi = 270^\circ$.

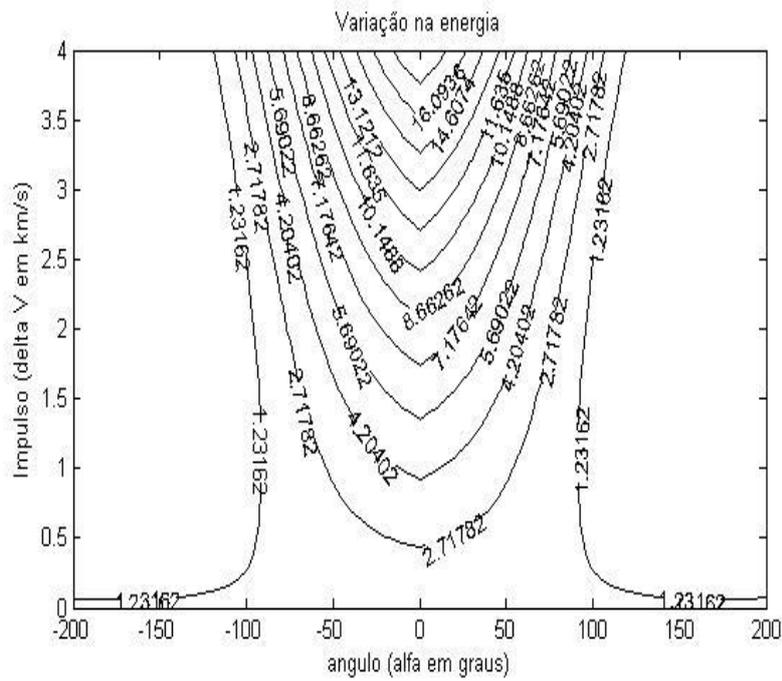


Figura 4.8 – Variação na energia, para $\psi = 270^\circ$.

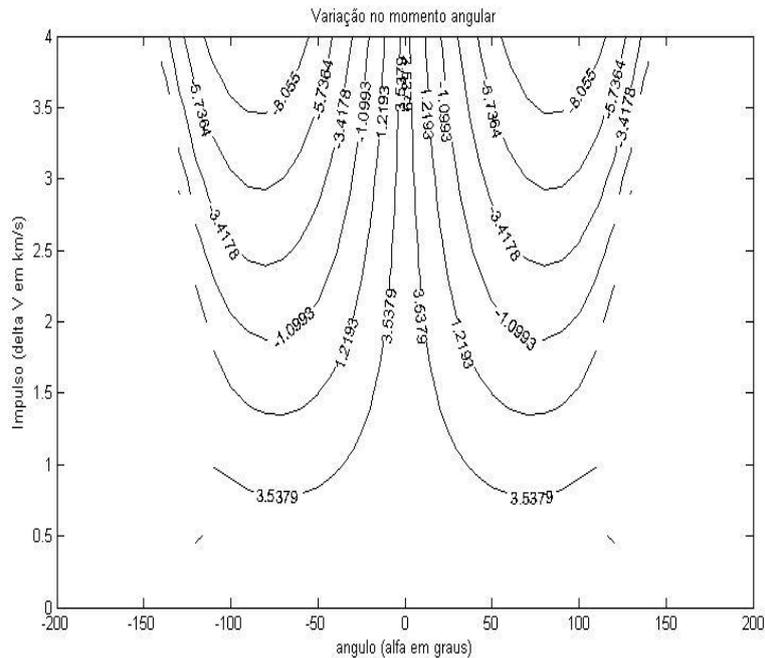


Figura 4.9 – Variação no momento angular, para $\psi = 270^\circ$.

Esta é uma manobra onde, no que depende do Swing-By padrão, existe um aumento da energia (pois $180^\circ < \psi < 360^\circ$). No que depende do impulso, para $\alpha > 90^\circ$ e $\alpha < -90^\circ$ o impulso tem uma componente oposta à direção do movimento do veículo espacial, diminuindo assim a energia e trabalhando contra o Swing-By. As partes em branco do gráfico onde $\alpha > \approx 150^\circ$ e $\alpha < \approx -150^\circ$ correspondem às regiões onde ocorreu a captura do veículo espacial pela Lua. A transferência máxima de velocidade e energia ocorre em $\alpha = 0^\circ$ e os mínimos ocorrem perto das fronteiras do gráfico.

4.2.2. Manobras de Swing-By propulsado fora da região de influência de M_2 .

Foram estudadas duas situações diferentes por Prado (1996a). A primeira, mostrada acima nos três exemplos, consistiu na aplicação do impulso exatamente no periapside da órbita durante o Swing-By. A segunda situação consiste na aplicação do impulso fora do periapside da órbita. Essa aplicação é

feita depois do Swing-By. Essa comparação é efetuada com o objetivo de verificar o ponto onde o impulso é mais eficiente e é feita somente para o sistema Terra-Lua.

Essa segunda situação é composta de dois passos. O primeiro é a execução do Swing-By não propulsado, com as mesmas condições iniciais da manobra propulsada. Depois de completada essa passagem, um impulso, com a mesma magnitude do impulso usado no Swing-By propulsado, é aplicado logo após o veículo espacial deixar o corpo secundário (ponto B da Figura 4.2).

Para saber qual das duas situações é mais eficiente, em termos de causar uma variação de maior magnitude na energia, calculou-se a variação da energia na manobra combinada com impulso aplicado depois do Swing-By. Denominou-se essa variação de ΔE_D . Em seguida foi analisada a diferença dos módulos de ΔE (variação da energia com impulso aplicado no periapside) e ΔE_D ($|\Delta E| - |\Delta E_D|$ em km^2/s^2).

Para calcular ΔE_D , primeiro foi necessário obter a energia antes e depois do encontro próximo (E_i e E_o):

$$E_i = \frac{1}{2} (V_{ix}^2 + V_{iy}^2) - \frac{\mu_1}{d} \quad (4.22)$$

$$E_o = E_i - 2V_2V_{\text{inf-}} \sin \delta \sin \psi \quad (4.23)$$

Em seguida calculou-se a magnitude da velocidade após a manobra de Swing-By padrão:

$$V_o = \sqrt{2 \left(E_o + \frac{\mu_1}{d} \right)} \quad (4.24)$$

E finalmente, calculou-se a energia com impulso aplicado depois do Swing-By (ΔE_D):

$$\Delta E_D = \frac{1}{2}(V_o + \delta V)^2 - \frac{\mu_1}{d} - E_i \quad (4.25)$$

A Figura 4.10 e a Figura 4.11 apresentam $|\Delta E| - |\Delta E_D|$ em km^2/s^2 , com $\delta V = 2.0$ km/s , $\alpha = 0^\circ$, $V_{\text{inf-}} = 1.0$ km/s e $V_{\text{inf-}} = 2.0$ km/s , respectivamente. O eixo horizontal representa a distância do periapside, r_p , (em km) e o eixo vertical representa o ângulo de aproximação, ψ (em graus).

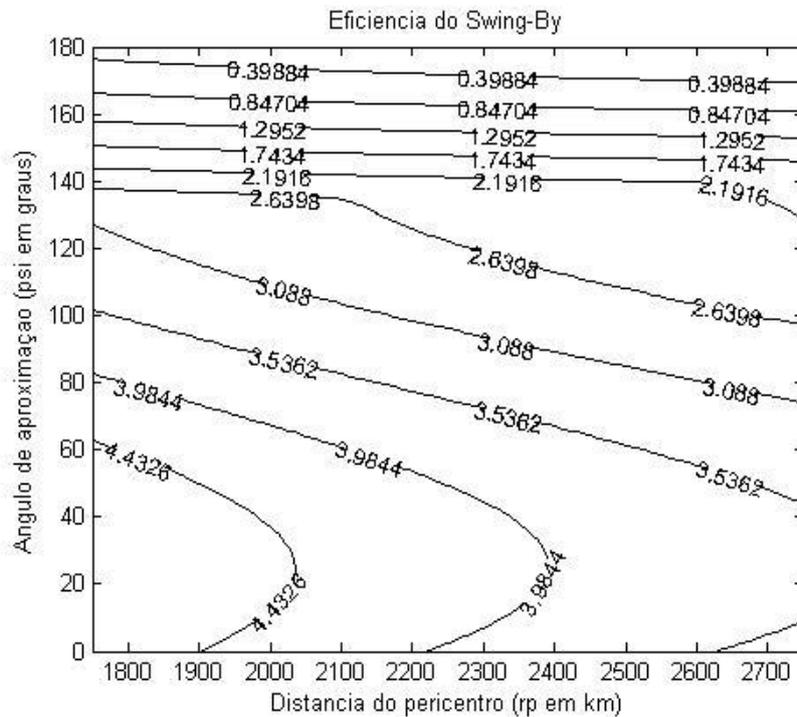


Figura 4.10 - Análise da eficiência do Swing-By, com $V_{\text{inf-}} = 1.0$ km/s e $0^\circ < \psi < 180^\circ$.

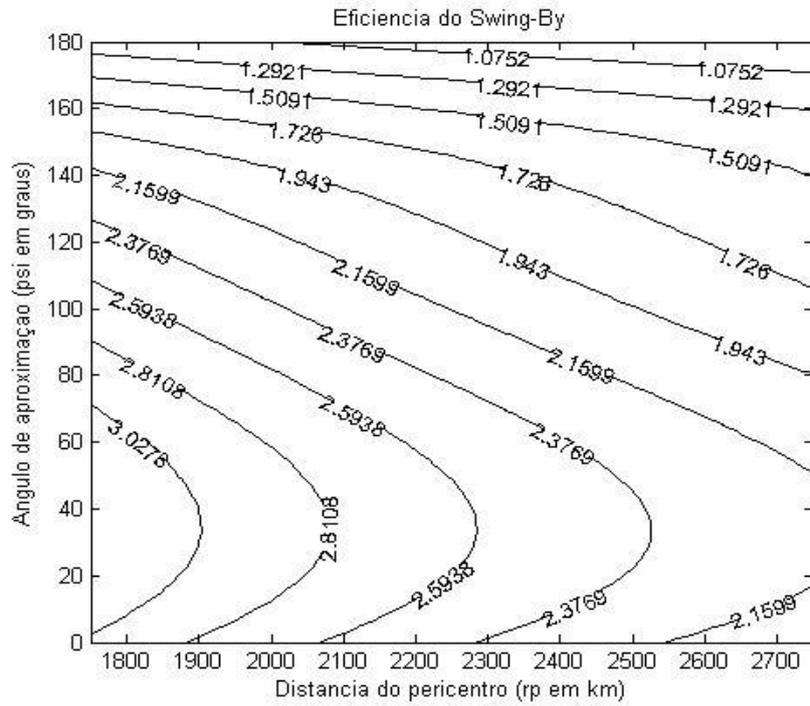


Figura 4.11 - Análise da eficiência do Swing-By, com $V_{inf} = 2.0 \text{ km/s}$ e $0^\circ < \psi < 180^\circ$.

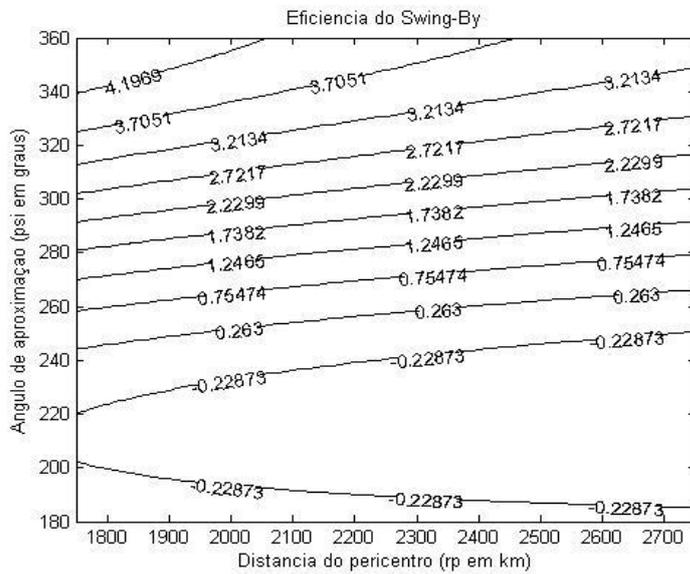


Figura 4.12 - Análise da eficiência do Swing-By, com $V_{inf} = 1.0 \text{ km/s}$ e $180^\circ < \psi < 360^\circ$.

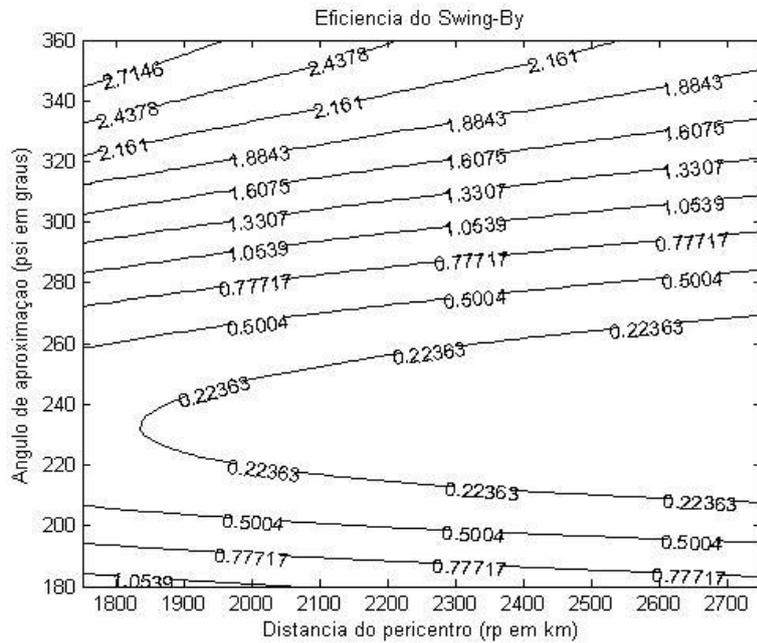


Figura 4.13 - Análise da eficiência do Swing-By, com $V_{inf} = 2.0 \text{ km/s}$ e $180^\circ < \psi < 360^\circ$.

Observa-se nas Figuras 4.10, 4.11, 4.12 e 4.13 que a grande maioria das curvas tem valores positivos, o que indica que a aplicação do impulso durante o encontro próximo é mais eficiente (em termos de causar uma variação na energia de maior magnitude) do que a aplicação de um impulso com a mesma magnitude fora da região de influência de M_2 .

De acordo com Prado (1996a), onde são apresentados os gráficos com a diferença da variação da energia e momento angular, obtidos pelo problema de dois e três corpos, é possível concluir que a aproximação pelo problema de dois corpos desta manobra fornece um melhor resultado no intervalo de $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$ (região onde o erro é menor) e que esta aproximação aumenta de qualidade quando a magnitude do impulso aumenta.

5 MÉTODO PROPOSTO: MANOBRAS DE SWING-BY COM APLICAÇÃO DE IMPULSO FORA DO PERIAPSIDE E NA VIZINHANÇA DA REGIÃO DE INFLUÊNCIA DE M_2

O objetivo é estudar o efeito da aplicação do impulso antes e depois do Swing-By, fora do periapside da órbita, mas na vizinhança da esfera de influência de M_2 .

Neste trabalho usamos o sistema Terra-Lua-satélite e Sol-Júpiter-satélite, no caso da Lua o raio de influência é de 0.172 unidades canônicas e de Júpiter é de 0.062 unidades canônicas (Murray e Dermott, 1999).

Foi usado um raio igual à metade da distância entre M_1 e M_2 para calcular a energia antes e depois da passagem do satélite pelo periapside. Essa distância é grande o suficiente para garantir, que fora dela, o corpo secundário não influencia mais na trajetória do satélite.

A partir dos resultados obtidos foi possível verificar o ponto de maior eficiência para se aplicar o impulso em uma manobra. Com isso, foi possível complementar o estudo efetuado por Prado (1996a) e mapear regiões ótimas para a aplicação do impulso entre as opções: a) no instante da passagem pelo periapside; b) fora do periapside, mas dentro da esfera de influência de M_2 ; c) fora da esfera de influência de M_2 .

A Figura 5.1 descreve em detalhes esse novo tipo de manobra considerada. A posição $\mathbf{r} = (x,y)$ do ponto onde foi aplicado o impulso δV foi especificada por meio da anomalia verdadeira, denominada θ , desse ponto. Foi adotado para o deslocamento de θ o sentido anti-horário como positivo e o sentido horário como negativo, ambos medidos a partir do vetor $\mathbf{r}_p = (x_p, y_p)$. A curva preta representa a primeira órbita e a curva azul representa a segunda órbita.

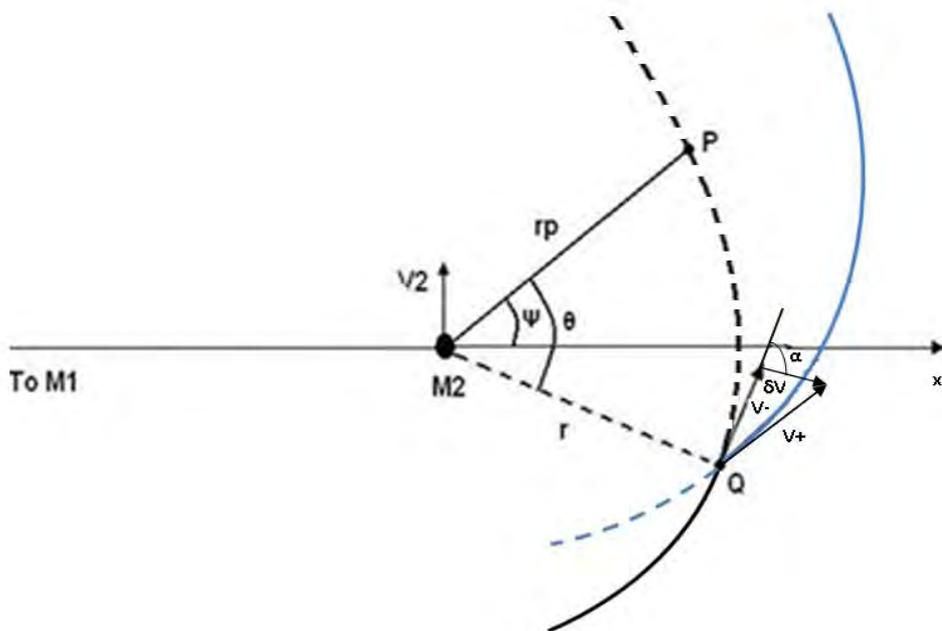


Figura 5.1 - Geometria do Swing-By com aplicação do impulso fora do periapside.

Conforme apresentado na Figura 5.1, a posição onde será aplicado o Swing-By é uma função de θ . Esse ângulo θ pode ser obtido a partir do produto escalar dos vetores r_p e r . Utilizando esse enfoque, podemos chegar na equação mostrada abaixo.

$$\theta = \arccos\left(\frac{x_p x + y_p y}{r_p r}\right) \quad (5.1)$$

Sendo assim, o algoritmo para solução numérica do problema foi feito da seguinte forma:

a) Iniciou-se o estudo com o veículo espacial colocado no ponto P. Isso foi feito especificando-se as três variáveis que definem univocamente uma trajetória de Swing-By: V_p , magnitude da velocidade do satélite ao passar pelo periapside; r_p , menor distância entre o veículo espacial e o corpo celeste, chamado raio do periapside; e ψ , ângulo entre a linha que liga os dois primários até a linha do periapside;

b) A partir desse ponto P efetuou-se uma integração numérica, reversa ou direta de acordo com o sinal de θ , até que o veículo espacial atingisse o ponto Q, mostrado na Figura 5.1. Esse ponto foi definido através da especificação do valor do ângulo θ ;

c) A partir do ponto Q executou-se uma integração reversa no tempo (Vieira Neto & Winter, 2001), até que se atingisse a metade da distância entre M_1 e M_2 , para obter a primeira órbita e os valores de energia, velocidade e momento angular antes da manobra completa;

d) Aplicou-se um impulso $\delta\mathbf{V}$ no ponto Q, formando um ângulo α entre a direção do impulso e a direção do movimento do veículo espacial, para obter a nova órbita. Os valores de magnitude e direção de aplicação do impulso foram variados para obter os valores que maximizassem ou minimizassem a energia;

e) Integrou-se para frente no tempo essa nova órbita até um ponto distante de M_2 , obtendo os valores de energia, velocidade e momento angular depois da manobra completa;

f) Por fim, foi calculada a variação da energia em função da magnitude do impulso, do ângulo de aplicação do impulso e do ângulo θ , que define o local de aplicação do impulso. Essa grandeza pode então ser escrita como:

$$\Delta E = \mathbf{f}(\delta\mathbf{V}, \alpha, \theta) \quad (5.2)$$

Sendo assim, estudou-se esse problema levando em conta dois conjuntos de condições iniciais na manobra. Um ligado a geometria da manobra, que engloba os valores de r_p , ψ , V_{inf} , e outro conjunto ligado ao impulso, que engloba os valores de δV , α e θ . O estudo foi então feito em função dessas variáveis.

As coordenadas da posição e velocidade do ponto Q, ou seja, os valores das componentes de \mathbf{r} foram obtidos por meio das integrações numéricas do problema restrito de três corpos, feitas em FORTRAN.

A variação da energia é calculada pela diferença entre a energia da órbita obtida depois da aplicação do impulso e da órbita que se tinha anteriormente.

5.1. Resultados

O programa foi feito para ser usado de forma generalizada, ou seja, variando a anomalia verdadeira (θ) podemos ter todos os casos de manobras de Swing-By, com ou sem aplicação de impulso (pode-se variar a magnitude do impulso, δV e pode-se também variar o ângulo que define a direção do impulso (α)).

Como explicado na secção 4.1, para os casos com $0^\circ < \psi < 180^\circ$, de acordo com o Swing-By padrão a manobra perde energia, pois o satélite está passando na frente do corpo celeste e sendo freado pelo mesmo. Quando $\psi=90^\circ$ ocorre à perda máxima de energia. Quando $180^\circ < \psi < 360^\circ$, de acordo com o Swing-By padrão a manobra ganha energia. Em $\psi=270^\circ$ ocorre o ganho máximo de energia. Quando $\psi=0^\circ$ e $\psi=180^\circ$ o efeito do Swing-By é considerado nulo.

Serão apresentados resultados para o sistema Terra-Lua-veículo espacial e Sol-Júpiter-veículo espacial. Abaixo a Tabela 5.1 apresenta alguns dados referentes a estes sistemas.

Tabela 5.1 – Informações sobre os sistemas estudados.

SISTEMA TERRA – LUA			
μ (massa da Lua)	Distância (km)	Veloc. Orbital (km/s)	V_{inf} . adotada (km/s)
0.01214	384400	1.02	1.00
SISTEMA SOL – JÚPITER			
μ (massa de Júpiter)	Distância (km)	Veloc. Orbital (km/s)	V_{inf} . adotada (km/s)
0.00095373	778330000	13.1	10.0

Foram analisados, para os dois sistemas, casos para aplicação do impulso no periapside, ou seja, $\theta=0^\circ$ e α variando, com o objetivo de analisar a importância de α nesta manobra. Em seguida analisamos os casos em que $\alpha=0^\circ$, ou seja, aplicação do impulso na direção do movimento do satélite e θ variando. E por último analisamos os casos em que α e θ variam e a partir disto verificamos o ponto mais eficiente, que maximizasse e minimizasse a energia, para aplicação do impulso.

Estes resultados serão apresentados, respectivamente, no Capítulo Seis, Capítulo Sete e Capítulo Oito deste trabalho. O objetivo de distribuir os resultados em capítulos é deixar o trabalho mais organizado e para fácil compreensão, considerando que os resultados são muitos.

6 RESULTADOS PARA OS CASOS COM VARIAÇÃO DO ÂNGULO QUE DEFINE A DIREÇÃO DO IMPULSO (α) E ANOMALIA VERDADEIRA IGUAL A ZERO ($\theta=0^\circ$)

Para estes casos, foi utilizado $\theta=0^\circ$. Tem-se então que o ponto Q e o ponto P da Figura 5.1 são os mesmos, ou seja, o impulso foi aplicado no periapside da órbita. O objetivo de estudar casos com a anomalia verdadeira igual à zero, é que tornará possível a comparação dos resultados obtidos, com os resultados apresentados por Prado (1996a) e a partir disto garantir o bom funcionamento do programa e os resultados gerados por ele. O ângulo α varia de -180° a 180° de 0.1° em 0.1° .

6.1. Sistema Terra-Lua-Veículo Espacial

Foi usado o raio do periapside igual a 1.1 raios da Lua ($r_p=1.1 r_L$) e magnitude do impulso (δV) de 0.5 a 4.0 km/s, variando de 0.5 em 0.5 km/s.

A Tabela 6.1 apresenta a variação máxima de energia e seus respectivos valores da anomalia verdadeira (θ), ângulo de aproximação (ψ), magnitude do impulso (δV) e ângulo que define a direção do impulso (α), todos para o raio do periapside igual a 1.1 raios da Lua.

Tabela 6.1 - Variação máxima da energia e seus respectivos dados, para $r_p=1.1$ raios da Lua, com θ igual a 0° .

ψ	δV (km/s)	$\Delta E_{\text{máx}}$	α
0°	0.5	2.4487	5.2°
0°	1.0	4.8414	3.8°
0°	1.5	7.3726	3.0°
0°	2.0	10.1003	2.3°
0°	2.5	13.0478	1.8°
0°	3.0	16.2265	1.5°

(Continua)

Tabela 6.1 – Continuação

0°	3.5	19.6424	1.3°
0°	4.0	23.2994	1.1°
45°	0.5	0.1548	-45.0°
45°	1.0	1.5868	-45.0°
45°	1.5	3.2283	-45.0°
45°	2.0	5.0924	-45.0°
45°	2.5	7.1868	-45.0°
45°	3.0	9.5163	-45.0°
45°	3.5	12.0844	-45.0°
45°	4.0	14.8936	-45.0°
90°	0.5	-0.2225	0°
90°	1.0	1.4766	0°
90°	1.5	3.4218	0°
90°	2.0	5.6036	0°
90°	2.5	8.0233	0°
90°	3.0	10.6834	0°
90°	3.5	13.5860	0°
90°	4.0	16.7327	0°
135°	0.5	0.0235	-121.2°
135°	1.0	0.6753	73.7°
135°	1.5	2.1864	72.0°
135°	2.0	3.9814	71.0°
135°	2.5	6.0417	70.3°
135°	3.0	8.3598	69.8°
135°	3.5	10.9320	69.5°
135°	4.0	13.7566	69.2°

(Continua)

Tabela 6.1 – Continuação

180°	0.5	0.5893	-126.3°
180°	1.0	1.1537	-14.1°
180°	1.5	2.3387	-9.1°
180°	2.0	3.8303	-6.5°
180°	2.5	5.6045	-5.0°
180°	3.0	7.6491	-4.0°
180°	3.5	9.9574	-3.2°
180°	4.0	12.5253	-2.7°
225°	0.5	1.8578	-35.3°
225°	1.0	2.9591	-31.4°
225°	1.5	4.3700	-28.9°
225°	2.0	6.0703	-27.3°
225°	2.5	8.0473	-26.2°
225°	3.0	10.2934	-25.4°
225°	3.5	12.8034	-24.8°
225°	4.0	15.5739	-24.4°
270°	0.5	3.0221	-18.9°
270°	1.0	4.6547	-21.0°
270°	1.5	6.5422	-21.7°
270°	2.0	8.6913	-22.0°
270°	2.5	11.1007	-22.1°
270°	3.0	13.7686	-22.1°
270°	3.5	16.6932	-22.2°
270°	4.0	19.8732	-22.2°
315°	0.5	3.2490	-5.0°
315°	1.0	5.3789	-7.9°

(Continua)

Tabela 6.1 – Conclusão

315°	1.5	7.6928	-9.4°
315°	2.0	10.2319	-10.2°
315°	2.5	13.0096	-10.7°
315°	3.0	16.0312	-11.1°
315°	3.5	19.2992	-11.5°
315°	4.0	22.8151	-11.6°

A Tabela 6.1 apresenta os dados para configuração de um sistema Terra-Lua-veículo espacial que resulta na variação máxima de energia, com aplicação do impulso no periapside da órbita ($\theta=0^\circ$). Nela observa-se que a melhor direção para aplicação do impulso no satélite é na direção não tangencial a órbita, exceto nos casos de $\psi=90^\circ$ em que a variação máxima de energia ocorre quando $\alpha=0^\circ$.

Para os casos em que $\theta=0^\circ$ e $\psi=0^\circ$ ocorreram capturas do satélite pela Lua, isso aconteceu na região em torno de $\alpha=-170^\circ$. Alguns exemplos destas capturas são apresentados nas Figuras 6.1, 6.2 e 6.3 da trajetória do satélite em torno da Lua, para os diferentes valores do impulso.

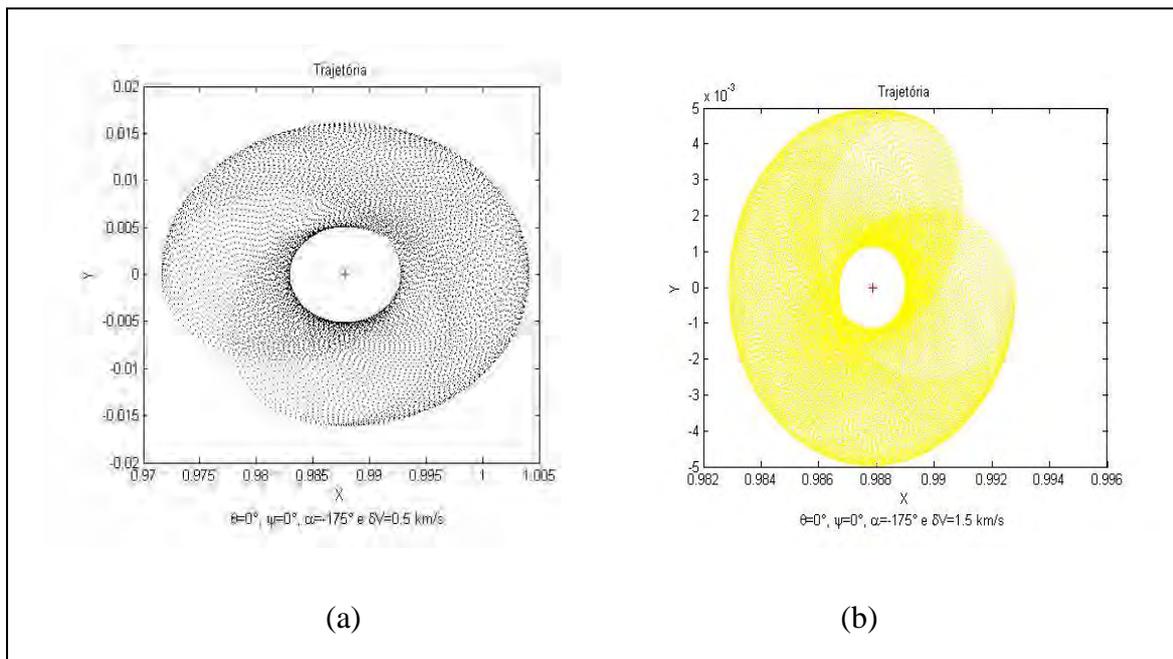


Figura 6.1 - Trajetória do satélite em torno de M_2 , com $\theta=0^\circ$, $\psi=0^\circ$, $\alpha=-175.0^\circ$, (a) $\delta V=0.5$ km/s e (b) $\delta V=1.5$ km/s.

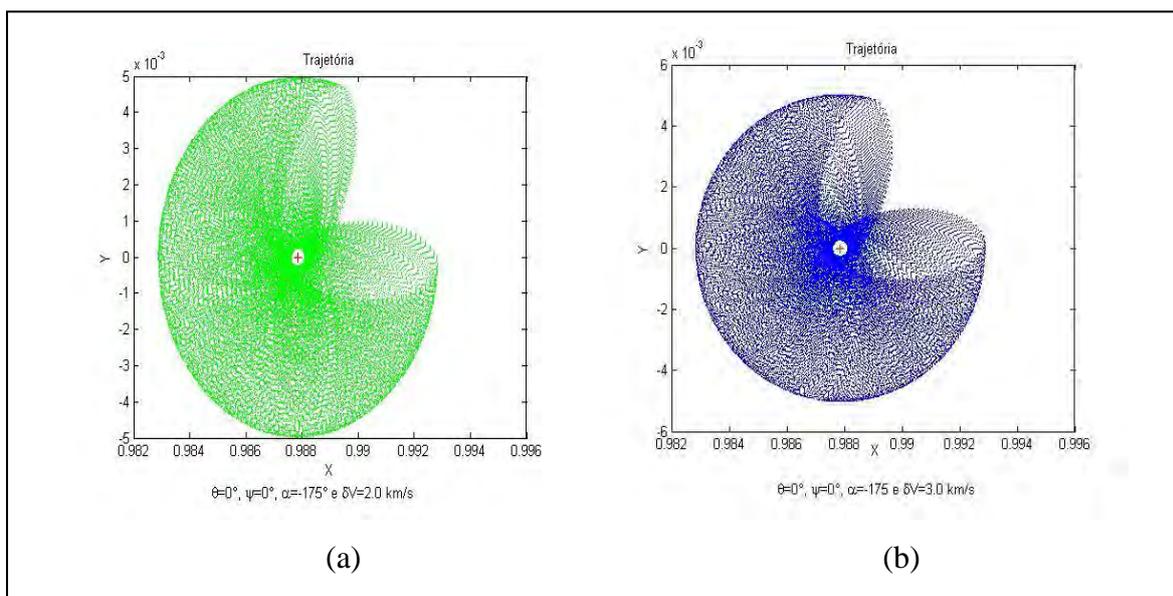


Figura 6.2 - Trajetória do satélite em torno de M_2 , com $\theta=0^\circ$, $\psi=0^\circ$, $\alpha=-175.0^\circ$, (a) $\delta V=2.0$ km/s e (b) $\delta V=3.0$ km/s.

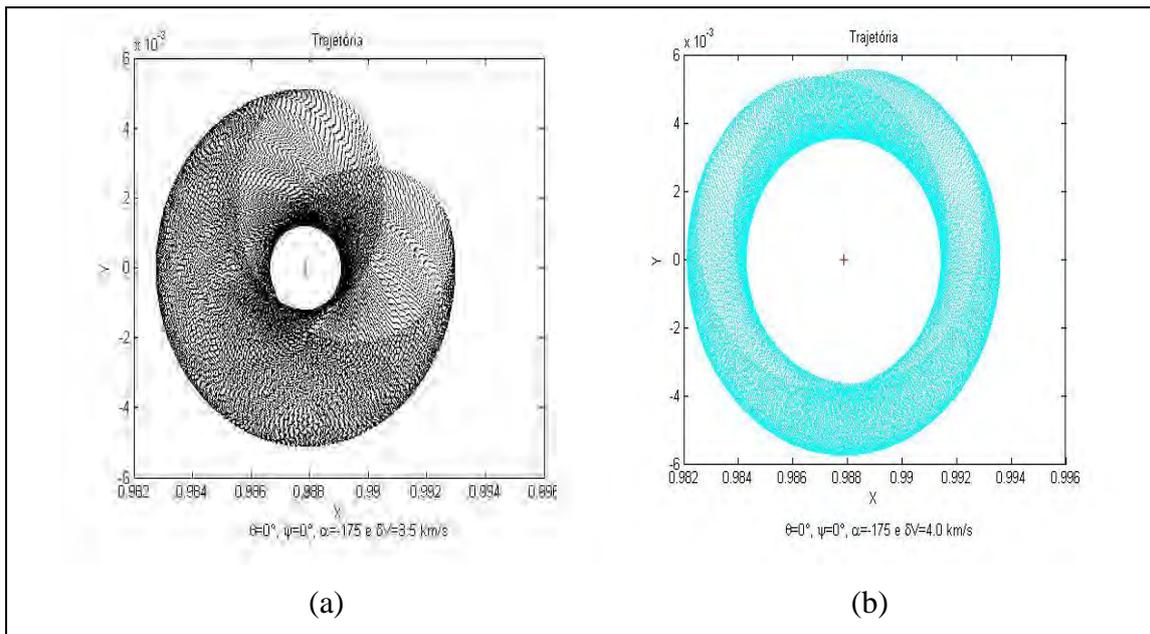


Figura 6.3 - Trajetória do satélite em torno de M_2 , com $\theta=0^\circ$, $\psi=0^\circ$, $\alpha=-175.0^\circ$, (a) $\delta V=3.5$ km/s e (b) $\delta V=4.0$ km/s.

A Tabela 6.2 apresenta a variação mínima de energia e seus respectivos valores da anomalia verdadeira (θ), ângulo de aproximação (ψ), magnitude do impulso (δV) e ângulo que define a direção do impulso (α), todos para o raio do periapside igual a 1.1 raios da Lua.

Tabela 6.2 - Variação mínima da energia e seus respectivos dados, para $r_p= 1.1$ raios da Lua, com θ igual a 0° .

ψ	δV (km/s)	ΔE_{\min}	α
0°	0.5	-1.7766	122.2°
0°	1.0	-1.6332	-116.6°
0°	1.5	-1.7354	-117.5°
0°	2.0	-1.7205	-117.5°
0°	2.5	-1.7775	-120.6°
0°	3.0	-1.6775	-133.4°
0°	3.5	-1.1829	140.0°
0°	4.0	-1.5714	-150.2°
45°	0.5	-2.0581	143.0°
45°	1.0	-2.1087	26.3°
45°	1.0	-2.1087	-116.3°
45°	1.5	-2.1115	153.2°
45°	2.0	-2.1052	23.0°
45°	2.0	-2.1052	-113.0°
45°	2.5	-1.9862	37.1°
45°	2.5	-1.9862	-127.1°

(Continua)

Tabela 6.2 – Continuação

45°	3.0	-1.9362	43.5°
45°	3.0	-1.9362	-133.5°
45°	3.5	-1.4311	50.6°
45°	3.5	-1.4311	-140.6°
45°	4.0	-1.9961	119.7°
90°	0.5	-1.8073	105.8°
90°	0.5	-1.8073	-105.8°
90°	1.0	-1.8358	102.2°
90°	1.0	-1.8358	-102.2°
90°	1.5	-1.7880	118.0°
90°	1.5	-1.7880	-118.0°
90°	2.0	-1.5542	105.9°
90°	2.0	-1.5542	-105.9°
90°	2.5	-1.6648	-127.1°
90°	2.5	-1.6648	127.1°
90°	3.0	-1.1570	133.1°
90°	3.0	-1.1570	-133.1°
90°	3.5	-1.2077	140.3°
90°	3.5	-1.2077	-140.3°
90°	4.0	-1.2760	149.2°
90°	4.0	-1.2760	-149.2°
135°	0.5	-1.0292	177.5°

(Continua)

Tabela 6.2 – Continuação

135°	0.5	-1.0292	-87.5°
135°	1.0	-0.9625	-116.7°
135°	1.5	-0.5188	-95.7°
135°	2.0	-0.3730	-121.4°
135°	2.5	-0.4278	-126.6°
135°	3.0	-0.8943	-133.2°
135°	3.5	-1.0773	-140.6°
135°	4.0	-1.0638	-150.4°
180°	0.5	-0.2180	90.0°
180°	1.0	-0.2368	90.0°
180°	1.5	-0.0685	-117.5°
180°	2.0	-0.1389	-121.2°
180°	2.5	0.2656	-126.2°
180°	3.0	-0.2599	-133.4°
180°	3.5	-0.1766	-141.0°
180°	4.0	-0.2144	-145.9°
225°	0.5	0.1392	143.5°
225°	0.5	0.1392	126.5°
225°	1.0	0.1458	153.3°
225°	1.0	0.1458	116.7°
225°	1.5	0.0514	152.4°
225°	1.5	0.0514	117.6°
225°	2.0	0.0339	-121.3°
225°	2.5	0.0049	149.3°

(Continua)

Tabela 6.2 – Conclusão

225°	2.5	0.0049	120.7°
225°	3.0	0.0703	141.5°
225°	3.0	0.0703	128.5°
225°	3.5	0.16033	-138.2°
225°	4.0	0.0510	-143.7°
270°	0.5	-0.1585	-125.2°
270°	1.0	-0.0815	116.6°
270°	1.5	-0.2458	-117.8°
270°	2.0	-0.1813	-121.9°
270°	2.5	-0.2616	126.8°
270°	3.0	-0.1891	128.3°
270°	3.5	-0.2680	135.3°
270°	4.0	-0.1824	143.4°
315°	0.5	-1.0118	-122.4°
315°	1.0	-0.9533	-116.8°
315°	1.5	-0.9826	-118.0°
315°	2.0	-0.8546	-121.7°
315°	2.5	-0.9190	-124.1°
315°	3.0	-1.0171	-127.8
315°	3.5	-0.8431	-140.9°
315°	4.0	-0.9561	-145.4°

Em alguns casos da Tabela 6.2 ocorrem dois pontos de mínimo. Isto acontece porque existem dois valores diferentes de α que resultam na mesma trajetória, logo na mesma variação mínima de energia. Para conferir esta informação apresentamos a Figura 6.4 com as trajetórias de um dos casos em que há dois pontos de mínimo, dados extraídos da Tabela 6.2. Ver Figura 6.4:

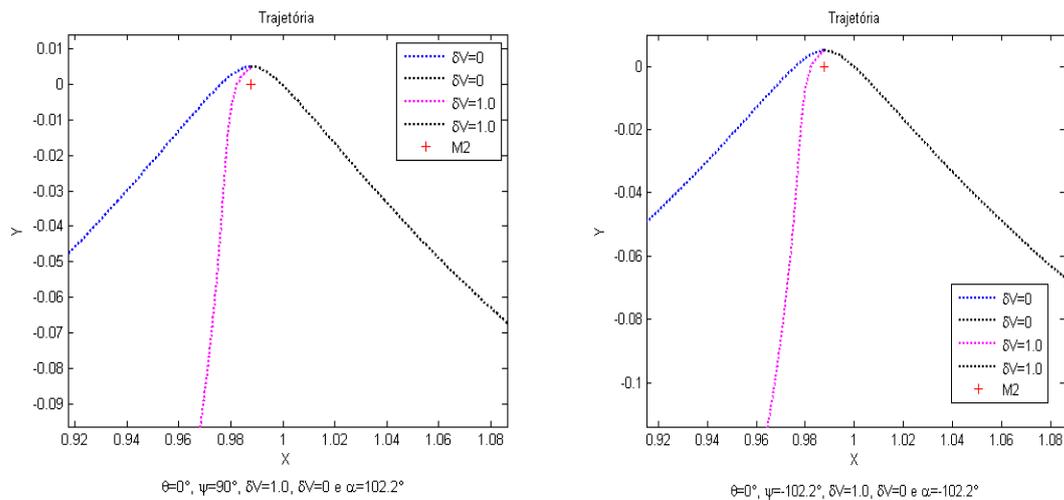


Figura 6.4 – Trajetória do satélite em torno da Lua, caso que resulta na variação mínima de energia.

A Figura 6.4 apresenta a trajetória para o caso com $\theta=0^\circ$, $\psi=90^\circ$, $\delta V=1.0$ km/s, pois este é um dos casos que tem dois pontos de variação mínima de energia, para $\alpha=102.2^\circ$ e $\alpha=-102.2^\circ$.

Nos casos de variação mínima de energia, como a Tabela 6.2, o objetivo é alcançar o mínimo efeito da manobra combinada. Por isso na maioria dos casos, nesta tabela, α é maior que 90° ou menor que -90° , aplicando o impulso contra o movimento da trajetória.

A seguir serão apresentados alguns dos gráficos de onde foram retirados os dados da tabela acima. No eixo x, α varia de -180° a 180° e no eixo y tem-se a variação máxima de energia. As partes em branco dos gráficos representam regiões onde ocorreram captura do satélite pela Lua.

A variação negativa de energia em algumas partes da figura demonstra o Swing-By padrão dominando o impulso. As Figuras 6.5 e 6.6 apresentam α VS ΔE , com $\psi=90^\circ$.

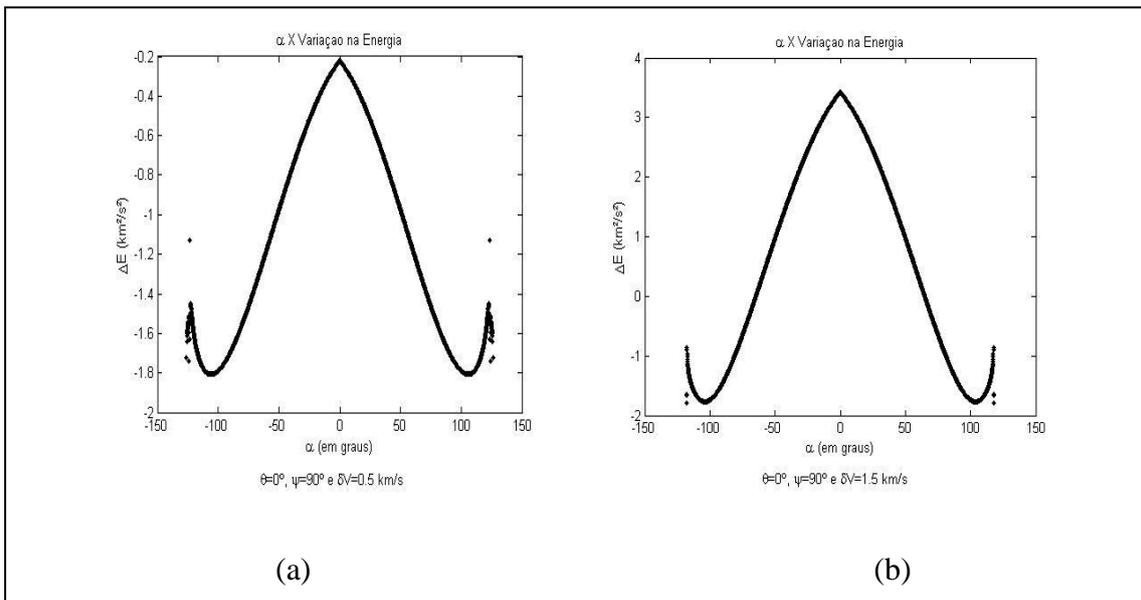


Figura 6.5: Gráficos de α Vs ΔE , com $\psi=90^\circ$, (a) $\delta V=0.5 \text{ km/s}$ e (b) $\delta V=1.5 \text{ km/s}$.

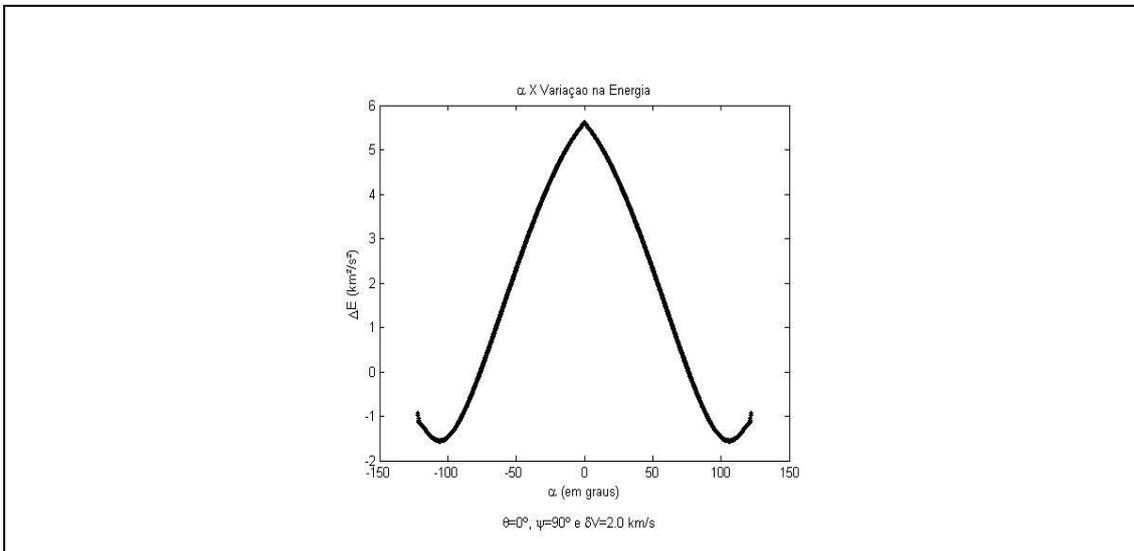


Figura 6.6: Gráficos de α Vs ΔE , com $\psi=90^\circ$ e $\delta V=2.0 \text{ km/s}$.

Nas Figuras 6.5 e 6.6 vemos que a máxima variação de energia ocorre em $\alpha=0^\circ$. Isso acontece porque quando $\psi=90^\circ$, ocorre à perda máxima de energia

pelo Swing-By padrão, ou seja, para obter o ponto onde a energia é maior é necessário mudar o mínimo possível à geometria do sistema. Quando se aplica um impulso no veículo espacial a magnitude do raio do periapside (r_p) se altera e ela só pode diminuir, porém diminuir essa magnitude significa aumentar o efeito do Swing-By que está tirando a energia do sistema. Logo α não pode ser negativo, pois significaria perder mais energia. Se α for positivo a órbita depois do impulso pode aumentar, porém a magnitude do r_p não irá aumentar, pois o r_p da primeira órbita fará parte da segunda órbita. Portanto quando $\alpha=0^\circ$ ocorre a maior variação de energia, pois este é o caso onde menos muda a configuração de r_p , ou seja, para este caso menos perde energia.

As Figuras 6.7 e 6.8 apresentam α Vs ΔE , com $\psi=135^\circ$.

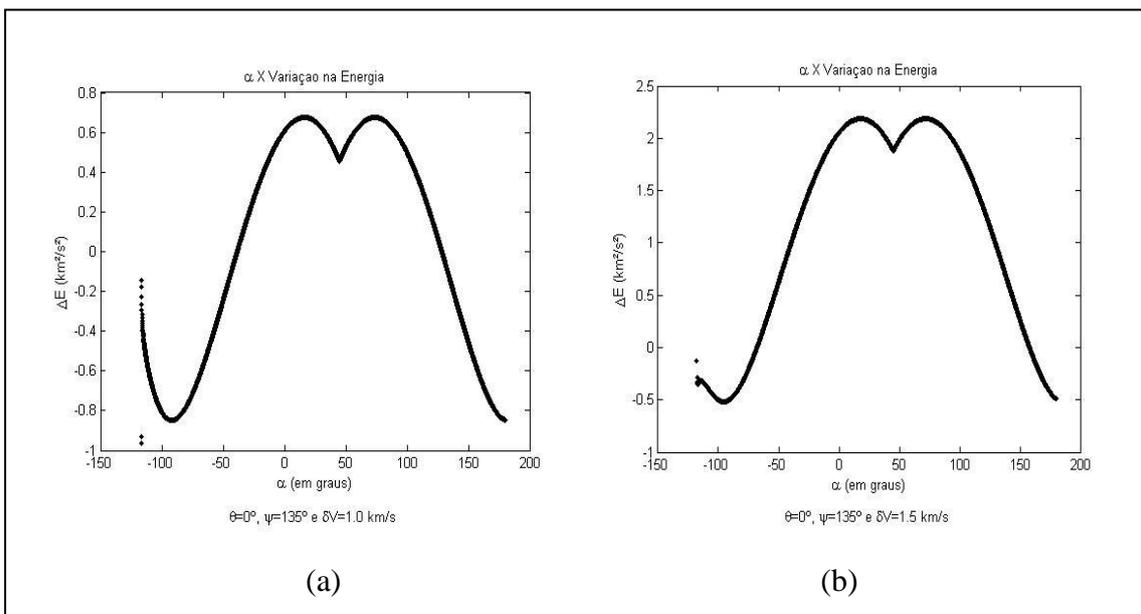


Figura 6.7 - Gráficos de α VS ΔE , com $\psi=135^\circ$ e (a) $\delta V=0.5 \text{ km/s}$ e (b) $\delta V=1.5 \text{ km/s}$.

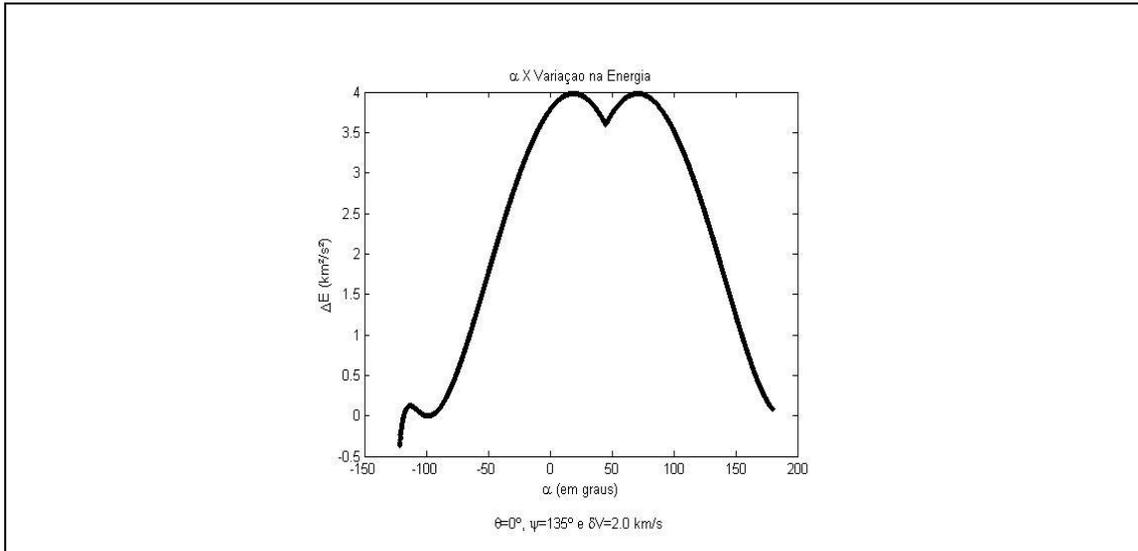


Figura 6.8 - Gráficos de α VS ΔE , com $\psi=135^\circ$ e $\delta V=2.0$ km/s.

