



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m19/2014/02.04.23.28-TDI

HEURÍSTICA PARA ALOCAÇÃO DE ESPECTRO EM REDES ÓPTICAS ELÁSTICAS BASEADA EM MEDIDAS DE FRAGMENTAÇÃO

Marcos Paulo Lobo de Candia

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Computação Aplicada, orientada pelos Drs. Solon Venâncio de Carvalho, e Rita de Cássia Meneses Rodrigues, aprovada em 24 de fevereiro de 2014.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3FMFJ4S>>

INPE
São José dos Campos
2014

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE (RE/DIR-204):**Presidente:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Membros:

Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr^a Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Dr. Germano de Souza Kienbaum - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

Dr. Manoel Alonso Gan - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Maria Tereza Smith de Brito - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m19/2014/02.04.23.28-TDI

HEURÍSTICA PARA ALOCAÇÃO DE ESPECTRO EM REDES ÓPTICAS ELÁSTICAS BASEADA EM MEDIDAS DE FRAGMENTAÇÃO

Marcos Paulo Lobo de Candia

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Computação Aplicada, orientada pelos Drs. Solon Venâncio de Carvalho, e Rita de Cássia Meneses Rodrigues, aprovada em 24 de fevereiro de 2014.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3FMFJ4S>>

INPE
São José dos Campos
2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Candia, Marcos Paulo Lobo de.

C161h Heurística para alocação de espectro em redes ópticas elásticas baseada em medidas de fragmentação / Marcos Paulo Lobo de Candia. – São José dos Campos : INPE, 2014.
xx + 77 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m19/2014/02.04.23.28-TDI)

Dissertação (Mestrado em Computação Aplicada) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2014.

Orientadores : Drs. Solon Venâncio de Carvalho, e Rita de Cássia Meneses Rodrigues.

1. redes ópticas elásticas. 2. alocação de espectro. 3. processo markoviano. 4. fragmentação. I.Título.

CDU 519.87

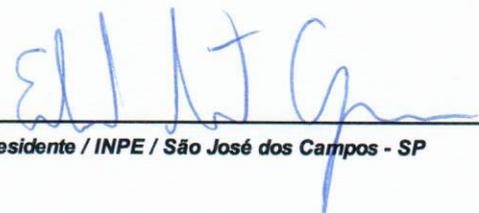


Esta obra foi licenciada sob uma [Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

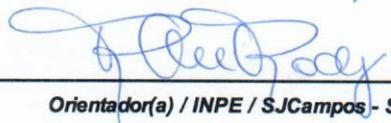
Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de **Mestre** em
Computação Aplicada

Dr. Eduardo Martins Guerra



Presidente / INPE / São José dos Campos - SP

Dra. Rita de Cássia Meneses Rodrigues



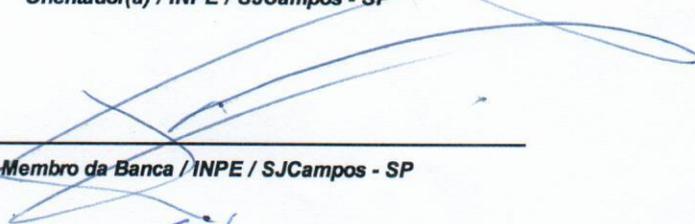
Orientador(a) / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Solon Venâncio de Carvalho



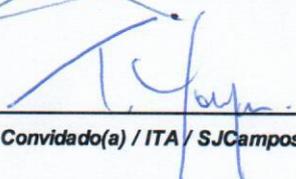
Orientador(a) / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Horacio Hideki Yanasse



Membro da Banca / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Takashi Yoneyama



Convidado(a) / ITA / SJC Campos - SP

Este trabalho foi aprovado por:

() maioria simples

unanimidade

Aluno (a): **Marcos Paulo Lobo de Candia**

São José dos Campos, 24 de Fevereiro de 2014

“A verdadeira viagem de descobrimento não consiste em procurar novas paisagens, e sim em ter novos olhos.”

MARCEL PROUST

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela dádiva da vida.

A minha família, sempre presente em todos os momentos e também pelos ensinamentos, apoio e conselhos.

Aos meus orientadores Dr. Solon Venâncio de Carvalho e Dra. Rita de Cássia Meneses Rodrigues pela paciência, conhecimento compartilhado e dedicação.

Aos meus amigos pelos incentivos, atenção e convívio.

Ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, em especial ao Programa de Pós-Graduação em Computação Aplicada (CAP) e ao Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada (LAC) pela oportunidade e disponibilidade.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo financiamento com bolsa de mestrado.

Por fim, a todos aqueles que de alguma forma contribuíram para a conclusão deste trabalho.

RESUMO

A tecnologia da fibra óptica vem sendo utilizada para atender a crescente demanda de tráfego de dados em redes computacionais. As redes ópticas elásticas, recentemente propostas, oferecem capacidade de alocação dinâmica de espectro óptico para acomodação de requisições de conexão com diferentes taxas de transmissão. Nestas redes, o problema de determinar a rota e alocação de recurso espectral para a construção dos caminhos ópticos entre pares origem-destino é denominado *Routing and Spectrum Allocation* (RSA). Tal problema é comumente dividido em dois subproblemas: roteamento e alocação de espectro. Na alocação de espectro, cada conexão é atribuída a um ou mais *slots* de frequência, de acordo com sua demanda de transmissão, e, para evitar interferência entre transmissões simultâneas em um mesmo *link* da rede utilizam-se bandas de guarda. A dinâmica de alocação e liberação de espectro provoca a fragmentação deste recurso, problema que pode influenciar diretamente a eficiência das redes. Neste trabalho, estuda-se o subproblema de alocação de espectro em um *link* de uma rede óptica elástica sob tráfego dinâmico por meio um modelo markoviano a tempo contínuo. Uma heurística para acomodação das requisições de conexão, que tem por objetivo minimizar a fragmentação de espectro, é proposta e comparada a outras da literatura através de alguns exemplos numéricos.

HEURISTIC FOR THE SPECTRUM ALLOCATION IN ELASTIC OPTICAL NETWORKS BASED IN FRAGMENTATION MEASURES

ABSTRACT

Optical fiber technology has been used to supply the growing demand for data traffic in computer networks. Elastic Optical Networks, recently proposed, provide capacity for dynamic spectrum allocation to accommodate connection requests with different transmissions rates. In these networks, the problem of determining the route and the allocation of spectrum resource for the construction of optical paths between the source-destination pairs is called Routing and Spectrum Allocation (RSA). This problem is commonly divided into two sub problems: routing and spectrum allocation. In the spectrum allocation, each connection is assigned to one or more slots of frequency, according to its transmission demand, and, to avoid interference between simultaneous transmissions on the same link guard bands are used. The dynamic allocation and release of spectrum causes the fragmentation of this resource may influence the efficiency of the networks directly. In this work, the sub problem of spectrum allocation on a link in a Elastic Optical Network under dynamic traffic is studied through a continuous-time Markov model. A heuristic to accommodate connection requests, which aims to minimize the spectrum fragmentation, is proposed and compared to others from the literature through some numerical examples.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 – Mapa da Rede Nacional de Ensino e Pesquisa	6
2.2 – Multiplexação por divisão de comprimento de onda (WDM)	8
2.3 – OXC 3x3 com 2 comprimentos de onda por porta	9
2.4 – Roteamento de comprimento de onda em rede WDM	10
2.5 – Grade de tamanho fixo x grade de tamanho flexível	15
2.6 – Alocação de espectro com bandas de guarda	18
4.1 – Exemplo de espectro alocado em um <i>link</i> EON	31
6.1 – Pseudocódigo da heurística <i>Frag-Min</i>	47
6.2 – Exemplo de espectro alocado em um <i>link</i> EON (heurística <i>Frag-Min</i>)	49
7.1 – Variação da probabilidade de bloqueio no cenário 1	55
7.2 – Variação do <i>throughput</i> do <i>link</i> no cenário 1	56
7.3 – Variação da probabilidade de bloqueio no cenário 2.....	61
7.4 – Variação do <i>throughput</i> do <i>link</i> no cenário 2	61
7.5 – Probabilidade de bloqueio no cenário 3.	64
7.6 – <i>Throughput</i> do <i>link</i> no cenário 3.	65
7.7 – Probabilidade de bloqueio para cada tipo de requisição de conexão apresentada pela heurística <i>Frag-Min</i>	66
7.8 – <i>Throughput</i> do <i>link</i> para cada tipo de requisição de conexão apresentado pela heurística <i>Frag-Min</i>	66

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
4.1 – Transições entre estados do sistema.....	33
6.1 – Fragmentação de espectro (exemplo).....	49
7.1 – Parâmetros do <i>link</i> (cenário 1)	52
7.2 – Probabilidades de bloqueio das requisições de conexão (cenário 1).....	53
7.3 – Probabilidades de bloqueio das requisições de conexão (cenário 1 - continuação).....	53
7.4 – <i>Throughput</i> do <i>link</i> (cenário 1).....	54
7.5 – <i>Throughput</i> do <i>link</i> (cenário 1 - continuação)	54
7.6 – <i>Frag-Min</i> (Índice de Rae e ENP) em relação a outras heurísticas - cenário 1	57
7.7 – Probabilidade de bloqueio e <i>throughput</i> para cada tipo de requisição de conexão no cenário 1	58
7.8 – Parâmetros do <i>link</i> (cenário 2)	58
7.9 – Probabilidades de bloqueio das requisições de conexão (cenário 2).....	59
7.10 – Probabilidades de bloqueio das requisições de conexão (cenário 2 - continuação).....	59
7.11 – <i>Throughput</i> do <i>link</i> (cenário 2).....	60
7.12 – <i>Throughput</i> do <i>link</i> (cenário 2 - continuação)	60
7.13 – <i>Frag-Min</i> (Índice de Golosov) em relação a outras heurísticas - cenário 2.....	62
7.14 – Probabilidade de bloqueio e <i>throughput</i> para cada tipo de requisição de conexão no cenário 2	63
7.15 – Parâmetros do <i>link</i> (cenário 3)	64
7.16 – Probabilidades de bloqueio e <i>throughput</i> (exemplificação).	65
7.17 – Probabilidades de bloqueio e <i>throughput</i> para cada tipo de requisição de conexão (exemplificação).....	67

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

BLSA	<i>Balanced Load Spectrum Allocation</i>
ENP	<i>Effective Number of Parties</i>
ENRP	<i>Effective Number of Relevant Parties</i>
EON	<i>Elastic Optical Network</i>
FDM	<i>Frequency Division Multiplexing</i>
FWDM	<i>Flexible Optical WDM Networks</i>
HH	Índice de Herfindahl-Hirschmann
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
ITU-T	<i>International Telecommunication Union-Telecommunication Standardization Sector</i>
KSP	<i>K-Shortest-Paths</i>
LAC	Laboratório Associado de Matemática e Computação Aplicada
LCP	<i>Least-Congested-Path</i>
MCT	Ministério da Ciência e Tecnologia
ModEsto	Modelagem Estocástica
MSP	<i>Modified Dijkstra Shortest Path</i>
OEO	Óptico-Elétrico-Óptico
OFDM	<i>Orthogonal Frequency-Division Multiplexing</i>
OXC	<i>Optical Cross-Connect</i>
PLI	Programação Linear Inteira
PPI	Problema de Programação Inteira
RedCLARA	Cooperação Latino Americana de Redes Avançadas
RNP	Rede Nacional de Ensino e Pesquisa
RSA	<i>Routing and Spectrum Allocation</i>
RWA	<i>Routing and Wavelength Assignment</i>
SCPVS	<i>Spectrum-Constraint Path Vector Searching</i>
SLICE	<i>Spectrum-Sliced Elastic Optical Path</i>
SOR	<i>Sucessive Over-Relaxation</i>
TDM	<i>Time Division Multiplexing</i>
WA	<i>Wavelength Assignment</i>
WDM	<i>Wavelength Division Multiplexing</i>

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
2 REDES ÓPTICAS	5
2.1 Redes WDM.....	7
2.2 Problema RWA	9
2.3 Redes Ópticas Elásticas	14
2.4 Problema RSA	16
2.4.1 Alocação de espectro e Fragmentação	20
3 PROCESSOS MARKOVIANOS	23
3.1 Cadeias de Markov a tempo discreto	24
3.2 Processos de Markov.....	26
3.3 Probabilidades limites	27
4 MODELO PROPOSTO	29
4.1 Definição do modelo	29
4.2 Funcionamento do modelo.....	34
4.3 Medidas de desempenho.....	34
5 MEDIDAS DE FRAGMENTAÇÃO	37
5.1 Fragmentação Externa.....	37
5.2 Avaliação de Poder Político	38
5.2.1 Índice de Rae	39
5.2.2 Número Efetivo de Partidos	40
5.2.3 Índice de Golosov	42
5.2.4 Índice de Hiperfracionamento	43
5.2.5 Índice de Molinar	44
5.2.6 Índice de Dunleavy e Boucek	45
6 HEURÍSTICA PROPOSTA	47

7 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS E RESULTADOS	51
7.1 Cenário 1	52
7.2 Cenário 2	58
7.3 Cenário 3	63
8 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	69
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	73

1 INTRODUÇÃO

As tecnologias de redes têm evoluído rapidamente nos últimos anos e grande parte deste progresso deve-se à popularização da Internet. O tráfego de dados por meio de aplicações como vídeos em alta definição, telemedicina, jogos *online*, compartilhamento de arquivos, entre outros, tem aumentado continuamente. Assim, os usuários passaram a exigir um maior fluxo de dados em um menor prazo, ou, na terminologia da área, uma maior largura de banda. Para suprir esta necessidade, a utilização de fibras ópticas tem se mostrado altamente eficiente tanto no sentido tecnológico como econômico.

De acordo com Mukherjee (2000), a fibra óptica apresenta diversas vantagens em relação a outros sistemas de comunicação, tais como:

- Grande largura de banda;
- Baixa atenuação e distorção de sinal;
- Baixo consumo de energia;
- Instalação de baixo custo.

Nas redes ópticas, o tráfego de dados é roteado no domínio óptico, utilizando a técnica de multiplexação por divisão em comprimento de onda (*Wavelength Division Multiplexing* – WDM), em que a largura de banda da fibra óptica é dividida em diferentes raias espectrais com espaçamentos uniformes (comprimentos de onda). Nesta técnica de multiplexação, os usuários da rede compartilham a mesma fibra e seus dados são transmitidos por comprimentos de onda distintos.

Dado um conjunto de requisições de conexão, o problema de selecionar um caminho óptico (roteamento) e alocar comprimentos de onda disponíveis para cada conexão (atribuição de comprimentos de onda) em uma rede WDM é

denominado roteamento e atribuição de comprimento de onda (*Routing and Wavelength Assignment* - RWA).

Uma característica das redes WDM é o tamanho fixo de canal de transmissão para acomodação das conexões, ou seja, cada requisição de conexão solicita uma fatia de espectro de tamanho fixo para ser transmitida. Recentemente, foram propostas as redes ópticas elásticas (*Elastic Optical Networks* – EONs), que apresentam elasticidade na capacidade de transmissão de seus canais, permitindo o ajuste da largura de banda de acordo com o volume de tráfego de dados e as requisições dos usuários da rede (JINNO et al., 2009).

O tradicional problema RWA é redefinido para as redes ópticas elásticas como roteamento e alocação de espectro (*Routing and Spectrum Allocation* - RSA) e comumente é decomposto em dois subproblemas distintos: roteamento e alocação de espectro que podem, ainda com perda de otimalidade, ser tratados separadamente.

Nas redes ópticas elásticas, o espectro é visto como um recurso contínuo de frequência, porém, por limitações tecnológicas, o espectro é discretizado em *slots*, ou seja, em pequenos intervalos de frequências. Cada conexão deve ser acomodada em um bloco contíguo de *slots* com largura total suficiente para garantir o fluxo de dados necessário a sua transmissão. Cada conexão deve, ainda, ser separada das demais conexões, também em transmissão, por um intervalo de frequências, denominado banda de guarda (*guard band*), de forma a evitar interferências entre as transmissões simultâneas.

A dinâmica de alocação de recurso espectral para as requisições de conexão e sua liberação após o término das transmissões provoca fragmentação do espectro, problema que pode influenciar diretamente a eficiência destas redes. A fragmentação, neste caso, refere-se à existência de pequenos blocos isolados, formados por um ou mais *slots* contíguos de espectro, que podem não ser suficientes para acomodar futuras requisições de conexão (SHI et al., 2013).

