



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m19/2013/07.24.22.20-TDI

**NOVAS PERSPECTIVAS PARA A DEFINIÇÃO DE
ZONAS DE INFLUÊNCIA EM ESTUDOS
SOCIOESPACIAIS: DIAGRAMA DE VORONOI COM
PONDERAÇÃO MULTIPLICATIVA E RESTRIÇÕES
ESPACIAIS**

Maurício Carvalho Mathias de Paulo

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto, orientada pelos Drs. Antônio Miguel Vieira Monteiro, e Eduardo Celso Gerbi Carmargo aprovada em 14 de agosto de 2013.

URL do documento original:

<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3EGPDCP>

INPE
São José dos Campos
2013

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE (RE/DIR-204):**Presidente:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Membros:

Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr^a Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Dr. Germano de Souza Kienbaum - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

Dr. Manoel Alonso Gan - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Maria Tereza Smith de Brito - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Luciana Manacero - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m19/2013/07.24.22.20-TDI

**NOVAS PERSPECTIVAS PARA A DEFINIÇÃO DE
ZONAS DE INFLUÊNCIA EM ESTUDOS
SOCIOESPACIAIS: DIAGRAMA DE VORONOI COM
PONDERAÇÃO MULTIPLICATIVA E RESTRIÇÕES
ESPACIAIS**

Maurício Carvalho Mathias de Paulo

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto, orientada pelos Drs. Antônio Miguel Vieira Monteiro, e Eduardo Celso Gerbi Carmargo aprovada em 14 de agosto de 2013.

URL do documento original:

<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3EGPDCP>

INPE
São José dos Campos
2013

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Paulo, Maurício Carvalho Mathias de.

P285n Novas Perspectivas para a Definição de Zonas de Influência em Estudos Socioespaciais: diagrama de Voronoi com Ponderação Multiplicativa e Restrições Espaciais / Maurício Carvalho Mathias de Paulo. – São José dos Campos : INPE, 2013.

xx + 100 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m19/2013/07.24.22.20-TDI)

Dissertação (Mestrado em Sensoriamento Remoto) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2013.

Orientadores : Drs. Antônio Miguel Vieira Monteiro, e Eduardo Celso Gerbi Camargo.

1. diagrama de voronoi. 2. ponderado. 3. com restrições.
I.Título.

CDU 621.376.5



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

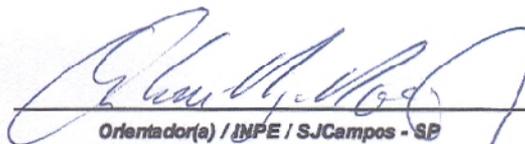
Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de **Mestre** em
Sensoriamento Remoto

Dr. Camilo Daleles Rennó



Presidente / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Antônio Miguel Vieira Monteiro



Orientador(a) / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Eduardo Celso Gerbi de Camargo



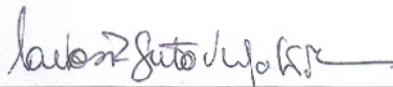
Orientador(a) / INPE / São José dos Campos - SP

Dr. Gilberto Ribeiro de Queiroz



Membro da Banca / INPE / São José dos Campos - SP

Dr. Carlos Roberto Veiga Kiffer



Convidado(a) / UNIFESP / São Paulo - SP

Dr. Clodoveu Augusto Davis Junior



Convidado(a) / UFMG / Belo Horizonte - MG

Este trabalho foi aprovado por:

() maioria simples

(X) unanimidade

Aluno (a): **Maurício Carvalho Mathias de Paulo**

São José dos Campos, 14 de Agosto de 2013

*A meus pais Wanderlei e Cristina,
à minha irmã Izabella
e à minha esposa Cassiana.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus, que mesmo quando tudo parece impossível sempre ilumina nosso caminho.

Aos Doutores Antônio Miguel Vieira Monteiro e Eduardo Celso Gerbi Camargo pela orientação e apoio durante esta jornada.

Aos oficiais do Exército Brasileiro, Cel Omar, Cel Fontoura, TC Edson, TC Meyer, TC Correia, Cap Emerson, Cap Pires, Cap Dresch e Ten Gabriel que me apoiaram durante o processo seletivo para o curso de mestrado no INPE.

À CEInfo (Coordenação de Epidemiologia e Informação), da Secretaria Municipal de Saúde de São Paulo-SP, e ao projeto EUREQA (Epidemiologia do Uso e da Resistência Bacteriana a Quimioterápicos e Antibióticos na População) que forneceram os dados necessários para aplicar o resultado deste trabalho em casos reais de gestão pública.

Ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), à Diretoria de Serviço Geográfico (DSG) e ao Exército Brasileiro pela grande oportunidade que me foi dada, ao permitirem a realização do mestrado em um instituto de tamanha importância no cenário científico nacional.

À minha querida esposa, que está ao meu lado nos momentos de alegria, sucesso, frustrações e provações.

RESUMO

A partição territorial produzida por diagramas de Voronoi encontra aplicações em diversas áreas do conhecimento, como a cartografia, geografia, meteorologia, saúde, gestão pública e outras. Em todas as aplicações o diagrama de Voronoi representa uma divisão da área de estudo entre os objetos de interesse, utilizando regras matematicamente definidas. Há também extensões do diagrama de Voronoi que permitem acrescentar hipóteses do fenômeno investigado através da inserção de regras adicionais no processo de partição territorial, ampliando as possibilidades de soluções. Este trabalho foca em duas extensões do diagrama de Voronoi aplicado a elementos com representação pontual. A primeira é denominada de diagrama de Voronoi com ponderação multiplicativa, que aplica pesos em sua formulação. A segunda, denotada de diagrama de Voronoi com ponderação multiplicativa e restrições espaciais, que introduz pesos e obstáculos para controlar a área de abrangência de cada ponto. As duas extensões consideradas são materializadas em novos algoritmos, visando desempenho e consumo de memória, para ampliar as possibilidades de uso da técnica na modelagem de fenômenos que se distribuem sobre o território. São introduzidas nos algoritmos duas formas de restrições espaciais, uma já conceitualmente presente na literatura e outra que é proposta visando minimizar a geração de regiões de não influência. Duas provas de conceito são apresentadas, uma aplicada à delimitação de áreas mercadológicas de pontos de venda de medicamentos e a outra na delimitação de áreas de abrangência de hospitais do Sistema Único de Saúde, ambas na cidade de São Paulo.

NEW PERSPECTIVES ON DEFINING INFLUENCE ZONES FOR SOCIO-SPATIAL STUDIES: CONSTRAINED AND MULTIPLICATIVELY WEIGHTED VORONOI DIAGRAMS

ABSTRACT

The territory splitting produced by the Voronoi Diagrams has found application in many fields of knowledge like cartography, geography, meteorology, health, public management and others. In every application the Voronoi diagram represents one partitioning of the area being studied among the objects of interest, using mathematically defined rules. There are extensions of the Voronoi diagrams that allow the use of additional hypothesis of the phenomena being studied by inserting additional rules in the territory splitting process, thus extending the possible solutions. This work focuses on two extensions of the Voronoi diagram, applied to elements represented by points. The first one is called Multiplicatively Weighted Voronoi diagram, that introduce weights in the equations. The second, called Constrained Multiplicatively Weighted Voronoi diagram, introduce weights and obstacles to control the dominance area of each point. New algorithms for both extensions were developed, aiming to improve processing time and memory usage, to widen the possible applications of these diagrams on the modeling of spatial phenomena. Two concepts of constraints are introduced in the algorithms, one previously available in the literature and one proposed in this document that lowers the occurrence of regions without any influence. Two proofs of concept are presented, one applied to defining the market areas of each Antibiotics sales point and one to defining the catchment areas of public hospitals of the Brazilian health system, both in São Paulo city.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Em (a) linhas de fronteiras entre as regiões $Z(p_i)$ e $Z(p_j)$, em (b) diagrama de Voronoi produzido após as interseções entre as regiões.	8
2.2 Em (a) o DVO e em (b) o DVPA.	10
2.3 Em (a) zonas de influência de p_i e p_j quando $w_i > w_j$. Em (b) quando $w_i = w_j$	11
2.4 Zona de influência do ponto p_i devido à presença de p_j e p_k	12
2.5 DVO (a) e DVPM (b).	13
2.6 Visibilidade do ponto p_i devido à presença dos obstáculos b_1 , b_2 e b_3 . As regiões em cinza representam as “sombas”.	14
2.7 Segmentos que compõem a zona de influência do ponto p_1	15
2.8 Zona de influência do ponto p_1 composta por duas regiões desconectadas.	20
2.9 Em (a) segmentos presentes no <i>Arranjo</i> . Em (b) segmentos que compõem a linha de fronteira de p_1	22
3.1 Exemplo ilustrativo em que a rotina <i>RegiaoDeNaoVisibilidade</i> é aplicada.	27
3.2 Ângulos utilizados para verificar quais pontos do retângulo envolvente se encontram entre duas semi-retas.	27
3.3 Zonas de influência de p_i e p_j . Em (a) quando $w_i > w_j$, em (b) quando $w_i < w_j$ e em (c) quando $w_i = w_j$	29
3.4 Aproximação do arco de circunferência por segmentos de reta.	31
3.5 Erro linear decorrente da aproximação de um arco de circunferência por segmentos de reta.	32
3.6 Elementos envolvidos na aproximação de arcos por segmentos de retas.	33
3.7 DVPM aplicado a um conjunto de pontos geradores.	35
3.8 Regiões de visibilidade (verde) e de não visibilidade (branco) de p_i , devido à presença do k -ésimo obstáculo (cinza).	39
3.9 Regiões de não visibilidade do ponto p_i , compostas por segmentos de retas oriundos do k -ésimo obstáculo e do retângulo envolvente.	40
3.10 Exemplos de regiões de não visibilidade. Em (a) conforme Wang e Tsin (1998) e em (b) visibilidade por objetos.	42
3.11 Etapas para a construção da zona de influência restrita do ponto p_i devido à presença de um ponto p_j e de um obstáculo.	44
3.12 Fluxograma da utilização de concorrência para a construção do DVPM	48

3.13	Acesso da extensão através do menu do <i>TerraView</i>	50
3.14	Interface gráfica para a execução do DVPM e DVPM-RE.	51
4.1	Distribuição dos pontos de venda de antibióticos na cidade de São Paulo.	55
4.2	Geração de <i>seções</i> por meio de interseção.	57
4.3	Fluxograma da metodologia para cálculo de estimativas anuais da densidade de uso populacional de CIP na cidade de São Paulo.	58
4.4	Em (a) o histograma de DDD anual nos pontos de venda. Em (b) a frequência acumulada do logaritmo do DDD anual na base 10.	59
4.5	Densidade anual do uso populacional de CIP por zonas de influência. Em (a) via DVO e em (b) via DVPM.	60
4.6	Distribuição da densidade anual de uso populacional de CIP por setor censitário. Em (a) via DVO e em (b) via DVPM.	61
4.7	Síntese do banco de dados com as informações dos centros de atendimento SUS, a base de distritos e obstáculos considerados.	64
4.8	Fluxograma da metodologia proposta pela CEInfo.	65
4.9	Determinação das <i>seções</i> por meio da interseção entre uma zona de influência e os distritos.	67
4.10	Fluxograma da proposta metodológica baseada em diagramas de Voronoi.	69
4.11	Em (a) superfície do número de atendimentos em internações cirúrgicas de emergência e em (b) estimativas do indicador de oferta e demanda por distrito, obtidas por meio de operação de média zonal.	71
4.12	Em (a) procedimento de interpolação via MPID. Em (b) agregação por média zonal.	72
4.13	Estimativas do número de atendimentos em locais distantes dos grandes centros de saúde.	72
4.14	Em (a) o histograma da quantidade de atendimento dos hospitais SUS, em 2010. Em (b) o resultado do DVPM e em (c) o mapa do indicador de oferta (por quintis) e demanda via DVPM.	74
4.15	Em (a) zonas de influência via DVPM-RE ^{WT} , em (b) zonas de influência via DVPM-RE ^P , em (c) o mapa do indicador de oferta e demanda (por quintis) via DVPM-RE ^{WT} e em (d) o mapa do indicador de oferta e demanda (por quintis) via DVPM-RE ^P	76
4.16	Polígonos gerados devido aos diferentes pontos de vista de cada ponto gerador. Em (a) conforme Wang e Tsin (1998). Em (b) com o conceito de visibilidade proposto por objetos.	77

4.17	Mapas resultantes do indicador de oferta e demanda: em (a) via CEInfo, em (b) via DVPM, em (c) via DVPM-RE ^{WT} e em (d) via DVPM-RE ^P . . .	79
B.1	Diagrama das principais classes utilizadas para representar polígonos generalizados.	95
C.1	Mapa de distritos da cidade de São Paulo.	97

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Motivação e Contexto	1
1.2 Objetivos	3
1.3 Contribuições	4
1.4 Organização da Dissertação	4
2 REVISÃO DA LITERATURA	7
2.1 Matemática dos Diagramas de Voronoi	7
2.1.1 Diagrama de Voronoi Ordinário (DVO)	7
2.1.2 Diagrama de Voronoi com Ponderação Aditiva (DVPA)	9
2.1.3 Diagrama de Voronoi com Ponderação Multiplicativa (DVPM)	10
2.1.4 Restrições Espaciais (RE) e Visibilidade	13
2.2 Diagramas de Voronoi em Aplicações Geográficas	15
2.2.1 Saúde, Educação e Serviços Regionais	15
2.2.2 Comportamento do Consumidor	16
2.2.3 Transporte e Logística	18
2.2.4 Telecomunicações	18
2.3 Métodos Computacionais	19
2.3.1 Algoritmos para a Construção do DVPM	19
2.3.2 Algoritmos Para a Construção de DVPM-RE	21
2.3.3 Complexidade Computacional	23
3 NOVAS ABORDAGENS PARA DIAGRAMAS DE VORONOI EM PROBLEMAS GEOGRÁFICOS: ALGORITMOS BASE- ADOS EM POLÍGONOS GENERALIZADOS COM USO DE RESTRICÇÃO ESPACIAL	25
3.1 Rotinas Comuns aos Algoritmos de DVPM e DVPM-RE	25
3.1.1 Rotina para Construção de Regiões de Não Visibilidade	26
3.1.2 Rotina para Construção da Zona de Influência entre Dois Pontos	29
3.1.3 Rotina para Aproximação de Arcos de Circunferências em Segmentos de Retas	31

3.2	Construção do Diagrama de Voronoi com Ponderação Multiplicativa (DVPM)	34
3.2.1	Síntese do Algoritmo DVPM	34
3.2.2	Complexidade Computacional do DVPM	36
3.3	Construção do Diagrama de Voronoi com Ponderação Multiplicativa e Restrições Espaciais (DVPM-RE)	37
3.3.1	Rotina para Construção de Regiões de Não Visibilidade Conforme Wang e Tsin (1998)	38
3.3.2	Rotina para Construção de Regiões de Não Visibilidade por Objetos	41
3.3.3	Síntese do Algoritmo DVPM-RE	43
3.3.4	Complexidade Computacional do DVPM-RE	46
3.4	Algoritmos para Processamento Paralelo	48
3.5	Implementação no <i>TerraView</i>	49
4	DOIS PROBLEMAS ESPACIAIS EM SAÚDE PÚBLICA COMO PROVAS DE CONCEITO	53
4.1	Estimativas da Densidade de Uso Populacional de Antibióticos na Cidade de São Paulo	53
4.1.1	Introdução	53
4.1.2	Área de Estudo e Dados	54
4.1.3	Metodologia	55
4.1.4	Resultados	59
4.1.5	Considerações Finais	61
4.2	Estimativas do Indicador de Oferta e Demanda dos Hospitais do Sistema Único de Saúde na Cidade de São Paulo	62
4.2.1	Introdução	62
4.2.2	Área de Estudo e os Dados	62
4.2.3	Proposta Metodológica da CEInfo	64
4.2.4	Proposta Metodológica Baseada em Diagramas de Voronoi	65
4.2.5	Resultados e Discussões	70
4.2.6	Considerações Finais	80
5	CONCLUSÃO	83

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	87
APÊNDICE A - Pseudo-código do algoritmo de Wang e Tsin	93
APÊNDICE B - Polígonos Definidos por Segmentos de Reta e Arcos de Circunferências na biblioteca CGAL.	95
APÊNDICE C - Mapa de Distritos da Cidade de São Paulo	97
APÊNDICE D - Código Fonte em SQL para processar os relaciona- mentos do estudo de caso de hospitais públicos	99

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação e Contexto

Particionar uma paisagem natural, construída ou transformada, com base em um conjunto de áreas não sobrepostas, sob as quais podem ser agregadas informações oriundas de diversas fontes, tem sido uma tarefa necessária aos estudos que buscam a construção de medidas e estimativas que podem auxiliar na compreensão dos complexos fenômenos socioespaciais que produziram ou produzem aquela paisagem. Essas áreas são denominadas áreas de abrangência ou zonas de influência. Geralmente são construídas a partir de elementos ou objetos com representação pontual, com localizações bem definidas no espaço geográfico em estudo, como por exemplo, escolas, hospitais, postos de correios, agências bancárias, centros comerciais e outros.

Para elucidar melhor o problema da partição do espaço, considere a distribuição dos hospitais públicos em uma cidade. Neste caso, é importante para os órgãos gerenciadores de recursos em saúde o conhecimento da zona de influência, da capacidade de atendimento e da acessibilidade a cada unidade, em virtude destes constituírem aspectos fundamentais para garantir um atendimento de qualidade à população. Outro exemplo se refere a um artigo recém publicado (KIFFER et al., 2011), que pesquisa o risco de resistência bacteriana oriunda da *Escherichia coli* em função do consumo populacional de *ciprofloxacina*, na cidade de São Paulo. Uma das etapas necessárias deste estudo foi o estabelecimento das zonas de influência dos pontos de vendas do medicamento, para posteriormente investigar a relação entre risco de resistência e consumo.

A literatura aponta para diversas metodologias que servem de auxílio na definição dessas zonas de influência, algumas que exigem recursos matemáticos e estatísticos complexos, outras empíricas, em que o analista, à partir do conhecimento dos dados, estabelece a subdivisão das áreas. Este trabalho optou por uma solução prática e diferenciada baseada em um formalismo matemático conhecido como diagramas de Voronoi (AURENHAMMER; EDELSBRUNNER, 1984).

O diagrama de Voronoi em sua formulação clássica é chamado de diagrama de Voronoi Ordinário (DVO). A idéia é relativamente simples. Dado um conjunto de pontos no plano, um DVO é uma subdivisão desse plano em áreas formadas pelos lugares mais próximos a cada um dos pontos (AURENHAMMER; KLEIN, 2000). Em síntese, o

diagrama de Voronoi está associado a problemas envolvendo a proximidade, que podem ocorrer em vários domínios de aplicações, como o planejamento urbano-regional, arqueologia, biologia, cartografia, mineralogia, geomarketing, entre outros (OKABE et al., 2008).

Uma das primeiras aplicações com diagramas de Voronoi foi a estimação da média de precipitação em uma área de estudo à partir de estações meteorológicas irregularmente distribuídas (THIESSEN, 1911). A delimitação em zonas de influência busca modelar a região em torno de cada ponto, baseado numa hipótese válida. No caso da precipitação, Thiessen considerou a hipótese de que a precipitação medida em cada estação meteorológica se distribui igualmente em toda sua zona de influência. Por esta aplicação o diagrama de Voronoi passou a ser também conhecido como polígonos de Thiessen.

As zonas de influência geradas através do diagrama de Voronoi ordinário podem ser interpretadas de duas formas (BOOTS, 1986):

- i) Como um modelo de atribuição de área: o espaço é dividido a partir de um conjunto de pontos utilizando regras conhecidas, permitindo a avaliação teórica da aplicabilidade da divisão territorial ao problema estudado. Estudos geográficos em domínios sociais podem utilizar este modelo para dividir a área de estudo através de uma simplificação do comportamento do fenômeno. A cada ponto é atribuída uma região de domínio, segundo as regras de construção do diagrama.
- ii) Como um modelo de crescimento: a influência dos objetos representa uma frente de onda circular que cresce em todas as direções, partindo do objeto e com velocidade conhecida. Desta forma, a zona de influência de cada ponto representa onde as frentes de onda se encontram. Essa interpretação pode ser aplicada em estudos de transporte, por exemplo, considerando que cada ponto no diagrama é o ponto de partida de um veículo e as zonas de influência representam os lugares que cada veículo alcança antes dos demais.

Os modelos descritos acima representam os conceitos utilizados na maior parte dos problemas nos quais o diagrama de Voronoi pode ser empregado. Porém, a divisão geométrica imposta pelo DVO pode não ser a mais adequada para algumas aplicações. Nessas situações são aplicadas extensões da técnica, como, por exemplo, o diagrama de Voronoi ponderado, que muda o conceito de distância entre os pontos

por inserir pesos em sua formulação. A definição de distância influencia diretamente as propriedades matemáticas dos diagramas de Voronoi ponderados.

Dentre as extensões mais utilizadas estão a ponderação aditiva e a ponderação multiplicativa. Na ponderação aditiva, o peso é somado à distância euclidiana, enquanto na multiplicativa, a distância é dividida pelo peso. É importante que a técnica de ponderação empregada leve em conta, sempre que possível, as propriedades do fenômeno investigado. Dessa forma, a definição de distância do modelo de ponderação escolhido deve ser uma aproximação adequada do comportamento espacial do fenômeno estudado. Por exemplo, para fenômenos em que o poder de atração de um ponto é inversamente proporcional à distância, a ponderação multiplicativa é mais adequada que a ponderação aditiva.

Outro tipo de extensão que permite alterar o processo de partição do território é a inclusão de restrições espaciais. No contexto deste trabalho, restrição espacial ou simplesmente obstáculo se refere a elementos do mundo real, como, por exemplo, rios, estradas, parques, e outros. Tais obstáculos interferem na construção das zonas de influência, alterando o conceito de distância, o qual passa a depender também da presença ou ausência destes obstáculos na reta que interliga dois pontos. A forma como a distância é alterada pela presença dos obstáculos é chamada de visibilidade entre dois pontos.

Neste contexto, os objetivos e contribuições deste trabalho são descritos nas seções seguintes.

1.2 Objetivos

Este trabalho busca viabilizar a utilização de duas extensões do diagrama de Voronoi clássico para auxílio na modelagem de problemas como, por exemplo, de gestão pública e socioespaciais em áreas urbanas. Tais extensões possibilitam maior controle, por parte do usuário, na determinação das partições, através da inclusão de pesos que distinguem os pontos e da inclusão de obstáculos que restringem as zonas de influência. As duas extensões contempladas neste trabalho são denominadas de diagrama de Voronoi com Ponderação Multiplicativa (DVPM) e de diagrama de Voronoi com Ponderação Multiplicativa e Restrições Espaciais (DVPM-RE). São discutidas soluções algorítmicas para a construção dos DVPM e DVPM-RE, observando sempre as possibilidades de aplicação nos estudos de fenômenos geográficos.

1.3 Contribuições

Até o presente momento, a literatura apresenta diversos algoritmos que foram desenvolvidos para a geração do DVPM (AURENHAMMER; EDELSBRUNNER, 1984; MU, 2004; GONG et al., 2011), mas poucos consideram a inclusão de restrições espaciais no processo (DVPM-RE) (WANG; TSIN, 1998; CARNASCIALI, 2010). Além disso, o DVPM possui algumas limitações inerentes ao modelo matemático utilizado, que precisam ser contornadas para atender de forma mais adequada a algumas aplicações (AURENHAMMER; EDELSBRUNNER, 1984). Assim, este trabalho traz as seguintes contribuições:

- i) O desenvolvimento de um algoritmo para a construção do DVPM utilizando operações de conjuntos em polígonos generalizados, o que permite a construção de áreas descontínuas e controle na aproximação de arcos de circunferência por segmentos de reta;
- ii) O desenvolvimento de um algoritmo para a construção do DVPM-RE que emprega operações de conjuntos em polígonos generalizados, com menor exigência de armazenamento em memória que os algoritmos presentes na literatura, e permite a utilização de dois conceitos de visibilidade. O primeiro, emprega o conceito de Wang e Tsin (1998) e o segundo, emprega um novo conceito de visibilidade visando minimizar a geração de regiões de não influência decorrentes da geometria dos obstáculos;
- iii) Implementação dos algoritmos no ambiente de Sistema de Informações Geográficas (SIG) de código aberto *TerraView* (INPE, 2012);
- iv) Apresentação de duas provas de conceito nas quais os algoritmos são empregados. A primeira trata da delimitação das zonas de influência de pontos de vendas de medicamentos. A segunda trata da delimitação das zonas de influência de hospitais públicos, a partir da quantidade anual de atendimentos registrada em cada hospital. Ambas as provas de conceito são apresentadas com dados da cidade de São Paulo.

1.4 Organização da Dissertação

Este documento está estruturado em mais 4 capítulos. O Capítulo 2 contém uma revisão da literatura associada a diagramas de Voronoi ordinários e ponderados.

Na Seção 2.1, são apresentados os conceitos matemáticos necessários para a compreensão das situações em que os diagramas de Voronoi podem ser utilizados e das particularidades de cada tipo de ponderação. Na Seção 2.2, é apresentada uma gama de aplicações geográficas, que empregaram os diagramas de Voronoi ordinário e ponderados nas soluções dos problemas investigados. Na Seção 2.3, são apresentados os principais métodos computacionais encontrados na literatura que podem ser utilizados para produzir os DVPM e DVPM-RE. O Capítulo 3 apresenta os detalhes dos algoritmos propostos e desenvolvidos neste trabalho, conjuntamente com considerações relativas a outros algoritmos existentes na literatura. O Capítulo 4 apresenta duas provas de conceito. A primeira ilustra a diferença entre utilizar o DVO e o DVPM, e a segunda entre o DVPM e DVPM-RE. Por fim, o Capítulo 5 apresenta as considerações finais deste trabalho.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Matemática dos Diagramas de Voronoi

Esta Seção apresenta o formalismo e as técnicas de ponderação associadas às extensões do DVO conhecidas como Aditiva e Multiplicativa, ilustrando as particularidades que cada diagrama produz e suas diferenças em relação ao DVO. Existem diversas outras extensões possíveis para o DVO, que consideram elementos com representações pontuais, lineares e poligonais, para estabelecer a partição territorial. Há também diagramas de Voronoi que se aplicam em mais de duas dimensões (AURENHAMMER; KLEIN, 2000). Esta revisão se limita às descrições das extensões Aditiva e Multiplicativa do diagrama de Voronoi a partir de objetos com representação pontual. Tais extensões possuem um amplo leque de aplicações e crescente uso no domínio de problemas urbanos de natureza socioespacial.

2.1.1 Diagrama de Voronoi Ordinário (DVO)

Considere um conjunto de pontos $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \subset \mathfrak{R}^2$. Cada elemento de P é denominado ponto gerador. É possível subdividir a área de estudo, de modo que, cada ponto gerador ($p_i \in P$) esteja associado a uma zona de influência $Z(p_i)$, satisfazendo (BOOTS, 1986):

$$Z(p_i) = \{\forall x \in \mathfrak{R}^2 \mid d(x, p_i) \leq d(x, p_j), \forall p_j \neq p_i\} \quad (2.1)$$

em que:

p_i e p_j : são os i -ésimos e j -ésimos pontos geradores;

x : são localizações no plano;

$d(x, p_i)$ e $d(x, p_j)$: são as distâncias euclidianas entre o ponto x e os pontos p_i e p_j , respectivamente.

No DVO, as regiões $Z(p_i \mid p_j)$ são delimitadas pelas localidades x que são equidistantes ao par de pontos geradores p_i e p_j . Os lugares geométricos que atendem a estas condições representam as linhas de fronteiras $Fr_{i,j}$ (retas mediatrizes) entre as regiões $Z(p_i \mid p_j)$ e $Z(p_j \mid p_i)$. Da interseção das regiões $Z(p_i \mid p_j)$ obtém-se a zona de influência $Z(p_i)$, conforme (GONG et al., 2011):

$$Z(p_i) = \bigcap_{\forall p_j \in P, p_i \neq p_j} Z(p_i | p_j) \quad (2.2)$$

A Figura 2.1 (a) ilustra um exemplo onde as zonas de influência $Z(p_i)$ representam as localidades do plano, onde a distância a p_i é menor que a distância a todos os demais pontos do conjunto P , ou seja, p_i é o vizinho mais próximo. O conjunto das regiões $Z(p_i)$ é denotado de diagrama de Voronoi ordinário, conforme o exemplo ilustrado na Figura 2.1 (b).