Nas Figuras 6.7 e 6.8 o valor de α quando a variação de energia é máxima está em torno de 70 graus, o que significa que o satélite está afastando do corpo secundário. O parâmetro α é quem define a direção do impulso aplicado. O α ótimo define o ângulo de deflexão (ângulo entre a velocidade de aproximação em relação a M_2 e a velocidade de saída do satélite em relação a M_2) que obtenha o menor r_p possível (para ganhar o máximo de energia) e seja suficiente para não colidir com M_2 ou ser capturado. Logo a magnitude do impulso influencia significativamente na definição do α ótimo, quanto maior for esta magnitude maior será sua influência. Por isso, neste caso, quando $\theta=0^\circ$, $\psi=135^\circ$ e a magnitude do impulso aplicado é 0.5 km/s, a variação de energia é negativa e para os valores testados maiores que 0.5 km/s, α tem valores positivos. Quanto maior a magnitude do impulso maior também será o seu domínio sobre o Swing-By.

A Figura 6.9 apresenta a trajetória do satélite quando $\Psi=135^\circ$ e $\delta V=2.5$ km/s para $\alpha=70.3^\circ$, que é o caso em que resultou na variação máxima de energia. Ver tabela 6.1.

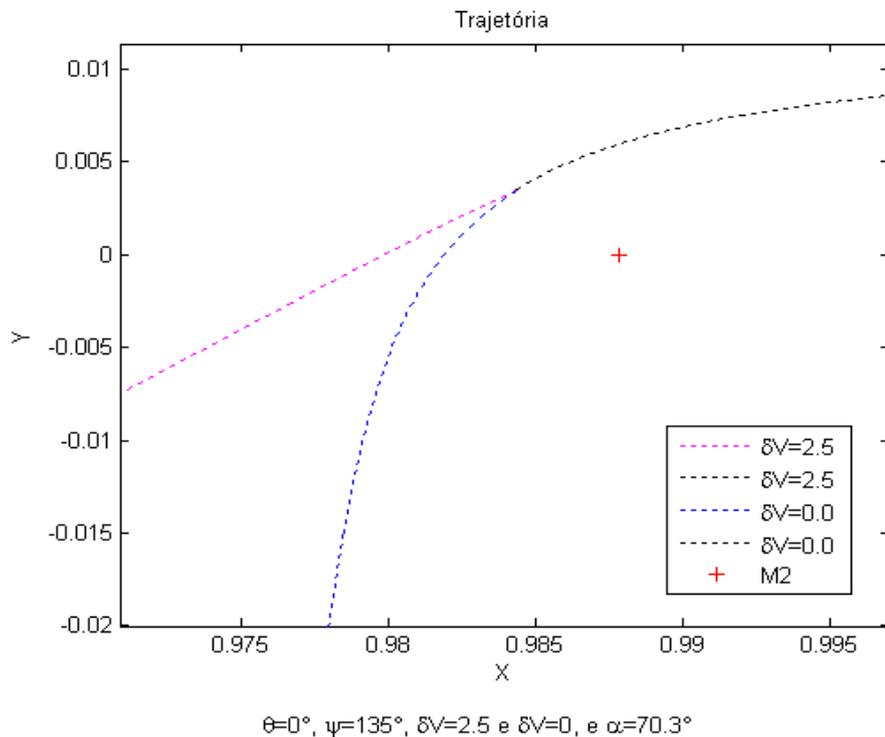


Figura 6.9 – Trajetória do satélite em torno da Lua, com $\psi=135^\circ$.

A curva preta representa a trajetória do satélite antes da aplicação do impulso, e ela é coincidente com a trajetória inicial do satélite sem aplicação do impulso. A curva azul representa a continuação da trajetória sem aplicação do impulso, ou seja, $\delta V=0$ km/s. A curva rosa é a trajetória na segunda órbita, depois que o impulso é aplicado no periapside. O símbolo +, em vermelho, representa M_2 . Esta é a trajetória de um caso que resultou na variação máxima de energia, $\alpha=70.3^\circ$, valor positivo, que fez com que o satélite afastasse de M_2 , comportamento visível na Figura 6.9.

Na Figura 6.10, onde são apresentados os gráficos para $\psi=225^\circ$, conforme a magnitude do impulso aumenta o ângulo entre \mathbf{V}_p e $\delta \mathbf{V}$ diminui (considerando que o sinal negativo de α determina apenas o sentido do vetor, e não a abertura do ângulo). O satélite está se aproximando do corpo secundário.

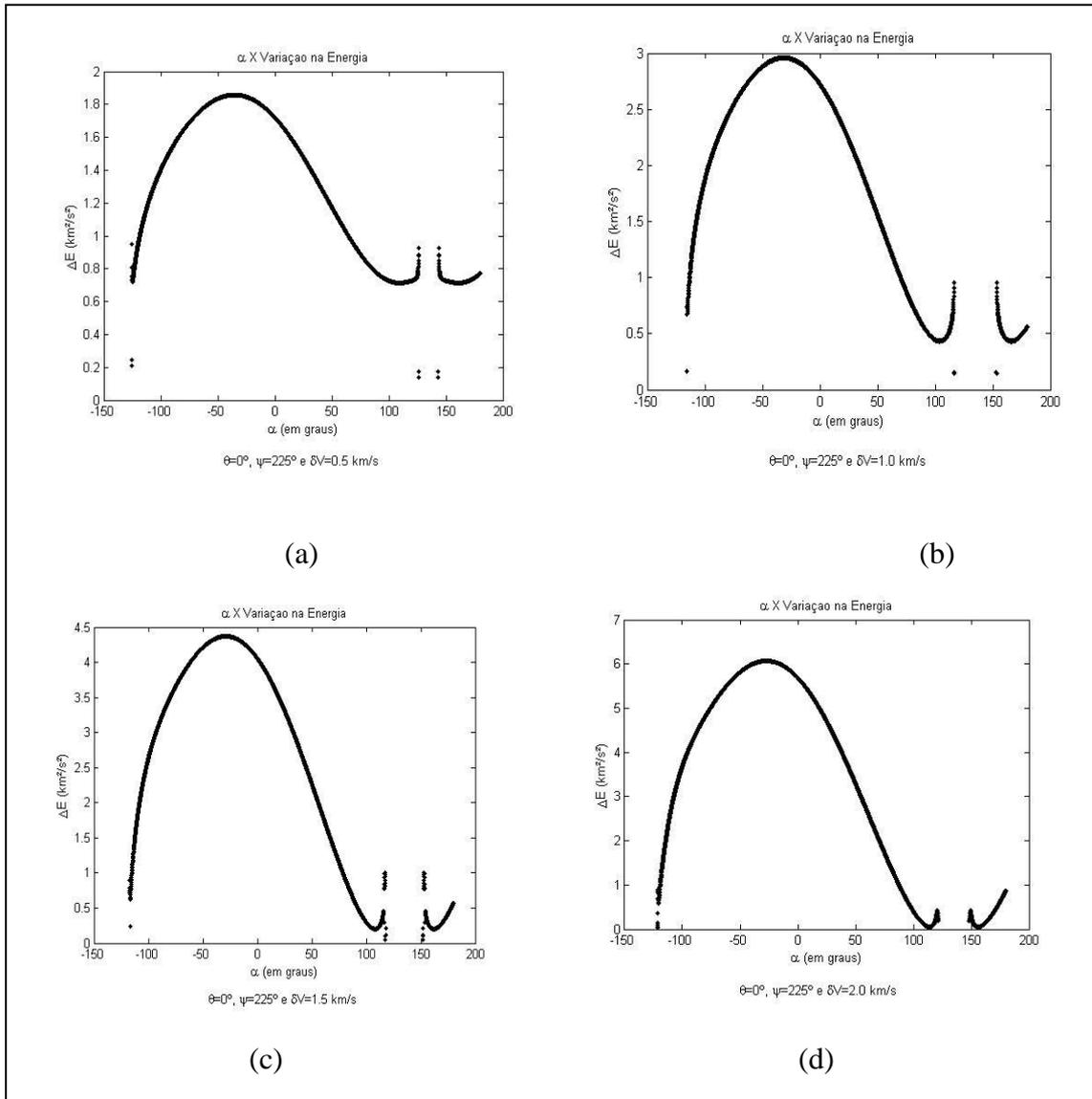


Figura 6.10 - Gráficos de α VS ΔE , com $\psi = 225^\circ$, (a) $\delta V = 0.5 \text{ km/s}$, (b) $\delta V = 1.0 \text{ km/s}$, (c) $\delta V = 1.5 \text{ km/s}$ e (d) $\delta V = 2.0 \text{ km/s}$.

A Figura 6.11 apresenta a trajetória do satélite para o caso da variação máxima da energia, para $\psi = 225^\circ$ e $\alpha = -26.2$, dados extraídos da Tabela 6.1. A curva preta representa a trajetória do satélite antes da aplicação do impulso, e ela é coincidente com a trajetória inicial do satélite sem aplicação do impulso. A curva azul representa a continuação da trajetória sem aplicação do impulso, ou

seja, $\delta V=0$ km/s. A curva rosa é a trajetória na segunda órbita, depois que o impulso é aplicado no periapside. O símbolo +, em vermelho, representa M_2 .

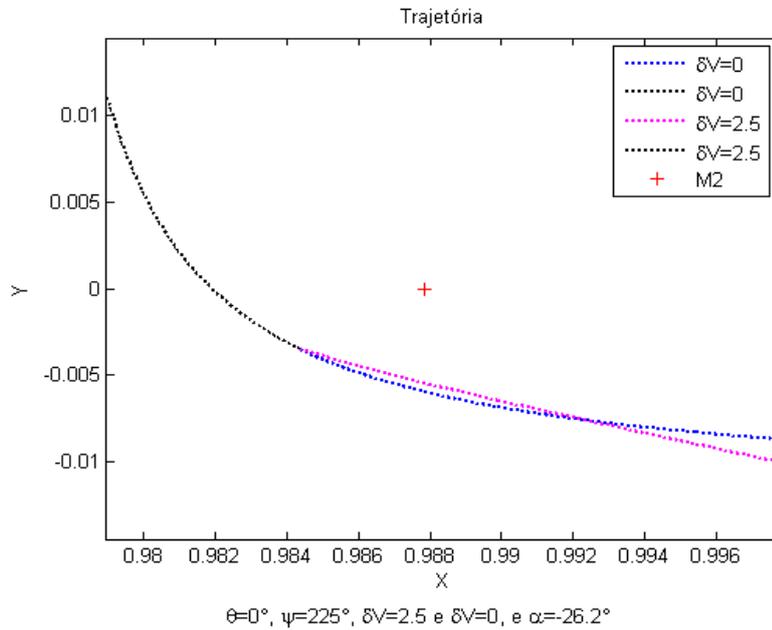


Figura 6.11 – Trajetória do satélite em torno da Lua, com $\psi=225^\circ$.

As Figuras 6.12 e 6.13 apresentam os gráficos para $\psi=270^\circ$.

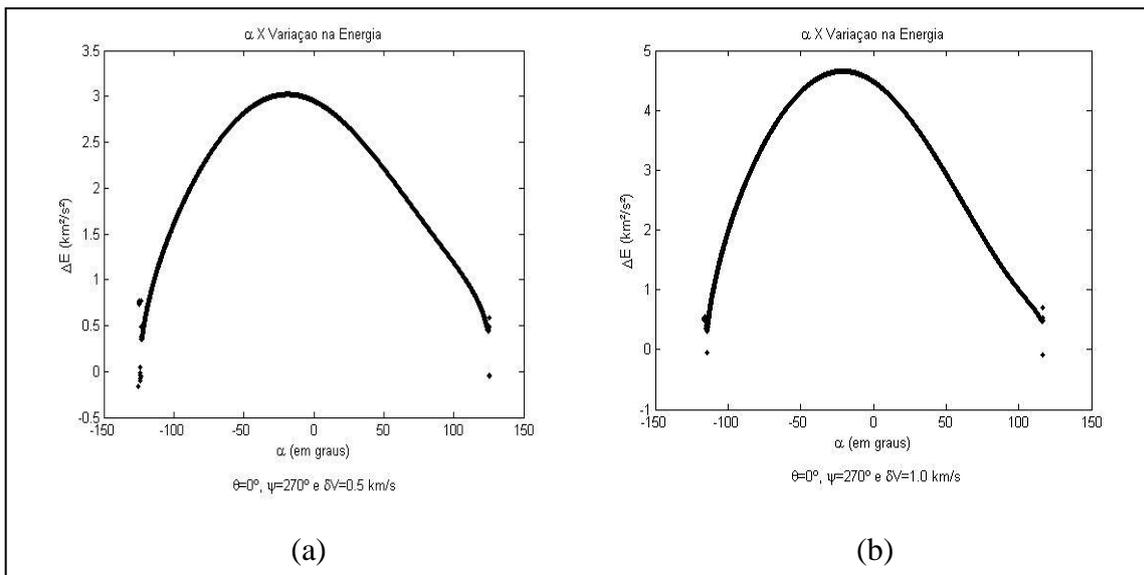


Figura 6.12 - Gráficos de α VS ΔE , com $\psi=270^\circ$, (a) $\delta V=0.5$ km/s e $\delta V=1.0$ km/s.

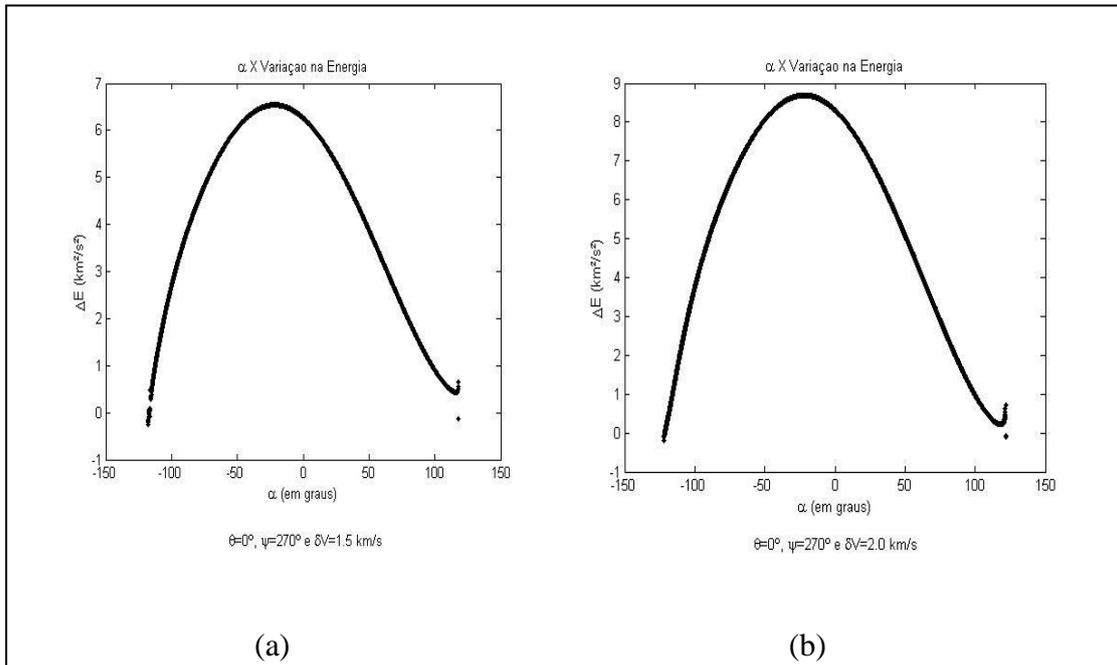


Figura 6.13 - Gráficos de α VS ΔE , com $\psi=270^\circ$, (a) $\delta V=1.5 \text{ km/s}$ e $\delta V=2.0 \text{ km/s}$.

A Figura 6.14 apresenta a trajetória do satélite para o caso da variação máxima da energia, para $\psi=270^\circ$ e $\alpha=-22.1$, ver Tabela 6.1. A curva preta representa a trajetória do satélite antes da aplicação do impulso, e ela é coincidente com a trajetória inicial do satélite sem aplicação do impulso. A curva azul representa a continuação da trajetória sem aplicação do impulso, ou seja, $\delta V=0 \text{ km/s}$. A curva rosa é a trajetória na segunda órbita, depois que o impulso é aplicado no periapside. O símbolo +, em vermelho, representa M_2 .

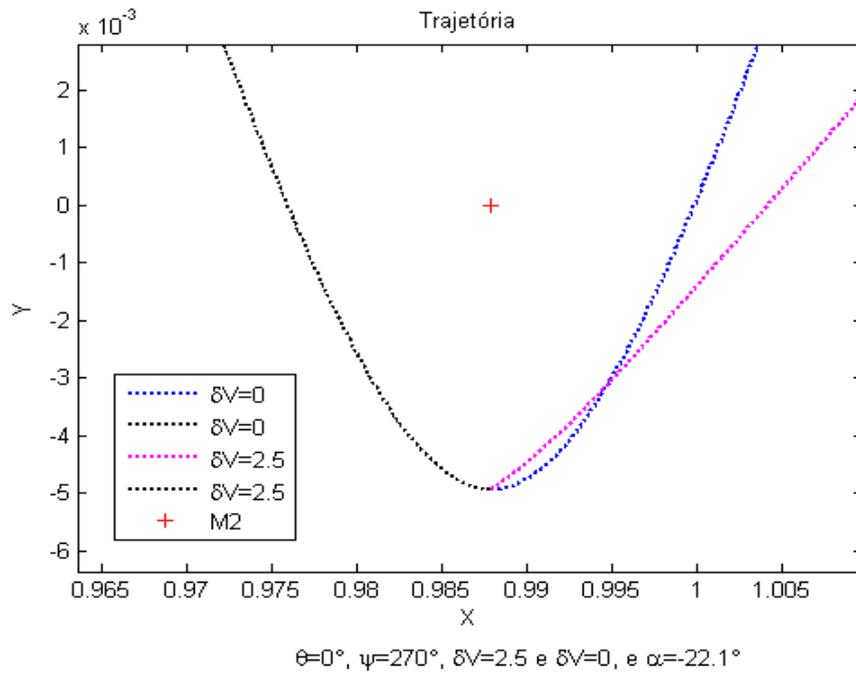


Figura 6.14 – Trajetória do satélite em torno da Lua, com $\psi=270^\circ$.

As Figuras 6.15 e 6.16 apresentam os gráficos para $\psi=315^\circ$.

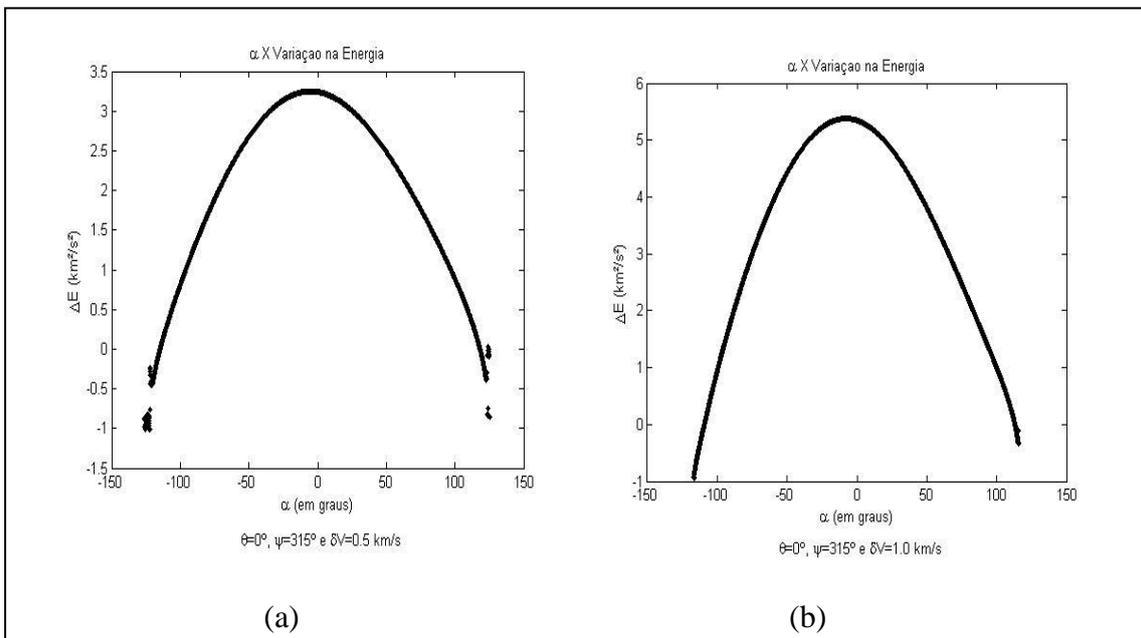


Figura 6.15 - Gráficos de α VS ΔE , com $\psi=315^\circ$, (a) $\delta V=0.5$ km/s e $\delta V=1.0$ km/s.

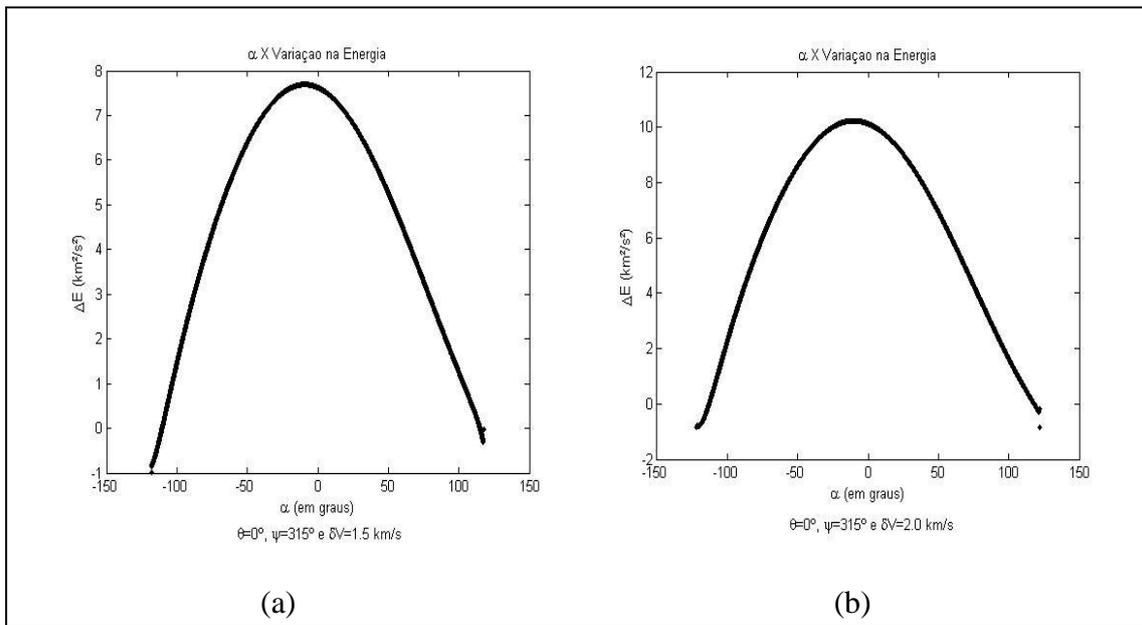


Figura 6.16 - Gráficos de α VS ΔE , com $\psi=315^\circ$, (a) $\delta V=1.5$ km/s e (b) $\delta V=2.0$ km/s.

Para os casos em que ψ está entre 180° e 360° (Figuras 6.9, 6.10, 6.12, 6.13, 6.15 e 6.16), a variação máxima de energia ocorre quando α é negativo, isso significa que o satélite está se aproximando de M_2 , conseqüentemente o r_p é menor, logo o efeito do Swing-By é maior, já que quando $180^\circ < \psi < 360^\circ$ o satélite ganha energia com o Swing-By padrão, por isso a variação máxima de energia ocorre quando α é negativo e não em $\alpha=0^\circ$, como era esperado, já que quando $\alpha=0^\circ$ o vetor impulso tem a mesma direção e sentido do vetor velocidade do satélite. Quando isso acontece, de acordo com Prado (1996a), há um incremento do ângulo de deflexão. A anomalia verdadeira (f_0) do satélite na segunda órbita (depois do impulso) tem sinal negativo se $-180^\circ < \alpha < 0^\circ$, isso porque a velocidade radial ganha uma componente do impulso negativa. Com f_0 negativo a deflexão total da manobra, Θ (ver Equação 4.14), ganha um incremento e conseqüentemente a variação da energia também tem um incremento. Esse ganho na energia compensa a perda de transferência de energia que ocorre devido ao vetor impulso não estar na mesma direção e sentido que o vetor velocidade do satélite.

6.2. Sistema Sol-Júpiter-Veículo Espacial

A Tabela 6.3 apresenta a variação máxima de energia e seus respectivos valores da anomalia verdadeira (θ), ângulo de aproximação (ψ), magnitude do impulso (δV) e ângulo que define a direção do impulso (α), todos para o raio do periapside igual a 1.1 raios de Júpiter.

Tabela 6.3 - Variação máxima da energia e seus respectivos dados, para $r_p=1.1$ raios de Júpiter, com θ igual a 0° .

ψ	δV (km/s)	$\Delta E_{\text{máx}}$	α
0°	0.5	53.2236	2.7°
0°	1.0	105.6708	3.1°
0°	1.5	157.4895	3.3°
0°	2.0	208.7664	3.5°
0°	2.5	259.5674	3.7°
0°	3.0	309.9469	3.8°
0°	3.5	359.9530	3.9°
0°	4.0	409.6283	4.0°
45°	0.5	-158.5192	-45.0°
45°	1.0	-139.1870	-45.0°
45°	1.5	-118.4377	-45.0°
45°	2.0	-96.6330	-45.0°
45°	2.5	-73.9975	-45.0°
45°	3.0	-50.6804	-45.0°
45°	3.5	-26.7857	-45.0°
45°	4.0	-2.3889	-45.0°
90°	0.5	-237.9824	-180.0°
90°	1.0	-154.8531	-155.0°

(Continua)

Tabela 6.3 – Continuação

90°	1.5	-186.8196	127.3°
90°	2.0	-186.6462	117.5°
90°	2.5	-186.4026	0.0°
90°	3.0	-164.9857	0.0°
90°	3.5	-141.9381	0.0°
90°	4.0	-117.5081	0.0°
135°	0.5	-158.1412	-178.4°
135°	1.0	-114.5130	-150.3°
135°	1.5	-119.2992	-125.0°
135°	2.0	-125.6812	-115.0°
135°	2.5	-126.8608	-110.0°
135°	3.0	-138.9815	-105.0°
135°	3.5	-125.8889	-105.0°
135°	4.0	-68.3457	-104.8°
180°	0.5	5.3876	-23.9°
180°	1.0	26.6502	-157.9°
180°	1.5	19.9740	-20.8°
180°	2.0	28.8649	-19.7°
180°	2.5	38.7032	-18.8°
180°	3.0	49.4267	-17.9°
180°	3.5	60.9842	-17.1°
180°	4.0	73.3319	-16.4°
225°	0.5	206.4901	-5.1°
225°	1.0	233.6810	-6.6°
225°	1.5	258.9481	-7.9°

(Continua)

Tabela 6.3 – Conclusão

225°	2.0	283.0748	-9.0°
225°	2.5	306.5115	-9.9°
225°	3.0	329.5409	-10.7°
225°	3.5	352.3514	-11.4°
225°	4.0	375.0731	-12.0°
270°	0.5	304.1501	-1.3°
270°	1.0	353.3043	-1.8°
270°	1.5	398.5889	-2.4°
270°	2.0	441.2306	-2.9°
270°	2.5	481.9640	-3.5°
270°	3.0	521.2718	-3.9°
270°	3.5	559.4926	-4.4°
270°	4.0	596.8742	-4.9°
315°	0.5	240.6287	0.9°
315°	1.0	300.2988	0.9°
315°	1.5	356.6317	0.9°
315°	2.0	410.5652	0.8°
315°	2.5	462.6676	0.7°
315°	3.0	513.3236	0.6°
315°	3.5	562.8091	0.4°
315°	4.0	611.3335	0.3°

Na Tabela 6.3, ocorre à mesma configuração que ocorre no sistema Terra-Lua-veículo espacial, para os casos em que ψ está entre 180° e 360° (Figuras 6.20, 6.21, 6.22 e 6.23), a variação máxima de energia ocorre quando α é negativo. Isso significa que o satélite está se aproximando de M_2 , conseqüentemente o r_p é menor, logo o efeito do Swing-By é maior. Porém no sistema Sol-Júpiter-

veículo espacial quando $\psi=315^\circ$ a variação máxima de energia ocorre quando α é positivo e muito próximo de zero.

Quando $\psi=315^\circ$ o satélite está em uma região onde ele ganha energia ($180^\circ < \psi < 360^\circ$), porém está indo em direção a um ponto da órbita onde o efeito do Swing-By é nulo e em seguida entra em uma região onde ele começa a perder energia ($0^\circ < \psi < 180^\circ$), conseqüentemente a magnitude de α começa a estabilizar em torno de zero para que altere o mínimo possível à geometria do sistema.

A Tabela 6.4 apresenta a variação mínima de energia e seus respectivos valores da anomalia verdadeira (θ), ângulo de aproximação (ψ), magnitude do impulso (δV) e ângulo que define a direção do impulso (α), todos para o raio do periapside igual a 1.1 raios de Júpiter.

Tabela 6.4 - Variação mínima da energia e seus respectivos dados, para $r_p=1.1$ raios de Júpiter, com θ igual a 0° .

ψ	δV (km/s)	ΔE_{min}	α
0°	0.5	-54.4493	179.9°
0°	1.0	-128.6964	158.2°
0°	1.5	-128.6743	-128.8°
0°	2.0	-128.7233	118.5°
0°	2.5	-128.5090	112.9°
0°	3.0	-128.7854	109.4°
0°	3.5	-126.9683	107.0°
0°	4.0	-127.1460	105.3°
45°	0.5	-194.9978	83.8°
45°	1.0	-204.4072	67.7°
45°	1.5	-202.2898	38.6°
45°	2.0	-200.6138	19.0°

(Continua)

Tabela 6.4 – Continuação

45°	2.5	-201.6204	15.2°
45°	3.0	-202.6251	12.8°
45°	3.5	-203.6349	11.2°
45°	4.0	-204.6516	10.1°
90°	0.5	-249.7049	77.5°
90°	1.0	-250.4802	82.9°
90°	1.5	-251.2290	84.9°
90°	2.0	-251.9540	86.0°
90°	2.5	-252.6551	86.8°
90°	3.0	-253.3317	87.4°
90°	3.5	-253.9831	87.9°
90°	4.0	-254.6085	88.4°
135°	0.5	-182.7122	75.2°
135°	1.0	-184.9188	48.0°
135°	1.5	-185.3141	45.0°
135°	2.0	-183.6843	45.0°
135°	2.5	-180.3097	45.0°
135°	3.0	-177.7389	162.6°
135°	3.5	-176.4534	165.7°
135°	4.0	-175.1298	168.0°
180°	0.5	-3.0482	-180.0°
180°	1.0	-4.0909	90.0°
180°	1.5	-6.0876	90.0°
180°	2.0	-8.0644	90.0°
180°	2.5	-10.0291	90.0°

(Continua)

Tabela 6.4 – Conclusão

180°	3.0	-11.9879	90.0°
180°	3.5	-13.9452	90.0°
180°	4.0	-15.9039	90.0°
225°	0.5	137.4111	-180.0°
225°	1.0	39.5290	-157.5°
225°	1.5	83.7507	128.0°
225°	2.0	83.8125	118.0°
225°	2.5	83.8371	112.5°
225°	3.0	36.0382	-109.3°
225°	3.5	83.9990	106.7°
225°	4.0	38.0546	105.3°
270°	0.5	180.4349	179.8°
270°	1.0	54.1705	155.2°
270°	1.5	54.8756	127.8°
270°	2.0	85.5693	117.6°
270°	2.5	85.7673	112.3°
270°	3.0	84.3902	-108.8°
270°	3.5	85.88168	106.6°
270°	4.0	85.3164	-104.8°
315°	0.5	100.5890	-179.5°
315°	1.0	13.3412	-150.2°
315°	1.5	13.6376	-126.2°
315°	2.0	13.7461	116.8°
315°	2.5	14.3270	111.6°
315°	3.0	13.4699	-108.2°
315°	3.5	15.8090	106.1°
315°	4.0	-29.4101	-104.9°

Segue abaixo algumas figuras de onde foram extraídos os dados das tabelas.

A Figura 6.17 apresenta a variação da energia para diferentes valores de δV , com $\theta=0^\circ$ e $\psi=90^\circ$.

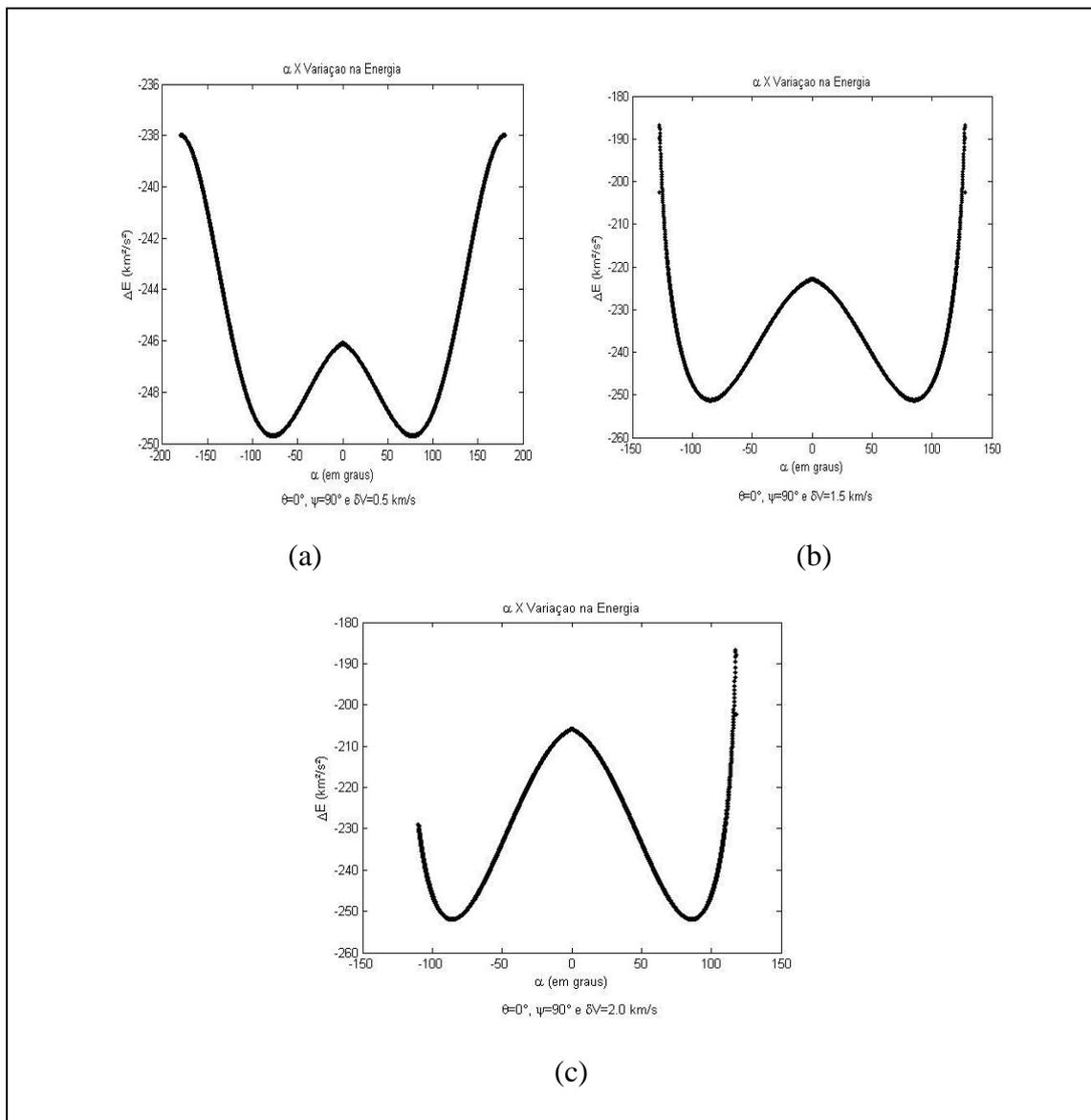


Figura 6.17 - Gráficos de α VS ΔE , com $\psi=90^\circ$.

A variação máxima de energia quando $\psi=90^\circ$ ocorre para $\alpha=0^\circ$, para $\delta V > 2.0$. Isso acontece porque quando $\psi=90^\circ$ ocorre a perda máxima de energia pelo

Swing-By padrão, ou seja, para obter o ponto onde a energia é maior é necessário mudar o mínimo possível da geometria do sistema e essa mudança mínima ocorre quando $\alpha=0^\circ$.

Quando $\psi=90^\circ$, o sistema naturalmente perde máxima energia devido ao Swing-By padrão, e a variação mínima de energia ocorre quando α está próximo de 90° . Isso ocorre porque quando α está próximo de 90° há uma componente com magnitude muito pequena ou não há componente acelerando ou freando o satélite. Existe uma componente oposta à velocidade radial do satélite, ou seja, altera-se o mínimo possível a energia do satélite. O mesmo acontece quando $\psi=180^\circ$ (ver Tabela 6.4), quando a variação mínima de energia ocorre para $\alpha=90^\circ$.

As Figuras 6.18 e 6.19 apresentam a variação da energia para diferentes valores de δV , com $\theta=0^\circ$ e $\psi=135^\circ$.

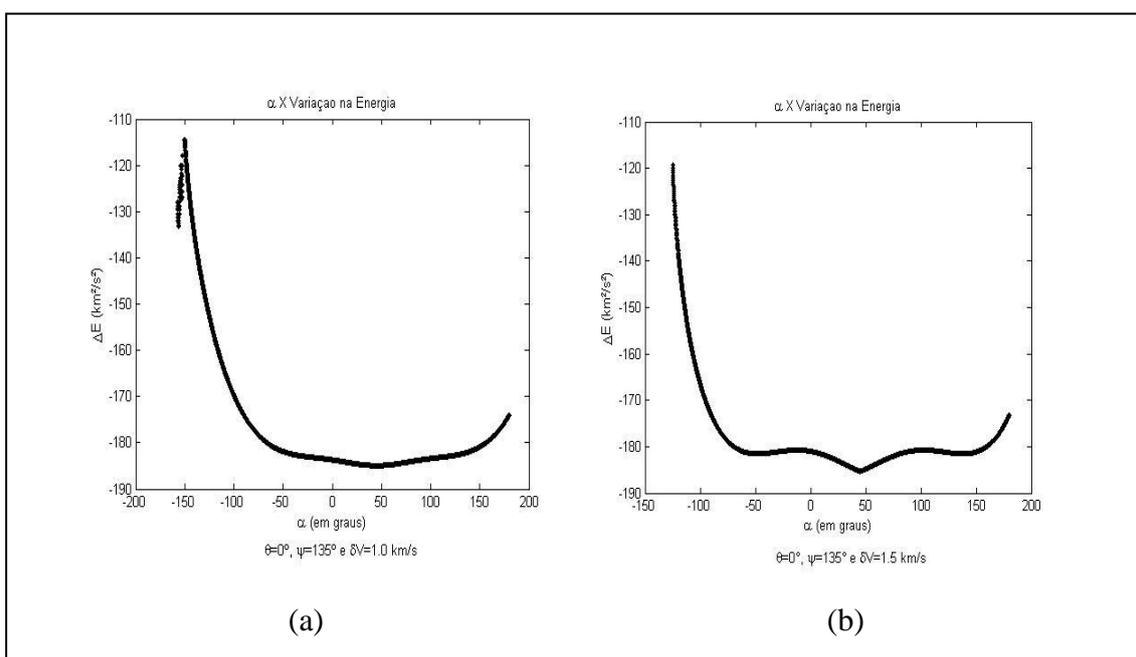


Figura 6.18 - Gráficos de α Vs ΔE , com $\psi=135^\circ$, (a) $\delta V=1.0$ km/s e (b) $\delta V=1.5$ km/s.

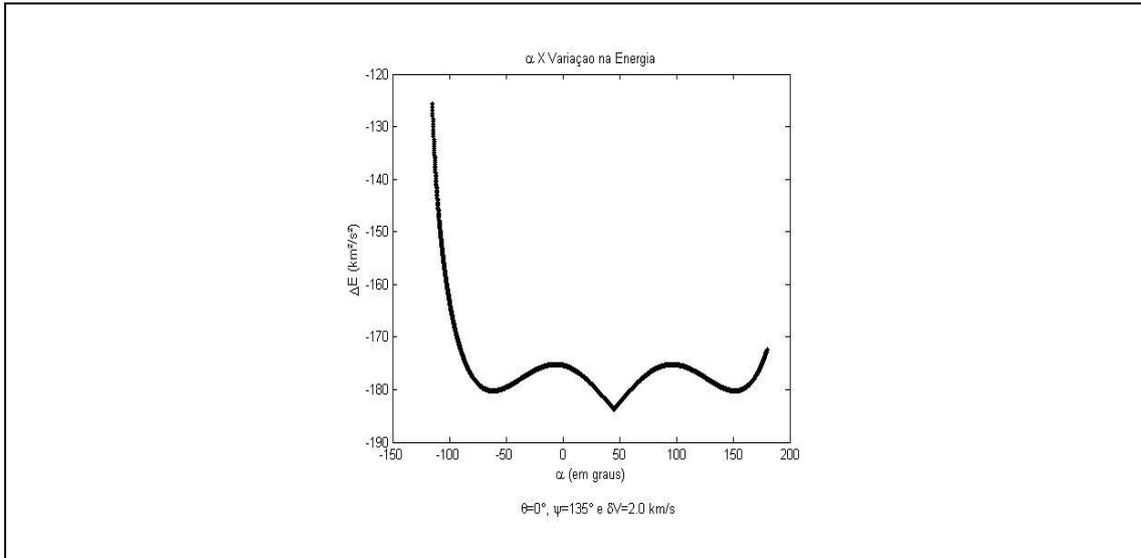


Figura 6.19 - Gráficos de α Vs ΔE , com $\psi=135^\circ$ e $\delta V=2.0$ km/s.

Nas Figuras 6.18 e 6.19 observa-se que o α ótimo, para a variação máxima de energia, para os três casos é negativo, ou seja, o satélite está se aproximando de M_2 , porém conforme a magnitude do impulso aumenta o valor de α é menor (considerando que o sinal negativo define somente o sentido em que δV será aplicado e não o tamanho do ângulo), para o caso da Figura 6.18(a) α está em torno de -150 graus, para o caso da Figura 6.18(b) está em torno de -125 graus e para o caso da Figura 6.19 está em torno de -115 graus. E a variação de energia diminui respectivamente. O α ótimo, para a variação mínima de energia, para os três casos está em torno de 50 graus e a variação mínima de energia estão próximas de -185 km^2/s^2 .

A Figura 6.20 apresenta a variação da energia para diferentes valores de δV , com $\theta=0^\circ$ e $\psi=225^\circ$.

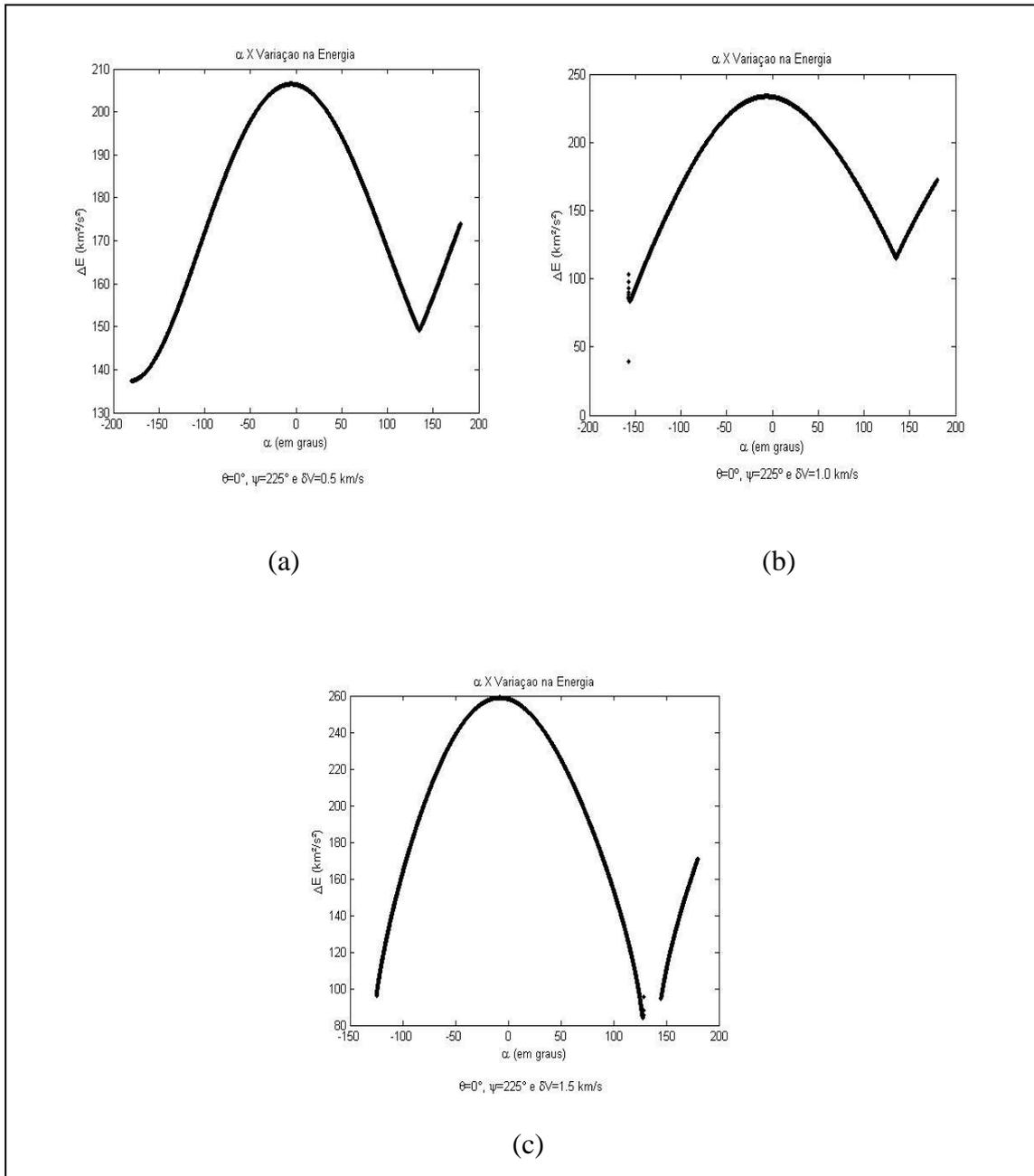


Figura 6.20 - Gráficos de α Vs ΔE , com $\psi=225^\circ$.

A Figura 6.21 apresenta a variação da energia para diferentes valores de δV , com $\theta=0^\circ$ e $\psi=270^\circ$.

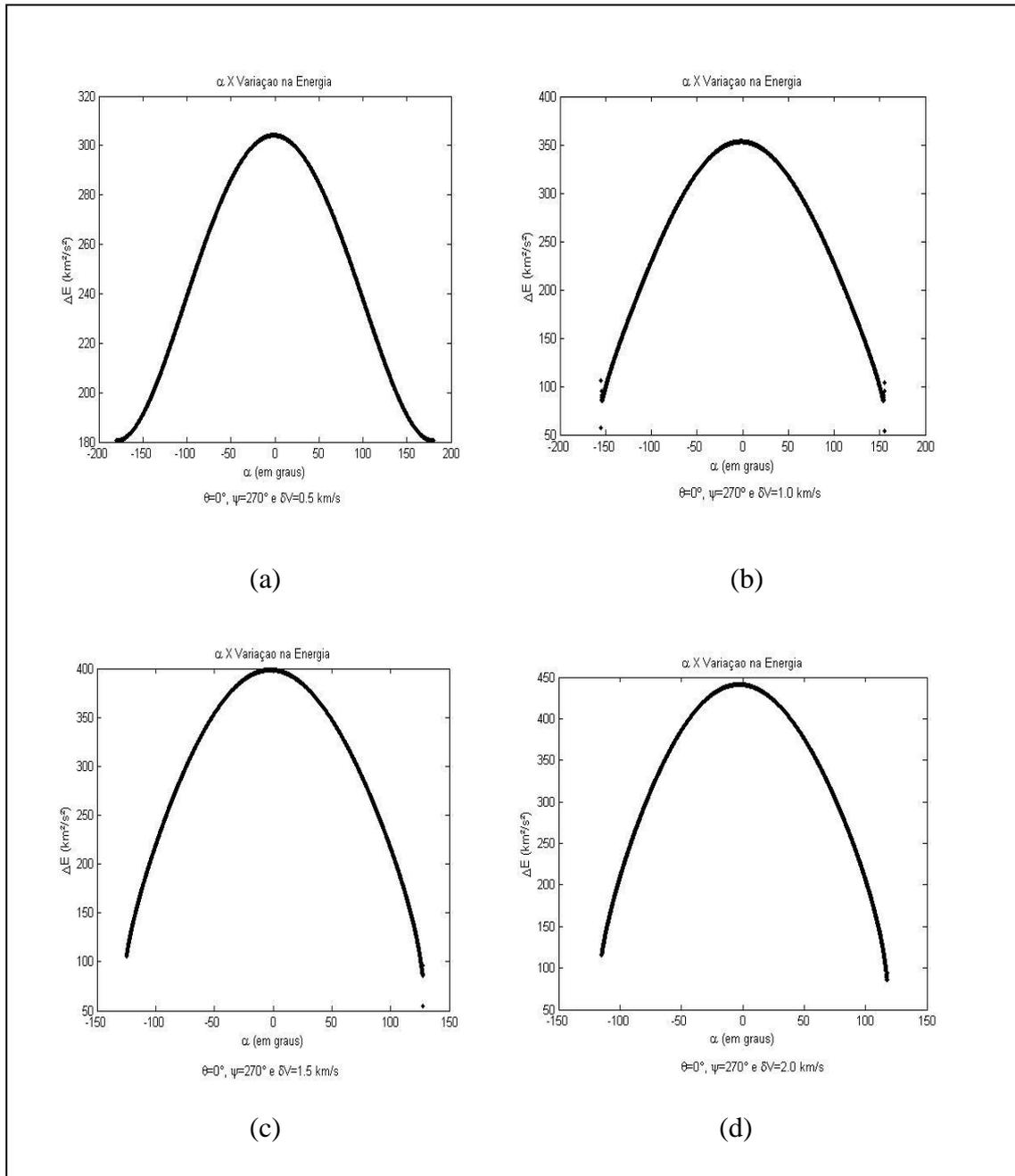


Figura 6.21 - Gráficos de α Vs ΔE , com $\psi=270^\circ$.

Para $\psi=270^\circ$ ocorre o ganho máximo de energia devido ao Swing-By padrão. Na Figura 6.21, α tem valores negativos entre -1 grau e -3 graus, isso significa que o veículo espacial está se aproximando de M_2 , podendo assim ter um r_p menor, o que resulta também em um ganho maior de energia.

Conseqüentemente a combinação Swing-By e impulso geram a variação máxima de energia.

A variação mínima de energia ocorre para α maiores que 100 graus, isso porque neste caso é necessário afastar o veículo espacial de M_2 e freá-lo, para variar o mínimo possível de energia.

As Figuras 6.22 e 6.23 apresentam a variação da energia para diferentes valores de δV , com $\theta=0^\circ$ e $\psi=315^\circ$.

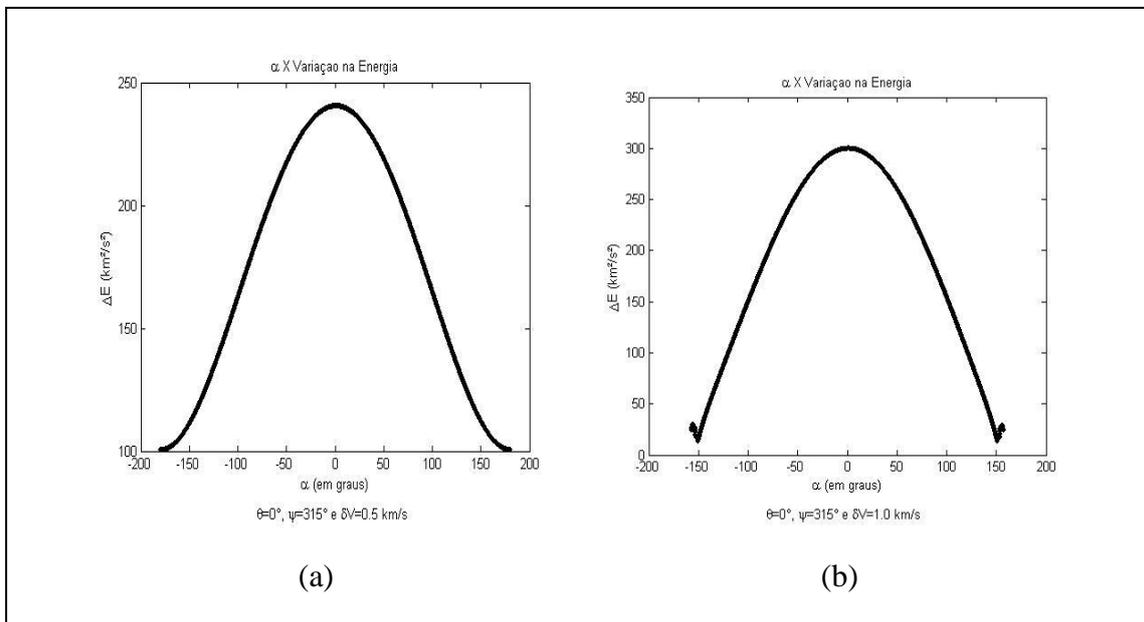


Figura 6.22 - Gráficos de α Vs ΔE , com $\psi=315^\circ$.