O problema da fragmentação dos recursos disponíveis, que prejudicam seu aproveitamento, está presente em domínios variados. No entanto, a quantificação de fragmentação não é algo simples e depende da aplicação.

No caso das redes ópticas elásticas, a ideia da alocação de requisições de conexão no espectro de frequência de modo a minimizar diretamente a fragmentação dos blocos livres ainda não foi desenvolvida, ao menos nas referências encontradas. Partindo desse ponto e considerando que os nós das redes ópticas geralmente possuem baixa capacidade computacional que impede a utilização de algoritmos complexos ou o armazenamento de grande quantidade de dados, o objetivo deste trabalho é: propor uma heurística para o problema de alocação de espectro em redes ópticas elásticas entre dois nós da rede (*link*) de modo a minimizar a fragmentação deste recurso. Estudam-se também medidas de fragmentação aplicáveis ao problema em estudo e uma metodologia é desenvolvida para realizar a comparação entre elas.

A metodologia proposta neste trabalho, resumidamente, consiste em:

- Utilizar uma heurística, aplicando cada medida de fragmentação estudada, que, em cada instante de chegada de uma nova requisição de conexão e em função dos *slots* de frequência disponíveis no espectro neste instante, aloca a requisição de conexão na posição que leve à menor fragmentação do espectro – ou então a rejeita quando não houver *slots* contíguos em número suficientes aos exigidos pela requisição de conexão.
- Obter o comportamento do *link* quando a heurística é utilizada através de um modelo markoviano a tempo contínuo, em que se admite que as requisições de conexão que chegam ao sistema podem ser classificadas em um número finito de tipos, cada um chegando ao *link* segundo um processo de Poisson, exigindo um número finito de *slots* contíguos para sua transmissão e com tempo de transmissão aleatório e exponencialmente distribuído.

- Comparar cada medida de fragmentação aplicada à heurística proposta baseando-se no maior *throughput* da conexão, ou seja, na sua capacidade de transmissão em termos do fluxo de dados. Comparar também os resultados da heurística proposta aos de outras heurísticas clássicas encontradas na literatura.

O restante do trabalho está organizado da seguinte maneira. No Capítulo 2 apresenta-se uma introdução sobre as redes WDM, as redes ópticas elásticas e seus respectivos problemas RWA e RSA. No Capítulo 3 descrevem-se os conceitos relacionados aos Processos Markovianos. O modelo markoviano para um *link* de uma rede óptica elástica, seu funcionamento e as medidas de desempenho utilizadas neste trabalho são descritos no Capítulo 4. No Capítulo 5 são apresentadas algumas medidas de fragmentação, que podem ser utilizadas pela heurística proposta, descrita no Capítulo 6. Os resultados numéricos referentes aos experimentos computacionais realizados são mostrados no Capítulo 7. Por fim, as considerações finais e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas no Capítulo 8.

2 REDES ÓPTICAS

As redes ópticas são sistemas de comunicação que utilizam a tecnologia da fibra óptica para transmissão de dados. Estas redes têm se tornado a forma mais apropriada e vêm sendo utilizadas para suportar a crescente demanda dos usuários por uma maior largura de banda.

Um dos destaques do uso das redes ópticas no Brasil é a Rede Nacional de Ensino e Pesquisa (RNP), uma rede acadêmica, criada em 1989 pelo Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT), que integra mais de 800 instituições de ensino e pesquisa no país, com objetivo de melhorar a infraestrutura de redes em nível nacional, metropolitano e local, atender as demandas de comunidades científicas específicas e promover a capacitação de recursos humanos em tecnologias da informação e comunicação. A RNP foi a primeira rede de acesso à Internet no país e a maioria de seus *links* são ópticos, operando com velocidade de transmissão de dados na faixa de múltiplos *gigabits* por segundo (RNP, 2013).

Na Figura 2.1 ilustra-se a situação do mapa da rede RNP em maio de 2013. Essa infraestrutura engloba 27 pontos de presença em todos os estados brasileiros, além de conexões internacionais, como a Cooperação Latino Americana de Redes Avançadas (RedCLARA) e a Internet comercial mundial.

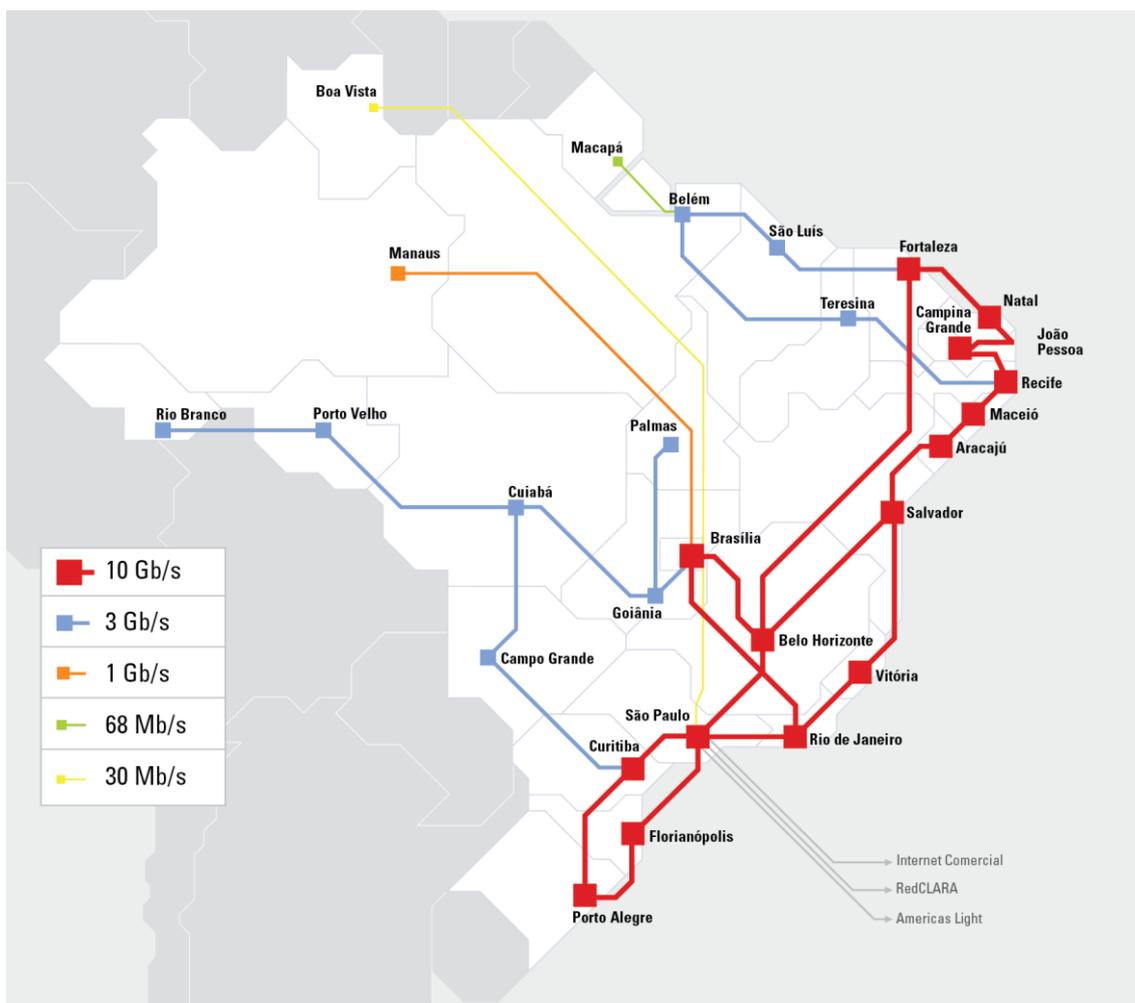


Figura 2.1 – Mapa da Rede Nacional de Ensino e Pesquisa.

Fonte: RNP (2013)

Apesar do enorme salto na capacidade de tráfego de dados pela tecnologia da fibra óptica, a velocidade na qual é possível modular sinais eletronicamente nos equipamentos de usuários da rede é limitada, o que gera um gargalo óptico-elétrico (SIVALINGAM; SUBRAMANIAM, 2000).

Uma solução encontrada para tratar o gargalo óptico-elétrico na transmissão por fibras ópticas é fazer uso de técnicas de multiplexação, que permitem a transmissão de várias comunicações simultâneas em um mesmo meio físico (fibra óptica).

Segundo Somani (2006) existem duas abordagens de multiplexação que permitem expandir a capacidade da fibra óptica: multiplexação por divisão no tempo (*Time Division Multiplexing – TDM*) e multiplexação por divisão em comprimento de onda (*Wavelength Division Multiplexing – WDM*). Na tradicional técnica TDM, a largura de banda é compartilhada no domínio do tempo, que é dividido em pequenos *slots*, sendo cada um atribuído a uma das transmissões simultâneas. WDM é a técnica de multiplexação utilizada pela segunda geração de redes ópticas, em que sinais são transmitidos simultaneamente por meio de comprimentos de onda (ou bandas de frequência) distintos.

A técnica WDM é similar à multiplexação por divisão de frequência (*Frequency Division Multiplexing – FDM*) que vem sendo utilizada em sistemas de comunicação de rádio há mais de um século. Nela, o espectro é dividido em bandas de frequência e cada usuário detém a posse de uma dessas bandas.

2.1 Redes WDM

Na abordagem WDM, múltiplos usuários compartilham a largura de banda disponível na fibra óptica, que é dividida em várias unidades menores denominadas comprimentos de onda (*wavelengths*) (SOMANI, 2006). Cada usuário da rede (transmissor) utiliza um determinado comprimento de onda, que por sua vez, é multiplexado e acoplado em uma fibra óptica, e, ao chegar ao destino, é demultiplexado e encaminhado para o receptor, como mostra a Figura 2.2.

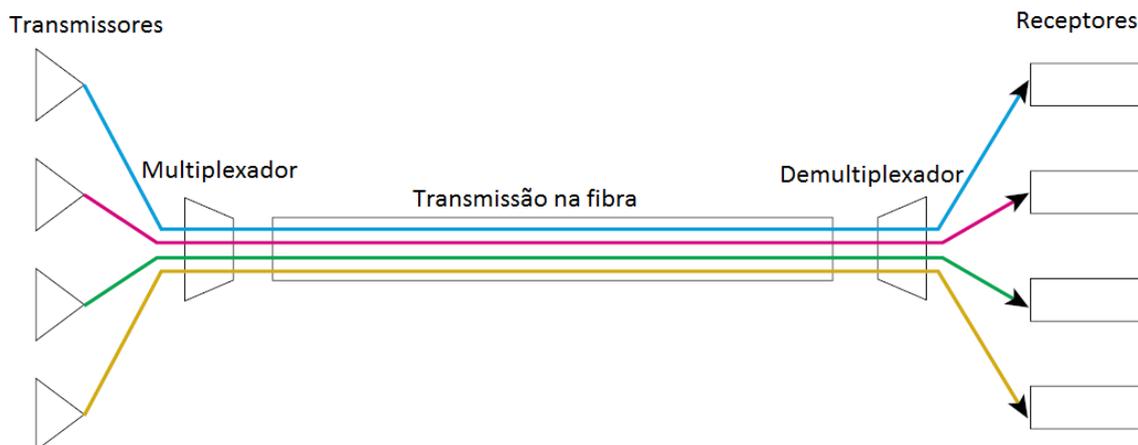


Figura 2.2 – Multiplexação por divisão de comprimento de onda (WDM)

Fonte: Adaptada de CISCO (2001)

Redes com *links* de transmissão de fibra óptica que adotam tal técnica de multiplexação são denominadas redes WDM.

A comunicação em redes WDM ocorre por meio de conexões lógicas, denominadas caminhos ópticos (*lightpaths*), que são estabelecidos entre pares de nós origem-destino.

A comutação dos comprimentos de onda no domínio óptico é obtida por dispositivos *optical cross-connects* (OXC) instalados em nós intermediários da rede, que conectam fibras de entrada e saída.

A informação transmitida pelo caminho óptico não necessita de processamento de sinal durante todo percurso entre o nó origem e o nó destino. Sendo assim, evitam-se conversões do tipo óptico-elétrico-óptico (OEO) quando o sinal passa pelos nós da rede, e a rede passa a ser denominada totalmente óptica ou transparente (MUKHERJEE, 2006).

Segundo Roukas (2001), os dispositivos OXC fornecem funções de comutação e roteamento para os caminhos ópticos. Em uma rede, com N portas de entrada e saída que opera W comprimentos de onda em cada porta, existem

W comutadores (*switches*), um para cada comprimento de onda. Os comutadores devem ser precedidos por um demultiplexador de comprimentos de onda e seguido por um multiplexador de comprimentos de onda.

Na Figura 2.3 apresenta-se um exemplo de dispositivo OXC com três portas de entrada e três portas de saída, operando dois comprimentos de onda por porta. Observa-se que existem dois comutadores, um para cada comprimento de onda.

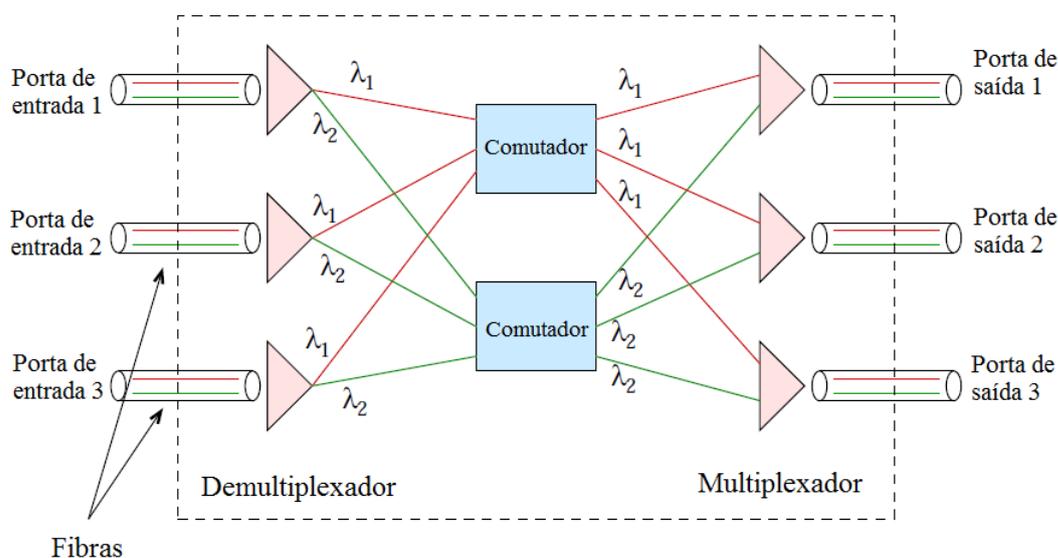


Figura 2.3 – OXC 3x3 com 2 comprimentos de onda por porta

Fonte: Adaptada de Roukas (2001)

2.2 Problema RWA

Nas redes WDM, uma conexão é estabelecida por um processo de duas etapas. Primeiro, um caminho óptico é implementado entre pares de nós origem-destino. Em seguida, escolhe-se um comprimento de onda disponível para este caminho óptico.

Dado um conjunto de conexões, o problema de determinar o roteamento para implementação dos caminhos ópticos e a atribuição de comprimentos de onda

para cada conexão é denominado *Routing and Wavelength Assignment (RWA)* (ZANG et al., 2000).

Segundo Sangeetha et al. (2009), o problema RWA possui as seguintes restrições:

- i. Restrição de continuidade de comprimento de onda (*wavelength continuity constraint*): um caminho óptico deve utilizar o mesmo comprimento de onda durante todo o seu trajeto desde o nó origem até o nó destino.
- ii. Restrição de comprimento de onda distinto (*distinct wavelength constraint*): todos os caminhos ópticos, que utilizam o mesmo *link* devem ser alocados em comprimentos de onda distintos.

As restrições de continuidade de comprimento de onda e de comprimento de onda distinto são ilustradas na Figura 2.4. Os caminhos ópticos, durante todo o seu trajeto, ocupam os mesmos comprimentos de onda, que por sua vez são distintos um do outro, representados nas cores verde e vermelha.