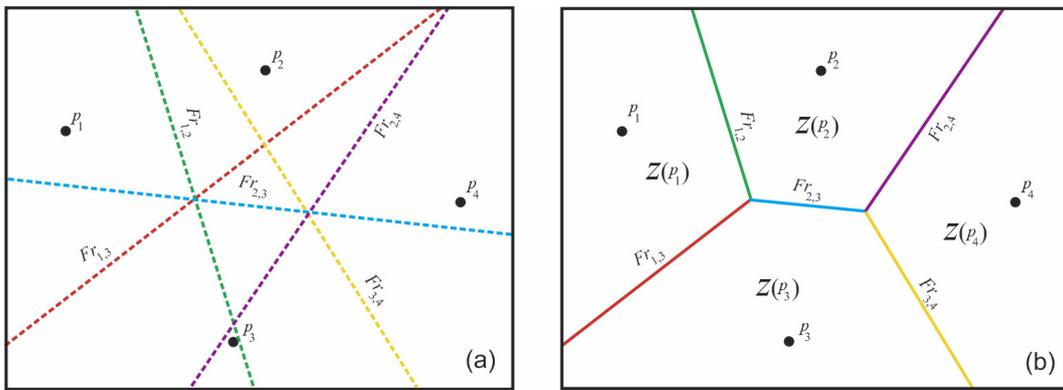


Figura 2.1 - Em (a) linhas de fronteiras entre as regiões $Z(p_i)$ e $Z(p_j)$, em (b) diagrama de Voronoi produzido após as interseções entre as regiões.

A literatura apresenta algumas extensões para o diagrama de Voronoi. Uma das mais empregadas é conhecida como diagrama de Voronoi ponderado. Neste tipo de extensão a distância euclidiana $d(x, p_i)$ é substituída por uma distância ponderada, denotada $d_w(x, p_i)$ (AURENHAMMER; EDELSBRUNNER, 1984). Na definição de $d_w(x, p_i)$ faz-se necessário o estabelecimento de pesos (w_i). Geralmente em aplicações geográficas o peso deve ser uma propriedade numérica do fenômeno mapeado pelo ponto p_i , que será levada em consideração na divisão territorial (BOOTS, 1986). Neste caso, cada ponto deve possuir um valor de peso. Isto permite caracterizar diferenças de relevância entre os pontos geradores, que conseqüentemente são refletidas nas zonas de influência geradas.

As seções seguintes apresentam com mais detalhes duas definições de distância ponderadas, $d_w(x, p_i)$, presentes na literatura. A primeira métrica adiciona o peso de

cada ponto à distância e a segunda multiplica a distância pelo inverso do peso. Ambas definições produzem diagramas com características distintas.

2.1.2 Diagrama de Voronoi com Ponderação Aditiva (DVPA)

O DVPA é produzido em função da distância ponderada $d_w(x, p_i)$, como sendo a soma do peso w_i à distância euclidiana entre x e p_i , conforme (BOOTS, 1986):

$$d_w(x, p_i) = d(x, p_i) + w_i \quad (2.3)$$

As fronteiras ($Fr_{i,j}$) representadas pelas localizações x das zonas de influência dos pontos p_i e p_j , com pesos w_i e w_j respectivamente, são definidas conforme (ANTON et al., 1998):

$$\begin{aligned} d_w(x, p_i) = d_w(x, p_j) &\Rightarrow d(x, p_i) + w_i = d(x, p_j) + w_j \Rightarrow \\ &\Rightarrow d(x, p_i) - d(x, p_j) = w_j - w_i \end{aligned} \quad (2.4)$$

Na Equação 2.4 a diferença entre as distâncias euclidianas ($d(x, p_i)$ e $d(x, p_j)$) é igual à constante $w_i - w_j$, que define uma hipérbole, na qual o valor dos pesos determina diretamente a diferença entre as distâncias nas fronteiras (ANTON et al., 1998). A unidade mais indicada para inserir os pesos é a mesma unidade do sistema de coordenadas do conjunto de pontos. Neste diagrama, o peso pode ser interpretado como o raio mínimo de influência de cada ponto gerador (BOOTS, 1986).

A Figura 2.2 ilustra um exemplo do DVO e DVPA, ambos construídos à partir do mesmo conjunto de pontos geradores. Os círculos em vermelho na Figura 2.2 (b) representam os pesos de cada ponto.

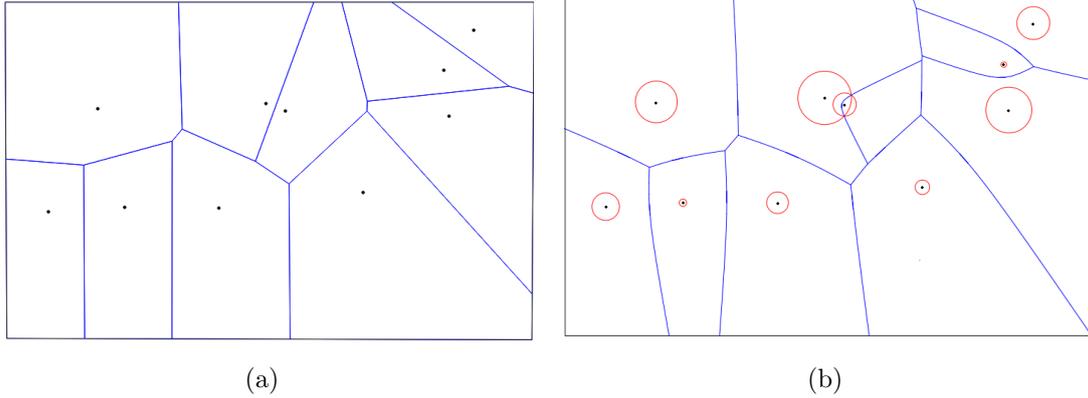


Figura 2.2 - Em (a) o DVO e em (b) o DVPA.

Diferente do DVO, o DVPA pode ser entendido como diagrama de Voronoi de discos no plano, porque os pesos são somados às distâncias. Portanto, os pesos podem ser traduzidos como os raios das circunferências que representam as zonas mínimas de influência de cada ponto gerador.

2.1.3 Diagrama de Voronoi com Ponderação Multiplicativa (DVPM)

O diagrama de Voronoi com ponderação multiplicativa utiliza como definição de distância ponderada ($d_w(x, p_i)$) a razão da distância euclidiana ($d(x, p_i)$) pelo peso (w_i) do ponto gerador (p_i), conforme (AURENHAMMER; EDELSBRUNNER, 1984):

$$d_w(x, p_i) = \frac{d(x, p_i)}{w_i} \quad (2.5)$$

Neste diagrama as zonas de influência dos pontos são delimitadas por segmentos de círculos de Apolônio (MU, 2004), resultado da razão das distâncias euclidianas a dois pontos geradores (p_i e p_j) ser igual à constante $\frac{w_i}{w_j}$, conforme:

$$d_w(x, p_i) = d_w(x, p_j) \Rightarrow \frac{d(x, p_i)}{d(x, p_j)} = \frac{w_i}{w_j} \quad (2.6)$$

Uma prova simples da fronteira ser circular pode ser feita, sem perda de generalidade, considerando $p_i = (0, 0)$ e $p_j = (0, a)$ e $\frac{w_i}{w_j} = c$. Substituindo na Equação 2.6, tem-se:

$$\frac{|(x_i, x_j) - (0, 0)|}{|(x_i, x_j) - (0, a)|} = c \Rightarrow x_i^2 + x_j^2 = c \cdot (x_i^2 + (x_j - a)^2)$$

$$(1 - c)x_i^2 + (1 - c)x_j^2 + 2acx_j - ca^2 = 0 \quad (2.7)$$

A Equação 2.7 mostra que nos casos em que $w_i \neq w_j$ a linha de fronteira entre dois pontos geradores é definida por uma circunferência. Esta circunferência tem centro $(c_{i,j})$ e raio $(r_{i,j})$, ambos definidos em função das coordenadas de p_i e p_j ($i \neq j$) e de seus respectivos pesos w_i e w_j , conforme segue (AURENHAMMER; EDELSBRUNNER, 1984):

$$c_{i,j} = \frac{w_j^2 \cdot p_i - w_i^2 \cdot p_j}{w_i^2 - w_j^2} \quad e \quad r_{i,j} = \frac{w_i \cdot w_j \cdot |p_i - p_j|}{w_i^2 - w_j^2} \quad (2.8)$$

Quando $w_i \neq w_j$, é atribuída ao ponto de maior peso a área externa ao círculo e ao ponto de menor peso a área interna do círculo, conforme exemplo ilustrado na Figura 2.3(a). Nos casos em que $w_i = w_j$, a fronteira de influência é degenerada à reta mediatriz entre os dois pontos, representando o mesmo relacionamento do diagrama de Voronoi ordinário. A Figura 2.3(b) ilustra esta exceção.

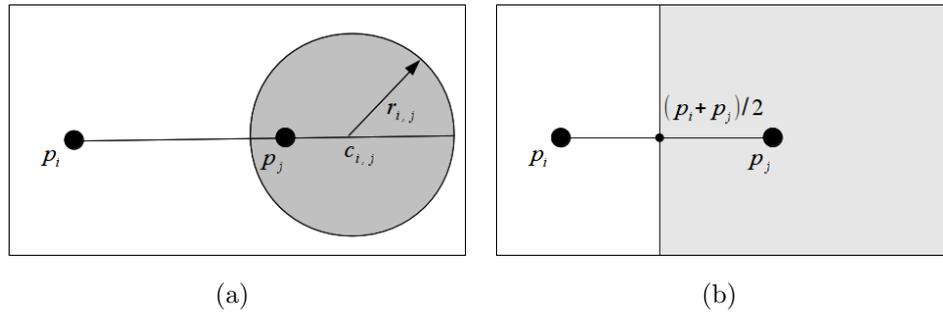


Figura 2.3 - Em (a) zonas de influência de p_i e p_j quando $w_i > w_j$. Em (b) quando $w_i = w_j$.

Ao considerar um diagrama com mais de dois pontos, a zona de influência de um ponto p_i é a região que ele sempre domina, ou seja, a interseção das zonas de influência delimitadas pelos círculos de Apolônio (MU, 2004) construídos entre o ponto p_i e

os demais p_j . A Figura 2.4 exemplifica a zona de influência do ponto p_i (em branco), obtida através da interseção entre as áreas de domínio de p_i sobre p_j e p_k . Estas áreas são delimitadas pelas circunferências que representam as linhas de fronteiras dois a dois, $Fr_{i,j}$ e $Fr_{i,k}$ respectivamente. Neste exemplo, p_i domina p_j e é dominado por p_k , pois $w_k > w_i > w_j$.

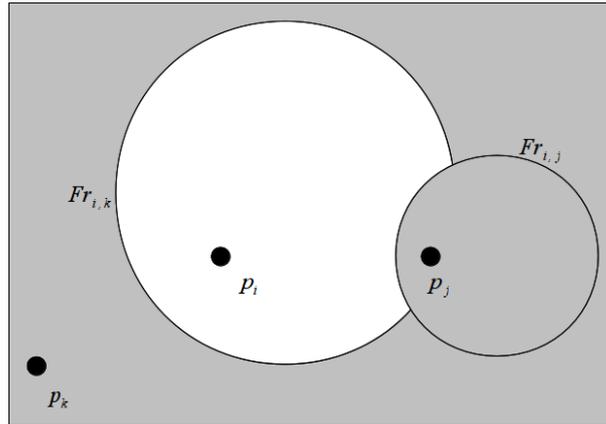


Figura 2.4 - Zona de influência do ponto p_i devido à presença de p_j e p_k .

O DVPM é composto pelas zonas de influência de cada ponto gerador p_i pertencente ao conjunto P . A Figura 2.5 ilustra um exemplo da comparação entre um DVO e um DVPM aplicados ao mesmo conjunto de pontos. Observa-se que as zonas de influência em ambos os diagramas são distintas. Esta diferença se dá pelo valor do atributo de ponderação, aplicado ao DVPM, de cada ponto gerador em relação aos demais pontos.

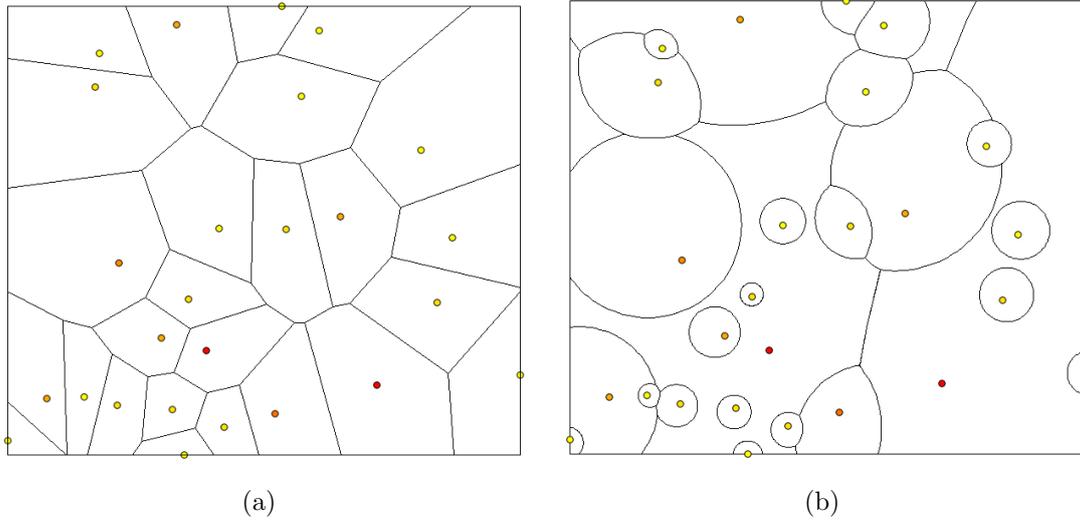


Figura 2.5 - DVO (a) e DVPM (b).

2.1.4 Restrições Espaciais (RE) e Visibilidade

A literatura aponta para diversas extensões dos diagramas de Voronoi que possibilitam a inclusão de restrições espaciais, como os DVO-RE, DVPM-RE e também o diagrama de Voronoi geodésico. Esta seção limita-se apenas ao DVPM-RE, por ser o objeto de estudo deste trabalho. Para as demais extensões sugere-se a leitura de Aurenhammer e Klein (2000).

A utilização de restrições espaciais em diagramas de Voronoi significa inserir no processo de construção dos diagramas obstáculos que não permitam que alguns pontos influenciem determinadas regiões. Isto pode ser realizado empregando-se o conceito de visibilidade de Wang e Tsin (1998).

O conceito de visibilidade, conforme Wang e Tsin (1998), altera a definição de distância entre dois pontos. Considere um conjunto P que contém n pontos p_i , $i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$, em um plano, com pesos w_i respectivamente. A distância ponderada com restrições espaciais, $d_{w_r}(x, p_i)$, entre uma localização x e um ponto p_i , é definida conforme (WANG; TSIN, 1998):

$$d_{w_r}(x, p_i) = \begin{cases} d_w(x, p_i), & \text{se } x \text{ e } p_i \text{ são visíveis um ao outro,} \\ \infty, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2.9)$$

Com esta definição os obstáculos que são inseridos como restrições espaciais criam regiões de não influência, denotadas de “sombras”. De acordo com a Equação 2.9, “sombras” representam as localidades nas quais as distâncias entre x e p_i são iguais a ∞ , ou seja, não visíveis, portanto p_i está impossibilitado de influenciar estas localidades. Para elucidar considere o exemplo da Figura 2.6.

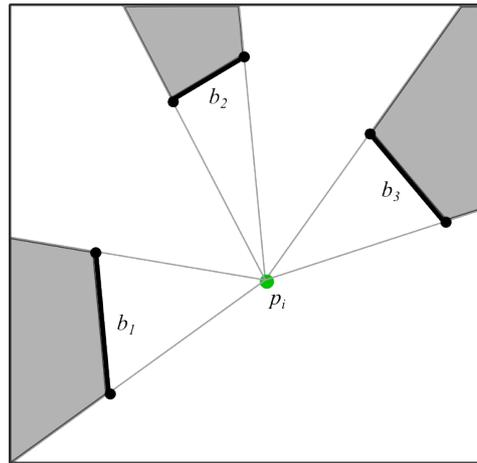


Figura 2.6 - Visibilidade do ponto p_i devido à presença dos obstáculos b_1 , b_2 e b_3 . As regiões em cinza representam as “sombras”.

No exemplo da Figura 2.6, cada obstáculo (b_1 , b_2 e b_3) é representado por apenas um segmento de reta, e as linhas de visibilidade são estabelecidas traçando-se uma linha reta entre o ponto gerador p_i e os vértices extremos de cada um dos obstáculos. Nos casos em que os obstáculos são compostos por diversos segmentos de retas interligados, cada segmento é tratado como um obstáculo separadamente (WANG; TSIN, 1998).

No DVPM-RE as linhas de fronteiras, são representadas por arcos de circunferências, oriundos dos círculos de Apolônio ($Fr(i, j)$), e segmentos de retas, oriundos dos obstáculos e das linhas de visibilidade. A Figura 2.7 apresenta um recorte de um DVMP-RE, exemplificando os segmentos que compõem as linhas de fronteiras que delimitam a zona de influência do ponto p_1 .

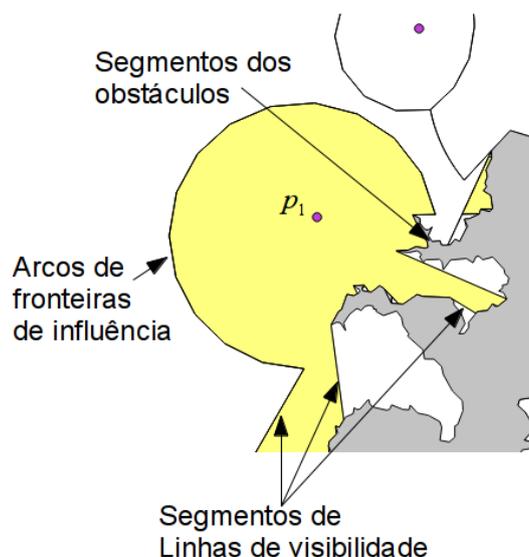


Figura 2.7 - Segmentos que compõem a zona de influência do ponto p_1 .

2.2 Diagramas de Voronoi em Aplicações Geográficas

Esta seção apresenta situações nas quais os diagramas de Voronoi foram utilizados para investigar problemas de diversas naturezas, bem como os atributos de ponderação empregados e as hipóteses consideradas.

2.2.1 Saúde, Educação e Serviços Regionais

O planejamento de serviços regionais prestados à população pode utilizar zonas de influência para auxiliar na análise da oferta e do comportamento dos usuários (SUZUKI; DREZNER, 1996). Objetivando que os usuários tenham à disposição uma unidade de atendimento próxima de suas residências para usufruírem de um serviço, uma das formas de avaliar a distribuição das unidades no território é utilizando diagramas de Voronoi. Neste caso, as zonas de influência representam as regiões onde aquela unidade de atendimento seria a melhor escolha para o cidadão devido à sua posição. Pesquisas utilizando esses conceitos indicam aplicações em saúde pública (REZENDE et al., 2000; KIFFER et al., 2011; HSIA et al., 2009), educação (KARIMI et al., 2009; MASOULEH et al., 2009; GRUBESIC; OLIVER, 2003), entre outras. Algumas dessas pesquisas utilizam as zonas de influência para estudar o comportamento do usuário e outras para avaliar a distribuição territorial das unidades existentes.

Em um estudo cujo objetivo era avaliar as zonas de influência dos hospitais do município do Rio de Janeiro, foi feita a comparação dos DVO e DVPM gerados a partir de 21 unidades de hospital geral ($hospital_i$) (REZENDE et al., 2000). O fator de ponderação utilizado foi o número de internações estimadas para cada hospital ($n_{internacoes}$), conforme:

$$d_w(x, p_i) = \frac{d(x, hospital_i)}{n_{internacoes}} \quad (2.10)$$

A diferença entre as duas divisões espaciais produzidas indicou onde há irregularidade na distribuição, ou seja, regiões onde um hospital está atendendo mais que seus vizinhos.

Uma técnica semelhante à aplicada aos hospitais (REZENDE et al., 2000) foi utilizada para avaliar a alocação de espaço para crianças em centros educacionais (KARIMI et al., 2009). Neste caso, foram comparadas as zonas de influência do DVO e DVPM atribuídas a cada centro educacional ($escola_i$). O fator de ponderação utilizado no DVPM foi a razão entre a capacidade de atendimento estimada do centro educacional ($n_{estimado}$) e a população atualmente atendida (n_{atual}), conforme:

$$d_w(x, p_i) = \frac{d(x, escola_i)}{n_{estimado}/n_{atual}} \quad (2.11)$$

Neste caso, o DVPM atribuiu áreas maiores às escolas com maior capacidade de atendimento, levando em consideração quanto de sua capacidade estava sendo utilizada. Da mesma forma que no exemplo anterior, a comparação entre as áreas atribuídas pelo DVO e pelo DVPM levantou indícios de irregularidade na alocação de estudantes.

2.2.2 Comportamento do Consumidor

Os diagramas de Voronoi também são aplicados em *geomarketing* para modelar o comportamento do consumidor (BOOTS; SOUTH, 1997). Nestas aplicações, o diagrama é utilizado para dar apoio à tomada de decisão (ARAGÃO; MEDEIROS, 2004), como por exemplo, onde instalar uma nova loja levando em consideração as já existentes. Nestes casos, as zonas de influência são utilizadas para compor um modelo espacial de mercado, que descreve o comportamento do consumidor na escolha da

melhor opção para obtenção de um produto ou serviço. Segundo Boots e South (1997), este modelo é uma simplificação que pode ser aplicada a algumas situações, tendo a vantagem de exigir pouco conhecimento do funcionamento do mercado na região.

O modelo gravitacional de Reilly (REILLY, 1931) estabelece que, para alguns tipos de produtos, o consumidor escolhe comprá-los na cidade que exerce maior força de atração sobre a sua localização. A força de atração exercida por uma cidade p_i sobre um consumidor x é descrita como uma força gravitacional $F_{(x,p_i)}$, proporcional à população existente na cidade e inversamente proporcional ao quadrado da distância de x a p_i , conforme (ARAGÃO; MEDEIROS, 2004):

$$F_{(x,p_i)} \sim \frac{Pop_{p_i}}{d(x, p_i)^2} \quad (2.12)$$

Estudos indicam que este modelo pode ser representado utilizando um DVPM (ARAGÃO; MEDEIROS, 2004). Desenvolvendo a Equação 2.12 para encontrar as fronteiras onde as forças de atração entre as cidades se equilibram obtêm-se as zonas de influência de cada cidade. Nota-se que as fronteiras de influência geradas segundo o modelo gravitacional de Reilly seguem o modelo de distância ponderada do DVPM, utilizando como peso a raiz quadrada da população de cada cidade conforme segue:

$$d_w(x, p_i) = \frac{d(x, p_i)}{\sqrt{Pop_i}} \quad (2.13)$$

De forma mais generalizada, a função de utilidade de um centro comercial pode ser modelada conforme (BOOTS; SOUTH, 1997):

$$U_{(x,p_i)} = \frac{A_i^\alpha}{d(x, p_i)^\beta} \quad (\alpha, \beta > 0) \quad (2.14)$$

em que:

A_i é a atratividade do centro comercial p_i ;

α e β são parâmetros estimados conforme o comportamento do consumidor para cada tipo de produto.

Manipulando a função de utilidade, obtêm-se uma função de distância ponderada

$d_w(x, p_i)$ que pode ser utilizada para produzir um DVPM, conforme:

$$d_w(x, p_i) = \frac{d(x, p_i)}{A_i^{\alpha/\beta}} \quad (\alpha, \beta > 0) \quad (2.15)$$

Finalmente, este diagrama pode ser utilizado para representar as áreas mercadológicas de cada ponto de venda de um determinado produto levando em consideração a atratividade de cada um.

2.2.3 Transporte e Logística

O conceito de vizinho mais próximo inserido na partição territorial do DVO também encontrou aplicações em logística e planejamento de sistemas de transportes. Algumas pesquisas utilizaram o DVO para avaliar a área de captação de cada ponto de coleta de passageiros do sistema de transporte (SILVEIRA; FILHO, 2006; PRICINOTE et al., 2007). Nestas aplicações a existência de zonas de influência desproporcionalmente maiores ou menores que a média representam indícios da necessidade de adição ou remoção de um ponto de coleta de passageiros.

Outra aplicação dos diagramas de Voronoi é na definição de distritos logísticos (NOVAES et al., 2009). Neste caso, busca-se delimitar a região de responsabilidade de algum serviço seguindo regras estipuladas, como por exemplo, os setores de uma cidade designados a cada veículo de uma transportadora. Alguns estudos mostram que é possível modelar algumas destas regras utilizando o DVPM (CONTRI et al., 2007; GALVÃO et al., 2006) ou o DVPA (NOVAES et al., 2009). Como o diagrama produz a partição à partir das coordenadas dos pontos e seus pesos, estas pesquisas buscaram desenvolver técnicas para identificar a melhor configuração de pontos (CONTRI et al., 2007) ou de pesos (GALVÃO et al., 2006) que atende a uma métrica de avaliação da divisão territorial. Desta forma, a posição dos pontos ou a carga atribuída a cada ponto é calculada avaliando o diagrama produzido com estes parâmetros.

2.2.4 Telecomunicações

Os diagramas de Voronoi também encontram aplicações em telecomunicações (FLEISCHER et al., 2008; BAERT; SEME, 2004). Um estudo aplicou o DVPM-RE para a delimitação da cobertura do sinal de redes sem fio (TSILKER; PYATKOV, 2009) com a presença de obstáculos. A potência ($Pot(p_i)$) do sinal que parte de um transmissor

(p_i) de rede sem fio pode ser calculada conhecendo-se a potência transmitida Pot_t , os ganhos das antenas transmissora G_t e receptora G_r , a perda do sistema L e o comprimento de onda do sinal λ , conforme segue (TSILKER; PYATKOV, 2009):

$$Pot(p_i) = \frac{Pot_t G_t G_r \lambda^2}{4\pi^2 L d^2} \sim \frac{1}{d^2} \quad (2.16)$$

Nota-se, que a potência é proporcional ao inverso do quadrado da distância, caracterizando que o DVPM pode ser aplicado para delimitar as regiões onde cada aparelho tem o sinal mais forte.

Uma das dificuldades do planejamento de redes sem fio é a presença de obstáculos que impedem a transmissão do sinal. Para inserir esta condição no processo de cobertura do sinal em redes sem fio foi utilizada a inclusão de restrições espaciais pela visibilidade. Desta forma, as zonas sem influência pela presença dos obstáculos representaram regiões sem sinal ou regiões aonde o sinal seria indireto, com menor potência.

2.3 Métodos Computacionais

2.3.1 Algoritmos para a Construção do DVPM

Existem diversos algoritmos bem difundidos na literatura para construir o DVO, nos quais a maioria das implementações são baseadas. As principais estratégias são a inserção incremental, dividir para conquistar, construção por varredura planar e o mapeamento para espaços tridimensionais (AURENHAMMER, 1991). Muitas dessas implementações estão disponíveis em bibliotecas de código aberto como, por exemplo, a *Computational Geometry Algorithms Library - CGAL* (FABRI et al., 2002), *QuickHull* (BARBER et al., 1996) e *Java Topology Suit - JTS* (VIVIDSOLUTIONS, 2003). Já os diagramas de Voronoi ponderados não se encontram na mesma situação. Existem algoritmos desenvolvidos para o DVPM e o DVPA, mas poucos estão disponíveis em código aberto. A CGAL, por exemplo, disponibiliza o DVPA, mas não contempla o DVPM. Outro aspecto visto é que o DVO é baseado em segmentos de retas, o DVPA em hipérbolas e o DVPM em circunferências. Desta forma, os algoritmos e as estruturas de dados de um não podem ser aproveitados para o outro, o que leva à necessidade da implementação de algoritmos distintos para cada um dos diagramas de Voronoi (NOVAES et al., 2009).

Muitos dos algoritmos ainda presentes na literatura para geração do DVPM são limitados, ou porque utilizam estruturas de dados inadequadas e/ou porque não exploram as relações topológicas dos objetos (áreas) para gerar as interseções necessárias e posteriormente estabelecer de forma adequada as zonas de influência (GONG et al., 2011). Por exemplo, existem situações que dependendo das localizações dos pontos geradores e de seus respectivos pesos, o DVPM pode produzir áreas de abrangência descontínuas (GAHEGAN; LEE, 2000). Esta particularidade impede que alguns algoritmos como, por exemplo, o de varredura planar sejam aplicados, porque, neste caso, todos os pontos geradores são candidatos a dominar todas as regiões do diagrama até que a distância ponderada seja calculada. A Figura 2.8 ilustra um exemplo a partir de quatro pontos geradores, p_1 , p_2 , p_3 e p_4 , com pesos $w_3 > w_1 > w_4 > w_2$. Esta situação mostra que a zona de influência do ponto p_1 pode ser composta por duas regiões desconectadas.

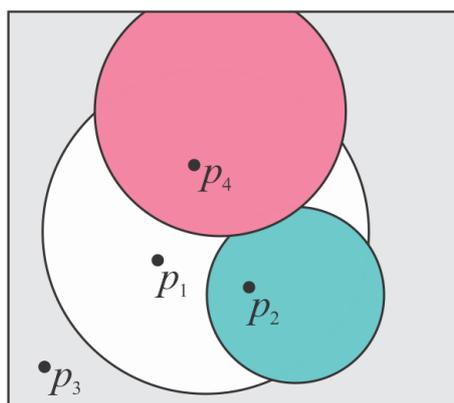


Figura 2.8 - Zona de influência do ponto p_1 composta por duas regiões desconectadas.