(Continua)

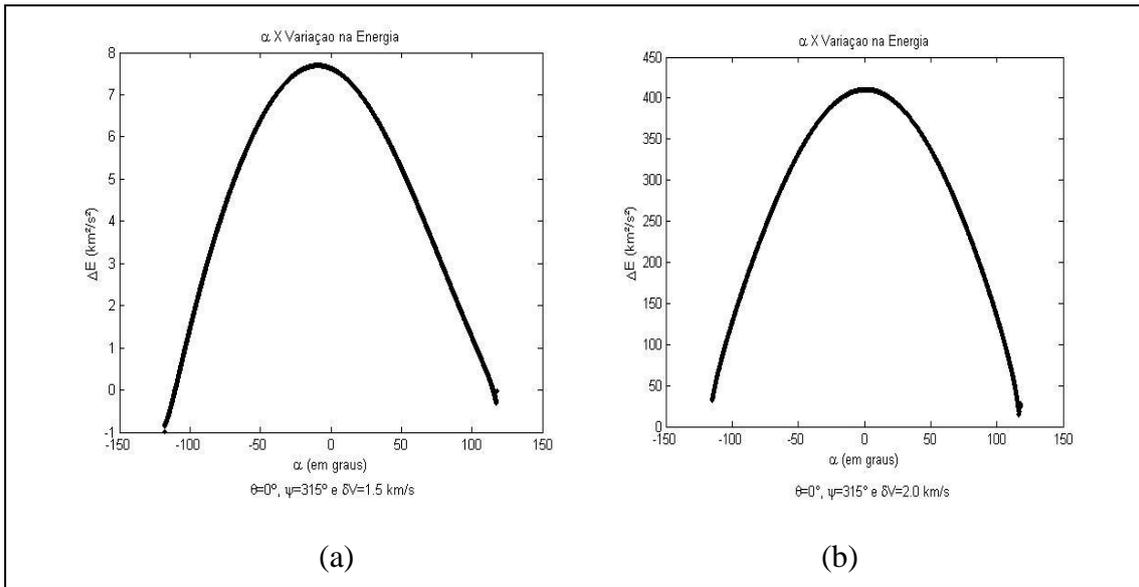


Figura 6.23 - Gráficos de α Vs ΔE , com $\psi=315^\circ$.

Nas Figuras 6.22 e 6.23, a influência da magnitude do impulso é vista claramente, pois a variação máxima de energia aumenta significativamente com o aumento do impulso, porém o α ótimo é similar aos das Figuras 6.22 (a) e (b) e Figuras 6.23(a) que é de 0.9 graus e na Figura 6.23 (b) é 0.8 graus.

Todos os casos com $\theta=0^\circ$ foram simulados com α entre -180° e 180° , a cada 0.1° , nos gráficos que a região da extremidade de α está em branco ou não alcançam valores de -180° ou 180° significa que ocorreram capturas do satélite por Júpiter.

Deste capítulo concluímos que tanto para o sistema Terra-Lua-veículo espacial quanto para o sistema Sol-Júpiter-veículo espacial a melhor direção para aplicar o impulso, quando este for aplicado no periapside é na direção não tangencial a órbita do satélite, pois o que se perde com não aplicar o impulso na direção do satélite, se ganha com as novas condições de Swing-By.

7 RESULTADOS PARA OS CASOS COM VARIAÇÃO DA ANOMALIA VERDADEIRA (θ) E O ÂNGULO QUE DEFINE A DIREÇÃO DO IMPULSO IGUAL À ZERO ($\alpha=0^\circ$)

Foi considerado $\alpha=0^\circ$, ou seja, o vetor impulso está sempre na mesma direção do vetor velocidade do satélite (na primeira órbita), incrementando a energia.

A anomalia verdadeira (θ) é o ângulo que define o ponto onde será aplicado o impulso na manobra. Quando $\theta \neq 0^\circ$, significa que o impulso será aplicado fora do periapside da órbita. A anomalia verdadeira (θ) varia de -180° a 180° , de 0.1° em 0.1° . O ângulo θ é medido a partir da linha que liga o corpo secundário ao periapside. No sentido horário θ é negativo e no sentido anti-horário θ é positivo (ver Figura 5.1).

7.1. Sistema Terra-Lua-Veículo Espacial

Foi usado nas simulações raio do periapside igual a 1.1 raios da Lua e magnitude do impulso igual a 0.05 km/s, 1.0 km/s, 2.0 km/s, 5.0 km/s e 10.0 km/s.

Tabela 7.1 - Variação máxima da energia e seus respectivos dados, para $r_p=1.1$ raios da Lua, com α sempre igual a 0° .

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	θ
0°	0.05	0.2645	-20.5511°
0°	1.0	4.8499	-10.5004°
0°	2.0	10.1036	-5.5194°
0°	5.0	31.3454	-1.7342°
0°	10.0	86.4163	-0.5139°
45°	0.05	-0.998	75.91°
45°	1.0	1.0903	78.6240°
45°	2.0	4.1477	80.6221°

(Continua)

Tabela 7.1 - Continuação

45°	5.0	19.1880	83.4111°
45°	10.0	64.1785	84.9103°
90°	0.05	-1.4547	-0.1227°
90°	1.0	1.4764	-0.1227°
90°	2.0	5.6028	-0.1227°
90°	5.0	23.7600	0.0614°
90°	10.0	73.7812	0.0614°
135°	0.05	-1.08266	-14.11°
135°	1.0	0.800	-61.94°
135°	2.0	4.1999	-59.00°
135°	5.0	20.3645	-49.1173°
135°	10.0	67.1844	-42.9107°
180°	0.05	0.0182	108.5°
180°	1.0	1.2003	46.4290°
180°	2.0	3.8501	21.8197°
180°	5.0	18.4327	5.1198°
180°	10.0	63.1254	1.4356°
225°	0.05	1.1642	77.1266°
225°	1.0	3.1076	67.6271°
225°	2.0	6.2671	60.3055°
225°	5.0	22.0411	49.6131°
225°	10.0	68.6243	43.1187°
270°	0.05	1.7119	32.7103°
270°	1.0	4.7719	48.6416°
270°	2.0	8.8658	48.7449°
270°	5.0	27.1512	45.8164°

(Continua)

Tabela 7.1 - Conclusão

270°	10.0	77.6806	43.0364°
315°	0.05	1.3309	1.2062°
315°	1.0	5.4054	19.9241°
315°	2.0	10.2852	10.2852°
315°	5.0	30.6537	25.1396°
315°	10.0	84.4520	24.7139°

Na Tabela 7.1 é possível observar que para $\psi=90^\circ$, a variação máxima de energia ocorre em aproximadamente $\theta=0^\circ$ e $\alpha=0^\circ$. Nesta tabela é apresentado somente casos com aplicação do impulso na direção tangencial da órbita e é possível observar que os melhores pontos de aplicação do impulso estão fora do periapside da órbita. Quando $\psi=0^\circ$, a magnitude do impulso aumenta e θ tende a zero, isso ocorre porque como o impulso domina a manobra ele tende a alinhar impulso com velocidade.

Na Tabela 7.2 é apresentada a variação mínima de energia, com $\alpha=0^\circ$.

Tabela 7.2 - Variação mínima da energia e seus respectivos dados, para $r_p=1.1$ raios da Lua, com α sempre igual a 0° .

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	θ
0°	0.05	-0.2689	0.1285°
0°	1.0	-1.6789	70.7211°
0°	2.0	-1.7187	68.9396°
0°	5.0	-1.4703	0.1285°
0°	10.0	17.2862	0.1285°
45°	0.05	-1.3557	-124.3005°
45°	1.0	-2.1193	-32.6091

(Continua)

Tabela 7.2 - Continuação

45°	2.0	-2.0518	-24.8356°
45°	5.0	0.2899	-88.5050°
45°	10.0	24.0852	-82.2056°
90°	0.05	-1.7985	-124.3003°
90°	1.0	-1.5033	-90.2227
90°	2.0	-0.0631	-81.8099°
90°	5.0	10.2895	-1.1961°
90°	10.0	45.2748	-118.8007°
135°	0.05	-1.0907	-124.4011°
135°	1.0	-0.5086	124.3002°
135°	2.0	1.1076	124.3002°
135°	5.0	11.9878	124.3002°
135°	10.0	50.1412	124.3002°
180°	0.05	-0.0489	-114.2007°
180°	1.0	0.2505	-124.4003°
180°	2.0	1.9006	-124.5006°
180°	5.0	13.3238	-124.5006°
180°	10.0	52.4852	-124.5006°
225°	0.05	1.0580	-117.3035°
225°	1.0	1.0336	-120.5018°
225°	2.0	2.4898	-122.7014°
225°	5.0	13.2730	-124.1004°
225°	10.0	51.3576	-124.3002°
270°	0.05	1.5913	-120.5022°
270°	1.0	2.1548	-120.0021°
270°	2.0	3.8766	-121.2009°

(Continua)

Tabela 7.2 - Conclusão

270°	5.0	15.6821	-122.8018°
270°	10.0	55.7468	-123.4010°
315°	0.05	1.2036	124.3005°
315°	1.0	3.0172	-121.4022°
315°	2.0	5.5612	-121.9034°
315°	5.0	19.5676	-122.9002°
315°	10.0	63.3104	-123.4008°

Na tabela 7.2, observa-se que a variação mínima de energia ocorre, na maioria dos casos, com aplicação do impulso fora e distante do periapside da órbita e valores negativos, isso é para ajustar r_p e δ . As Figuras 7.1 e 7.2 apresentam θ Vs. ΔE com $\psi=45^\circ$.

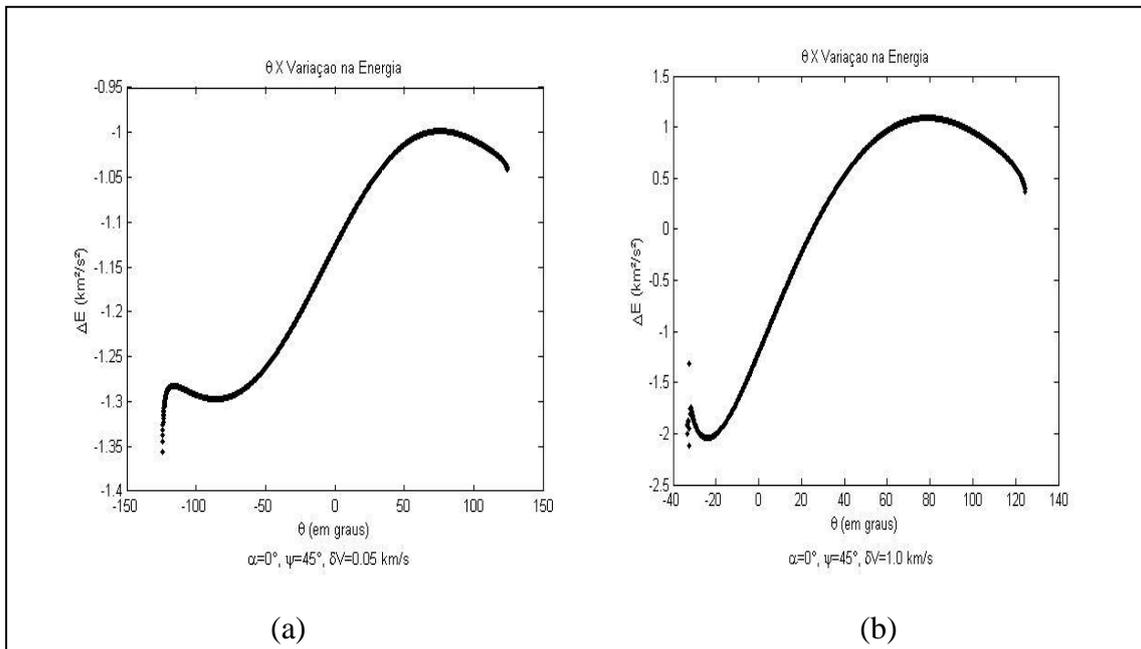


Figura 7.1 - Gráficos de θ VS ΔE , com $\psi=45^\circ$, (a) $\delta V=0.05 \text{ km/s}$ e (b) $\delta V=1.0 \text{ km/s}$.

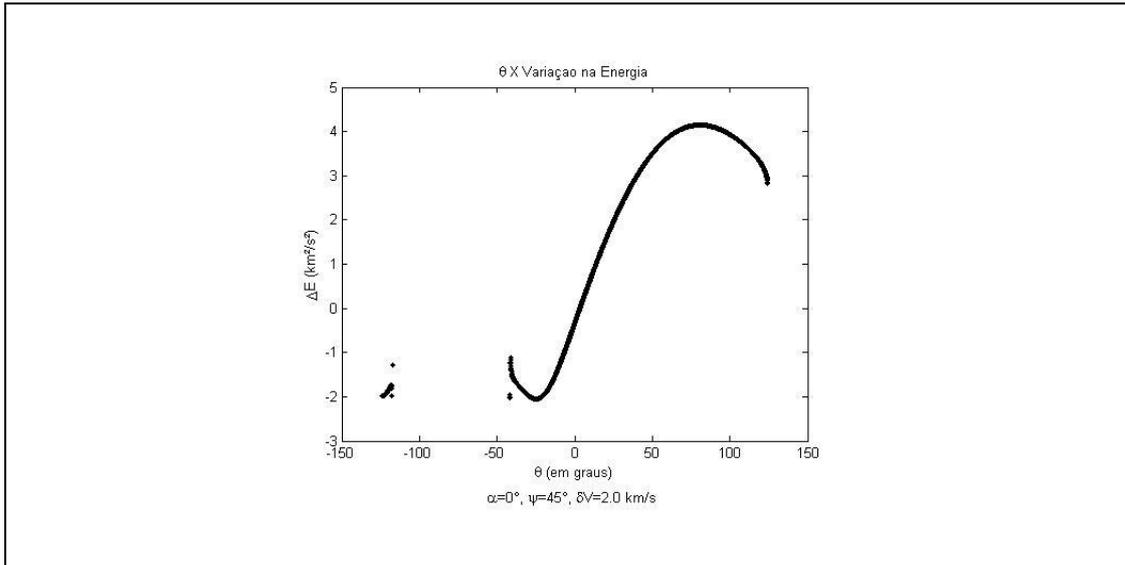


Figura 7.2 - Gráfico de θ VS ΔE , com $\psi=45^\circ$ e $\delta V=2.0$ km/s.

Na Figura 7.1(a) o Swing-By padrão está dominando o impulso, por isso a variação da energia é negativa, porém na Figura 7.1 (b) e Figura 7.2 o impulso domina o Swing-By.

Os resultados do próximo gráfico estão coerentes com as Figuras 6.6 e 6.7, que mostram que a variação máxima de energia, quando $\psi=90^\circ$, ocorre quando $\alpha=0^\circ$ e $\theta=0^\circ$. Ver Figura 7.3.

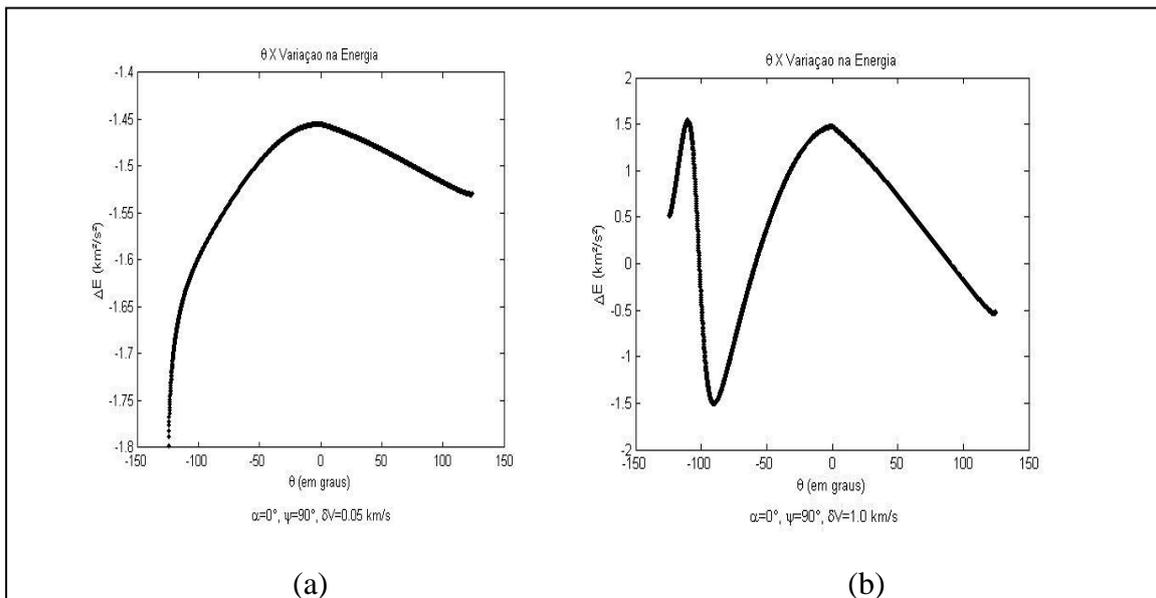


Figura 7.3 - θ Vs ΔE , com $\psi=90^\circ$ e $\delta V=0.05$ km/s e $\delta V=1.0$ km/s.

Em alguns casos a variação de energia é negativa. Isso ocorre porque a perda de energia através do Swing-By padrão está prevalecendo sobre o impulso. A importância da magnitude do impulso é visível nas figuras. A variação da energia aumentou conforme aumentou a magnitude do impulso, até que o impulso foi suficiente para dominar a manobra. Figura 7.4 apresenta os gráficos para $\psi=135^\circ$.

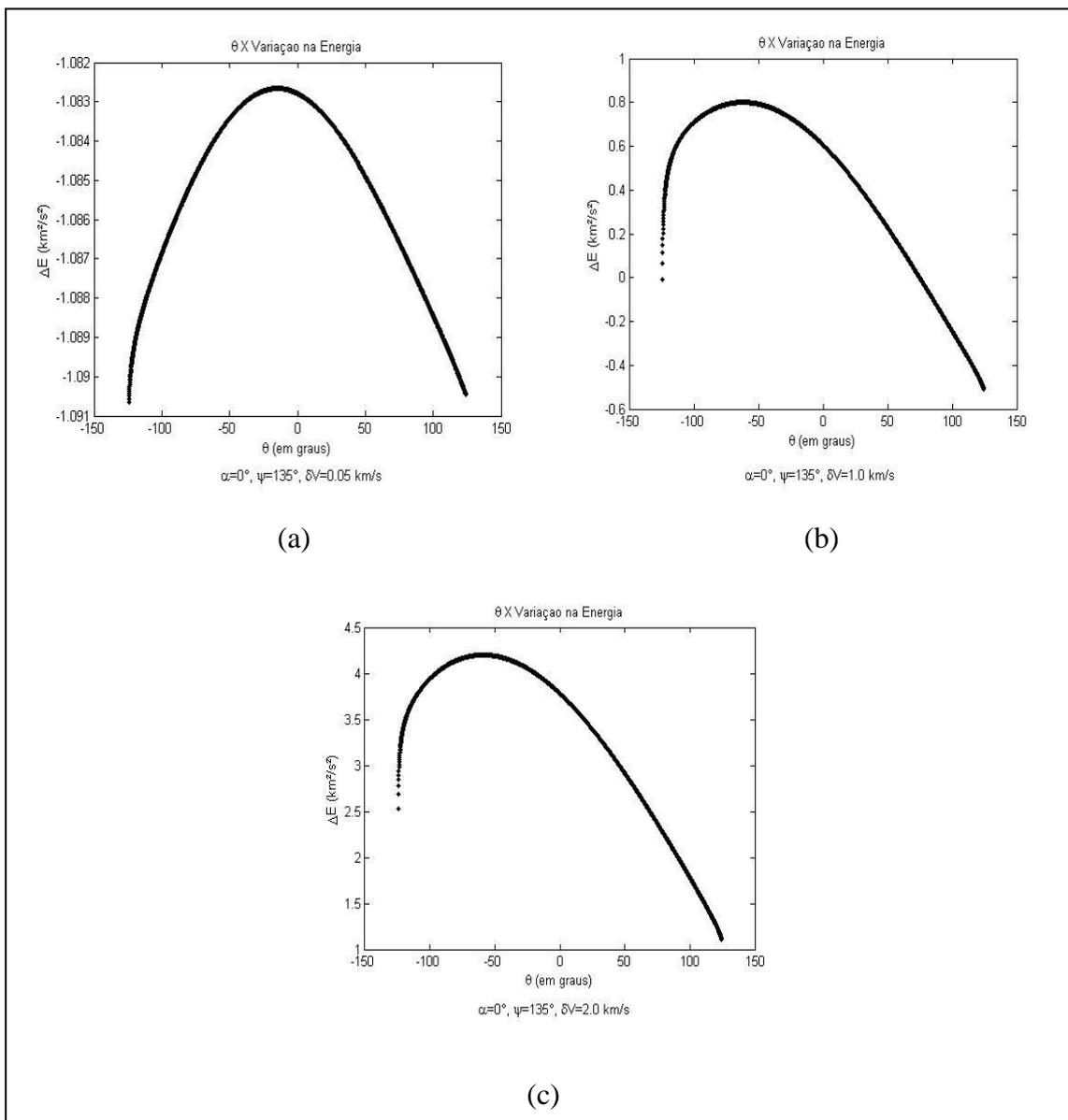


Figura 7.4 - Apresenta θ Vs ΔE , com $\psi=135^\circ$ e $\delta V=0.05 \text{ km/s}$, $\delta V=1.0 \text{ km/s}$ e $\delta V=2.0 \text{ km/s}$.

Observa-se que na Figura 7.4(a) o ΔE máximo é muito pequeno, tem valor negativo, ocorre em θ aproximadamente igual a -15° . Para todos os outros casos, em que o impulso é maior, a variação máxima de energia ocorre em valores de θ aproximadamente entre -62° e -42° e estes dados estão mostrados. A Figura 7.5 apresenta os gráficos com $\psi=225^\circ$.

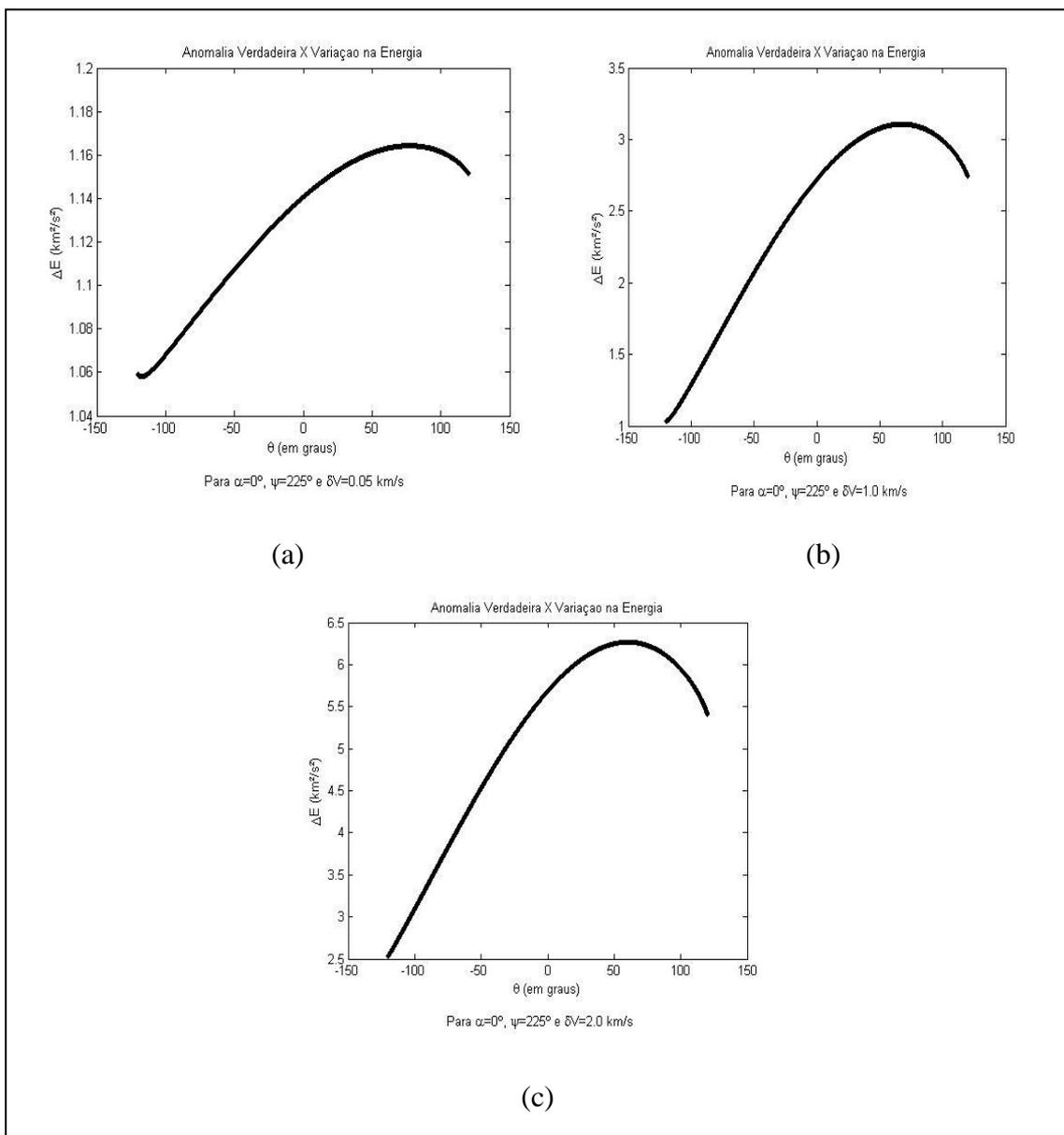


Figura 7.5 - Apresenta θ Vs ΔE , com $\psi=225^\circ$ e $\delta V=0.05$ km/s, $\delta V=1.0$ km/s e $\delta V=2.0$ km/s.

O ponto de aplicação do impulso é calculado deslocando o valor de θ (no sentido horário ou anti-horário, dependendo do sinal) a partir da linha do periapside r_p . No caso da Figura 7.5 (a), (b) e (c) o valor de θ , para a variação máxima de energia é aproximadamente 77° , 67° e 60° , respectivamente. Isso significa que o impulso foi aplicado na região em que $180^\circ < \psi < 360^\circ$. Região essa em que se ganha energia devido ao Swing-By padrão. Analisando da mesma forma para saber onde foi aplicado o impulso que resultou a variação mínima de energia, em que θ é aproximadamente -117° , -120° e -122° , para as Figuras 7.5 (a), (b) e (c), respectivamente, temos que o impulso foi aplicado na região $0^\circ < \psi < 180^\circ$. Região essa que se perde energia devido ao Swing-By padrão.

Porém é importante ressaltar que essas são regiões de ganho e perda de energia baseados no periapside antes do impulso. Porém, como o periapside da órbita é alterado com a aplicação do impulso, mesmo essas regras podem ser alteradas. O periapside da órbita original ainda tem efeito sobre a trajetória, já que ele define o ponto de aplicação do impulso e, em geral, o novo periapside tende a não estar tão distante do periapside da órbita original. Esse comportamento é válido para todos os casos em que θ varia.

A mesma análise feita para a Figura 7.5, foi feita para a Figura 7.6 e as conclusões são similares. Para a variação máxima de energia, o impulso foi aplicado na região em que se ganha energia devido ao Swing-By. Para a variação mínima de energia, o impulso foi aplicado na região em que se perde energia devido ao Swing-By.

Abaixo seguem os gráficos de θ Vs ΔE , com $\psi=270^\circ$, na Figura 7.6:

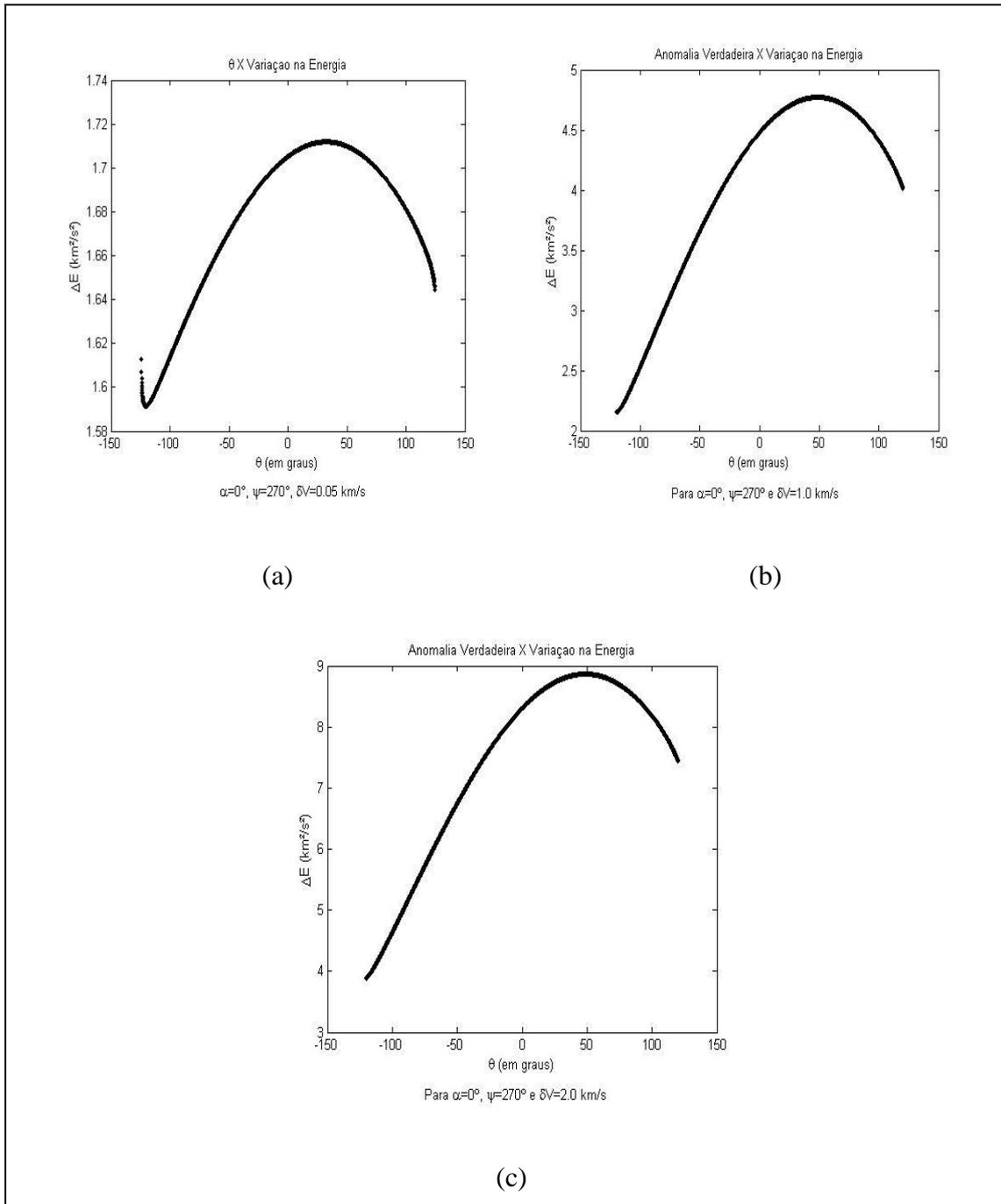


Figura 7.6 - θ Vs ΔE , com $\psi=270^\circ$ e $\delta V=0.05 \text{ km/s}$, $\delta V=1.0 \text{ km/s}$ e $\delta V=2.0 \text{ km/s}$.

Abaixo seguem os gráficos de θ VS ΔE , com $\psi=315^\circ$, na Figura 7.7:

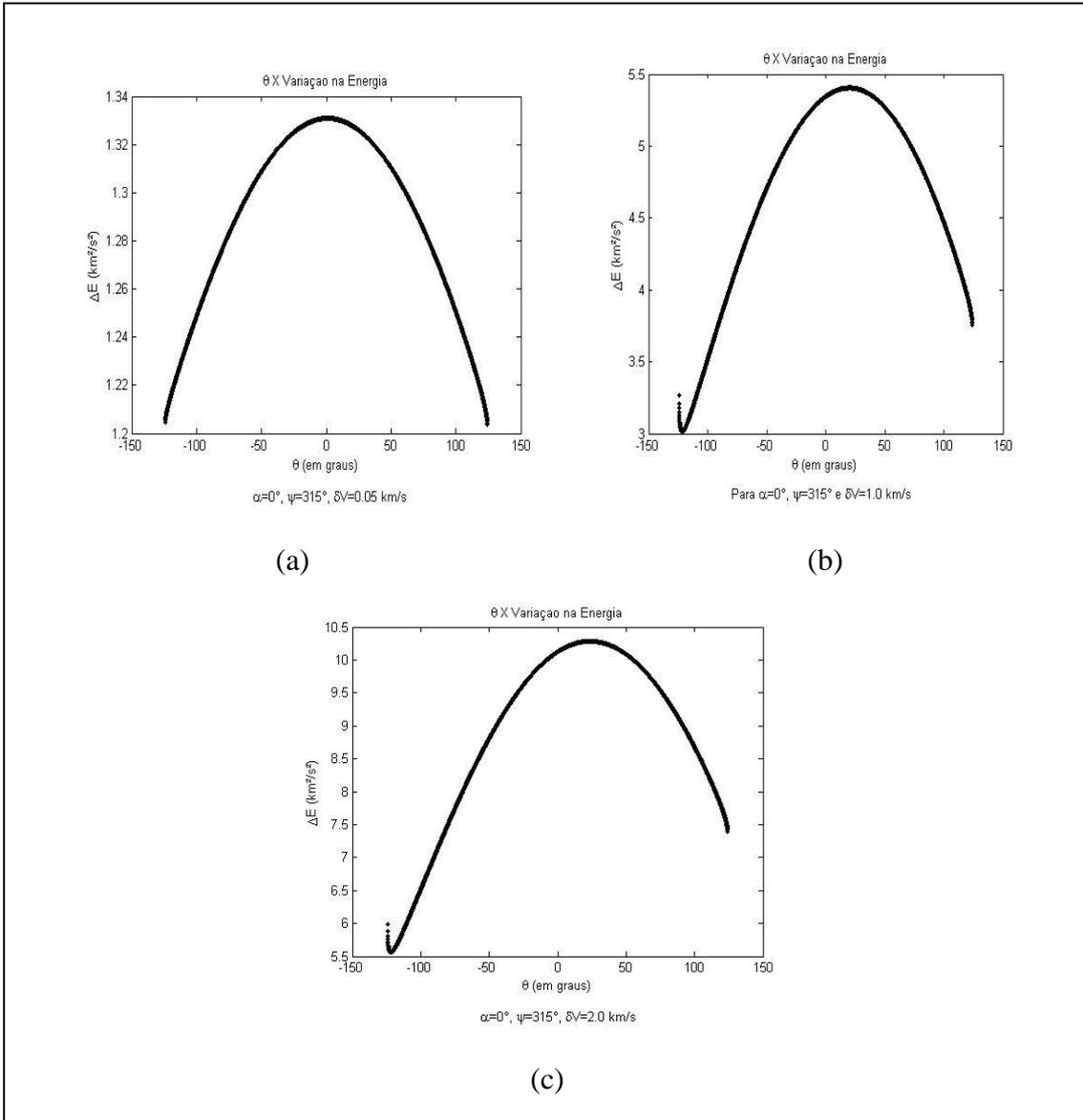


Figura 7.7 - θ VS ΔE , com $\psi=315^\circ$ e $\delta V=0.05 \text{ km/s}$, $\delta V=1.0 \text{ km/s}$ e $\delta V=2.0 \text{ km/s}$.

Todos os casos com $\alpha=0^\circ$ foram simulados com θ entre -180° e 180° , nos gráficos onde há descontinuidade das figuras ou as curvas não alcançam valores de -180° ou 180° (em θ) significa que ocorreram condições de capturas do satélite pela Lua.

7.2. Sistema Sol-Júpiter-Veículo Espacial

Na Tabela 7.3 é apresentada a variação máxima de energia para o sistema

Sol-Júpiter-veículo espacial, com $\alpha=0^\circ$.

Tabela 7.3 - Variação máxima da energia e seus respectivos dados, para $r_p=1.1$ raios de Júpiter, com α sempre igual a 0° .

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	θ
0°	0.05	5.3767	-8.9567°
0°	1.0	106.0737	-11.9229°
0°	2.0	209.7850	-13.7560°
0°	5.0	511.1021	-15.4806°
0°	10.0	995.8014	-14.3654°
45°	0.05	-173.7831	-93.7284°
45°	1.0	-128.2104	-93.7284°
45°	2.0	-69.7883	-93.7284°
45°	5.0	137.9060	-93.7284°
45°	10.0	525.6031	-93.7284°
90°	0.05	-248.8252	157.5000°
90°	1.0	-174.7464	-157.5001°
90°	2.0	-77.9117	-157.5001°
90°	5.0	-63.6990	-157.5001°
90°	10.0	241.0185	-0.1026°
135°	0.05	-171.2434	-157.5000°
135°	1.0	24.1201	-157.5000°
135°	2.0	110.4720	-157.5000°
135°	5.0	185.7672	-154.6015°
135°	10.0	365.9522	-148.7038°
180°	0.05	0.5660	76.6546°
180°	1.0	14.1763	65.8533°

(Continua)

Tabela 7.3 - Conclusão

180°	2.0	33.0481	60.0391°
180°	5.0	109.4597	49.9003°
180°	10.0	285.3027	39.1474°
225°	0.05	179.1274	13.5000°
225°	1.0	234.5211	23.6367°
225°	2.0	285.6551	30.4905°
225°	5.0	430.9686	40.1318°
225°	10.0	684.1815	44.2221°
270°	0.05	254.6665	2.9739°
270°	1.0	353.4235	6.7632°
270°	2.0	441.7496	10.7427°
270°	5.0	673.4541	19.2181°
270°	10.0	1034.3472	26.7128°
315°	0.05	182.6006	-3.1920°
315°	1.0	300.3380	-3.5007°
315°	2.0	410.6155	-2.8833°
315°	5.0	706.1213	0.3090°
315°	10.0	1157.9148	5.5589°

Na Tabela 7.4 é apresentada a variação mínima de energia para o sistema Sol-Júpiter-veículo espacial, com $\alpha=0^\circ$.

Tabela 7.4 - Variação mínima da energia e seus respectivos dados, para $r_p=1.1$ raios de Júpiter, com α sempre igual a 0° .

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	θ
0°	0.05	-5.3721	0.1032°
0°	1.0	-128.7716	20.0087°

(Continua)

7.4 - Continuação

0°	2.0	-104.3263	60.0441°
0°	5.0	-126.7377	75.9285°
0°	10.0	-107.8704	80.0214°
45°	0.05	-177.9361	-72.7160°
45°	1.0	-199.6189	-93.6345°
45°	2.0	-201.1349	-19.8917°
45°	5.0	-206.9956	-8.9456°
45°	10.0	-217.7222	-7.4077°
90°	0.05	-251.5668	-157.5001°
90°	1.0	-251.9944	-151.3032°
90°	2.0	-253.3779	-90.2246°
90°	5.0	-258.6283	-91.4178°
90°	10.0	-258.6959	-93.4434°
135°	0.05	-176.8494	-22.0666°
135°	1.0	-186.3091	-93.6259°
135°	2.0	-186.8666	-107.7329°
135°	5.0	-173.1570	-126.1132°
135°	10.0	-142.8096	157.5001°
180°	0.05	-0.4278	-154.6017°
180°	1.0	-9.4903	-154.4013°
180°	2.0	-20.3851	-154.4013°
180°	5.0	-52.0246	-154.8012°
180°	10.0	-60.8154	-156.5006°
225°	0.05	176.0115	-156.3003°
225°	1.0	178.2004	-156.0005°
225°	2.0	176.9999	-155.7008°

(Continua)

Tabela 7.4 - Conclusão

225°	5.0	156.6975	-155.3002°
225°	10.0	113.5765	-155.4006°
270°	0.05	249.7353	-157.2001°
270°	1.0	268.1379	-157.0004°
270°	2.0	285.0369	-156.7000°
270°	5.0	316.3494	-156.0008°
270°	10.0	321.4915	-155.6005°
315°	0.05	171.2024	93.7284°
315°	1.0	69.1085	93.7284°
315°	2.0	13.7120	120.6135°
315°	5.0	12.7668	145.4052°
315°	10.0	-13.9116	150.0022°

Na Tabela 7.4, para os casos de $0^\circ < \psi < 135^\circ$, θ é negativo, ou seja, o impulso é aplicado antes do periapside, logo terá tempo para possíveis ajustes na órbita (poderá obter um novo r_p e ψ , que irá alterar a órbita), em seguida passará pelo novo periapside e aproveitará ao máximo o Swing-By e então poderá atingir a variação máxima de energia. Essa configuração inicial é desfavorável ao ganho de energia ($0^\circ < \psi < 180^\circ$), ver secção 4.1, por isso aproveita-se primeiro o impulso depois o Swing-By. Nos casos em que θ é positivo, usa-se primeiro o Swing-By (considerando que é favorável ao ganho de energia) para depois aplicar o impulso, e com a combinação obter a máxima variação.

Abaixo seguem os gráficos de θ Vs ΔE , com $\psi=45^\circ$, na Figura 7.8:

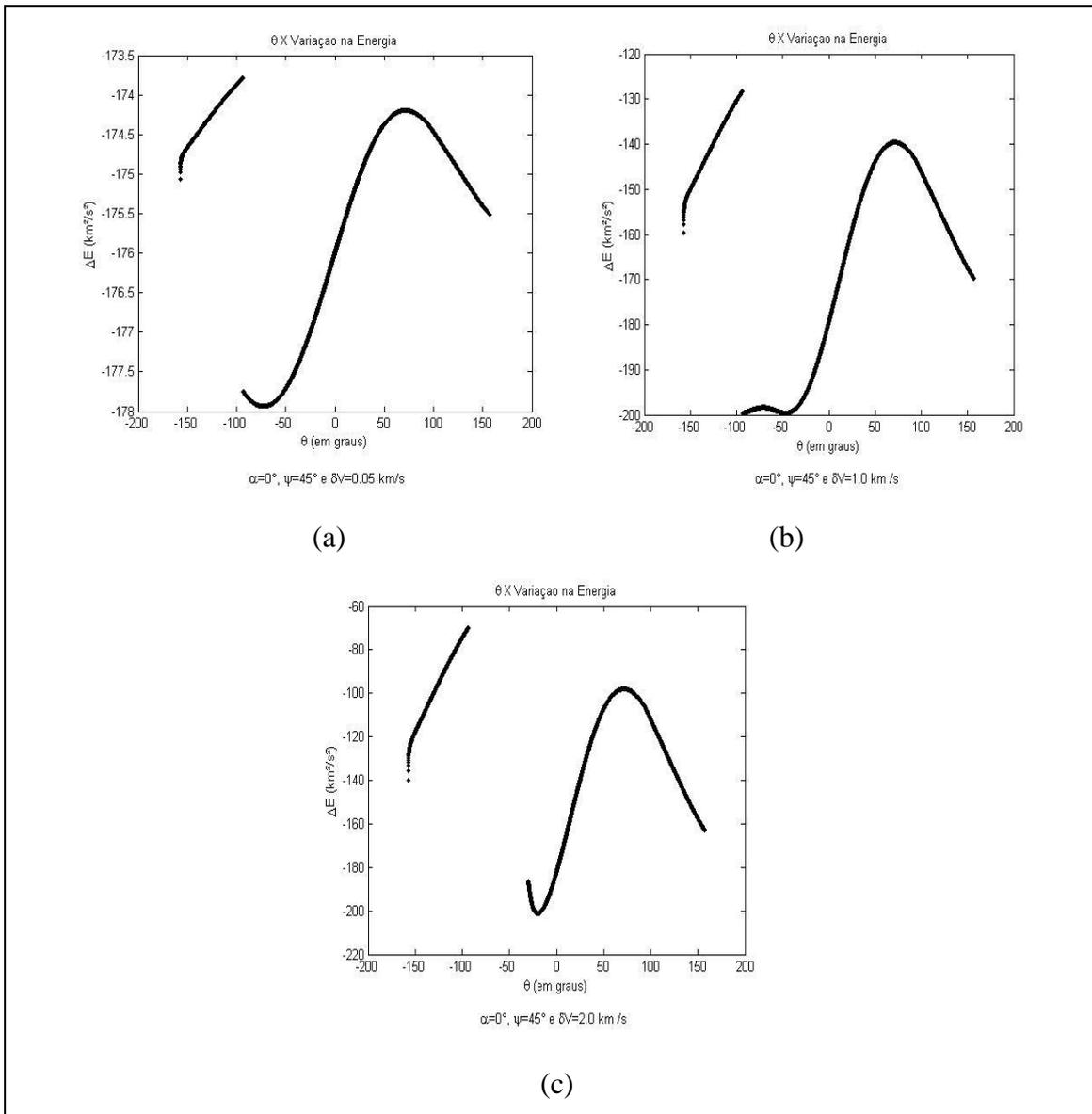


Figura 7.8 - θ Vs ΔE , com $\psi=45^\circ$ e $\delta V=0.05$ km/s, $\delta V=1.0$ km/s e $\delta V=2.0$ km/s.

Quando $\alpha=0^\circ$ e $\psi=45^\circ$, a magnitude do impulso (δV) não interfere na geometria do sistema, a variação máxima de energia ocorre sempre quando $\theta=-93.7284^\circ$, ou seja, sempre no mesmo ponto da órbita.

Nas Figuras 7.8 (a) e 7.8 (b), ocorreu um salto (não são capturas). A Figura 7.9 apresenta a trajetória referente às extremidades do salto da Figura 7.8 (b) para verificarmos o porquê existe essa descontinuidade na curva. Na Figura 7.8 (c) a descontinuidade refere-se a capturas do satélite por M_2 .

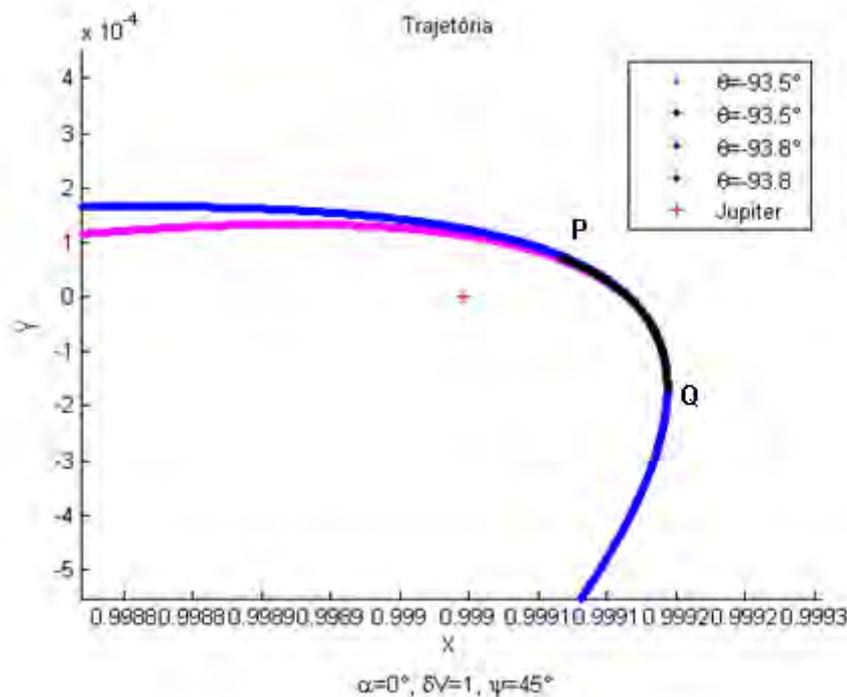


Figura 7.9 - Trajetória para os casos $\alpha=0^\circ$, $\delta V=1.0$ km/s e $\Psi=45^\circ$.

A curva rosa representa a trajetória do ponto $\theta=-93.5^\circ$, do gráfico é possível notar que esta curva tem um r_p menor, logo o efeito do Swing-By é maior. A curva azul representa a trajetória do ponto $\theta=-93.8^\circ$. Da análise do gráfico temos que o periapside da segunda órbita, de ambas as trajetórias, é em $\psi=90^\circ$ (esta informação obtivemos a partir da análise do programa gerador do gráfico, que informa cada ponto da trajetória), e este é o ponto onde se perde mais energia. Logo a curva rosa esta perdendo mais energia que a curva azul, por isso na Figura 7.8(b), existe a descontinuidade na curva, isto é porque no

caso da curva rosa a variação da energia é aproximadamente $-200 \text{ km}^2/\text{s}^2$ e na curva azul a variação da energia está em torno de $-130 \text{ km}^2/\text{s}^2$. O ponto P (na extremidade da curva preta) é o periapside da primeira órbita e o ponto Q (na outra extremidade da curva preta) é o ponto onde o impulso foi aplicado.

Abaixo seguem os gráficos de θ VS ΔE , com $\psi=90^\circ$, na Figura 7.10.

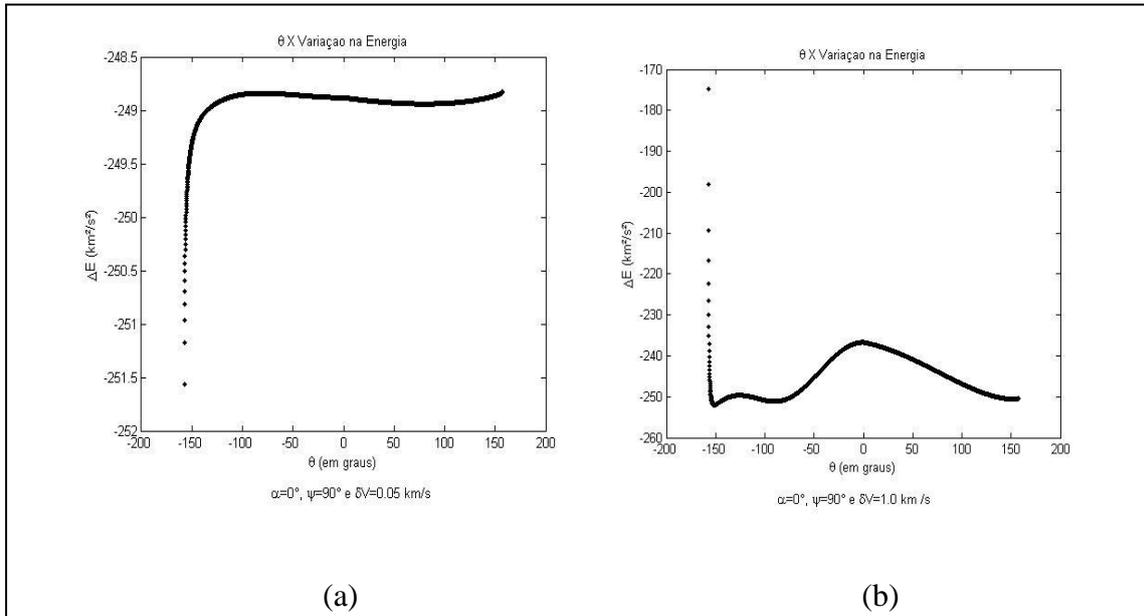


Figura 7.10 - θ VS ΔE , com $\psi=135^\circ$ e $\delta V=0.05 \text{ km/s}$ e $\delta V=1.0 \text{ km/s}$.

Na Figura 7.10(a), pode-se observar que a variação máxima de energia é de -248.8252 e o θ usado para obter essa variação ótima é de 157.5000° . A variação mínima é de -251.5668 e $\theta=-157.0001^\circ$. Na Figura 7.10 (b) a variação máxima de energia é de -174.7464 e $\theta=-157.0001^\circ$. A variação mínima é de -251.9944 e $\theta=-151.3032^\circ$.

Abaixo seguem os gráficos de θ X ΔE , com $\psi=90^\circ$, na Figura 7.11:

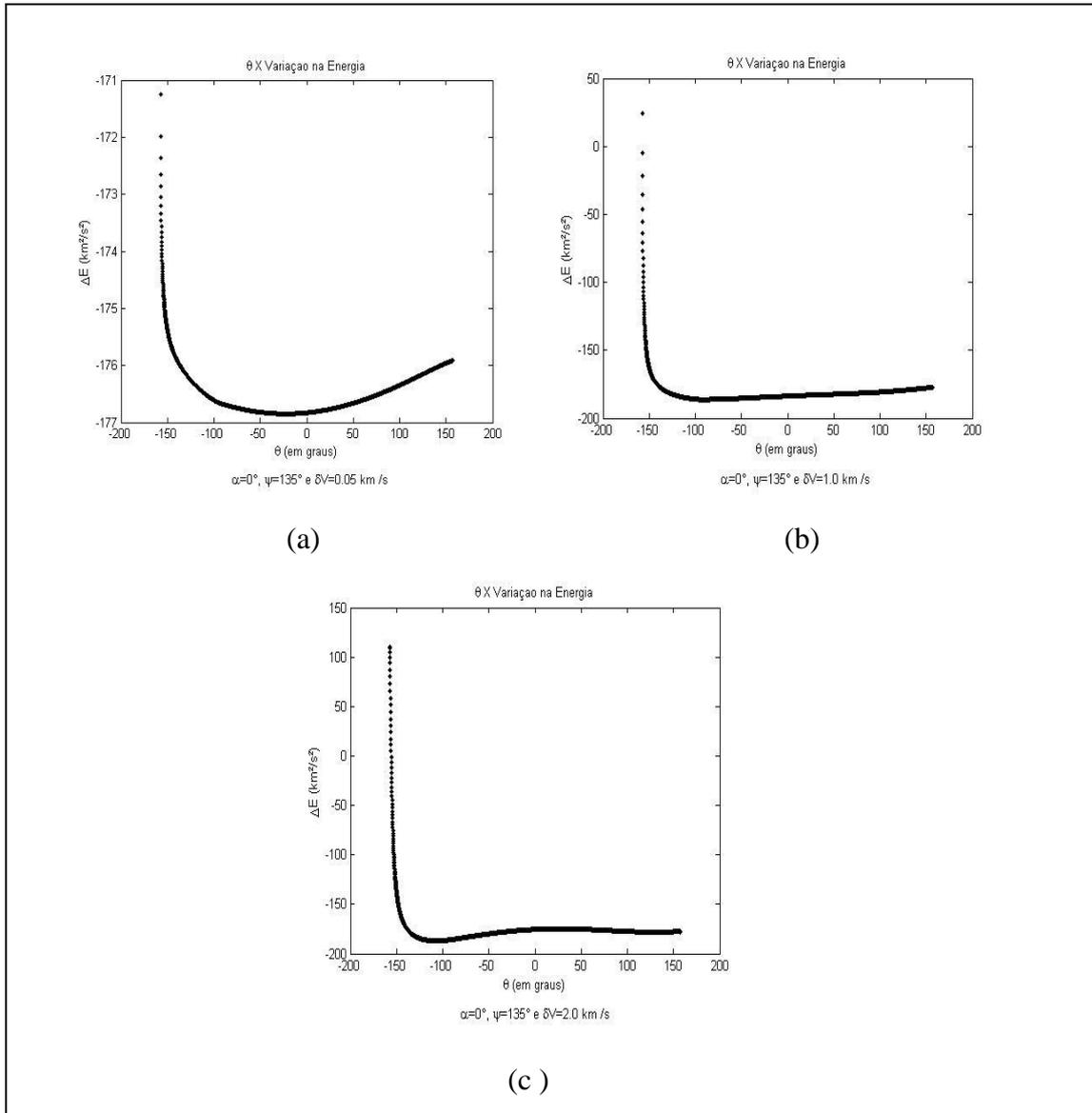


Figura 7.11 - θ VS ΔE , com $\psi=135^\circ$ e $\delta V=0.05 \text{ km/s}$, $\delta V=1.0 \text{ km/s}$ e $\delta V=2.0 \text{ km/s}$.