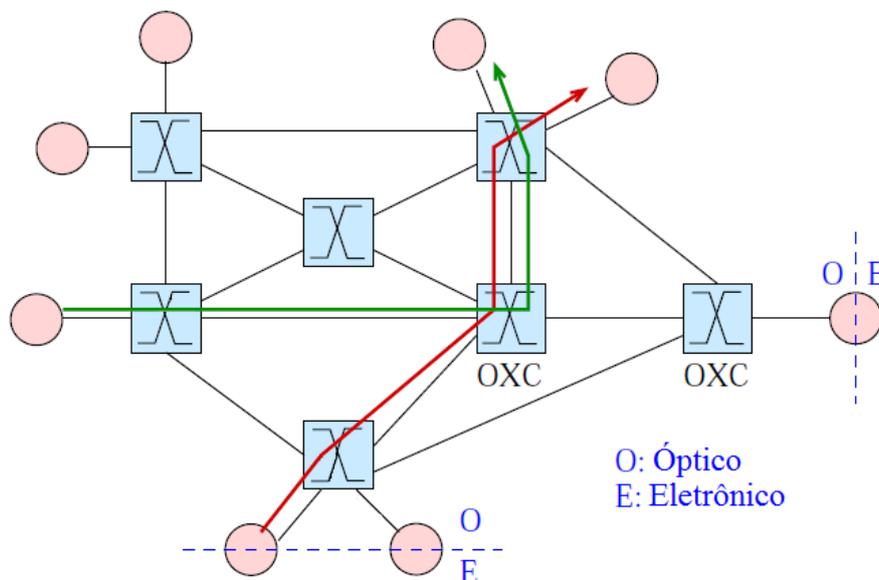


Figura 2.4 – Roteamento de comprimento de onda em rede WDM

Fonte: Adaptada de Roukas (2001)

Se uma boa solução para o problema RWA é encontrada, tem-se a garantia de aumento de eficiência das redes WDM, pois um número maior de nós será atendido e menos conexões serão rejeitadas.

O problema RWA pode ser estudado considerando condições de tráfegos estático ou dinâmico. No caso estático ou *off-line*, todo o conjunto de requisições de conexão é conhecido a priori e o objetivo é minimizar o número de comprimentos de onda. No caso dinâmico ou *on-line*, as requisições de conexão chegam aleatoriamente e não há conhecimento sobre as requisições de conexão futuras; o objetivo é minimizar o bloqueio de requisições de conexão (ZANG et al., 2000).

No cenário estático, o RWA é formulado como um problema de Programação Linear Inteira (PLI) por Ramaswani e Sivarajan (1995) e Zang et al. (2000). Em Ramaswani e Sivarajan (1995), o objetivo é maximizar o número de conexões estabelecidas para um número fixo de comprimentos de onda e um conjunto de requisições de conexão, enquanto que em Zang et al. (2000), o objetivo é minimizar o número de comprimentos de onda necessários para estabelecer os caminhos ópticos.

Devido à sua complexidade de resolução, o problema RWA pode ser dividido em dois subproblemas distintos que são resolvidos separadamente: roteamento e atribuição de comprimento de onda.

Considerando o tráfego estático, Banerjee e Mukherjee (1996) tratam o RWA, decompondo-o em subproblemas que são resolvidos sequencialmente. Os autores utilizam técnicas de aproximação para determinar as rotas dos caminhos ópticos e o algoritmo de coloração de grafos para atribuir os comprimentos de onda. O objetivo desta formulação é minimizar o número de comprimentos de onda necessários para o estabelecimento das conexões.

Em condições de tráfego dinâmico, o problema RWA apresenta maior complexidade de resolução e métodos heurísticos têm sido utilizados em sua resolução.

Conforme Zang et al. (2000), os algoritmos para resolução do roteamento, em condições de tráfego dinâmico, podem ser classificados em três categorias:

- Roteamento fixo: consiste em escolher sempre a mesma rota para um determinado par de nós origem-destino, calculando-se o caminho mais curto, que pode ser obtido pelos algoritmos de *Dijkstra* ou *Bellman-Ford* (CORMEN et al., 2002).
- Roteamento fixo alternado: considera múltiplas rotas. Quando há uma requisição de conexão, ocorrem tentativas com cada uma destas rotas até que se encontre um caminho com atribuição de comprimento de onda válido. Se não há nenhuma rota disponível, a requisição de conexão é bloqueada.
- Roteamento adaptativo: a rota é escolhida de forma dinâmica de acordo com o estado atual da rede, que é determinado pelo conjunto de conexões em andamento. A resolução do roteamento adaptativo pode ser obtida pelo método heurístico *Least-Congested-Path* (LCP), em que ao chegar uma nova requisição de conexão, o caminho menos congestionado dentre todos os nós da rede é escolhido (CHAN; YUM, 1994).

Se as rotas de um conjunto de caminhos ópticos já foram estabelecidas, somente a atribuição dos comprimentos de onda para cada caminho óptico será de interesse na resolução do problema RWA. Esse subproblema é denominado atribuição de comprimento de onda (*Wavelength Assignment – WA*) e deve obedecer as restrições já mencionadas: continuidade de comprimento de onda e comprimento de onda distinto.

Na atribuição de comprimentos de onda no cenário dinâmico, em vez de minimizar o número de comprimentos de onda, como no caso estático, o número de comprimentos de onda é fixo e o objetivo é minimizar o bloqueio de requisições de conexão.

Diversas heurísticas têm sido propostas na literatura para a atribuição de comprimentos de onda e podem ser combinadas às diferentes abordagens de roteamento na resolução do problema RWA. Estas heurísticas têm por objetivo tentar reduzir a probabilidade de bloqueio (rejeição) de novas requisições de conexão que chegam à rede, dentre elas destacam-se:

- *Random Wavelength Assignment*: em um conjunto de comprimentos de onda disponíveis, um é escolhido aleatoriamente para alocar a requisição de conexão (ZANG et al., 2010);
- *First-Fit*: todos os comprimentos de onda são enumerados e quando há uma busca por comprimentos de onda disponíveis, aqueles com menor número são os primeiros a serem considerados. Sendo assim, a conexão é alocada no primeiro comprimento de onda disponível (RANDHAWA et al., 2012);
- *Most-Used*: o comprimento de onda mais utilizado para alocação das conexões é selecionado, proporcionando máxima reutilização de comprimentos de onda na rede (LINS JÚNIOR et al, 2011);
- *Least-Used*: ao contrário do *Most-Used*, o comprimento de onda menos utilizado na rede é selecionado, de modo a balancear a carga uniformemente entre todos os comprimentos de onda da rede (LINS JÚNIOR et al, 2011).

Um exemplo de combinação para resolução do problema RWA no cenário dinâmico é dado por Banerjee e Mukherjee (1996), que determinam o

roteamento pelo algoritmo heurístico *Least-Congested-Path* (LCP) e, em seguida a atribuição de comprimento de onda pela heurística *First-Fit*.

2.3 Redes Ópticas Elásticas

Embora as redes WDM venham sendo amplamente utilizadas nos últimos anos e oferecerem alta capacidade de transmissão de dados por sistemas de fibras ópticas, elas não apresentam flexibilidade da largura de banda para acomodação das conexões.

Nestas redes tradicionais, os canais de transmissão adotam grades (*grids*) de frequência de tamanho fixo conforme especificações do padrão ITU-T (*International Telecommunication Union-Telecommunication Standardization Sector*), com capacidade de transmissão na ordem de Gb/s (*gigabits* por segundo) para a acomodação das conexões. Quando o tráfego demandado é menor que essa capacidade, uma grade inteira precisa ser alocada para acomodar a requisição de conexão, provocando a utilização ineficiente do recurso espectral. Se a demanda da requisição de conexão é maior que tal capacidade, ela é separada e transmitida por comprimentos de ondas distintos, sendo visto pela rede como conexões diferentes.

A partir dessas limitações, surgiu o interesse no estudo de uma arquitetura de rede óptica com canais de transmissão sem grades de frequência de tamanho fixo, ou seja, que ofereça suporte ao provisionamento de largura de banda flexível para acomodar as conexões de acordo com o volume de tráfego de dados.

Na Figura 2.5 é apresentado um exemplo ilustrando as diferenças entre canais de transmissão com grades de tamanho fixo e com grades de tamanho flexível. O canal com grades fixas (topo), presente nas redes WDM, opera em intervalos de frequência de 50 GHz, que podem acomodar requisições de conexão com taxas de até 100 Gb/s. Pode-se observar nesta figura, que ocorre desperdício de

recurso espectral quando esses canais acomodam conexões com taxas menores, como, por exemplo, 10 Gb/s. Por outro lado, o canal com grades flexíveis (abaixo) oferece elasticidade em sua capacidade de transmissão, permitindo a alocação de espectro conforme demanda do tráfego.

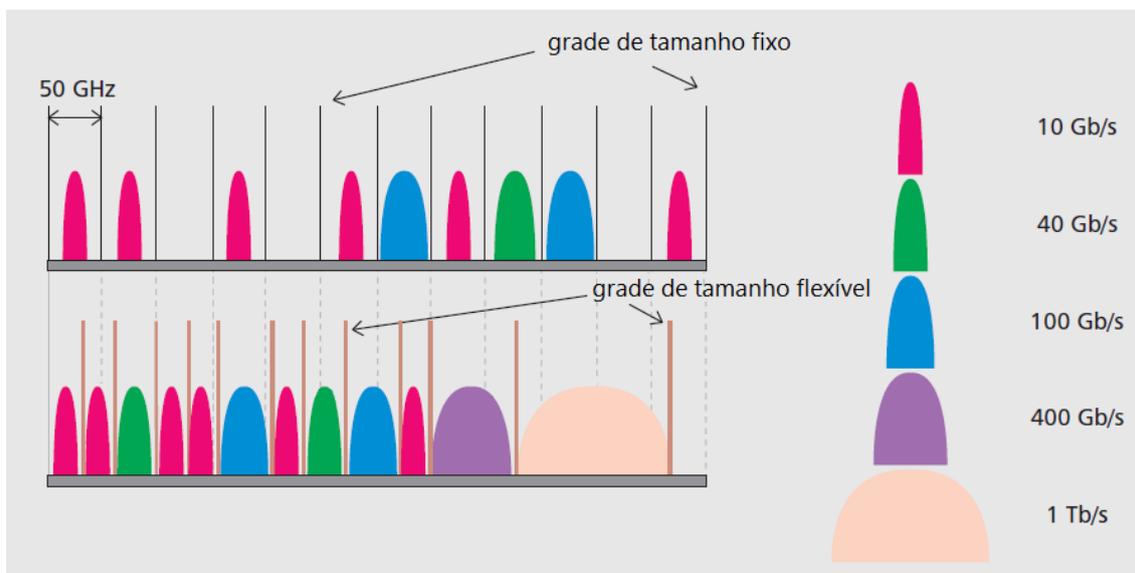


Figura 2.5 – Grade de tamanho fixo x grade de tamanho flexível

Fonte: Adaptada de Gerstel et al. (2012)

Para atender o crescente tráfego de dados e garantir o uso eficiente do espectro disponível em uma fibra, o conceito de redes ópticas elásticas (*Elastic Optical Networks – EONs*) é introduzido por Jinno et al. (2009). Uma arquitetura de rede óptica elástica, denominada *Spectrum-Sliced Elastic Optical Path (SLICE)*, também é proposta, oferecendo elasticidade na capacidade de transmissão de seus canais.

A arquitetura SLICE suporta múltiplas taxas de transmissão de dados, alocando apenas o espectro necessário para acomodá-las, devido ao uso da técnica de multiplexação por divisão de frequência ortogonal (*Orthogonal Frequency-Division Multiplexing – OFDM*).

Segundo Zhang, G. et al. (2013), OFDM é um esquema de modulação para transmissão de dados *multi-carrier*, isto é, divide uma alta taxa de transmissão em múltiplos canais paralelos, denominados subportadoras (*sub-carriers*), que, por sua vez, transmitem taxas menores independentemente.

Uma outra arquitetura, denominada redes ópticas WDM flexíveis (*Flexible Optical WDM Networks – FWDM*), é proposta por Patel et al. (2010), oferecendo capacidade de alocação dinâmica de seus recursos, em especial do espectro óptico, provisionamento dinâmico das conexões e controle automatizado da rede.

No geral, a arquitetura FWDM possui conceito similar às redes SLICE. No entanto, a principal diferença entre elas é a tecnologia de transmissão utilizada por cada uma. FWDM baseia-se na arquitetura WDM, permitindo esquemas de modulação *single-carrier* e *multi-carrier*, enquanto que SLICE possui somente como tecnologia de transmissão a modulação *multi-carrier* da técnica OFDM (ZHANG, G. et al., 2013). No esquema de modulação *single-carrier*, os dados são transmitidos sequencialmente pelo canal de comunicação, ao contrário do esquema *multi-carrier*, em que os dados são transmitidos paralelamente.

Rival e Morea (2010) propõem uma outra arquitetura, denominada *Data-Rate Elastic Optical Network* para atender diferentes taxas de transmissão de dados. Esta arquitetura também emprega as tecnologias de modulação *single-carrier* e *multi-carrier*, porém diferencia-se de SLICE e de FWDM por utilizar canais com grades de tamanho fixo para alocação de espectro. Embora possua total compatibilidade com a atual arquitetura WDM, *Data-Rate Elastic Optical Network* não garante flexibilidade e aumento de eficiência durante a acomodação das conexões.

2.4 Problema RSA

No estabelecimento das conexões em redes ópticas, o problema fundamental é rotear e alocar os recursos de espectro para acomodar as demandas de tráfego.

Dessa forma, o tradicional problema RWA aplicado em redes WDM é redefinido para redes ópticas elásticas como problema de roteamento e alocação de espectro (*Routing and Spectrum Allocation – RSA*).

Nas redes ópticas elásticas, o espectro é visto como um recurso contínuo, sendo dividido em unidades de frequência de tamanho fixo, denominadas *slots*, cuja capacidade de transmissão é menor que a de uma grade nas redes WDM comuns. De acordo com especificações do padrão ITU-T, cada *slot* corresponde a no mínimo 12,5 GHz de frequência. Do ponto de vista de modulação de sinais, cada *slot* de espectro corresponde a uma subportadora (JINNO et al. 2010).

Nestas redes, cada conexão é atribuída a um ou mais *slots* de frequência, de acordo com sua demanda de transmissão, e, se múltiplos *slots* são necessários, eles devem ser contíguos. A restrição de continuidade de comprimento de onda (*wavelength continuity constraint*) presente no problema RWA torna-se restrição de continuidade de espectro (*spectrum continuity constraint*) no problema RSA. Dessa forma, no estabelecimento de uma conexão, um caminho óptico é implementado entre um par de nós origem-destino, podendo utilizar um ou vários *slots* de espectro.

Quando caminhos ópticos compartilham o mesmo *link*, eles devem ser separados um do outro no domínio de espectro por uma banda de guarda (*guard band*), que consiste em uma parte reservada, mas não utilizada do recurso espectral, para evitar a interferência entre as conexões transmitidas simultaneamente.

Ao contrário das redes WDM, em que as bandas de guarda são previamente alocadas e fixas, nas redes ópticas elásticas, elas são determinadas no processo de estabelecimento dos caminhos ópticos, e podem ser formadas por um ou mais *slots* de frequência (WANG et al., 2011).

Na Figura 2.6 é ilustrado um exemplo de alocação de espectro em um *link* de uma rede óptica elástica. Neste exemplo, cada caminho óptico utiliza um

determinado número de *slots* contíguos e todos eles estão separados por bandas de guarda, que equivalem a 2 *slots* de frequência.

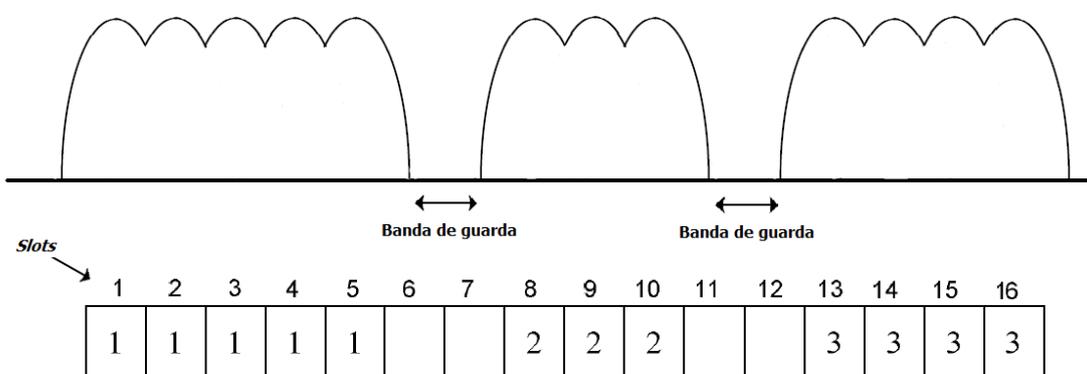


Figura 2.6 – Alocação de espectro com bandas de guarda

Fonte: Adaptada de Christodoulopoulos et al. (2010)

O problema RSA, assim como o RWA, pode ser estudado sob tráfegos estático e dinâmico. Como mencionado anteriormente, no caso estático, as requisições de conexão são previamente conhecidas, e, no caso dinâmico, estas chegam aleatoriamente e não há conhecimento sobre as requisições de conexão futuras.