Ainda na literatura encontram-se algumas abordagens que produziram aproximações do DVPM (DONG, 2008; NOVAES et al., 2009). Em geral, fazem uso de grades regulares para delimitar as zonas de influência, com tempo de processamento bem maior quando comparados aos algoritmos vetoriais aplicados aos DVO. Outras abordagens do DVPM (LEE; GAHEGAN, 2002; WANG; TSIN, 1998) utilizam a bisseção definida por dois pares de pontos geradores para encontrar todas as possíveis interseções de arcos, para posteriormente avaliar quais arcos pertencem às linhas de fronteiras das respectivas zonas de influência. O algoritmo ótimo teórico foi desenvolvido utilizando inversão esférica em um espaço tridimensional (AURENHAMMER; EDELSBRUNNER,

1984). Até o presente momento, não são conhecidas implementações deste algoritmo em código aberto devido à complexidade das interseções entre os poliedros que representam as zonas de influência após a inversão.

Com o desenvolvimento e a padronização das estruturas de dados geográficas (STOLZE, 2003), os algoritmos mais recentes passaram a explorar as relações topológicas entre objetos (áreas) para gerar as interseções entre as zonas de influência duas a duas (GONG et al., 2011). Estas modificações permitiram a produção do DVPM a partir de pontos, linhas e polígonos, e sua atualização com a inserção e remoção de objetos (GONG et al., 2011). O padrão ISO (International Standards Organization) 13249 SQL/MM (Structured Query Language for Multi-media) introduziu definições para a representação de regiões utilizando arcos de circunferências e segmentos de retas (STOLZE, 2003). Pela definição do DVPM, esta abstração é adequada para a representação das zonas de influência. No entanto, este padrão ainda não é adotado ostensivamente, havendo a necessidade de aproximar arcos de circunferência, que representam as linhas de fronteiras, para segmentos de reta. Alguns algoritmos do DVPM evitam estruturas de dados mais complexas utilizando a aproximação das zonas de influência durante a geração do diagrama. Segundo Aragão e Medeiros (2004), esta forma de aproximação não é adequada, porque pode produzir problemas de precisão e de topologia.

2.3.2 Algoritmos Para a Construção de DVPM-RE

Poucos algoritmos estão presentes na literatura para a construção do DVPM-RE. Alguns deles empregam grades regulares para a construção da zona de influência (CARNASCIALI, 2010). Apesar de ser uma solução viável, apresentam problemas de aproximação nas linhas de fronteiras. Soluções mais elaboradas para a implementação do DVPM-RE empregam soluções analíticas, como o algoritmo de Wang e Tsin (1998). Em síntese, este algoritmo consiste em construir primeiro todos os possíveis segmentos que podem compor o diagrama (DVPM-RE), e depois encontrar somente os segmentos que fazem parte das linhas de fronteira. Esses segmentos são gerados através de interseções entre os elementos que compõem inicialmente o DVPM-RE, que são os arcos dos círculos de Apolônio e segmentos de retas das linhas de visibilidade e dos obstáculos. Tais elementos são armazenados em uma estrutura de *Arranjo*, que produz as interseções necessárias e permite acesso às relações de vizinhança (EDELSBRUNNER et al., 1983).

Esta subseção descreve os principais conceitos do algoritmo de Wang e Tsin (1998) pois estes conceitos são fundamentais para o desenvolvimento de novos algoritmos de DVPM-RE.

Para elucidar o algoritmo de DVPM-RE de Wang e Tsin (1998), considere a Figura 2.9 (a). Neste exemplo, o *Arranjo* é composto pelo círculo de Apolônio $Fr_{1,2}$ (em azul), pelas linhas de visibilidade de p_1 , denotadas $Vis_{1,1,1}, Vis_{1,1,2}, Vis_{1,2,1}, Vis_{1,2,2}, Vis_{1,3,1}$ e $Vis_{1,3,2}$ (linhas tracejadas), e pelos obstáculos Obs_1, Obs_2 e Obs_3 (segmentos de reta em vermelho). As linhas de visibilidade de p_2 foram omitidas para facilitar a compreensão.

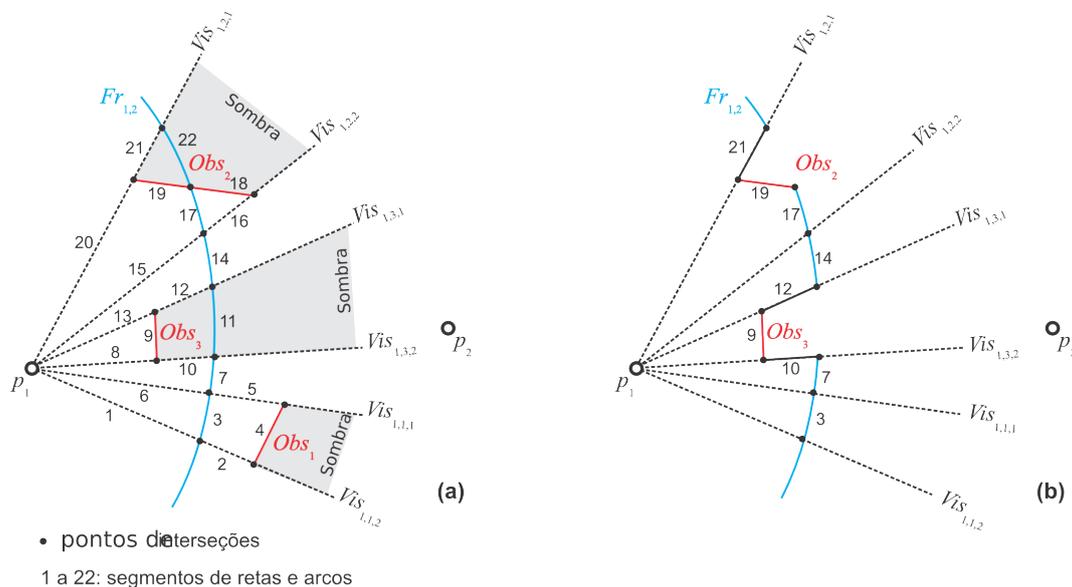


Figura 2.9 - Em (a) segmentos presentes no *Arranjo*. Em (b) segmentos que compõem a linha de fronteira de p_1 .

Após a construção do *Arranjo*, os segmentos de retas e arcos de circunferências, enumerados de 1 a 22, são testados para verificar quais atendem aos requisitos para compor as linhas de fronteiras. Pode-se resumir as situações em que um segmento faz parte da linha de fronteira da zona de influência do ponto p_1 quando:

- O arco de circunferência for visível por p_1 e não existir nenhum outro ponto gerador mais próximo que p_1 e p_2 . No exemplo da Figura 2.9 (b) são os segmentos 3, 7, 14 e 17;

- b) O segmento de reta de um obstáculo estiver na visada direta de p_1 . No exemplo da Figura 2.9 (b), são os segmentos 9 e 19;
- c) O segmento de reta de linha de visibilidade, que conecta dois segmentos ou arcos que pertencem à linha de fronteira. No exemplo da Figura 2.9 (b), são os segmentos 10,12 e 21.

A Figura 2.9 (b) ilustra o resultado após a avaliação, em que a linha de fronteira de p_1 é composta pelos segmentos 3, 7, 10, 9, 12, 14, 17, 19 e 21. Para mais detalhes deste algoritmo consulte o Apêndice A.

2.3.3 Complexidade Computacional

De acordo com Black (2012), *big-O* (KNUTH, 2006) é uma medida teórica de execução de um algoritmo, que normalmente mensura o tempo de processamento ou a memória consumida para resolver um problema de tamanho n , em que n , em geral, é a quantidade de itens a serem processados. Neste trabalho, a notação $O(f(n))$ é utilizada para descrever que as exigências em memória ou tempo de um processo crescem de maneira similar à família de equações $f(n)$.

Os algoritmos de DVPM tem como principal variável a quantidade (n) de pontos geradores. O algoritmo ótimo em processamento (AURENHAMMER; EDELSBRUNNER, 1984) para a construção do DVPM tem complexidade $O(n^2)$ em processamento e $O(n^2 \cdot \log(n))$ em memória. O algoritmo de Gahegan e Lee (2000), que utiliza inserção incremental, tem complexidade $O(n^4)$ em processamento e $O(n^3)$ em memória.

Os algoritmos de DVPM-RE têm uma segunda variável importante para sua complexidade, que é a quantidade de segmentos nos obstáculos (m). O algoritmo descrito por Wang e Tsin (1998) tem complexidade $O(m^2 \cdot n^2 + n^4 \cdot 2^{\alpha(n)})$ em processamento e $O(m^2 \cdot n^2 + n^4)$ em memória, em que $\alpha(n)$ é a inversa funcional da função de Ackermann (WEISSTEIN, 2013). Portanto, no DVPM-RE o aumento da quantidade de segmentos nos obstáculos tem relevância similar à do aumento da quantidade de pontos geradores.

3 NOVAS ABORDAGENS PARA DIAGRAMAS DE VORONOI EM PROBLEMAS GEOGRÁFICOS: ALGORITMOS BASEADOS EM POLÍGONOS GENERALIZADOS COM USO DE RESTRIÇÃO ESPACIAL

Neste capítulo, são apresentados os dois algoritmos desenvolvidos neste trabalho, um para a construção do DVPM e outro para a construção do DVPM-RE. Ambos os algoritmos empregam o conceito de interseção topológica de zonas de influência (MU, 2004), que é fundamentado na delimitação da fronteira de influência entre dois pontos geradores.

Na primeira seção, são apresentadas três rotinas que são empregadas durante a construção tanto do DVPM quanto do DVPM-RE. Seguindo, na Seção 3.2, o algoritmo para a construção do DVPM é apresentado. Na Seção 3.3, são apresentados o algoritmo para a criação do DVPM-RE e duas rotinas que permitem a utilização de dois conceitos de visibilidade distintos no diagrama. A primeira rotina trata de forma separada cada um dos segmentos que compõem um obstáculo. Já a segunda rotina trata cada obstáculo como um único objeto composto por vários segmentos. Nas subseções 3.2.2 e 3.3.4, são apresentadas questões relacionadas à complexidade computacional, esclarecendo as vantagens e desvantagens desses algoritmos em relação aos demais existentes na literatura. A Seção 3.4 apresenta uma proposta de abordagem para dividir o processamento dos algoritmos em diversos processadores ou computadores, visando diminuir o tempo de execução pelo emprego de processamento paralelo. Por fim, a Seção 3.5 apresenta a interface gráfica implementada no *TerraView* que permite a construção do DVPM e do DVPM-RE com os dois conceitos de visibilidade.

3.1 Rotinas Comuns aos Algoritmos de DVPM e DVPM-RE

Os algoritmos desenvolvidos neste trabalho para o DVPM e DVPM-RE têm três principais rotinas em comum. A primeira é utilizada para construir as regiões de não visibilidade de um ponto gerador dada a presença de um obstáculo. Serve também para construir a zona de influência quando os pesos dos pontos geradores são iguais. A segunda é empregada para construir as zonas de influência entre dois pontos. Por último, a terceira rotina permite controlar a aproximação dos arcos de circunferência por segmentos de reta, para o armazenamento em bancos de dados que não possuam geometrias circulares.

3.1.1 Rotina para Construção de Regiões de Não Visibilidade

Esta rotina foi desenvolvida para atender aos dois conceitos de visibilidade aplicados ao DVPM-RE e para o caso do DVPM quando os pontos geradores têm pesos iguais. Seu objetivo é encontrar quais pontos do retângulo envolvente da área de estudo se encontram entre duas semi-retas para depois construir o polígono que representa a região de não visibilidade de um ponto devido à presença de um obstáculo. É denotada de *RegiaoDeNaoVisibilidade* e têm a seguinte sintaxe:

$vp = \text{RegiaoDeNaoVisibilidade}(p_i, min, max, Obs_k, box)$

em que:

p_i : é o i -ésimo ponto gerador;

Obs_k : é um vetor com todos os vértices (v_v) do k -ésimo Obstáculo;

min e max : são os índices dos vértices de Obs_k que maximizam o ângulo $v_{min}\hat{p}_i v_{max}$;

box : refere-se a um vetor de quatro pontos, que define o retângulo envolvente da área de estudo;

vp : é um vetor de vértices do polígono que representa a região de não visibilidade.

A Figura 3.1 ilustra uma das situações em que esta rotina pode ser aplicada, na qual se busca construir a região de não visibilidade do ponto p_1 devido à presença do obstáculo Obs_1 , composto por três segmentos de reta. As duas semi-retas pontilhadas, $\overrightarrow{p_1 v_{min}}$ e $\overrightarrow{p_1 v_{max}}$, representam as linhas de visibilidade de p_1 , e os pontos r_1 , r_2 , r_3 e r_4 compõem o retângulo envolvente (box) da região de estudo. Os vértices v_{min} e v_{max} , que são os vértices extremos do obstáculo Obs_1 , devem estar posicionados de forma que o ângulo seja positivo, para que o vetor de pontos (vp) a ser gerado esteja ordenado no sentido trigonométrico.

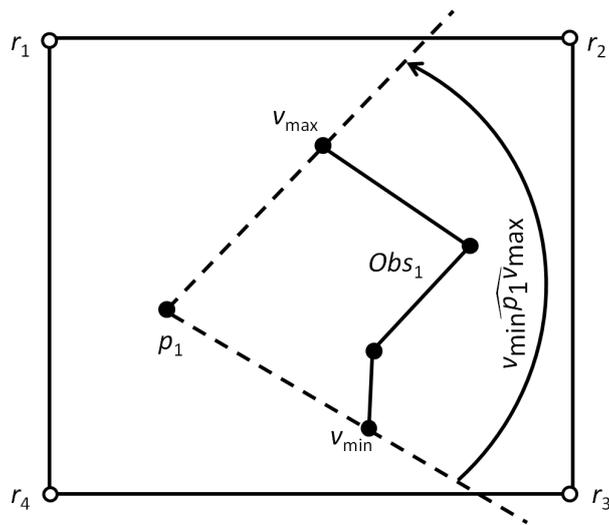


Figura 3.1 - Exemplo ilustrativo em que a rotina *RegiaoDeNaoVisibilidade* é aplicada.

Para elucidar as etapas desta rotina considere o exemplo da Figura 3.2.

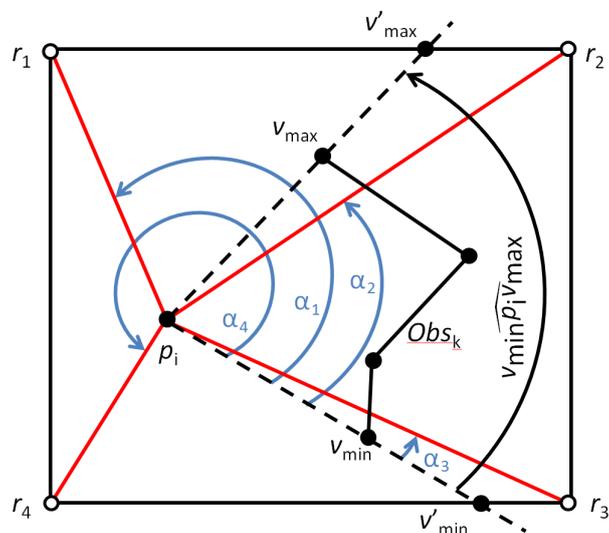


Figura 3.2 - Ângulos utilizados para verificar quais pontos do retângulo envolvente se encontram entre duas semi-retas.

Inicialmente a rotina *RegiaoDeNaoVisibilidade* calcula os ângulos α_1 , α_2 , α_3 e α_4 , entre os pontos r_1 , r_2 , r_3 e r_4 e o ponto v_{min} com centro em p_i . Estes ângulos

são comparados com o ângulo $v_{min}\hat{p}_i v_{max}$ para verificar quais pontos do retângulo envolvente se encontram entre as semi-retas $\overrightarrow{p_i v_{min}}$ e $\overrightarrow{p_i v_{max}}$. Os ângulos maiores que $v_{min}\hat{p}_i v_{max}$, α_1 e α_4 no exemplo, indicam que os pontos r_1 e r_4 não se encontram entre as semi-retas $\overrightarrow{p_i v_{min}}$ e $\overrightarrow{p_i v_{max}}$, portanto são descartados. O primeiro ponto a ser adicionado ao resultado (vp) é o que compõe o menor ângulo, no exemplo é o ponto r_3 . A lista de pontos é percorrida e armazenada a partir deste ponto no sentido trigonométrico, sendo que o segundo ponto a ser adicionado ao resultado é r_2 . Seguindo, são encontrados os pontos v'_{min} e v'_{max} que representam as interseções entre o retângulo envolvente e as semi-retas $\overrightarrow{p_i v_{min}}$ e $\overrightarrow{p_i v_{max}}$ respectivamente. Após a inclusão de v'_{max} em vp , são inseridos também os vértices de Obs_k que se encontram entre v_{min} e v_{max} e, por fim, v'_{min} é inserido, encerrando o polígono.

O pseudocódigo a seguir apresenta uma visão geral desta rotina:

Rotina 1: *RegiaoDeNaoVisibilidade*

Entrada: $p_i, v_{min}, v_{max}, Obs_k, box$

ângulos=novo vetor de Real[4] ;

para cada vértice de índice r (r_r) em box **faça**

ângulos[r]=ângulo(v_{min}, p_i, r_r)

fim para

SucessorTrigonométrico=índice com menor valor em ângulos ;

ânguloMáximo=ângulo(v_{min}, p_i, v_{max}) ;

vp= novo vetor de vértices[] ;

para cada vértice r_r em box iniciando em SucessorTrigonométrico **faça**

se $ângulos[r] < ânguloMáximo$ **então**

Adicionar r_r a vp;

fim se

fim para

v'_{max} = Interseção entre $\overrightarrow{p_i v_{max}}$ e box ;

Adicionar v'_{max} a vp;

Adicionar os vértices de Obs_k entre min e max à vp;

v'_{min} = Interseção entre $\overrightarrow{p_i v_{min}}$ e box ;

Adicionar v'_{min} a vp;

retorna vp

3.1.2 Rotina para Construção da Zona de Influência entre Dois Pontos

Esta rotina foi desenvolvida para construir um polígono generalizado que representa a zona de influência de um ponto p_i com peso w_i devido à presença de outro ponto p_j com peso w_j . É denotada de *ZonaDeInfluencia* e possui a seguinte sintaxe:

$$z_i = \text{ZonaDeInfluencia}(p_i, w_i, p_j, w_j, \text{box})$$

em que:

p_i e p_j : são pontos geradores;

w_i e w_j : são os pesos relativos de p_i e p_j , respectivamente;

box : é um vetor de quatro pontos que define o retângulo envolvente da área de estudo;

z_i : é um polígono generalizado que representa a zona de influência.

No contexto deste trabalho, polígonos generalizados são representações de áreas que podem ser delimitadas por equações matemáticas parametrizáveis. No caso dos algoritmos para construir o DVPM e DVPM-RE, os polígonos podem ser compostos por arcos de circunferências e segmentos de retas. Para maiores informações, uma breve descrição desta representação é apresentada no Apêndice B.

Para elucidar o uso desta rotina, as Figuras 2.3 (a), (b) e (c) ilustram as três possíveis situações atendidas.

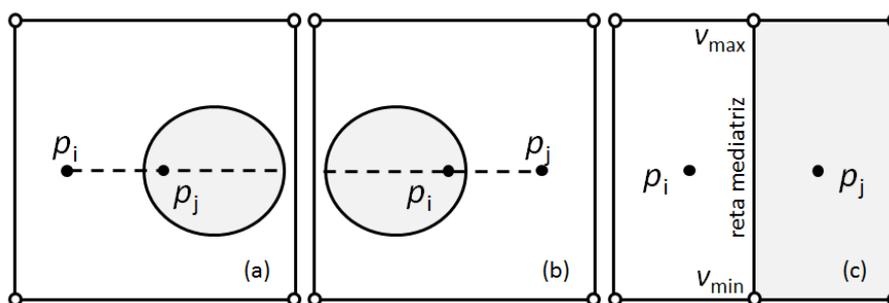


Figura 3.3 - Zonas de influência de p_i e p_j . Em (a) quando $w_i > w_j$, em (b) quando $w_i < w_j$ e em (c) quando $w_i = w_j$.

No primeiro caso, quando $w_i > w_j$, a zona de influência de p_i corresponde à área

do retângulo envolvente menos a área do círculo, e a zona de influência de p_j corresponde à área de dentro do círculo. No segundo caso, quando $w_i < w_j$, a zona de influência de p_i corresponde à área de dentro do círculo, e a de p_j é toda a região de estudo exceto a área do círculo. Para proceder a estes dois casos, a função *CírculoDeApolônio*(p_i, w_i, p_j, w_j) é requisitada. Esta função retorna um polígono generalizado composto por um círculo de centro e raio conforme definidos anteriormente pela Equação 2.8 (pg. 11). No terceiro caso, quando $w_i = w_j$, a reta mediatriz é interseccionada com o retângulo envolvente para obter os vértices v_{min} e v_{max} . Neste caso, em particular, a rotina *RegiaoDeNaoVisibilidade* é utilizada como se o segmento $\overline{v_{min}v_{max}}$ da reta mediatriz fosse um obstáculo de visibilidade para p_j , de forma a obter o polígono que representa a zona de influência de p_i . Para atender ao requisito da rotina *RegiaoDeNaoVisibilidade*, o ângulo $v_{min}\hat{p}_jv_{max}$ é testado e os vértices v_{min} e v_{max} são invertidos caso o sentido trigonométrico não esteja sendo respeitado.

O pseudocódigo a seguir apresenta uma visão geral do funcionamento desta rotina:

Rotina 2: ZonaDeInfluencia

Entrada: p_i, w_i, p_j, w_j, box

se $w_i \neq w_j$ **então**

 Círculo = *CírculoDeApolônio*(p_i, w_i, p_j, w_j);

se $w_i < w_j$ **então**

$zi = \text{Círculo}$;

senão

$zi = box - \text{Círculo}$;

fim se

senão

 M = Reta mediatriz entre p_i e p_j ;

$v_{min}, v_{max} = M \cap box$;

se $\hat{\text{ângulo}}(v_{min}, p_j, v_{max}) < 0$ **então**

 troca(v_{min}, v_{max});

fim se

$zi = \text{RegiaoDeNaoVisibilidade}(p_j, v_{min}, v_{max}, \overline{v_{min}v_{max}}, box)$;

fim se

retorna zi

3.1.3 Rotina para Aproximação de Arcos de Circunferências em Segmentos de Retas

Esta rotina foi desenvolvida para controlar a aproximação dos arcos de circunferências que compõem os diagramas (DVPM e DVPM-RE) por segmentos de retas, permitindo o armazenamento em bancos de dados que não possuam geometrias circulares. É denotada de *AproximaçãoPorSegmentos* e possui a seguinte sintaxe:

$vs = \text{AproximaçãoPorSegmentos}(c, v_{ini}, v_{fim}, tol)$

em que:

c : é a coordenada do centro do círculo;

v_{ini} e v_{fim} : são vértices extremos do arco de circunferência;

tol : é o valor de tolerância empregado para controle da aproximação de arcos de circunferência por segmentos de retas. Mais detalhes deste argumento são descritos nos parágrafos seguintes;

vs : é um vetor de pontos que constitui os segmentos de retas.

A Figura 3.4 sintetiza a aplicação desta rotina, na qual o arco de circunferência $\widehat{v_{ini}v_{fim}}$ (linha sólida) é aproximado pelos segmentos de reta $\overline{v_{ini}v_1}$, $\overline{v_1v_2}$ e $\overline{v_2v_{fim}}$ (linhas pontilhadas), todos com a mesma abertura angular θ .

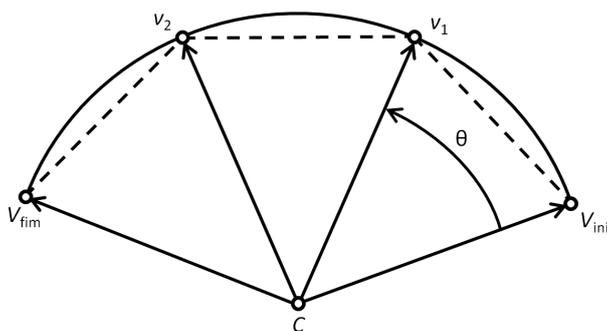


Figura 3.4 - Aproximação do arco de circunferência por segmentos de reta.

O erro decorrente da aproximação por segmentos de reta pode ser calculado pela diferença entre o raio da circunferência (R) e a distância ($R \cdot \cos(\theta/2)$) do centro do círculo (c) ao centro do segmento de reta. A Figura 3.5 ilustra os elementos

envolvidos no cálculo do erro.

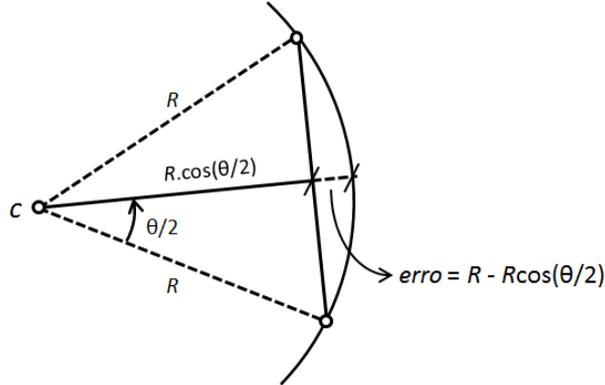


Figura 3.5 - Erro linear decorrente da aproximação de um arco de circunferência por segmentos de reta.

Para controlar o erro decorrente da aproximação dos arcos de circunferências por segmentos de retas é estabelecido um valor de tolerância (tol), que representa o limite superior do erro. Isto é realizado pelo usuário via interface, cuja unidade é a mesma do sistema de referência do conjunto de pontos geradores.

A partir da tolerância é calculada a quantidade de vértices ($n_{vértices}$) que devem ser utilizados para que o erro seja menor que tol . Para tal, encontra-se o ângulo θ entre dois vértices consecutivos supondo que o erro fosse igual a tol . Como este valor de θ raramente é múltiplo do comprimento do arco, a divisão com este valor produziria uma divisão do arco cujo último segmento seria menor que os demais. Desta forma, o comprimento total do arco de circunferência (ω) é então dividido por θ para encontrar $n_{vértices}$, de forma a aproximar o arco de circunferência por segmentos de mesmo comprimento, conforme:

$$\begin{aligned}
 T &= R \cdot (1 - \cos \frac{\theta}{2}) \Rightarrow \theta = 2 \cdot \arccos(1 - \frac{T}{R}) \Rightarrow \\
 &\Rightarrow n_{vértices} = \frac{\omega}{2 \cdot \arccos(1 - \frac{T}{R})} + 1
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

Para elucidar as etapas da rotina *AproximaçãoPorSegmentos*, considere o exemplo

da Figura 3.6

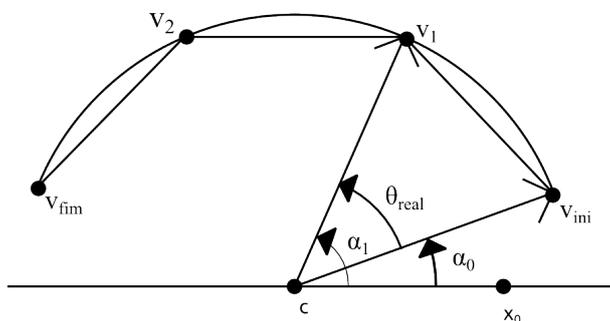


Figura 3.6 - Elementos envolvidos na aproximação de arcos por segmentos de retas.

Inicia-se verificando se o arco está orientado no sentido trigonométrico. Caso não esteja, os vértices v_{ini} e v_{fim} são invertidos para atender a esta condição. Dessa forma, os vértices dos segmentos de reta utilizados na aproximação serão adicionados a um vetor de pontos (vp) no sentido trigonométrico. Em seguida é calculado o comprimento angular (θ_{real}) do arco, que será representado por cada segmento de reta, a partir do número de vértices ($n_{vértices}$) e do comprimento angular do arco todo (ω). Utilizando o centro da circunferência que contém o arco $\widehat{v_{ini}v_{fim}}$ e as coordenadas do vértice v_{ini} obtém-se o ângulo inicial (α_0), que representa o início do arco no sentido trigonométrico, a partir do eixo das abscissas, em relação ao centro da circunferência (c). Desta forma, o ângulo do segmento de cada vértice do arco ($\alpha_{vértices_v}$) em relação ao centro da circunferência (c) é calculado adicionando $v \cdot \theta_{real}$ à α_0 , em que v é o índice de cada vértice. As coordenadas dos vértices ($v_{relativo\ a\ c}$) em relação ao centro da circunferência que contém o arco são obtidas projetando o raio da circunferência utilizando o ângulo $\alpha_{vértices_v}$. Ao adicionar estas coordenadas ao centro da circunferência obtém-se a coordenada do vértice. Por fim, a rotina retorna o vetor de pontos (vs) que representa os segmentos de retas.

O pseudocódigo a seguir apresenta uma visão geral do funcionamento da rotina.