Na Figura 7.11(a), (b) e (c) a variação máxima de energia ocorre para $\theta = -157.5000^\circ$, o que significa que a magnitude do impulso influenciou na obtenção da variação máxima de energia. Analisando as informações é possível constatar que o impulso foi aplicado na região onde se ganha energia devido ao Swing-By padrão. Mas para a variação mínima de energia, obteve o resultado ótimo em diferentes pontos de aplicação, Figura 7.11(a) para $\theta = -93.6257^\circ$, Figura 7.11(b) para $\theta = -22.0666^\circ$ e na Figura 7.11(c) para $\theta =$

-107.7379°. Porém todos esses pontos estão na região em que se perde energia devido ao Swing-By padrão.

Segue abaixo a Figura 7.12, de θ VS ΔE , com $\psi=225^\circ$:

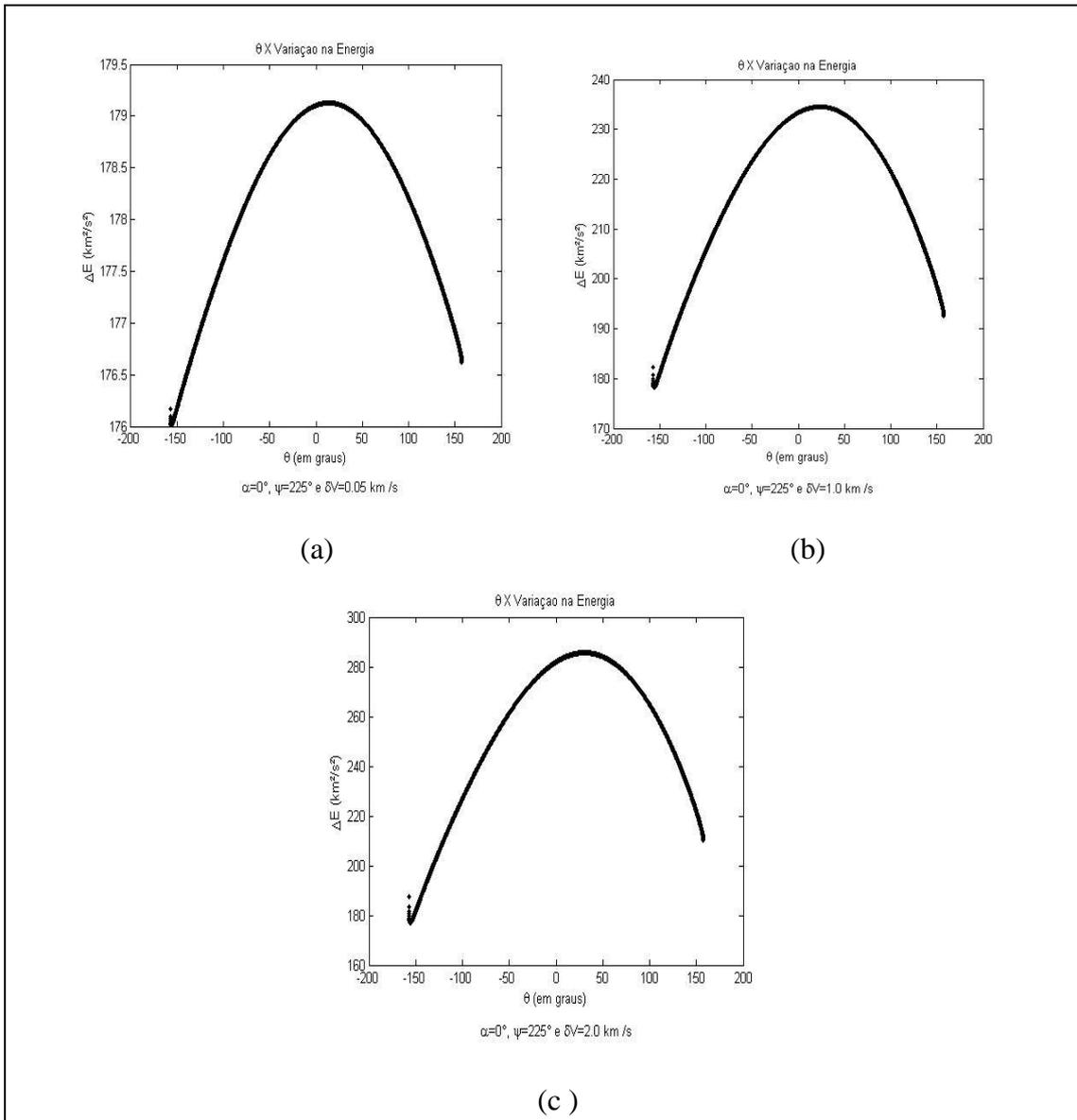


Figura 7.12 – θ VS ΔE , com $\psi=225^\circ$ e $\delta V=0.05$ km/s, $\delta V=1.0$ km/s e $\delta V=2.0$ km/s.

Da mesma maneira que as figuras anteriores, as Figuras 7.12, 7.13, 7.14, 7.15 e 7.16, tem o ponto de aplicação do impulso, para a variação máxima de

energia, localizado na região $180^\circ < \psi < 360^\circ$. E para a variação mínima de energia, localizado na região $0^\circ < \psi < 180^\circ$. Este é um resultado que já era esperado. A configuração de θ , para determinar a localização do ponto de aplicação do impulso, ocorre de acordo com as características do Swing-By padrão, ou seja, para variar ao máximo a energia, utilizar da região onde o Swing-By adquire energia e o mesmo acontece para a obtenção da variação mínima de energia. O valor de ψ da primeira órbita é usado como referência para o ponto de aplicação do impulso. Depois do impulso a nova órbita tem um novo r_p .

Abaixo seguem as Figuras 7.13 e 7.14, de θ VS ΔE , com $\psi=270^\circ$. Nela é possível observar que, para a variação máxima de energia, θ está próximo de zero. Para $\psi=270^\circ$ ocorre o máximo ganho de energia pelo Swing-By padrão, conseqüentemente o impulso é aplicado bem próximo deste ponto, com θ variando pouco, com o objetivo de combinar o efeito desta região, com o Swing-By padrão e o impulso e obter o ponto ótimo da manobra.

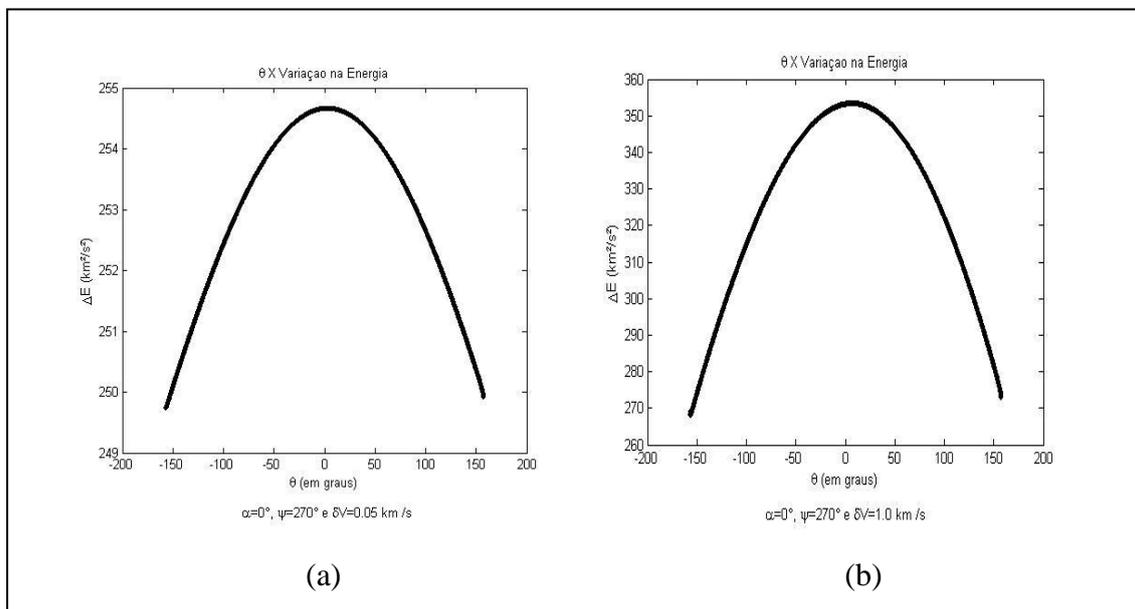


Figura 7.13 - θ VS ΔE , com $\psi=270^\circ$, (a) $\delta V=0.05 \text{ km/s}$ e (b) $\delta V=1.0 \text{ km/s}$.

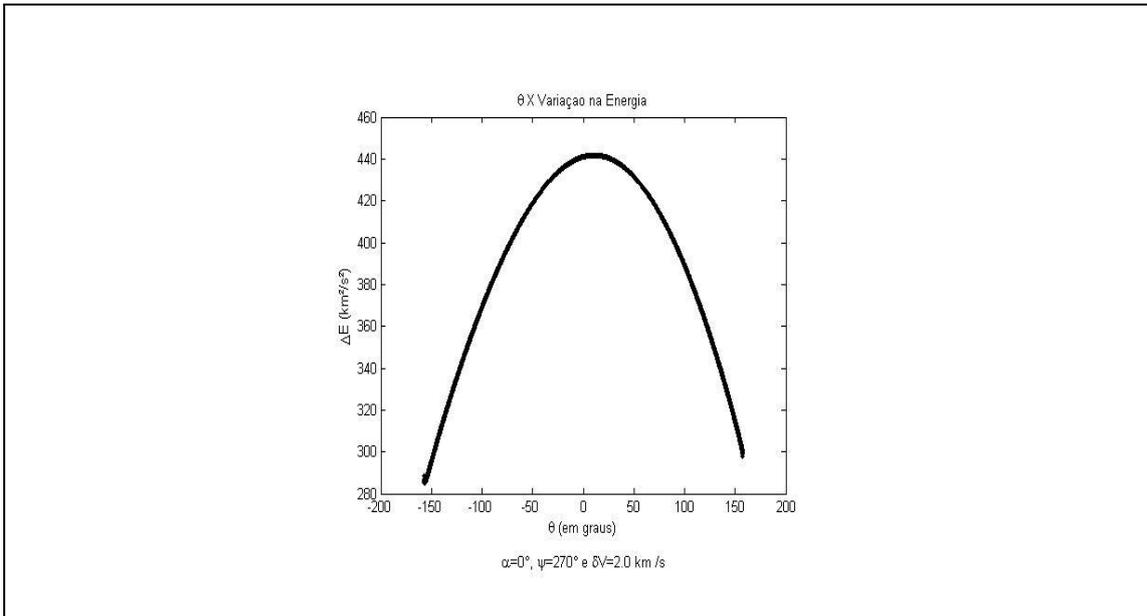


Figura 7.14 - θ VS ΔE , com $\psi=270^\circ$ e $\delta V=2.0 \text{ km/s}$.

Seguem as Figuras 7.15 e 7.16, de θ VS ΔE , com $\psi=315^\circ$:

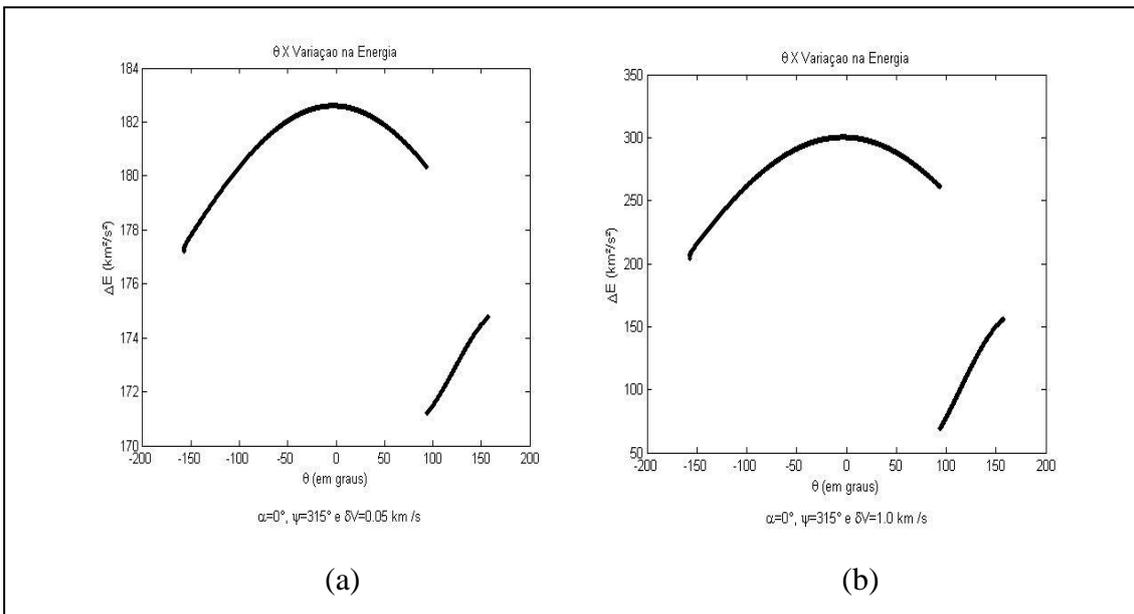


Figura 7.15 – θ VS ΔE , com $\psi=315^\circ$, (a) $\delta V=0.05 \text{ km/s}$ e (b) $\delta V=1.0 \text{ km/s}$.

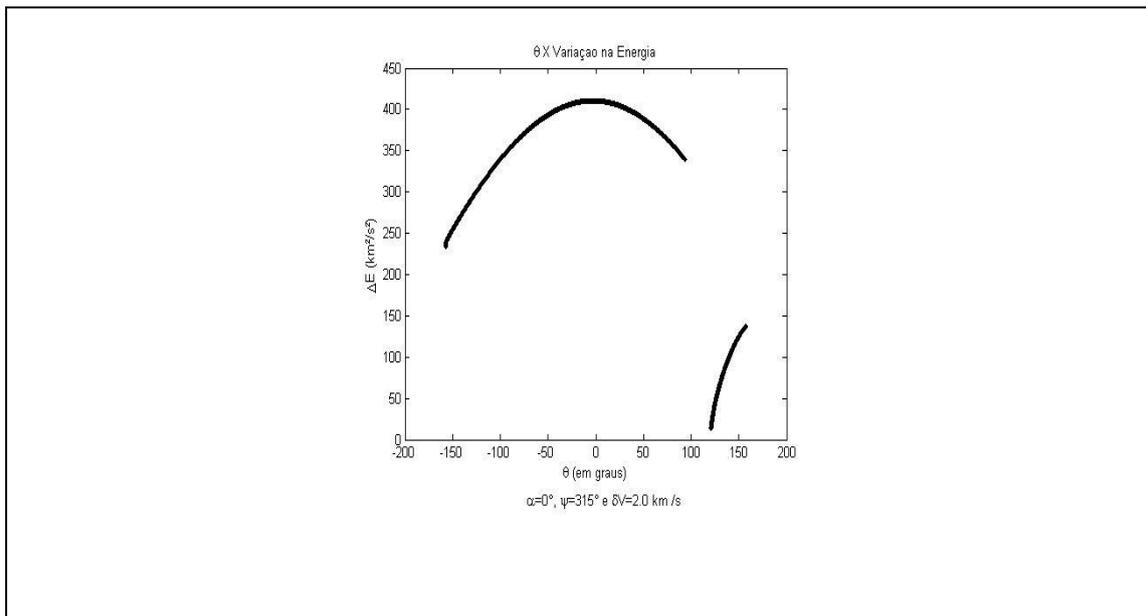


Figura 7.16 – θ VS ΔE , com $\psi=315^\circ$ e $\delta V=2.0$ km/s.

Na Figura 7.16(c) as descontinuidades na curva são pontos onde ocorreram capturas.

Deste capítulo concluímos que tanto para o sistema Terra-Lua-veículo espacial quanto para o sistema Sol-Júpiter-veículo espacial o melhor local para aplicar o impulso, com aplicação na direção tangencial a órbita, é fora do periapside da órbita.

8 RESULTADOS PARA OS CASOS COM VARIAÇÃO DA ANOMALIA VERDADEIRA (θ) E A VARIAÇÃO DE α , ÂNGULO QUE DEFINE A DIREÇÃO DO IMPULSO.

Serão apresentados a seguir os resultados das simulações da variação da energia com θ e α variando, para diferentes valores de ψ , δV e r_p . Para todos os gráficos, o eixo x representa a variação de α e o eixo y representa a variação de θ e todos foram apresentados como gráficos de curva de nível – curva de nível é uma seção transversal (corte) do gráfico, neste caso a variação da energia é em função de α e θ ($\Delta E = f(\alpha, \theta)$). Em alguns gráficos foi possível notar mais de um ponto de máximo ou mínimo local, isso significa que ocorreram mais de uma família de trajetórias com diferentes características. As variações máximas e mínimas apresentadas nas tabelas representam o $\Delta E_{\text{máx}}$ e ΔE_{min} global, ou, seja aquele que teve a trajetória ótima comparada a todas as trajetórias.

Nas Tabelas 8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5 e 8.6, para o sistema Terra-Lua-veículo espacial, e nas Tabelas 8.7, 8.8, 8.9, 8.10, 8.11 e 8.12, para o sistema Sol-Júpiter-veículo espacial, estão descritos a variação máxima de energia ($\Delta E_{\text{máx}}$), a variação mínima de energia (ΔE_{min}) e seus dados correspondentes como: a anomalia verdadeira (θ), o ângulo entre o vetor velocidade do satélite no periapside da primeira órbita e o vetor impulso (α), o ângulo de deflexão real (ζ), que é o ângulo entre a velocidade (sempre no sistema rotacional) no instante em que mede a energia antes do Swing-By e a velocidade (sempre no sistema rotacional) no instante em que mede a energia depois do Swing-By. O ângulo de deflexão é importante porque a variação da energia é função desta variável. Quando ela aumenta (por exemplo, devido a um impulso fora da direção do movimento) o ganho de energia do Swing-By aumenta. A velocidade do satélite de entrada na primeira órbita ($V_{\text{inf-}}$), a velocidade de saída depois do Swing-By na segunda órbita ($V_{\text{inf+}}$), e o valor de R, que é a distância entre o satélite e o corpo do Swing-By no instante do impulso. Serão apresentados

casos para r_p igual a 1.1, 2.0 e 5.0 raios da Lua e r_p igual a 1.1, 5.0 e 10.0 raios de Júpiter.

A princípio pode parecer óbvio que o melhor local para aplicação do impulso seja no ponto (0,0), ou seja, na direção de movimento do satélite e no periapside da órbita. Porém não é isso que acontece, porque quando se aplica um impulso em condições diferentes destas, pode-se aumentar ou diminuir a variação de energia devido ao Swing-By, com isso compensando o menor ganho de energia devido ao impulso. Isso ocorre porque a órbita muda instantaneamente, logo seus parâmetros também mudam, incluindo um novo r_p , que poderá ser menor (essa mudança irá depender das condições iniciais, pode-se querer minimizar o efeito do Swing-By e então fazer com que r_p seja maior) e conseqüentemente ter um Swing-By mais eficiente. O resultado líquido desta troca é positivo. Por isso a conclusão de que aplicação do impulso fora do periapside é a mais eficiente, além também de ser flexível (pois torna possível abranger vários pontos da trajetória).

8.1. Sistema Terra-Lua-Veículo Espacial

A seguir está a Tabela 8.1, com a variação máxima de energia e seus respectivos dados, com $r_p=1.1$ raios da Lua, para valores de ψ variando de 0° a 315° , δV variando de 0.5 km/s a 4.0 km/s, de 0.5 em 0.5 km/s e $V_{inf} = 0.9803921$.

Tabela 8.1 – Variação máxima de energia, com $r_p=1.1$ raios da Lua.

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	0.5	2.467974041	5°	-16.00076037°	-14.59622611 °	1.901943969	0.005057577
45°	0.5	0.296607421	-31°	34.048537418 °	-2.18514354 °	2.008493047	0.005494793
90°	0.5	-0.203454673	-6°	-14.55055795 °	-15.20488781 °	2.186831282	0.005037435
135°	0.5	-0.383765152	17°	-70.005852376 °	-30.11264260 °	1.905340663	0.008049462
180°	0.5	0.698510023	-60°	-100.01076819 °	31.83140635 °	1.561084962	0.015956876
225°	0.5	2.162634294	-60°	-100.005073115 °	13.815881185 °	1.612754576	0.015955132
270°	0.5	3.133400423	-15°	44.005184186 °	-7.296382885 °	1.979748756	0.005916134
315°	0.5	3.262782297	-4.5°	13.556291089 °	4.033576226 °	1.973598826	0.005024792
0°	1.0	4.856468949	3.5°	-10.054924197 °	-14.9944219 °	2.595714793	0.004987653
45°	1.0	1.849629536	-31°	34.048537418 °	1.385826272 °	2.597666786	0.005494793
90°	1.0	1.510503707	-6°	-14.550557949 °	-15.72209635 °	2.80902591	0.005037435
135°	1.0	1.001420984	17.5°	-68.522874805 °	-36.67221416 °	2.564842108	0.007867301
180°	1.0	2.506916059	-60°	-100.010768189 °	74.071040803 °	2.023534945	0.015956876
225°	1.0	4.020548478	-60°	-100.005073115 °	56.837784523 °	1.978058972	0.015955132
270°	1.0	4.895132544	-17°	46.502414588 °	-1.224678133 °	2.584797578	0.006047502
315°	1.0	5.427318966	-6.5°	18.559463102 °	7.677995294 °	2.632614047	0.00509812

(Continua)

Tabela 8.1 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	1.5	7.382927215	2.5°	-7.055619652 °	-14.527231062 °	3.214105851	0.004964797
45°	1.5	3.606528479	-31°	34.048537418°	4.277400853°	3.153225396	0.005494793
90°	1.5	3.46411571	-5°	-12.042807885°	-15.830216365°	3.387007872	0.005007337
135°	1.5	4.021931619	-60°	-100.017930622°	1.55029847616°	2.440296382	0.015959914
180°	1.5	5.483842985	-59°	-100.010768189°	146.729946222°	2.394348116	0.015956876
225°	1.5	6.086080872	-53.5°	-100.005073115°	86.41410584°	2.471954587	0.015955132
270°	1.5	6.90025884	-18°	46.502414588°	2.520419486°	3.151810701	0.006047502
315°	1.5	7.778547112	-7.5°	20.047867277°	10.073235272°	3.229386436	0.005124718
0°	2.0	10.107426407	2°	-5.006750467°	-13.827240712°	3.794380393	0.004953843
45°	2.0	5.585261745	-31°	34.048537418°	6.665325358°	3.689470083	0.005494793
90°	2.0	5.761223618	-58.5	-100.014826584°	-129.078033986°	2.874529568	0.015959508
135°	2.0	6.812244146	-54°	-100.017930622°	-163.126285196°	2.939124679	0.015959914
180°	2.0	7.771950132	-51°	-100.010768189°	157.465120892°	2.975759546	0.015956876
225°	2.0	8.285239873	-47.5°	-100.005073115°	92.335132521°	3.030271453	0.015955132
270°	2.0	9.155544015	-18.5°	46.027902333°	5.165917619°	3.69856276	0.006021651
315°	2.0	10.353008732	-8°	21.036402761°	11.789013775°	3.795372894	0.005143637

(Continua)

Tabela 8.1 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	2.5	13.052860813	1.5°	-4.044959059°	-13.234998792°	4.352180687	0.004949993
45°	2.5	7.795998493	-30°	36.54848363°	8.916256966°	4.218577348	0.005586564
90°	2.5	8.359849258	-24.5°	-100.014826584°	-122.121667022°	3.463290129	0.015959508
135°	2.5	9.317025467	-48.5°	-100.017930622°	-151.956366982°	3.495610433	0.015959914
180°	2.5	10.234577055	-46°	-100.010768189°	158.158529119°	3.535761665	0.015956876
225°	2.5	10.704083312	-44°	-100.005073115°	99.915372613°	3.561150745	0.015955132
270°	2.5	11.662286582	-19°	45.551634694°	7.313742594°	4.230584497	0.005996131
315°	2.5	13.163453679	-8.5°	21.529490375°	13.280085575°	4.341971454	0.005153454
0°	3.0	16.230090783	1°	-3.018317278°	-12.469618513°	4.895408801	0.004946789
45°	3.0	10.244294718	-30°	36.54848363°	10.601358033°	4.735391708	0.005586564
90°	3.0	11.110409246	-29°	-100.014826584°	-117.464717651°	4.016082655	0.015959508
135°	3.0	12.030429823	-44.5°	-100.017930622°	-153.276335367°	4.046278831	0.015959914
180°	3.0	12.904670535	-43°	-100.010768189°	164.494372819°	4.064750679	0.015956876
225°	3.0	13.346694147	-41.5°	-100.005073115°	104.166270802°	4.085257458	0.015955132
270°	3.0	14.420607996	-19°	45.020402838°	8.702464255°	4.758068275	0.005968161
315°	3.0	16.215413654	-9°	21.529490375°	14.427531255°	4.876959607	0.005153454

(Continua)

Tabela 8.1 – Conclusão

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	3.5	19.645198703	1°	-2.504771903°	-12.071051468°	5.428278070	0.004945536
45°	3.5	12.933242214	-30°	36.54848363°	12.053609521°	5.246455877	0.005586564
90°	3.5	14.059150067	-32°	-100.014826584°	-112.715945172°	4.548294360	0.015959508
135°	3.5	14.945191770	-42°	-100.017930622°	-148.070151281°	4.570865783	0.015959914
180°	3.5	15.749011009	-42°	-99.010223647°	169.790213589°	4.577918938	0.015446062
225°	3.5	16.216153382	-39.5°	-100.005073115°	100.965138151°	4.609037062	0.01595513
270°	3.5	17.43047827	-19.5°	44.005184186°	9.963101795°	5.277126098	0.005916134
315°	3.5	19.511748101	-9°	21.529490375°	15.257109793°	5.404674958	0.005153454
0°	4.0	23.301451422	1°	-2.055322411°	-11.747806609°	5.953858639	0.004944632
45°	4.0	15.865671110	-29°	39.00260425°	13.52452864°	5.757987036	0.005685387
90°	4.0	17.226885885	-41.5°	-100.014826584°	-109.711286107°	5.071348214	0.015959508
135°	4.0	18.097302430	-40°	-100.017930622°	-149.828115135°	5.093514533	0.015959914
180°	4.0	18.920891982	-39°	-100.010768189°	161.838034662°	5.109235424	0.015956876
225°	4.0	19.275937002	-38°	-100.005073115°	97.018975189°	5.126089995	0.015955132
270°	4.0	20.69168970	-19.5°	43.52162850°	10.984290843°	5.792442451	0.005891997
315°	4.0	23.054425676	-9.5°	21.529490375°	16.235674805°	5.923835713	0.005153454

Segue a Tabela 8.2, com a variação mínima de energia e seus respectivos dados, com $r_p=1.1$ raios da Lua, para valores de ψ variando de 0° a 315° , δV variando de 0.5 km/s a 4.0 km/s, de 0.5 em 0.5 km/s e $V_{inf} = 0.9803921$.

Tabela 8.2 – Variação mínima de energia, com $r_p=1.1$ raios da Lua.

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	0.5	-1.77093	59.5°	2.05532°	56.02696°	1.10430	0.00494
45°	0.5	-2.12026	-17°	-100.01468°	6.57562°	1.06197	0.01596
90°	0.5	-1.83345	40°	-75.53132°	13.30730°	1.01127	0.00883
135°	0.5	-0.95687	-60°	-80.01997°	9.96869°	1.47273	0.00960
180°	0.5	-0.20002	59.5°	-76.51267°	-40.50855°	1.48788	0.00898
225°	0.5	0.36570	59.5°	-100.00507°	-62.80971°	1.47139	0.01596
270°	0.5	1.04427	59.5°	-100.01502°	-58.18338°	1.58645	0.01596
315°	0.5	1.42014	59.5°	-100.00521°	-41.87414°	1.61092	0.01595
0°	1.0	-1.75390	-54.5°	10.50037°	59.32635°	0.93459	0.00499
45°	1.0	-2.12367	19°	-8.06183°	4.77321°	1.06172	0.00497
90°	1.0	-1.80688	59.5°	-47.55055°	37.10506°	1.16060	0.00611
135°	1.0	-0.57468	-60°	-77.01949°	22.11086°	1.96273	0.00907
180°	1.0	0.18113	59.5°	100.00629°	-12.83860°	1.89531	0.01595
225°	1.0	0.43736	59.5°	-100.00507°	-85.02989°	1.88280	0.01595
270°	1.0	0.87751	59.5°	-100.01502°	-78.49553°	1.96068	0.01596
315°	1.0	1.57455	59.5°	-100.00521°	-59.67929°	2.02605	0.01595

(Continua)

Tabela 8.2 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	1.5	-1.77931	27°	96.51943°	57.16490°	1.04656	0.01430
45°	1.5	-2.12255	20°	-8.06183°	4.00267°	1.10348	0.00497
90°	1.5	-1.67296	59°	-98.50582°	-42.8070°	0.91812	0.01520
135°	1.5	0.06307	-60°	-74.50256°	28.84994°	2.45927	0.00867
180°	1.5	0.68098	59.5°	100.00629°	-14.73156°	2.35729	0.01595
225°	1.5	1.01393	59.5°	-100.00507°	-94.93407°	2.35474	0.01596
270°	1.5	1.17305	59.5°	-100.01502°	-88.69385°	2.39260	0.01596
315°	1.5	0.61570	-60°	-100.00521°	162.24081°	2.45246	0.01595
0°	2.0	-1.78974	8.5°	73.50689°	58.98576°	1.08803	0.00852
45°	2.0	-2.04473	-10°	-57.50056°	1.97736°	0.93768	0.00678
90°	2.0	-1.14290	59.5°	-42.00645°	70.97101°	2.07287	0.00582
135°	2.0	0.95691	-60°	-72.00175°	32.55318°	2.95784	0.00831
180°	2.0	1.44690	59.5°	100.00629°	-16.00257°	2.83043	0.01595
225°	2.0	1.92942	59.5°	-100.00507°	-100.02124°	2.83798	0.01595
270°	2.0	1.47499	-60°	-100.01502°	-122.47625°	2.81974	0.01596
315°	2.0	0.76963	-60°	-96.51151°	-149.81000°	2.83827	0.01430

(Continua)

Tabela 8.2 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	2.5	-1.78822	22.5°	87.50519°	111.26490°	1.03614	0.01127
45°	2.5	-2.03919	59.5°	37.53572°	88.01570°	1.27291	0.00563
90°	2.5	-1.12071	59.5°	-100.01483°	-25.07265°	1.65289	0.01596
135°	2.5	2.10597	-60	-70.00585°	34.96086°	3.45558	0.00805
180°	2.5	2.47367	59.5°	100.00629°	-16.85576°	3.30927	0.01595
225°	2.5	2.78699	-60°	-100.00507°	-79.48417°	3.29953	0.01596
270°	2.5	2.58568	-60°	-94.50948°	-119.77925°	3.33139	0.01350
315°	2.5	1.88395	-60°	-91.51251°	-146.42999°	3.34746	0.01244
0°	3.0	-1.74391	-44°	3.01831°	62.03796°	0.91117	0.00495
45°	3.0	-2.11981	1.5°	-88.00910°	3.70543°	1.07848	0.01140
90°	3.0	-1.12059	59.5°	-1.00015°	6.17414°	1.88325	0.01596
135°	3.0	3.50912	-60°	-68.52287°	36.83457°	3.95189	0.00786
180°	3.0	3.75795	59.5°	100.00629°	-17.52140°	3.79136	0.01595
225°	3.0	4.15067	-60°	-95.50495°	-73.09401°	3.81098	0.01388
270°	3.0	3.96372	-60°	-90.01823°	-117.92299°	3.84117	0.01198
315°	3.0	3.25987	-60°	-87.52360°	-142.84492°	3.85497	0.01128

(Continua)

Tabela 8.2 – Conclusão

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	3.5	-1.77178	59.5°	80.01308°	61.27290°	1.10275	0.00960
45°	3.5	-2.11798	31°	-79.52009°	6.89789°	1.07338	0.00950
90°	3.5	-0.73682	59.5°	-100.01483°	27.43702°	2.29321	0.01596
135°	3.5	5.16561	-60°	-67.50411°	38.59410°	4.44666	0.00775
180°	3.5	5.29756	59.5°	100.00629°	-18.08285°	4.27547	0.01595
225°	3.5	5.79037°	-60°	-91.00550°	-71.52624°	4.32313	0.01228
270°	3.5	5.51406	59.5°	-100.01502°	-101.46233°	4.28286	0.01596
315°	3.5	4.92206	-60°	-84.01130°	-145.52913°	4.36043	0.01042
0°	4.0	-1.78670	58°	53.53068°	60.48453°	1.05419	0.00648
45°	4.0	-2.11869	32°	-46.51596°	3.94596°	1.08344	0.00605
90°	4.0	-0.03698	59.5°	-100.01483°	40.28247°	2.76867	0.01596
135°	4.0	7.07494	-60°	-66.51335°	39.81548°	4.94132	0.00764
180°	4.0	7.07542	-60°	-100.01077°	-20.85313°	4.75088	0.01596
225°	4.0	7.69272	-60°	-87.01008°	-71.93720°	4.83291	0.01114
270°	4.0	7.27512	59.5°	-100.01502°	-102.60134°	4.76665	0.01595
315°	4.0	6.79650	-60°	-81.50074°	-136.86617°	4.86426	0.00989

Nota-se nas Tabelas 8.1 e 8.2 que os pontos ótimos (variação máxima e mínima de energia), ocorrem quando o impulso é aplicado na direção não tangencial à órbita do satélite e fora do periapside da órbita. Na maioria dos casos o ponto ótimo está antes do periapside da órbita. Isso acontece porque o satélite está se aproximando do periapside e, conseqüentemente, passa mais tempo interagindo com M_2 , logo adquire mais energia desta interação. Além disso, na Tabela 8.1, a magnitude do impulso interfere diretamente nos resultados, pois quanto maior a magnitude de δV maior a variação máxima de energia.

Segue os gráficos com alguns casos simulados. Abaixo estão as Figuras 8.1, 8.2 e 8.3:

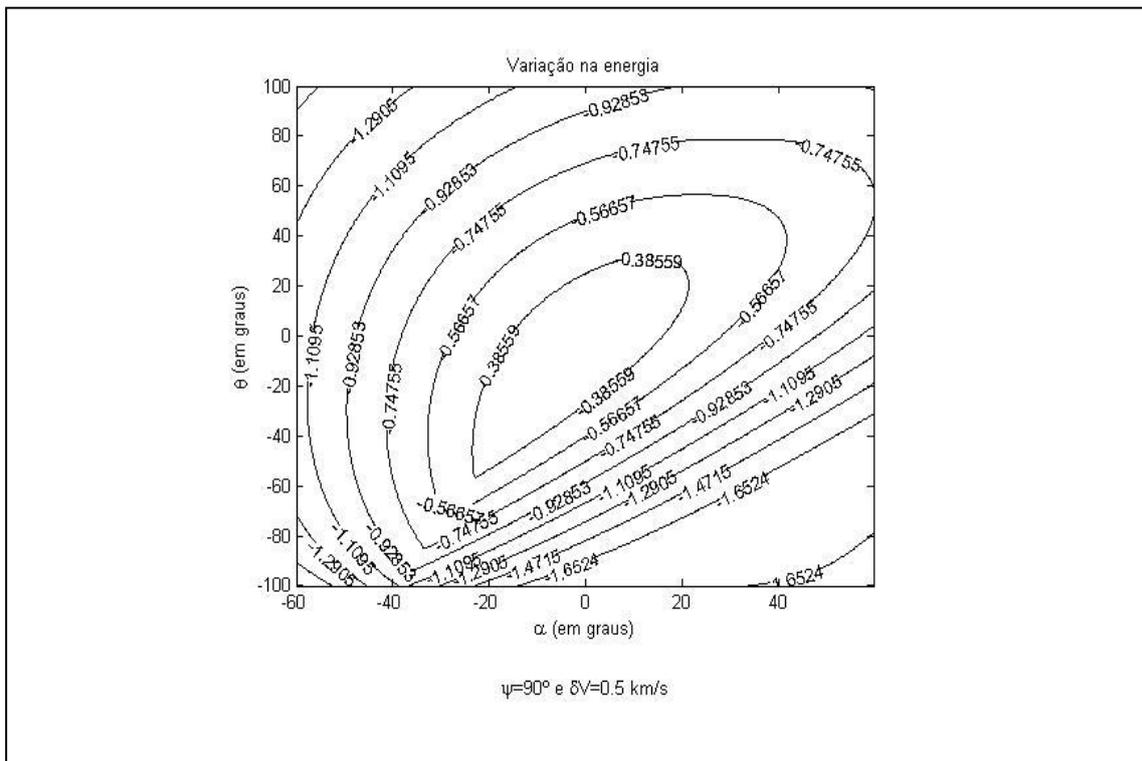


Figura 8.1 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios da Lua, $\psi=90^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.

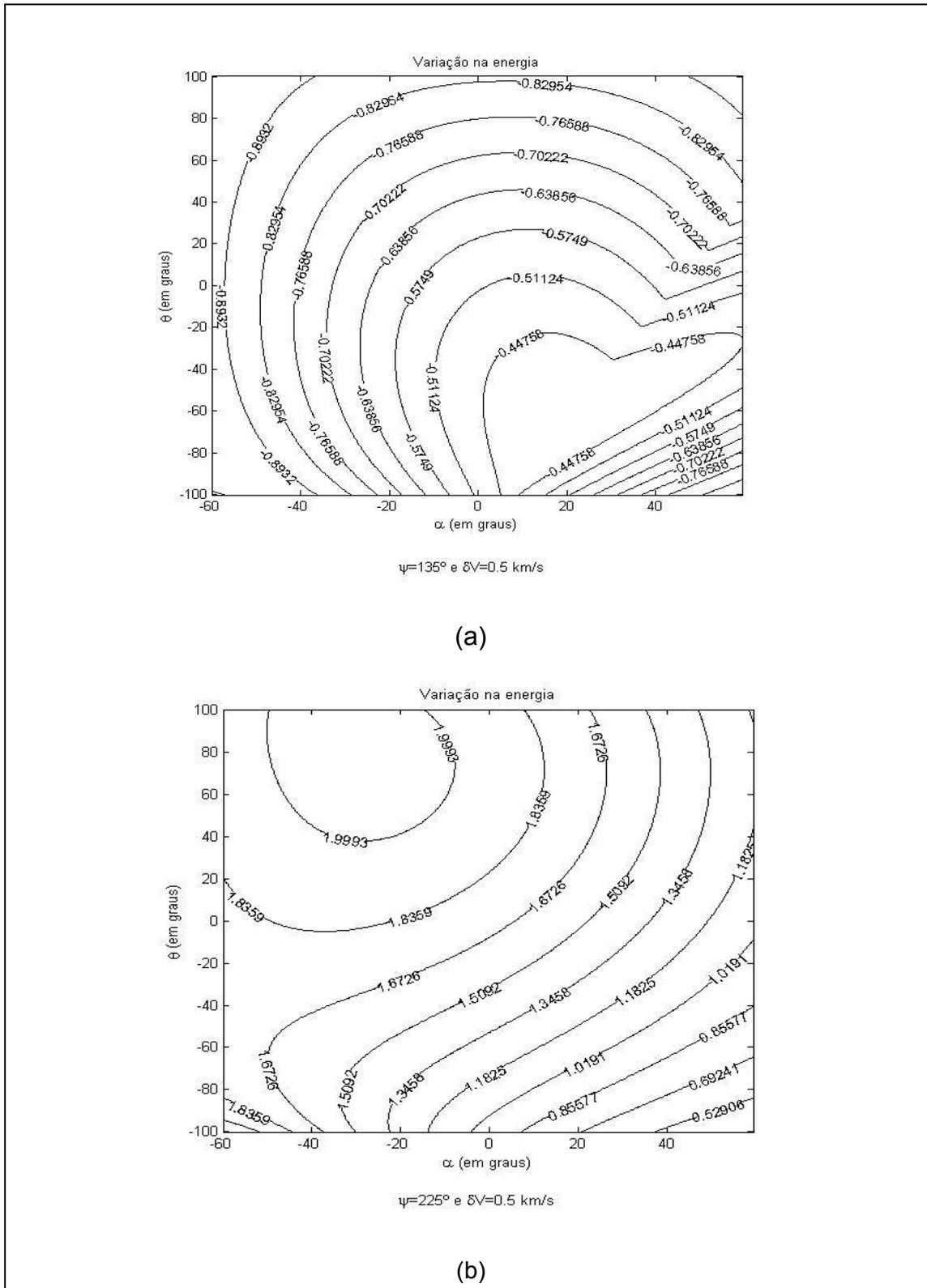
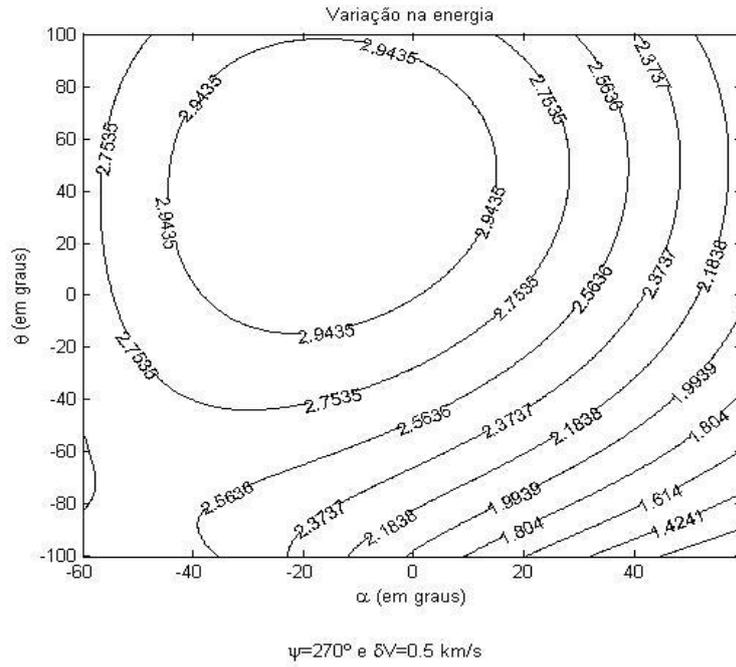
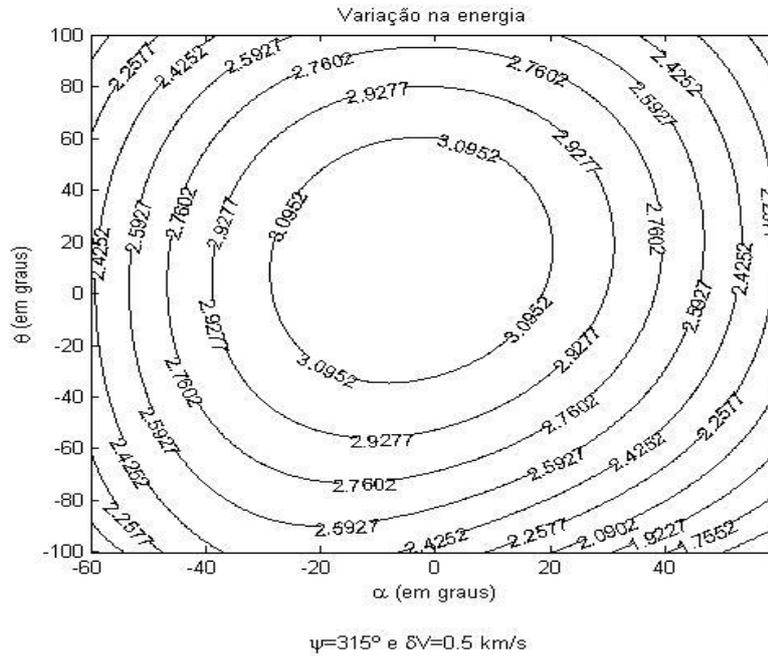


Figura 8.2 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios da Lua, (a) $\psi=135^\circ$, (b) $\psi=225^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.



(a)



(b)

Figura 8.3 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios da Lua, (a) $\psi=270^\circ$, (b) $\psi=315^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.

Observa-se nas Figuras 8.1 e 8.2(a), que a variação máxima de energia é negativa, ou seja, o Swing-By está dominando o impulso, que neste caso tem uma magnitude pequena, 0.5 km/s, e não foi suficiente para mudar as características da manobra, que inicialmente já está perdendo energia devido ao Swing-By padrão.

Nas Figuras 8.2(b), 8.3(a) e 8.3(b), o impulso está trabalhando a favor do Swing-By, considerando que as condições iniciais destas manobras são $\psi=225^\circ$, $\psi=270^\circ$ e $\psi=315^\circ$, respectivamente.

Observa-se que o ponto de aplicação do impulso para obter a variação mínima de energia nas Figuras 8.2(b), 8.3(a) e 8.3(b) é parecido, todos próximos de $\theta=100^\circ$, e a aplicação do impulso em todos os casos são similares, ele é aplicado na direção não tangencial a órbita, com $\alpha=59.5^\circ$. Seguem as Figuras 8.4, 8.5, 8.6, 8.7 e 8.8:

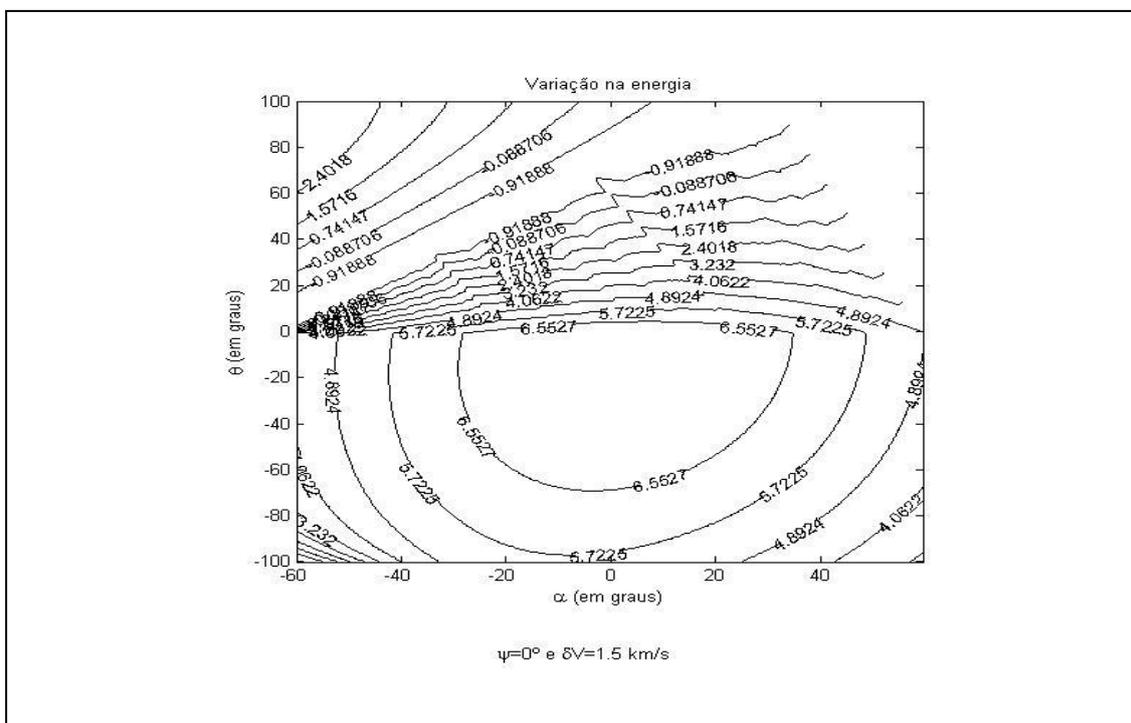
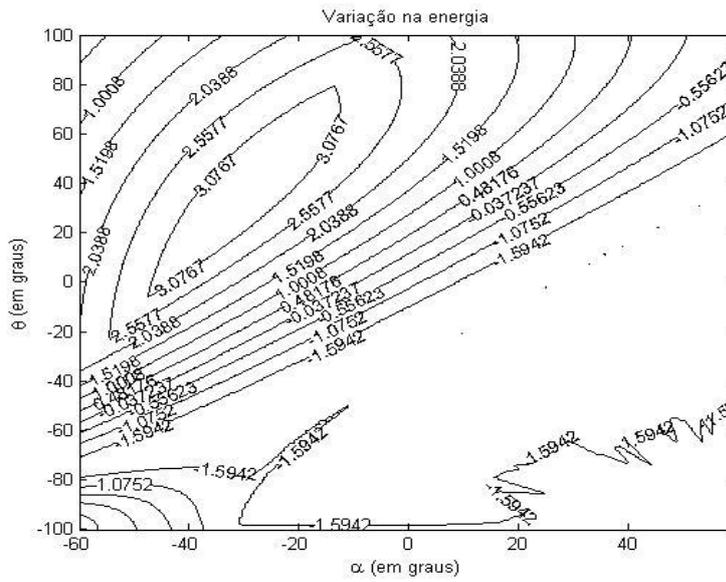
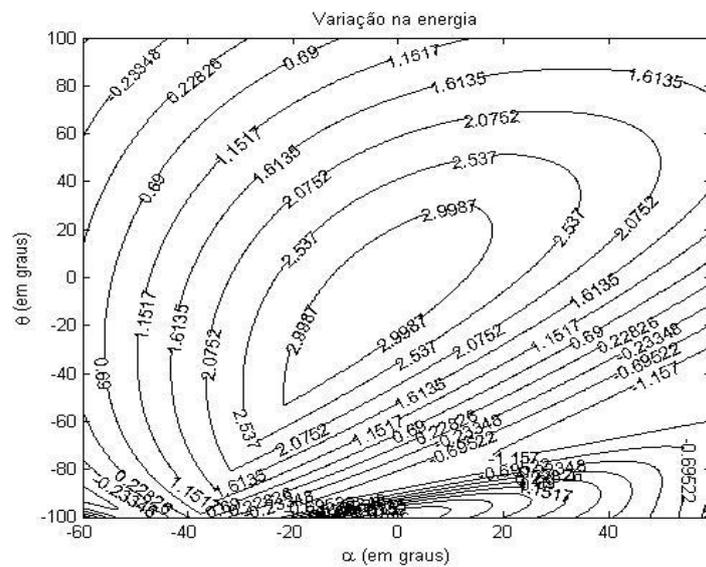


Figura 8.4 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios da Lua, $\psi=0^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.



(a)



(b)

Figura 8.5 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios da Lua, (a) $\psi=45^\circ$, (b) $\psi=90^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.