Vários autores têm estudado as redes ópticas elásticas e o problema de roteamento e alocação de espectro com o objetivo de minimizar o uso de espectro.

Christodoulopoulos et al. (2010) e Wang et al. (2011) tratam o RSA considerando condições de tráfego estático, formulando-o como um problema de Programação Linear Inteira (PLI), com o objetivo de minimizar o recurso espectral utilizado. Christodoulopoulos et al. (2010) encontram soluções ótimas para o problema RSA aplicado a redes de pequena dimensão (6 nós), enquanto Wang et al. (2011) obtêm soluções próximas ao ótimo, resolvendo-o para redes com 14 nós.

Similar ao problema RWA em redes WDM, o RSA pode ser dividido em dois subproblemas distintos: roteamento e alocação de espectro, que são tratados separadamente. Uma formulação PLI sequencial, na qual primeiramente é resolvido o roteamento e, em seguida, a alocação de espectro, também é apresentada por Christodoulopoulos et al. (2010), porém não há garantia de se encontrar uma solução ótima.

Dois algoritmos (*Modified Dijkstra Shortest Path* - MSP e *Spectrum-Constraint Path Vector Searching* - SCPVS) são propostos por Wan et al. (2011) para determinar a rota e a atribuição de espectro simultaneamente. O algoritmo MSP verifica o espectro disponível no caminho mais curto obtido pelo algoritmo de *Dijkstra*, e o SCPVS constrói um caminho com a restrição de espectro para encontrar a melhor rota.

Para determinar o roteamento, Wan et al. (2011) utilizam o algoritmo *K-Shortest-Paths* (KSP) para obter o caminho mais curto entre um determinado par de nós origem-destino, enquanto que Wang et al. (2011) estabelecem as rotas por balanceamento de carga pelo algoritmo *Balanced Load Spectrum Allocation* (BLSA), com objetivo de minimizar o uso de espectro da rede.

Após o roteamento, a alocação de espectro em redes ópticas elásticas pode ser resolvida através de heurísticas, que são similares às utilizadas para determinar a atribuição de comprimento de onda em redes WDM tradicionais, como, por exemplo, a *Random-Fit*, em que a requisição de conexão é acomodada em qualquer bloco de espectro que a satisfaça (ROSA et al., 2012).

Takagi et al. (2011) também aplicam uma heurística para resolução da alocação de espectro: a heurística *First-Fit*, em que os *slots* de frequência são indexados e a requisição de conexão é acomodada na primeira banda disponível com menor índice.

Em geral, as redes ópticas elásticas apresentam maior eficiência espectral na acomodação das conexões, isto é, melhor utilização do recurso espectral, se

comparadas às redes WDM comuns. Christodoulopoulos et al. (2010) afirmam que há entre 5 a 95% de melhoria na utilização de espectro, dependendo da topologia e do padrão de tráfego das redes.

2.4.1 Alocação de espectro e Fragmentação

A alocação de espectro em redes ópticas elásticas é bem similar ao problema de alocação e uso de memória de computador (WILSON et. al, 1995). Em geral, o objetivo de um alocador é atribuir um bloco para armazenamento de um objeto, quando solicitado, e liberá-lo a qualquer instante do tempo. Enquanto o bloco estiver em uso, seu conteúdo não pode ser alterado e os objetos alocados não podem ser movidos.

Um alocador é definido como um algoritmo que responde às requisições por blocos em sequência imediatamente e suas decisões não podem ser desfeitas. Esse algoritmo deve manter controle de quais blocos estão em uso e quais estão livres, além de possuir liberdade de ação, ou seja, o alocador pode colocar o objeto em qualquer bloco livre que o comporte.

Em redes ópticas elásticas, um dos principais problemas é a fragmentação de espectro, que ocorre devido à dinâmica de alocação de recurso para novas requisições de conexão e sua liberação após o término de processamento das conexões, provocando a criação de “buracos” entre os *slots* de espectro alocados para as transmissões correntes. Se esses “buracos” são pequenos e numerosos, eles podem não satisfazer futuras requisições de conexão que necessitam de blocos maiores que estes para sua acomodação.

A principal técnica utilizada pelos alocadores para controlar a fragmentação é a política de posicionamento, ou seja, a escolha de onde acomodar a requisição dentre os blocos disponíveis que a comporte.

Uma política de posicionamento ideal seria aquela que acomodasse as requisições e não provocasse fragmentação mais tarde, porém isso é impossível de garantir. Portanto, elas tentam heurísticamente aproximar o ideal.

Um exemplo de uma heurística encontrada na literatura para alocação de espectro que, em geral, apresenta eficiente utilização de recurso é a *Best-Fit*. Esta heurística faz uma busca em todo espaço espectral disponível e aloca a requisição de conexão no menor bloco que satisfaça sua demanda (LI et al., 2010; WILSON et al., 1995).

Rosa et al. (2012) estudam a alocação e fragmentação de espectro omitindo o uso de bandas de guarda através de um modelo markoviano e propõem uma nova heurística para acomodação das requisições de conexão. Zhang, M. et al. (2013) propõem dois algoritmos para resolução tanto do roteamento quanto da alocação de espectro, nos cenários de tráfego estático e dinâmico, com objetivo de reduzir a fragmentação de espectro. Shi et al. (2013) estudam a fragmentação de espectro nas redes ópticas elásticas e seu efeito na probabilidade de bloqueio das requisições de conexão. Carvalho et al. (2012) e França et al. (2013) estudam a alocação de espectro por meio de um modelo markoviano de decisão, em que o objetivo é encontrar uma política de alocação ótima que maximize a recompensa média a longo prazo, como por exemplo, o número médio de *slots* utilizados. Carvalho et al. (2012) consideram o uso de conversor de comprimentos de onda, em que é possível rearranjar as posições das requisições de conexão sendo transmitidas no *link*, de forma a obter maiores espaços contíguos para novas requisições de conexão, enquanto França et al. (2013) não consideram o uso de tal conversor.

Embora existam diversas estratégias na literatura para resolução do problema RSA para redes ópticas elásticas, a fragmentação de espectro, ainda é pouco investigada.

3 PROCESSOS MARKOVIANOS

Neste capítulo, apresentam-se alguns conceitos e propriedades fundamentais dos processos markovianos, que serão utilizados para modelar o sistema em estudo.

Seja um espaço amostral Ω e uma medida de probabilidade P . Uma variável aleatória X com valores no conjunto E é uma função que atribui um valor $X(\omega)$ em E para cada resultado $\omega \in \Omega$. Quando o conjunto E for finito ou infinito enumerável, diz-se que a variável aleatória X é discreta e quando o conjunto E for infinito não enumerável, diz-se que a variável aleatória X é contínua (CINLAR, 1975).

Um processo estocástico com espaço de estados E é uma coleção $\{X(t); t \in T\}$ de variáveis aleatórias $X(t)$ definidas no mesmo espaço de probabilidades e assumindo valores em E . Se T é enumerável, diz-se que o processo estocástico é um processo a parâmetro discreto. Caso contrário, diz-se que é um processo a parâmetro contínuo. Geralmente, o índice t é interpretado como tempo e, assim, $X(t)$ refere-se ao estado do processo X no instante t (CINLAR, 1975).

Os processos markovianos são uma classe especial dos processos estocásticos, em que seus comportamentos probabilísticos futuros são independentes de seus históricos passados dado que seus estados presentes são conhecidos, propriedade denominada propriedade markoviana.

A teoria de processos de Markov tem sido aplicada em uma ampla variedade de campos, incluindo biologia, ciência da computação, engenharia e pesquisa operacional, permitindo a modelagem da incerteza em sistemas que evoluem de forma dinâmica no tempo (TIJMS, 2003).

3.1 Cadeias de Markov a tempo discreto

Um processo estocástico $\{X_n; n \in \mathbb{N}\}$, com espaço de estados finito E , é denominado cadeia de Markov a tempo discreto se:

$$P \{X_{n+1} = i_{n+1} | X_0 = i_0, \dots, X_n = i_n\} = P \{X_{n+1} = i_{n+1} | X_n = i_n\}$$

para todo $i_k \in E$, em que $k = 0, 1, \dots, n, n + 1$ e $n \in \mathbb{N}$.

Uma cadeia de Markov a tempo discreto é, então, uma sequência de variáveis aleatórias, em que, para cada n , o próximo estado X_{n+1} do processo é independente dos estados anteriores X_0, \dots, X_{n-1} , dado o estado presente X_n .

Diz-se que uma cadeia de Markov é homogênea no tempo se a probabilidade condicional:

$$P \{X_{n+1} = j | X_n = i\} = p_{i,j}$$

for independente de n para todo $i, j \in E$.

O valor $p_{i,j}$ representa a probabilidade do processo, que se encontra no estado i , realizar uma transição para o estado j . As probabilidades de transição em um passo da cadeia de Markov, como são denominadas, devem satisfazer:

$$p_{i,j} \geq 0, \quad i, j \geq 0$$

e

$$\sum_{j \in E} p_{i,j} = 1, \quad i = 0, 1, \dots .$$

Geralmente, utiliza-se uma matriz para representar as probabilidades de transição em um passo $p_{i,j}$. Esta matriz, denominada matriz de transição da cadeia de Markov, é dada por:

$$P = \begin{bmatrix} p_{0,0} & p_{0,1} & p_{0,2} & \cdots & p_{0,j} \\ p_{1,0} & p_{1,1} & p_{1,2} & \cdots & p_{1,j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{i,0} & p_{i,1} & p_{i,2} & \cdots & p_{i,j} \end{bmatrix},$$

em que $i, j \in E$.

As probabilidades de transição em n passos ($p_{i,j}^n$) representam a probabilidade de que o processo se mova do estado i para o estado j após n passos, e são dadas por:

$$p_{i,j}^n = P \{X_{n+k} = j | X_k = i\}$$

em que $n, k \in \mathbb{N}$ e $i, j \in E$.

A equação de *Chapman-Kolmogorov* fornece um método para resolução das probabilidades de transição em n passos, assegurando que a partir do estado i , para que o processo esteja no estado j após $n + m$ passos, ele deve estar em algum estado intermediário k após n passos e em seguida mover-se para o estado j nos m passos restantes:

$$p_{i,j}^{n+m} = \sum_{k \in E} p_{i,k}^n p_{k,j}^m$$

para $n, m \geq 0$ e $i, k, j \in E$.

Em uma cadeia de Markov a tempo discreto, as transições entre os estados ocorrem em instantes fixos de tempo, ou seja, $n = 0, 1, 2, \dots$. Entretanto, em uma ampla variedade de aplicações, o tempo de permanência em cada estado é um valor real não negativo e tem distribuição exponencial. Os processos descritos a seguir possuem esta característica e são denominados cadeias de Markov a tempo contínuo ou processos de Markov.

3.2 Processos de Markov

Um processo estocástico $\{X(t), t \geq 0\}$, com espaço de estados finito E , é um processo de Markov se para todo $s, t \geq 0$ e inteiros não negativos i, j e $x(u) \leq u < s$:

$$\begin{aligned} P \{X(t+s) = j \mid X(s) = i, X(u) = x(u), 0 \leq u < s\} & \quad (3.1) \\ & = P \{X(t+s) = j \mid X(s) = i\} \end{aligned}$$

A Equação 3.1 expressa a propriedade markoviana das cadeias de Markov a tempo contínuo, em que a distribuição condicional do futuro $X(t+s)$ dado o presente $X(s)$ e o passado $X(u)$, $0 \leq u < s$, depende somente do presente e é independente do passado (ROSS, 2007).

Diz-se que o processo de Markov é homogêneo no tempo se a probabilidade condicional:

$$P \{X(t+s) = j \mid X(s) = i\} = p_{i,j}(t)$$

for independente de s , para todo $i, j \in E$ e $s \geq 0$.

Para $i, j \in E$ fixos, a função $t \rightarrow p_{i,j}(t)$ é denominada função de transição e, assim como na cadeias de Markov a tempo discreto, uma matriz também é utilizada para descrever as funções de transição dos processos de Markov, chamada matriz de funções de transição do processo de Markov.

As funções de transição $p_{i,j}(t)$ devem satisfazer:

$$p_{i,j}(t) \geq 0 \quad \text{e} \quad \sum_{j \in E} p_{i,j}(t) = 1$$

para todo $i, j \in E$ e $t \geq 0$.

Se um processo de Markov entra no estado i no instante de tempo 0 e permanece neste estado durante s unidades de tempo, pela propriedade

markoviana, a probabilidade de ainda permanecer neste estado durante o intervalo de tempo $[s, s + t]$ é a probabilidade não condicionada do processo continuar no estado i no mínimo t unidades de tempo. Se T_i denota o tempo de permanência no estado i antes do processo realizar uma transição para um estado diferente, tem-se:

$$P(T_i > s + t | T_i > s) = P(T_i > t)$$

para todo $s, t > 0$.

Assim, a variável aleatória T_i não tem memória. A única distribuição contínua que apresenta esta propriedade é a distribuição exponencial negativa (ROSS, 2007).

Em um processo de Markov, as transições entre os estados ocorrem de acordo com uma cadeia de Markov a tempo discreto, mas o tempo de permanência em cada estado não é fixo, é aleatório e tem distribuição exponencial. Além disso, os tempos de permanência em um determinado estado e o próximo estado a ser visitado são independentes.

3.3 Probabilidades limites

Dado um processo de Markov, para qualquer par de estados $i, j \in E$, define-se a taxa de transição instantânea, denotada por $q_{i,j}$, como a taxa à qual o processo realiza uma transição do estado i para o estado j . Esta taxa é dada por:

$$q_{i,j} = v_i p_{i,j}$$

em que v_i é a taxa na qual o processo faz uma transição quando ele está no estado i (taxa de permanência no estado i) e $p_{i,j}$ é a probabilidade que esta transição seja para o estado j . Tem-se a seguinte relação entre essas grandezas:

$$v_i = \sum_j v_i p_{i,j} = \sum_j q_{i,j}$$

e

$$p_{i,j} = \frac{q_{i,j}}{v_i} = \frac{q_{i,j}}{\sum_j q_{i,j}}$$

A probabilidade de um processo de Markov, que se encontra no estado i realizar uma transição para o estado j após um intervalo de tempo t frequentemente converge para um valor limite (π_j) que é independente do estado inicial i :

$$\pi_j \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} p_{i,j}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} P \{X(t) = j \mid X(0) = i\}$$

para todo $i, j \in E$.

O valor π_j , denominado probabilidade limite ou probabilidade de equilíbrio, pode ser interpretado como a proporção de tempo que o processo de Markov permanece no estado $j \in E$ (TIJMS, 2003).

O seguinte sistema de equações pode ser utilizado para calcular as probabilidades limites de todos os estados de um processo de Markov:

$$\begin{cases} v_j \pi_j = \sum_{i \neq j} \pi_i q_{i,j}, & j \in E \\ \sum_{j \in E} \pi_j = 1 \end{cases}$$

As probabilidades limites podem ser utilizadas para analisar o comportamento de um sistema e a partir delas, outras medidas de desempenho também podem ser obtidas.

Para um estudo mais aprofundado sobre os processos estocásticos e, em especial sobre os processos de Markov, sugere-se consultar Çinlar (1975), Tijms (2003) e Ross (2007).

4 MODELO PROPOSTO

Como apresentado no Capítulo 2, o problema RSA das redes ópticas elásticas pode ser decomposto em dois subproblemas distintos (roteamento e alocação de espectro), que podem ser resolvidos separadamente. Neste trabalho, propõe-se um modelo baseado em cadeias de Markov a tempo contínuo para o subproblema de alocação de espectro em um *link* de uma rede óptica elástica sob condições de tráfego dinâmico. Este modelo markoviano será utilizado para analisar o desempenho de algumas heurísticas de alocação de espectro encontradas na literatura e da heurística proposta neste trabalho.

4.1 Definição do modelo

O sistema em estudo é modelado por uma cadeia de Markov a tempo contínuo. Assim, admite-se que as requisições de conexão chegam ao *link* da rede de acordo com um processo de Poisson e o tempo de transmissão de cada conexão é exponencialmente distribuído.