Rotina 3: *Aproximação Por Segmentos*

Entrada: c, v_{ini}, v_{fim}, tol

$r = \text{distância}(v_{ini}, c)$;

$\omega = \text{ângulo}(v_{ini}, c, v_{fim})$;

se $\omega < \theta$ **então**

$\text{troca}(v_{ini}, v_{fim})$;

$\omega = -1 \cdot \omega$;

fim se

$\alpha_0 = \text{ângulo}(v_{ini}, c, c + (1, 0))$;

$\theta_{max} = 2 \cdot \arccos(1 - \frac{tol}{R})$;

$n_{vértices} = \lceil \frac{\omega}{\theta_{max}} \rceil + 1$;

$\theta_{real} = \frac{\omega}{n_{vértices} - 1}$;

para v **de** θ **a** $n_{vértices}$ **faça**

$\alpha_{vértices_v} = \alpha_0 + \theta_{real} \cdot v$;

$v_{\text{relativo a } c} = (r \cdot \cos(\alpha_{vértices_v}), r \cdot \text{sen}(\alpha_{vértices_v}))$;

adicionar a vs : $\text{centro} + v_{\text{relativo a } c}$;

fim para

retorna vs

3.2 Construção do Diagrama de Voronoi com Ponderação Multiplicativa (DVPM)

3.2.1 Síntese do Algoritmo DVPM

O algoritmo de DVPM desenvolvido neste trabalho calcula de forma separada as zonas de influência de cada ponto gerador p_i , levando-se em consideração os demais pontos geradores p_j , em que $i, j = 1, \dots, np$ (np =número de pontos geradores) e $i \neq j$.

Este algoritmo recebe como entrada um vetor de pontos geradores (P) e o retângulo envolvente da área de estudo (box). Seu retorno é um vetor de polígonos generalizados que representa o DVPM.

Em cada iteração o algoritmo constrói a zona de influência restrita de um ponto gerador p_i , denotada $Z(p_i)$, devido a presença dos demais pontos geradores p_j . Para construir $Z(p_i)$ primeiramente o algoritmo emprega, para cada ponto gerador p_j ,

a rotina *ZonaDeInfluencia* (p_i, w_i, p_j, w_j, box) (pg. 29), construindo as zonas de influência de p_i devido à presença de cada ponto p_j ($Z(p_i | p_j)$). A zona de influência de p_i ($Z(p_i)$) é encontrada pela interseção entre todas as regiões $Z(p_i | p_j)$ através da função *Interseção* ($Z(p_i | p_j), Z(p_i)$). Ao repetir estas operações, para o número de pontos geradores, constrói-se o DVPM.

Uma característica deste algoritmo é que a função *Interseção* ($Z(p_i | p_j), Z(p_i)$) executa uma operação topológica entre dois polígonos generalizados, possibilitando a produção de zonas de influência descontínuas, ou seja, composta de mais de uma parte. A Figura 3.7 ilustra um exemplo de DVPM no qual a zona de influência (em amarelo) do ponto p_{62} (em vermelho) é composta por regiões descontínuas. Desta forma, este algoritmo não é susceptível à criação de regiões sem influência, diferente de alguns algoritmos encontrados na literatura (REZENDE et al., 2000).

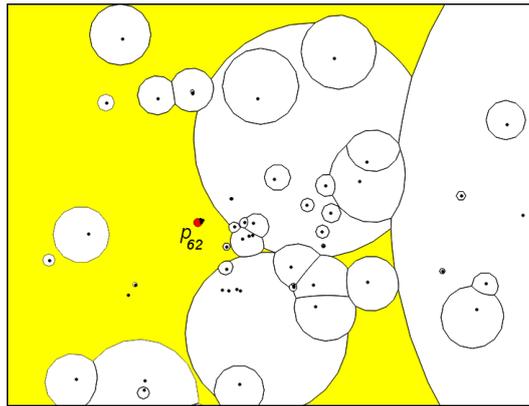


Figura 3.7 - DVPM aplicado a um conjunto de pontos geradores.

Uma visão geral do algoritmo de DVPM é apresentada na forma de pseudocódigo,

conforme segue:

Algoritmo 4: DVPM

Entrada: $P[]$, box

Saída: DVPM

DVPM=vetor vazio de polígonos generalizados;

para cada ponto $p_i \in P[]$ **faça**

$Z(p_i)=box$;

para cada ponto $p_j \in P[]$ **faça**

se $p_i \neq p_j$ **então**

$Z(p_i | p_j)=ZonaDeInfluencia(p_i, p_j, box)$;

$Z(p_i)=Interseção(Z(p_i | p_j), Z(p_i))$;

fim se

fim para

Adicionar $Z(p_i)$ ao DVPM;

fim para

retorna DVPM

Após a construção do DVPM, para bancos de dados que não possuam geometrias circulares, a rotina *AproximaçãoPorSegmentos* (c, v_{ini}, v_{fim}, tol) (pg. 31) é utilizada para transformar cada arco que compõe o DVPM em polígonos definidos por segmentos de reta.

3.2.2 Complexidade Computacional do DVPM

As zonas de influência entre dois pontos ($Z(p_i | p_j)$) podem possuir de 1 a 5 segmentos generalizados, dependendo da relação entre w_i e w_j . No caso em que $w_i < w_j$, o polígono generalizado terá apenas um segmento, que representa o Círculo de Apolônio. Quando $w_i > w_j$, o polígono contém o quadrilátero da região de estudo, com um anel interno representando o Círculo de Apolônio, portanto representado por 5 segmentos. Quando $w_i = w_j$, o polígono será representado por no máximo 5 segmentos, um da reta mediatriz e quatro do retângulo envolvente. Desta forma, a quantidade de segmentos em $Z(p_i | p_j)$ é sempre menor ou igual a 5.

A seguir a complexidade computacional para construção do DVPM é abordada sobre dois aspectos, conforme segue:

i) complexidade de processamento: a cada iteração do algoritmo DVPM a zona de

influência do ponto gerador p_i é interseccionada com $Z(p_i | p_j)$. A quantidade de arcos em cada zona de influência $Z(p_i)$ é sempre menor que n (AURENHAMMER; EDELSBRUNNER, 1984), em que n representa a quantidade de itens a serem processados. Assumindo que as interseções entre dois polígonos generalizados de a e b lados tem complexidade $O(a.b)$, a complexidade da sequência de interseções é limitada a $O(n^2)$, por interseccionar n vezes um polígono de até n arcos com um polígono de até 5 arcos. Visto que a complexidade da sequência de interseções é limitada a $O(n^2)$ e que a cada iteração é construída uma zona de influência $Z(p_i)$, $i = 1, \dots, n$, repetindo este processo n vezes, tem-se que a complexidade de processamento deste algoritmo é limitada por $O(n^3)$. Isto é melhor do que alguns algoritmos disponíveis na literatura que utilizam aproximações das zonas de influência e atingem complexidade de processamento $O(n^4)$ (LEE; GAHEGAN, 2002) ou pior (DONG, 2008). O algoritmo ótimo em processamento tem complexidade $O(n^2)$ (AURENHAMMER; EDELSBRUNNER, 1984).

ii) complexidade em memória: em cada iteração a complexidade em memória é limitada pelo tamanho do polígono que está sendo construído. Como os polígonos do DVPM possuem no máximo n arcos e são realizadas n iterações, a complexidade em memória é limitada por $O(n^2)$, podendo ser reduzida a $O(n)$ se os resultados de cada iteração forem armazenados antes do início do processamento da zona de influência seguinte. Por produzir apenas uma zona de influência por iteração, o algoritmo DVPM desenvolvido tem complexidade em memória melhor que a do algoritmo ótimo em processamento que é da ordem de $O(n^2 \cdot \log(n))$ (AURENHAMMER; EDELSBRUNNER, 1984), e também a de outros algoritmos encontrados na literatura, que são da ordem de $O(n^4)$ (LEE; GAHEGAN, 2002). Por esta razão, este algoritmo pode ser mais adequado para grandes quantidades de pontos geradores, em situações em que o tempo de processamento não seja um requisito crítico.

3.3 Construção do Diagrama de Voronoi com Ponderação Multiplicativa e Restrições Espaciais (DVPM-RE)

O algoritmo de DVPM-RE desenvolvido neste trabalho calcula separadamente a zona de influência de cada ponto gerador p_i , levando-se em consideração:

- a) os demais pontos geradores p_j , em que $i, j = 1, \dots, np$ ($np =$ número de pontos geradores) e $i \neq j$;
- b) a presença de obstáculos.

Ao considerar a presença de obstáculos na construção do DVPM-RE as zonas de influência são modificadas. Tais modificações são inerentes aos conceitos de visibilidade utilizados. Para modelar estes conceitos, o algoritmo do DVPM-RE emprega polígonos de não visibilidade, que representam as regiões que os pontos geradores não podem dominar devido à existência de obstáculos. Dessa forma, duas rotinas foram desenvolvidas, permitindo a utilização de dois conceitos de visibilidade distintos. A primeira rotina emprega o conceito de visibilidade de Wang e Tsin (1998), que considera que cada segmento de reta utilizado para representar um obstáculo é um objeto distinto. A segunda rotina emprega um conceito de visibilidade que é proposto, denotado de visibilidade por objeto, a qual considera que os obstáculos são compostos por vários segmentos. Estas duas rotinas são apresentadas nas seções 3.3.1 e 3.3.2, respectivamente. Seguindo, a seção 3.3.3 faz uma síntese do algoritmo DVPM-RE. Na seção 3.3.4 são abordadas algumas questões relacionadas com a complexidade computacional para construção do DVPM-RE.

O algoritmo utiliza polígonos representados por arcos de circunferência e/ou segmentos de retas, conforme a necessidade. Por este motivo as áreas são delimitadas sem aproximações, sendo possível controlar diretamente o erro na aproximação dos arcos de circunferência por segmentos de retas. Outras abordagens, como as propostas por Aragão (2005) e Carnasciali (2010), utilizam aproximações durante o processo de construção do diagrama, perdendo precisão na representação dos arcos de circunferência. O algoritmo apresentado por Carnasciali (2010) possui performance escalável com a tolerância da aproximação. Em algumas situações esse tipo de controle sobre a relação entre acurácia e tempo de processamento pode ser útil.

3.3.1 Rotina para Construção de Regiões de Não Visibilidade Conforme Wang e Tsin (1998)

Esta rotina emprega o conceito de visibilidade proposto por Wang e Tsin (1998) e objetiva a construção das regiões de não visibilidade de um ponto gerador. É denotada de *NãoVisibilidadeSegmentos* e têm a seguinte sintaxe:

$RNV = NãoVisibilidadeSegmentos (p_i, obstáculo_k, box)$

em que:

RNV : é um polígono que representa a região de não visibilidade de um ponto gerador devido á presença de um obstáculo;

p_i : é o i -ésimo ponto gerador;

obstáculo_k: é o k -ésimo obstáculo considerado na região de estudo;

box: refere-se a um vetor de quatro pontos que define o retângulo envolvente da área de estudo.

O conceito de visibilidade proposto por Wang e Tsin (1998) considera que cada segmento de reta utilizado para representar um obstáculo é um objeto distinto. Este conceito de visibilidade pode produzir regiões de não visibilidade descontínuas devido a detalhes e formas dos obstáculos. Em outras palavras, os obstáculos podem criar regiões de não visibilidade sobre si mesmos. A Figura 3.8 ilustra um exemplo das regiões de visibilidade (em verde) e de não visibilidade (em branco) do ponto gerador p_i , devido à presença do k -ésimo obstáculo (em cinza).

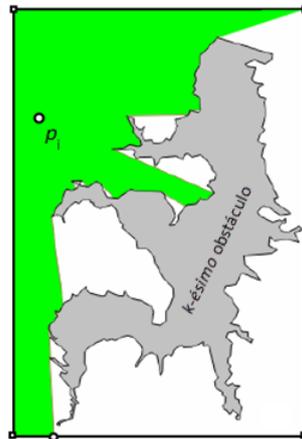


Figura 3.8 - Regiões de visibilidade (verde) e de não visibilidade (branco) de p_i , devido à presença do k -ésimo obstáculo (cinza).

Esta rotina constrói os polígonos de não visibilidade para cada sequência de segmentos de reta que compõem os obstáculos da região de estudo. Para elucidar melhor seu funcionamento considere o exemplo ilustrado na Figura 3.9.

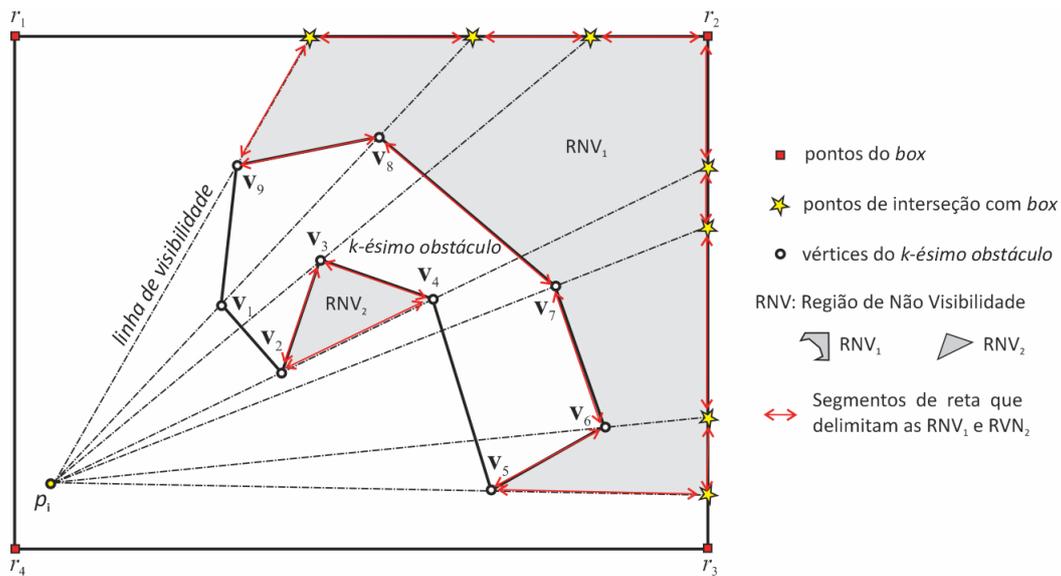


Figura 3.9 - Regiões de não visibilidade do ponto p_i , compostas por segmentos de retas oriundos do k -ésimo obstáculo e do retângulo envolvente.

Para cada segmento de reta que compõe o k -ésimo obstáculo calcula-se as regiões do plano que não são influenciáveis pelo ponto gerador p_i . Para isso, em cada iteração a rotina *RegiaoDeNaoVisibilidade* ($p_i, v_v, v_{v+1}, \text{obstaculo}_k, \text{box}$) (pg. 26) é empregada para construir o polígono de não visibilidade de p_i , devido à presença de cada segmento do k -ésimo obstáculo. Este polígono é adicionado à região de não visibilidade, operando a união com a região de não visibilidade da iteração anterior. O resultado final representa as regiões de não visibilidade de p_i .

Uma visão geral desta rotina é apresentada na forma de pseudocódigo, conforme segue:

Rotina 5: *NãoVisibilidadeSegmentos* ($p_i, \text{obstaculo}_k, \text{box}$)

Entrada: $p_i, \text{obstaculo}_k, \text{box}$

$RNV = \text{Novo Polígono};$

para cada vértice v_v em obstaculo_k **faça**

$RNV_{\text{segmento}} = \text{RegiaoDeNaoVisibilidade} (p_i, v_v, v_{v+1}, \text{obstaculo}_k, \text{box});$

$RNV = RNV \cup RNV_{\text{segmento}} ;$

fim para

retorna RNV

3.3.2 Rotina para Construção de Regiões de Não Visibilidade por Objetos

Esta rotina emprega o conceito de visibilidade por objeto proposto, que objetiva a construção de regiões de não visibilidade de um conjunto de pontos geradores. É denotada de *NãoVisibilidadeObjetos* e têm a seguinte sintaxe:

$RNV = \text{N\~{a}oVisibilidadeObjetos}(p_i, \text{obst\~{a}culo}_k, box)$

em que:

RNV: é um polígono que representa a região de não visibilidade de um ponto gerador devido á presença de um obstáculo;

p_i : é o i -ésimo ponto gerador;

$\text{obst\~{a}culo}_k$: é o k -ésimo obstáculo considerado na região de estudo;

box: refere-se a um vetor de quatro pontos que define o retângulo envolvente da área de estudo.

O conceito de visibilidade proposto por Wang e Tsin (1998), de que cada segmento de reta utilizado para representar um obstáculo é um objeto distinto, pode não ser adequado em algumas aplicações, porque podem ser produzidas regiões de não influência sobre o próprio obstáculo, devido a sua forma. Para minimizar tal efeito, este trabalho propõe o uso da rotina *NãoVisibilidadeObjetos*. Diferente de Wang e Tsin (1998), esta rotina considera que os obstáculos são compostos por vários segmentos de retas. Para uma melhor compreensão considere as Figuras 3.10 (a) e (b), que ilustram as diferenças entre os conceitos de visibilidade por segmentos (WANG; TSIN, 1998) e por objetos, respectivamente. Em ambas as figuras a região de visibilidade do ponto gerador p_i está representada pela cor verde, a região de não visibilidade pela cor branca e o obstáculo pela cor cinza.

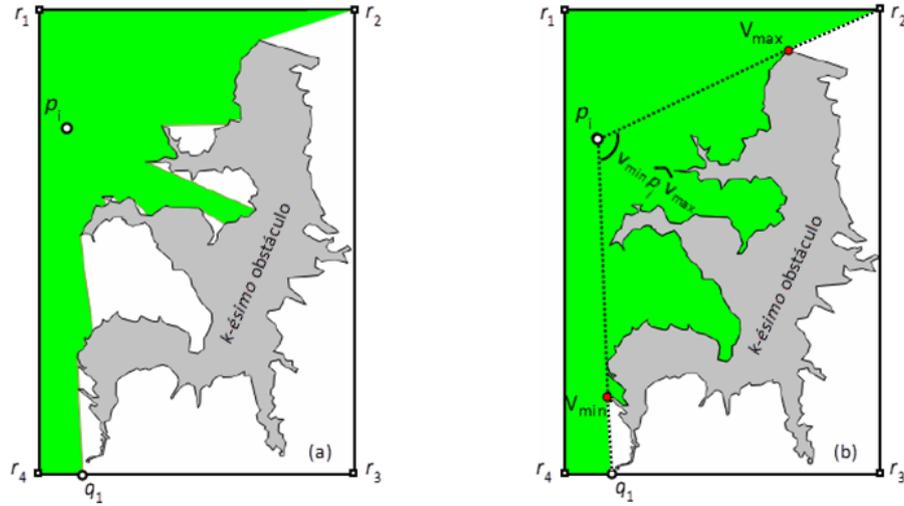


Figura 3.10 - Exemplos de regiões de não visibilidade. Em (a) conforme Wang e Tsin (1998) e em (b) visibilidade por objetos.

Para melhor compreensão desta rotina considere o exemplo da Figura 3.10 (b). Inicialmente encontram-se os vértices do obstáculo, denotados de v_{min} e v_{max} , que maximizam o ângulo $v_{min}\hat{p}v_{max}$. Isso é realizado com o auxílio da função $\hat{angulo}(v_v, p_j, v_{v-1})$, que é utilizada ao percorrer todos os vértices do obstáculo no sentido trigonométrico. Em cada iteração a diferença angular entre dois vértices consecutivos (v_v e v_{v-1}) é acumulada para encontrar os vértices v_{min} e v_{max} . No caso mais complexo, quando o obstáculo é definido por um polígono, estes vértices (v_{min} e v_{max}) dividem o obstáculo em duas partes. A parte do obstáculo que possuir menor distância ao ponto p_i é armazenada em um vetor de vértices Obs_k , que irá compor os limites da região de não visibilidade (no exemplo da Figura 3.10 (b) refere-se a parte do lado esquerdo do obstáculo). No caso mais simples, quando o obstáculo não é um polígono, os vértices são armazenados no vetor Obs_k . Seguindo, emprega-se a rotina *RegiaoDeNaoVisibilidade* ($p_i, v_{min}, v_{max}, Obs_k, box$) (pg.26) para calcular a região de não visibilidade. No exemplo da Figura 3.10 (b) a região de não visibilidade do ponto gerador p_i é delimitada pela parte esquerda do k -ésimo obstáculo e pelos segmentos de reta $\overline{v_{max}r_2}$, $\overline{r_2r_3}$, $\overline{r_3q_1}$ e $\overline{q_1v_{min}}$.

Uma visão geral desta rotina é apresentada na forma de pseudocódigo, conforme

segue:

Rotina 6: Não VisibilidadeObjetos

Entrada: p_i , obstáculo $_k$, box

$v_{max}=v_{min}$ =primeiro vértice do obstáculo $_k$;

somaDosÂngulos=somaMín=somaMáx=0 ;

para cada vértice v_v em obstáculo $_k$ **faça**

 somaDosÂngulos+=ângulo(v_v , p_i , v_{v-1}) ;

se somaDosÂngulos > somaMáx **então**

 somaMáx=somaDosÂngulos ;

$v_{max}=v_v$;

fim se

se ângulo $_{atual}$ < aberturaHorária **então**

 somaMín=somaDosÂngulos ;

$v_{min}=v_v$;

fim se

fim para

se obstáculo $_k$ for um polígono **então**

Obs_k = subconjunto de vértices entre v_{min} e v_{max} que tem menor distância a p_i ;

senão

Obs_k = obstáculo $_k$;

fim se

RNV =RegiaoDeNaoVisibilidade (p_i , v_{min} , v_{max} , Obs_k , box);

retorna RNV ;

3.3.3 Síntese do Algoritmo DVPM-RE

Este algoritmo constrói o DVPM-RE delimitando a zona de influência de cada ponto gerador p_i , devido a presença de todos os demais pontos p_j e dos k -ésimos obstáculos. As zonas de influência são calculadas separadamente, utilizando o conceito de que a área de domínio de um ponto gerador p_i é a região do plano que ele sempre domina. Para uma melhor compreensão deste algoritmo considere o exemplo da Figura 3.11, que ilustra as principais etapas para construir a zona de influência restrita do ponto gerador p_i , devido à presença de um ponto p_j e do k -ésimo obstáculo.

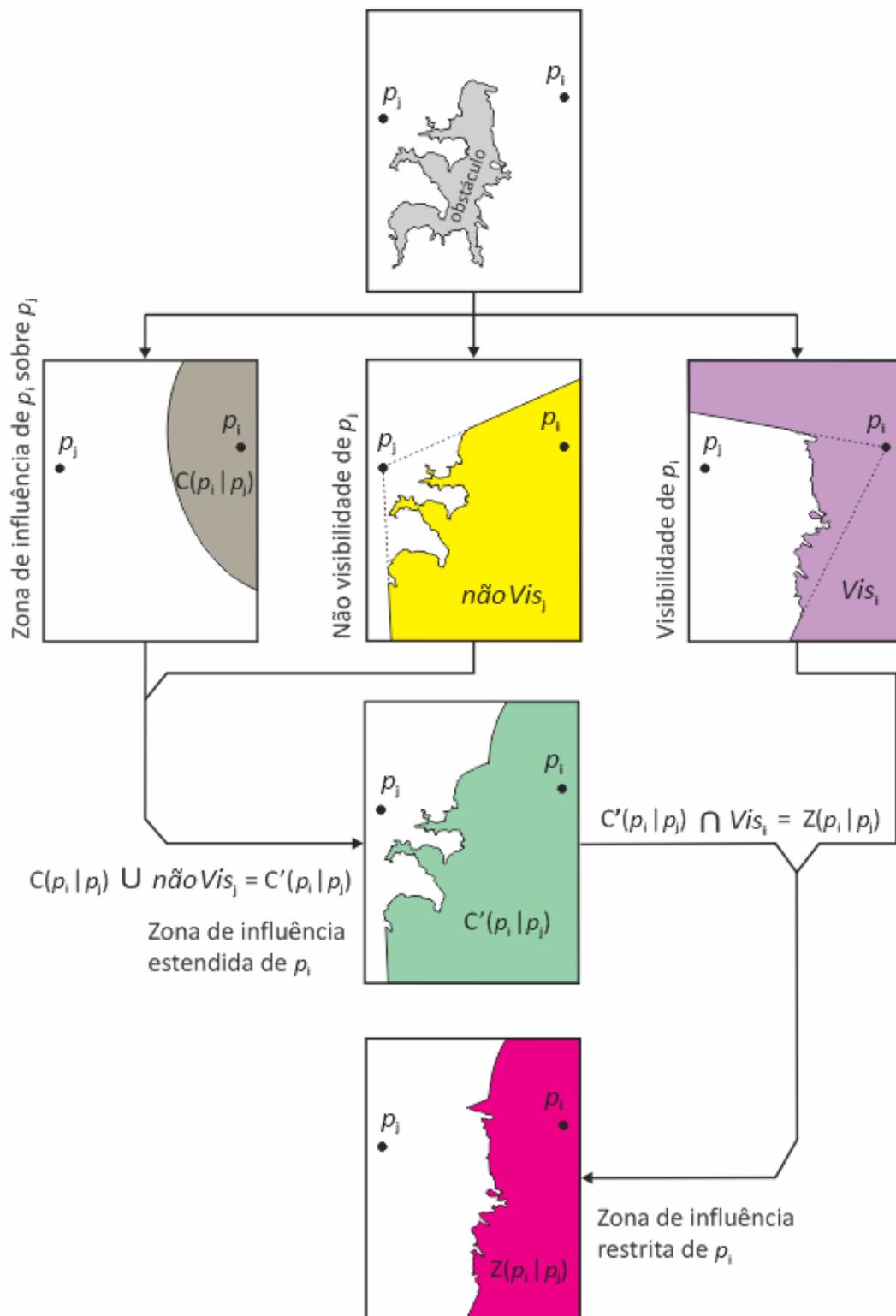


Figura 3.11 - Etapas para a construção da zona de influência restrita do ponto p_i devido à presença de um ponto p_j e de um obstáculo.

Para construir o DVPM-RE, primeiro calcula-se as regiões de visibilidade (vis_i) de cada ponto gerador p_i . Isto é realizado fazendo-se a diferença entre o retângulo envolvente (box) da região de estudo e o polígono de não visibilidade ($nãoVis_j$) encontrado pela rotina *NãoVisibilidadeSegmentos* (p_i , obstáculo $_k$, box) (pg. 38) ou *NãoVisibilidadeObjetos* (p_i , obstáculo $_k$, box) (pg. 41). As regiões de visibilidade representam as localidades em que a distância é igual a ∞ na Equação 2.9 (pág. 13).

Em cada iteração constrói-se a zona de influência $Z(p_i)$ de um ponto gerador p_i . Para isso, são construídas todas as zonas de influência restritas $Z(p_i | p_j)$ devido à presença de um ponto p_j e todos os obstáculos.

Para construir $Z(p_i | p_j)$, primeiro encontra-se o Círculo de Apolônio que delimita a zona de influência entre p_i e p_j . A região do plano, delimitada pela zona de influência, na qual p_i domina sobre p_j é denominada $C(p_i | p_j)$. Esta zona de influência é estendida através da união entre a região de não visibilidade do ponto p_j ($nãoVis_j$) e $C(p_i | p_j)$. A zona de influência estendida, denotada $C'(p_i | p_j)$, representa os locais do plano nos quais p_i pode dominar, pois p_j é impedido de dominar tais locais devido à presença do k -ésimo obstáculo.

A $Z(p_i | p_j)$ é encontrada através da interseção entre a zona de influência estendida ($C'(p_i | p_j)$) e a visibilidade de p_i (vis_i). Por fim, a zona de influência de p_i ($Z(p_i)$) é encontrada procedendo a interseção entre cada uma das regiões $Z(p_i | p_j)$ obtidas em cada iteração.

Como a delimitação das regiões de visibilidade é feita antes de encontrar a zona de influência restrita de cada ponto, este algoritmo permite a utilização de diversos conceitos de visibilidade em uma única implementação. Outros algoritmos fazem uso do conceito de visibilidade para definir estruturas de busca otimizadas (CARNASCIALI, 2010), ficando dependentes de apenas um conceito de visibilidade.

Uma visão geral deste algoritmo é apresentado na forma de pseudocódigo, conforme

segue:

Algoritmo 7: DVPM-RE

Entrada: $P[]$, $vis[]$, box

DVPMRE[] = vetor vazio de n polígonos generalizados ;

para cada ponto $p_i \in P[]$ **faça**

$Z(p_i) = box$;

para cada ponto $p_j \in P[]$ **faça**

se $p_i \neq p_j$ **então**

$C(p_i | p_j) = ZonaDeInfluencia(p_i, p_j)$;

$C'(p_i | p_j) = C(p_i | p_j) \cup (box - vis_j)$;

$Z(p_i | p_j) = C'(p_i | p_j) \cap vis_i$;

$Z(p_i) = Interseção(Z(p_i | p_j), Z(p_i))$;

fim se

fim para

 DVPMRE[i] = $Z(p_i)$;

fim para

retorna DVPMRE

Após a construção do DVPM-RE, para bancos de dados que não possuam geometrias circulares, a rotina *AproximaçãoPorSegmentos* (c, v_{ini}, v_{fim}, tol) (pg. 31) é utilizada para transformar cada arco que compõe o DVPM-RE em polígonos definidos por segmentos de reta.

3.3.4 Complexidade Computacional do DVPM-RE

Seja m a quantidade de segmentos que representam os obstáculos presentes na região de estudo e n a quantidade de pontos geradores que construirão o DVPM-RE. A quantidade de segmentos de retas utilizados para representar a região de visibilidade (vis_i) de um ponto devido à presença de todos os obstáculos utilizando o conceito de visibilidade por objetos tem complexidade $O(m)$ para m suficientemente grande, pois a região de visibilidade é um subconjunto dos obstáculos, adicionadas duas linhas de visibilidade por obstáculo.