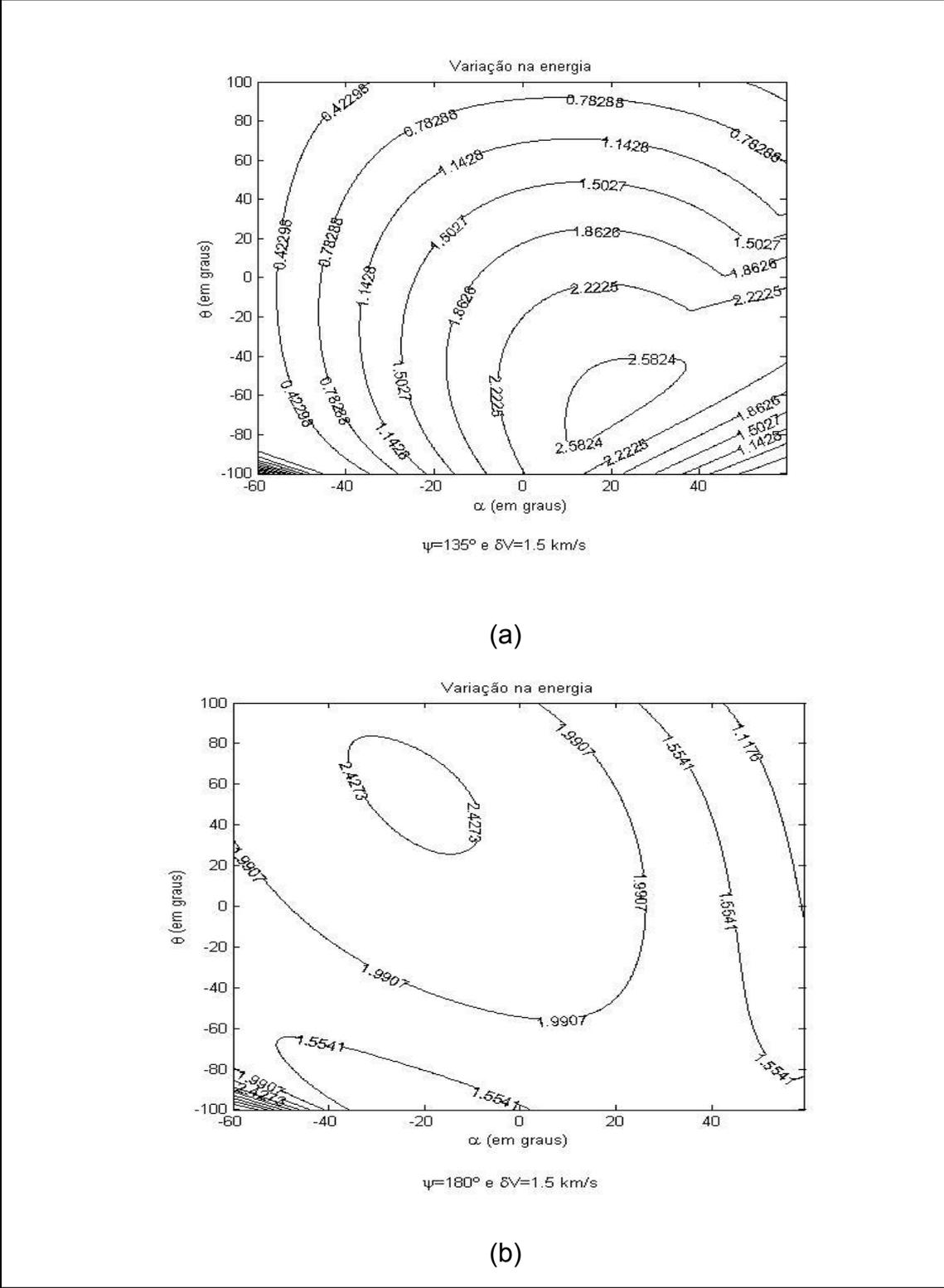
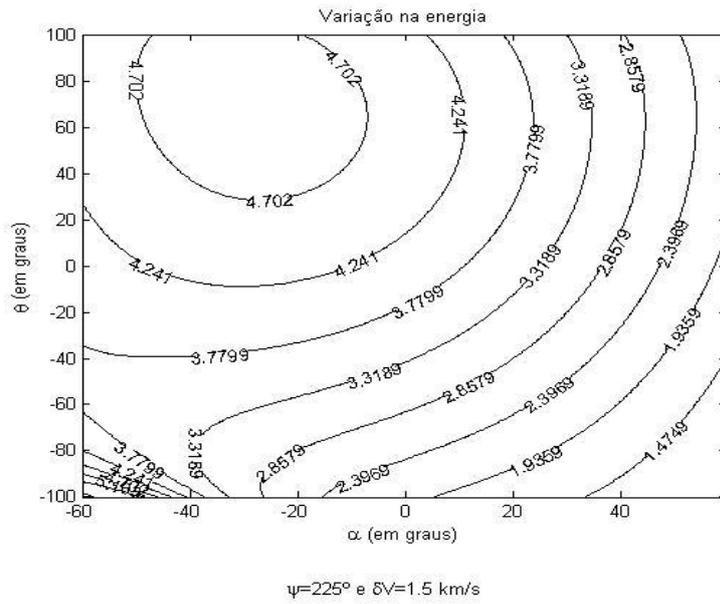
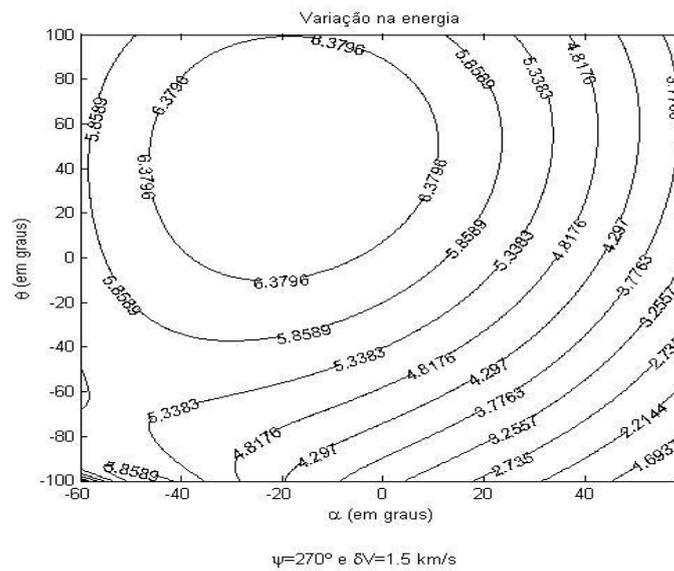


Figura 8.6 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios da Lua, (a) $\psi=135^\circ$, (b) $\psi=180^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.



(a)



(b)

Figura 8.7 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios da Lua, (a) $\psi=225^\circ$, (b) $\psi=270^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.

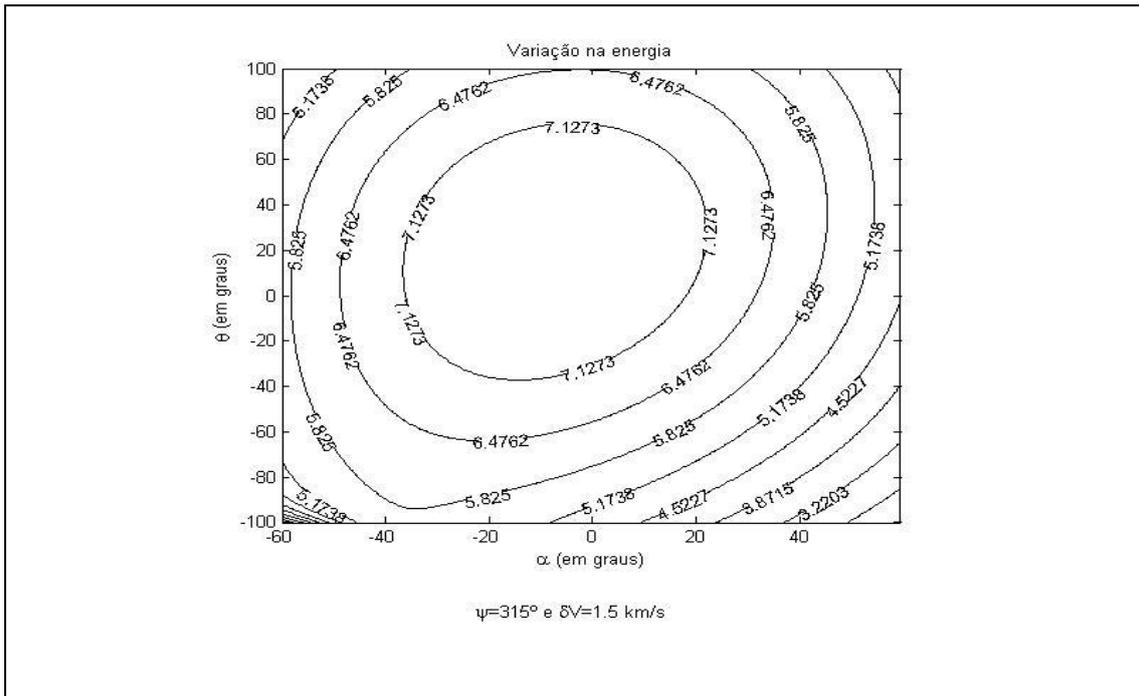


Figura 8.8 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios da Lua, $\psi=315^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.

É possível observar nas Figuras 8.5(a), 8.6(a), 8.6(b), 8.7(a) e 8.7(b) que o ponto ótimo para variação máxima de energia está bem deslocado do (0,0). Nos casos em que $\psi=135^\circ$, $\psi=180^\circ$ e $\psi=225^\circ$, θ é negativo e aproximadamente -100° e α aproximadamente -60° . O satélite está se aproximando do periapside, conseqüentemente tem um tempo maior de interação com a Lua e para fazer qualquer ajuste que seja necessário na órbita para otimizar a manobra.

As áreas com curvas descontínuas nas Figuras 8.4 e 8.5(a) representam os casos de captura do satélite pela Lua.

Segue a Tabela 8.3, com a variação máxima da energia e seus respectivos dados, com $r_p=2.0$ raios da Lua, para valores de ψ variando de 0° a 315° , δV variando de 0.5 km/s a 4.0 km/s, de 0.5 em 0.5 km/s e $V_{inf}=0.9803921$.

Tabela 8.3 – Variação máxima de energia, com $r_p=2.0$ raios da Lua.

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	0.5	2.015424704	4.5°	-13.025810497°	-38.812444710°	1.779638054	0.009150901
45°	0.5	0.220808169	-34°	31.041422967°	-18.691620682°	1.839727717	0.00990969
90°	0.5	-0.074692148	-7°	-19.518110597°	-30.425945961°	2.079161769	0.009344104
135°	0.5	-0.115704325	15.5°	-100.002677384°	-55.714025720°	1.845286846	0.037779336
180°	0.5	1.632763838	-60°	-100.000678572°	51.027037186°	1.563404394	0.037794135
225°	0.5	2.708116199	-60°	-100.000882467°	31.229158353	1.52236633	0.037827111
270°	0.5	2.612172611	-50°	-100.001756086°	17.376912985	1.534473692	0.037809153
315°	0.5	2.619582158	-7°	20.019910519°	-13.110645263°	1.852123132	0.009362584
0°	1.0	4.046790291	3°	-7.524088665°	-36.392641632°	2.404016556	0.009049934
45°	1.0	1.505557644	-34°	31.041422967°	-13.116702454°	2.389491600	0.009909690
90°	1.0	2.330346276	-58.5°	-100.00965377°	-151.58714623°	1.873924831	0.037823297
135°	1.0	3.336713135	-52.5°	-100.002677384°	177.011551105°	1.915334968	0.037779336
180°	1.0	4.164984061	-48°	-100.000678572°	132.765294407°	1.946714298	0.037794135
225°	1.0	4.474873490	-43.5°	-100.000882467°	70.797668224°	1.986260855	0.037827111
270°	1.0	4.172541174	-38.5°	-100.001756086°	39.068006953°	2.021849567	0.037809153
315°	1.0	4.466666875	-9°	22.523366059°	-7.103844878°	2.437332099	0.009462603

(Continua)

Tabela 8.3 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	1.5	6.255590371	2°	-5.0211613500°	-34.315792141°	2.976965931	0.009022187
45°	1.5	3.001799131	-33.5°	32.5261326810°	-8.784696299°	2.916876333	0.010006126
90°	1.5	4.358622771	-15.5°	-100.009653773°	-136.86462636°	2.459797861	0.037823297
135°	1.5	5.263905068	-40°	-100.002677384°	-175.14126197°	2.486616889	0.037779336
180°	1.5	6.034508624	-38°	-100.000678572°	142.779674666°	2.493609146	0.037794135
225°	1.5	6.291175995	-35.5°	-100.000882467°	75.270134623°	2.524002559	0.037827111
270°	1.5	5.95265859	-33°	-100.001756086°	45.431660448°	2.539072692	0.037809153
315°	1.5	6.531168369	-10°	24.044939447°	-3.043817794°	2.986127965	0.009530032
0°	2.0	8.681247915	1.5°	-3.526952787°	-32.699808810°	3.524472727	0.009010937
45°	2.0	4.725715415	-33.5°	32.526132681°	-5.496666874°	3.429160043	0.010006126
90°	2.0	6.473483461	-36.5°	-100.009653773°	-127.95202982°	2.993440900	0.037823297
135°	2.0	7.345482131	-34.5°	-100.002677384°	-167.12605037°	3.010485836	0.037779336
180°	2.0	8.082275038	-33°	-100.000678572°	141.056130476°	3.026416991	0.037794135
225°	2.0	8.323915927	-32.5°	-99.507279586°	83.131851073°	3.030732958	0.03692059
270°	2.0	7.962687407	-30°	-100.001756086°	48.311179041°	3.049781243	0.037809153
315°	2.0	8.831568245	-10.5°	24.044939447°	-0.36892135°	3.519430776	0.009530032

(Continua)

Tabela 8.3 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	2.5	11.338472295	1°	-2.512115474°	-31.214415898°	4.05702439	0.009005546
45°	2.5	6.685308198	-33.5°	32.526132681°	-2.862277457°	3.934156284	0.010006126
90°	2.5	8.783855876	-32.5°	-100.009653773°	-126.59196957°	3.517065337	0.037823297
135°	2.5	9.625218316	-32°	-99.5082370389°	-164.29436194°	3.523442349	0.036875666
180°	2.5	10.358437111	-31°	-99.5114067650°	146.541682101°	3.531871939	0.036898691
225°	2.5	10.585505938	-30°	-99.5072795860°	83.645997515°	3.542407018	0.036920592
270°	2.5	10.221793999	-29°	-99.5018483000°	55.955450794°	3.546150044	0.036892563
315°	2.5	11.374418030	-11°	24.0449394470°	1.787250092°	4.041117482	0.009530032
0°	3.0	14.234285271	1°	-2.03121549003°	-30.387733515°	4.580226855	0.009003625
45°	3.0	8.885506322	-32°	36.5238228560°	-0.361030050°	4.440705071	0.010296439
90°	3.0	11.318385103	-28.5°	-100.00965377°	-120.01218304°	4.022790791	0.037823297
135°	3.0	12.12786589	-30.5°	-99.002569789°	-165.67840445°	4.033355921	0.035997035
180°	3.0	12.880384382	-28.5°	-100.000678572°	154.780128536°	4.033649002	0.03779413
225°	3.0	13.100495271	-28.5°	-99.507279586°	94.610507538°	4.037587150	0.036920592
270°	3.0	12.730906365	-27°	-100.001756086°	59.237435525°	4.048012070	0.037809153
315°	3.0	14.162573433	-11.5°	24.044939447°	3.551450619°	4.555401405	0.009530032

(Continua)

Tabela 8.3 – Conclusão

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	3.5	17.372299426	1°	-1.550224424°	-29.616468672°	5.096781869	0.009002111
45°	3.5	11.330623473	-31.5°	38.033771309°	1.549436638°	4.940247393	0.010418497
90°	3.5	14.063526872	-30.5°	-98.507537123°	-119.03367175°	4.523727002	0.035200633
135°	3.5	14.907133898	-29°	-99.002569789°	-161.48286423°	4.534677069	0.035997035
180°	3.5	15.626293357	-28.5°	-99.010794304°	156.48279514°	4.533717887	0.036027255
225°	3.5	15.837027761	-28.5°	-98.505075844°	87.457044001°	4.544219243	0.035213124
270°	3.5	15.481780689	-26°	-100.001756086°	59.967847001°	4.548184268	0.037809153
315°	3.5	17.197706320	-11.5°	23.538743320°	4.6859007650°	5.067528307	0.009507030
0°	4.0	20.754967953	0.5°	-1.550224424°	-28.736740916°	5.608581150	0.009002111
45°	4.0	14.02124723	-31.5°	38.0337713090°	3.052245019°	5.436339106	0.010418497
90°	4.0	17.064983934	-28°	-97.513635276°	-117.96049777°	5.023919977	0.033663968
135°	4.0	17.929572653	58.5°	-99.508237038°	-156.81283931°	5.034027001	0.036875666
180°	4.0	18.593678209	-30°	-97.011382900°	159.475511482°	5.028525377	0.032935143
225°	4.0	18.863403344	-27°	-99.005702806°	95.427712854°	5.039113271	0.036044913
270°	4.0	18.474688180	-26.5°	-99.004818202°	61.604023193°	5.044750335	0.036026277
315°	4.0	20.480592712	-12°	23.538743320°	6.017433529°	5.572676271	0.00950703

Segue a Tabela 8.4, com a variação mínima da energia e seus respectivos dados, com $r_p=2.0$ raios da Lua, para valores de ψ variando de 0° a 315° , δV variando de 0.5 km/s a 4.0 km/s, de 0.5 em 0.5 km/s e $V_{inf}= 0.9803921$.

Tabela 8.4 – Variação mínima de energia, com $r_p=2.0$ raios da Lua.

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	0.5	-1.92120	51°	93.01121°	43.15535°	1.07496	0.02814
45°	0.5	-2.12879	12°	-71.01026°	-5.64921°	1.06296	0.01589
90°	0.5	-1.70097	56°	-69.53071°	3.62170°	1.00918	0.01546
135°	0.5	-0.82414	-60°	100.00088°	-3.00507°	1.37029	0.03783
180°	0.5	-0.08804	59.5°	-64.52321°	-62.11198°	1.45359	0.01420
225°	0.5	0.18781	59.5°	-100.00088°	-90.19908°	1.38700	0.03783
270°	0.5	0.56936	59.5°	-100.00176°	-74.55548°	1.50898	0.03781
315°	0.5	0.88737	59.5°	-100.00144°	-62.99380°	1.56781	0.03778
0°	1.0	-1.88640	-54.5°	1.55022°	47.11547°	0.90775	0.00900
45°	1.0	-2.12881	38.5°	7.53462°	-3.73027°	1.06505	0.00905
90°	1.0	-1.64281	59.5°	-51.51946°	32.53758°	1.28813	0.01188
135°	1.0	-0.50112	-60°	100.00088°	17.40003°	1.79805	0.03782
180°	1.0	0.16157	59.5°	100.00017°	-39.36967°	1.79971	0.03779
225°	1.0	0.34343	59.5°	-100.00088°	-106.01722°	1.79953	0.03783
270°	1.0	-0.06974	-60°	-100.00176°	-144.56969°	1.79612	0.03781
315°	1.0	-0.87186	-60°	-97.50529°	-170.42204°	1.80215	0.03363

(Continua)

Tabela 8.4 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	1.5	-1.92774	-1°	67.00772°	45.33545°	1.03978	0.01479
45°	1.5	-2.12268	15°	-12.50516°	41.22463°	1.00654	0.00914
90°	1.5	-1.37452	59.5°	-45.53059°	48.87085°	1.74649	0.01114
135°	1.5	0.07901	-60°	100.00088°	29.64701°	2.25736	0.03783
180°	1.5	0.63678	59.5°	100.00016°	-40.64795°	2.25074	0.03779
225°	1.5	0.84250	-60°	-97.50203°	-96.86377°	2.25582	0.03366
270°	1.5	0.44592	-60°	-92.50628°	-130.33059°	2.27463	0.02764
315°	1.5	-0.33920	-60°	-90.00261°	-158.08029°	2.28460	0.02538
0°	2.0	-1.94782	26.5°	100.00849°	74.23762°	0.97662	0.03781
45°	2.0	-2.11814	59.5°	39.52388°	57.65123°	1.08348	0.01055
90°	2.0	-0.85382	59.5°	-41.52889°	55.88896°	2.24174	0.01073
135°	2.0	0.91523	-60°	-63.51554°	19.82308°	2.84525	0.01397
180°	2.0	1.37042	59.5°	100.00017°	-41.30316°	2.71622	0.03779
225°	2.0	1.62162	-60°	-90.50710°	-92.53600°	2.75159	0.02581
270°	2.0	1.23431	-60°	-86.01148°	-129.75973°	2.76775	0.02249
315°	2.0	0.44516	-60°	-84.00123°	-156.03055°	2.77626	0.02127

(Continua)

Tabela 8.4 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	2.5	-1.92682	56.5°	84.50577°	43.49515°	1.08027	0.02156
45°	2.5	-2.12891	29.5°	-83.51921°	-5.55463°	1.07390	0.02100
90°	2.5	-0.67783	59.5°	-100.00965°	2.40407°	2.11063	0.03782
135°	2.5	1.98202	-60°	-61.50949°	22.68526°	3.33300	0.01355
180°	2.5	2.29591	-60°	-100.00068°	-31.61976°	3.18328	0.03779
225°	2.5	2.66592	-60°	-84.50505°	-92.60703°	3.25063	0.02157
270°	2.5	2.28568	-60°	-81.51078°	-119.12938°	3.26504	0.01995
315°	2.5	1.49546	-60°	-79.52268°	-151.07102°	3.27160	0.01901
0°	3.0	-1.92783	51.5°	57.00116°	42.62682°	1.06668	0.01272
45°	3.0	-2.12899	50.5°	-62.51752°	-5.66525°	1.09488	0.01376
90°	3.0	-0.19761	59.5°	-100.00965°	17.47825°	2.51005	0.03782
135°	3.0	3.29870	-60°	-60.02512°	24.81455°	3.82160	0.01326
180°	3.0	3.51371	-60°	-100.00068°	-23.24279°	3.66401	0.03779
225°	3.0	3.96936	-60°	-80.00208°	-90.97814°	3.74913	0.01923
270°	3.0	3.58180	-60°	-77.50509°	-118.69922°	3.76070	0.01815
315°	3.0	2.81582	-60°	-76.01799°	-145.53923°	3.76816	0.01757

(Continua)

Tabela 8.4 – Conclusão

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	3.5	-1.92632	13°	23.01254°	42.82738°	1.07415	0.00948
45°	3.5	-2.09250	48.5°	-53.53395°	48.07233°	1.03343	0.01217
90°	3.5	0.55855	59.5°	-100.00965°	27.45078°	2.95815	0.03782
135°	3.5	4.86545	-60°	-59.02080°	26.67570°	4.31035	0.01307
180°	3.5	5.00026	-60°	-100.00068°	-17.41701°	4.14686	0.03779
225°	3.5	5.52433	-60°	-76.51791°	-87.93425°	4.24671	0.01776
270°	3.5	5.05639	59.5°	-100.00176°	-102.70686°	4.15686	0.03781
315°	3.5	4.35659	-60°	-73.01300°	-146.84121°	4.26167	0.01651
0°	4.0	-1.86472	9°	0.53460°	106.87704°	1.26174	0.00900
45°	4.0	-1.99776	59.5°	-31.50278°	68.03297°	1.43978	0.00993
90°	4.0	1.57621	59.5°	-99.00435°	33.91253°	3.41999	0.03602
135°	4.0	6.66457	-60°	-100.00268°	-10.81809°	4.63569	0.03778
180°	4.0	6.74466	-60°	-100.00068°	-13.18097°	4.63090	0.03779
225°	4.0	7.33736	-60°	-73.51938°	-87.32219°	4.74331	0.01668
270°	4.0	6.76060	59.5°	-100.00176°	-103.19121°	4.63759	0.03781
315°	4.0	6.16032	-60°	-70.51138°	-150.15419°	4.75470	0.01574

Na Tabela 8.3 e 8.4, o raio do periapside é 2.0 raios da Lua, as conclusões são similares ao caso anterior, quando $r_p=1.1$ raios da Lua. Os pontos ótimos, variação máxima e mínima de energia, ocorrem quando o impulso é aplicado na direção não tangencial à órbita do satélite e fora do periapside da órbita. Seguem abaixo as Figuras 8.9, 8.10 e 8.11, que mostra a variação da energia, para $\psi=90^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s:

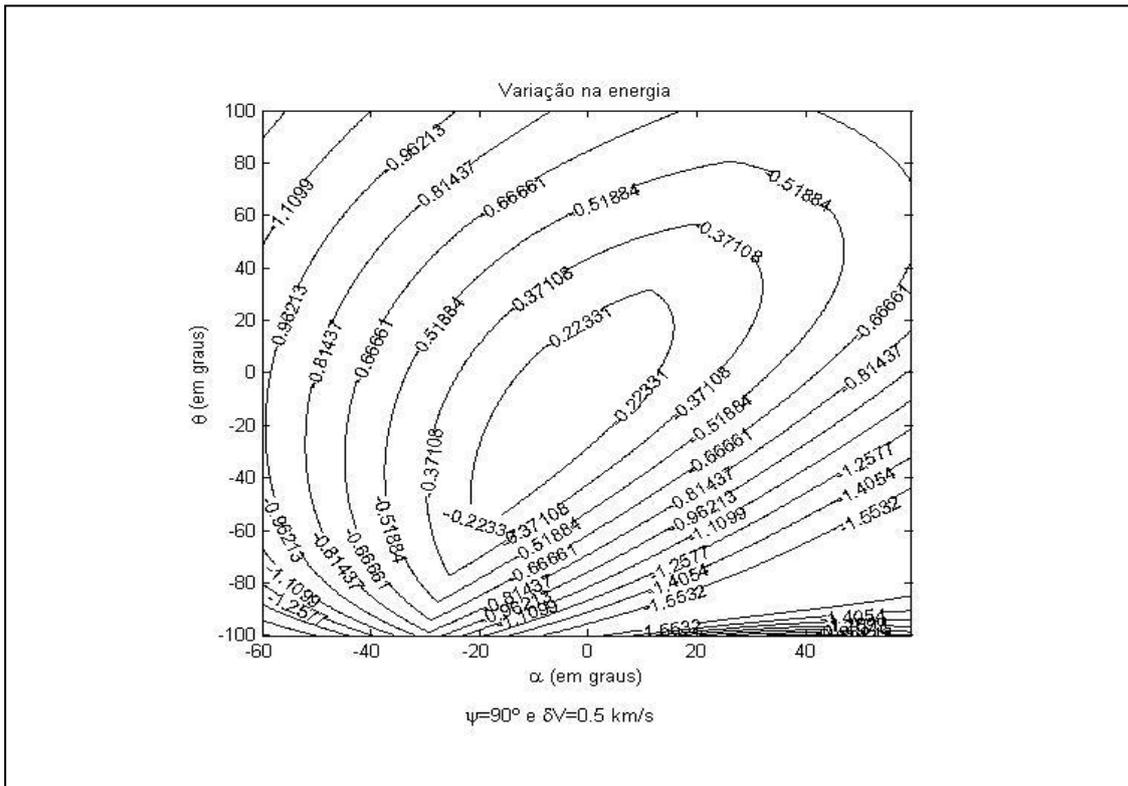
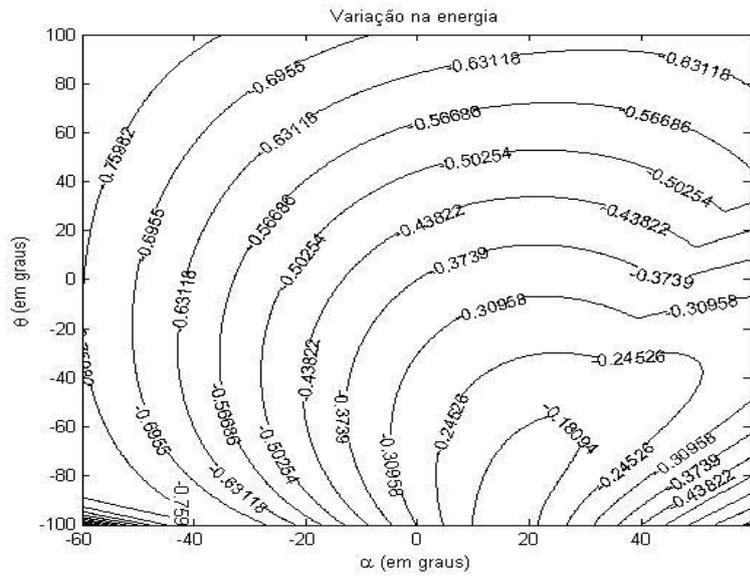
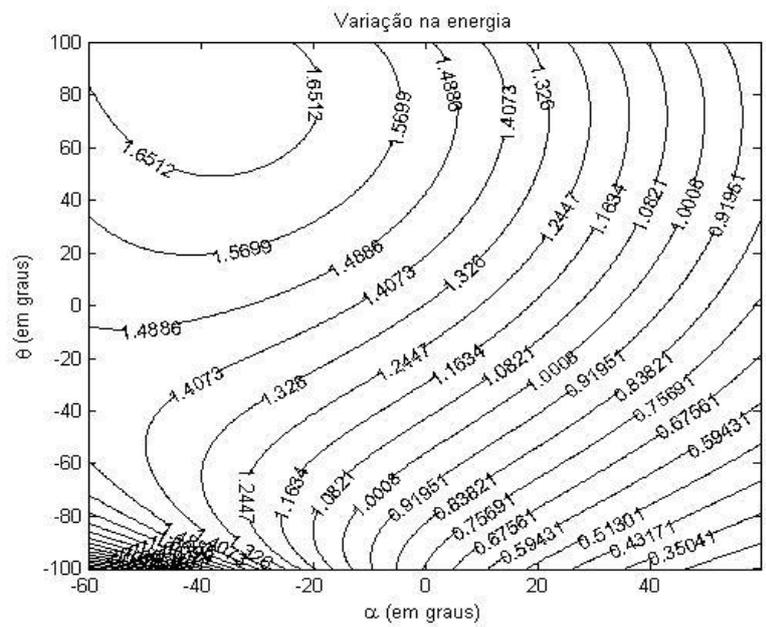


Figura 8.9 – ΔE , com $r_p=2.0$ raios da Lua, $\psi=90^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.

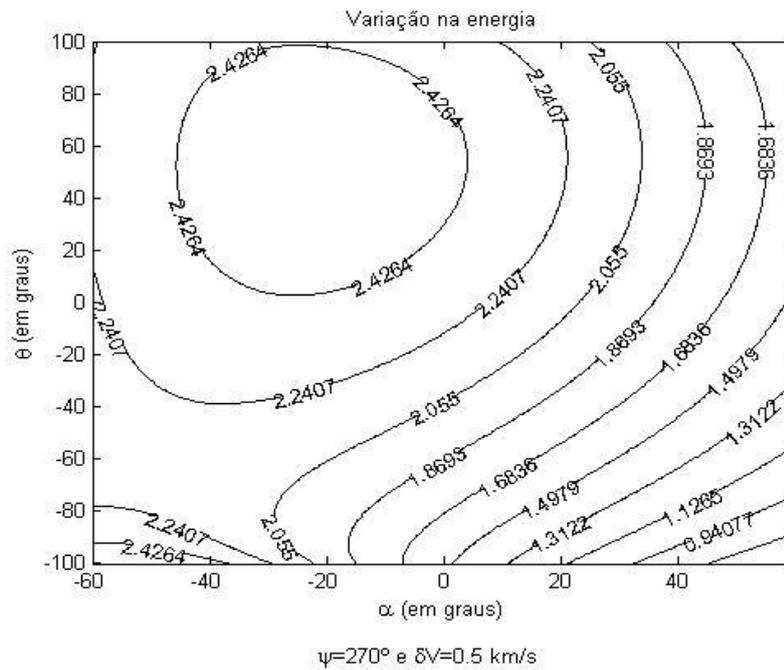


(a)

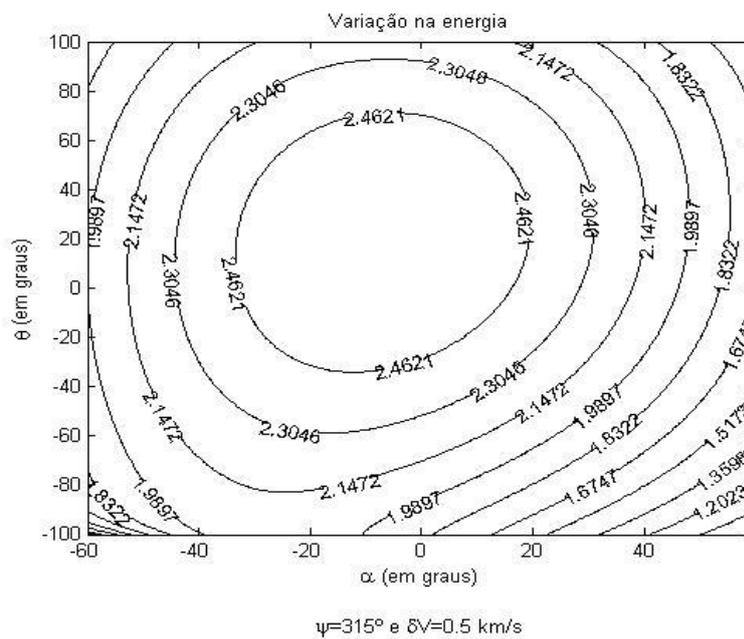


(b)

Figura 8.10 – ΔE , com $r_p=2.0$ raios da Lua, (a) $\psi=135^\circ$, (b) $\psi=225^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.



(a)



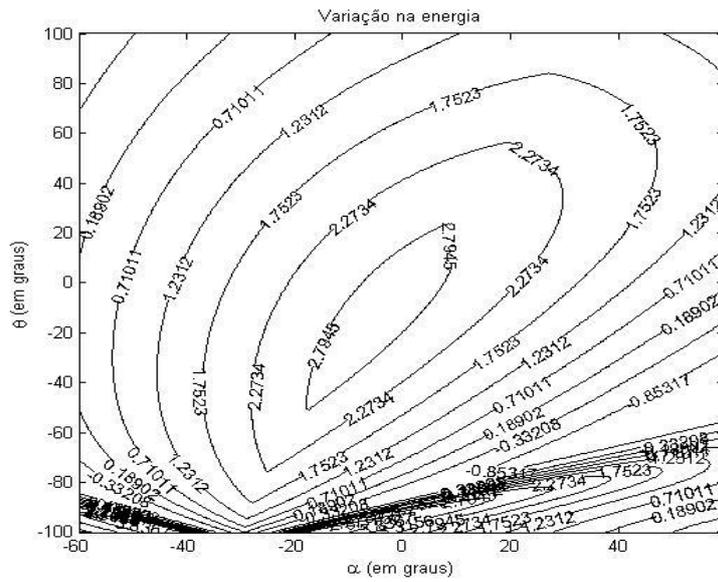
(b)

Figura 8.11 – ΔE , com $r_p=2.0$ raios da Lua, (a) $\psi=270^\circ$, (b) $\psi=315^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.

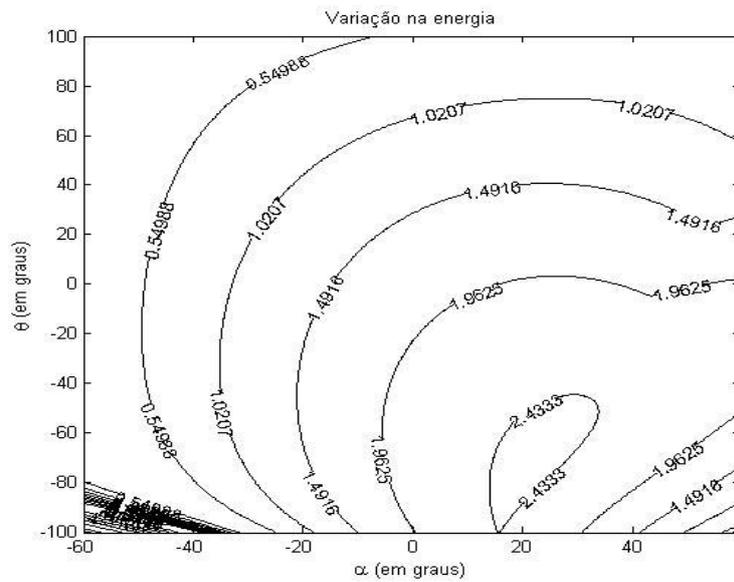
Nota-se que as Figuras 8.9 e 8.11(b) aparentam ter seu ponto ótimo no centro, porém, analisando pela Tabela 8.3 e 8.4, em nenhum dos casos α e θ são zero, em ambos os casos $\alpha=-7^\circ$, na Figura 8.9 $\theta=-19.51^\circ$ e na Figura 8.10(a) $\theta=20,01^\circ$.

Em todos os casos, exceto na Figura 8.11(b), para o caso da variação máxima de energia, o satélite está se aproximando da Lua, portanto interagindo por mais tempo com ela.

Neste caso, em que $r_p=2.0$ raios da Lua, o comportamento é similar ao caso anterior, quando $r_p=1.1$ raios da Lua, pois para $\psi=90^\circ$ e $\psi=135^\circ$ o Swing-By domina a manobra, logo $\Delta E_{\text{máx}}$ é negativo. E para os casos $\psi=225^\circ$, $\psi=270^\circ$ e $\psi=315^\circ$ o impulso domina a manobra. Seguem abaixo as Figuras 8.12, 8.13, 8.14 e 8.15, que mostra a variação da energia para diferentes valores de ψ e $\delta V=0.5$ km/s:

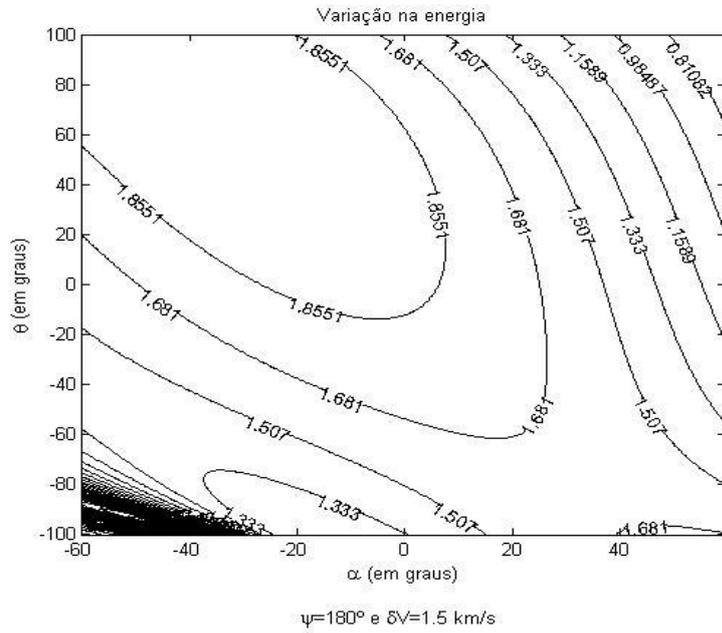


(a)

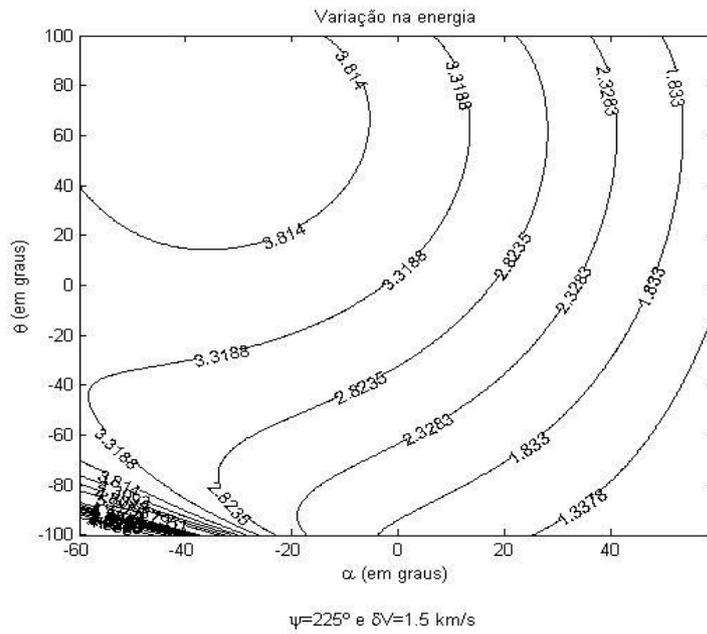


(b)

Figura 8.13 – ΔE , com $r_p=2.0$ raios da Lua, (a) $\psi=90^\circ$, (b) $\psi=135^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.

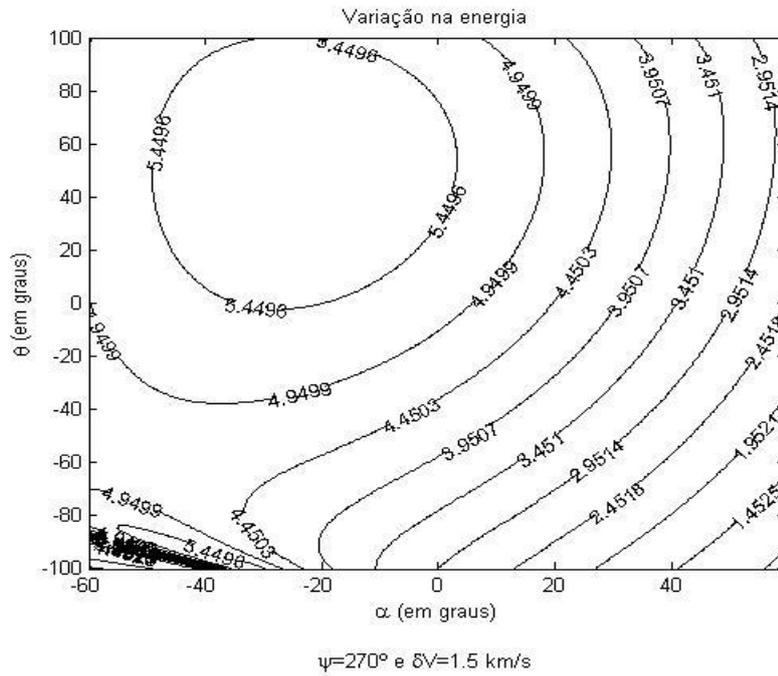


(a)

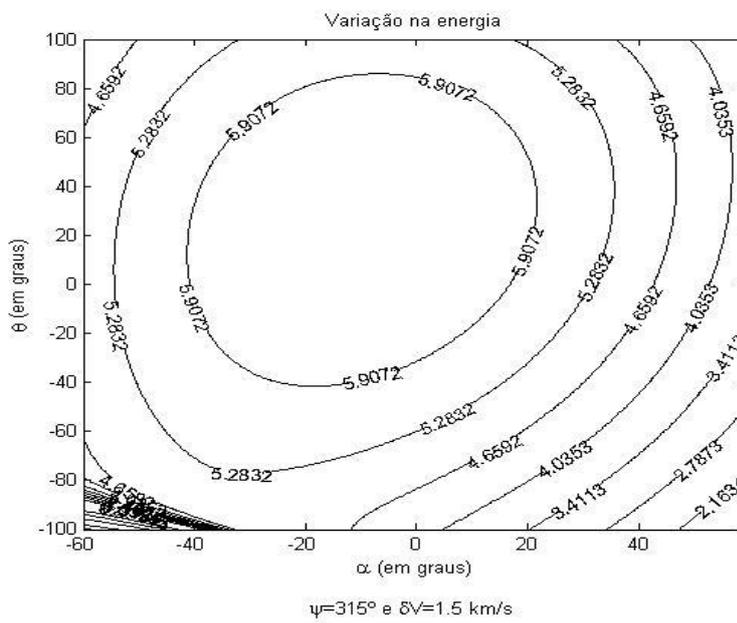


(b)

Figura 8.14 – ΔE , com $r_p=2.0$ raios da Lua, (a) $\psi=180^\circ$, (b) $\psi=225^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.



(a)



(b)

Figura 8.15– ΔE , com $r_p=2.0$ raios da Lua, (a) $\psi=270^\circ$, (b) $\psi=315^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.

Na Figura 8.12 (a) e 8.12 (b) as regiões de descontinuidade das curvas são onde ocorreram capturas do satélite pela Lua.

Nas Figuras 8.13 (b), 8.14(a), 8.14(b), 8.15(a) e 8.15(b) a variação mínima de energia ocorre próximo de $\alpha=-60^\circ$ e próximo de $\theta=-100^\circ$, é uma região no canto inferior esquerdo que nestes gráficos aparecem na cor preta, devido ao excesso de curvas neste ponto.

Entre os gráficos das Figuras 8.12, 8.13, 8.14 e 8.15, o gráfico que tem a maior das variações máxima de energia, é o da Figura 8.15(b), $\Delta E_{\text{máx}}=6.531168369$, com $\alpha=-10^\circ$ e $\theta= 24.044939447^\circ$.

Segue a Tabela 8.5, com a variação máxima da energia e seus respectivos dados, com $r_p=5.0$ raios da Lua, para valores de ψ variando de 0° a 315° e δV variando de 0.5 km/s a 4.0 km/s, de 0.5 em 0.5 km/s.

Tabela 8.5 – Variação máxima de energia, com $r_p=5.0$ raios da Lua.

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	0.5	1.547263313	3.5°	-8.013873186°	-68.193415002°	1.66366397	0.022669994
45°	0.5	0.828468923	-48.5°	-90.502629259°	-128.12134946°	1.464825098	0.150622233
90°	0.5	1.644707218	-33°	-91.000706385°	-163.45451342°	1.531299623	0.163977317
135°	0.5	2.483788961	-34°	-91.003761896°	158.200766943°	1.517218493	0.150725918
180°	0.5	3.118277158	-25.5°	-91.000896740°	102.90146264°	1.540121381	0.165933274
225°	0.5	3.124872713	-25.5°	-90.500476899°	52.092981633°	1.538003731	0.15336044
270°	0.5	2.569796760	-20.5°	-91.000107849°	25.488284337°	1.563263663	0.164090915
315°	0.5	1.890209864	-13°	26.515698787°	-41.773336751°	1.733003098	0.024478751
0°	1.0	3.242084651	2°	-4.5097887940°	-62.156228067°	2.209481805	0.022553614
45°	1.0	1.910853218	-56.5°	-83.014046171°	-117.46257927°	1.834033181	0.074681877
90°	1.0	3.184866287	-16°	-91.000706385°	-150.52029948°	2.041340852	0.163977317
135°	1.0	3.995966652	-18°	-91.003761896°	164.709563144°	2.037483977	0.150725918
180°	1.0	4.56709862	-13.5°	-91.000896749°	123.230547833°	2.014660747	0.165933274
225°	1.0	4.591471548	-14°	-90.500476899°	66.864230652°	2.027264804	0.15336044
270°	1.0	4.033559666	-11.5°	-91.000107849°	31.694399837°	2.062924990	0.164090915
315°	1.0	3.448333495	-14°	27.016289551°	-32.77896204°	2.238510750	0.024559665

(Continua)

Tabela 8.5 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	1.5	5.155225596	1.5°	-2.526835844°	-58.258515453°	2.734255929	0.022516809
45°	1.5	3.335200949	-57.5°	-75.518807973°	-112.06078749°	2.276221359	0.054633276
90°	1.5	4.900221675	-11°	-91.000706385°	-140.32370993°	2.531387564	0.163977317
135°	1.5	5.685389941	-16°	-90.50478039	172.387861237°	2.523206524	0.136258575
180°	1.5	6.254933495	-9.5°	-91.00089674°	127.883129038°	2.509375305	0.165933274
225°	1.5	6.271110329	-14°	-90.001024352°	71.66216355°	2.518014968	0.134866644
270°	1.5	5.724963498	-8.5°	-91.000107849°	36.237595298°	2.554663224	0.164090915
315°	1.5	5.248493828	-15°	26.515698787°	-26.911574787°	2.738752419	0.024478751
0°	2.0	7.303597514	1°	-1.534387742°	-55.450588547°	3.248449853	0.022506196
45°	2.0	5.052473939	-57.5°	-70.506970542°	-99.758942191°	2.732830258	0.046853823
90°	2.0	6.853082921	-8.5°	-91.000706385°	-139.45963314°	3.029238521	0.163977317
135°	2.0	7.605523386	-15.5°	-90.000088798°	-174.22060386°	3.002803513	0.12628107
180°	2.0	8.193816780	-7.5°	-91.000896749°	125.986818042°	3.007222758	0.165933274
225°	2.0	8.193838075	-16°	-89.002522952°	72.257450597°	3.010089683	0.116420687
270°	2.0	7.677477743	-7	-91.000107849°	42.369551393°	3.041899733	0.164090915
315°	2.0	7.294841893	-15°	26.013835577°	-23.141146107°	3.239458915	0.024399570

(Continua)

Tabela 8.5 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	2.5	9.693645118	1°	-1.534387742°	-53.682031717°	3.756530388	0.022506196
45°	2.5	7.064756014	-57.5°	-66.515770536°	-99.646152012°	3.219837874	0.042275006
90°	2.5	8.986289425	0°	-90.005032701°	-141.14279603°	3.516476437	0.129357413
135°	2.5	9.79253847	-9.5°	-91.003761896°	-167.96236311°	3.500788708	0.150725918
180°	2.5	10.30153271	-18.5°	-88.003749825°	136.624638617°	3.484169262	0.103665977
225°	2.5	10.403535009	-10.5°	-90.001024352°	74.063773345°	3.509334007	0.134866644
270°	2.5	9.826354314	-6°	-91.000107849°	39.882932236°	3.538718387	0.164090915
315°	2.5	9.588887553	-15.5°	25.510726286°	-20.176385821°	3.736299106	0.024322114
0°	3.0	12.328686764	0.5°	-1.038019051°	-51.810481670°	4.260215426	0.022502835
45°	3.0	9.311894057	-57.5°	-63.512546034°	-96.165337972°	3.702664290	0.039474614
90°	3.0	11.40569079	-12°	-90.005032701°	-125.61817058°	3.998515310	0.129357413
135°	3.0	12.258344399	-8.5°	-91.003761896°	-179.13568311°	4.003772818	0.150725918
180°	3.0	12.748883055	-19.5°	-87.002796419°	128.720250024°	3.983282528	0.095469937
225°	3.0	12.806077887	-13.5°	-89.002522952°	81.415210422°	3.994015193	0.116420687
270°	3.0	12.263232466	-11°	-90.001640567°	48.626929594°	4.012786174	0.12928671
315°	3.0	12.131498750	-15.5°	25.006397620°	-18.08703240°	4.233601664	0.024246375

(Continua)

Tabela 8.5 – Conclusão

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	3.5	15.210183943	0.5°	-0.541591457°	-50.578903562°	4.761348026	0.02250077
45°	3.5	11.808818441	-57.5°	-61.020554185°	-95.819230814°	4.188927114	0.037474824
90°	3.5	14.166338677	-5.5°	-91.000706385°	-135.63166726°	4.506975039	0.163977317
135°	3.5	14.869374869	-16°	-88.501639630°	-166.26427591°	4.478925311	0.107008532
180°	3.5	15.419837803	-5°	-91.000896749°	125.662210404°	4.483528666	0.165933274
225°	3.5	15.504579551	-9°	-90.001024352°	73.794773582°	4.495836190	0.134866644
270°	3.5	14.91912084	-13.5°	-89.000299475°	49.740168656°	4.499761369	0.11381057
315°	3.5	14.923078667	-15.5°	25.006397620°	-16.270863419°	4.728594429	0.024246375
0°	4.0	18.339232723	0.5°	-0.5415914570°	-49.663290867°	5.260519680	0.022500772
45°	4.0	14.594436732	-57°	-59.522738134°	-92.790347721°	4.680973380	0.036391465
90°	4.0	17.073272203	-10.5°	-90.005032701°	-131.30520740°	4.989646311	0.129357413
135°	4.0	17.787084105	-18.5°	-87.006170933°	-167.08110739°	4.968020631	0.094574306
180°	4.0	18.391652666	-14.5°	-88.501102609°	133.836058443°	4.972098131	0.10858542
225°	4.0	18.261021665	-22°	-84.503168815°	69.493599029°	4.973112510	0.081173668
270°	4.0	17.866372165	-13°	-89.000299475°	53.689244889°	4.989856300	0.113810570
315°	4.0	17.963974717	-16°	24.500876630°	-14.57295268°	5.221143125	0.024172344

Segue a Tabela 8.6, com a variação mínima da energia e seus respectivos dados, com $r_p=5.0$ raios da Lua, para valores de ψ variando de 0° a 315° e δV variando de 0.5 km/s a 4.0 km/s, de 0.5 em 0.5 km/s.

Tabela 8.6 – Variação mínima de energia, com $r_p=5.0$ raios da Lua.

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	0.5	-2.09994	10°	43.52262°	23.91269°	1.08136	0.02855
45°	0.5	-2.08274	-10°	-75.51881°	30.68019°	1.01962	0.05463
90°	0.5	-1.45546	59.5°	-74.02134°	8.03346°	1.17847	0.05192
135°	0.5	-0.57463	-60°	90.50048°	-39.14878°	1.40788	0.15336
180°	0.5	0.02077	59.5°	78.00551°	-76.98733°	1.35813	0.05972
225°	0.5	0.01449	-60°	-90.00102°	-133.06749°	1.33736	0.13487
270°	0.5	-0.60135	-58°	-89.00030°	-156.23438°	1.35378	0.11381
315°	0.5	-1.44833	-58.5°	-88.00036°	160.80512°	1.35005	0.10228
0°	1.0	-2.09874	-37.5°	8.50644°	26.24388°	1.00086	0.02269
45°	1.0	-2.09488	51.5°	11.01302°	-17.65959°	1.08672	0.02282
90°	1.0	-1.32244	59.5°	-57.00953°	22.02578°	1.51648	0.03473
135°	1.0	-0.34001	-60°	90.50048°	-19.21664°	1.75994	0.15336
180°	1.0	0.26193	-60°	-89.50447°	-66.65102°	1.74065	0.12131
225°	1.0	0.24554	59.5°	-90.50048°	-111.66507°	1.74419	0.15336
270°	1.0	-0.35823	-60°	-80.00290°	-143.22510°	1.76442	0.06459
315°	1.0	-1.20229	-60°	-78.50356°	172.08909°	1.76577	0.06072

(Continua)

Tabela 8.6 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	1.5	-2.12012	-3°	91.00002°	26.19304°	1.13138	0.17375
45°	1.5	-2.09448	39°	10.50063°	23.27636°	0.99412	0.02279
90°	1.5	-0.97491	59.5°	-49.51686°	34.77911°	1.95373	0.03084
135°	1.5	0.14526	-60°	90.50048°	-7.00522°	2.18591	0.15336
180°	1.5	0.72211	-60°	-82.50097°	-58.14637°	2.20293	0.07261
225°	1.5	0.71540	59.5°	-90.00102°	-112.65926°	2.19027	0.13487
270°	1.5	0.12789	-59.5°	-73.00636°	-140.07675°	2.23016	0.05031
315°	1.5	-0.72057	-60°	-71.51470°	176.59840°	2.22608	0.04813
0°	2.0	-2.16193	-2°	91.00002°	61.00547°	1.02948	0.17375
45°	2.0	-2.09129	58°	-64.00789°	-17.66934°	1.10071	0.03990
90°	2.0	-0.38615	59.5°	-44.53267°	38.46068°	2.42532	0.02889
135°	2.0	0.87235	-60°	-91.00376°	-20.42363°	2.64048	0.15073
180°	2.0	1.44342	-60°	-75.01395°	-54.12420°	2.68216	0.05369
225°	2.0	1.41533	59.5°	91.00376°	-93.19621°	2.67061	0.15073
270°	2.0	0.84638	-60°	-67.51324°	-135.04858°	2.69868	0.04327
315°	2.0	0.00571	-60°	-66.50277°	-178.60949°	2.69983	0.04222

(Continua)

Tabela 8.6 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	2.5	-2.05237	33.5°	69.00001°	78.41129°	1.05373	0.04499
45°	2.5	-2.03070	52.5°	-64.00788°	37.55326	1.02370	0.03990
90°	2.5	0.45130	59.5°	-41.53431°	42.62057°	2.90520	0.02790
135°	2.5	1.69548	-60°	-91.00376°	-11.71317°	3.10762	0.15073
180°	2.5	2.41809	-60°	-69.50635°	-50.07295°	3.16651	0.04559
225°	2.5	2.25599	59.5°	91.00376°	-94.31315°	3.13338	0.15073
270°	2.5	1.82861	-60°	-63.50237°	-135.4694°	3.17835	0.03944
315°	2.5	1.00937	-59°	-63.50686°	-175.48870°	3.19275	0.03944
0°	3.0	-2.05497	6.5°	0°	86.39863°	1.15498	0.02250
45°	3.0	-1.98280	59.5°	-35.50541°	53.04576°	1.36111	0.02626
90°	3.0	1.53917	59.5°	-39.52974°	46.92014°	3.38924	0.02730
135°	3.0	2.77565	-60°	-91.00376°	-5.62721°	3.58311	0.15073
180°	3.0	3.64284	-60°	-65.01670°	-48.24578°	3.65303	0.04082
225°	3.0	3.34717	59.5°	91.00376°	-95.01009°	3.60384	0.15073
270°	3.0	3.04522	-60°	-60.51614°	-131.01201°	3.66197	0.03708
315°	3.0	2.24232	-60°	-60.00092°	-163.61493°	3.66752	0.03670

(Continua)

Tabela 8.6 – Conclusão

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	3.5	-1.79745	3.5°	0.54159°	104.66282°	1.73190	0.02250
45°	3.5	-1.62391	59.5°	-29.54035°	71.13356°	1.91688	0.02500
90°	3.5	2.88169	59.5°	-38.01515°	50.61777°	3.87605	0.02689
135°	3.5	4.10924	-60°	-91.00376°	-1.06413°	4.06255	0.15073
180°	3.5	5.11706	-60°	-61.52004°	-47.52772°	4.14034	0.03786
225°	3.5	4.68876	59.5°	91.00376°	-95.48777°	4.07922	0.15073
270°	3.5	4.56031	-59.5°	-58.50294°	-132.91958°	4.15383	0.03568
315°	3.5	3.69787	-59.5°	-58.02332°	-171.81806°	4.15503	0.03536
0°	4.0	3.69787	-59.5°	-58.02332°	-1.71818°	4.15503	0.03537
45°	4.0	-0.96730	59.5°	-27.01629°	81.41200°	2.45222	0.02456
90°	4.0	4.47014	59.5°	-36.52151°	49.76468°	4.36521	0.02650
135°	4.0	5.69476	-60°	-91.00376°	2.39178°	4.54427	0.15073
180°	4.0	6.84124	-60°	-59.01860°	-45.09693°	4.62845	0.03605
225°	4.0	6.28065	59.5°	91.00376°	-95.86001°	4.55793	0.15073
270°	4.0	6.33032	-58.5	-57.51522°	-129.54155	4.65510	0.03504
315°	4.0	5.53171	-57.5°	-58.02332°	-167.69439°	4.67084	0.03537

Seguem abaixo as Figuras 8.16, 8.17 e 8.18 e 5.30, referentes a alguns casos da Tabela 8.5 e 8.6, para $\delta V=0.5$ km/s e $\delta V=1.5$ km/s, para diferentes valores de ψ .