Considera-se que o espectro óptico seja dividido em $N \in \{1, 2, \dots\}$ *slots*. As requisições de conexão que chegam ao *link* são classificadas em $K \in \{1, 2, \dots\}$ tipos distintos. Para cada tipo de requisição de conexão k , em que $1 \leq k \leq K$, tem-se:

- w_k : número de *slots* contíguos para acomodá-la, em que $w_k \leq w_{k+1}$ para $1 \leq k \leq K - 1$, com $w_k \in \{1, 2, \dots\}$;
- λ_k : taxa de chegada, de acordo com uma distribuição de Poisson;
- $1/\mu_k$: tempo médio de transmissão, de acordo com uma distribuição exponencial.

Adota-se o uso de bandas de guarda entre as conexões sendo transmitidas simultaneamente pelo *link*, que são representadas no modelo por $g_b \in \{1, 2, \dots\}$; cada banda de guarda g_b pode ocupar um ou mais *slots* de espectro óptico.

O estado do sistema, em cada instante de tempo, é representado pelo conjunto $\{n, (s_1, k_1), (s_2, k_2) \dots, (s_n, k_n)\}$, em que n corresponde ao número de transmissões em andamento no *link*, e os pares ordenados (s_i, k_i) caracterizam cada i -ésima conexão, correspondendo a posição do primeiro *slot* alocado e seu tipo. Se não há nenhuma transmissão em andamento, o estado do sistema é representado por $\{0\}$.

Desta forma, o espaço de estados E do sistema é definido por:

$$E = \{ \{n, (s_1, k_1), (s_2, k_2), \dots, (s_n, k_n)\} \mid$$

$$n \geq 0;$$

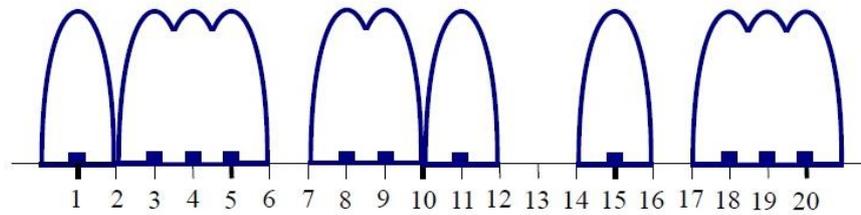
$$1 \leq k_i \leq K \text{ para } 1 \leq i \leq n; \quad (4.1)$$

$$s_1 \geq 1, s_n \leq N - w_{k_n}; \quad (4.2)$$

$$s_{i+1} \geq s_i + w_{k_i} + g_b, 1 \leq i < n; \} \quad (4.3)$$

Os estados do sistema devem obedecer algumas condições. O número de transmissões em andamento deve ser não-negativo. Se há pelo menos uma transmissão em andamento, $n > 0$, a restrição 4.1 certifica que esta conexão deve pertencer a um dos K tipos de requisição de conexão que chegam ao *link*. A restrição 4.2 garante que a primeira conexão deve estar acomodada a partir da primeira posição de espectro do *link* e que a posição a partir da qual a n -ésima conexão está alocada deve respeitar o número total de *slots* do *link* e o número de *slots* contíguos utilizados por ela. A restrição 4.3 assegura que as posições de espectro alocadas por uma determinada conexão sendo transmitida pelo *link* devem respeitar os *slots* alocados para a conexão anterior e os *slots* reservados como bandas de guarda.

Na Figura 4.1 é apresentado um exemplo de espectro alocado em um *link* de uma rede óptica elástica em um determinado instante de tempo. Este *link* possui o espectro óptico dividido em 20 *slots* e utiliza 1 *slot* de banda de guarda entre as conexões sendo transmitidas simultaneamente. O estado do sistema para este exemplo é representado por $e = \{6, (1,1), (3,3), (8,2), (11,1), (15,1), (18,3)\}$.



slot	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
tipo	1	0	3	3	3	0	0	2	2	0	1	0	0	0	1	0	0	3	3	3

Figura 4.1 – Exemplo de espectro alocado em um *link* EON

As mudanças entre os estado do sistema ocorrem em instantes de chegada de uma nova requisição de conexão que pode ser aceita pelo *link* da rede ou em instantes de término de processamento de uma transmissão.

Quando ocorre a chegada de uma nova requisição de conexão do tipo k , é possível aceitá-la ou rejeitá-la. Ela será aceita e transmitida se houver espaço espectral livre e contíguo que a comporte, além dos *slots* de banda de guarda necessários. Se existe mais de uma posição disponível para alocar a requisição de conexão é necessária uma política de decisão que determine em que posição de espectro ela será acomodada. Neste cenário, heurísticas, como as descritas no Capítulo 2, podem ser utilizadas para determinar onde alocar a requisição de conexão.

Para cada estado $e \in E$ do sistema, o conjunto de *slots* disponíveis no espaço espectral para alocar uma nova requisição de conexão do tipo k que chega ao *link* é dado por:

$$\Phi_e(k) = \{p \in \{1, 2, \dots, N\} \mid \phi_e(p) \geq w_k\}$$

em que p é a posição do primeiro *slot* de espectro a partir do qual a requisição de conexão do tipo k pode ser alocada e w_k é o número de *slots* contíguos necessários para alocá-la.

Os elementos do conjunto $\Phi_e(k)$ são obtidos a partir da função $\phi_e(p)$, que verifica dentre todos os *slots* de espectro (s_1, \dots, s_N) o número de posições que estão disponíveis para acomodação a partir da posição p em cada estado $e \in E$ do sistema, respeitando os *slots* de banda de guarda entre as transmissões simultâneas e a restrição de continuidade de espectro. Dessa forma, tem-se:

$$\phi_e(p) = \begin{cases} N - p + 1 & \text{se } n = 0 \text{ ou se } n > 0 \text{ e } p > s_n + w_{k_n} + g_b - 1 & (4.4) \\ s_1 - g_b - p & \text{se } n > 0 \text{ e } p < s_1 - g_b & (4.5) \\ s_j - g_b - p & \text{se } n > 0 \text{ e } \exists j \in \{2, \dots, N\} & (4.6) \\ & \text{tal que } s_{j-1} + w_{k_{j-1}} + g_b \leq p < s_j - g_b & \\ 0 & \text{caso contrário} & (4.7) \end{cases}$$

Pela condição 4.4, todas as posições de *slots* contíguos a partir da posição p até o fim do espectro do *link* são retornadas à função $\phi_e(p)$. Pela condição 4.5, as posições de *slots* disponíveis anteriores aos *slots* alocados para a primeira conexão no espaço espectral são retornadas a esta mesma função. A condição 4.6 obtém as posições de *slots* disponíveis entre todas as conexões consecutivas acomodadas no *link*. Se não há *slots* contíguos disponíveis, o valor zero é atribuído para a função $\phi_e(p)$, como se observa na condição 4.7.

Uma heurística de alocação de conexões é uma função $h: E \times K \rightarrow \Phi_e(k) \cup \{0\}$ que, para cada estado $e \in E$ do sistema, atribui uma posição $h_e(k) \in \Phi_e(k)$ para acomodar uma nova requisição de conexão do tipo k que chega ao *link* óptico. Caso não haja recurso espectral suficiente para satisfazer esta requisição de conexão, ou seja, se $\Phi_e(k) = \emptyset$, atribui-se o valor zero para a função $h: E \times K \rightarrow \Phi_e(k) \cup \{0\}$.

As chegadas das requisições de conexão do tipo k seguem uma distribuição de Poisson com taxa λ_k e são independentes dos tempos de processamento das conexões do tipo k , que, por sua vez, possuem distribuição exponencial com taxa μ_k .

Na Tabela 4.1 apresentam-se as transições possíveis entre os estados do modelo, dado que o sistema encontra-se no estado

$e = \{n, (s_1, k_1), (s_2, k_2), \dots, (s_n, k_n)\} \in E$. Quando uma nova requisição de conexão do tipo k é aceita, uma heurística H , caracterizada pela função $h_e(k)$, é utilizada para sua alocação e o sistema evolui para um novo estado com taxa λ_k . Se ocorre o término de um processamento da i -ésima transmissão, esta conexão é automaticamente removida do sistema, e ocorre a transição para um novo estado segundo a taxa μ_{k_i} .

Tabela 4.1 – Transições entre estados do sistema

Evento	Condição	Próximo Estado	Taxa
Chegada de uma nova requisição de conexão do tipo k que pode ser aceita pelo <i>link</i> ($1 \leq k \leq K$)	$h_e(k) \neq 0$ e $h_e(k) < s_1$	$\{n + 1, (h_e(k), k), (s_1, k_1), \dots, (s_n, k_n)\}$	λ_k
	$h_e(k) \neq 0$ e $s_i < h_e(k) < s_{i+1}$	$\{n + 1, (s_1, k_1), \dots, (s_i, k_i), (h_e(k), k), (s_{i+1}, k_{i+1}), \dots, (s_n, k_n)\}$	
	$h_e(k) \neq 0$ e $h_e(k) > s_n$	$\{n + 1, (s_1, k_1), (s_2, k_2), \dots, (s_n, k_n), (h_e(k), k)\}$	
Término da i -ésima transmissão ($1 \leq i \leq n$)	$n > 0$	$\{n - 1, (s_1, k_1), \dots, (s_{i-1}, k_{i-1}), (s_{i+1}, k_{i+1}), \dots, (s_n, k_n)\}$	μ_{k_i}

Tomando como exemplo o estado $e = \{n, (s_1, k_1), (s_2, k_2), \dots, (s_n, k_n)\} \in E$, se ocorre a chegada de uma nova requisição de conexão do tipo k ao *link*, e supondo que é aceita, ela deve ser adicionada ao sistema. Se a heurística H determina acomodá-la antes da conexão que está alocada na posição s_1 , ou seja, nos primeiros *slots* disponíveis do recurso espectral, o sistema evolui para o estado $e' = \{n + 1, (h_e(k), k), (s_1, k_1), \dots, (s_n, k_n)\}$. Caso o evento seja o término de processamento da i -ésima conexão, representada pelo par (s_i, k_i) , ela é removida do sistema, e o estado passa a ser $e' = \{n - 1, (s_1, k_1), \dots, (s_{i-1}, k_{i-1}), (s_{i+1}, k_{i+1}), \dots, (s_n, k_n)\}$.

4.2 Funcionamento do modelo

Nesta seção apresenta-se o funcionamento do modelo proposto para o problema de alocação de espectro em um *link* de uma rede óptica elástica, que compreende as seguintes etapas:

- 1) Primeiramente, obtêm-se os dados de entrada do modelo, que são:
 - Número de *slots* em que o espectro óptico do *link* é dividido;
 - Número de *slots* de espectro reservados como bandas de guarda;
 - Número de tipos de requisições de conexão que chegam ao sistema, bem como suas características (número de *slots* contíguos exigidos para acomodação, taxa de chegada e taxa de processamento);
 - Escolha da heurística que será utilizada para acomodação das requisições de conexão aceitas pelo sistema.
- 2) Gera-se o espaço de estados do sistema, ou seja, os possíveis estados em que o sistema pode encontrar-se ao longo do tempo. O estado do sistema é representado por uma n -upla que fornece informações sobre o número de conexões sendo transmitidas em um determinado instante do tempo, as posições de espectro alocadas por estas conexões e seus tipos.
- 3) Em seguida, constrói-se um processo markoviano a tempo contínuo para representar o comportamento do sistema, ou seja, geram-se todas as possíveis transições entre os estados do sistema para a heurística considerada. A ocorrência de dois eventos provocam as mudanças entre os estados: a chegada de uma nova requisição de conexão de um determinado tipo que pode ser aceita pelo sistema ou o término de processamento de uma conexão sendo transmitida.

Em instantes de chegada de uma nova requisição de conexão do tipo k , se há espaço espectral suficiente que a comporte, ela é aceita. Verificam-se as possíveis posições de *slots* em que a requisição de conexão do tipo k pode ser alocada. Em seguida, a heurística,

caracterizada por uma determinada política de posicionamento, escolhe uma destas posições possíveis para acomodar a requisição de conexão e o sistema move-se para um novo estado de acordo com a taxa de transição λ_k .

Ao mesmo tempo, conexões já estabelecidas podem ter o processamento encerrado, e neste caso, o recurso espectral alocado para suas acomodações deve ser liberado. Assim, por exemplo, se uma conexão do tipo k é removida do sistema, ocorre transição para um novo estado segundo a taxa μ_k .

- 4) Por fim, se necessário, calculam-se as probabilidades limites de cada estado, que serão utilizadas para obtenção de medidas de desempenho do sistema.

4.3 Medidas de desempenho

Para analisar o comportamento do sistema em estudo a longo prazo utilizaram-se as probabilidades limites, descritas no Capítulo 3. A partir delas, medidas de desempenho foram obtidas.

Neste trabalho, as seguintes medidas de desempenho foram consideradas: capacidade de processamento e transmissão de dados (*throughput*) das requisições de conexão e probabilidade de bloqueio (rejeição) das requisições de conexão no *link*.

Seja n_{e_k} o número de conexões do tipo k sendo transmitidas pelo *link* no estado $e \in E$ do sistema:

$$n_{e_k} = \sum_{i=1}^n I(k_i = k),$$

em que I , para condição lógica *cond*, é uma função indicadora:

$$I(cond) = \begin{cases} 0, & \text{se } cond \text{ é falso} \\ 1, & \text{se } cond \text{ é verdadeiro} \end{cases}$$

O *throughput* (vazão) das conexões do tipo k (T_k) é obtido considerando o número de conexões desta classe em cada estado $e \in E$ (n_{e_k}), a fração de tempo que o sistema permanece em cada estado do sistema, ou seja, a probabilidade limite π_e , e a taxa de processamento μ_k destas requisições de conexão:

$$T_k = \sum_{e \in E} n_{e_k} \pi_e \mu_k.$$

Logo, o *throughput* total do *link* (T) é dado pelo somatório dos *throughputs* de todas as conexões do sistema, ou seja:

$$T = \sum_{k=1}^K T_k.$$

A probabilidade de bloqueio (PB_k) das requisições de conexão do tipo k é dada por:

$$PB_k = 1 - \frac{T_k}{\lambda_k},$$

em que T_k corresponde ao *throughput* das conexões do tipo k e λ_k suas taxas de chegada.

A probabilidade de bloqueio total das requisições de conexão do sistema é calculada considerando o *throughput* total do *link* (T) e a soma de todas as taxas de chegadas de todos os tipos de requisição de conexão ($\sum_{k=1}^K \lambda_k$):

$$PB = 1 - \frac{T}{\sum_{k=1}^K \lambda_k}.$$

5 MEDIDAS DE FRAGMENTAÇÃO

Recentemente, vem crescendo o número de trabalhos de pesquisa investigando soluções para o problema RSA das redes ópticas elásticas. No entanto, a maioria desses trabalhos disponíveis na literatura não estuda a fragmentação de espectro.

O problema da fragmentação também pode ser observado em outras áreas de conhecimento, entre elas: alocação de memória de computador e avaliação de poder em um sistema político. A seguir serão apresentadas algumas medidas de fragmentação aplicadas nestas áreas de conhecimento citadas. Estas medidas foram adaptadas para mensurar a fragmentação de espectro que ocorre durante o processo de acomodação de requisições de conexão em redes ópticas elásticas.

5.1 Fragmentação Externa

Em ciência da computação, fragmentação de memória é a incapacidade de uso de memória livre de um sistema. Este problema ocorre porque, geralmente, durante o processo de liberação de memória por aplicações que concluem sua execução e alocação deste recurso por novas aplicações, a memória livre permanece espalhada em pequenos blocos descontínuos, insuficientes para atender futuras requisições (LINDBLAD, 2004).

A fragmentação de memória é classificada como interna e externa. A fragmentação interna ocorre quando um bloco livre maior que o necessário é alocado para acomodar um objeto que não ocupa completamente este espaço, causando desperdício de memória.

A fragmentação externa ocorre quando blocos livres da memória estão disponíveis para alocação, mas não podem ser utilizados para satisfazer as requisições das aplicações, pois estes blocos são muito pequenos, ou seja, não

têm tamanho suficiente para acomodar os objetos. A medida de fragmentação externa é denotada abaixo:

$$frag_{ext} = 1 - \frac{b_{maior}}{b_{total}} ,$$

em que b_{maior} é o tamanho do maior bloco livre de memória e b_{total} é o total de memória livre. Se o valor de fragmentação dado por essa medida for próximo a 100%, tem-se que existem muitos pequenos blocos livres. Por outro lado, se toda memória livre está em um único bloco, o valor da fragmentação é 0%.