A seguir a complexidade computacional para construção do DVPM-RE é abordada sobre dois aspectos, conforme segue:

i) complexidade de processamento: a zona de influência estendida ($C'(p_i | p_j)$) é

obtida pela união entre as áreas delimitadas por um círculo ($C(p_i | p_j)$) e a região de visibilidade do ponto (vis_j). Desta forma, a complexidade computacional desta operação é $O(m)$, gerando um polígono generalizado com $O(m)$ segmentos. A zona de influência restrita ($Z(p_i | p_j)$) é obtida através da interseção entre dois polígonos generalizados de $O(m)$ segmentos, portanto a complexidade da interseção é $O(m^2)$. Desta forma, a complexidade computacional para efetuar as duas operações em sequência, calculando $Z(p_i | p_j)$, é $O(m^2)$. A quantidade de segmentos em $Z(p_i | p_j)$ é da ordem de $O(m)$.

Para um dado ponto p_i , o algoritmo calcula $Z(p_i | p_j)$ para cada p_j e intersecciona $Z(p_i | p_j)$ com $Z(p_i)$ da iteração anterior. Desta forma, em cada iteração a $Z(p_i | p_j)$ é calculada ($O(m^2)$) e interseccionada com a zona de influência atual ($Z(p_i)$), que contém $O(m + n)$ segmentos. A complexidade da interseção é $O(m^2 + m.n)$, portanto, cada iteração que calcula $Z(p_i | p_j)$ tem a complexidade $O(m^2 + m.n)$. Para calcular a zona de influência restrita de um ponto, repete-se este processo n vezes ($O(n.m^2 + m.n^2)$). O algoritmo calcula separadamente as n zonas de influência restritas de cada ponto, portanto a complexidade da construção do DVPM-RE é $O(n^2.m^2 + m.n^3)$, ou seja, $O(n^2.m.(n + m))$.

O algoritmo desenvolvido por Wang e Tsin (1998) tem complexidade em processamento $O(m^2.n^2 + n^4.2^{\alpha(n)})$, portanto em diversas situações a complexidade em processamento dos dois algoritmos é similar.

ii) complexidade em memória: em cada iteração são armazenados em memória todos os polígonos de visibilidade ($O(m.n)$) e uma zona de influência restrita que está sendo produzida na iteração ($O(m^2)$). Portanto a quantidade de objetos representados em memória é $O(m^2 + m.n)$.

O algoritmo apresentado por Wang e Tsin (1998) é iniciado com a construção de um arranjo contendo todos os possíveis Círculos de Apolônio, linhas de visibilidade e segmentos de obstáculos. Esta construção exige $O(m^2.n^2 + n^4)$ espaço alocado em memória. Em diversas aplicações geográficas, esta exigência em memória pode impedir a utilização deste algoritmo. O algoritmo apresentado neste trabalho tem complexidade em memória $O(m^2 + m.n)$, portanto é mais indicado para situações em que a quantidade de dados alocados em memória em cada iteração possa superar os limites do computador utilizado.

3.4 Algoritmos para Processamento Paralelo

Tanto o algoritmo desenvolvido para o DVPM quanto o para o DVPM-RE utilizam o conceito de interseção topológica das zonas de influência dois a dois. Portanto em cada iteração apenas uma zona de influência é calculada. Como a construção da zona de influência de um ponto gerador é independente das demais zonas de influência, pode-se utilizar recursos de concorrência para paralelização ou utilização de vários núcleos de processamento. A utilização dessas técnicas pode reduzir o tempo de processamento necessário para a construção dos diagramas por utilizar todos os núcleos que o processador tem disponíveis (YANG et al., 2005).

Nesta implementação, foi utilizado o recurso de *threads* para permitir que o sistema operacional gerencie a utilização de vários núcleos caso eles estejam disponíveis. *Threads* são unidades de controle de um programa que podem executar operações simultaneamente (TANENBAUM; WOODHULL, 2008). Desta forma, cada unidade de controle pode ser alocada para um processador, a critério do sistema operacional, para processar uma parte das zonas de influência.

No caso do DVPM, o programa seleciona subconjuntos dos pontos geradores que serão processados em cada *thread*. Cada *thread* tem acesso a todo o conjunto de pontos, porém calcula as zonas de influência apenas dos pontos do subconjunto selecionado. A Figura 3.12 ilustra o fluxo de informações para possibilitar a o processamento de subconjuntos de pontos separadamente utilizando três núcleos para processar trinta zonas de influência.

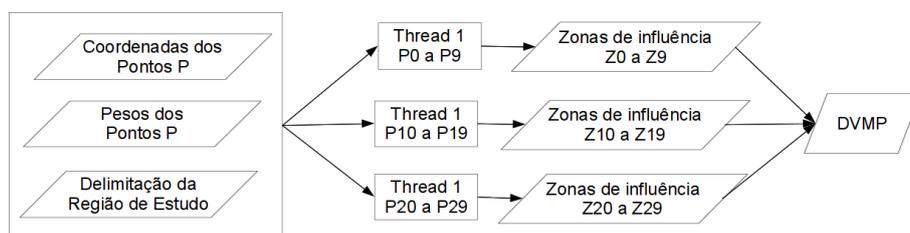


Figura 3.12 - Fluxograma da utilização de concorrência para a construção do DVPM

Assim como no DVPM, os algoritmos apresentados para construir o DVPM-RE também permitem a utilização de recursos de paralelização para a utilização de vá-

rios núcleos de processamento. O algoritmo do DVPM-RE parte do princípio que as regiões de visibilidade foram calculadas anteriormente. Desta forma, o primeiro processo que pode ser segmentado é a construção destas regiões. As regiões de visibilidade independem umas das outras e para cada ponto gerador é gerado apenas um polígono de visibilidade, portanto pode-se designar subgrupos de pontos a diferentes *threads*. Ao término do processamento dos polígonos de visibilidade, estes são consolidados em um único conjunto. Com os polígonos de visibilidade construídos, o algoritmo pode ser segmentado da mesma forma que o DVPM: cada *thread* constrói a zona de influência restrita de um subconjunto de pontos, tendo acesso ao conjunto de pontos geradores e de regiões de visibilidade. Como não há dependência entre as regiões de influência restritas, os resultados de cada *thread* são consolidados quando o processamento termina.

3.5 Implementação no *TerraView*

Os algoritmos desenvolvidos neste trabalho foram implementados na forma de um único código-fonte na linguagem de programação C++, o qual pode ser compilado como uma extensão do programa *TerraView*, ou então, como um programa em separado. O código-fonte está disponível em: <https://github.com/mauriciodev/cmwworonoi>, através do sistema de controle de versões *GIT* (TORVALDS; HAMANO, 2010), que permite acesso por navegadores de internet. Após a compilação com o *TerraView*, a interface que executa os algoritmos de DVPM e DVPM-RE é disponibilizada via menu, na opção *Plugins, Multiplicatively Weighted Voronoi Diagram*, conforme mostra a Figura 3.13.

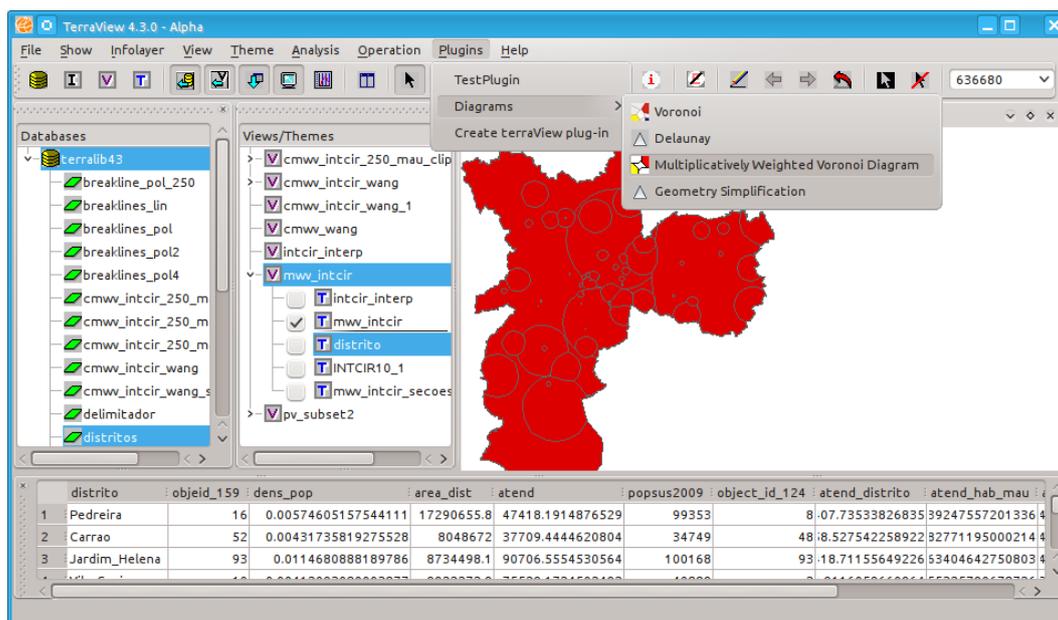


Figura 3.13 - Acesso da extensão através do menu do *TerraView*.

A seleção da opção *Multiplicatively Weighted Voronoi Diagram* leva à abertura da interface *Multiplicatively Weighted Voronoi*, conforme ilustra a Figura 3.14.

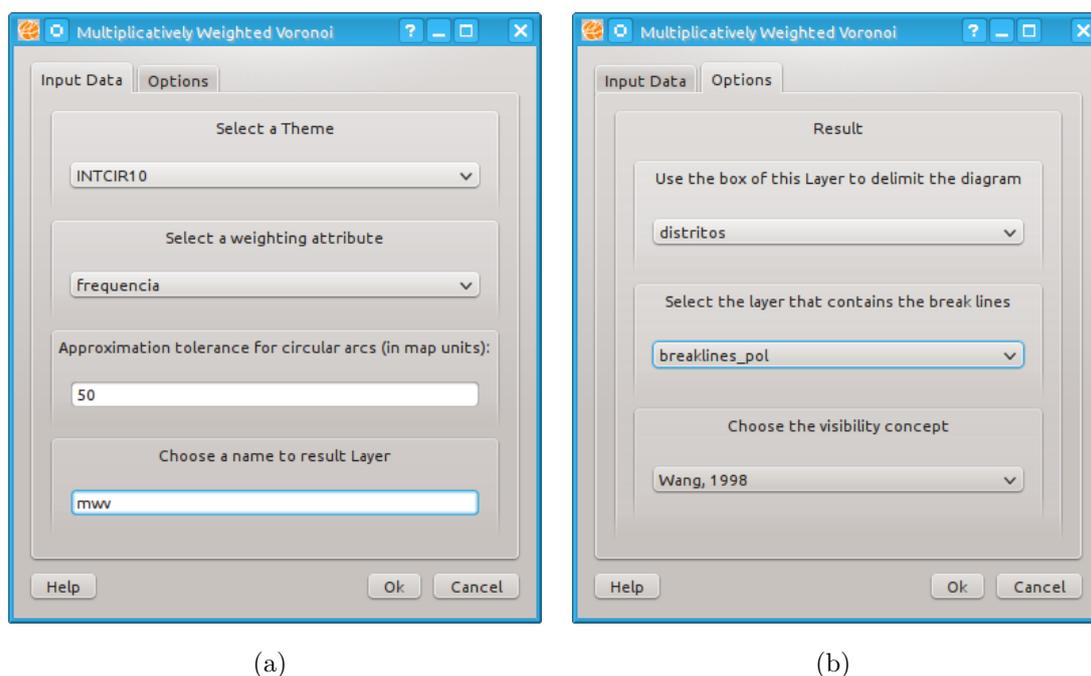


Figura 3.14 - Interface gráfica para a execução do DVPM e DVPM-RE.

Nesta interface há duas abas. A primeira aba, conforme mostra a Figura 3.14 (a), permite a seleção:

- a) do tema de entrada, que contém os pontos geradores;
- b) do atributo de ponderação;
- c) do valor de tolerância para efetuar a aproximação dos arcos de circunferência em segmentos de retas. Este valor é dado na unidade do sistema de referências do tema de entrada;
- d) do nome do plano de informação de saída.

A segunda aba, conforme a Figura 3.14 (b) permite a seleção:

- a) de um plano de informação de polígonos delimitadores, que é utilizado para recortar o diagrama após a sua criação;
- b) um plano de informação de linhas ou polígonos que contém os obstáculos;
- c) o conceito de visibilidade (por segmentos ou objetos) a ser utilizado no DVPM-RE.

Esta interface executa automaticamente o algoritmo do DVPM-RE toda vez que um plano de informação de obstáculos for selecionado. Caso o plano de informação de

obstáculos não seja selecionado, a interface executa o algoritmo de DVPM.

As ferramentas de edição do TerraView permitem a criação e edição dos planos de informação e dos atributos a serem utilizados como pesos. Além disso, os recursos de mineração de dados e de processamento de imagens do TerraView permitem que os planos de informação sejam populados por geometrias extraídas de imagens obtidas por sensoriamento remoto. Desta forma, estas ferramentas permitem que os obstáculos e os pontos geradores sejam produzidos de diferentes formas.

Após criados os diagramas, as ferramentas de geoprocessamento podem ser utilizadas para criar relacionamentos com outros planos de informação, de forma a fazer parte de processamentos mais complexos. Portanto a integração no TerraView permite que diversas etapas das análises utilizando DVPM e DVPM-RE sejam feitas em um único aplicativo.

4 DOIS PROBLEMAS ESPACIAIS EM SAÚDE PÚBLICA COMO PROVAS DE CONCEITO

Este capítulo aplica os diagramas de Voronoi com ponderação multiplicativa (DVPM) e com restrições espaciais (DVPM-RE) em dois problemas distintos na área de saúde pública como provas de conceito. O primeiro aborda sobre a questão da delimitação das áreas de abrangência dos pontos de vendas de medicamentos e estima a densidade de uso populacional de *ciprofloxacina* (CIP). O segundo emprega duas metodologias, uma proposta pela CEInfo e a outra que é baseada nos DVPM e DVPM-RE, para estimar um indicador de oferta e demanda a partir da informação da quantidade de atendimentos em internações cirúrgicas nos hospitais do Sistema Único de Saúde (SUS). Ambos os problemas foram investigados e analisados a partir de dados coletados sobre a cidade de São Paulo.

4.1 Estimativas da Densidade de Uso Populacional de Antibióticos na Cidade de São Paulo

4.1.1 Introdução

Estimativas da densidade de uso populacional de antibióticos tem importância fundamental para estabelecer medidas e políticas de saúde pública mais adequada para o controle e a otimização do consumo de antibióticos (CAMARGO et al., 2012). O consumo de forma descontrolada de antibióticos de uso comunitário (de vendas em farmácias e drogarias) pode agir como fator desencadeador na ocorrência de resistências bacterianas em determinados espaços urbanos. Um estudo preliminar do Projeto EUREQA - Epidemiologia do Uso e da Resistência Bacteriana a Quimioterápicos e Antibióticos na População (KIFFER et al., 2011) investigou processos de construção da resistência bacteriana aos antibióticos na população em geral. Tal estudo foi realizado na cidade de São Paulo e utilizou estratégia analítica espaço-temporal, baseado na correlação entre consumo populacional de ciprofloxacina (CIP) e ocorrência de resistência de *Escherichia coli* oriunda de infecções urinárias comunitárias. Um total de 4372 casos de infecção do trato urinário por *Escherichia coli*, com 723 casos resistentes a CIP, foram identificadas em 2002 através de dois grandes centros de atendimento. Os casos foram geocodificados sobre a base de logradouros da cidade e disponibilizados na forma de mapa. Já os dados de consumo de CIP, mensurado por auditoria de venda, primeiro foram geocodificados e depois transformados em densidade de uso populacional por determinação de zonas de influência. Segundo

Kiffer et al. (2011), zonas de influência foram usadas como a melhor explicação para o padrão de consumo, uma vez que o consumo em farmácias e drogarias, quer por compra direta ou entrega, origina-se em uma zona mais próxima à residência do sujeito. Seguindo, um modelo estocástico foi empregado para estabelecer a relação entre a resistência de *Escherichia coli* e a densidade de uso do medicamento, e depois detectar sobre a cidade as áreas de alta/baixa resistência ao risco.

Nesse contexto, esta prova de conceito emprega o banco de dados EUREQA e limita-se à construção das zonas de influência dos pontos de venda de CIP por meio do DVPM, para posteriormente estabelecer estimativas da densidade de uso populacional de CIP. No Projeto EUREQA, tais zonas de influência e estimativas foram obtidas empregando-se o DVO. Para avaliar as estimativas oriundas do DVPM optou-se por uma análise comparativa com os resultados advindos do DVO, não a guisa de conclusão, mas como uma contribuição para o entendimento de como a partição da paisagem imposta pelos diagramas (DVPM e DVO) pode afetar os resultados.

4.1.2 Área de Estudo e Dados

A área de estudo refere-se à cidade de São Paulo-SP, com área total de 1524 km^2 . Sua divisão territorial é composta por 96 Distritos, os quais englobam em torno de 13 mil setores censitários e aproximadamente 163 mil logradouros. Segundo o censo demográfico de 2010 estabelecido pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2011) sua população é da ordem de 11 milhões de habitantes. Sua localização está compreendida sob as seguintes coordenadas geográficas: Longitude de $-46^\circ 50'$ a $-46^\circ 21'$ e Latitude de $-23^\circ 21'$ a $-24^\circ 00'$.

A base de dados considerada para esta prova de conceito é oriunda do Banco de Dados EUREQA, ano 2002, conforme descrita a seguir:

- a) Limite da cidade de São Paulo, com representação poligonal;
- b) Base de logradouros, necessária para efetuar a geocodificação de endereços dos pontos de vendas de medicamentos (farmácias e drogarias);
- c) Um total de 2820 pontos de venda, com representação pontual, foi considerado. Associado a cada ponto de venda tem-se o valor médio mensal e anual de DDD (*Defined Daily Dose* ou Dose Diária Definida) para CIP. O DDD representa a média estimada da dose de manutenção do medica-

mento em sua principal indicação para adultos (KIFFER et al., 2011). Em outras palavras, o DDD significa o quanto de um medicamento um adulto com mais de 70 kg deve consumir para eliminar uma determinada bactéria. Neste estudo, foram considerados apenas os valores anuais de DDDs para CIP por ponto de venda;

- d) Malha digital de setores censitários da cidade de São Paulo-SP, fornecido pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2011), com suas respectivas populações.

A Figura 4.1 sintetiza o Banco de Dados EUREQA empregado nesta prova de conceito.

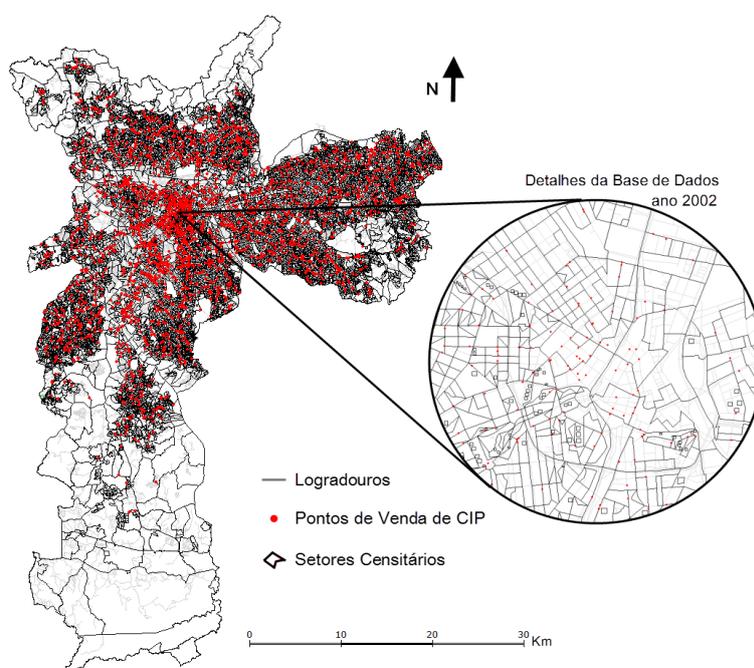


Figura 4.1 - Distribuição dos pontos de venda de antibióticos na cidade de São Paulo.

4.1.3 Metodologia

Inicialmente optou-se por uma filtragem no conjunto de pontos de venda para minimizar a produção de zonas de influência com áreas insignificantes, ou seja, pontos que produziram círculos de Apolônio com diâmetro menor que a tolerância utilizada

nas aproximações de arcos de circunferência por segmentos de retas. Esta filtragem se refere na remoção dos pontos de vendas que apresentaram valores de DDD para CIP anuais menores que 1% da diferença entre DDD_{max} (65964) e DDD_{min} (6). Assim, pontos de venda com valores de DDD anuais $< 665,58$ foram eliminados. Após a filtragem o número de pontos de vendas de CIP passou de 2820 para 740.

Seguindo, a partir das coordenadas dos pontos de vendas filtrados e de seus atributos (DDD) foram produzidas suas respectivas zonas de influência, empregando-se o DVO e o DVPM. As zonas de influência estabelecidas via DVO tem como hipótese subjacente que os consumidores procuram pontos de vendas de medicamentos mais próximos de suas residências. Já as zonas de influência construídas via DVPM empregam como fator de ponderação o atributo de DDD anual para CIP. Neste caso, o DVPM advém do modelo de áreas mercadológicas de Reilly (1931), cuja hipótese é de que os consumidores dão preferência a estabelecimentos com maior volume de vendas. Os parâmetros α e β do modelo de Reilly (Equação 2.15 pág. 18) foram considerados iguais a 1, porque não foi encontrado na literatura um modelo específico para este tipo de aplicação. Neste ponto, vale observar que as zonas de influência estabelecidas via DVO e DVPM portam como atributo valores anuais de DDD para CIP.

A próxima etapa consiste em estimar a população para cada uma das zonas de influência. Para tal, foi utilizado a malha de setores censitários. Através de uma operação de interseção entre os mapas de zonas de influência e de setores censitários, foram produzidas áreas de interseção, denotadas de *seções*. Para melhor compreensão considere o exemplo ilustrado na Figura 4.2, a qual ilustra as *seções* SA, SB, SC e SD.

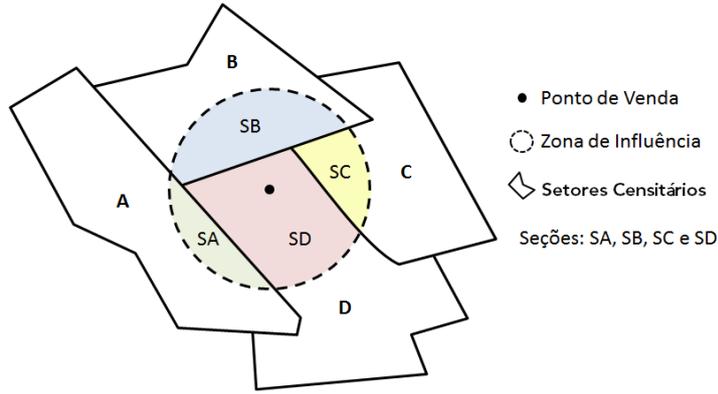


Figura 4.2 - Geração de *seções* por meio de interseção.

Considerando que a distribuição da população ocorre de forma homogênea dentro de cada setor censitário, a população em cada seção foi estimada como:

$$PopS_i = PopSC_s \left(\frac{INTArea_{k,s}}{AreaSC_s} \right) \quad (4.1)$$

em que: $i = 1, \dots, n$ (n = número de interseções que ocorre entre a k -ésima zona de influência e o mapa de setores censitários); s é o indexador do setor censitário, $s = 1, \dots, ns$ (ns = número de setores censitários); $k = 1, \dots, m$ (m = número de zonas de influência = número de centros de atendimento); $PopSC_s$ é a população residente no s -ésimo setor censitário; $INTArea_{k,s}$ é a área de interseção entre a k -ésima zona de influência e o s -ésimo setor censitário; $AreaSC_s$ é a área do s -ésimo setor censitário.

Dado que uma zona de influência pode ser composta de várias *seções*, então sua população ($PopZI_k$) foi estimada da seguinte forma:

$$PopZI_k = \sum_{i=1}^n PopS_i = \sum_{i=1}^n PopSC_s \left(\frac{INTArea_{k,s}}{AreaSC_s} \right) \quad (4.2)$$

em que: $k, n, i, s, PopS_i, PopSC_s, INTArea_{k,s}$ e $AreaSC_s$ são conforme definidos anteriormente.

Neste ponto, cada zona de influência tem associado um valor anual de DDD para CIP e a população. A partir desta informação, estimativas anuais da densidade de uso populacional de CIP por zonas de influencia (D_DDDAZI_k) foram estabelecidas,

conforme segue:

$$D_DDDAZI_k = \frac{DDDAZI_k}{\left(\frac{PopZI_k}{1000}\right) * 365} \quad (4.3)$$

em que: $DDDAZI_k$ é o valor anual de DDD para CIP associado à k -ésima zona de influência; $PopZI_k/1000$ é a população em milhares de habitantes restrita na k -ésima zona de influência e 365 refere-se ao número de dias no ano.

A metodologia descrita acima está sintetizada na forma de fluxograma, conforme ilustra a Figura 4.3.

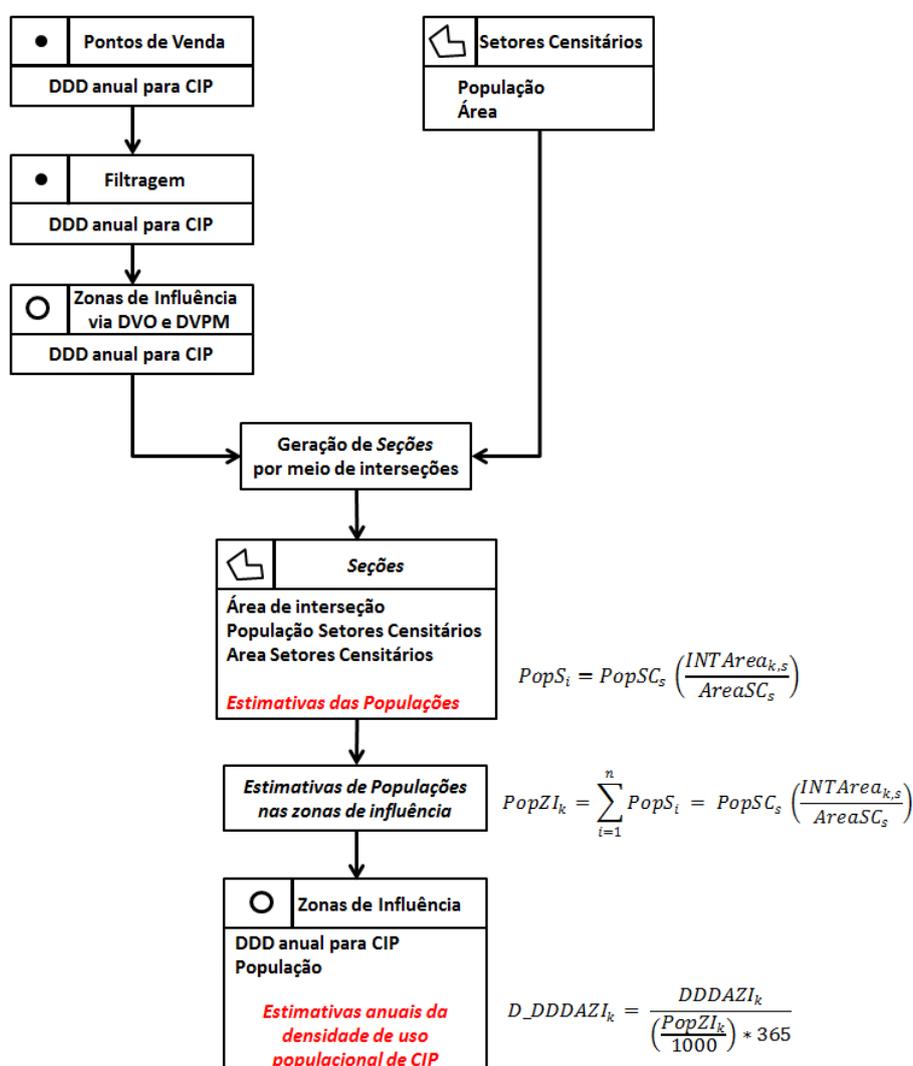


Figura 4.3 - Fluxograma da metodologia para cálculo de estimativas anuais da densidade de uso populacional de CIP na cidade de São Paulo.

4.1.4 Resultados

Inicialmente, uma análise exploratória dos dados de DDD anuais associados aos 740 pontos de venda foi estabelecida através de medidas da estatística descritiva. Os resultados estão sintetizados na Figura 4.4, na forma do histograma e do gráfico de frequência acumulada transformado utilizando logaritmo na base 10.