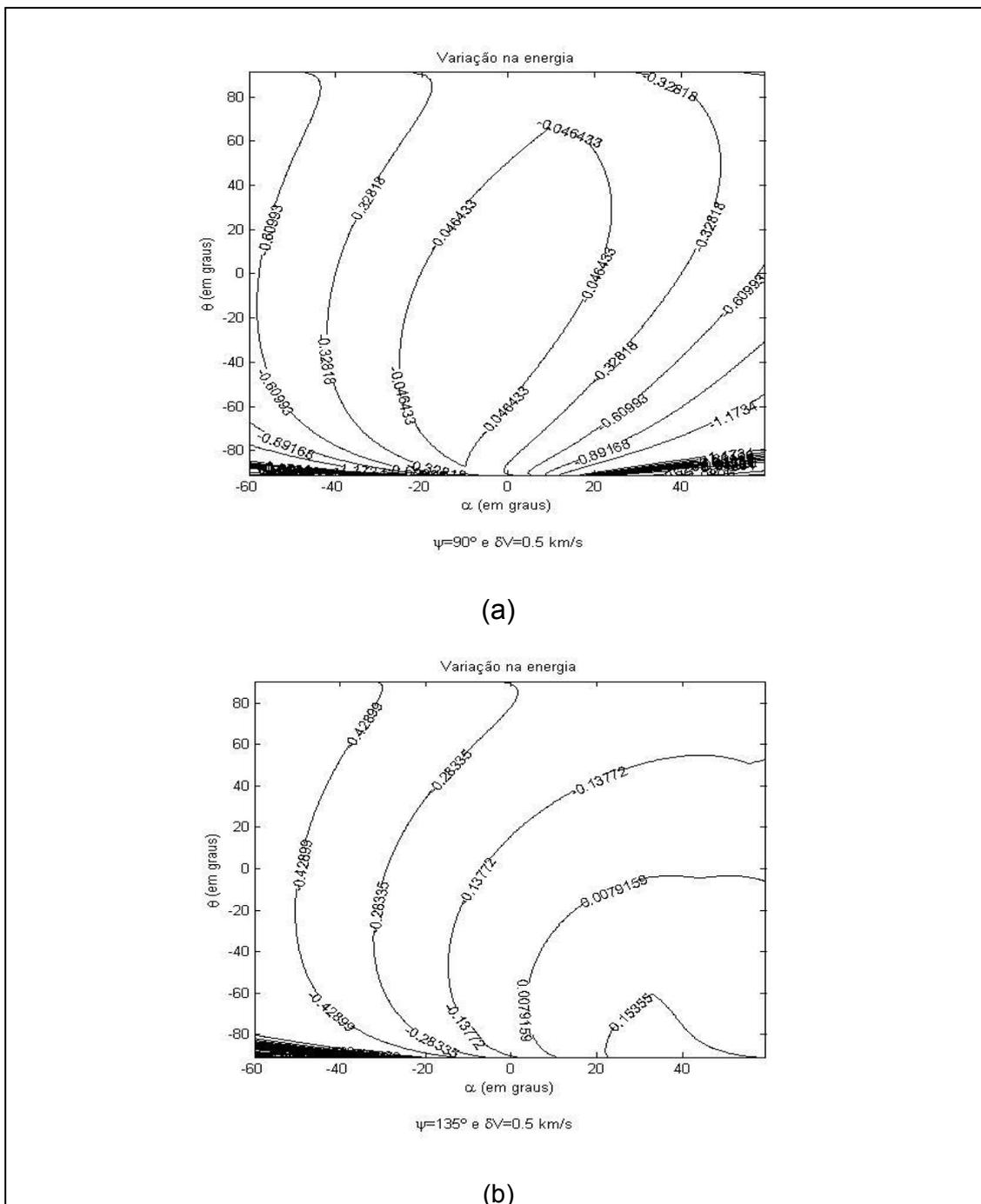
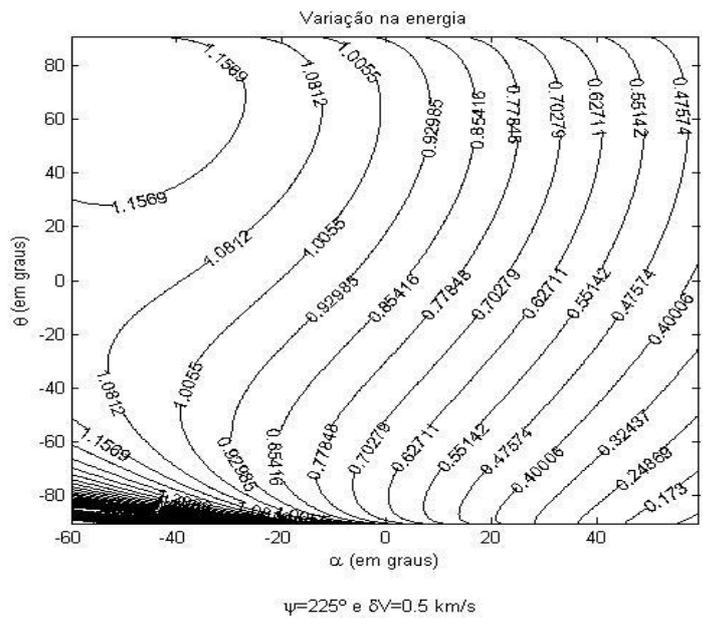
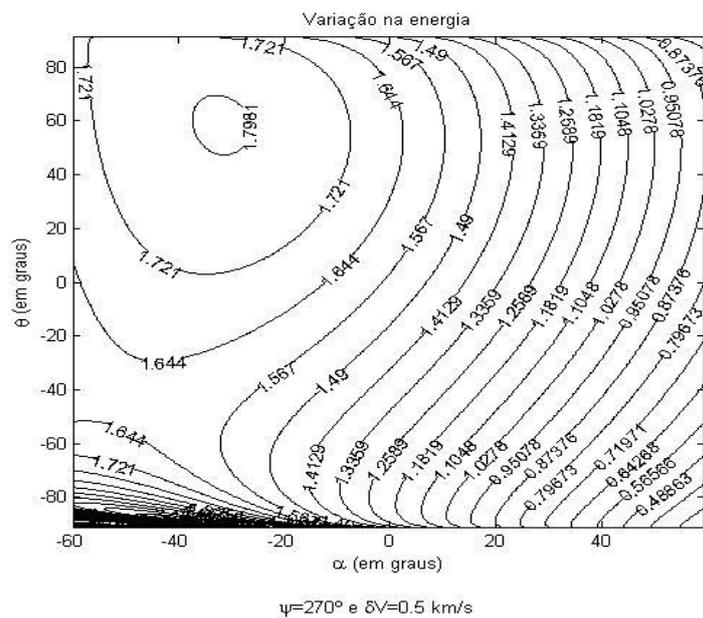


Figura 8.16 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios da Lua, (a) $\psi=90^\circ$, (b) $\psi=135^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.



(a)



(b)

Figura 8.17 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios da Lua, (a) $\psi=90^\circ$, (b) $\psi=135^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.

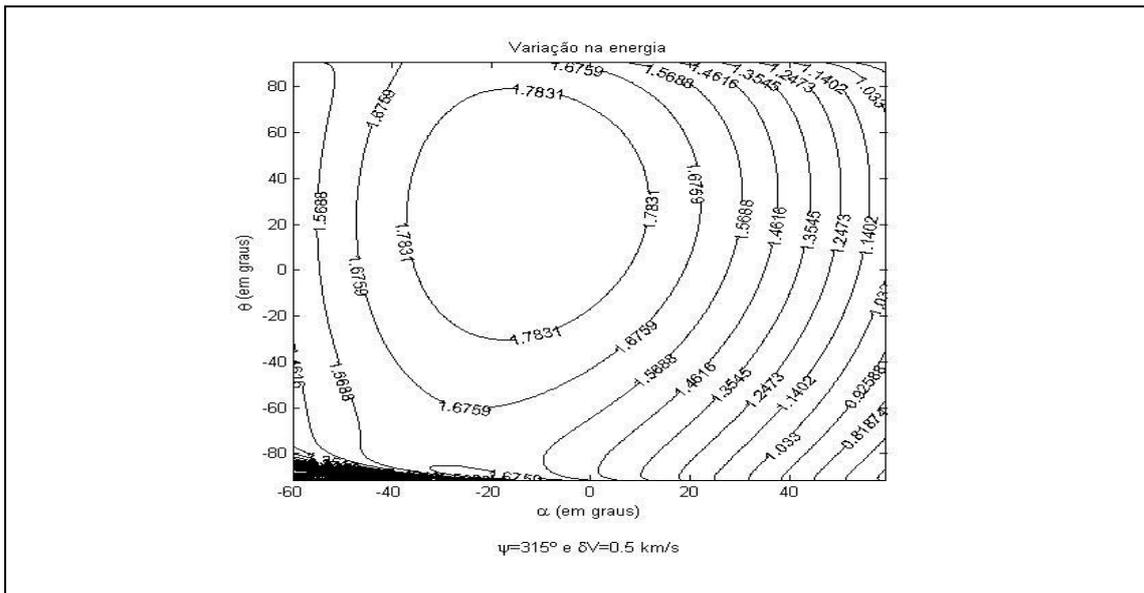


Figura 8.18 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios da Lua, $\psi=315^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.

Seguem abaixo as Figuras 8.19, 8.20, 8.21, 8.22 e 8.23, com $r_p=5.0$ raios da Lua:

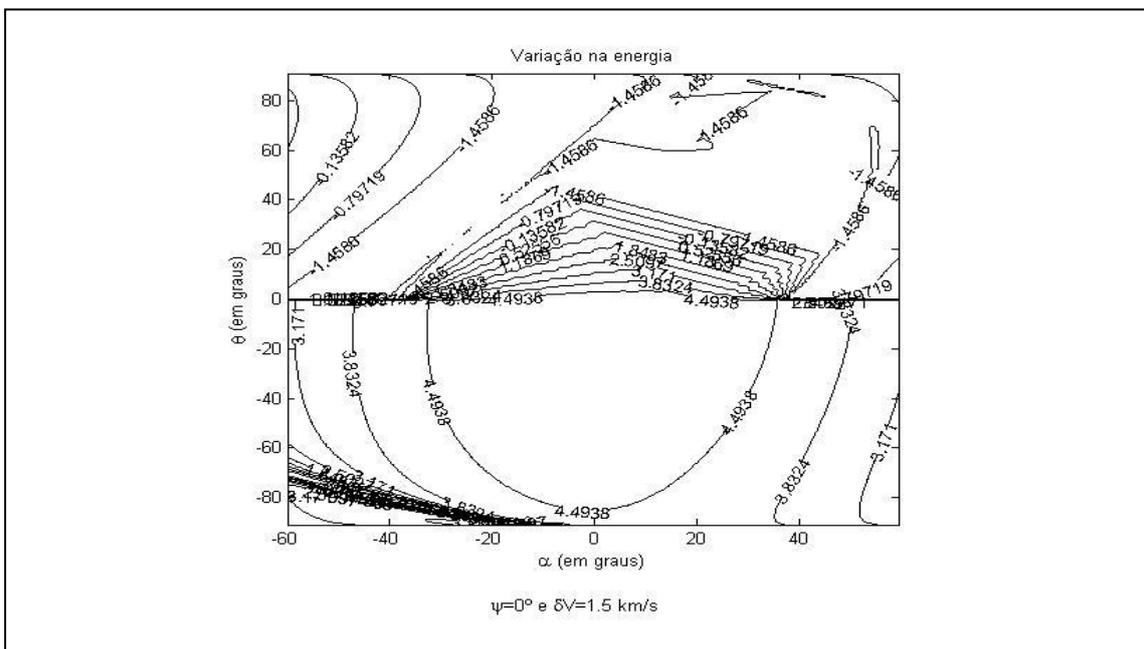
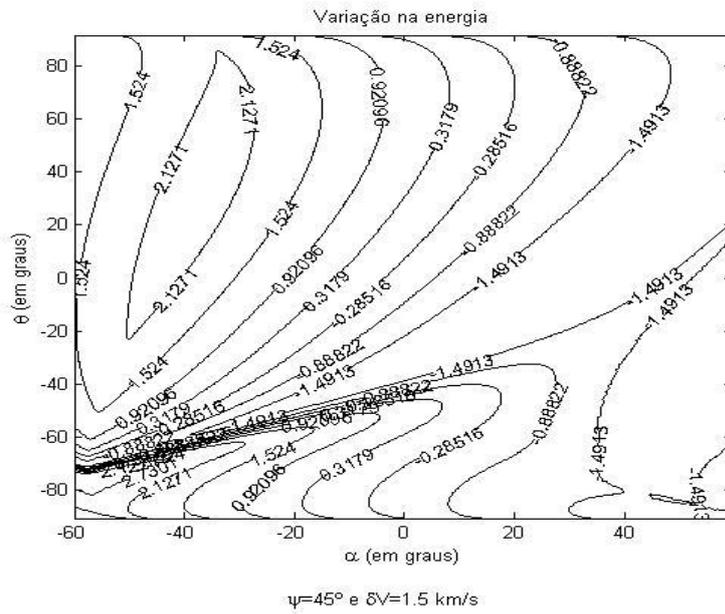
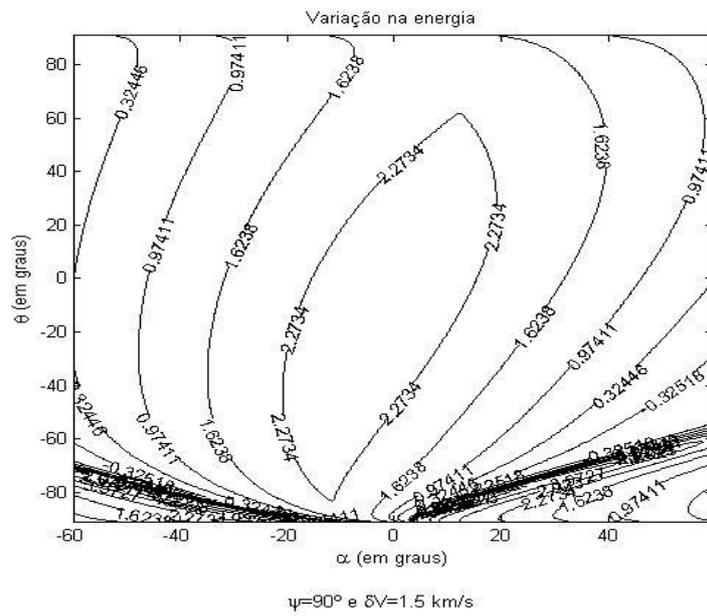


Figura 8.19 - ΔE , com $r_p=5.0$ raios da Lua, $\psi=0^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.

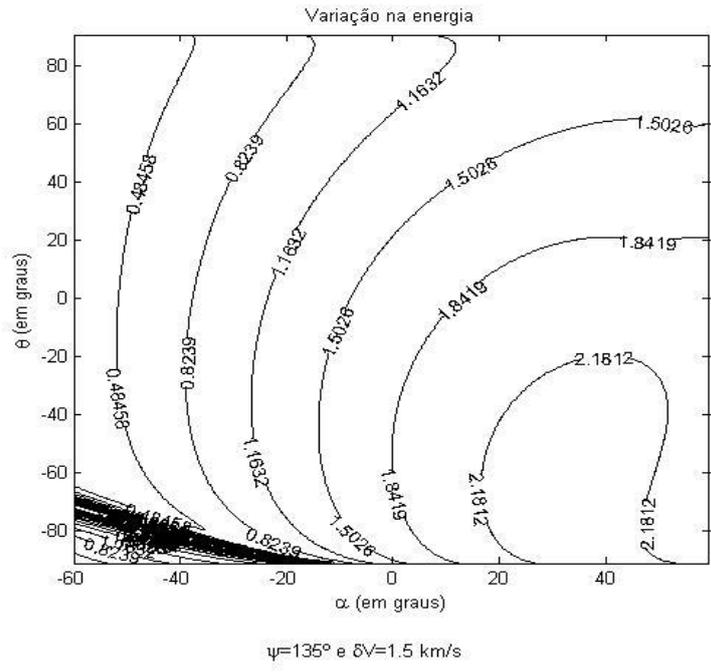


(a)

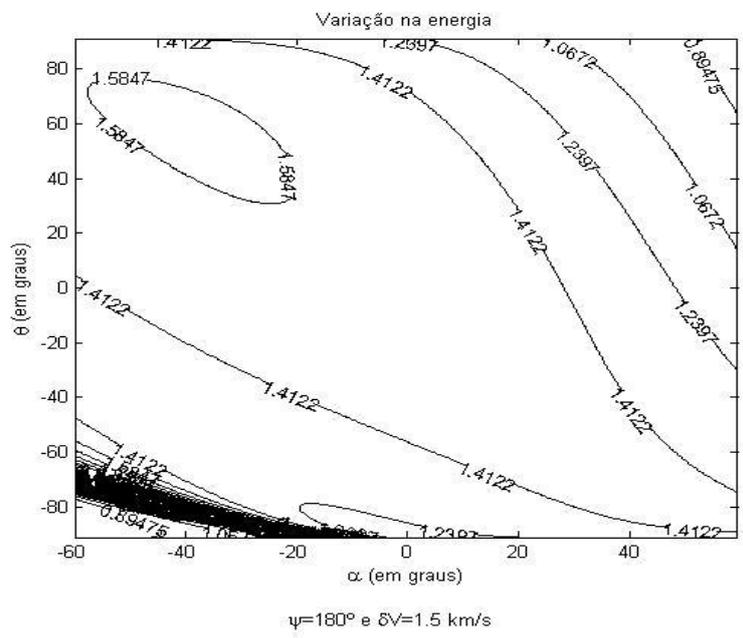


(b)

Figura 8.20 - ΔE , com $r_p=5.0$ raios da Lua, $\psi=45^\circ$, $\psi=90^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.

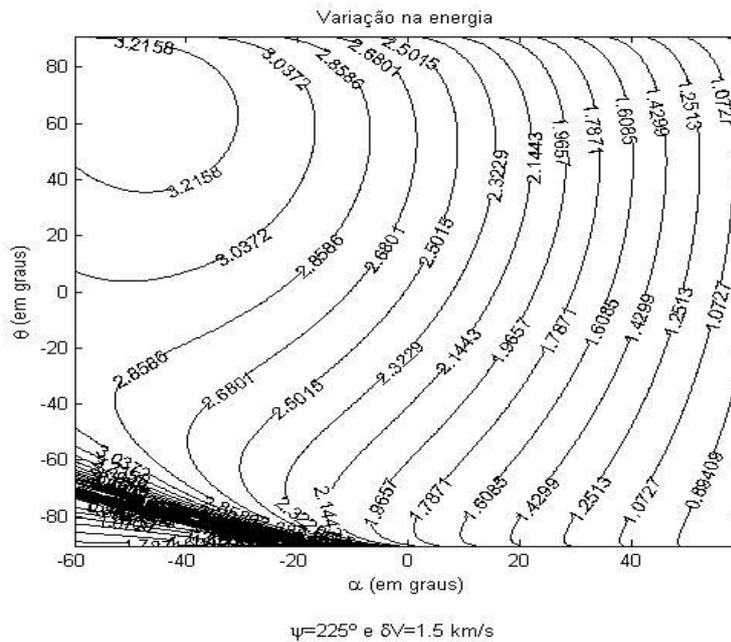


(a)

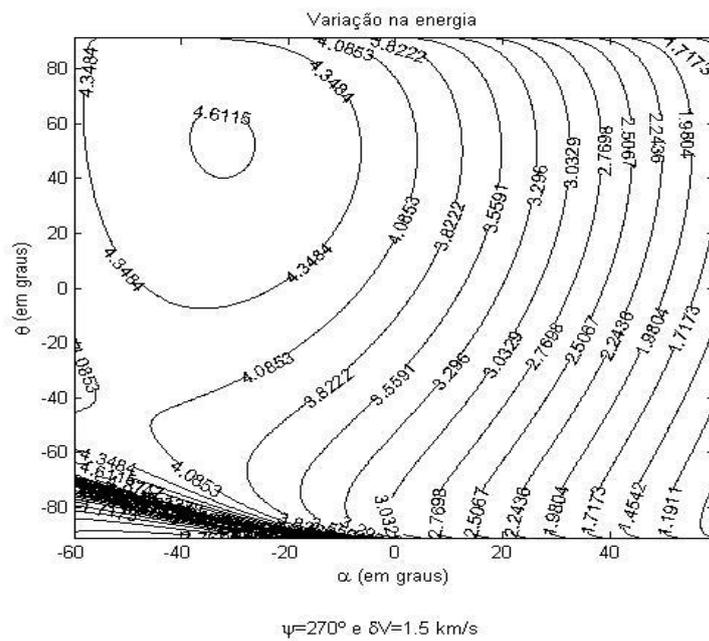


(b)

Figura 8.21- ΔE , com $r_p=5.0$ raios da Lua, $\psi=135^\circ$, $\psi=180^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.



(a)



(b)

Figura 8.22 - ΔE , com $r_p=5.0$ raios da Lua, $\psi=225^\circ$, $\psi=270^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.

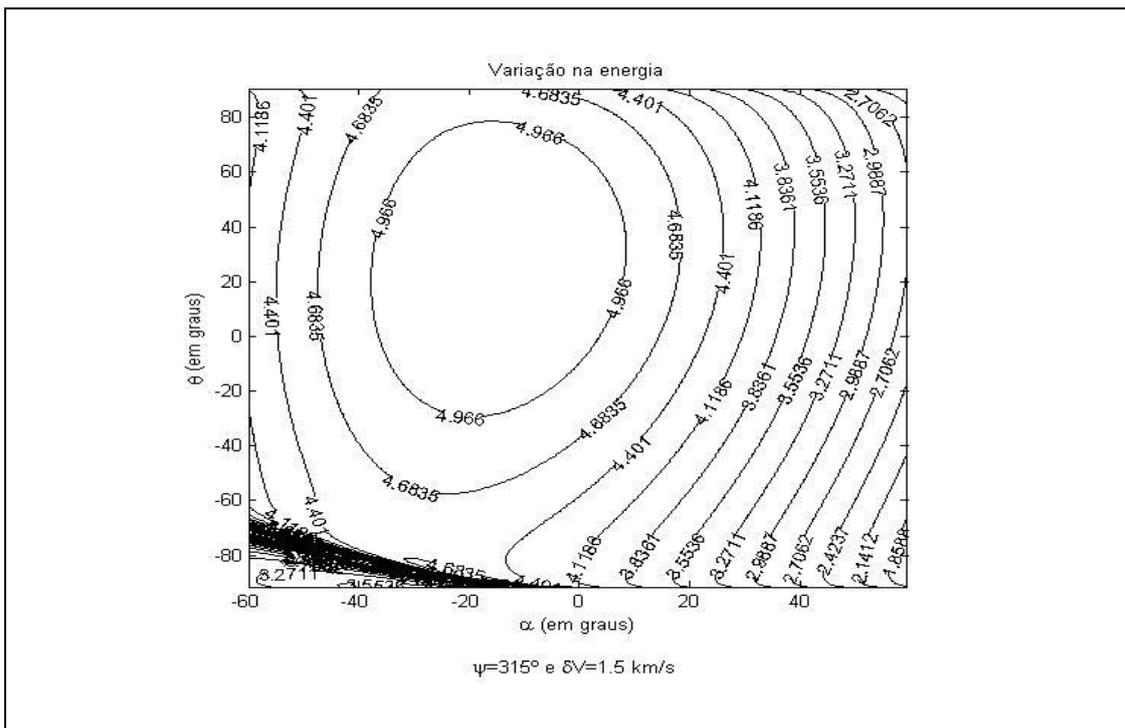


Figura 8.23 - ΔE , com $r_p=5.0$ raios da Lua, $\psi=315^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.

As Figuras de 8.16 a 8.23 tem o comportamento similar ao das figuras com $r_p=1.1$ e $r_p=2.0$ raios da Lua.

Na maioria dos casos o ponto ótimo da variação máxima de energia está bem deslocado do centro. Na Figura 8.19 e 8.20(a) as áreas em branco são regiões que ocorreram captura do satélite pela Lua.

Nas Tabelas 8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5 e 8.6 a maioria dos casos tem θ negativo, isso significa que o impulso é aplicado antes da passagem do veículo espacial pelo periapside da órbita, quando o satélite vai se aproximando da Lua, com mais tempo para interagir e fazer possíveis ajustes na órbita, para obter o ponto ótimo.

Como citado anteriormente, o raio de influência da Lua é de 0.172 unidades canônicas. O valor de R , na última coluna das Tabelas 8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5 e 8.6 é o raio no momento da aplicação do impulso. Comparando os valores de R e θ é possível observar que quanto maior θ maior também é o R . O θ tende a certo valor em torno de $\pm 100^\circ$, que deve ser a assíntota da hipérbole. Para

alguns casos da tabela com $r_p=5.0$ raios da Lua (Tabela 8.6), R está no limite da esfera de influência, e para $\psi=0^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s e $\psi=0^\circ$ e $\delta V=2.0$ km/s o impulso foi aplicado fora da esfera de influência da Lua, pois $R > 0.172$ nestes casos.

8.2. Sistema Sol-Júpiter-Veículo Espacial

Segue abaixo a Tabela 8.7, com a variação máxima da energia e seus respectivos dados, com $r_p=1.1$ raios de Júpiter, para valores de ψ variando de 0° a 315° , δV variando de 0.5 km/s a 4.0 km/s, de 0.5 em 0.5 km/s e $V_{inf}=0.7633$.

Tabela 8.7 – Variação máxima de energia, com $r_p=1.1$ raios de Júpiter.

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	0.5	53.44629	3°	-10.59504°	45.95123°	1.05716	0.000101933
45°	0.5	-153.4011	10.5°	-94.009114°	6.55044°	1.41075	0.000225045
90°	0.5	-245.88788	59.5°	-93.01591°	-30.35784°	1.12519	0.000220666
135°	0.5	-177.03737	-60°	100.01817°	13.39201°	0.84031	0.000255548
180°	0.5	6.86185	-20.5°	76.05120°	33.05583°	1.09105	0.000165873
225°	0.5	206.88627	-5°	18.50456°	11.82483°	1.22253	0.000103802
270°	0.5	304.19296	-1°	5.02330°	-10.78794°	1.17867	0.000101238
315°	0.5	240.65715	1°	18.21531°	18.21531°	1.01346	0.000101135
0°	1.0	106.22529	3°	-12.02493°	45.46069°	1.19782	0.000102193
45°	1.0	-127.31264	11°	-94.00911°	6.84914°	1.48225	0.000225045
90°	1.0	-234.13591	59.5°	-94.00789°	-41.91841°	1.18004	0.000225040
135°	1.0	-177.37871	-60°	100.01817°	18.88829°	0.90940	0.000255548
180°	1.0	15.11110	-19°	70.04622°	35.83465°	1.21422	0.000152917
225°	1.0	234.82882	-6°	23.53879°	14.98039°	1.35040	0.000105562
270°	1.0	353.46578	-2°	6.55862°	-5.82565°	1.31226	0.000101380
315°	1.0	300.35233	1°	-3.50069°	24.04640°	1.16711	0.000101135

(Continua)

Tabela 8.7 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	1.5	158.44897	3.5°	-13.04393°	44.68449°	1.32384	0.000102399
45°	1.5	-98.42906	11.5°	-94.00911°	6.45765°	1.54704	0.000225045
90°	1.5	-194.30915	59.5°	-94.51989°	-58.00749°	0.66491	0.000227364
135°	1.5	-176.95042	-60°	100.01817°	23.23876°	0.97520	0.000255548
180°	1.5	24.51685	-18°	66.06131°	37.62538°	1.33001	0.000145597
225°	1.5	261.16445	-7°	27.03974°	16.94784°	1.46634	0.000107065
270°	1.5	398.96776	-2.5°	8.50024°	-2.88873°	1.43617	0.000101613
315°	1.5	356.69906	1°	-3.50069°	27.06038°	1.30679	0.000101135
0°	2.0	210.17714	3.5°	-14.06081°	43.78398°	1.44020	0.000102622
45°	2.0	-67.33767	12°	-94.00911°	5.56327°	1.60687	0.000225045
90°	2.0	-151.80152	41.5°	-96.51686°	87.39665°	0.53129	0.000236889
135°	2.0	-174.57738	-7.5°	28.06921°	25.73217°	1.38436	0.000107553
180°	2.0	34.92221	-17.5°	63.53101°	38.91966°	1.43735	0.000141404
225°	2.0	286.62242	-8°	30.01442°	18.30532°	1.57283	0.000108534
270°	2.0	441.93927	-3°	10.53912°	-0.98293°	1.55123	0.000101924
315°	2.0	410.63286	1°	-3.08910°	28.76445°	1.43496	0.000101114

(Continua)

Tabela 8.7 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	2.5	261.45248	4°	-14.56840°	42.85011°	1.54915	0.000102739
45°	2.5	-34.46124	12.5°	-94.00911°	4.31071°	1.66218	0.000225045
90°	2.5	-152.36781	51.5°	-68.03848°	86.74430°	0.51810	0.000149114
135°	2.5	-166.91744	-4.5°	17.06207°	25.68705°	1.51327	0.000103381
180°	2.5	46.22103	-16.5°	60.55683°	39.74060°	1.54238	0.000136881
225°	2.5	311.59875	-9°	32.57230°	19.34414°	1.67145	0.000109944
270°	2.5	483.11860	-3°	12.06418°	0.24045°	1.65969	0.000102200
315°	2.5	462.72738	0.5°	-2.57449°	29.80475°	1.55389	0.000101091
0°	3.0	312.31687	4°	-15.07539°	41.92046°	1.65266	0.000102861
45°	3.0	-0.12108	12.5°	-94.00911°	2.83864°	1.71597	0.000225045
90°	3.0	-152.15511	40.5°	-76.54094°	87.08223°	0.52602	0.000167046
135°	3.0	-157.23559	-3°	11.56245°	25.51484°	1.62812	0.000102105
180°	3.0	58.33389	-16.5°	58.54413°	40.38287°	1.63958	0.000134049
225°	3.0	336.33354	-9.5°	34.53915°	20.07168°	1.76546	0.000111126
270°	3.0	522.98987	-3.5°	13.58513°	1.18874°	1.76114	0.000102515
315°	3.0	513.36865	0.5°	-2.05976°	30.38322°	1.66541	0.000101072

(Continua)

Tabela 8.7 – Conclusão

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	3.5	362.80149	4°	-15.07539°	41.07282°	1.75190	0.000102861
45°	3.5	35.42163	13°	-94.0091°	1.13220°	1.76616	0.000225045
90°	3.5	-141.45828	-3°	-6.04705°	7.00015	1.89438	0.000101328
135°	3.5	-145.83730	-2°	7.01647°	25.09083°	1.73537	0.000101429
180°	3.5	71.20123	-16°	57.02548°	40.77566°	1.73377	0.000132026
225°	3.5	360.97556	-10°	36.02382°	20.62885°	1.85500	0.000112076
270°	3.5	561.88534	-4°	15.50493°	1.84175°	1.85770	0.000102968
315°	3.5	562.83551	0.5°	-1.54492°	30.66480°	1.77089	0.000101057
0°	4.0	412.93855	4°	-15.58178°	40.13814°	1.84650	0.000102987
45°	4.0	71.95425	13°	-94.00911°	-0.63381°	1.81655	0.000225045
90°	4.0	-116.91278	-3.5°	-7.06995°	7.26970°	1.99176	0.000101435
135°	4.0	-132.93137	-1°	4.07198°	24.57843°	1.83645	0.000101170
180°	4.0	84.77326	-15.5°	55.56090°	41.03341°	1.82483	0.000130163
225°	4.0	385.62587	-10.5°	37.58765°	21.16589°	1.93941	0.000113133
270°	4.0	600.04657	-4.5°	16.51200°	2.25675°	1.95056	0.000103231
315°	4.0	611.34124	0°	-1.03000°	30.84527°	1.87108	0.000101046

Segue a Tabela 8.8, com a variação mínima da energia e seus respectivos dados, com $r_p=1.1$ raios de Júpiter, para valores de ψ variando de 0° a 315° , δV variando de 0.5 km/s a 4.0 km/s, de 0.5 em 0.5 km/s e $V_{inf}=0.7633$.

Tabela 8.8 – Variação mínima de energia, com $r_p=1.1$ raios de Júpiter.

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	0.5	-54.47092	-1.5°	0°	43.33426°	0.65977	0.000101038
45°	0.5	-195.269	59.5°	-25.04570°	0.00911	1.16247	0.000106180
90°	0.5	-250.305	-59.5°	100.00366°	-14.67522°	1.14086	0.000255465
135°	0.5	-183.19547	14°	-56.01798°	13.56558°	0.93864	0.000130736
180°	0.5	-3.65317	42°	-100.00034°	28.47472°	1.03513	0.000255446
225°	0.5	180.85657	59.5°	-100.01817°	6.54000°	1.12607	0.000255548
270°	0.5	265.68290	59.5°	-100.00366°	-18.31192°	1.09165	0.000255465
315°	0.5	127.65277	-1°	94.00911°	-17.54920°	0.76234	0.000225045
0°	1.0	-128.85384	47°	34.57283°	72.75382°	0.74726	0.000111147
45°	1.0	-205.18376°	45.5°	-44.57470°	-5.57757°	0.77527	0.000118610
90°	1.0	-251.45046	-12.5°	-100.03025°	-15.97188°	1.11023	0.000255617
135°	1.0	-186.39548	5°	-83.01854°	14.70640°	1.04748	0.000184518
180°	1.0	-7.81287	42°	-100.00034°	27.33350°	1.10308	0.000255446
225°	1.0	184.37839	59.5°	-100.01817°	6.26471°	1.17392	0.000255548
270°	1.0	281.08113	59.5°	-100.00366°	-17.19843°	1.14546	0.000255465
315°	1.0	69.47940	-0.5°	94.00911°	-69.20179°	0.81930	0.000225045

(Continua)

Tabela 8.8 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	1.5	-128.82924	58°	89.54744°	72.54751°	0.74911	0.000206603
45°	1.5	-205.15344	47°	8.53079°	-5.88852°	0.77899	0.000101617
90°	1.5	-252.72394	-12°	-100.03025°	-13.62591°	1.09492	0.000255617
135°	1.5	-187.51776	-3°	-100.01463°	14.43346°	1.11763	0.000255527
180°	1.5	-12.19904	42°	-100.00034°	25.73815°	1.16736	0.000255446
225°	1.5	186.55827	59.5°	-100.01817°	5.53718°	1.22055	0.000255548
270°	1.5	295.01259	59.5°	-100.00366°	-16.80383°	1.19903	0.000255465
315°	1.5	13.56029	-18.5°	99.51713°	-172.26301°	0.17716	0.000252710
0°	2.0	-128.71146	14.5°	71.04503°	72.78705°	0.74219	0.000154902
45°	2.0	-204.88088	24°	-4.53056°	-4.96905°	0.76290	0.000101201
90°	2.0	-253.92766	-11.5°	-100.03025°	-11.16250°	1.07996	0.000255617
135°	2.0	-186.82199	-3°	-100.01463°	14.45858°	1.21450	0.000255527
180°	2.0	-16.57316	42°	-100.00034°	23.85568°	1.22889	0.000255446
225°	2.0	187.56366	59.5°	-100.01817°	4.47403°	1.26594	0.000255548
270°	2.0	307.55841	59.5°	-100.00366°	-16.93787°	1.25189	0.000255465
315°	2.0	13.34353	-47°	95.02508°	176.55733°	0.14307	0.000229703

(Continua)

Tabela 8.8 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	2.5	-128.67322	-3°	62.01412°	72.60254°	0.74303	0.000139045
45°	2.5	-205.74606	-60°	-83.0257°	-0.51305°	1.15183	0.000184539
90°	2.5	-255.05440	-11°	-100.03025°	-8.57611°	1.06552	0.000255617
135°	2.5	-185.40885	59.5°	100.01817°	17.21307°	1.08487	0.000255548
180°	2.5	-20.73052	42°	-100.00034°	21.77664°	1.28837	0.000255446
225°	2.5	187.55019	59.5°	-100.01817°	3.13937°	1.31035	0.000255548
270°	2.5	318.79228	59.5°	-100.00366°	-17.47306°	1.30384	0.000255465
315°	2.5	13.24123	-56.5°	94.51968°	-1.69122°	0.20563	0.000227363
0°	3.0	-128.63753	-19°	51.00017°	72.63658°	0.74125	0.000124878
45°	3.0	-206.86559	-60°	-79.04049°	-0.00167°	1.16647	0.000173339
90°	3.0	-256.09661	-11°	-100.03025°	-5.46468°	1.05619	0.000255617
135°	3.0	-185.33888	59.5°	100.01817°	18.11340°	1.14120	0.000255548
180°	3.0	-24.49625	42°	-100.00034°	19.57295°	1.34628	0.000255446
225°	3.0	186.66559	59.5°	-100.01817°	1.60608°	1.35375	0.000255548
270°	3.0	328.78676	59.5°	-100.00366°	-18.31883°	1.35482	0.000255465
315°	3.0	13.66159	-55°	100.01340°	-154.71796°	0.30138	0.000255520

(Continua)

Tabela 8.8 – Conclusão

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	3.5	-128.25811	-31°	42.00018°	71.88682°	0.74176	0.000116442
45°	3.5	-208.06457	-60°	-76.51585°	0.50907°	1.18037	0.000166986
90°	3.5	-257.05030	-10.5°	-100.03025°	-2.60945°	1.04452	0.000255617
135°	3.5	-184.70489	59.5°	100.01817°	18.77364°	1.19607	0.000255548
180°	3.5	-27.72239	42°	-100.00034°	17.29171°	1.40298	0.000255446
225°	3.5	185.05162	59.5°	-100.01817°	-0.09077°	1.39637	0.000255548
270°	3.5	337.61653	59.5°	-100.00366°	-19.41107°	1.40486	0.000255465
315°	3.5	14.78596	-60°	99.01538°	-144.29288°	0.39441	0.000249928
0°	4.0	-128.57708	-54.5°	20.50811°	72.73445°	0.73803	0.000104447
45°	4.0	-209.31017	-60°	-74.54420°	1.25962°	1.19841	0.000162380
90°	4.0	-257.90356	-10°	-100.03025°	0.33697°	1.03402	0.000255617
135°	4.0	-183.53375	59.5°	100.01817°	19.26913°	1.24968	0.000255548
180°	4.0	-30.28579	42°	-100.00034°	14.97366°	1.45873	0.000255446
225°	4.0	182.84438	59.5°	-100.01817°	-1.91483°	1.43830	0.000255548
270°	4.0	345.35968	59.5°	-100.00366°	-20.69175°	1.45394	0.000255465
315°	4.0	30.72398	-60°	100.01340°	-117.30849°	0.50425	0.000255520

Segue as Figuras 8.24, 8.25 e 8.26, com a variação da energia, com $r_p=1.1$ raios de Júpiter.

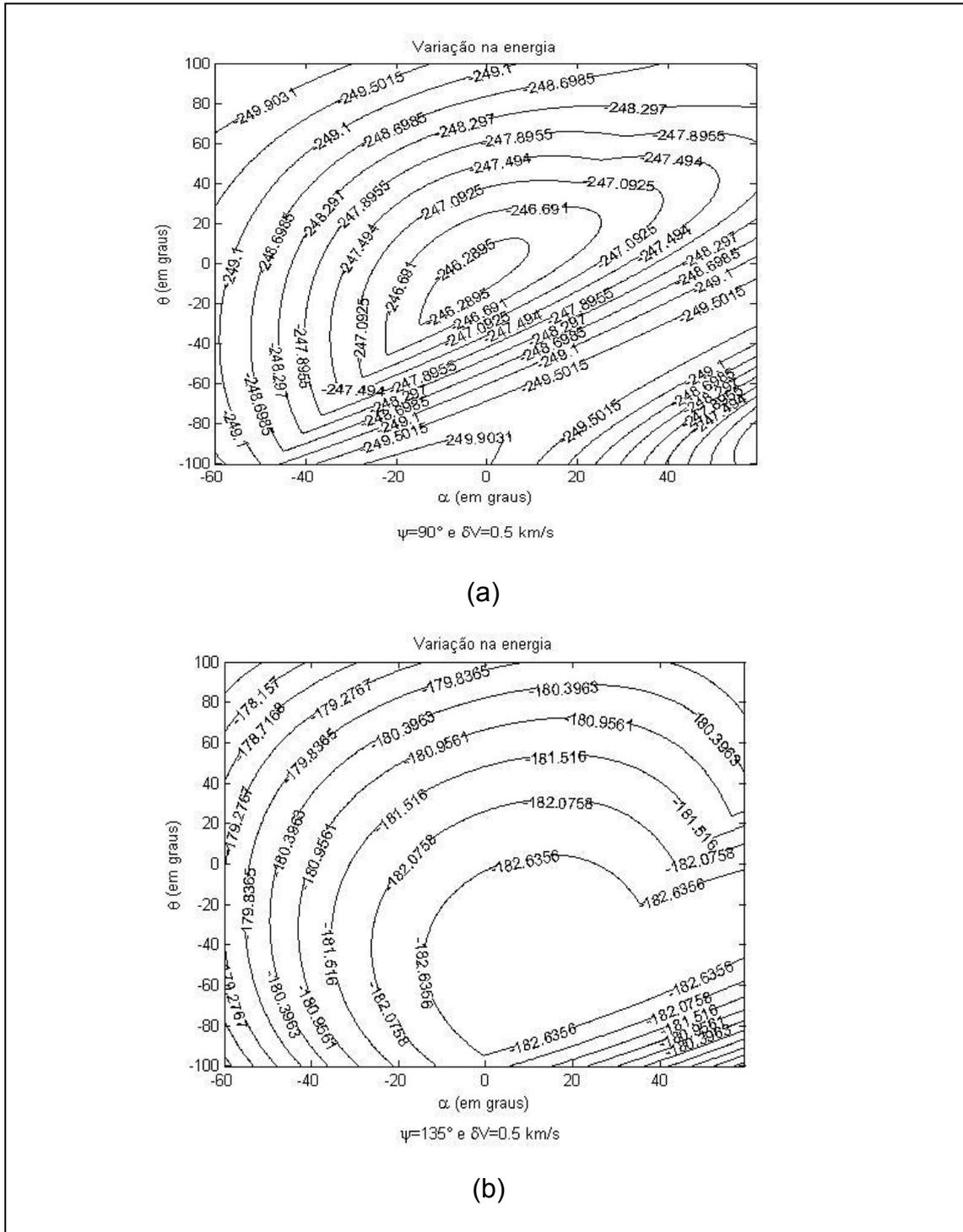
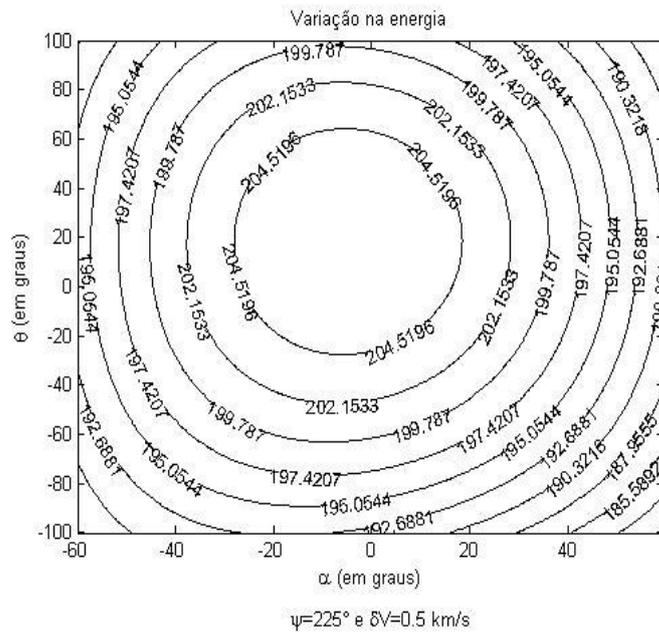
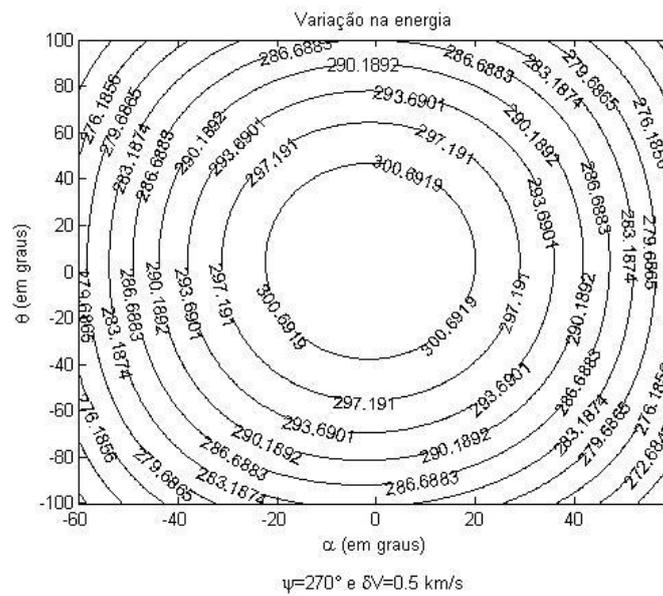


Figura 8.24 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios de Júpiter, (a) $\psi=90^\circ$, (b) $\psi=135^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.



(a)



(b)

Figura 8.25 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios de Júpiter, (a) $\psi=225^\circ$, (b) $\psi=270^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.

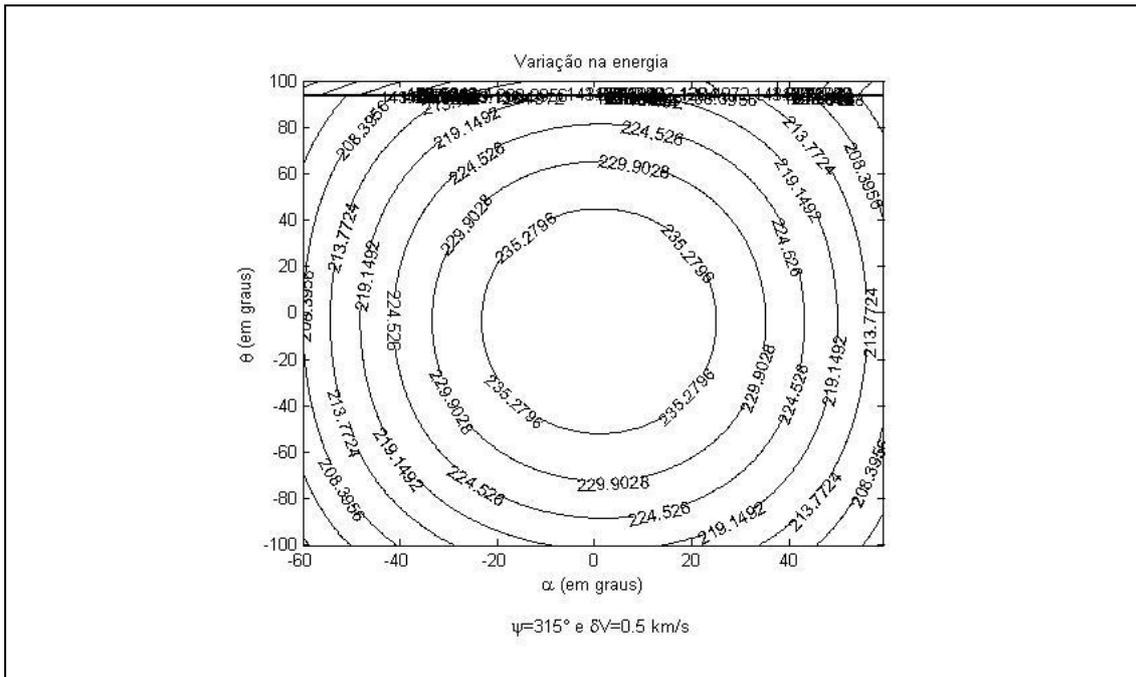


Figura 8.26 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios de Júpiter, $\psi=315^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.

Na Figura 8.25(a), para a variação máxima de energia, $\theta=18.50456^\circ$ e $\alpha=-5^\circ$. Analisando a geometria do sistema, Figura 8.27(a), tem-se que o impulso foi aplicado na região onde se ganha energia pelo Swing-By padrão, $180^\circ < \psi < 360^\circ$, trabalhando a favor do Swing-By. A Figura 8.27(b) representa a geometria do sistema para o caso da variação mínima de energia da figura 8.25(a). Em ambos os casos a linha preta contínua representa o raio do periapside (r_p) da órbita original e o ponto P o periapside desta órbita. A linha preta tracejada representa o vetor posição (r) do ponto onde foi aplicado o impulso, o ponto Q é o ponto onde foi aplicado o impulso. O ponto Q é calculado pela soma dos ângulos ψ e θ , o valor encontrado, em graus, é deslocado a partir do eixo horizontal obtendo o ponto Q. Na Figura 8.27(a) o impulso foi aplicado quando deslocamos 243.50456° do eixo horizontal. Na Figura 8.27(b) o impulso foi aplicado quando deslocamos 124.01817° do eixo horizontal, neste caso o objetivo é a variação mínima de energia, o ponto Q está onde se perde energia devido ao Swing-By padrão, mostrando a coerência dos resultados.