A fragmentação externa de memória de computadores é bem semelhante ao problema de fragmentação de espectro em redes ópticas elásticas. Assim, a medida de fragmentação externa pode ser adaptada para o problema em estudo e b_{maior} passa a representar o número de *slots* da maior área contígua livre e b_{total} a soma de todos os *slots* livres do espectro. Tanto os *slots* disponíveis para alocação das requisições de conexão como os *slots* reservados como bandas de guarda são considerados livres e são utilizados no cálculo da fragmentação de espectro.

5.2 Avaliação de Poder Político

Medir a fragmentação de um sistema de partidos políticos tem sido uma importante ferramenta para a realização de análises e comparações na ciência política. Normalmente, a fragmentação de um sistema partidário é obtida através da contagem do número de partidos que estão presentes em um determinado sistema. Segundo Sartori (1976), citado por Kuster e Botero (2008), a partir dessa informação, por exemplo, é possível ter a indicação de se o poder político (ou preferência dos eleitores) é disperso ou concentrado em um sistema político.

Diferentes métodos foram desenvolvidos ao longo dos anos para mensurar a fragmentação de um sistema de partidos políticos. A primeira medida utilizada para realização desse propósito da ciência política foi o Índice de Fracionamento, proposto por Rae (1967) (citado por Kuster e Botero, 2008). Esta medida é

baseada no Índice de Herfindahl-Hirschmann, um método muito utilizado em ciências econômicas para avaliar o grau de concentração de empresas em um mercado.

O Índice de Herfindahl- Hirschmann (HH) representa o tamanho relativo (participação de mercado) de todas as empresas em um determinado mercado. Quanto menor for o valor deste índice, menor é a concentração, o que significa maior grau de fragmentação do mercado (RHOADES, 1993). O Índice de Herfindahl-Hirschmann (HH) é calculado da seguinte forma:

$$HH = \sum_{i=1}^n \bar{p}_i^2 ,$$

em que \bar{p}_i representa a participação da empresa i em um determinado mercado e n é o número de empresas do mercado.

O Índice de Herfindahl-Hirschmann também constitui a base de outras medidas de fragmentação de um sistema partidário, que foram desenvolvidas posteriormente, dentre elas: Número Efetivo de Partidos, Número Efetivo de Partidos Relevantes, Índice de Golosov, Índice de Molinar e Índice de Dunleavy e Boucek.

5.2.1 Índice de Rae

O Índice de Rae (F), como também é conhecido o Índice de Fracionamento, baseia-se no mesmo princípio do Índice de Herfindahl-Hirschmann e calcula a probabilidade de que dois eleitores votem em partidos diferentes ou que membros aleatórios de um parlamento pertençam a dois partidos políticos diferentes. Neste caso, quanto menor for o valor desta probabilidade, menor é o grau de fragmentação.

A relação entre o Índice de Herfindahl-Hirschmann e Índice de Rae (F) é dada abaixo:

$$F = 1 - HH = 1 - \sum_{i=1}^n \bar{p}_i^2 \quad ,$$

em que \bar{p}_i representa o número relativo de votos ou a proporção de cadeiras do partido i , isto é, $\bar{p}_i = \frac{p_i}{\sum p_i}$.

Este índice pode ser adaptado para mensurar a fragmentação de espectro em redes ópticas elásticas. Assim, tem-se:

$$Frag_1 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n f_i^a}{f_{total}^a} \quad ,$$

em que f_i representa o tamanho (número de *slots* contíguos) de cada bloco i de espectro livre, f_{total} é o número total de *slots* livres do *link* e a é o parâmetro de potência. Assim como na medida de fragmentação externa adaptada para o problema em estudo, tanto os *slots* disponíveis para alocação das requisições de conexão como os *slots* reservados como bandas de guarda são considerados livres. No Índice de Rae e em algumas outras medidas de fragmentação de sistemas de partidos políticos padronizou-se que o parâmetro de potência a assume o valor 2, no entanto, em princípio, este parâmetro pode assumir qualquer valor positivo (LAAKSO; TAAGEPERA, 1979). No presente trabalho, considerou-se que o parâmetro de potência varia-se, podendo assumir valores positivos maiores que um, ou seja, $a \geq 1$.

5.2.2 Número Efetivo de Partidos

O Número Efetivo de Partidos (*Effective Number of Parties* – ENP) desenvolvido por Laakso e Taagepera (1979) tem se tornado a medida numérica padrão para análises comparativas na ciência política, fornecendo resultados mais intuitivos (CAULIER e DUMONT, 2005). A fórmula a seguir mostra como o Número Efetivo

de Partidos é calculado e sua relação com os índices de Herfindahl-Hirschmann (HH) e de Rae (F):

$$ENP = \frac{1}{\sum_{i=1}^n (\bar{p}_i)^2} = \frac{1}{HH} = \frac{1}{1-F} ,$$

em que \bar{p}_i é como definido anteriormente.

Nesta medida de fragmentação, mais peso é dado para grandes partidos (aqueles que possuem maior quantidade de membros no sistema político). Assim, maiores partidos políticos contribuem mais para a fragmentação do que os menores partidos. Considerando como exemplo um sistema político com a seguinte distribuição de cadeiras: partido A: 25%, partido B: 40%, partido C: 5% e partido D: 30%, ao calcular sua fragmentação, tem-se $ENP = 3,17$. Ou seja, este sistema possui três grandes partidos (A, B e D) e um partido com parcela minúscula de membros (C). A fragmentação deste mesmo sistema, obtida pelo Índice de Rae, é $F = 0,69$. O Número Efetivo de Partidos pode assumir valores entre 1 e ∞ , enquanto o Índice de Rae assume valores entre 0 e 1. Embora os valores sejam diferentes, ambas medidas fornecem descrição sobre a mesma fragmentação do sistema (KUSTER; BOTERO, 2008; LAAKSO; TAAGEPERA, 1979).

O Número Efetivo de Partidos pode ser utilizado como uma medida de fragmentação para o problema em estudo neste trabalho. Tem-se então:

$$Frag_2 = \frac{f_{total}^a}{\sum_{i=1}^n f_i^a} ,$$

em que f_i , f_{total} e a são como definidos anteriormente.

No caso da alocação de recurso espectral em redes ópticas elásticas, o valor obtido pelas medidas Índice de Rae e Número Efetivo de Partidos também fornecem descrição sobre a mesma fragmentação de espectro e quando incorporadas à heurística proposta neste trabalho retornarão as mesmas

posições de espectro para alocação de novas requisições de conexão que chegam ao *link* da rede.

Caulier e Dumont (2005) desenvolveram uma nova medida de fragmentação de poder em um sistema político, o Número Efetivo de Partidos Relevantes (*Effective Number of Relevant Parties – ENRP*). Em geral, este índice emprega a mesma fórmula do Número Efetivo de Partidos, porém não considera a distribuição de cadeiras no cálculo da fragmentação, mas um outro parâmetro: o índice de poder do partido. Neste caso, cada partido contribui com a fragmentação de acordo com sua relevância dada pelo índice de poder no sistema político.

5.2.3 Índice de Golosov

Uma crítica à medida Número Efetivo de Partidos é que ela pode fornecer resultados não tão realistas sobre um sistema político em casos em que os grandes partidos excedam 50% das cadeiras. Por exemplo, em um sistema político com 5 partidos, em que a distribuição das cadeiras seja: partido A: 67%, partido B: 10%, partido C: 10%, partido D: 10% e partido E: 5%, tem-se $ENP = 2,08$. Ou seja, interpreta-se que existam dois grandes partidos no sistema, o que não é verdade (KUSTER; BOTERO, 2008; GOLOSOV, 2010).

Uma medida alternativa do Número Efetivo de Partidos foi proposta por Golosov (2010). Esta medida reflete a dominância de um determinado partido em relação ao restante em um sistema político, e é dada por:

$$G = \sum_{i=1}^n \frac{1}{1 + \frac{(\bar{p}_{maior})^2}{\bar{p}_i} - \bar{p}_i} ,$$

em que \bar{p}_i já foi definido anteriormente e \bar{p}_{maior} é a proporção de cadeiras ou votos do maior partido político do sistema.

Esta medida também pode ser aplicada ao problema em estudo. Assim, tem-se:

$$Frag_3 = \sum_{i=1}^n \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{f_{maior}}{f_{total}} \right)^a / \frac{f_i}{f_{total}} \right) - \frac{f_i}{f_{total}}},$$

em que f_i , f_{total} e a são como definidos anteriormente e f_{maior} é o número de *slots* contíguos do maior bloco livre.

5.2.4 Índice de Hiperfracionamento

Kesselman (1966) e Wildgen (1971) propuseram um novo índice para mensurar a fragmentação de poder político. O Índice de Hiperfracionamento (I), como é conhecido, é calculado de acordo com a seguinte fórmula:

$$\begin{aligned} I &= \text{antilog} \left(- \sum_{i=1}^n \bar{p}_i \log \bar{p}_i \right) \\ &= \prod_{i=1}^n (\bar{p}_i)^{-\bar{p}_i} \\ &= e^H, \end{aligned}$$

em que

$$H = - \sum_{i=1}^n \bar{p}_i \log \bar{p}_i$$

e \bar{p}_i definido como anteriormente.

Ao utilizar o logaritmo natural nesta medida de fragmentação, os pequenos partidos passam a ter mais peso que os partidos maiores e a diferença entre eles é reduzida (KUSTER; BOTERO, 2008).

A medida a seguir foi inspirada no Índice de Hiperfracionamento para estimar a fragmentação de espectro em redes ópticas elásticas:

$$Frag_4 = e^H ,$$

em que

$$H = - \sum_{i=1}^n \frac{f_i}{f_{total}} \log \frac{f_i}{f_{total}}$$

e f_i e f_{total} são como definidos anteriormente.

5.2.5 Índice de Molinar

Molinar (1991) propôs um índice alternativo para medir a fragmentação em um sistema partidário:

$$NP = 1 + N \frac{((\sum_{i=1}^n (\bar{p}_i)^2) - (\bar{p}_{vencedor})^2)}{\sum_{i=1}^n (\bar{p}_i)^2} ,$$

em que

$$N = \frac{1}{\sum_{i=1}^n (\bar{p}_i)^2} = \frac{1}{HH} = \frac{1}{1 - F} ,$$

\bar{p}_i já foi definido antes e $\bar{p}_{vencedor}$ é a proporção de votos (ou cadeiras) do partido vencedor, ou seja, aquele com maior número de votos (ou cadeiras) no sistema político.

O Índice de Molinar (NP) enfatiza a competição entre partidos políticos, considerando o partido vencedor e a contribuição do restante dos partidos menores.

O índice proposto por Molinar (1991) pode ser adaptado ao problema em estudo neste trabalho. Assim, a fórmula a seguir expressa uma medida de fragmentação de espectro em redes ópticas elásticas:

$$Frag_5 = 1 + \frac{f_{total}^a}{\sum_{i=1}^n f_i^a} \left(\frac{\frac{\sum_{i=1}^n f_i^a}{f_{total}^a} - \left(\frac{f_{maior}}{f_{total}}\right)^a}{\frac{\sum_{i=1}^n f_i^a}{f_{total}^a}} \right),$$

em que f_i , f_{total} , f_{maior} e a são como definidos anteriormente.

5.2.6 Índice de Dunleavy e Boucek

Similar ao Índice de Molinar, o Índice de Dunleavy e Boucek (Nb) leva em consideração o tamanho do maior partido político e sua possibilidade de dominância (DUNLEAVY; BOUCEK, 2003). Este índice é calculado da seguinte forma:

$$Nb = \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^n (\bar{p}_i)^2} + \frac{1}{p_{maior}} \right) \times \frac{1}{2},$$

em que \bar{p}_i já foi definido anteriormente e \bar{p}_{maior} é a proporção de votos ou cadeiras do maior partido do sistema.

Assim como as outras medidas de fragmentação de um sistema de partidos políticos, o Índice de Dunleavy e Boucek também pode ser adaptado e aplicado ao problema em estudo neste trabalho. Tem-se:

$$Frag_6 = \frac{\left(\frac{f_{total}^a}{\sum_{i=1}^n f_i^a} + \frac{f_{total}}{f_{maior}} \right)}{2},$$

em que f_i , f_{total} , f_{maior} e a são como definidos anteriormente.

6 HEURÍSTICA PROPOSTA

Propõe-se neste trabalho, uma heurística, denominada *Frag-Min*, para alocação de espectro em redes ópticas elásticas. No modelo utilizado para descrever o comportamento de um *link* de uma rede óptica, quando uma nova requisição de conexão chega ao sistema, se existe espaço espectral disponível para atendê-la, ela é aceita. Em seguida, a heurística *Frag-Min* é utilizada para acomodar esta requisição de conexão na posição que proporcione menor fragmentação de espectro, dada, por exemplo, por uma das medidas descritas no Capítulo 5. A medida que será aplicada pela heurística proposta para o cálculo da fragmentação de espectro deve previamente escolhida.

A Figura 6.1 apresenta o pseudocódigo da heurística *Frag-Min*.

Algoritmo *Frag-Min* (*estado, requisição de conexão, conjunto de posições*)

Seja *número de posições* o número de elementos de *conjunto de posições*

$i \leftarrow 1$

Enquanto ($i \leq \text{número de posições}$) **faça**

 Calcule o valor da fragmentação do espectro quando a *requisição de conexão* é alocada a partir do *i*-ésimo elemento do *conjunto de posições*

$i \leftarrow i + 1$

Fim-Enquanto

Retorne a posição, cujo estado resultante após acomodação da *requisição de conexão* apresentou menor valor de fragmentação

Fim Algoritmo

Figura 6.1 – Pseudocódigo da heurística *Frag-Min*.

No modelo apresentado, assim que uma nova requisição de conexão do tipo *k* é aceita pelo sistema, verificam-se, no estado atual, quais são as possíveis posições de *slots* que a comporte. Tais posições de *slots* compõem o conjunto

de posições a partir dos quais esta requisição de conexão do tipo k pode ser alocada.

A heurística *Frag-Min* recebe como entrada:

- A configuração do estado atual, ou seja, o estado em que o sistema se encontra, caracterizado pelo número de conexões em andamento, as posições de espectro utilizadas e seus tipos;
- O tamanho da requisição de conexão aceita, ou seja, o número de *slots* contíguos necessários para sua acomodação; e
- O conjunto de posições possíveis para acomodação desta requisição de conexão, calculado anteriormente.

A heurística proposta funciona da seguinte maneira: em cada instante de chegada de uma nova requisição de conexão que pode ser aceita pelo sistema, calcula-se a fragmentação de espectro para cada estado do sistema após a requisição ter sido alocada a partir de cada *slot* de frequência disponível no espectro neste instante. Esses *slots* de frequência disponíveis compõem o conjunto de posições possíveis. Busca-se, então, o menor valor de fragmentação dentre todos os estados resultantes após a acomodação desta requisição de conexão.

Na Figura 6.2 é apresentado um exemplo de espectro alocado em um *link* de uma rede óptica elástica em um determinado instante do tempo. O espectro óptico do *link* é dividido em 20 *slots* e utiliza-se um *slot* como banda de guarda entre transmissões simultâneas. O estado do sistema neste instante do tempo, conforme o modelo utilizado, é representado por $e = \{4, (1,1), (3,3), (8,2), (15,1)\}$. Supõe-se que uma nova requisição de conexão do tipo 1, exigindo 1 *slot* de espectro para acomodação, chega ao sistema. O conjunto de posições possíveis para acomodar essa requisição de conexão do tipo 1 no *link* é dado por: $\{6,11,12,13\}$.

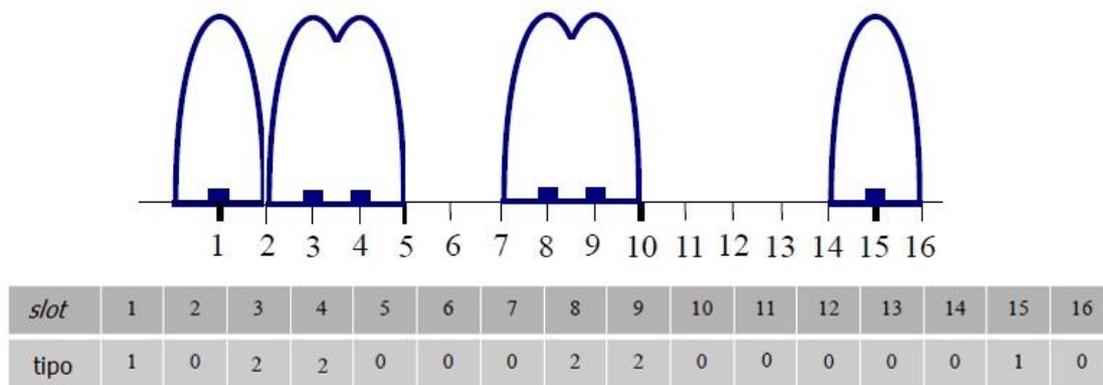


Figura 6.2 – Exemplo de espectro alocado em um *link* EON (heurística *Frag-Min*).