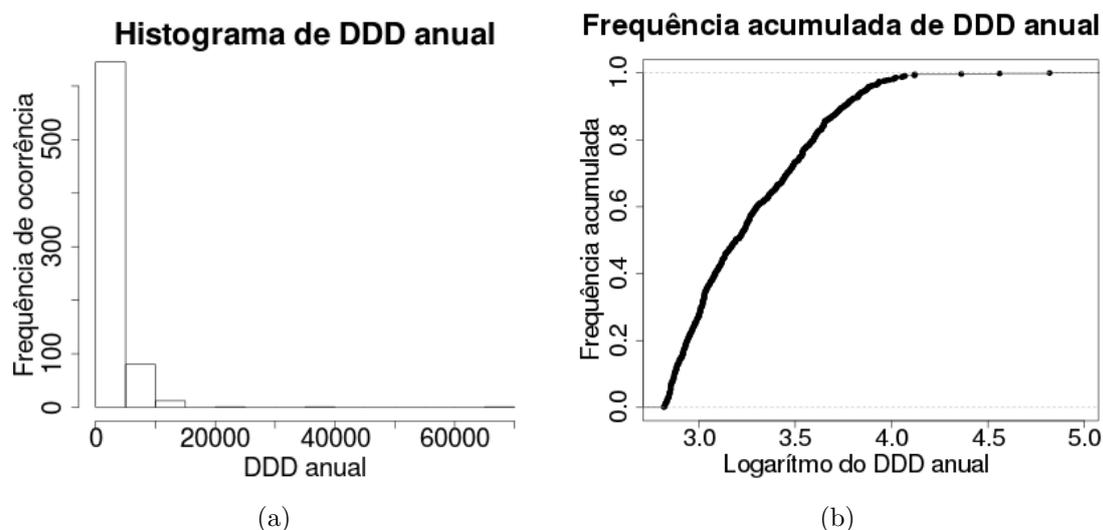


Figura 4.4 - Em (a) o histograma de DDD anual nos pontos de venda. Em (b) a frequência acumulada do logaritmo do DDD anual na base 10.

Apesar da filtragem imposta no conjunto de pontos de vendas, com DDDs anuais $< 665,58$, os gráficos revelam que ainda há uma forte assimetria na distribuição dos dados de DDD. Isto pode ser visto com mais clareza no histograma da Figura 4.4 (a), o qual revela que ainda há uma grande quantidade de pontos de venda sobre a cidade, mais de 92%, que agregam valores de DDD anual para CIP da ordem de 2025, e apenas 2% dos pontos de venda com valores de DDD acima de 10000. Tal distribuição tem efeito direto na partição da paisagem quando o DVPM é aplicado, podendo criar zonas de influência com áreas insignificantes. Não nos cabe julgar a qualidade dos dados empregados, uma vez que os mesmos são de origem de um estudo já consagrado pelo projeto EUREQA (KIFFER et al., 2011). Por outro lado, sempre que possível, uma investigação minuciosa nos dados faz-se necessário, como por exemplo, para remoção de dados discrepantes e duvidosos.

As Figuras 4.5 (A) e 4.5 (B) apresentam os resultados das estimativas da densidade anual do uso populacional de CIP construídas via DVO e DVPM, respectivamente. O tempo de processamento para a construção do DVO foi da ordem de grandeza de minutos, enquanto o tempo de processamento para a construção do DVPM utilizando o programa desenvolvido nesta pesquisa foi de seis dias. O mesmo conjunto de pontos foi utilizado no programa desenvolvido por Mu (2004), mas o processamento foi cancelado após o décimo dia de execução em um computador Intel Core i5 2,3 GHz com 4GB memória RAM.

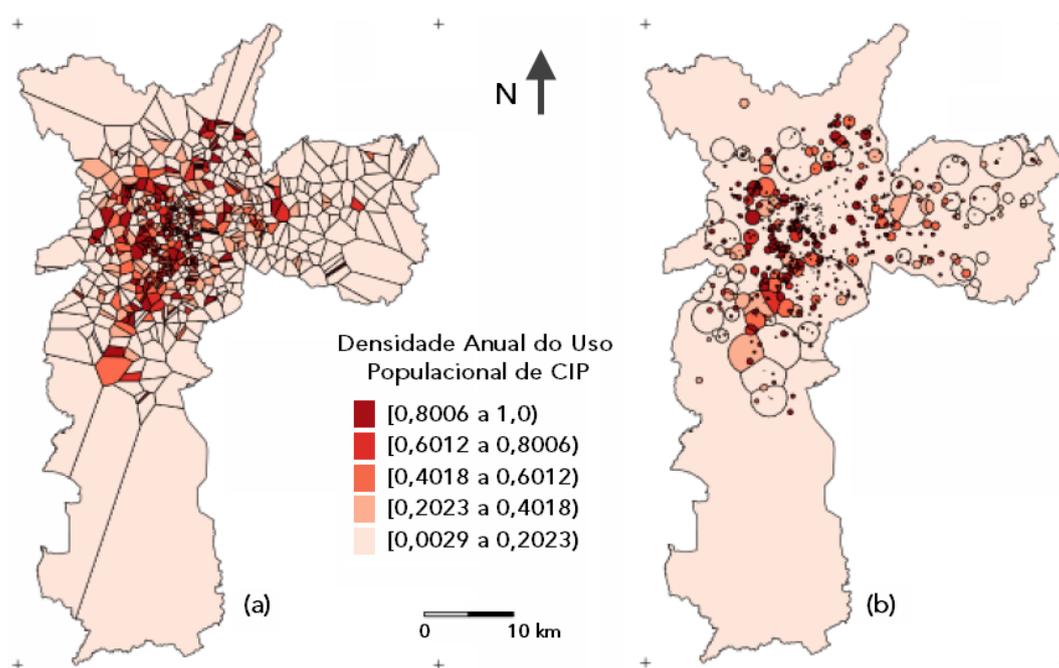


Figura 4.5 - Densidade anual do uso populacional de CIP por zonas de influência. Em (a) via DVO e em (b) via DVPM.

Para ilustrar as diferenças nos resultados de análises sobre outros suportes geográficos, foram produzidos os mapas das Figuras 4.6 (a) e 4.6 (b). Nestes mapas, os valores de densidade anual de uso populacional de CIP associados às respectivas zonas de influência foram distribuídos para os setores censitários que compõem a cidade. Os resultados expressos nas Figuras 4.6 (a) e (b), apesar de não serem conclusivos, dão uma ideia ao analista de como a densidade de uso populacional de CIP se distribui, dependendo das hipóteses consideradas e da partição imposta sobre a paisagem (DVO ou DVPM).

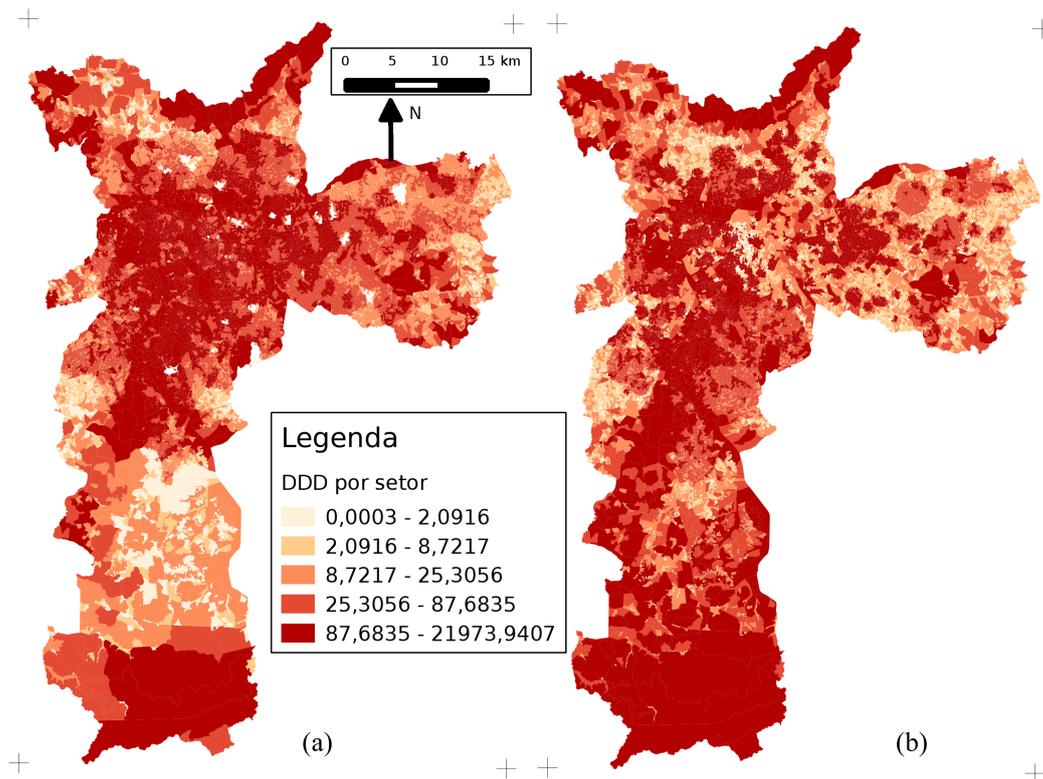


Figura 4.6 - Distribuição da densidade anual de uso populacional de CIP por setor censitário. Em (a) via DVO e em (b) via DVPM.

4.1.5 Considerações Finais

Esta prova de conceito ilustrou que a inclusão da ponderação no processo de partição espacial pode alterar significativamente os resultados. Neste caso, ao utilizar a hipótese de que o usuário dá preferência aos estabelecimentos com maior volume de vendas, foi produzido um diagrama que pode ser mais adequado ao problema estudado. Um estudo para estimar os parâmetros α e β do modelo de Reilly (1931) para a distribuição de CIP pode melhorar a adaptação do modelo à esta aplicação. Neste caso, poderiam ser utilizadas, por exemplo, informações de campo avaliadas por um especialista.

O conjunto de dados utilizado serviu como um primeiro teste da capacidade de processamento do algoritmo desenvolvido nesta pesquisa. O programa implementado com o algoritmo DVPM obteve resultados positivos por ser capaz de gerar o di-

agrama para um conjunto com centenas de pontos geradores em um computador pessoal, o que não foi possível com o aplicativo desenvolvido por Mu (2004). Apesar disso, o tempo de processamento pode ser inadequado para determinadas aplicações geográficas. Nestas situações, a filtragem inicial dos pontos para restringir os pontos com pesos não significativos é fundamental.

4.2 Estimativas do Indicador de Oferta e Demanda dos Hospitais do Sistema Único de Saúde na Cidade de São Paulo

4.2.1 Introdução

Informações sobre a capacidade de atendimento dos hospitais, do conhecimento de suas áreas de abrangência e acessibilidade são fatores importantes para os órgãos gerenciadores de recursos em saúde, em virtude destes constituírem aspectos fundamentais para garantir um atendimento de qualidade à população. Neste sentido, a Coordenação de Epidemiologia e Informação (CEInfo), da Secretaria Municipal de Saúde de São Paulo-SP, dentre outras atribuições, desenvolve estudos de indicadores de oferta e demanda do atendimento de saúde pública por distrito administrativo do município. Um dos fatores levados em consideração nos indicadores é a acessibilidade, traduzida no tempo médio de deslocamento no território em viagens que tenham a saúde como objetivo. Com as informações da quantidade de atendimentos em cada hospital, a CEInfo desenvolveu um estimador que busca mostrar uma visão simplificada da quantidade de atendimentos por habitantes em cada distrito.

Esta prova de conceito é conduzida sobre duas metodologias, que objetivam obter estimativas do indicador de oferta e demanda dos hospitais do Sistema Único de Saúde, por distrito administrativo, na cidade de São Paulo. A primeira metodologia é imposta pela CEInfo e a segunda é baseada em diagramas de Voronoi. Ambas as metodologias fazem uso da base de dados fornecida pela CEInfo. Para finalizar os resultados são apresentados e discutidos.

4.2.2 Área de Estudo e os Dados

A área de estudo refere-se à cidade de São Paulo, a qual ocupa uma área de apenas 0,02% do território Brasileiro. Segundo o censo demográfico de 2010 realizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o município apresenta alguns números que o colocam entre as maiores cidades do mundo, tais como: área total de 1524 km^2 , população de aproximadamente 11 milhões de habitantes, divisão

territorial composta por 96 distritos e densidade populacional da ordem de 7370 habitantes/km². Sua localização está compreendida entre as seguintes coordenadas geográficas: LONGITUDE de -46° 50' a -46° 21' e LATITUDE de -23° 21' a -24° 00'.

Os dados considerados para este estudo e suas fontes são:

- a) A quantidade de atendimentos em internações cirúrgicas de emergência distribuída entre os 62 hospitais do Sistema Único de Saúde (SUS), em 2010. Esses dados foram disponibilizados pela Coordenação de Epidemiologia e Informação (CEInfo), da Secretaria Municipal de Saúde de São Paulo-SP. Os atendimentos ofertados são entendidos como a quantidade média anual de atendimentos em cada estabelecimento;
- b) Mapa de distritos administrativos do município de São Paulo-SP com suas respectivas populações SUS (CEInfo, 2012);
- c) Mapa de restrições espaciais. Trata-se de um mapa poligonal que representa os obstáculos considerados, como massas d'água e reservas florestais. Este mapa foi produzido através de um processo de digitalização em tela sobre uma imagem LandSat 5 (órbita-ponto 219/076, de 26 de julho de 2011).

Os dados provenientes da CEInfo foram inicialmente geocodificados e depois integrados às demais informações para compor o banco de dados geográfico no aplicativo TerraView (INPE, 2012), conforme ilustra a Figura 4.7.

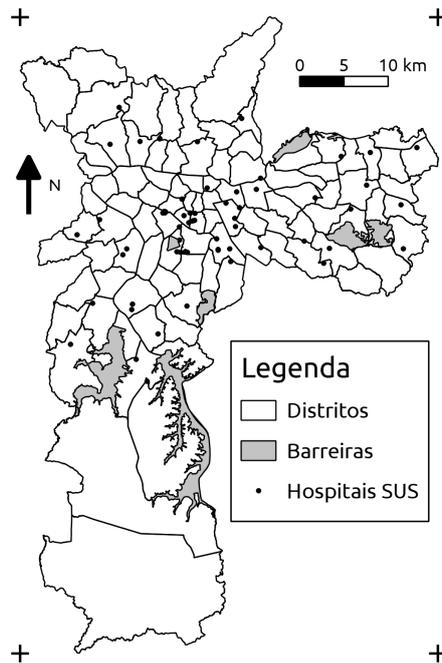


Figura 4.7 - Síntese do banco de dados com as informações dos centros de atendimento SUS, a base de distritos e obstáculos considerados.

Na Figura 4.7, cada ponto do mapa representa uma unidade hospitalar do SUS com seu respectivo valor agregado (o número de atendimentos em internações cirúrgicas de emergência no ano de 2010).

4.2.3 Proposta Metodológica da CEInfo

A metodologia proposta pela CEInfo é relativamente simples e requer alguns passos. Primeiro aplica-se o método de interpolação média ponderada pelo inverso da distância (MPID) (ALLASIA, 1992) a partir dos dados de número de atendimentos em internações cirúrgicas de emergência. Isto produz uma superfície (uma grade de resolução pré-definida pelo analista) sobre toda a área de estudo. Essa superfície representa uma média da distribuição espacial do dado empregado. Depois, aplica-se uma operação de média zonal da superfície interpolada para cada um dos distritos. Nesse ponto, cada distrito administrativo tem agregado a média de atendimentos em internações cirúrgicas de emergência e sua respectiva população SUS. Por fim, o indicador de oferta e demanda (r_d) é calculado pela razão:

$$r_d = \frac{\text{Média do Número de Atendimentos}}{\text{População SUS}} \quad (4.4)$$

Em que d é o indexador do distrito, $d = 1, \dots, nd$ (nd = número de distritos).

O fluxograma da Figura 4.8 sintetiza a metodologia da CEInfo.

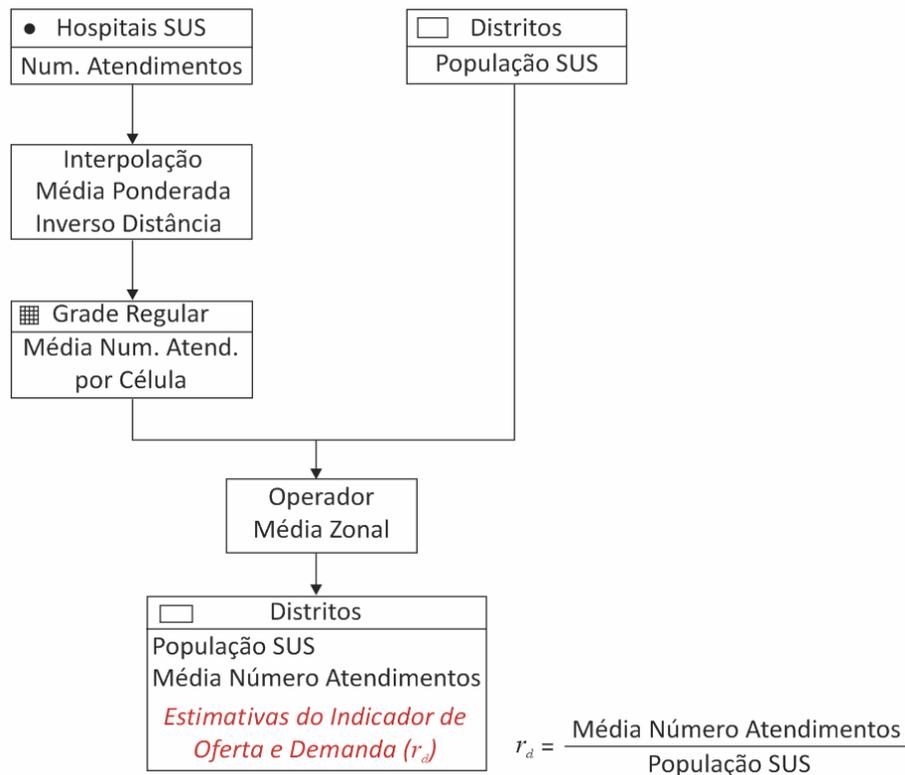


Figura 4.8 - Fluxograma da metodologia proposta pela CEInfo.

4.2.4 Proposta Metodológica Baseada em Diagramas de Voronoi

Nesta proposta busca-se estimar o indicador de oferta e demanda a partir do número de atendimentos em internações cirúrgicas de emergência e da definição das áreas de abrangências de cada centro de atendimento (hospital-SUS). Esta metodologia emprega um modelo similar ao de áreas mercadológicas (REILLY, 1931) conforme proposto por Rezende et al. (2000). Os métodos empregados são o DVPM e DVPM-RE adotando como fator de ponderação o número de atendimentos em internações

cirúrgicas de emergência de cada unidade.

Esta metodologia assume algumas hipóteses:

- a) O paciente procura se deslocar, sempre que possível, ao centro de atendimento mais próximo de sua residência;
- b) Centros de atendimento com grande capacidade de atendimento potencialmente atraem pacientes com residência em localidades mais distantes.
- c) No DVPM-RE com conceito de visibilidade conforme Wang e Tsin (1998), um hospital só atende pacientes que estejam localizados em regiões em que não haja nenhum segmento de obstáculo, entre a residência do paciente e o hospital. Já no DVPM-RE conforme conceito de visibilidade proposto neste trabalho, um hospital só atende pacientes que não estejam atrás de um obstáculo. A diferença sutil entre essas duas hipóteses se dá quando um obstáculo é não convexo. Em outras palavras, a área de abrangência de um hospital é modificada por efeito dos detalhes da forma geométrica do obstáculo.

Para viabilizar a estimativa do indicador de oferta e demanda por distrito, na cidade de São Paulo, foram assumidas as seguintes premissas:

- a) A população SUS se distribui uniformemente em cada distrito;
- b) A estimativa da quantidade de atendimentos em cada seção é proporcional à população dos distritos. O termo seção é utilizado para denominar os polígonos gerados pela interseção entre as zonas de influências e os distritos.

Para elucidar melhor o termo seção considere o exemplo da Figura 4.9, na qual as seções SA , SB , SC , SD , SE e SF , são determinadas através das interseções dos distritos A, B, C, D, E e F, representados por polígonos com linhas sólidas, e da zona de influência (ZI) representada por um polígono com linha tracejada.

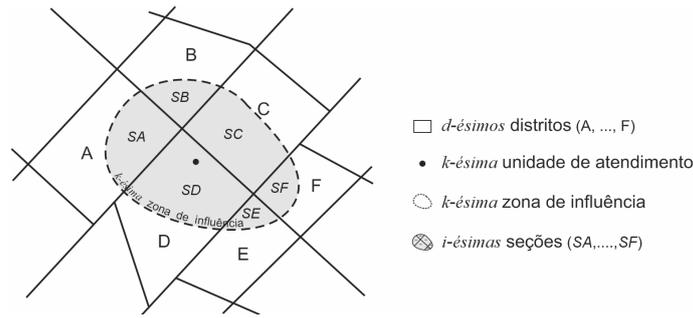


Figura 4.9 - Determinação das seções por meio da interseção entre uma zona de influência e os distritos.

Dadas as considerações iniciais, para estimar o indicador de oferta e demanda por distrito alguns passos são necessários. Primeiro, geram-se as zonas de influência a partir dos centros de atendimentos por meio do DVPM e/ou DVPM-RE. Após a geração, cada zona de influência tem agregado o número de atendimentos em internações cirúrgicas de emergência ($NatZI_k$), que são advindos das respectivas unidades de atendimento. No segundo passo, geram-se as seções a partir das interseções entre as zonas de influência e o mapa de distritos. Essas interseções possibilitam calcular as populações SUS em cada seção ($PopS_i$) de forma proporcional à área do distrito, conforme segue:

$$PopS_i = DPop_d \left(\frac{INTArea_{k,d}}{DArea_d} \right) \quad (4.5)$$

em que: $i = 1, \dots, n$ ($n =$ número de interseções que ocorre entre a k -ésima zona de influência e o mapa de distritos); d é o indexador do distrito, $d = 1, \dots, nd$ ($nd =$ número de distritos); $k = 1, \dots, m$ ($m =$ número de zonas de influência = número de centros de atendimento); $DPop_d$ é a população SUS do d -ésimo distrito; $INTArea_{k,d}$ é a área de interseção entre a k -ésima zona de influência e o d -ésimo distrito; $DArea_d$ é a área do d -ésimo distrito.

No caso das zonas de influência produzidas através de DVPM-RE, foi assumido que a população dentro de cada obstáculo é zero. Desta forma, a área efetiva dos distritos foi calculada eliminando a área relativa aos obstáculos dentro de cada distrito.

O terceiro passo consiste em calcular a população SUS para cada zona de influência (Pop_k). Sabe-se que cada seção tem sua população SUS dada por $PopS_i$. Como cada zona de influência é composta de n seções, então tem-se:

$$Pop_k = \sum_{i=1}^n PopS_i = \sum_{i=1}^n DPop_d \left(\frac{INTArea_{k,d}}{DArea_d} \right) \quad (4.6)$$

em que: $k, n, i, d, PopS_i, DPop_d, INTArea_{k,d}$ e $DArea_d$ são conforme definidos anteriormente.

Neste ponto é importante frisar que cada zona de influência carrega dois atributos, o número de atendimentos ($NatZI_k$) e a população SUS estimada (Pop_k).

O quarto passo consiste em distribuir o número de atendimentos associados às zonas de influência ($NatZI_k$) para as suas respectivas seções. Para tal, considera-se a proporção entre a população estimada para cada seção ($PopS_i$) e a população da zona de influência (Pop_k). Assim, o número de atendimentos em cada seção ($NatS_i$) é calculado conforme segue:

$$NatS_i = NatZI_k \left(\frac{PopS_i}{Pop_k} \right) \quad (4.7)$$

em que: $NatZI_k, PopS_i$ e Pop_k são conforme definidos anteriormente.

O quinto passo estima o número de atendimentos por distrito. Sabe-se que cada seção tem o número de atendimento dado por $NatS_i$. Como cada distrito é composto de n seções, então tem-se:

$$NatD_d = \sum_{i=1}^n NatS_i \quad (4.8)$$

em que: d, i, n e $NatS_i$ são conforme definidos anteriormente.

Para finalizar, o indicador de oferta e demanda por distrito (r_d) é estimado conforme segue:

$$r_d = \frac{NatD_d}{DPop_d} \quad (4.9)$$

em que: $d, NatD_d$ e $DPop_d$ são conforme definidos anteriormente.

Os passos descritos acima estão sintetizados na forma de fluxograma conforme ilustra a Figura 4.10.

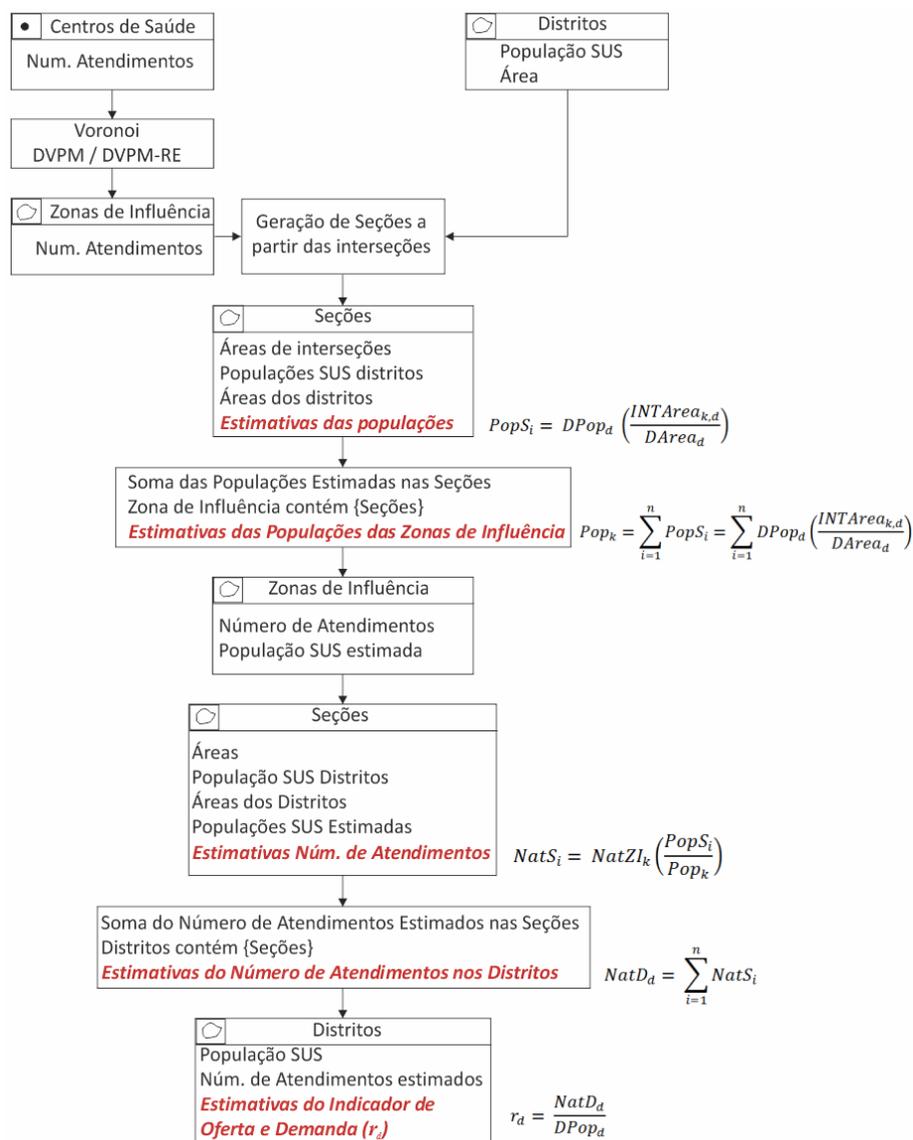


Figura 4.10 - Fluxograma da proposta metodológica baseada em diagramas de Voronoi.

Para evitar a perda de área por possíveis imprecisões oriundas das tolerâncias aplicadas aos algoritmos de relacionamento topológico da TerraLib, os relacionamentos entre as seções, distritos e zonas de influência foram feitos através dos identificadores de objetos utilizando a linguagem SQL. Desta forma, apenas uma operação geográfica foi efetuada, que foi a criação dos polígonos que representam as seções através da interseção entre distritos e zonas de influência. Nesta operação os identificadores do distrito e da zona de influência que foram responsáveis pela criação de

cada seção foram atribuídas às mesmas, registrando o relacionamento espacial entre as entidades. Os comandos utilizados para produzir os resultados do diagrama com ponderação multiplicativa se encontram no Apêndice D.

4.2.5 Resultados e Discussões

Os resultados obtidos da metodologia proposta pela CEInfo para estimar o indicador de oferta e demanda dos hospitais SUS, por distrito na cidade de São Paulo em 2010, são apresentados nas Figuras 4.11(a) e 4.11(b). O mapa da Figura 4.11(a) é um resultado intermediário advindo do interpolador MPID, que representa uma média do número de atendimentos em internações cirúrgicas de emergência (uma grade de resolução 300 x 300 metros). Neste mapa, as regiões em azul escuro indicam localidades com baixa capacidade de atendimento e as em vermelho com alta capacidade de atendimento. O resultado final é apresentado na Figura 4.11(b), que mostra a distribuição do indicador de oferta e demanda por distrito administrativo. Neste mapa as cores atribuídas aos distritos representam a divisão em quintis dos valores encontrados para o indicador. Distritos como Sé, Bom Retiro e Alto de Pinheiros possuem população SUS em torno de 13.000 habitantes e apresentaram indicadores de oferta e demanda maiores, da ordem de 0,17 a 0,20. Por outro lado, distritos com população média da ordem de 180.000 habitantes, como Brasilândia, Jardim Ângela e Sapopemba apresentaram indicadores de menor valor, abaixo de 0,02.