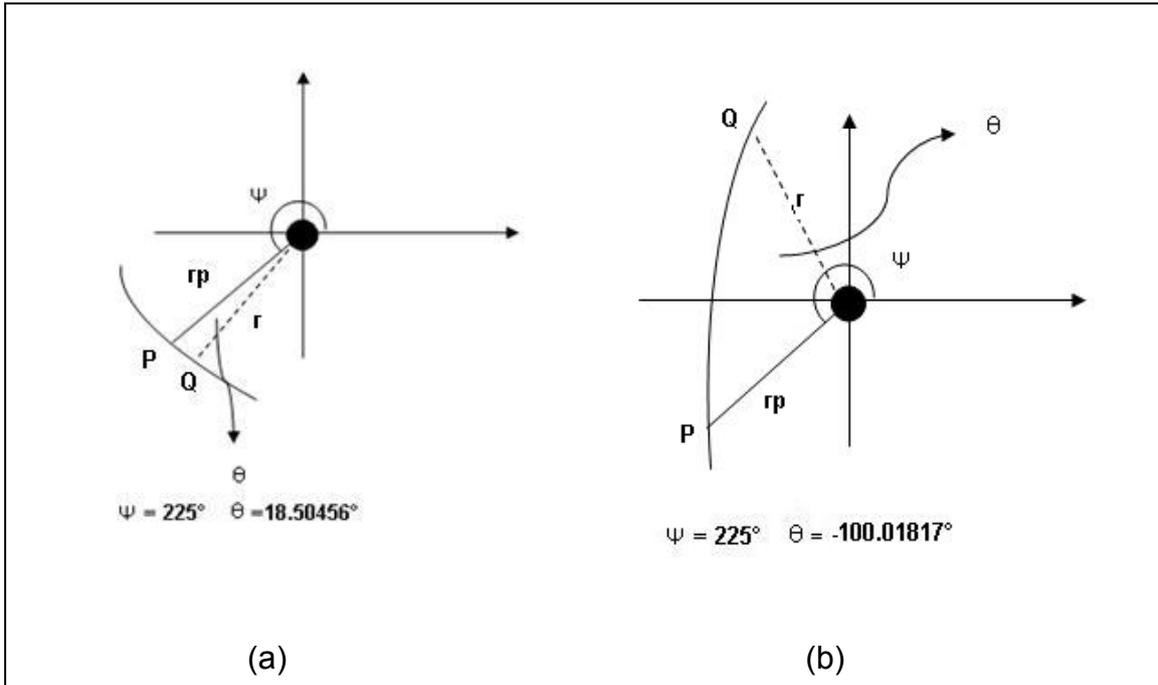
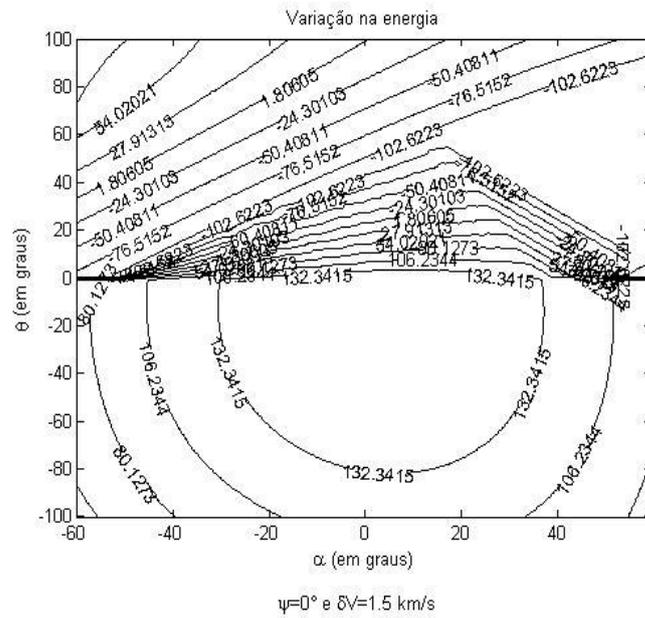
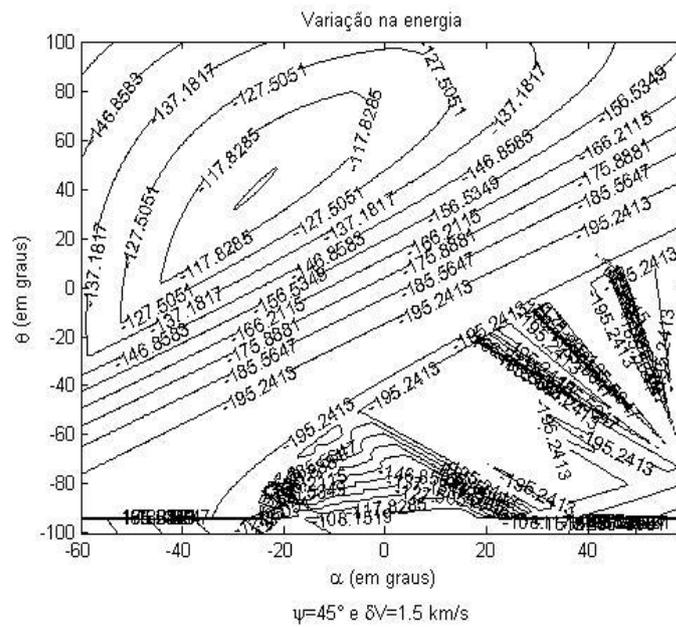


Figura 8.27 – Geometria do sistema referente a Figura 8.25(a) da variação da energia. A figura (a) refere-se a variação máxima de energia e a figura (b) refere-se a variação mínima de energia.

Na Figura 8.25(b) a variação máxima de energia ocorre para $\theta=5.02330^\circ$ e $\alpha=-1^\circ$ e na Figura 8.26 para $\theta=18.21531$ e $\alpha=1^\circ$. Na Figura 8.26 a variação mínima de energia ocorre para $\theta=94.00911^\circ$ e $\alpha=-1^\circ$, está na região superior do gráfico onde há um conjunto de curvas acumuladas.

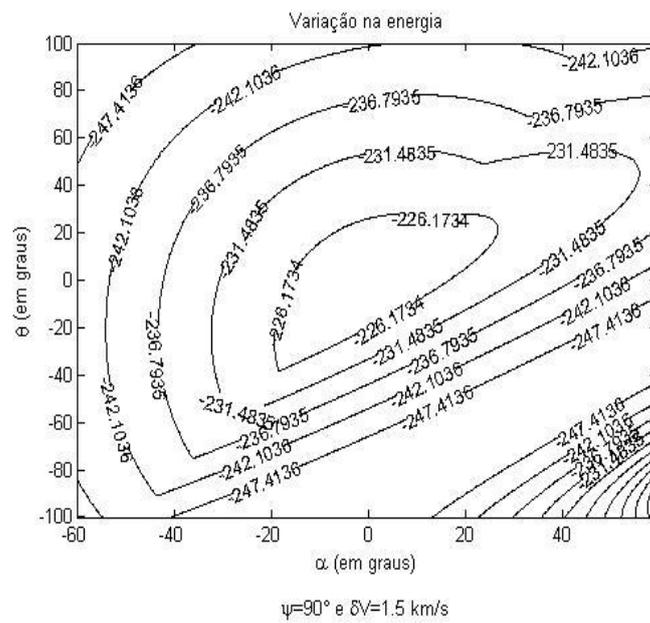


(a)

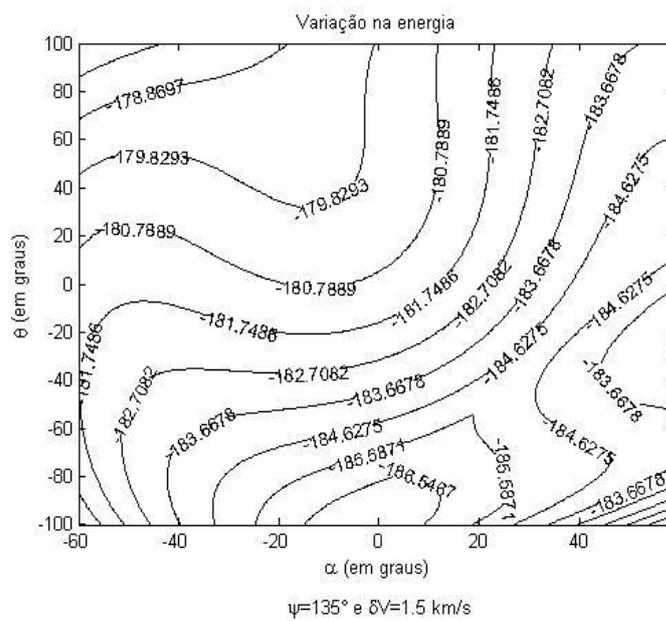


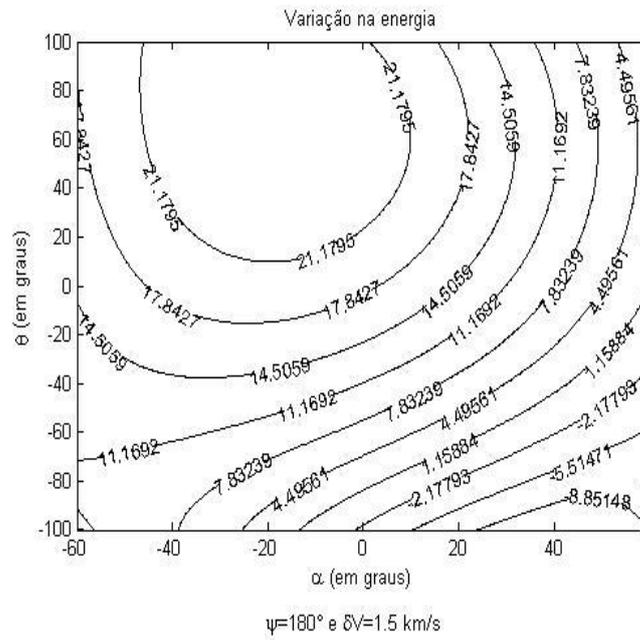
(b)

Figura 8.28 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios de Júpiter, (a) $\psi=0^\circ$, (b) $\psi=45^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.

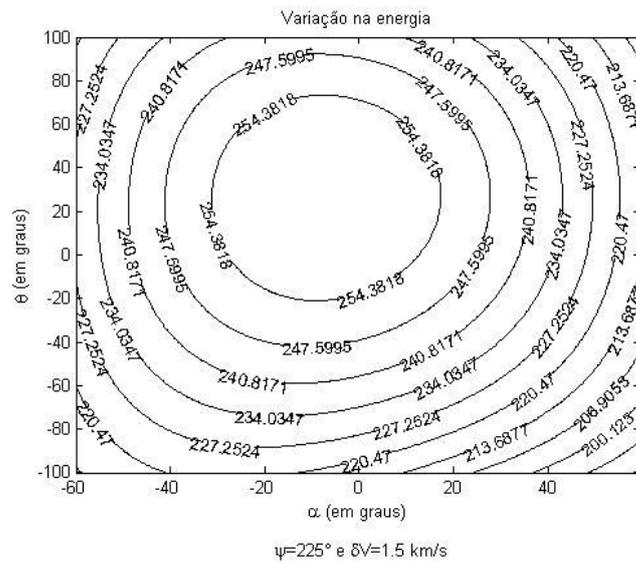


(a)





(a)



(b)

Figura 8.30 – ΔE , com $r_p=1.1$ raios de Júpiter, (a) $\psi=180^\circ$, (b) $\psi=225^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.

Nas Figuras 8.28(a) e 8.28(b) as regiões com curvas descontínuas são onde ocorreram capturas do satélite por Júpiter. Na Figura 8.29(b) a variação máxima de energia ocorre para $\theta=100.01817^\circ$ e $\alpha=-60^\circ$ e a variação mínima para $\theta=-100.01463^\circ$ e $\alpha=-3^\circ$. Na Figura 8.31(b) a variação mínima de energia ocorre $\theta=99.51713^\circ$ e $\alpha=-18.5^\circ$, ponto localizado na parte superior do gráfico onde existe um conjunto de curvas acumuladas.

Segue abaixo a Tabela 8.9, com a variação máxima da energia e seus respectivos dados, com $r_p=5.0$ raios de Júpiter, para valores de ψ variando de 0° a 315° , δV variando de 0.5 km/s a 4.0 km/s, de 0.5 em 0.5 km/s e $V_{inf}=0.7633$.

Tabela 8.9 – Variação máxima de energia, com $r_p = 5.0$ raios de Júpiter.

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	0.5	34.26306	6°	-22.03353°	-24.83997°	0.86691	0.000489210
45°	0.5	-131.12861	-29.5°	35.51868°	-23.59153°	1.24455	0.000512895
90°	0.5	-199.40004	-7°	-16.00873°	-36.81018°	1.36657	0.000469496
135°	0.5	-147.28911	-60°	100.01502°	-35.96095°	0.84623	0.001350236
180°	0.5	3.30543	-60°	100.00404°	-10.04908°	0.91379	0.001349813
225°	0.5	156.09783	-28.5°	89.01750°	-40.37274°	1.10014	0.001026076
270°	0.5	229.18578	-8°	27.03003°	-36.03488°	1.14351	0.000489299
315°	0.5	179.06589	0.5°	-1.50503°	-18.44259°	1.02526	0.000459354
0°	1.0	67.61923	6.5°	-22.53254°	-25.20597°	0.95727	0.000479849
45°	1.0	-115.58827	-29.5°	35.51868°	-22.99915°	1.30338	0.000512895
90°	1.0	-189.25938	-7°	-16.00873°	-34.60001°	1.42613	0.000469496
135°	1.0	-147.88968	-60°	100.01502°	-29.30578°	0.86316	0.001350236
180°	1.0	6.97449	-60°	100.00404°	-6.83281°	0.95556	0.001349813
225°	1.0	166.15636	-29°	90.00157°	-37.87067°	1.15167	0.001048703
270°	1.0	249.85255	-9°	31.02797°	-33.17232°	1.21061	0.000499421
315°	1.0	209.76533	0°	0.51908°	-14.54916°	1.10329	0.000459276

(Continua)

Tabela 8.9 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	1.5	100.17680	6.5°	-22.53254°	-25.52030°	1.04215	0.000479849
45°	1.5	-99.82175	-29.5°	35.51868°	-22.47098°	1.36037	0.000512895
90°	1.5	-177.47367	-7°	-16.00873°	-32.99329°	1.48686	0.000469496
135°	1.5	-148.20385	-60°	100.01502°	-23.25686°	0.88683	0.001350236
180°	1.5	11.00275	-60°	100.00404°	-3.84252°	0.99645	0.001349813
225°	1.5	176.57373	-29.5°	90.00157°	-35.51247°	1.20071	0.001048703
270°	1.5	269.83875	-10°	34.00873°	-30.86695°	1.27449	0.000508103
315°	1.5	239.04171	-0.5°	2.54343°	-11.73671°	1.17852	0.000459519
0°	2.0	132.03580	6.5°	-22.53254°	-25.79845°	1.12242	0.000479849
45°	2.0	-83.86388	-29.5°	35.51868°	-21.97556°	1.41531	0.000512895
90°	2.0	-164.41364	-7°	-16.00873°	-31.80306°	1.54717	0.000469496
135°	2.0	-146.31430	12.5°	-76.00941°	-38.93350°	1.17031	0.000800293
180°	2.0	15.38638	-60°	100.00404°	-1.07308°	1.03669	0.001349813
225°	2.0	187.34085	-30°	90.50886°	-33.39477°	1.24813	0.001060762
270°	2.0	289.44123	-11°	37.03137°	-28.81459°	1.33437	0.000517973
315°	2.0	267.27948	-1°	4.04804°	-9.68330°	1.25131	0.00045991

(Continua)

Tabela 8.9 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	2.5	163.29025	6.5°	-22.03353°	-26.04814°	1.19913	0.000478921
45°	2.5	-67.73382	-29.5°	35.51868°	-21.51618°	1.46927	0.000512895
90°	2.5	-150.33406	-7°	-16.00873°	-30.90856°	1.60645	0.000469496
135°	2.5	-141.23981	13.5°	-73.52637°	-38.84936°	1.24752	0.000768807
180°	2.5	20.12075	-60°	100.00404°	1.56184°	1.07614	0.001349813
225°	2.5	198.44912	-30°	90.00157°	-31.41059°	1.29565	0.001048703
270°	2.5	308.84184	-12°	39.04539°	-27.12547°	1.39304	0.000525182
315°	2.5	294.75197	-1.5°	5.55142°	-8.02421°	1.32107	0.000460479
0°	3.0	194.02967	6°	-21.53357°	-26.16653°	1.27293	0.000478014
45°	3.0	-51.44156	-29.5°	35.51868°	-21.07640°	1.52202	0.000512895
90°	3.0	-135.41686	-7°	-16.00873°	-30.23233°	1.66457	0.000469496
135°	3.0	-134.60817	13.5°	-73.52637°	-39.22773°	1.32076	0.000768807
180°	3.0	25.20244	-60°	100.00404°	3.95288°	1.11546	0.001349813
225°	3.0	209.89146	-30.5°	90.00157°	-29.58350°	1.34118	0.001048703
270°	3.0	328.15789	-12.5°	40.53824°	-25.61900°	1.44993	0.000530870
315°	3.0	321.65997	-2°	7.00125°	-6.62545°	1.38809	0.000461197

(Continua)

Tabela 8.9 – Conclusão

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	3.5	224.33652	6°	-21.03267°	-26.34414°	1.34371	0.000477128
45°	3.5	-34.99171	-29.5°	35.51868°	-20.65722°	1.57397	0.000512895
90°	3.5	-119.79566	-7°	-16.00873°	-29.72153°	1.72161	0.000469496
135°	3.5	-126.61451	13.5°	-73.52637°	-39.67990°	1.39131	0.000768807
180°	3.5	30.80339	-60°	-100.00027°	6.35070°	1.15457	0.001349669
225°	3.5	221.65971	-30.5°	89.51212°	-27.98718°	1.38836	0.001037325
270°	3.5	347.46952	-13°	42.01557°	-24.24402°	1.50494	0.000536801
315°	3.5	348.15377	-2.5°	8.50053°	-5.45206°	1.45299	0.000462118
0°	4.0	254.28140	6°	-20.02813°	-26.40753°	1.41236	0.000475421
45°	4.0	-18.38561	-29.5°	35.51868°	-20.25164°	1.62506	0.000512895
90°	4.0	-103.57081	-7°	-16.00873°	-29.33137°	1.77746	0.000469496
135°	4.0	-117.42156	13.5°	73.52637°	-40.20352°	1.45957	0.000768807
180°	4.0	37.41759	-60°	-100.00028°	8.84479°	1.19394	0.001349669
225°	4.0	233.74913	-31°	89.51212°	-26.36389°	1.43209	0.001037325
270°	4.0	366.83406	-13.5°	43.52108°	-22.88947°	1.55752	0.000543167
315°	4.0	374.34819	-3°	9.53284°	-4.37050°	1.51547	0.000462857

Segue a Tabela 8.10, com a variação mínima da energia e seus respectivos dados, com $r_p=5.0$ raios de Júpiter, para valores de ψ variando de 0° a 315° , δV variando de 0.5 km/s a 4.0 km/s, de 0.5 em 0.5 km/s e $V_{inf}=0.7633$.

Tabela 8.10 - Variação mínima de energia, com $r_p = 5.0$ raios de Júpiter.

Ψ	δV (km/s)	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	0.5	-34.84607	-5°	0°	-25.69102°	0.65635	0.000459265
45°	0.5	-169.74026	42.5°	-41.51724°	-23.01493°	1.14396	0.000534767
90°	0.5	-216.07422	53°	-100.01315°	-40.65139°	1.25358	0.001350164
135°	0.5	-150.36132	4°	-14.54604°	-36.24717°	0.92681	0.000467689
180°	0.5	-11.49468	43.5°	-100.00028°	-19.67935°	0.88971	0.001349669
225°	0.5	135.78345	59.5°	-100.01502°	-47.25391°	1.05990	0.001350236
270°	0.5	206.22607	59.5°	-100.00778°	-42.40724°	1.10347	0.001349958
315°	0.5	156.77894	-60°	100.00991°	-19.57634°	0.95971	0.001350039
0°	1.0	-71.16188	-4°	0°	-27.69315°	0.52281	0.000459265
45°	1.0	-190.04778	45°	-39.52823°	-22.84990°	1.09128	0.000526989
90°	1.0	-221.86250	41°	-100.01316°	-40.87571°	1.20054	0.001350164
135°	1.0	-151.78530	-2.5°	9.03685°	-30.01753°	1.00589	0.000462491
180°	1.0	-21.91640	44.5°	-100.00028°	-25.77016°	0.91097	0.001349669
225°	1.0	124.57053	59.5°	-100.01502°	-51.36562°	1.07240	0.001350236
270°	1.0	203.50646	59.5°	-100.00779°	-45.16014°	1.13258	0.001349958
315°	1.0	167.39739	-60°	100.00991°	-15.03569°	0.97552	0.001350039

(Continua)

Tabela 8.10 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	1.5	-109.79754	-2.5°	0°	-30.96724°	0.34150	0.000459265
45°	1.5	-204.77286	33°	-50.01886°	-23.63747°	1.03440	0.000574713
90°	1.5	-225.80954	28°	-100.01316°	-39.20283°	1.15380	0.001350164
135°	1.5	-151.89819	20°	66.01114°	-26.41964°	1.03159	0.000689071
180°	1.5	-30.97857	51°	-100.00028°	-31.74497°	0.93494	0.001349669
225°	1.5	113.10323	59.5°	-100.01502°	-55.56678°	1.08487	0.001350236
270°	1.5	199.39775	59.5°	-100.00779°	-48.04397°	1.16043	0.001349958
315°	1.5	177.45965	59.5°	-100.01319°	-30.82961°	1.08588	0.001350164
0°	2.0	-166.88919	29°	23.03057°	37.38798°	0.73742	0.000480799
45°	2.0	-217.58488	59.5°	-24.03646°	-25.20049°	0.76915	0.00048279
90°	2.0	-228.93635	19.5°	-100.01316°	-36.15737°	1.10903	0.001350164
135°	2.0	-151.89261	31.5°	95.01391°	-26.37579°	1.03261	0.001181234
180°	2.0	-38.51943	49°	-100.00027°	-37.57724°	0.96047	0.001349669
225°	2.0	101.68631	59.5°	-100.01502°	-59.78018°	1.09761	0.001350236
270°	2.0	194.15765	59.5°	-100.00779°	-51.00928°	1.18728	0.001349958
315°	2.0	184.75942	59.5°	-100.01319°	-33.18497°	1.12902	0.001350164

(Continua)

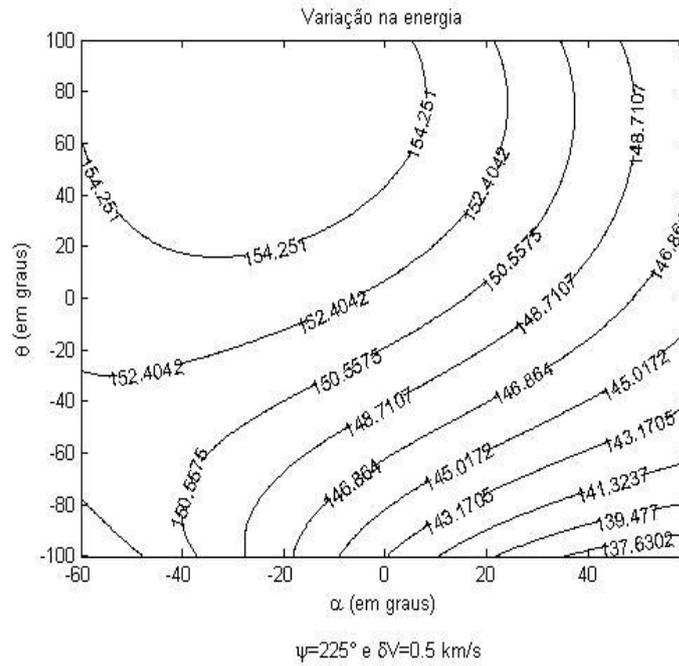
Tabela 8.10 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	2.5	-167.25452	56.5°	23.03057°	37.57686°	0.74699	0.000480799
45°	2.5	-223.15926	-37.5°	-100.00991°	-18.09298°	1.20234	0.001350039
90°	2.5	-231.60328	14°	-100.01316°	-32.07560°	1.06585	0.001350164
135°	2.5	-151.83412	46°	-100.00586°	-24.14528°	1.04963	0.001349883
180°	2.5	-44.47000	48.5°	-100.00028°	-42.83960°	0.99415	0.001349669
225°	2.5	90.58183	59.5°	-100.01502°	-63.96701°	1.11119	0.001350236
270°	2.5	188.05040	59.5°	-100.00779°	-53.99447°	1.21317	0.001349958
315°	2.5	190.66499	59.5°	-100.01319°	-35.51458°	1.17005	0.001350164
0°	3.0	-167.23250	57.5°	11.51871°	37.86489°	0.74476	0.000464522
45°	3.0	-228.88958	-47.5°	-100.00991°	-16.95675°	1.22700	0.001350039
90°	3.0	-233.91008	9.5°	-100.01316°	-26.76398°	1.03107	0.001350164
135°	3.0	-151.52056	48.5°	-100.00586°	-20.42109°	1.08059	0.001349883
180°	3.0	-48.78950	48.5°	-100.00028°	-47.51481°	1.03401	0.001349669
225°	3.0	80.00296	59.5°	-100.01502°	-68.06617°	1.12591	0.001350236
270°	3.0	181.33052	59.5°	-100.00779°	-56.97037°	1.23844	0.001349958
315°	3.0	195.32190	59.5°	-100.01319°	-37.75547°	1.20876	0.001350164

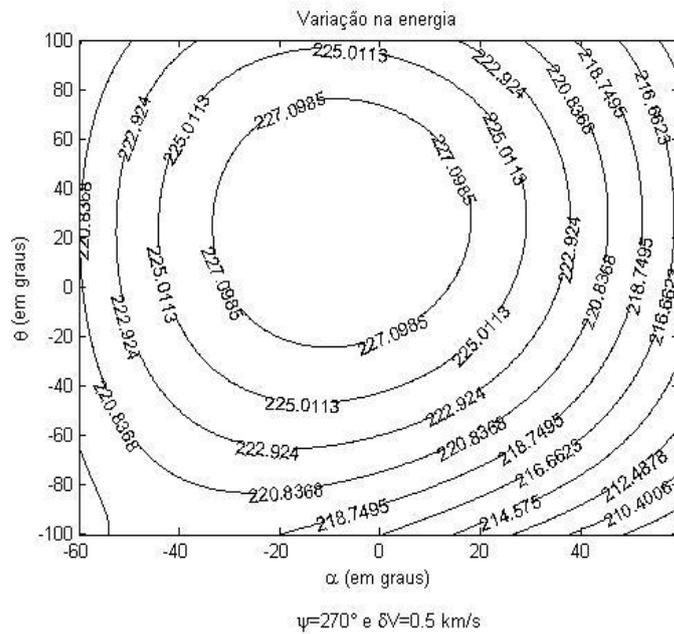
(Continua)

Tabela 8.10 – Conclusão

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	3.5	-167.47358	58°	5.04839°	37.77717°	0.75229	0.000460268
45°	3.5	-233.96241	-54°	-100.00991°	-15.85100°	1.23940	0.001350039
90°	3.5	-235.87068	6.5°	-100.01316°	-20.78139°	1.00174	0.001350164
135°	3.5	-150.99002	-59°	-63.50648°	-15.89885°	1.09275	0.000666838
180°	3.5	-51.50866	48.5°	-100.00028°	-51.70042°	1.07768	0.001349669
225°	3.5	70.11389	59.5°	-100.01502°	-72.05799°	1.14220	0.001350236
270°	3.5	174.23136	59.5°	-100.00779°	-59.89682°	1.26323	0.001349958
315°	3.5	198.89487	59.5°	-100.01319°	-40.11718°	1.24743	0.001350164
0°	4.0	-166.83821	59°	1.51031°	38.27656°	0.73631	0.000459355
45°	4.0	-238.73280	-59°	-100.00991°	-14.46060°	1.24048	0.001350039
90°	4.0	-237.47400	3.5°	-100.01315°	-14.15829°	0.99018	0.001350164
135°	4.0	-150.31626	-60°	-65.52280°	-13.16314°	1.12186	0.000684584
180°	4.0	-52.69776	48.5°	-100.00028°	-55.40995°	1.12428	0.001349669
225°	4.0	61.03283	59.5°	-100.01502°	-75.89597°	1.16021	0.001350236
270°	4.0	166.95847	59.5°	-100.00779°	-62.75874°	1.28786	0.001349958
315°	4.0	201.55703	59.5°	-100.01318°	-42.28932°	1.28358	0.001350164



(a)



(b)

Figura 8.33 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi=225^\circ$, (b) $\psi=270^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.

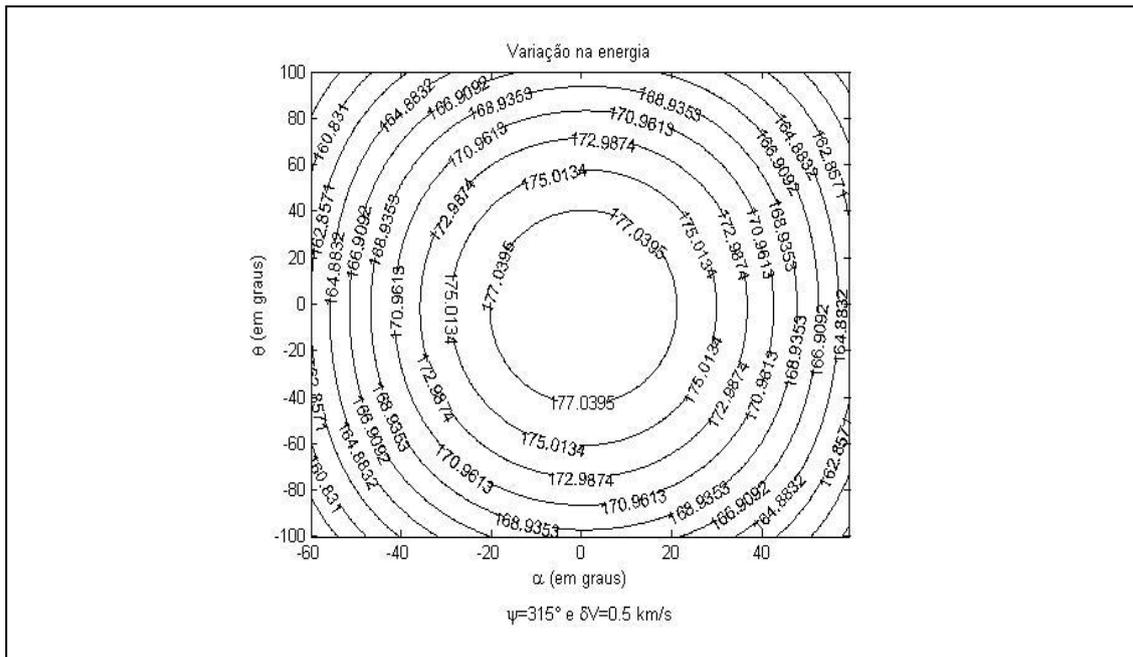


Figura 8.34 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios de Júpiter, $\psi=315^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.

Nas Figuras 8.32(b), 8.33(a), 8.33(b) e 8.34 o ponto de aplicação do impulso para a variação mínima de energia ocorre para $0^\circ < \psi < 180^\circ$. Este ponto é calculado movendo o grau de θ a partir do valor do ψ da órbita original, e então encontrará o ponto e região onde será aplicado o impulso. Para variar o mínimo de energia é necessário alterar o mínimo possível à geometria do sistema, pois esta é uma região que se perde energia pelo Swing-By padrão, para isso acontecer os valores de α são, respectivamente, 4° , 59.5° , 59.5° e -60° .

A variação máxima de energia na Figura 8.34 ocorre próximo, mas não no periapside e na direção tangencial da órbita, neste caso $\theta=-1.50503^\circ$ e $\alpha=0.5^\circ$.

Na sequência apresentam-se as Figuras 8.35, 8.36, 8.37, 8.38 e 8.39. O ΔE_{\min} da Figura 8.35 ocorre no periapside da órbita com $\psi=0^\circ$ e $\alpha=-2.5^\circ$.

As curvas descontínuas da Figura 8.36(a) não se referem a capturas, nela constam resultados (cujas curvas não foram descritas pelo programa gerador dos gráficos), inclusive nessa região está o ponto de variação mínima de

energia, em $\theta=-50.01886^\circ$ e $\alpha=33^\circ$. A variação máxima, $\Delta E_{\text{máx}}=-99.82175$, ocorre em $\theta=35.51868^\circ$ e $\alpha=-29.5^\circ$.

Na Figura 8.37(a), onde $\psi=135^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s, $\Delta E_{\text{min}}=-151.89819$ com $\theta=66.01114^\circ$ e $\alpha=20^\circ$ e $\Delta E_{\text{máx}}=-148.20835$ com $\theta=100.01502^\circ$ e $\alpha=-60^\circ$. Na Figura 8.39, onde $\psi=180^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s, $\Delta E_{\text{min}}=-30.97857$ com $\theta=-100.00028^\circ$ e $\alpha=51^\circ$ e $\Delta E_{\text{máx}}=11.00275$ com $\theta=100.00404$ e $\alpha=-60^\circ$.

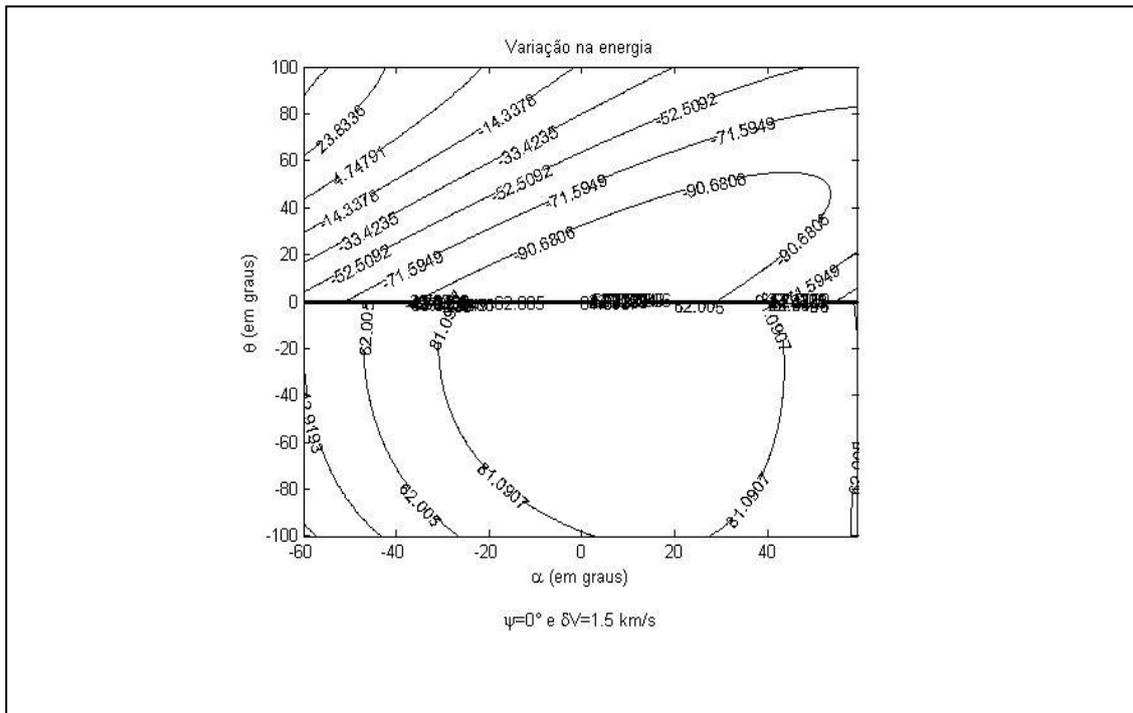
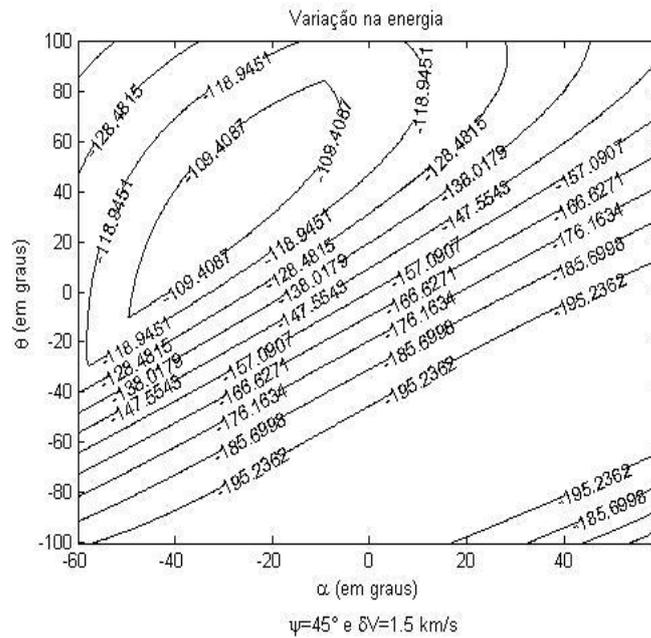
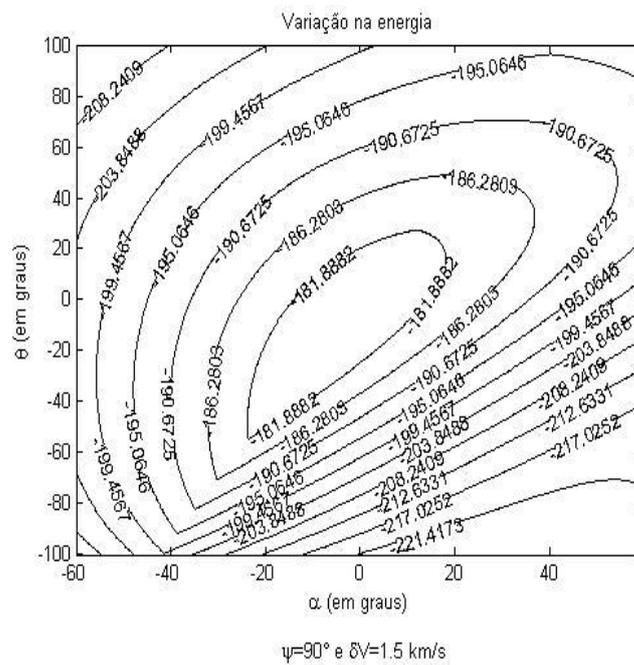


Figura 8.35 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios de Júpiter, $\psi=0^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.

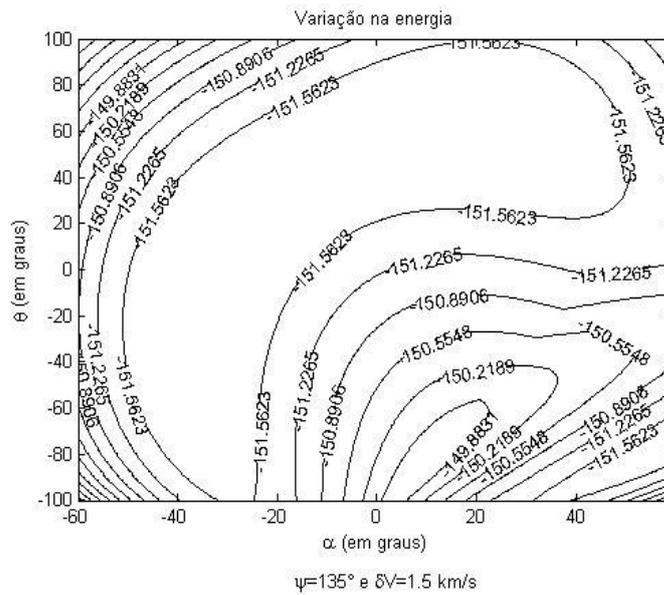


(a)

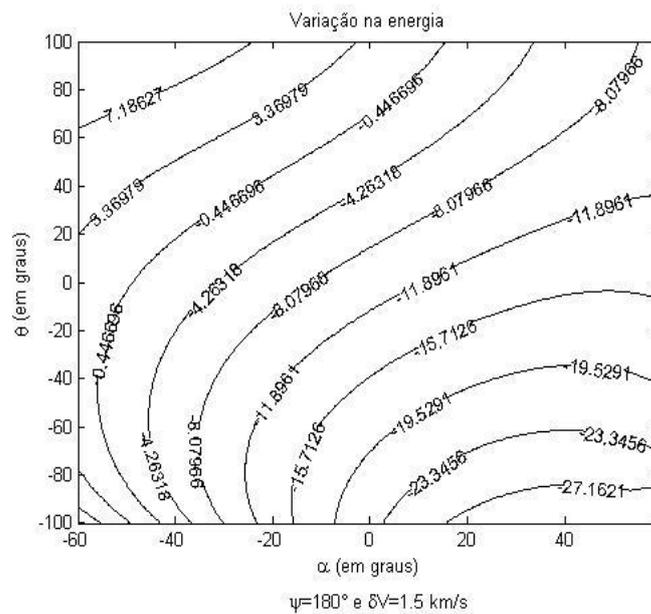


(b)

Figura 8.36 – ΔE , com $r_p = 5.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi = 45^\circ$, (b) $\psi = 90^\circ$ e $\delta V = 1.5$ km/s.



(a)



(b)

Figura 8.37 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi=135^\circ$, (b) $\psi=180^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.

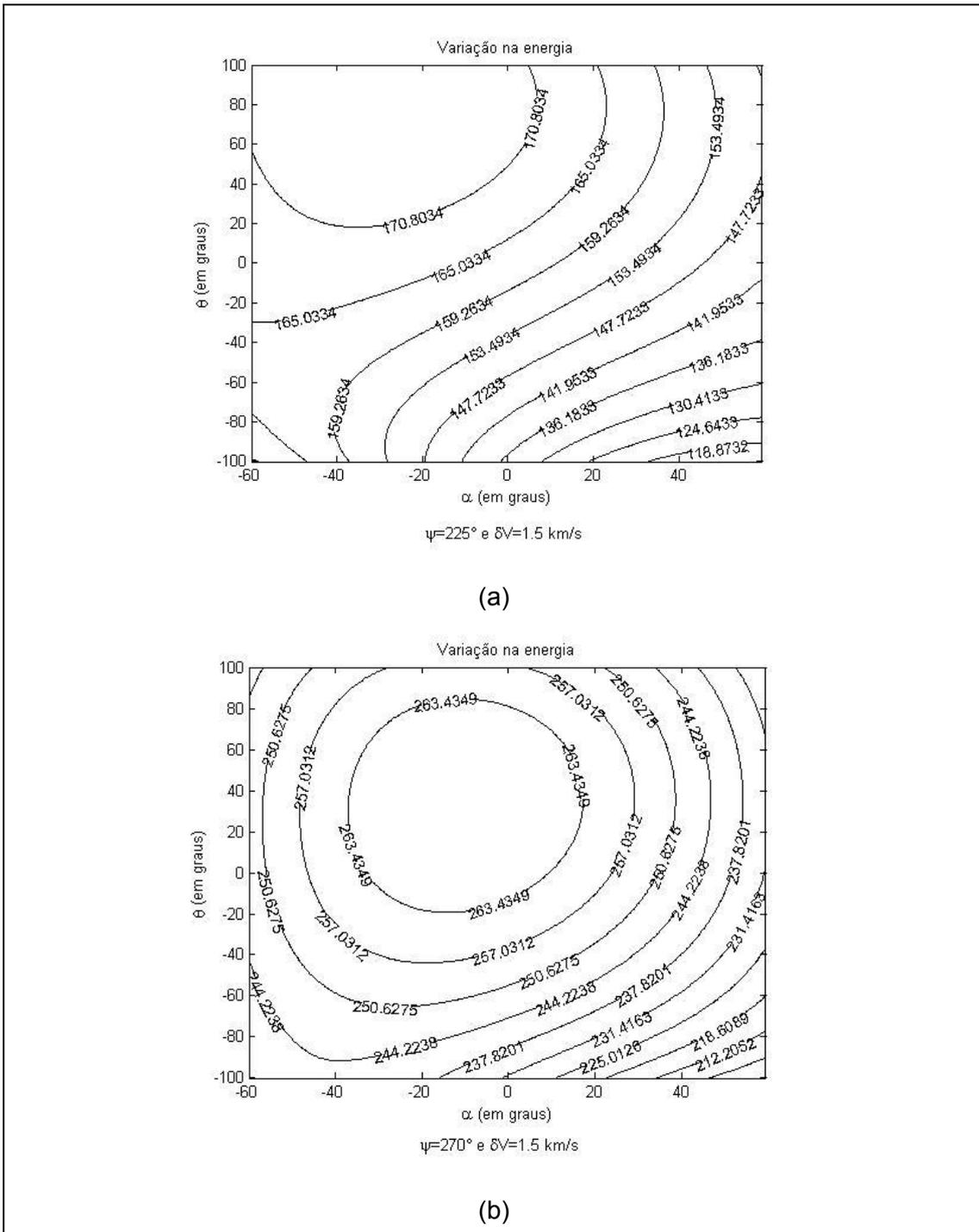


Figura 8.38 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi=225^\circ$, (b) $\psi=270^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.

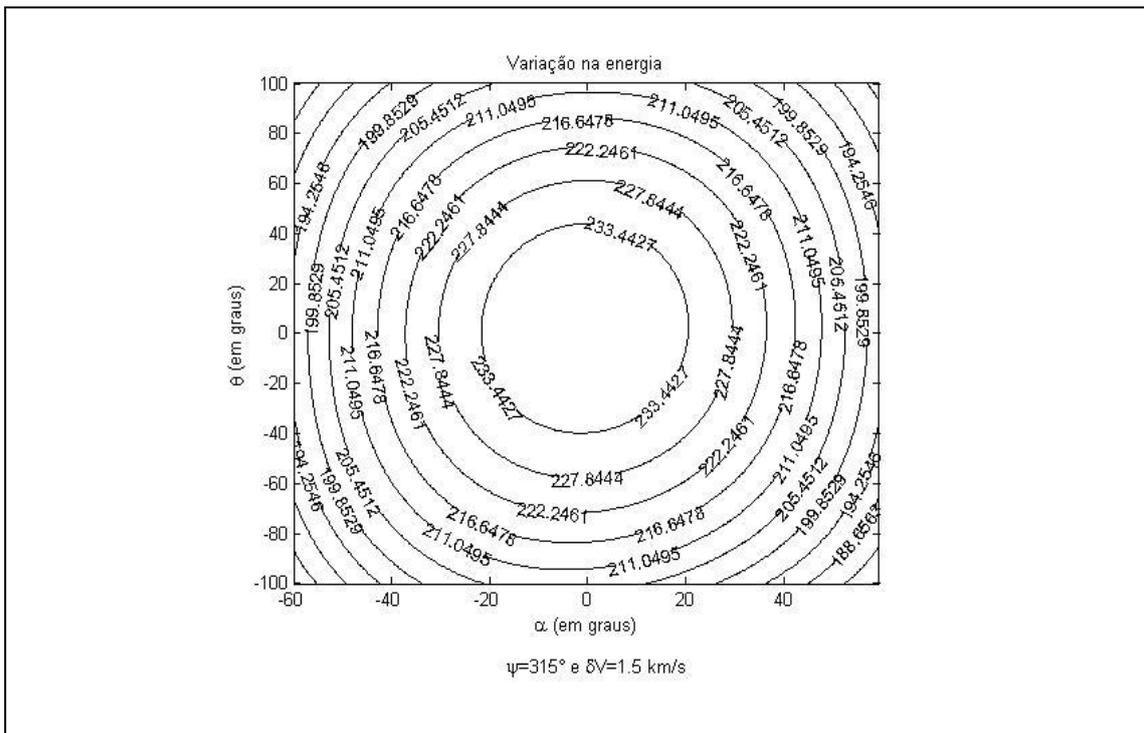


Figura 8.39 – ΔE , com $r_p=5.0$ raios de Júpiter, $\psi=315^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.

Segue a Tabela 8.11, com a variação máxima da energia e seus respectivos dados, com $r_p=10.0$ raios de Júpiter, para valores de ψ variando de 0° a 315° , δV variando de 0.5 km/s a 4.0 km/s, de 0.5 em 0.5 km/s e $V_{inf}=0.7633$.

Tabela 8.11 – Variação máxima de energia, com $r_p = 10.0$ raios de Júpiter.

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	0.5	27.209512	7.5°	-25.01999°	-67.64397°	0.85924	0.000974368
45°	0.5	-108.10252	-33°	31.00837°	-42.74509°	1.10572	0.001006359
90°	0.5	-161.27852	-8°	-20.52667°	-49.43525°	1.39743	0.000955581
135°	0.5	-120.17676	10°	-100.01096°	-67.03600°	1.04483	0.003253404
180°	0.5	4.79791	-60°	-100.00973°	-39.08422°	0.857864	0.003253269
225°	0.5	130.83896	-60°	-100.00232°	-63.63320°	1.04736	0.003252391
270°	0.5	185.18443	-16°	48.00513°	-47.86435°	1.13002	0.001151208
315°	0.5	143.63577	-2°	6.00901°	-39.29702°	1.05103	0.000921620
0°	1.0	53.57601	7.5°	-24.53224°	-66.65483°	0.93287	0.000972121
45°	1.0	-95.68798	-33°	31.00837°	-42.03866°	1.15796	0.001006359
90°	1.0	-150.77899	-8°	-20.52667°	-48.34261°	1.44216	0.000955581
135°	1.0	-117.75343	10°	-100.01096°	-66.84321°	1.11824	0.003253404
180°	1.0	10.41559	-60°	-100.00973°	-33.27189°	0.90234	0.003253269
225°	1.0	142.01378	-60°	-100.00232°	-59.75453°	1.07948	0.003252391
270°	1.0	199.62509	-17°	50.51750°	-45.27340°	1.17770	0.001181252
315°	1.0	165.83708	-2.5°	8.53173°	-36.06883°	1.10772	0.000924779

(Continua)

Tabela 8.11 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	1.5	79.24114	7°	-23.51569°	-65.69346°	1.00252	0.000967604
45°	1.5	-83.20946	-33°	31.00837°	-41.34256°	1.20914	0.001006359
90°	1.5	-139.43658	-8°	-20.52667°	-47.49223°	1.48639	0.000955581
135°	1.5	-113.53931	10°	-100.01096°	-66.83273°	1.18790	0.003253404
180°	1.5	16.96503	-60°	-100.00973°	-27.80503°	0.94704	0.003253269
225°	1.5	154.12147	-60°	-100.00232°	-55.85539°	1.11112	0.003252391
270°	1.5	214.11422	-18°	52.513354°	-42.87848°	1.22305	0.001207107
315°	1.5	187.38856	-3.5°	10.53594°	-33.38381°	1.16298	0.000928085
0°	2.0	104.33627	7°	-22.53241°	-65.00145°	1.06911	0.000963444
45°	2.0	-70.65167	-33°	31.00837°	-40.64627°	1.25913	0.001006359
90°	2.0	-127.42530	-8°	-20.52667°	-46.82714°	1.53045	0.000955581
135°	2.0	-107.81279	10°	-100.01096°	-66.93224°	1.25373	0.003253404
180°	2.0	24.57537	-60°	-100.00973°	-22.58102°	0.99179	0.003253269
225°	2.0	167.24991	-60°	-100.00232°	-51.90458°	1.14226	0.003252391
270°	2.0	228.71653	-18.5°	54.02062°	-40.76871°	1.26814	0.001227890
315°	2.0	208.50541	-4°	12.53316°	-31.05056°	1.21656	0.000932094

(Continua)

Tabela 8.11 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	2.5	128.97395	6.5°	-21.50692°	-64.24726°	1.13299	0.000959320
45°	2.5	-58.00072	-33°	31.00837°	-39.96234°	1.30826	0.001006359
90°	2.5	-114.86637	-8°	-20.52667°	-46.29663°	1.57413	0.000955581
135°	2.5	-100.82137	10°	-100.01096°	-67.09586°	1.31583	0.003253404
180°	2.5	33.39595	-60°	-100.00973°	-17.49277°	1.03644	0.003253269
225°	2.5	181.49213	-60°	-100.00232°	-47.86618°	1.17281	0.003252391
270°	2.5	243.47372	-19.5°	55.00200°	-38.75617°	1.31141	0.001242035
315°	2.5	229.33801	-4.5°	14.01588°	-29.11863°	1.26971	0.000935539
0°	3.0	153.25517	6.5°	-20.51536°	-63.62409°	1.19448	0.000955539
45°	3.0	-45.24398	-33°	31.00837°	-39.29119°	1.35660	0.001006359
90°	3.0	-101.84615	-8°	-20.52667°	-45.86444°	1.61733	0.000955581
135°	3.0	-92.77677	10°	-100.01096°	-67.30723°	1.37458	0.003253404
180°	3.0	43.60027	-60°	-100.00973°	-12.47738°	1.08097	0.003253269
225°	3.0	196.94511	-60°	-100.00232°	-43.71858°	1.20282	0.003252391
270°	3.0	258.41060	-20°	56.00194°	-36.89703°	1.35417	0.00125697
315°	3.0	249.99633	-5°	15.53215°	-27.43385°	1.32193	0.000939482

(Continua)

Tabela 8.11 – Conclusão

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	$\Delta E_{\text{máx}}$	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	3.5	177.26267	6°	-19.02090°	-62.78201°	1.25404	0.000950213
45°	3.5	-32.37007	-33°	31.00837°	-38.62996°	1.40415	0.001006359
90°	3.5	-88.42728	-8°	-20.52667°	-45.50575°	1.66008	0.000955581
135°	3.5	-83.85540	10°	-100.01096°	-67.54163°	1.43020	0.003253404
180°	3.5	55.38941	-60°	-100.00973°	-7.46214°	1.12530	0.003253269
225°	3.5	213.70715	-60°	-100.00232°	-39.41944°	1.23211	0.003252391
270°	3.5	273.54540	-20.5°	56.52671°	-35.08908°	1.39576	0.001265020
315°	3.5	270.56150	-5.5°	17.00362°	-25.74810°	1.37188	0.000943723
0°	4.0	201.06662	6°	-18.02010°	-62.26945°	1.31205	0.000946894
45°	4.0	-19.36881	-33°	31.00837°	-37.98860°	1.45116	0.001006359
90°	4.0	-74.65578	-8°	-20.52667°	-45.20837°	1.70268	0.000955581
135°	4.0	-74.20148	10°	-100.01096°	-67.78909°	1.48306	0.003253404
180°	4.0	68.99579	-60°	-100.00973°	-2.38552°	1.16939	0.003253269
225°	4.0	231.87318	-60°	-100.00232°	-34.92394°	1.26051	0.003252391
270°	4.0	288.88983	-21°	57.01940°	-33.54686°	1.43835	0.001272728
315°	4.0	291.09357	-2°	18.00675°	-24.37689°	1.42214	0.000946851

Segue a Tabela 8.12, com a variação mínima da energia e seus respectivos dados, com $r_p=10.0$ raios de Júpiter, para valores de ψ variando de 0° a 315° , δV variando de 0.5 km/s a 4.0 km/s, de 0.5 em 0.5 km/s e $V_{inf}=0.7633$.

Tabela 8.12 – Variação mínima de energia, com $r_p = 10.0$ raios de Júpiter.