Na Tabela 6.1 são mostrados os valores de fragmentação do sistema ao alocar a requisição de conexão do tipo 1 a partir de cada elemento do conjunto de posições possíveis. Estes valores de fragmentação são calculados pelo Índice de Rae, descrito no Capítulo 5, com parâmetro de potência $\alpha=2$.

Tabela 6.1 – Fragmentação do sistema (exemplo).

Posição	Fragmentação de espectro
6	0,64198
11	0,74074
12	0,76543
13	0,74074

Observa-se na Tabela 6.1 que a posição de número 6 apresentou menor valor de fragmentação de espectro do sistema. Assim, utilizando-se a heurística *Frag-Min*, a requisição de conexão do tipo 1 é acomodada na posição 6 e o estado do sistema passa a ser: $e' = \{5, (1,1), (3,3), (6,1), (8,2), (15,1)\}$.

O objetivo da heurística *Frag-Min* é acomodar cada requisição de conexão que chega ao sistema de modo a obter a menor fragmentação de espectro possível, visando o aumento de eficiência espectral. Assim, com a otimização do recurso

espectral a cada instante de chegada de uma nova requisição, um maior número de requisições de conexão pode ser atendido pelo *link* da rede, e consequentemente, a probabilidade de bloqueio diminui.

7 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS E RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados numéricos obtidos a partir da implementação do modelo markoviano de um *link* de uma rede óptica elástica, descrito no Capítulo 4. Foram considerados três cenários com parâmetros hipotéticos para obtenção desses resultados.

O modelo foi implementado em linguagem C++, utilizando a biblioteca Modelagem Estocástica (ModEsto) para construção e resolução de modelos markovianos, desenvolvida no Laboratório Associado de Matemática e Computação Aplicada (LAC) do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE).

Os experimentos computacionais foram executados em um PC com processador Intel Core i5, 1.70 GHz e 4 Gb de memória. Para resolver as equações lineares, através das quais se obtêm as probabilidades limites (ver Capítulo 3), utilizou-se o método *Successive Over-Relaxation* (SOR) (TIMJS, 2003).

Os resultados numéricos dos experimentos computacionais foram obtidos por meio da heurística *Frag-Min* incorporando as medidas de fragmentação apresentadas no Capítulo 5, comparada com outras três heurísticas clássicas da literatura: *Random-Fit*, *First-Fit* e *Best-Fit*, descritas no Capítulo 2.

Em aplicações reais, o *link* de uma rede óptica elástica pode conter centenas de *slots* de espectro. Em técnicas de simulações, por exemplo, o espectro óptico dispõe de 256 *slots* (SHIEH; ATHAUDAGE, 2006; WEI et al., 2009). O modelo proposto pode suportar até um número próximo a 20 *slots* de espectro, fora isso torna-se inviável computacionalmente, pois conforme aumenta-se o número de *slots* do *link*, a quantidade de estados que o sistema pode assumir também cresce. Assim, na execução dos experimentos considerou-se que o *link* da rede possui o espectro de frequência dividido em 16 *slots* ($N = 16$) e utiliza um *slot* de banda de guarda entre as transmissões simultâneas, isto é, $g_b = 1$.

O objetivo consiste em acomodar as requisições de conexão que chegam ao *link* da rede de modo a minimizar a probabilidade de bloqueio das requisições de conexão e ao mesmo tempo maximizar o *throughput* (vazão) médio do *link*.

7.1 Cenário 1

Na execução dos experimentos do primeiro cenário, admitiu-se que três tipos diferentes de requisição de conexão ($K = 3$) chegam ao *link* da rede, exigindo, respectivamente, 1, 2 ou 3 *slots* contíguos de espectro para acomodação. Supõe-se que as taxas de processamento das conexões são iguais, ou seja, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$. O tráfego do *link* é considerado homogêneo, ou seja, as taxas de chegada são iguais para todas as classes: $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$. Variou-se o valor do parâmetro de potência (α) utilizado no cálculo de fragmentação pelas medidas Índice de Rae, Número Efetivo de Partidos (ENP), Índice de Golosov, Índice de Molinar e Índice de Dunleavy e Boucek.

Os parâmetros do *link* da rede para este primeiro cenário analisado são apresentados na Tabela 7.1:

Tabela 7.1 – Parâmetros do *link* (cenário 1).

Tipo (k)	N. de <i>slots</i> contíguos (w_k)	Taxa de chegada (λ_k)	Tempo médio de transmissão ($1/\mu_k$)
1	1	1	1
2	2	1	1
3	3	1	1

Nas Tabelas 7.2 e 7.3 apresentam-se as probabilidades de bloqueio das requisições de conexão para cada heurística. Observa-se que a heurística *Frag-Min*, em termos de probabilidade de bloqueio de requisições de conexão, apresenta melhor desempenho que as outras heurísticas testadas, exceto quando utiliza como medida de fragmentação o Índice de Molinar; neste caso, os resultados se aproximam aos da heurística *Best-Fit*.

Tabela 7.2 – Probabilidades de bloqueio das requisições de conexão (cenário 1).

Heurística		Probabilidade de Bloqueio
<i>Random-Fit</i>		0,14327
<i>First-Fit</i>		0,11515
<i>Best-Fit</i>		0,11163
<i>Frag-Min</i>	Fragmentação Externa	0,10771
	Índice de Hiperfracionamento	0,10749

Tabela 7.3 – Probabilidades de bloqueio das requisições de conexão (cenário 1 - continuação).

Parâmetro de potência (α)	<i>Frag-Min</i>			
	Índice de Rae e ENP	Índice de Golosov	Índice de Molinar	Índice de Dunleavy e Boucek
1	0,11515	0,1069	0,10771	0,10771
2	0,10697	0,10685	0,11157	0,10683
3	0,10678	0,10723	0,11189	0,10681
4	0,10681	0,10742	0,11191	0,10681
5	0,10681	0,10796	0,11191	0,10681

Ao analisar esses resultados, as medidas de fragmentação Índice de Rae e ENP, ambas com parâmetro de potência $\alpha = 3$, mostraram-se mais eficientes que as demais medidas, apresentando menor probabilidade de bloqueio de requisições de conexão no *link* da rede (10,678%).

Nas Tabelas 7.4 e 7.5 apresenta-se o *throughput* (vazão) do *link* para cada heurística. Observa-se que ao utilizar a heurística *Frag-Min* obtém-se maior *throughput* do *link* do que ao utilizar as demais heurísticas testadas, fazendo com

que mais conexões sejam processadas a longo prazo. Nota-se também que o Índice de Molinar, com parâmetro de potência $a \geq 2$, apresentou valores de *throughput* próximos aos da heurística *Best-Fit*.

Tabela 7.4 – *Throughput* do *link* (cenário 1).

Heurística		<i>Throughput</i>
<i>Random-Fit</i>		2,5702
<i>First-Fit</i>		2,65454
<i>Best-Fit</i>		2,66512
<i>Frag-Min</i>	Fragmentação Externa	2,67686
	Índice de Hiperfracionamento	2,67754

Tabela 7.5 – *Throughput* do *link* (cenário 1 - continuação).

Parâmetro de potência (<i>a</i>)	<i>Frag-Min</i>			
	Índice de Rae e ENP	Índice de Golosov	Índice de Molinar	Índice de Dunleavy e Boucek
1	2,65454	2,67686	2,67686	2,67686
2	2,67909	2,67946	2,66528	2,67951
3	2,67967	2,67831	2,66433	2,67958
4	2,67958	2,67774	2,66428	2,67958
5	2,67958	2,67613	2,66428	2,67958

Observa-se que as medidas de fragmentação Índice de Rae e ENP exibem os mesmo resultados tanto para probabilidade de bloqueio de requisições de conexão quanto para *throughput* do *link*. Isso acontece porque ambas medidas fornecem descrição sobre a mesma fragmentação de espectro do *link* e assim, a heurística *Frag-Min* retorna as mesmas posições de *slots* disponíveis para acomodação de uma determinada requisição de conexão aceita pelo sistema.

Ao analisar os resultados fornecidos pela heurística *Frag-Min*, incorporando as medidas Índice de Rae, ENP, Índice de Golosov, Índice de Molinar e Índice de Dunleavy e Boucek, observa-se que conforme se altera o valor do parâmetro de potência α , os valores de probabilidade de bloqueio e do *throughput* do *link* apresentam variações bem pequenas. Tais variações são mostradas nos gráficos a seguir.

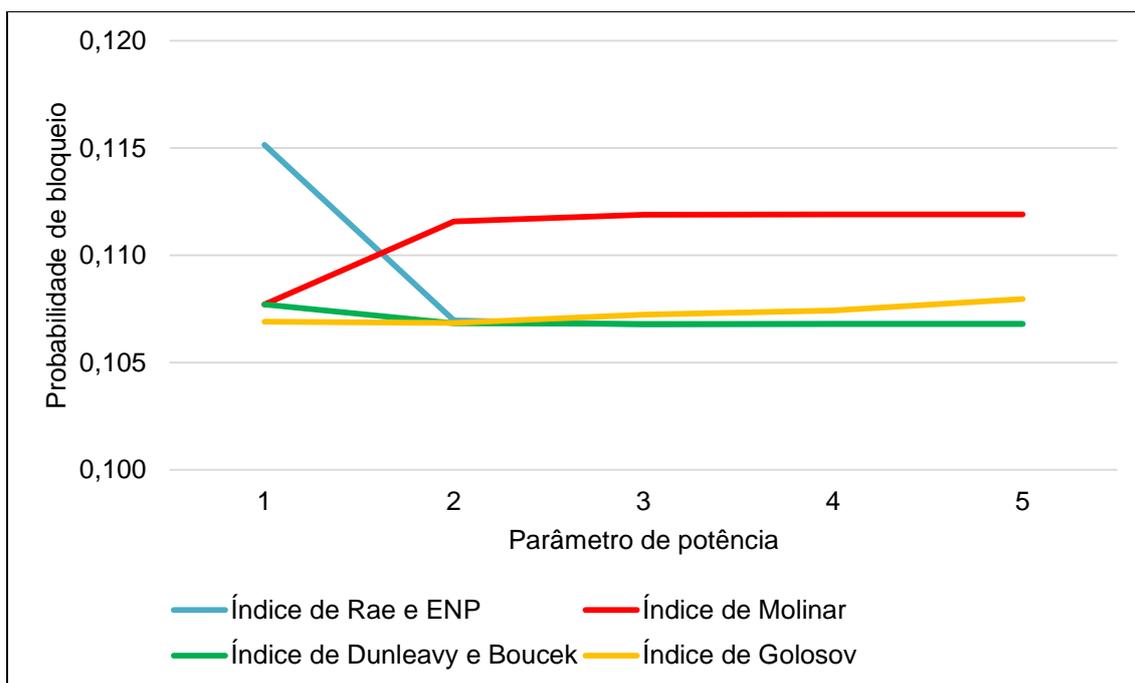


Figura 7.1 – Variação da probabilidade de bloqueio no cenário 1.

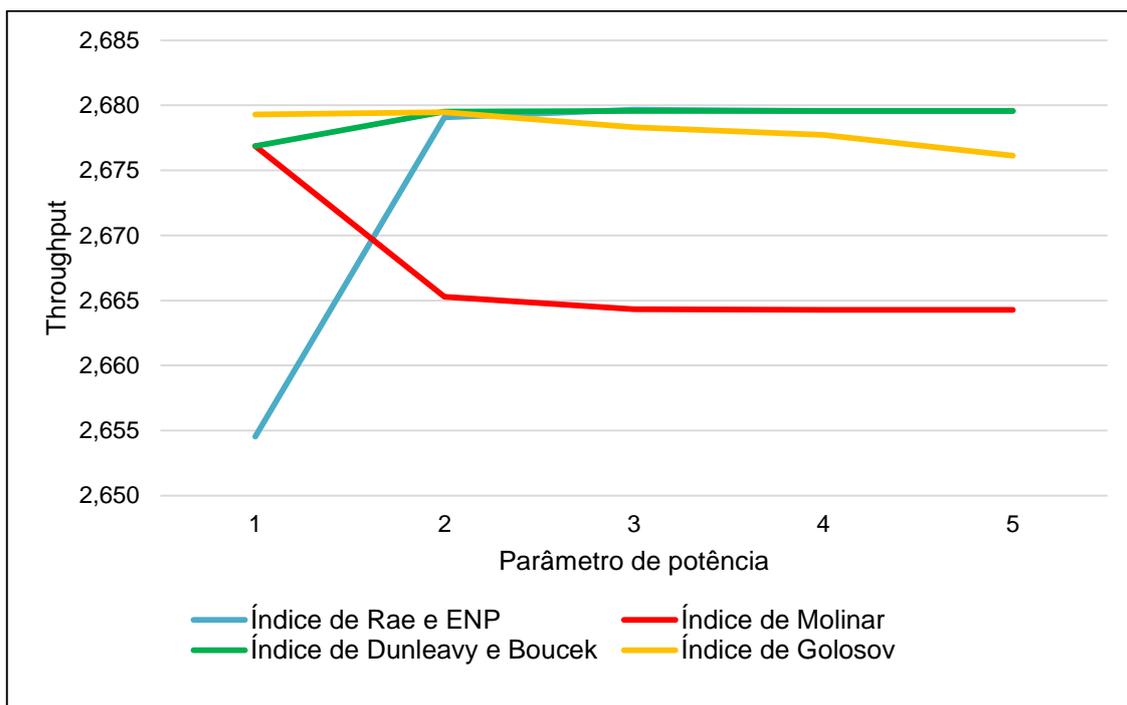


Figura 7.2 – Variação do *throughput* do *link* no cenário 1.

Nota-se nas Figuras 7.1 e 7.2, que quando o parâmetro de potência assume o valor 1, os índices de Rae e ENP apresentam maior probabilidade de bloqueio e menor *throughput* do *link* que as demais medidas consideradas. Isso acontece porque o valor de fragmentação obtido por estas medidas, utilizando parâmetro de potência $a=1$, será sempre o mesmo (0 quando se emprega o Índice de Rae e 1 quando se utiliza ENP). Assim, a heurística *Frag-Min* não consegue obter um valor de fragmentação mínimo para utilizar como critério na decisão de onde alocar as requisições de conexão. Neste caso, a heurística proposta apresenta funcionamento similar ao da heurística *First-Fit*, alocando a requisição de conexão no primeiro bloco de espectro disponível no *link*, e também mesmos resultados, como pode-se observar nas Tabelas 7.2, 7.3, 7.4 e 7.5. Quando o parâmetro de potência assume valores maiores ou iguais a 2, ou seja, $a \geq 2$, os índices de Rae e ENP, de Golosov e de Dunleavy e Boucek apresentam bom desempenho e resultados bem próximos. Já o Índice de Molinar, empregando estes mesmos valores para o parâmetro de potência, apresenta desempenho um pouco pior que as demais medidas consideradas.

Considerando as medidas de fragmentação Índice de Rae e ENP com o parâmetro de potência $\alpha = 3$, a heurística *Frag-Min* obteve melhores resultados quando comparada à utilização com outras medidas de fragmentação e às heurísticas clássicas consideradas, ou seja, menor probabilidade de bloqueio de requisições de conexão (10,678%) e maior *throughput* médio do *link* da rede (2,67967).

A Tabela 7.6 exibe a diferença da probabilidade de bloqueio de requisições de conexão e o ganho do *throughput* do *link* pela heurística *Frag-Min*, fazendo uso das medidas Índice de Rae e ENP com parâmetro de potência $\alpha = 3$, em relação às heurísticas clássicas testadas:

Tabela 7.6 – *Frag-Min* (Índice de Rae e ENP) em relação a outras heurísticas – cenário 1.

	Diferença de probabilidade de bloqueio	Ganho de <i>Throughput</i>
<i>Random-Fit</i>	-0,03649	0,10947
<i>First-Fit</i>	-0,00837	0,02513
<i>Best-Fit</i>	-0,00485	0,01455

A probabilidade de bloqueio e o *throughput* do *link* para cada tipo de requisição de conexão obtidos utilizando-se a heurística *Frag-Min*, incorporada das medidas Índice de Rae e ENP com parâmetro de potência $\alpha = 3$, são mostrados, respectivamente, na Tabela 7.7. Comparando-se estes resultados, observa-se que as probabilidades de bloqueio aumentam de acordo com a quantidade de *slots* contíguos que cada tipo de requisição de conexão requer.