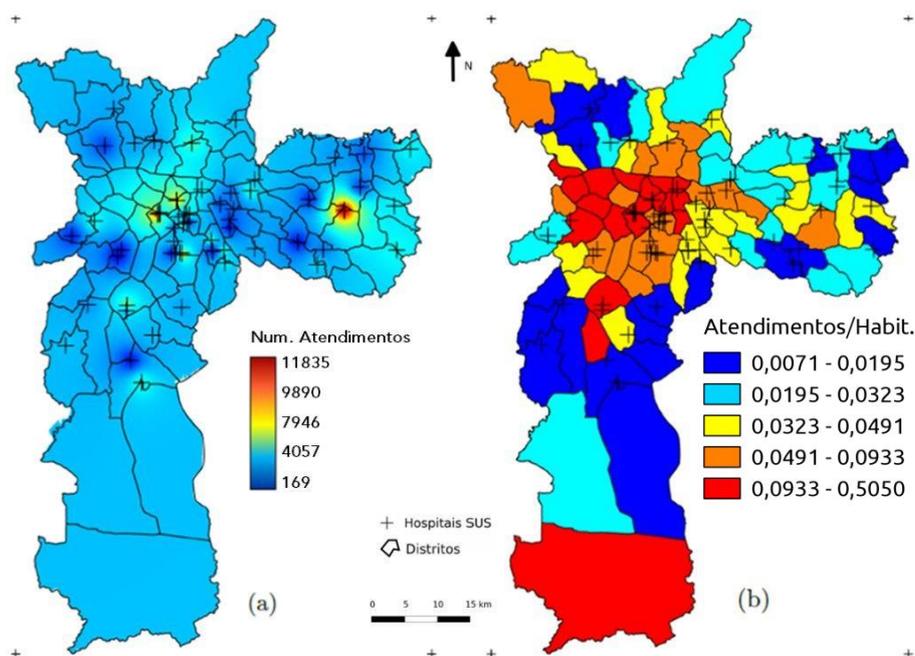


Figura 4.11 - Em (a) superfície do número de atendimentos em internações cirúrgicas de emergência e em (b) estimativas do indicador de oferta e demanda por distrito, obtidas por meio de operação de média zonal.

O mapa exibido na Figura 4.11 (b) dá uma ideia do comportamento do indicador de oferta e demanda sobre toda a cidade. No entanto, o mapa apresenta resultados suavizados, o que pode mascarar a realidade em algumas áreas. Esta suavização ocorre porque a proposta da CEInfo emprega duas médias, uma advinda do método MPID e a outra da aplicação do método de média zonal.

Outro aspecto a ser apontado é que essa metodologia não considera o deslocamento da população, isto é, em geral as pessoas procuram o centro de saúde mais próximo de suas residências. Tome como exemplo as Figuras 4.12 (a) e 4.12 (b), em que **S** e **T** representam centros de atendimento à saúde. O centro **S** tem menor capacidade de atendimento que em **T**. Certamente parte da população residente no distrito realçado com linha vermelha, por exemplo, a oeste (na região mais escura), irá buscar serviço no centro **S** ao invés de ir a **T**. Ao desconsiderar tal fato, teoricamente isto causa um efeito direto no denominador do indicador de oferta e demanda; maior a população, consequentemente subestimação do indicador.

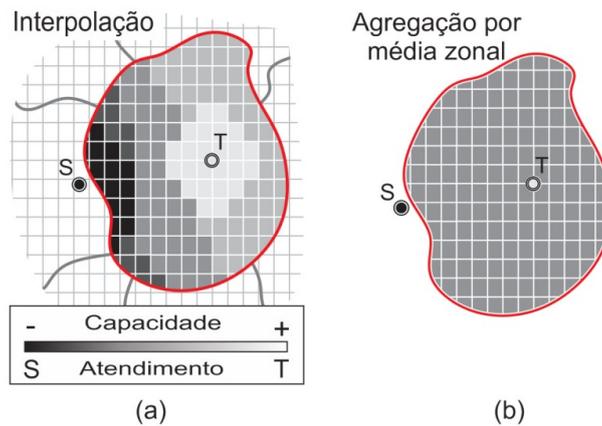


Figura 4.12 - Em (a) procedimento de interpolação via MPID. Em (b) agregação por média zonal.

Outro efeito que pode ocorrer é que para localizações muito distantes dos centros de saúde os valores interpolados variam muito pouco. Isso ocorre porque o interpolador não modela o decaimento da grandeza medida (número de atendimentos) com a distância. Em outras palavras, tal efeito acarreta a diminuição da área de abrangência dos grandes centros de atendimento à saúde com a distância. Isso pode ser observado, com maior clareza, na região sul da cidade, conforme a Figura 4.13. As localizações em torno das setas possuem praticamente os mesmos valores.

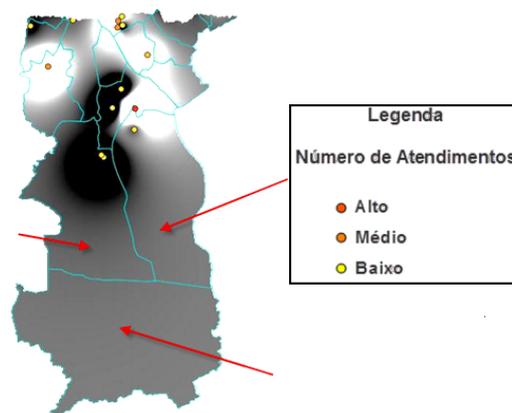
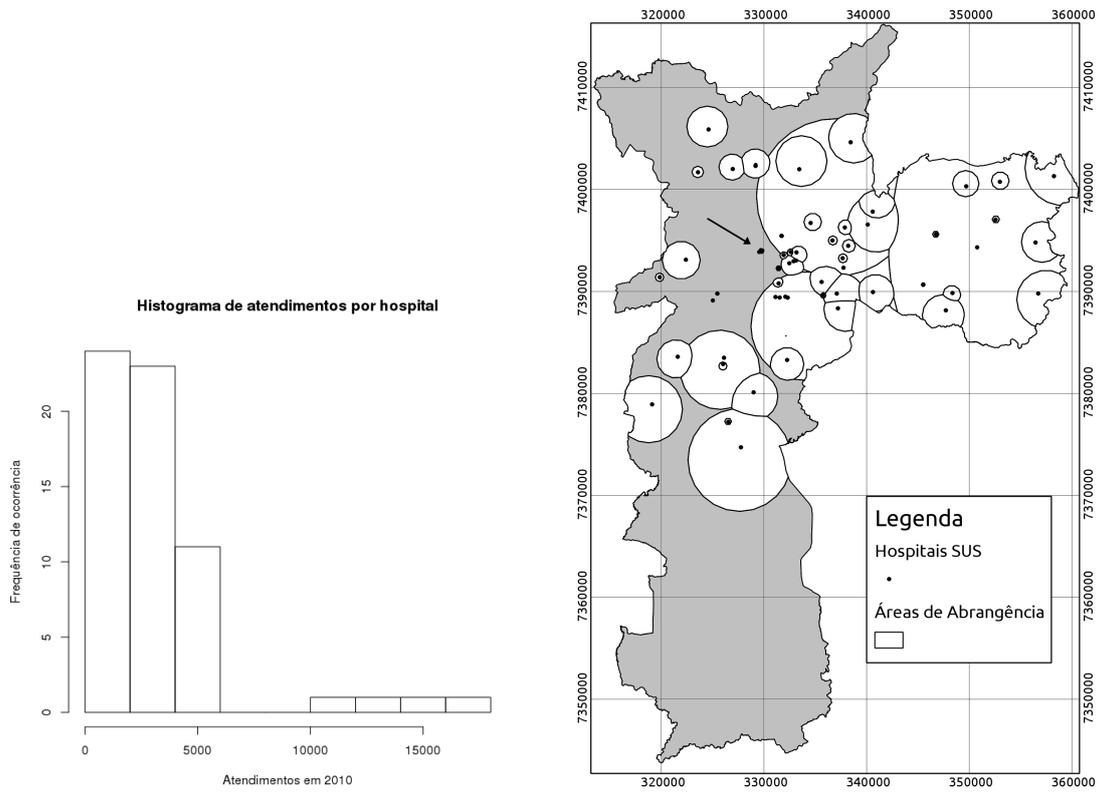


Figura 4.13 - Estimativas do número de atendimentos em locais distantes dos grandes centros de saúde.

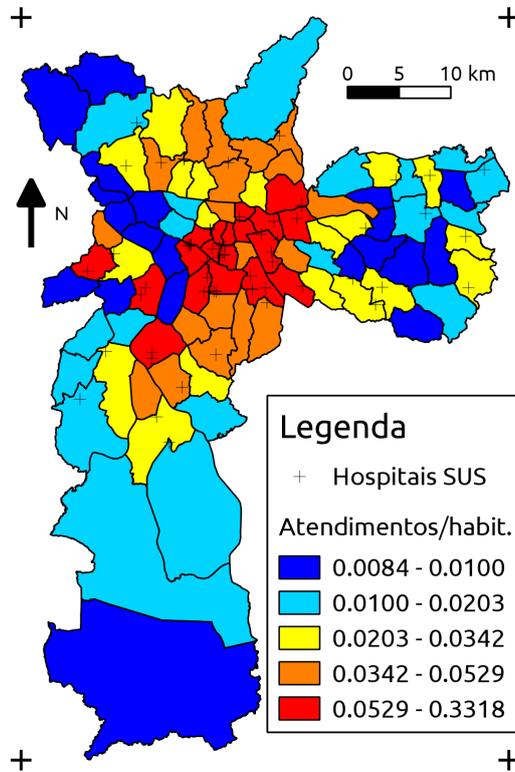
Os resultados seguintes são decorrentes da metodologia baseada em diagramas de Voronoi, que estima o indicador de oferta e demanda a partir do número de atendimentos em internações cirúrgicas de emergência e da definição das áreas de abrangências de cada centro de saúde (hospital-SUS).

As Figuras 4.14 (a), 4.14 (b) e 4.14 (c) mostram os resultados obtidos da aplicação do DVPM, com fator de ponderação o número de atendimentos. A média de atendimento em internações cirúrgicas de emergência em 2010 foi da ordem de 3202, com desvio padrão de 3334. O histograma da Figura 4.14 (a) retrata a presença de dois grupos distintos de hospitais, um que é composto de um número grande de hospitais com baixa quantidade de atendimento, e outro que é composto de poucos hospitais que captam a maioria dos pacientes. Esse efeito é refletido no mapa da Figura 4.14(b), que mostra a diversidade nas áreas de abrangências dos hospitais. A zona de influência maior, na tonalidade cinza, é relativa ao Hospital das Clínicas (HC), cujo número de atendimentos em internações cirúrgicas de emergência em 2010 foi em torno de 18.000 casos. O mapa final exibido na Figura 4.14(c) mostra a distribuição do indicador de oferta e demanda sobre os 96 distritos que compõem a cidade. Os distritos que apresentaram indicadores de maiores valores foram Pará ($r_d=0,33$), Liberdade ($r_d=0,31$) e Bela Vista ($r_d=0,30$). Já os distritos Parque do Carmo, José Bonifácio e Cangaíba apresentaram os indicadores com menores valores, abaixo de 0,01. Para identificação dos distritos, vide Apêndice C.



(a)

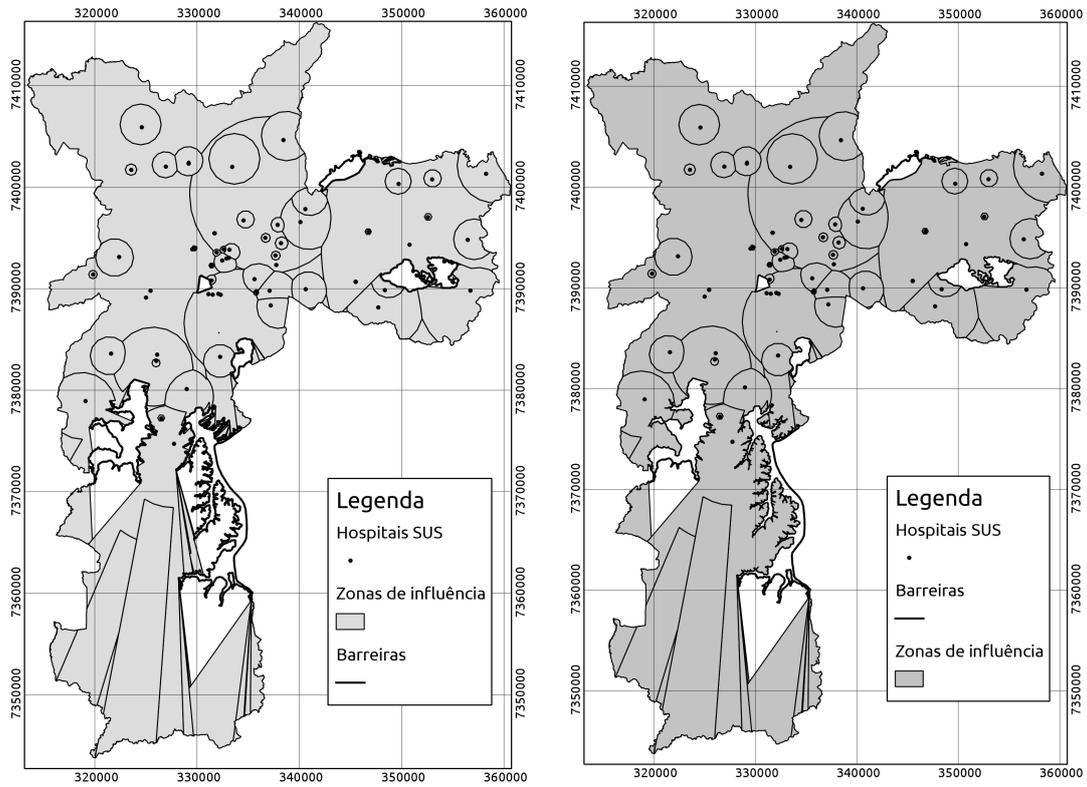
(b)



(c)

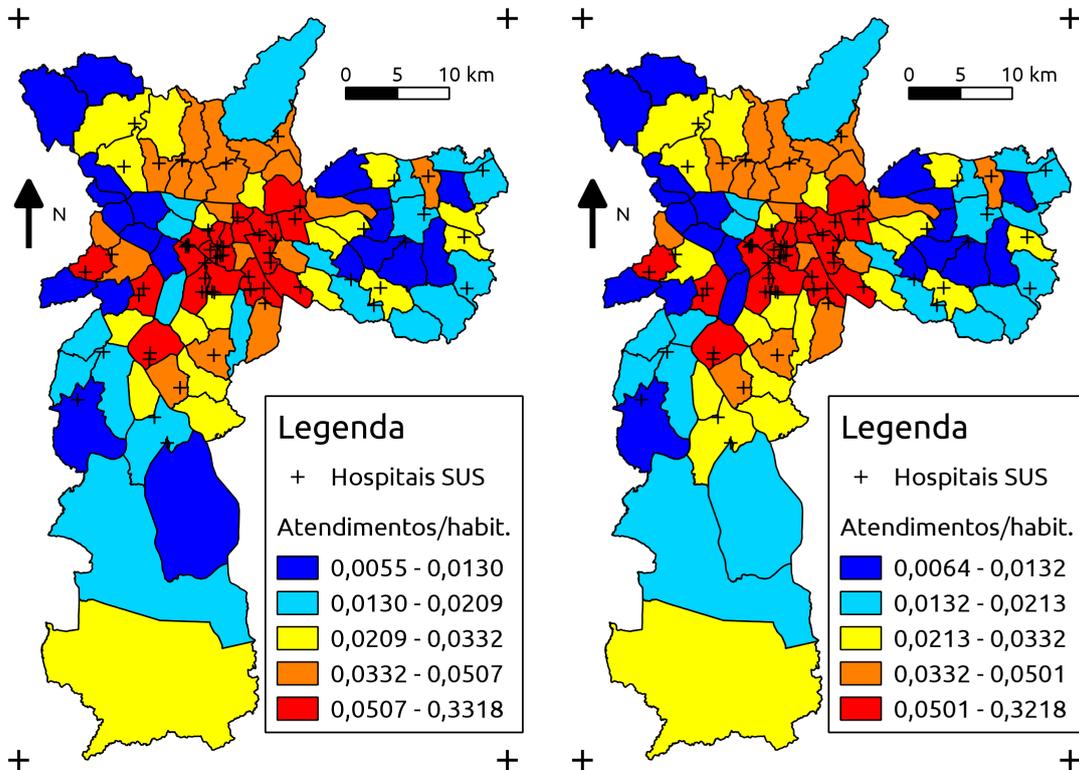
Figura 4.14 - Em (a) o histograma da quantidade de atendimento dos hospitais SUS, em 2010. Em (b) o resultado do DVPM e em (c) o mapa do indicador de oferta (por quintis) e demanda via DVPM.

Seguindo, apresentam-se os resultados decorrentes da aplicação do DVPM-RE com conceito de visibilidade de Wang e Tsin (1998) (Figuras 4.15 (a) e (c)) e com o conceito de visibilidade proposto neste trabalho (Figuras 4.15 (b) e (d)). Para distinguir ambos os diagramas denotam-se de DVPM-RE^{WT} e DVPM-RE^P, respectivamente. Ao inserir a presença de obstáculos no diagrama, a área ao sul da cidade, que antes era completamente dominada pelo Hospital das Clínicas, passou a ser atribuída a outros hospitais que possuem visibilidade para aquela região. Estes polígonos pertencem a regiões de influência distantes e, em geral, não estão conectados com a parte da zona de influência que contém o ponto gerador. A ocorrência destes polígonos se dá pelas limitações de visibilidade do Hospital de Clínicas. Como este hospital não é mais capaz de influenciar estas regiões, pontos cujas distâncias ponderadas são maiores puderam dominar, pois estes pontos não estão impedidos pelos obstáculos. A região se apresenta dividida em vários polígonos pela diferença de pontos de vista de cada ponto gerador, ou seja, os polígonos são delimitados pelas linhas de visibilidade que marcam onde cada ponto consegue influenciar. Este efeito indica a falta de um hospital na região sul da cidade que seja capaz de atender a região levando em conta a presença das barreiras.



(a)

(b)



(c)

(d)

Figura 4.15 - Em (a) zonas de influência via DVPM-RE^{WT}, em (b) zonas de influência via DVPM-RE^P, em (c) o mapa do indicador de oferta e demanda (por quintis) via DVPM-RE^{WT} e em (d) o mapa do indicador de oferta e demanda (por quintis) via DVPM-RE^P.

O diagrama gerado utilizando o DVPM-RE^{WT} apresentou regiões sem influência próximas às represas Billings e de Guarapiranga, diferente do DVPM-RE^P. O diagrama proposto atribui essas áreas ao Hospital Geral do Grajaú, pois elas não se encontram na sombra do objeto e se encontram dentro da região onde este hospital domina os demais.

As Figuras 4.16 (a) e (b) ilustram uma das diferenças entre o conceito de visibilidade de Wang e Tsin (1998) (Figura 4.16 (a)) e por objetos (Figura 4.16 (b)) quando o polígono não é convexo. Devido à posição de cada ponto gerador, as regiões de não visibilidade devido à geometria não convexa do obstáculo permitem que outros pontos dominem estas regiões. Este efeito é encontrado em maior número na Figura 4.16 (a), na forma de pequenos polígonos em cinza que representam partes das zonas de influência de pontos distantes. Como a visibilidade por objetos visa minimizar a existência das regiões de não visibilidade devido à geometria convexa do obstáculo, o diagrama apresenta menor ocorrência destes casos. Para aplicações geográficas, estes polígonos podem ser trabalhados para atender as hipóteses de cada aplicação. Neste trabalho, os polígonos não foram alterados.

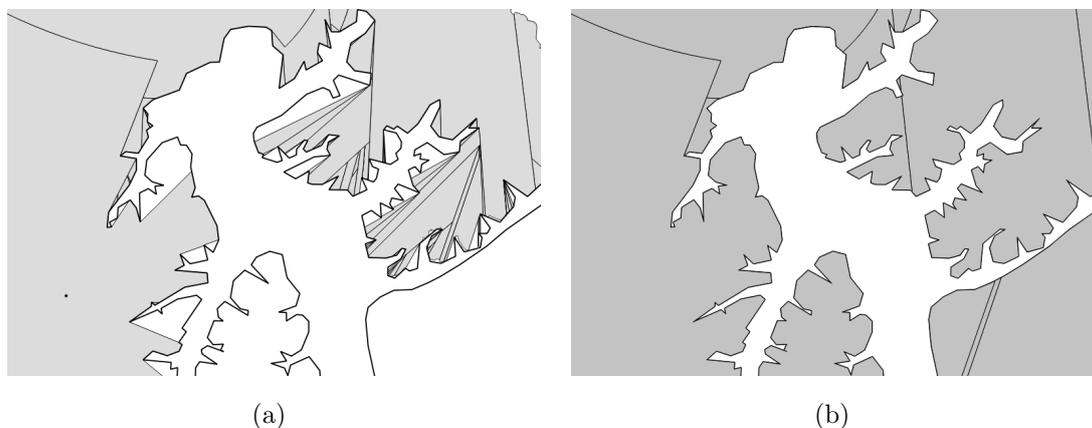


Figura 4.16 - Polígonos gerados devido aos diferentes pontos de vista de cada ponto gerador. Em (a) conforme Wang e Tsin (1998). Em (b) com o conceito de visibilidade proposto por objetos.

As Figuras 4.17 (a), (b), (c) e (d) sintetizam os resultados obtidos através das duas metodologias aplicadas para obtenção de estimativas do indicador de oferta

e demanda dos hospitais SUS, por distrito administrativo, na cidade de São Paulo. A Figura 4.17 (a) apresenta o resultado da CEInfo, e as Figuras 4.17 (b), (c) e (d) da metodologia proposta com emprego do DVPM e DVPM-RE. Para efeito de comparação foi empregado nos mapas uma única escala de cores utilizando quantis com os valores de todos os resultados.

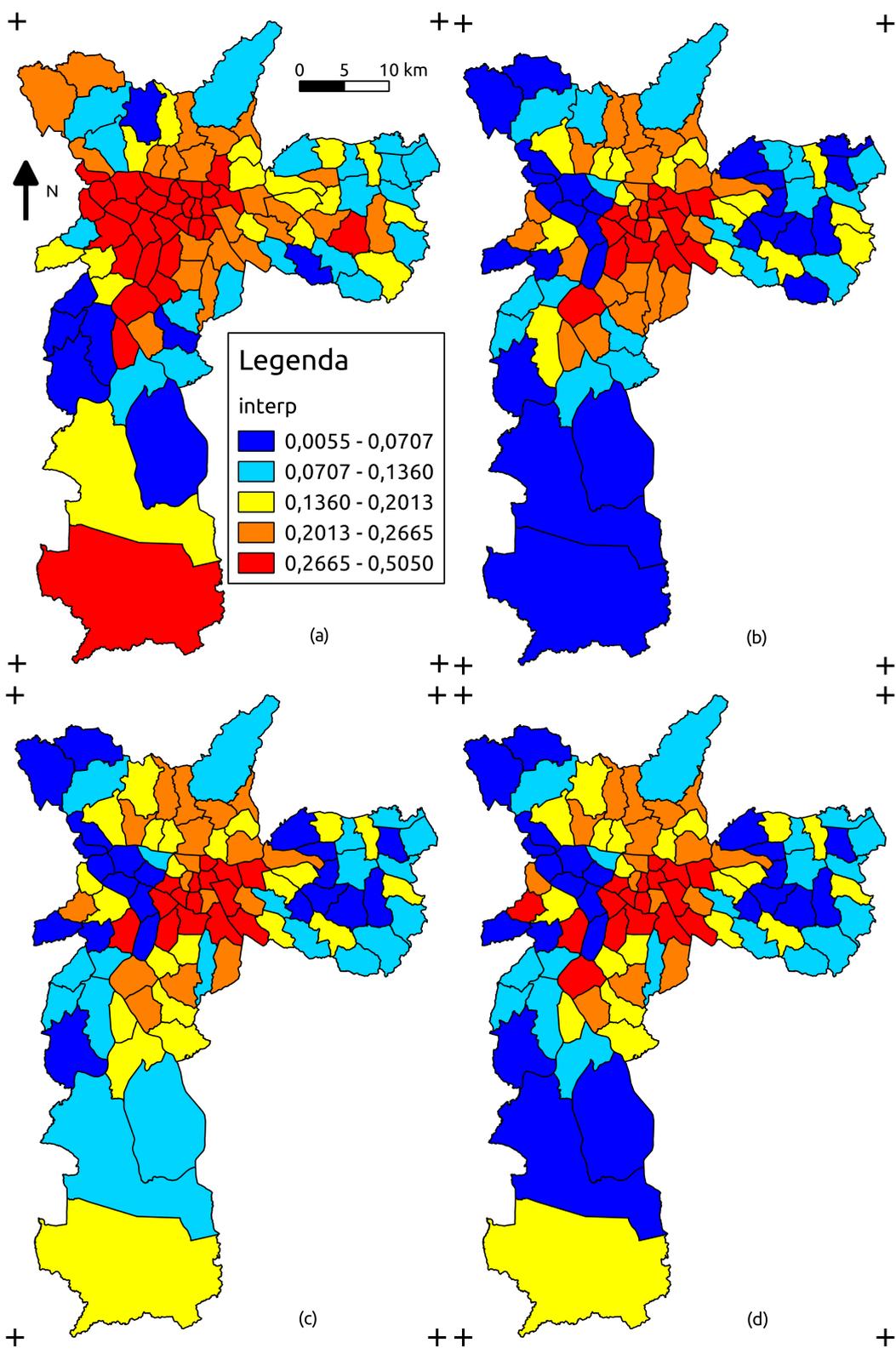


Figura 4.17 - Mapas resultantes do indicador de oferta e demanda: em (a) via CEInfo, em (b) via DVPM, em (c) via DVPM-RE^{WT} e em (d) via DVPM-RE^P.

Apesar da diferença encontrada nas zonas de influência produzidas utilizando o DVPM-RE^P e DVPM-RE^{WT}, observa-se uma grande semelhança entre os mapas produzidos. As principais diferenças foram encontradas nos distritos próximos aos obstáculos, ou seja, há indícios de que a diferença seja oriunda do problema apresentado nas Figuras 4.16 (a) e (b).

4.2.6 Considerações Finais

Esta prova de conceito permitiu comparar os resultados de três modelos de partição territorial. As zonas de influência geradas pelos três modelos apresentaram diferenças. Estas diferenças influenciaram os valores encontrados para o estimador de oferta e demanda, produzindo resultados distintos.

Na metodologia CEInfo foram encontradas regiões com baixa quantidade de atendimentos. Estas regiões foram produzidas devido à proximidade de grupos de hospitais com baixa quantidade de atendimentos. Este conceito não é adequado ao problema, pois a existência de muitos hospitais com baixa quantidade de atendimentos não indica que as pessoas daquela região não costumam utilizar os hospitais, por outro lado, indica que aquele hospital tem baixa procura pelos usuários ou baixa capacidade de atendimento.

Devido à distribuição dos hospitais e obstáculos, os dois DVMP-RE produzidos continham áreas não influenciadas. Este efeito é um indicador de que, devido à presença dos obstáculos, a influência de todos os pontos presentes no espaço de estudo está sendo obstruída em determinadas regiões. Desta forma, há indícios da necessidade da implantação de um novo aparelho hospitalar na região sul da cidade.

O diagrama gerado com o conceito de visibilidade de Wang e Tsin (1998) utilizou 322 polígonos para representar as 61 zonas de influência dos hospitais, enquanto o diagrama gerado com o conceito de visibilidade proposto neste trabalho utilizou 133. Esta diminuição da quantidade de polígonos se deve ao comportamento do conceito de visibilidade proposto quando um obstáculo não é convexo, evitando a criação de regiões não influenciadas sobre o próprio obstáculo. Também por este motivo, o diagrama gerado pelo conceito proposto obteve área 3,55% maior que a do conceito de Wang e Tsin (1998).

Os resultados encontrados indicam que os dois conceitos de visibilidade podem alterar os resultados em regiões próximas aos obstáculos. A utilização de obstáculos

alterou significativamente os indicadores. Isto demonstra que, apesar de ser uma opção que melhor adéqua o modelo ao problema, a utilização de obstáculos deve refletir as propriedades do fenômeno, para minimizar o risco de produzir resultados menos representativos do que não utilizando obstáculos.

5 CONCLUSÃO

Este trabalho propôs o desenvolvimento de duas extensões do diagrama de Voronoi clássico (DVO) para modelagem de problemas que necessitam particionar o território em um conjunto de áreas não sobrepostas, a fim de construir novas medidas e estimativas que possam auxiliar na compreensão dos complexos fenômenos socioespaciais.