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	0.5	-27.61459	-6.5°	0°	-72.50629°	0.69618	0.00091853
45°	0.5	-145.87312	-17.5°	-100.00201°	-36.63017°	1.11004	0.003252354
90°	0.5	-185.42889	59.5°	-100.00916°	-50.00620°	1.31361	0.003253208
135°	0.5	-122.46406	-19.5°	58.50369°	-60.39549°	0.98451	0.001296781
180°	0.5	-11.61927	49.5°	-100.00973°	-55.30997°	0.81975	0.003253269
225°	0.5	104.44518	59.5°	-100.00232°	-73.75482°	1.01104	0.003252391
270°	0.5	161.62314	59.5°	-100.00476°	-55.31477°	1.10071	0.003252674
315°	0.5	125.96680	59.5°	-100.00623°	-47.19464°	1.03743	0.003252828
0°	1.0	-56.44606	-6°	0°	-78.16671°	0.60329	0.000918530
45°	1.0	-170.09868	-19°	-100.00201°	-31.26062°	1.16985	0.003252354
90°	1.0	-197.19652	56.5°	-100.00916°	-49.43108°	1.25594	0.003253208
135°	1.0	-123.73914	-26.5°	76.50834°	-54.25558°	0.99155	0.001727819
180°	1.0	-20.77576	49.5°	-100.00973°	-64.41401°	0.83961	0.003253269
225°	1.0	89.33146	59.5°	-100.00232°	-79.84628°	1.00800	0.003252391
270°	1.0	151.63394	59.5°	-100.00476°	-59.60602°	1.11817	0.003252674
315°	1.0	129.33673	59.5°	-100.00623°	-50.57048°	1.07580	0.003252828

(Continua)

Tabela 8.12 – Continuação

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf+}}$	R
0°	1.5	-86.88413	-5.5°	0°	-88.63760°	0.49961	0.000918530
45°	1.5	-192.17206	-21°	-100.00201°	-27.47589°	1.21995	0.003252354
90°	1.5	-205.68542	48°	-100.00916°	-47.97348°	1.18048	0.003253208
135°	1.5	-124.62787	-31°	88.00482°	-48.70856°	0.99745	0.002239219
180°	1.5	-27.56301	49.5°	-100.00973°	-72.29129°	0.87249	0.003253269
225°	1.5	75.44188	59.5°	-100.00232°	-85.73164°	1.00681	0.003252391
270°	1.5	141.19882	59.5°	-100.00476°	-63.72358°	1.13417	0.003252674
315°	1.5	130.99394	59.5°	-100.00622°	-53.83683°	1.11187	0.003252828
0°	2.0	-120.11016	-3.5°	0°	-169.62625°	0.72869	0.000918530
45°	2.0	-211.12700	-24°	-100.00201°	-25.13937°	1.25230	0.003252354
90°	2.0	-211.40897	37°	-100.00916°	-43.90223°	1.09429	0.003253208
135°	2.0	-125.20744	-33.5°	95.51111°	-43.59420°	1.00755	0.002782973
180°	2.0	-32.16909	49.5°	-100.00973°	-78.80647°	0.91542	0.003253269
225°	2.0	62.91931	59.5°	-100.00232°	-91.34267°	1.00838	0.003252391
270°	2.0	130.70312	59.5°	-100.00476°	-67.63793°	1.14936	0.003252674
315°	2.0	131.33731	59.5°	-100.00623°	-56.90908°	1.14546	0.003252828

(Continua)

Tabela 8.12 – Continuação

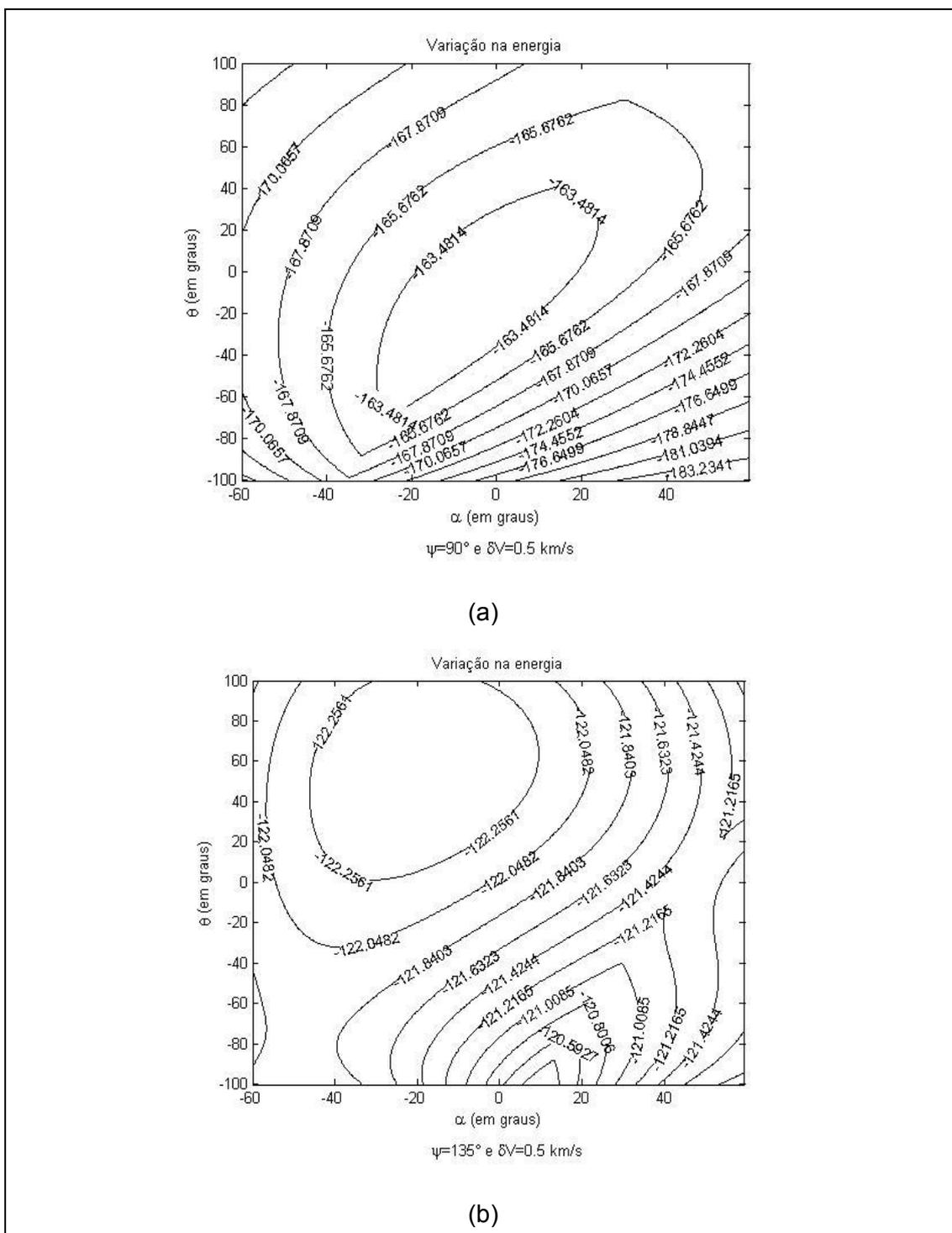
ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	2.5	-157.63715	-1°	0°	-30.66522°	0.15749	0.000918530
45°	2.5	-226.42018	-30°	-100.00201°	-23.61491°	1.26695	0.003252354
90°	2.5	-215.32208	27°	-100.00916°	-36.64974°	1.01794	0.003253208
135°	2.5	-125.50482	-36°	100.00232°	-38.73356°	1.02087	0.003252391
180°	2.5	-34.82609	49°	-100.00973°	-83.85713°	0.96606	0.003253269
225°	2.5	51.81250	59.5°	-100.00232°	-96.63647°	1.01341	0.003252391
270°	2.5	120.43376	59.5°	-100.00476°	-71.33257°	1.16432	0.003252674
315°	2.5	130.72304	59.5°	-100.00623°	-59.68198°	1.17608	0.003252828
0°	3.0	-186.86699	49°	46.02721°	15.35578°	0.75817	0.001129375
45°	3.0	-238.40057	-37.5°	-100.00201°	-22.16577°	1.25598	0.003252354
90°	3.0	-218.05412	18.5°	-100.00916°	-27.48875°	0.97499	0.003253208
135°	3.0	-125.51828	-39.5°	100.00232°	-34.19656°	1.03978	0.003252391
180°	3.0	-35.77902	47°	-100.00973°	-87.12274°	1.02330	0.003253269
225°	3.0	42.10513	59.5°	-100.00232°	-101.57471°	1.02225	0.003252391
270°	3.0	110.59296	59.5°	-100.00476°	-74.80758°	1.17961	0.003252674
315°	3.0	129.45350	59.5°	-100.00623°	-62.26707°	1.20525	0.003252828

(Continua)

Tabela 8.12 – Conclusão

ψ	$\delta V(\text{km/s})$	ΔE_{\min}	α	θ	ζ	$V_{\text{inf}+}$	R
0°	3.5	-187.50264	59°	78.01333°	15.90105°	0.77356	0.001780274
45°	3.5	-247.94505	-45.5°	-100.00201°	-19.60634°	1.20872	0.003252354
90°	3.5	-219.90965	11.5°	-100.00916°	-18.56357°	0.96856	0.003253208
135°	3.5	-125.42902	-60°	58.50369°	-33.51392°	1.04801	0.001296781
180°	3.5	-35.77326	57.5°	-90.01545°	-87.25810°	1.03468	0.002362936
225°	3.5	33.73967	59.5°	-100.00232°	-106.11926°	1.03499	0.003252391
270°	3.5	101.31465	59.5°	-100.00476°	-78.05053°	1.19547	0.003252674
315°	3.5	127.77665	59.5°	-100.00623°	-64.78613°	1.23454	0.003252828
0°	4.0	-190.35252	57°	13.51598°	15.94153°	0.90567	0.000934332
45°	4.0	-255.55102	-53°	-100.00201°	-14.48782°	1.12386	0.003252354
90°	4.0	-221.05896	56°	-100.00916°	-10.76459°	0.98432	0.003253208
135°	4.0	-125.25744	-60°	-75.50329°	-32.67685°	1.06530	0.001694645
180°	4.0	-35.61308	59.5°	-80.50442°	-84.91894°	1.06680	0.001875202
225°	4.0	26.63561	59.5°	-100.00232°	-110.26689°	1.05150	0.003252391
270°	4.0	92.68066	59.5°	-100.00476°	-81.06793°	1.21221	0.003252674
315°	4.0	125.89061	59.5°	-100.00623°	-66.94614°	1.26129	0.003252828

A seguir apresentam-se as Figuras 8.40 até 8.47:



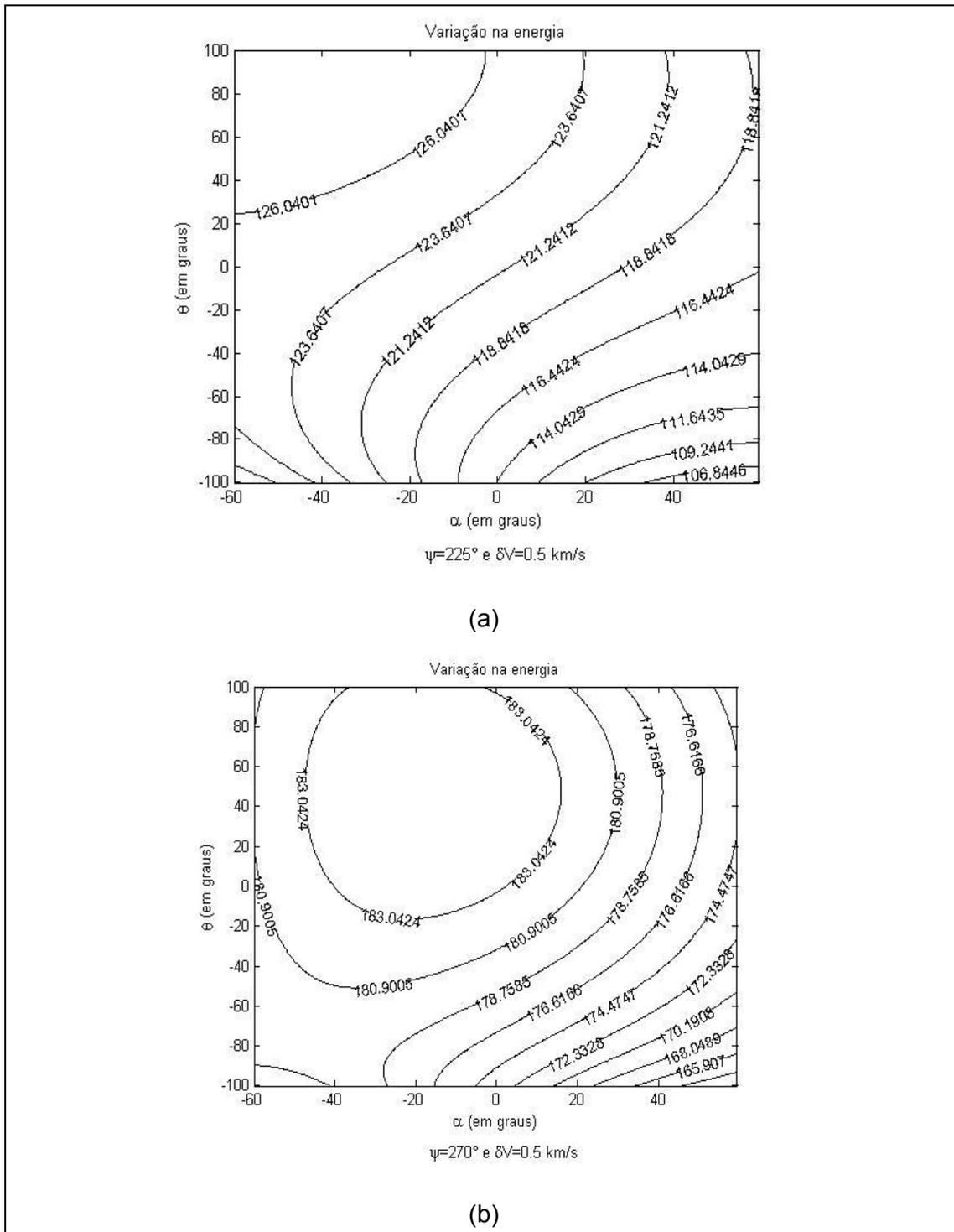
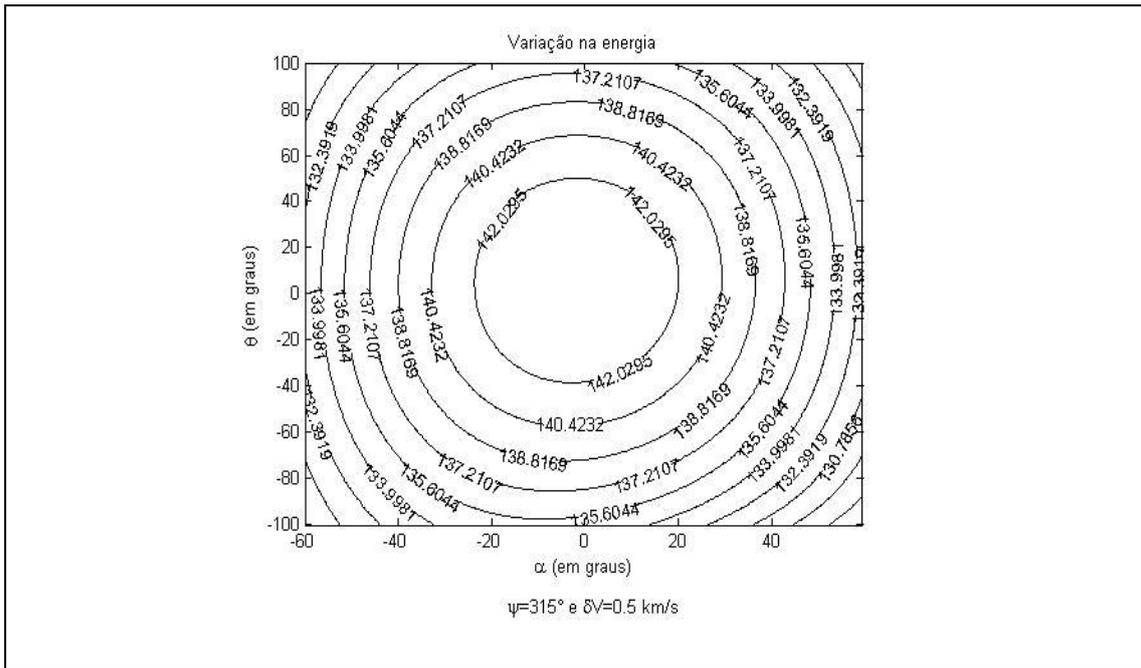
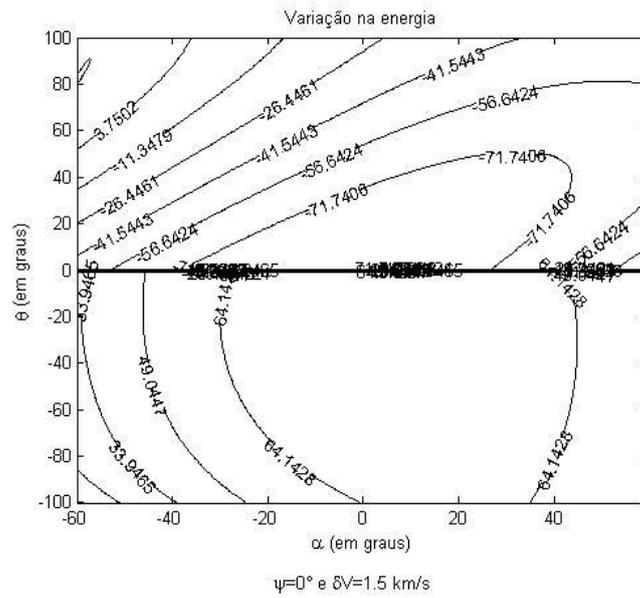
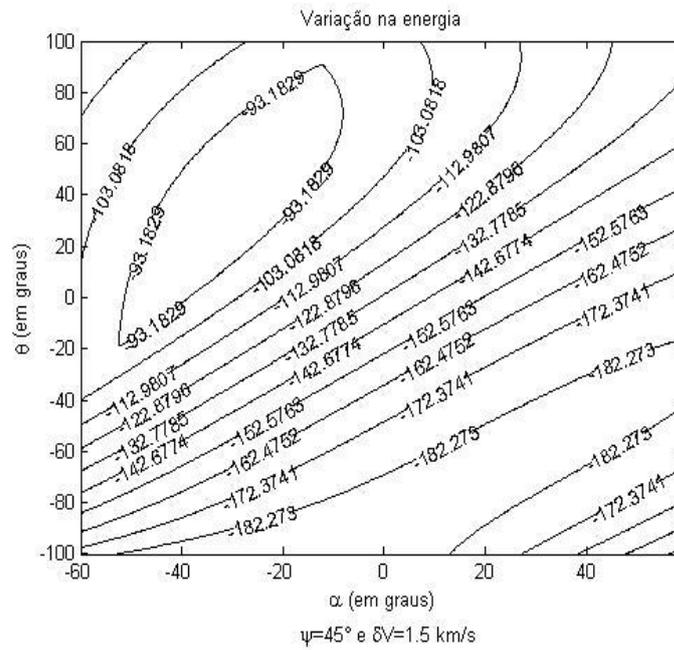


Figura 8.41 – ΔE , com $r_p=10.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi=225^\circ$, (b) $\psi=270^\circ$ e $\delta V=0.5$ km/s.



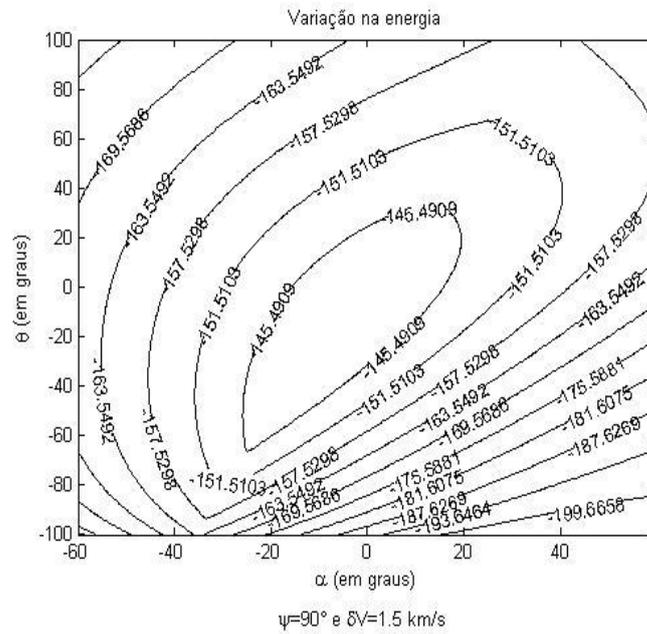


(a)

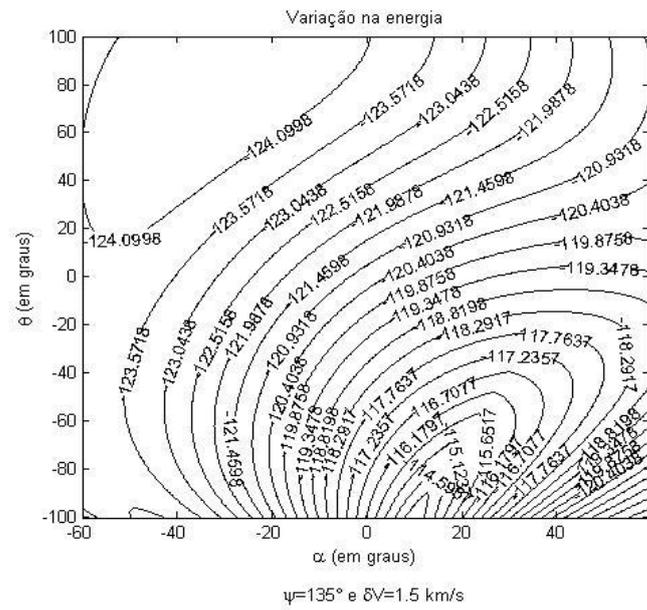


(b)

Figura 8.43 – ΔE , com $r_p=10.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi=0^\circ$, (b) $\psi=45^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.

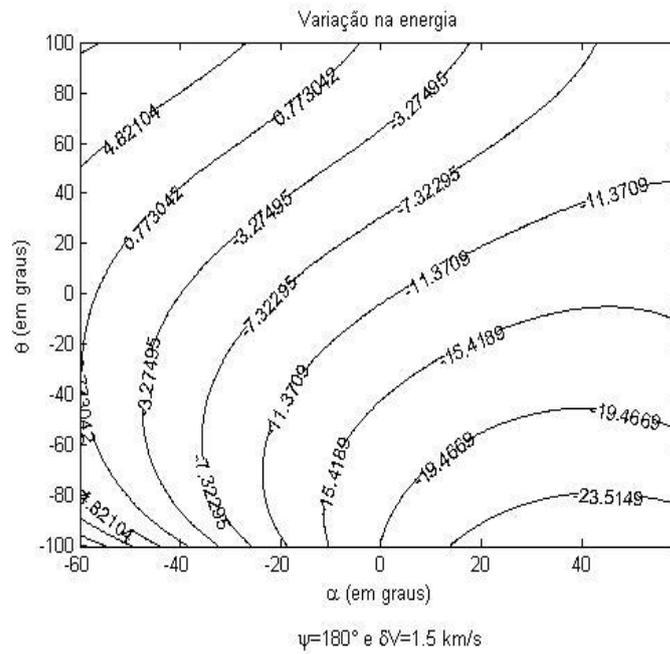


(a)

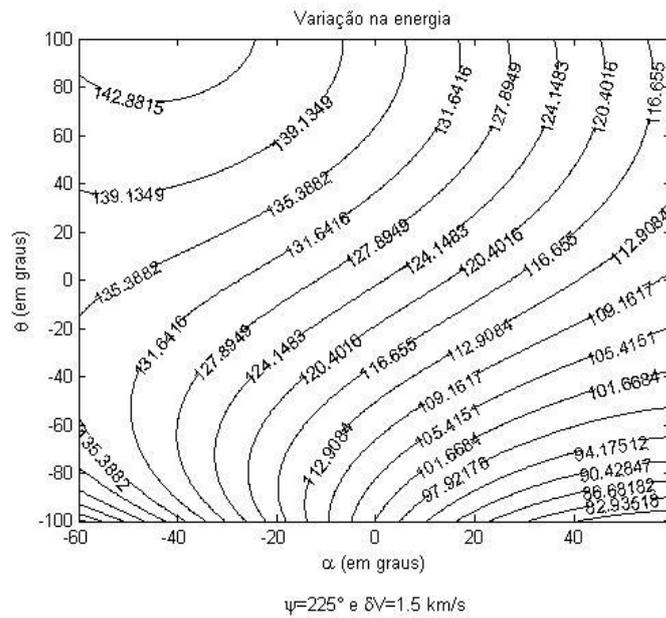


(b)

Figura 8.44 – ΔE , com $r_p = 10.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi = 90^\circ$, (b) $\psi = 135^\circ$ e $\delta V = 1.5$ km/s.

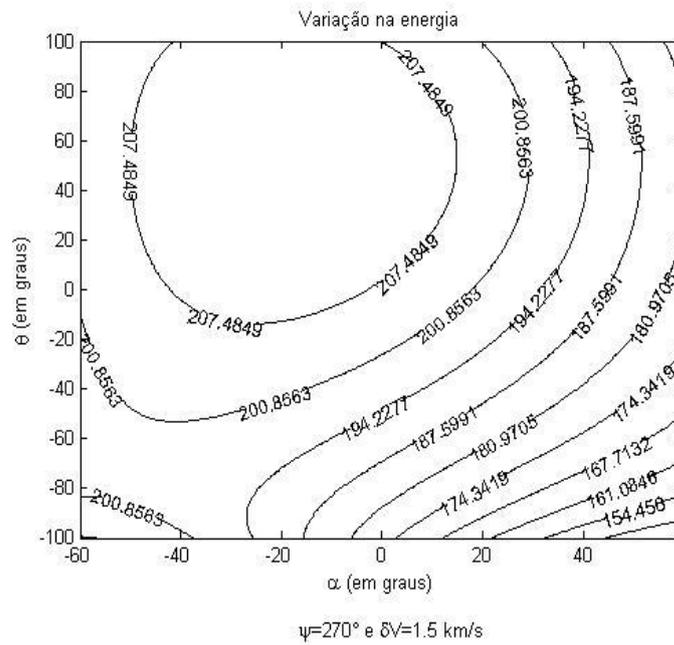


(a)

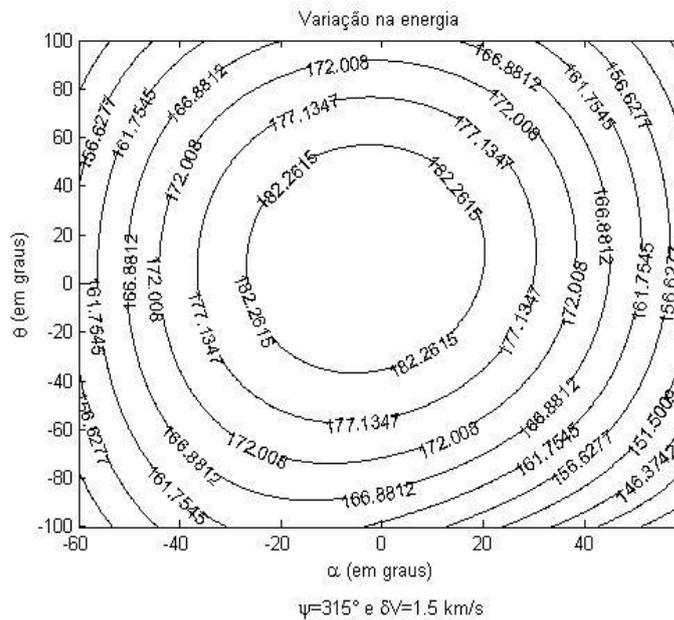


(b)

Figura 8.45 – ΔE , com $r_p=10.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi=180^\circ$, (b) $\psi=225^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.



(a)



(b)

Figura 8.46 – ΔE , com $r_p=10.0$ raios de Júpiter, (a) $\psi=270^\circ$, (b) $\psi=315^\circ$ e $\delta V=1.5$ km/s.

Na Figura 8.43(a) o impulso é aplicado no periapside, com $\theta=0^\circ$ e $\alpha=-5.5^\circ$. Esta configuração resulta na variação mínima de energia.

Na Figura 8.46(b), $\Delta E_{\text{máx}}$ ocorre para $\theta=10.53241^\circ$ e $\alpha=-3.5^\circ$.

Na Tabela 8.11 é possível ver que para todos os valores da magnitude do impulso (δV), o maior valor de variação máxima de energia ocorre quando $\psi=270^\circ$. Isso é justificado porque mesmo a órbita tendo um novo r_p ela continua próximo da região de $\psi=270^\circ$, e essa é a região onde ocorre o ganho de energia pelo Swing-By padrão, conseqüentemente esse ganho combinado com o Swing-By da nova órbita e com o impulso resulta nos maiores valores de $\Delta E_{\text{máx}}$. Essa justificativa inclui a Figura 8.46(a).

Na Tabela 8.11, para todos os casos de δV , a aplicação do impulso quando $\psi=45^\circ$ é feita no mesmo ponto e com o mesmo valor de α , $\theta=31.00837^\circ$ e $\alpha=-33^\circ$. Isso ocorre também nos casos em que $\psi=90$, $\theta=-20.52667^\circ$ e $\alpha=-8^\circ$. Quando $\psi=135^\circ$, $\theta=-100.01096^\circ$ e $\alpha=10^\circ$. Para $\psi=180^\circ$, $\theta=-100.00973^\circ$ e $\alpha=-60^\circ$. Para $\psi=225^\circ$, $\theta=-100.00232$ e $\alpha=-60$. Em todos os casos para todas as magnitudes do impulso.

O raio de influência de Júpiter é de 0.062 unidades canônicas. O valor de R, na última coluna das Tabelas 8.7, 8.8, 8.9, 8.10, 8.11 e 8.12 é o raio do periapside no momento da aplicação do impulso. Comparando os valores de R e θ é possível observar que quanto maior θ maior também é o R. O θ tende a certo valor em torno de $\pm 100^\circ$, que deve ser a assíntota da hipérbole.

Nota-se que em todos os casos o impulso foi aplicado dentro da região de influência de Júpiter.

Para os sistemas estudados, Terra-Lua-satélite e Sol-Júpiter-satélite, que comparados tem condições iniciais e dimensões diferentes, o método aplicado funcionou como esperado. Obtendo como resultado, que o melhor ponto para aplicação do impulso, com objetivo de encontrar o ponto ótimo da manobra

(variação máxima e mínima de energia) é aplicação do mesmo na direção não tangencial à órbita do satélite e fora do periapside da órbita.

Deste capítulo concluímos que tanto para o sistema Terra-Lua-veículo espacial quanto para o sistema Sol-Júpiter-veículo espacial a melhor direção para aplicar o impulso é fora do periapside e na direção não tangencial a órbita.

9 CONCLUSÕES

Foi implementado um software para o cálculo de manobras de Swing-By propulsado com o objetivo de estender os resultados de Prado (1996a), que calcula trajetórias fazendo manobras de Swing-By com aplicação de um impulso no periapside da órbita e fora da região de influência de M_2 .

Foi desenvolvido um equacionamento e implementado um software para generalizar esse trabalho, para considerar o impulso fora do periapside da órbita e na vizinhança da esfera de influência de M_2 . O objetivo é tornar flexível a aplicação de impulso nas manobras de Swing-By, de forma que se tenha como resultado as variações ótimas de energia.

Os resultados de Prado (1996a) foram reproduzidos com sucesso. Primeiramente foram testados os casos com $\theta=0^\circ$, ou seja, aplicação do impulso no periapside, com α variando de -180° a 180° , para sabermos a influência de α e comparar os resultados com os de Prado (1996a). A importância de α foi destacada rapidamente, pois ele é um ângulo que define o ângulo de deflexão da trajetória. De acordo com α , o satélite poderá se aproximar ou afastar de M_2 , acelerar ou frear. O α ideal fará o satélite aproximar o suficiente para ganhar o máximo de energia, se esse for o objetivo, sem colidir com M_2 ou sem ser capturado. Ou poderá afastar o satélite o suficiente de M_2 , para perder o máximo de energia, se este for o caso, sem que ele deixe a região de influência do corpo secundário. Os resultados obtidos foram similares aos de Prado (1996a) e assim o trabalho foi validado.

Foram feitas simulações estudando o efeito de θ apenas, adotando $\alpha=0^\circ$ mostrando que mesmo com a aplicação do impulso na direção tangencial a órbita, os melhores resultados estão fora do periapside. Na maioria deles o impulso é aplicado antes do periapside da órbita, isso acontece porque o satélite está se aproximando de M_2 , conseqüentemente ele terá mais tempo para interagir com o corpo secundário e ajustar a órbita se necessário para otimizar os resultados.

Foram feitas simulações considerando α e θ diferentes de zero, e os resultados obtidos mostraram que tanto para a variação máxima quanto para a variação mínima de energia as melhores condições de aplicação do impulso são fora do periapside da órbita ($\theta \neq 0^\circ$) e na direção não tangencial da trajetória ($\alpha \neq 0^\circ$). Na maioria dos casos estudados antes do periapside da órbita, com θ negativo. Esses resultados mostram que a aplicação do impulso é positiva.

A princípio pode parecer óbvio que o melhor local para aplicação do impulso seja no ponto (0,0), ou seja, na direção de movimento do satélite e no periapside da órbita. Porém não é isso que acontece, porque quando se aplica um impulso em condições diferentes destas, pode-se aumentar ou diminuir a variação de energia devido ao Swing-By, com isso compensando o menor ganho de energia devido ao impulso. Isso ocorre porque a órbita muda instantaneamente, logo seus parâmetros também mudam, incluindo um novo r_p , que poderá ser menor (essa mudança irá depender das condições iniciais, pode-se querer maximizar o efeito do Swing-By e então fazer com que r_p seja maior) e conseqüentemente ter um Swing-By mais eficiente. O resultado líquido desta troca é positivo. Por isso a conclusão de que aplicação do impulso fora do periapside é a mais eficiente, além também de ser flexível.

Dois sistemas foram estudados, Sol - Júpiter - partícula e Terra - Lua - partícula, que mostraram que este método funciona tanto para um sistema de menor dimensão, quanto para um sistema com maior dimensão. O ponto de ótimo tem relação com a magnitude de δV , como fixamos a magnitude em km/s, os dados usados têm pesos diferentes para os dois sistemas. Assim mostramos que o método pode ser usado de forma generalizada.

Os resultados obtidos comparados com os de Prado (1996a) são melhores, pois é um método flexível e mais realístico. Existem amplas opções e condições iniciais para se aplicar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACUÑA, A. L.; WINTER, O. C. Análise de parâmetros de close approach para remoção de asteroides da ressonância. In: COLÓQUIO BRASILEIRO DE DINÂMICA ORBITAL, 8, 1996, Santos. **Anais...** 1996. v. 1. p. 108.

ARAÚJO, R. A. **Encontros próximos**: captura gravitacional temporária e esfera de influência. 2007. f. 112. Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade Estadual Paulista – Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá. Guaratinguetá, 2007.

ARAÚJO, R. A.; WINTER, O. C.; PRADO, A. F. B. A. The swing-by effect in the vesta-magnya case. single and multiple encounters. **WSEAS Transactions on Systems**, v. 11, n. 6, p. 187-197, June 2012. Disponível em: <<http://www.wseas.org/multimedia/journals/systems/2012/55-239.pdf>>. Acesso em: 06 fev. 2013.

BELBRUNO, E. A. Examples of the nonlinear dynamics of ballistic capture and escape in the earth-moon system AIAA-90-2896. In: AIAA ASTRODYNAMICS CONFERENCE, 1990, Portland, Oregon, **Proceedings...** Portland: AIAA, 1990.

BYRNES, D. V.; D'AMARIO, L. A. A combined Halley flyby Galileo mission In: AIAA/AAS ASTRODYNAMICS CONFERENCE, 1982, San Diego, CA, Aug. **Proceedings...** San Diego: AIAA/AAS, 1982. (AIAA paper 82-1462).

CARVELL, R. Ulysses -the sun from above and below. **Space**, v. 1, p. 18-55, 1985.

CASALINO, L.; COLASURDO, G.; PASTTRONE, D. Optimal low-thrust scape trajectories using gravity assist. **Journal of Guidance, Control and Dynamic**, v. 22, n. 5, p. 637-642, 1999.

D'AMARIO, L.A., BYRNES, D.V.; STANFORD, R.H. Interplanetary trajectory optimization with application to Galileo. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 5, n. 5, p. 465-471, 1982.

DOWLING, R. L.; KOSMANN, W. J.; MINOVITCH, M. A.; RIDENOURE, R. W. The origin of gravity-propelled interplanetary space travel. In: CONGRESS OF THE INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL FEDERATION, 41., 1990, Dresden, GDR. **Proceedings...** Dresden: IAA, Oct. 6-12, 1990.

DOWLING, R.L.; KOSMANN, W.J.; MINOVITCH, M.A.; RIDENOURE, R.W., Gravity Propulsion Research at UCLA and JPL, 1962-1964. In: 41st Congress of the International Astronautical Federation, Dresden, GDR, 6-12 Oct. 1991.

DUNHAM, D.; DAVIS, S. Optimization of a multiple lunar- swing-by trajectory sequence. **Journal of Astronautical Sciences**, v. 33, n. 3, p. 275-288, 1985.

ECKEL, K.G. Optimum transfer in a central force field with n impulses. **Astronautica Acta**, v. 9, n. 5/6, p. 302-324, 1963.

ECKEL, K.G. Optimal impulsive transfer with time constraint. **Astronautica Acta**, v. 9, n. 3, p. 139-146, 1982.

FELIPE, G.; PRADO, A.F.B.A. Study of the inclination change in three-dimensional swing-by trajectories. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SPACE TECHNOLOGY AND SCIENCE, 22.,2000, 28-May to 04-June, 2000, Morioka, Japan. **Proceedings...** Morioka, 2000. p. 60 (00-j-02).

FELIPE, G.; PRADO, A. F. B. A. Trajectory selection for a spacecraft performing a two-dimensional Swing-By. **Advances in Space Research**, v. 34, n. 11, p. 2256-2261, 2004. (INPE-11649-PRE/7030).

FELIPE, G.; PRADO, A. F. B. A. Optimal maneuvers using a three dimensional gravity assist. **Nonlinear dynamics and systems theory**, v. 5, n. 1, p. 39-48, 2005.

FLANDRO, G. Fast reconnaissance missions to the outer solar system utilizing energy derived from the gravitational field of Júpiter. **Astronautical Acta**, v. 12, n. 4, 1966.

FORMIGA, J K S; PRADO, A.F.B.A. Orbital change due close approach between a planet and a particle. In: COLÓQUIO BRASILEIRO DE DINÂMICA ORBITAL, 15., 2010, Teresópolis. **Resumos...** Teresópolis: Observatório Nacional, 2010. v. 1. p. 115-115.

FORMIGA, J K S; PRADO, A. F. B. A. Orbital characteristics of a cloud of particles performing a three dimensional Swing-By. In: DINCON, 2011, Águas de Lindóia. **Anais...** São Carlos: SBMAC, 2011. v. 1.

FORMIGA, J K S.; PRADO, A. F. B. A. A Close approach between a planet and a particle: Sun-Júpiter system. In: WSEAS INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEM SCIENCE AND SIMULATION IN ENGINEERING, 11. (ICOSSE), Penang. **Proceedings...** 2011. v. RECENT RESEARCHES in POWER SYSTEMS and SYSTEMS SCIENCE 1, p. 32-37. Papel. ISBN 9781618040411.

FORMIGA, J K S.; PRADO, A.F.B.A. A study of the three dimensional swing-by in the giant planets of the solar system. In: INTERNATIONAL WORKSHOP AND ADVANCED SCHOOL SPACE FLIGHT DYNAMICS AND CONTROL, 7., 2012, Porto. **Proceedings...** Porto: Universidade do Porto, 2012. v. 1. p. 8-9.

GOMES, V. M.; PRADO, A. F. B. A. Swing-by maneuvers for a cloud of particles with planets of the Solar system. **WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics**, v. 3, n. 11, p. 859-868, 2008.

GOMES, V.M.; PRADO, A.F.B.A. **A Study of the close approach between a planet and a cloud of particles. recent advances in signal processing, robotics and automation**. Cambridge: Wseas, 2009a. p. 126-131. ISBN 978-960-474-054-3.

GOMES, V. M.; PRADO, A.F.B.A. Effects of the variation of the periapsis velocity in a swing-by maneuver of a cloud of particles. In: WSEAS INT. CONF. ON APPLIED AND THEORETICAL MECHANICS (MECHANICS '09), 5., 2009, Puerto de La Cruz. **Proceedings...** Puerto de La Cruz: WSEAS, 2009b. v. 1. p. 103-108.

GOMES, V. M.; PRADO, A. F. B. A. A Study of the impact of the initial energy in a close approach of a cloud of particles. **WSEAS Transactions on Mathematics**, v. 9, n. 10, p. 811-820, Oct. 2010.

GOMES, V. M. ; PRADO, A.F.B.A. . Effects of the initial conditions in a swing-by of a cloud of particles. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SPACE FLIGHT DYNAMICS, 22., 2011, São José dos Campos. **Proceedings...** São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2011. v. 1.

GOMES, V. M.; PRADO, A.F.B.A. Close approaches for a cloud of particles with the moon. In: WORLD CONGRESS ON APPLIED COMPUTING CONFERENCE, 5., 2012, Faro. **Proceedings...** Faro: World Scientific and Engineering Academy and Society Press, 2012. v. 1. p. 84-89.

HOELKER, R.F.; SILBER, R. The bi-elliptic transfer between circular co-planar orbits. Alabama, USA: Army Ballistic Missile Agency, Redstone Arsenal, 1959. (Tech Memo 2-59).

HOHMANN, W. Die erreichbarkeit der himmelskorper. Munique: Oldenbourg, 1925.

KOHLHASE, C. E.; PENZO, P. A. Voyager mission description. **Space Science Reviews**, v. 21, n. 2, p. 77-101, 1977.

LAPA, L.C. **Regularização de singularidades em mecânica celeste**. 2008. f. 80. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2008.

LONGUNSKI, J. M.; STRANGE, N. J. Graphical method for gravity-assist trajectory design. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 39, n. 1, p. 9-16, 2002.

MCCONAGHY, T. T.; DEBBAN, T. J.; PETROPULOS, A. E.; LONGUNSKI, J. M. Design and optimization of low-thrust gravity trajectories with gravity assist. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 40, n. 3, p. 380-387, 2003.

MELO C. F.; WINTER, O. C. transferências entre órbitas terrestres usando gravidade. In: BRAZILIAN CONFERENCE ON DYNAMICS, CONTROL AND THEIR APPLICATIONS, 5., 2006, Guaratinguetá. **Proceedings...** Guaratinguetá, 2006. v. 1. p. 1-1.

MILLER, J.K.; BELBRUNO, E.A. A Method for the construction of a lunar transfer trajectory using ballistic capture.. In: AAS/AIAA SPACE FLIGHT MECHANICS MEETING, 1991, Houston, Texas. **Proceedings...** Houston: AAS, 1991. (AAS-91-100).

MINOVICH, M. A. A method for determining interplanetary free-fall reconnaissance trajectories. Pasadena: JPL , Aug. 23, 1961. 47 p. (JPL Tec. Memo 312-130).

NASA. Messenger trajectory. desenvolvido por jhu/apl. 1999-2007. Disponível em: http://messenger.jhuapl.edu/the_mission/trajectory.html. Acesso em: 10 Fev. 2013.

NOGUEIRA, E. C.; WINTER, O. C.; PRADO, A.F.B.A. O efeito do close approach com marte sobre asteróides da ressonância 3:1. In: SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 5., 1999, São José dos Campos. **Resumos...** São José dos Campos: INPE, 1999. v. 1. p. 17-18.

NOGUEIRA, E. C.; WINTER, O. C. ; PRADO, A.F.B.A . Um estudo sobre o close encounters entre asteróides da ressonância 3:1 e os planetas interiores. In: REUNIÃO ANUAL DA SOCIEDADE ASTRONÔMICA BRASILEIRA, 2001, Águas de São Pedro. **Boletim da Sociedade Astronômica Brasileira**. São Paulo: Sociedade Astronômica Brasileira, 2001. p. 78-78.

PRADO, A. F. B. A. **Optimal transfer and swing-orbits in the two-and three-body problems**. 1993. 253 p. (INPE-5572-TAE/022). Tese de Doutorado - Faculty of the Graduate School. University of Texas, Austin, 1993.

PRADO, A. F. B. A. Powered swing-by. **Journal of Guidance Control and Dynamics**, v. 19, n. 5, p. 1142-1147, Sept. - Oct. 1996a. (INPE-6732-PRE/2754).

PRADO, A.F.B.A. Traveling between the Lagrangian points and the Earth. **Acta Astronautica**, v. 39, n. 7, p. 483-486, Oct, 1996b.

PRADO, A.F.B.A. A Study of the swing-by in the elliptic problem. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SPACE DYNAMICS, 1996, Gifu. **Proceedings...** Gifu - Japão. 1996c. p. 208-213.

PRADO, A.F.B.A. Close-approach trajectories in the elliptic restricted problem. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 20, n. 4, pp. 797-802, 1997.

PRADO, A.F.B.A. Delta-V estimate for júpiter swing-by trajectories. In: PAN-AMERICAN CONGRESS OF APPLIED MECHANICS AND EIGHTH INTERNATIONAL CONFERENCE ON DYNAMIC PROBLEMS IN MECHANICS, 6., 1999, Rio de Janeiro. **Applied Mechanics in the Americas**, 1999. v. 6. p. 263-266.

PRADO, A. F. B. A. **Trajelórias espaciais e manobras assistidas por gravidade**. São José dos Campos: INPE, 2001. 171 p. ISBN 85-17-00003-X.

PRADO, A.F.B.A. A Study of the Close Approach Between a Planet and a Cloud of Particles. **Advances in the Astronautical Sciences**, San Diego, Estados Unidos, v. 109, n.3, p. 1941-1958, 2002.

PRADO, A.F.B.A. The celestial mechanics of the three dimensional swing-by. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA (CONEM), 3., 2004, Belém. **Anais...** Belém, 2004.

PRADO, A. F. B. A. A Patched conics description of the swing-by of a group of particles. **Nonlinear Dynamics and Systems Theory**, v. 5, n. 3, p. 265-271, 2005.

PRADO, A.F.B.A. A comparison of the patched-conics approach and the restricted problem for Swing-Bys. **Advances in Space Research**, v. 40, p. 113-117, 2007.

PRADO, A. F. B. A; BROUCKE, R. A. Júpiter Swing-By trajectories passing near the Earth. **AIAA Journal**, v. 82, n. Part 2, p. 1159-1176, 1993. AAS - AIAA Spaceflight Mechanics Meeting, 3, 22-24 Feb., 1993. (INPE-5596-PRE/1811).

PRADO, A.F.B.A.; BROUCKE, R.A. Effects of atmospheric drag in Swing-By Trajectory. **Acta Astronautica**, v. 36, n. 6, p. 285-290, 1995a.

PRADO, A.F.B.A ; BROUCKE, R. A. A Classification of Swing-By trajectories using the moon. **Applied Mechanics Reviews**, v. 48, n.11, p. 138-142, 1995b.

PRADO A.F.B.A.; BROUCKE, R.A. Transfer orbits in restricted problem. **Journal of Guidance Control and Dynamics**, v. 18, n. 3, p. 593-598, May-Jun. 1995c.

PRADO, A.F.B.A. ; BROUCKE, R.A. Transfer orbits in the Earth-Moon system using a regularized model. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 19, n.4, p. 929-933, 1996.

PRADO, A. F. B. A.; BROUCKE, R. A. Planar close encounter trajectories for spacecrafts passing near júpiter. In: SCIENTIFIC ASSEMBLY OF THE COMMITTEE ON SPACE RESEARCH - COSPAR-2004, 35., 2004. Paris. **Proceedings...** Paris, 2004.

PRADO, A. F. B. A.; BROUCKE, R. A. The capture of comets by Swing-By. **Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica**, v. 24, n. 1, p. 109-130, 2005.

PRADO, A. F. B. A.; FELIPE, G. Effects of the third dimension in a close approach maneuver. In: INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL CONGRESS, 47TH, 1996, Beijing, CH. **Anais...** 1996. (INPE-6727-PRE/2749).

PRADO, A. F. B. A.; FELIPE, G. An analytical study of the powered Swing-By to perform orbital maneuvers. **Advances in Space Research**, v. 40, n. 12, p. 1769-1968, 2007

ROCCO, E.M.; PRADO, A.F.B.A.; SOUZA, M.L.O.; BALDO, J.E. Optimal bi-impulsive non-coplanar maneuvers using hyperbolic orbital transfer with time constraint. **Journal of Aerospace Engineering, Sciences and Applications**, v. 1, v. 2, p. 43-50, 2008. Disponível em: <(http://www.aeroespacial.org.br/jaesa/editions/repository/v01/n02/5-RoccoEtal.pdf)>. Acesso em 06 fev. 2013.

SANTOS, D. P.; PRADO, A. F. B. A. The use the flyby for optimal Solutions. In: DYNAMICS DAYS SOUTH AMERICA 2010: INTERNATIONAL CONFERENCE ON CHAOS AND NONLINEAR DYNAMICS, 2010, São José dos Campos. **Proceedings...** São José dos Campos: INPE, 2010. On-line. Disponível em: <http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/37U9EG5>. Acesso em: 06 fev. 2013.

SANTOS, D. P. S.; PRADO, A.F.B.A.; CASALINO, L. Performance Comparison Between Thrusters PPS1350 and the Phall 1 in Optimal Trajectories Using Gravity Assisted Maneuver and Solar Electric Propulsion (SEP). In: Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications, 8, 2009, Bauru. **Anais...** Bauru: Unesp, 2009. v. 1.

SANTOS, D.P.S.; PRADO, A.F.B.A.; CASALINO, L.; COLASURDO, G. Optimal trajectories towards near-earth-objects using Solar electric propulsion (sep) and gravity assisted maneuver. **Journal of Aerospace Engineering, Sciences and Applications**, v. 1, n. 2, pp. 51-64, 2008. Disponível em: <(http://www.aeroespacial.org.br/jaesa/editions/repository/v01/n02/6-SantosEtal.pdf)>. Acesso em: 06 fev. 2013.

SANTOS, D. P. S.; PRADO, A.F.B.A.; ROCCO, E. M. The Use of Consecutive Collision Orbits to Obtain Swing-By Maneuvers. In: International Astronautical Congress, 56, 2005, Fukuoka. **Proceedings...** 2005. v. 1.

SHTERNFELD, A. Soviet space science. New York: Basic Books, Inc., 1959. p. 109-111.

SOLORZANO, C. R. H.; SOUKHANOV, A.; PRADO, A.F.B.A. Analysis of Trajectories to Neptune Using Gravity Assists. In: THE MALCOM D. SHUSTER ASTRONAUTICS SYMPOSIUM, 2005, Grand Island. **Advances in the Astronautical Sciences**. San Diego: Univelt Inc., 2005. v. 122. p. 447-456.

SOLORZANO, C. R. H.; SOUKHANOV, A. ; PRADO, A.F.B.A. Analysis of trajectories to Neptune using gravity assists. **The Journal of the Astronautical Sciences**, v. 54, p. 583-593, 2006.

SOLORZANO, C. R. H.; PRADO, A. F. B. A.; WINTER, O. C. An interplanetary mission to neptune system: gravitational capture and maneuvers around triton. In: AAS/AIAA SPACE FLIGHT MECHANICS MEETING, 2007, Sedona. **Advances in the Astronautical Sciences**, 2007. v. 127. p. 1043-1060.

STRIEPE, S. A.; BRAUN, R. D. Effects of a Venus Swing-By periapsis burn during an Earth-Mars trajectory. **Journal of the Astronautical Sciences**, v. 39, n. 3, p. 299-312, 1991.

SUKHANOV, A. Close Approach To Sun Using Gravity Assists Of The Inner Planets. **Acta Astronautica**, v. 45, p. 177-185, 1999.

SUKHANOV, A.; VELHO, H. F. C.; MACAU, E.; WINTER, O. The aster project: flight to a near-earth asteroid. **Cosmic Research**, v. 48, p. 443-450, 2010.

TORRES, K. ; PRADO, A.F.B.A. Using a Swing-By with the Moon to Perform an Inclination Change in a Satellite. In: CONGRESSO TEMÁTICO DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES (DINCON), 4, 2005, Bauru. **Anais...** 2005. v. 1. p. 1465-1470.

VAZ, B.; PRADO, A.F.B.A. New Horizons mission and Júpiter's gravity assist maneuver. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECANICA (V CONEM), 5., 2008, Salvador. **Anais...** 2008.

VENDITTI, F. C. F.; ROCCO, E. M. ; PRADO, A.F.B.A. Multi-objective optimization of interplanetary trajectories with sequential gravity assisted maneuvers. In: Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 7, 2012, São Luís. **Anais...** 2012. v. 1. p. 1-10.

VENDITTI, F.; ROCCO, E.; PRADO, A.; SUKHANOV, A. Gravity assist maneuvers applied on interplanetary trajectories to pluto. In: INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL CONGRESS, 60., 2009, Daejeon. **Proceedings...** Daejeon: IAC, 2009.

VENDITTI, F. ; ROCCO, E. M. ; PRADO, A.F.B.A; SUKHANOV, A. A. Comparison of gravity-assisted maneuvers in different planets to optimize interplanetary. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MATHEMATICAL PROBLEMS IN ENGINEERING, AEROSPACE AND SCIENCES, 8., 2010. **Proceedings...** São Jose dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais. v. 1. p. 80-80.

VIEIRA NETO, E. & WINTER, O. C., Time analysis for temporary gravitational capture: satellites of Uranus. **Astronomical Journal**, v. 122, p. 440, 2001.

WALTON, J. M.; MARCHAL, C. AND CULP, R.D. Synthesis of the types of optimal transfers between hyperbolic asymptotes. **AIAA Journal**, v.13, n. 8, p. 980-988, 1975.

WEINSTEIN, S. S. Pluto flyby mission design concepts for very small and moderate spacecraft. In: AIAA/AAS ASTRODYNAMICS CONFERENCE, Hilton Head, 1992, South Carolina. **Proceedings...**,1992. (AIAA paper 92-4372).

WIKIPEDIA. **Sphere of influence (Astrodynamics)**. 2012. Disponível em: <http://en.wikipedia.org/wiki/Sphere_of_influence_%28astrodynamics%29> Acesso em: 13 Fev. 2013.

WINTER, O. C. Efeito do close approach em problemas de dinâmica orbital. In: COLÓQUIO BRASILEIRO DE DINÂMICA ORBITAL, 9., 1998, Águas de Lindóia - SP. **Resumos...** Unesp,1998. v. 1. p. 3.

WINTER, O. C.; NOGUEIRA, É. C.; PRADO, A. F. B. A. A Study of the close encounters between the inner planets and asteroids from the 3:1 resonance. In: ASTEROIDS, COMETS, Meteors 99', 1999, Ithaca - NY - EUA. **Proceedings...** Ithaca: ACM,1999. v. 1. p.105.