As duas extensões do DVO contempladas neste trabalho foram o Diagrama de Voronoi com Ponderação Multiplicativa (DVPM) e o Diagrama de Voronoi com Ponderação Multiplicativa e Restrições Espaciais (DVPM-RE). Tais extensões foram materializadas em novos algoritmos e posteriormente disponibilizados na forma de um extensão do ambiente TerraView. Neste ambiente, os algoritmos de DVPM e DVPM-RE são de fácil aplicação, dado que o acesso às informações necessárias contidas no banco de dados ocorre de forma direta.

Com relação aos algoritmos DVPM e DVPM-RE desenvolvidos alguns ganhos foram obtidos, a saber:

i) Quanto à complexidade em memória, o DVPM desenvolvido é da ordem de $O(n^2)$, podendo chegar a $O(n)$. Isto é melhor que a do algoritmo ótimo em processamento que é limitado a $O(n^2 \cdot \log(n))$ (AURENHAMMER; EDELSBRUNNER, 1984), e também a de outros algoritmos encontrados na literatura, que em geral são da ordem de $O(n^4)$ (LEE; GAHEGAN, 2002). Já o DVPM-RE apresenta complexidade em memória da ordem de $O(m^2 + m \cdot n)$, sendo melhor que o algoritmo apresentado por Wang e Tsin (1998), que é da ordem de $O(m^2 \cdot n^2 + n^4)$. Assim, os algoritmos desenvolvidos para o DVPM e o DVPM-RE podem ser mais adequados para situações nas quais são exigidas maiores quantidades de dados alocados em memória.

ii) Quanto à complexidade de processamento, O DVPM desenvolvido é limitado a $O(n^3)$. Isto é melhor do que alguns algoritmos disponíveis na literatura, os quais atingem complexidade de processamento da ordem de $O(n^4)$ (LEE; GAHEGAN, 2002) ou pior (DONG, 2008). O algoritmo ótimo tem complexidade de processamento $O(n^2)$ (AURENHAMMER; EDELSBRUNNER, 1984). Já o DVPM-RE têm complexidade de processamento de $O(n^2 \cdot m^2 + n^3 \cdot m)$ e o algoritmo desenvolvido por Wang e Tsin (1998) é da ordem de $O(m^2 \cdot n^2 + n^4 \cdot 2^{\alpha(n)})$. Isto nos leva a concluir que em diversas situações a complexidade de processamento de ambos os algoritmos aparenta ser

similar.

iii) O algoritmo DVPM-RE empregou dois conceitos de visibilidade, que são selecionados pelo usuário via interface. Estes conceitos foram materializados em rotinas para as construções das regiões de não visibilidade de um conjunto de pontos geradores. Uma destas rotinas empregou a proposta de Wang e Tsin (1998), e a outra utilizou um conceito de visibilidade inovador, que foi proposto neste trabalho, denotado de regiões de não visibilidade por objetos. O grande diferencial entre o conceito de visibilidade proposto e o de Wang e Tsin (1998), é que as restrições espaciais (obstáculos) são tratadas como um único objeto, evitando que regiões de não influência sejam produzidas sobre os próprios obstáculos. Dado este diferencial e com base nas provas de conceitos produzidas, tais fatos nos levam a crer que o conceito de visibilidade proposto pode ser mais adequado para estudos que necessitam produzir novas divisões territoriais, e posteriormente a construção de novos indicadores e estimativas.

iv) Uma característica importante dos algoritmos desenvolvidos é poder realizar aproximação de arcos de circunferência para segmentos de reta. Isto sempre se faz necessário quando estes algoritmos são empregados em bancos de dados que não possuem geometrias circulares.

v) Na implementação dos algoritmos de DVPM e DVPM-RE foi empregado *threading*, que possibilita a execução de operações simultâneas e, conseqüentemente, a redução do tempo de processamento necessário para a construção dos diagramas (DVPM e DVPM-RE).

Os algoritmos de DVPM e DVPM-RE desenvolvidos foram submetidos a duas provas de conceito, as quais serviram como exemplos de aplicação. Em ambas as provas de conceito as hipóteses que cada metodologia assumiu foram apresentadas, justificando a escolha de cada diagrama.

Na primeira prova de conceito aplicou-se o DVO e o DVPM para se obter estimativas da densidade de uso populacional de CIP (*Ciprofloxacina*), a partir da construção das zonas de influência dos pontos de venda do medicamento. Verificou-se que a inserção de pesos no DVPM influencia diretamente a partição territorial produzida. Neste caso, um estudo mais profundo da modelagem de áreas mercadológicas é recomendável, de modo a obter melhores estimativas dos parâmetros α e β do modelo

de Reilly (1931) que foi empregado. Desta forma, acredita-se que o DVPM pode produzir uma divisão territorial que representa melhor o padrão de escolhas do consumidor, o que pode melhorar os resultados do modelo de consumo de CIP.

A segunda prova de conceito aplicou duas metodologias para se obter estimativas do indicador de oferta e demanda dos hospitais do SUS, na cidade de São Paulo. Uma imposta pela CEInfo baseada em interpolação e operação de média zonal. A outra, proposta por este trabalho, que empregou o DVPM e o DVPM-RE. Os diferentes resultados obtidos foram decorrentes, das hipóteses e dos processos matemáticos embutidos em cada metodologia. No DVPM-RE, por exemplo, a presença dos obstáculos mostrou que em determinadas regiões a falta de visibilidade de determinados hospitais (pontos geradores), que seriam capazes de dominar algumas regiões, fez com que outros hospitais dominassem aquelas regiões. Este efeito apareceu, principalmente, pela geometria dos obstáculos considerados perante a distribuição dos hospitais sobre a cidade.

Em ambas as provas de conceitos a aplicação dos algoritmos de DVPM e DVPM-RE não é conclusiva, apenas sugere uma forma alternativa para a construção das divisões territoriais. Desta forma, o olhar e o conhecimento do analista são de fundamental importância, para avaliar quais das técnicas empregadas produzem resultados mais adequados ao processo que está sob investigação.

Para finalizar, os algoritmos desenvolvidos neste trabalho estão disponíveis em código aberto, como um programa executável e como uma extensão para o programa TerraView (INPE, 2012). Com isso, espera-se que este trabalho viabilize estudos futuros, tanto no desenvolvimento de melhores algoritmos para a construção do DVPM e DVPM-RE, quanto na aplicação destes diagramas para estudos e soluções de problemas geográficos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALLASIA, G. Some physical and mathematical properties of inverse distance weighted methods for scattered data interpolation. **Calcolo**, Springer-Verlag, v. 29, n. 1-2, p. 97–109, 1992. ISSN 0008-0624. 64
- ANTON, F.; MIOC, D.; GOLD, C. Dynamic additively weighted voronoi diagrams made easy. In: CANADIAN CONFERENCE ON COMPUTATIONAL GEOMETRY, 1998, Montréal, Québec. **Proceedings...** Montréal, Québec: McGill University, 1998. 9
- ARAGÃO, P.; MEDEIROS, C. M. B. Voromarketing. In: VI BRAZILIAN SYMPOSIUM ON GEOINFORMATICS - GEOINFO, 2004, São José dos Campos, SP. **Proceedings...** São José dos Campos, SP: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2004. 16, 17, 21
- ARAGÃO, P. S. S. de. **Geomarketing**: modelos e sistemas, com aplicações em telefonia. Dissertação (Dissertação (Mestrado)) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas - SP, 2005. 38
- AURENHAMMER, F. Voronoi diagrams - a survey of a fundamental geometric data structure. **ACM Computing Surveys (CSUR)**, ACM, v. 23, n. 3, p. 345–405, 1991. 19
- AURENHAMMER, F.; EDELSBRUNNER, H. An optimal algorithm for constructing the weighted Voronoi diagram in the plane. **Pattern Recognition**, Elsevier, v. 17, n. 2, p. 251–257, 1984. ISSN 0031-3203. 1, 4, 8, 10, 11, 21, 23, 37, 83
- AURENHAMMER, F.; KLEIN, R. **Handbook of computational geometry, chapter Voronoi diagrams**. [S.l.]: Elsevier Science B.V., 2000. 170 p. 1, 7, 13
- BAERT, A.-E.; SEME, D. Voronoi mobile cellular networks: topological properties. In: THIRD INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON PARALLEL AND DISTRIBUTED COMPUTING/THIRD INTERNATIONAL WORKSHOP ON ALGORITHMS, MODELS AND TOOLS FOR PARALLEL COMPUTING ON HETEROGENEOUS NETWORKS, 2004, Washington, DC, USA. **Proceedings...** Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 2004. (ISPDC '04), p. 29–35. ISBN 0-7695-2210-6. 18

BARBER, C. B.; DOBKIN, D. P.; HUHDANPAA, H. The quickhull algorithm for convex hulls. **Acm Transactions on Mathematical Software**, v. 22, n. 4, p. 469–483, 1996. 19

BLACK, P. E. **Big-O notation**. 2012. Dictionary of Algorithms and Data Structures [online]. Paul E. Black, ed., U.S. National Institute of Standards and Technology. Disponível em:
<<http://www.nist.gov/dads/HTML/bigOnotation.html>>. Acesso em:
02/05/2013. 23

BOOTS, B. **Voronoi (Thiessen) polygons**. [S.l.]: Geo Books, 1986. 2, 7, 8, 9

BOOTS, B.; SOUTH, R. Modeling retail trade areas using higher-order, multiplicatively weighted voronoi diagrams. **Journal of Retailing**, v. 73, n. 4, p. 519 – 536, 1997. ISSN 0022-4359. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022435997900336>>. 16, 17

CAMARGO, E. C. G.; KIFFER, C. R. V.; PIGNATARI, A. C. C.; SHIMAKURA, S. E.; JR, P. J. R.; MONTEIRO, A. M. V. Proposta sobre uso de dados de receitas de antimicrobianos retidas: a experiência EUREQA. **Cadernos de Saúde Pública**, scielo, v. 28, p. 985 – 990, 05 2012. ISSN 0102-311X. Disponível em:
<http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-311X2012000500017&nrm=iso>. 53

CARNASCIALI, A. M. dos S. **Determinação de áreas de abrangência de pontos pelo diagrama de Voronoi com obstáculos**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Paraná, Curitiba-PR, 2010. 4, 21, 38, 45

CONTRI, R.; SOUZA, J.; RETZLAFF, E. **Diagrama de Voronoi ponderado e teoria das filas para otimização de sistemas de atendimento emergenciais**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal De Santa Catarina, 2007. 18

DONG, P. Generating and updating multiplicatively weighted Voronoi diagrams for point, line and polygon features in GIS. **Computers & Geosciences**, Elsevier, v. 34, n. 4, p. 411–421, 2008. ISSN 0098-3004. 20, 37, 83

EDELSBRUNNER, H.; O'ROURKE, J.; SEIDEL, R. Constructing arrangements

of lines and hyperplanes with applications. In: 24TH ANNUAL SYMPOSIUM ON FOUNDATIONS OF COMPUTER SCIENCE, 1997. **Proceedings...** Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 1983. (SFCS '83), p. 83–91. ISBN 0-8186-0508-1. 21

FABRI, A.; GÄRTNER, B.; HERT, S.; HIRSCH, S.; HOFFMANN, M.; KETTNER, L.; PION, S.; TEILLAUD, M.; VELTKAMP, R.; YVINEC, M. **The CGAL manual**. Release, 2002. Disponível em: <<http://www.cgal.org/Manual>>. 19, 95

FLEISCHER, F.; GLOAGUEN, C.; SCHMIDT, H.; SCHMIDT, V.; SCHWEIGGERT, F. Simulation algorithm of typical modulated poisson-voronoi cells and application to telecommunication network modelling. **Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics**, Springer Japan, v. 25, p. 305–330, 2008. ISSN 0916-7005. 18

GAHEGAN, M.; LEE, I. Data structures and algorithms to support interactive spatial analysis using dynamic Voronoi diagrams. **Computers, environment and urban systems**, Elsevier, v. 24, n. 6, p. 509–537, 2000. ISSN 0198-9715. 20, 23

GALVÃO, L. C.; NOVAES, A. G.; CURSI, J. S. de; SOUZA, J. C. A multiplicatively-weighted voronoi diagram approach to logistics districting. **Computers & operations research**, Elsevier, v. 33, n. 1, p. 93–114, 2006. 18

GONG, Y.; LI, G.; TIAN, Y.; LIN, Y.; LIU, Y. A vector-based algorithm to generate and update multiplicatively weighted voronoi diagrams for points, polylines, and polygons. **Computers & Geosciences**, Elsevier, 2011. 4, 7, 20, 21

GRUBESIC, T.; OLIVER, D. Distance education in virginia: an exploratory analysis. **Southeastern Geographer**, UNIVERSITY OF GEORGIA, v. 43, n. 1, p. 104–124, 2003. 15

HSIA, H.; ISHII, H.; YEH, K. Ambulance service facility location problem. **Journal of the Operations Research Society of Japan**, v. 52, n. 3, p. 339–354, 2009. 15

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Sinopse do Censo Demográfico 2010**. Rio de Janeiro, RJ: IBGE, 2011.

Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/censo2010/sinopse.pdf>>. Acesso em: 02/05/2013. 54, 55

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS (INPE). **TerraView**. São José dos Campos, SP: INPE, Feb 2012. Disponível em: <<http://www.dpi.inpe.br/terraview/>>. Acesso em: 02/05/2013. 4, 63, 85

KARIMI, F.; DELAVAR, M. R.; MOSTAFAVI, M. A. Space allocation of educational centers using multiplicatively weighted voronoi diagram. **WG II/2, II/3, II/4: Workshop on Quality, Scale & Analysis Aspects of City Models**, 2009. 15, 16

KIFFER, C.; CAMARGO, E.; SHIMAKURA, S.; RIBEIRO, P.; BAILEY, T.; PIGNATARI, A.; MONTEIRO, A. A spatial approach for the epidemiology of antibiotic use and resistance in community-based studies: the emergence of urban clusters of Escherichia coli quinolone resistance in Sao Paulo, Brasil. **International Journal of Health Geographics**, BioMed Central Ltd, v. 10, n. 1, p. 17, 2011. ISSN 1476-072X. Disponível em: <<http://www.ij-healthgeographics.com/content/10/1/17/>>. 1, 15, 53, 54, 55, 59

KNUTH, D. E. **Art of Computer Programming: Generating all trees—history of combinatorial generation**. [S.l.]: Addison-Wesley Professional, 2006. 23

LEE, I.; GAHEGAN, M. Interactive analysis using Voronoi diagrams: Algorithms to support dynamic update from a generic triangle-based data structure. **Transactions in GIS**, Citeseer, v. 6, n. 2, p. 89–114, 2002. ISSN 1361-1682. 20, 37, 83

MASOULEH, F. A. N.; MURAYAMA, Y.; RHO'DESS, T. W. The application of gis in education administration: protecting students from hazardous roads. **Transactions in GIS**, Blackwell Publishing Ltd, v. 13, n. 1, p. 105–123, 2009. ISSN 1467-9671. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1467-9671.2008.01138.x>>. 15

MU, L. Polygon characterization with the multiplicatively weighted voronoi diagram. **The Professional Geographer**, Taylor & Francis, v. 56, n. 2, p.

223–239, 2004. 4, 10, 11, 25, 60, 62

NOVAES, A. G.; CURSI, J. S. de; SILVA, A. C. da; SOUZA, J. C. Solving continuous location-districting problems with voronoi diagrams. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 36, n. 1, p. 40–59, 2009. 18, 19, 20

OKABE, A.; BOOTS, B.; SUGIHARA, K.; CHIU, S. N.; KENDALL, D. G. **Spatial tessellations: concepts and applications of Voronoi diagrams, second edition**. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2008. 585–655 p. ISBN 9780470317013. 2

PRICINOTE, M.; SILVA, L. da; GONZALES-TACO, P.; YAMASHITA, Y.; KNEIB, E. Procedimento para localização de terminais de ônibus urbanos para reestruturação do sistema de transporte urbano de passageiros. In: **XVI Congresso Brasileiro de Transporte e Trânsito**. Maceió - AL - Brasil: Associação Nacional de Transportes Públicos, 2007. 18

REILLY, W. **The law of retail gravitation**. [S.l.]: WJ Reilly, 1931. 17, 56, 61, 65, 85

REZENDE, F.; ALMEIDA, R.; NOBRE, F. Diagramas de Voronoi para a definição de áreas de abrangência de hospitais públicos no Município do Rio de Janeiro. **Cadernos de Saúde Pública**, SciELO Public Health, v. 16, n. 2, p. 467–475, 2000. ISSN 0102-311X. 15, 16, 35, 65

SILVEIRA, T. d. A.; FILHO, M. B. d. B. B. O geoprocessamento aplicado à gestão dos transportes públicos. In: 1ST SYMPOSIUM OF GEOTECHNOLOGIES IN THE PANTANAL, 2006, Campo Grande, MS, Brasil. **Proceedings...** Campo Grande, MS, Brasil: Embrapa Informática Agropecuária / INPE, 2006. p. 718–725. 18

STOLZE, K. Sql/mm spatial - the standard to manage spatial data in a relational database system. In: BTW, 2003. **Proceedings...** [S.l.]: Gesellschaft f \tilde{A} $\frac{1}{4}$ r Informatik, 2003. (LNI, v. 26), p. 247–264. ISBN 3-88579-355-5. 21

SUZUKI, A.; DREZNER, Z. The p-center location problem in an area. **Location science**, Elsevier, v. 4, n. 1-2, p. 69–82, 1996. 15

TANENBAUM, A. S.; WOODHULL, A. S. **Sistemas operacionais: projetos e**

implementação. [S.l.]: Grupo A, 2008. 48

THIESSEN, A. Precipitation averages for large areas. **Monthly weather review**, v. 39, n. 7, p. 1082–1089, 1911. 2

TORVALDS, L.; HAMANO, J. **Git**: Fast version control system. 2010. Disponível em: <<http://git-scm.com>>. Acesso em: 02/05/2013. 49

TSILKER, B.; PYATKOV, V. Accounting of obstacles in the wireless network workspace. **Transport and Telecommunication**, v. 10, n. 3, p. 10–19, 2009. 18, 19

VIVIDSOLUTIONS. **JTS Topology Suite**. 2003. Disponível em: <<http://www.vividsolutions.com/jts/>>. Acesso em: 02/05/2013. 19

WANG, C.; TSIN, Y. Finding constrained and weighted voronoi diagrams in the plane. **Computational Geometry**, Elsevier, v. 10, n. 2, p. 89–104, 1998. xiii, xiv, 4, 13, 14, 20, 21, 22, 23, 38, 39, 41, 42, 47, 66, 75, 77, 80, 83, 84, 93, 94

WEISSTEIN, E. W. **Ackermann Function**. 2013. From MathWorld—A Wolfram Web Resource. Disponível em: <<http://mathworld.wolfram.com/AckermannFunction.html>>. 23

YANG, C. P.; WONG, D. W.; YANG, R.; KAFATOS, M.; LI, Q. Performance-improving techniques in web-based GIS. **International Journal of Geographical Information Science**, v. 19, n. 3, p. 319–342, 2005. 48

APÊNDICE A - Pseudo-código do algoritmo de Wang e Tsin

O Algoritmo 8 foi adaptado de Wang e Tsin (1998) para apresentar os principais conceitos envolvidos na geração do DVPM-RE à partir dos obstáculos e dos pontos geradores p_i .

Algoritmo 8: Construir DVPM-RE

Entrada: Lista de Obs_l , Pontos Geradores p_i

Saída: Linhas de Fronteiras

Calcular as Fronteiras $Fr_{i,j}$ dos pontos p_i dois a dois ;

Calcular as Linhas de visibilidade $Vis_{i,l,k}$ entre p_i e todos Obs_l ;

Construir o *Arranjo* de Obs_l , $Fr_{i,j}$ e $Vis_{i,l,k}$;

para cada segmento E do *Arranjo* **faça**

 ListaVisíveis = Pontos p_i visíveis a E ;

 Ordenar ListaVisíveis pela $d_w(E, p_i)$;

$p_{\text{próximo}}$ = Vizinho mais próximo de E ;

$n\text{VizinhosMaisProximos}$ = Contar($p_i \mid d_w(E, p_i) == d_w(E, p_{\text{próximo}})$);

se $E \notin$ fronteira restrita de $p_{\text{próximo}}$ **então**
 remover E do *Arranjo* ;

fim se

fim para

retorna *Arranjo* ;

Para cada segmento E do *Arranjo*, os pontos geradores são ordenados pela distância ao centro do segmento. Aqueles cuja visibilidade estiver obstruída por um obstáculo são removidos da lista. Para verificar se E pertence a alguma fronteira de influência algumas condições podem ser atingidas (WANG; TSIN, 1998), que envolvem o ponto com menor distância $p_{\text{próximo}}$. O primeiro caso ocorre quando E é um segmento do Círculo de Apolônio entre dois vizinhos e os mesmos são os vizinhos de menores distâncias. O segundo caso ocorre quando E é um segmento de uma linha de visibilidade de $p_{\text{próximo}}$ ou um segmento de obstáculo que permaneceu visível a $p_{\text{próximo}}$ mesmo sob a influência de outros obstáculos e não foi mascarado por outros segmentos. Pode-se resumir as situações em que um segmento faz parte da zona de influência de um ponto $p_{\text{próximo}}$ como:

- a) $E \in Fr_{i,j}$ e $n\text{VizinhosMaisProximos} == 2$;

b) $E \in Obs_l$, não mascarado;

c) $E \in Vis_{i,l,k}$ partindo de $p_{\text{próximo}}$, não mascarado.

Ao término do procedimento, o *Arranjo* só contém segmentos que compõe o DVPM-RE, permitindo a construção das áreas que representam as zonas de influência de cada ponto gerador. Após a definição das zonas de influência pode ser feita a aproximação dos arcos por segmentos de reta, objetivando o armazenamento em SGBD que não tenham implementado o padrão ISO SQL/MM para geometrias circulares. Wang e Tsin (1998) descrevem diversas otimizações para o procedimento de avaliação dos segmentos, que fogem ao escopo desta revisão.

APÊNDICE B - Polígonos Definidos por Segmentos de Reta e Arcos de Circunferências na biblioteca CGAL

A biblioteca CGAL (*Computational Geometry Algorithms Library*) utiliza uma representação de polígonos generalizados que não segue o padrão ISO SQL/MM. Apesar da diferença de nomenclaturas, o comportamento das classes é similar. Neste trabalho, a biblioteca foi utilizada por ser uma das poucas implementações livres e de código aberto que permitam trabalhar com estes conceitos.

Conforme o diagrama de classes ilustrado na Figura B.1, a classe *Curve_2* é uma representação genérica de curvas que pode ser inicializada com diversas classes. No contexto deste trabalho as principais classes que podem ser utilizadas para representar os segmentos das zonas de influência do DVMP-RE são a classe *Circle_2*, que representa circunferências e *Segment_2* que representa tanto segmentos de retas quanto arcos de circunferências. Um polígono generalizado é representado pela classe *General_Polygon_2* e é composto por uma coleção de *Curve_2*. O conjunto de polígonos utilizado para representar uma única zona de influência é representado utilizando a classe *General_Polygon_Set_2* (FABRI et al., 2002). Com estas classes é possível representar cada zona de influência como uma coleção de polígonos representados por arcos de circunferências e segmentos de reta.

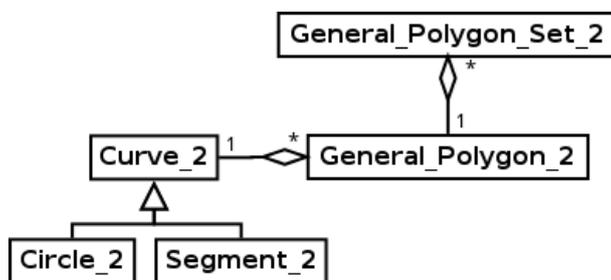


Figura B.1 - Diagrama das principais classes utilizadas para representar polígonos generalizados.

APÊNDICE C - Mapa de Distritos da Cidade de São Paulo

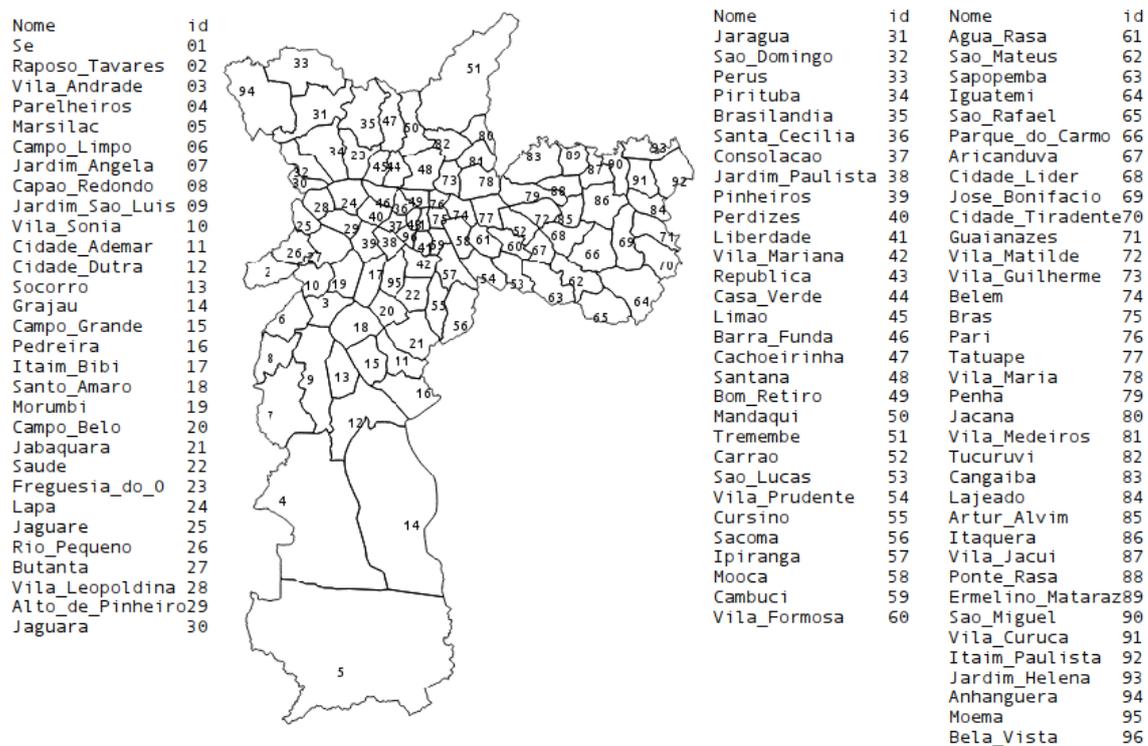


Figura C.1 - Mapa de distritos da cidade de São Paulo.

APÊNDICE D - Código Fonte em SQL para processar os relacionamentos do estudo de caso de hospitais públicos

```
--update distritos as distritos set dens_pop=pop_sus2009/area;
ALTER TABLE distritos ADD COLUMN dens_pop double precision;
update distritos set dens_pop=popsus2009/area_dist;

--calculando populacao por trecho
ALTER TABLE mwv_intcir_secoes ADD COLUMN pop_secao double precision;
update mwv_intcir_secoes as trechos_inf set
    pop_secao=trechos_inf.area*distritos.dens_pop
FROM
    distritos as distritos
WHERE
    trechos_inf.objeid_159 = distritos.objeid_159;

--calculando a populacao total de cada área de influencia
ALTER TABLE mwv_intcir ADD COLUMN pop_area double precision;
update mwv_intcir as output set
    pop_area=trechos.pop
FROM
    (select object_id_132,sum(pop_secao) as pop from mwv_intcir_secoes
        group by object_id_132) as trechos
where output.object_id_132=trechos.object_id_132;

--para evitar 0/0 na razão, é necessário que toda área tenha pelo menos 1
    pessoa. Não influencia a conta pois a razão será 0.
update mwv_intcir set
    pop_area=1 where pop_area=0;

--calculando a razao atendimentos/pessoas nas areas de influencia
ALTER TABLE mwv_intcir ADD COLUMN atend_por_habitante double precision;
update mwv_intcir set
    atend_por_habitante=intcir10_collect.intcir10_frequencia_sum/pop_area
from intcir10_collect

--calculando os atendimentos por trecho ponderados por habitante
ALTER TABLE mwv_intcir_secoes ADD COLUMN freq_secao double precision;
```

```

update mwv_intcir_secoes as trechos_inf set
    freq_secao=pop_secao*areas.atend_por_habitante
FROM
    mwv_intcir as areas
where areas.object_id_132=trechos_inf.object_id_132;

--calculando atendimentos no distrito
ALTER TABLE distritos ADD COLUMN atend_distrito double precision;
update distritos set
    atend_distrito=trechos.SomaAtend
FROM
    (select sum(freq_secao) as SomaAtend,objeid_159 from mwv_intcir_secoes as
        trechos_inf group by objeid_159) as trechos
where trechos.objeid_159=distritos.objeid_159;

--calculando a razao atendimentos/habitante no distrito
ALTER TABLE distritos ADD COLUMN atend_hab_mau double precision;
update distritos set atend_hab_mau = atend_distrito/popsus2009;--update
    distritos set atend_por_hab = atend_distrito/popsus_2009;

```