Tabela 7.7 - Probabilidade de bloqueio e *throughput* para cada tipo de requisição de conexão no cenário 1

	Tipo de requisição de conexão		
	1 ($w_1 = 1$)	2 ($w_2 = 2$)	3 ($w_3 = 3$)
Probabilidade de bloqueio	0,04019	0,10218	0,17313
Throughput	0,95498	0,89782	0,82687

7.2 Cenário 2

No segundo experimento, admitiu-se que três tipos diferentes de requisição de conexão ($K = 3$) chegam ao *link* da rede, exigindo, respectivamente, 1, 4 ou 8 *slots* contíguos. Adotou-se um mesmo valor, $\mu = 1$, para as taxas de processamento das conexões de todos os tipos. O valor das taxas de chegada também foi considerado igual para todas as classes de requisições de conexão ($\lambda = 1$).

Assim como no primeiro cenário, variou-se o valor do parâmetro de potência (α), utilizado no cálculo de fragmentação pelas medidas Índice de Rae, Número Efetivo de Partidos (ENP), Índice de Golosov, Índice de Molinar e Índice de Dunleavy e Boucek.

Na Tabela 7.8 apresentam-se os parâmetros de entrada do modelo:

Tabela 7.8 – Parâmetros do *link* (cenário 2).

Tipo (k)	N. de <i>slots</i> contíguos (w_k)	Taxa de chegada (λ_k)	Tempo médio de transmissão ($1/\mu_k$)
1	1	1	1
2	4	1	1
3	8	1	1

As probabilidades de bloqueio das requisições de conexão para cada heurística são mostradas pelas Tabelas 7.9 e 7.10. Ao utilizar a heurística *Frag-Min*, obteve-se menor probabilidade de bloqueio de requisições de conexão de todo o *link* quando comparado às demais heurísticas testadas.

Tabela 7.9 – Probabilidades de bloqueio das requisições de conexão (cenário 2).

Heurística		Probabilidade de Bloqueio
<i>Random-Fit</i>		0,37391
<i>First-Fit</i>		0,34986
<i>Best-Fit</i>		0,34746
<i>Frag-Min</i>	Fragmentação Externa	0,34146
	Índice de Hiperfracionamento	0,34137

Tabela 7.10 – Probabilidades de bloqueio das requisições de conexão (cenário 2 - continuação).

Parâmetro de potência (α)	<i>Frag-Min</i>			
	Índice de Rae e ENP	Índice de Golosov	Índice de Molinar	Índice de Dunleavy e Boucek
1	0,34986	0,34098	0,34146	0,34146
2	0,34111	0,34099	0,34235	0,34099
3	0,34107	0,34086	0,34237	0,34099
4	0,34099	0,34096	0,34237	0,34099
5	0,34099	0,34101	0,34237	0,34099

Nota-se na Tabela 7.10 que a medida de fragmentação Índice de Golosov com parâmetro de potência $\alpha = 3$ mostrou-se mais eficiente que as demais medidas,

apresentando menor probabilidade de bloqueio de requisições de conexão (34,086%).

O *throughput* (vazão) do *link* para cada heurística é mostrado pelas Tabelas 7.11 e 7.12. Observa-se que a heurística *Frag-Min* apresenta melhor desempenho que as demais heurísticas testadas, proporcionando maior *throughput* do *link*.

Tabela 7.11 – *Throughput* do *link* (cenário 2).

Heurística		Throughput
<i>Random-Fit</i>		1,87827
<i>First-Fit</i>		1,95042
<i>Best-Fit</i>		1,95763
<i>Frag-Min</i>	Fragmentação Externa	1,97562
	Índice de Hiperfracionamento	1,9759

Tabela 7.12 – *Throughput* do *link* (cenário 2 - continuação).

Parâmetro de potência (a)	<i>Frag-Min</i>			
	Índice de Rae e ENP	Índice de Golosov	Índice de Molinar	Índice de Dunleavy e Boucek
1	1,95042	1,97706	1,97562	1,97562
2	1,97667	1,97703	1,97296	1,97703
3	1,97679	1,97741	1,9729	1,97703
4	1,97703	1,97713	1,97288	1,97703
5	1,97703	1,97697	1,97288	1,97703

Nota-se apenas pequenas variações nos resultados fornecidos pela heurística *Frag-Min*, incorporando as medidas Índice de Rae, ENP, Índice de Golosov, Índice de Molinar e Índice de Dunleavy e Boucek, conforme se altera o valor do

parâmetro de potência. Estas pequenas variações são exibidas pelos gráficos a seguir.

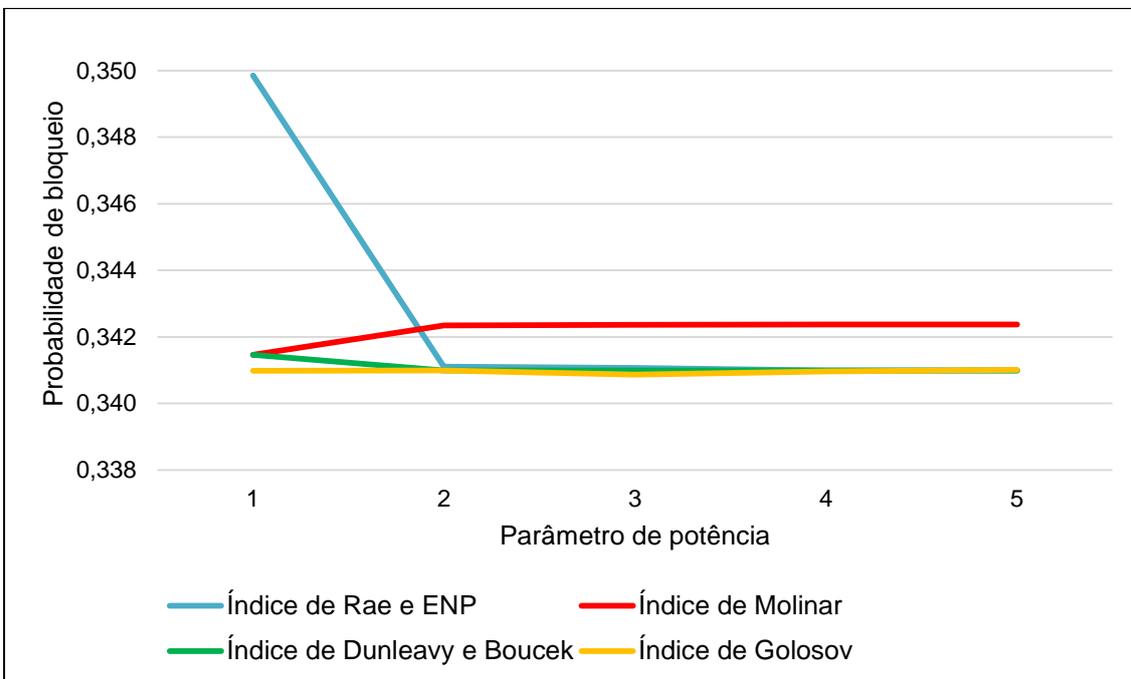


Figura 7.3 – Variação da probabilidade de bloqueio no cenário 2.

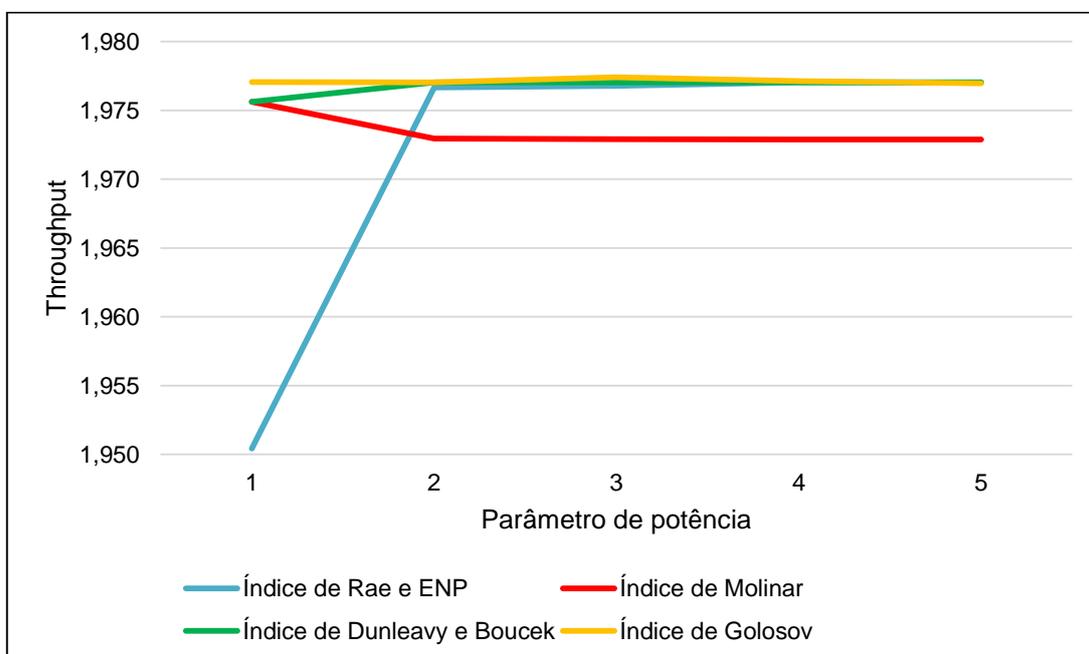


Figura 7.4 – Variação do *throughput* do *link* no cenário 2.

Assim como no Cenário 1, quando o valor do parâmetro de potência é $\alpha=1$, as medidas Índice de Rae e ENP proporcionam maior probabilidade de bloqueio e menor *throughput* do *link* que as demais medidas testadas e o Índice de Molinar apresenta desempenho um pouco pior quando este parâmetro assume valores maiores ou iguais a 2, conforme se observa nas Figuras 7.3 e 7.4.

Neste cenário, ao considerar o Índice de Golosov com o valor 3 para o parâmetro de potência, a heurística *Frag-Min* obteve melhor desempenho quando comparada a sua implementação utilizando os outros índices e as heurísticas clássicas analisadas, apresentando menor probabilidade de bloqueio de requisições de conexão (34,086%) e maior *throughput* médio do *link* da rede (1,97703).

A diferença da probabilidade de bloqueio de requisições de conexão e o ganho do *throughput* do *link* pela heurística *Frag-Min*, fazendo uso do Índice de Golosov com parâmetro de potência $\alpha = 3$, em relação as heurísticas clássicas testadas são mostrados pela Tabela 7.13.

Tabela 7.13 - *Frag-Min* (Índice de Golosov) em relação a outras heurísticas - cenário 2.

	Diferença de probabilidade de bloqueio	Ganho de <i>throughput</i>
<i>Random-Fit</i>	-0,03304	0,09914
<i>First-Fit</i>	-0,009	0,02699
<i>Best-Fit</i>	-0,00659	0,01978

Na Tabela 7.14 são mostradas, respectivamente, a probabilidade de bloqueio e o *throughput* do *link* para cada tipo de requisição de conexão resultantes da heurística *Frag-Min*, fazendo uso da medida Índice de Golosov com parâmetro de potência $\alpha = 3$. Nota-se que requisições de conexão que utilizam mais *slots* contíguos possivelmente serão as mais rejeitadas pelo *link* da rede, pois demandam mais recursos que as outras, como é o caso das requisições de conexão da classe 3, que exigem 8 *slots* contíguos para acomodação.

Tabela 7.14 – Probabilidade de bloqueio e *throughput* para cada tipo de requisição de conexão no cenário 2

	Tipo de requisição de conexão		
	1 ($w_1 = 1$)	2 ($w_2 = 4$)	3 ($w_3 = 8$)
Probabilidade de bloqueio	0,092	0,29997	0,63062
<i>Throughput</i>	0,908	0,70003	0,36938

7.3 Cenário 3

Analisando os experimentos computacionais dos cenários 1 e 2, observa-se que, mesmo variando as medidas de fragmentação, a heurística *Frag-Min* forneceu resultados bem próximos, ou seja, foram observados apenas pequenas variações nos valores de probabilidade de bloqueio e *throughput* do *link*. Assim, no cenário 3, optou-se por considerar somente uma medida de fragmentação, o Índice de Rae com parâmetro de potência $\alpha = 2$. Como nos cenários 1 e 2, comparam-se os resultados obtidos pela heurística *Frag-Min* com os das outras três heurísticas clássicas: *Random-Fit*, *First-Fit* e *Best-Fit*.

Como no cenário 1, admitiu-se que três tipos diferentes de requisição de conexão ($K = 3$) chegam ao *link* da rede, exigindo, respectivamente, 1, 2 ou 3 *slots* contíguos de espectro. As taxas de chegada e os tempos médios de transmissão das conexões foram considerados iguais para os três tipos de requisições de conexão. Os tempos médios de transmissão foram fixados em 1 e variou-se o valor das taxas de chegada entre 0,1 e 1,5, com intervalo de 0,1.

Os parâmetros do *link* da rede estão descritos na Tabela 7.15.

Tabela 7.15 – Parâmetros do *link* (cenário 3).

Tipo (k)	N. de <i>slots</i> contíguos (w_k)	Taxa de chegada (λ_k)	Tempo médio de transmissão ($1/\mu_k$)
1	1	de 0,1 a 1,5	1
2	2	de 0,1 a 1,5	1
3	3	de 0,1 a 1,5	1

As probabilidades de bloqueio das requisições de conexão e o *throughput* do *link* para cada heurística considerada são mostradas, respectivamente, nas Figuras 7.17 e 7.18. Através da variação das taxas de chegada das requisições de conexão observa-se a resposta do sistema em relação ao aumento da carga. A heurística *Frag-Min*, em termos de probabilidade de bloqueio das requisições de conexão e *throughput* do *link*, apresenta melhor desempenho que as outras heurísticas testadas.

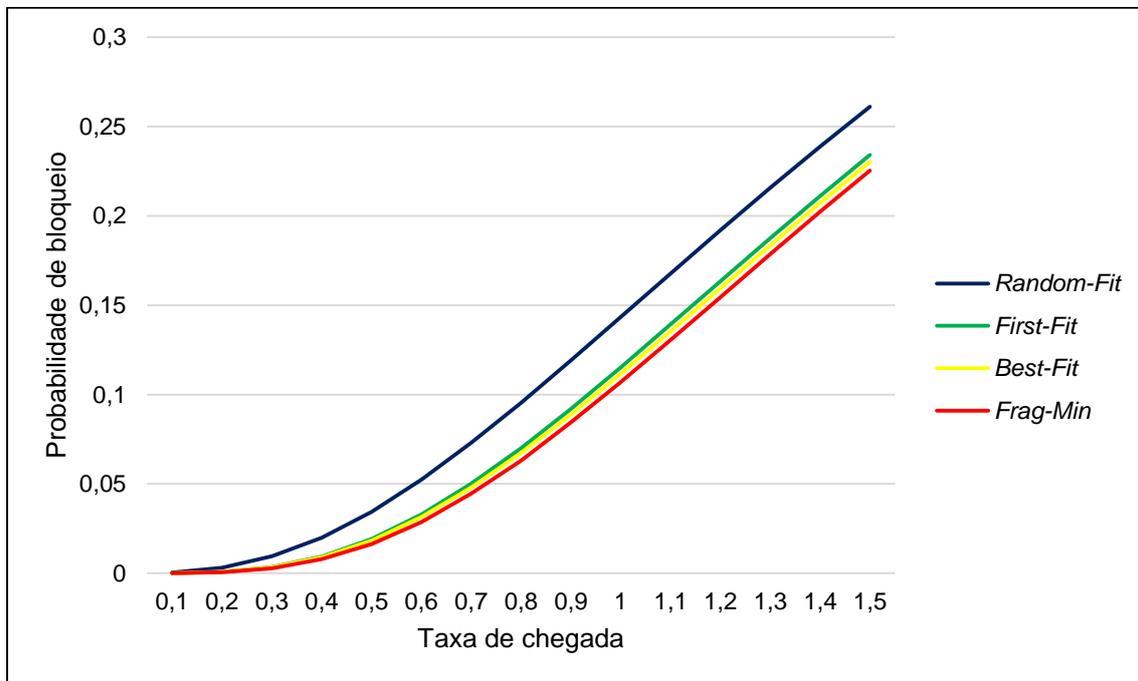


Figura 7.5 – Probabilidade de bloqueio no cenário 3.

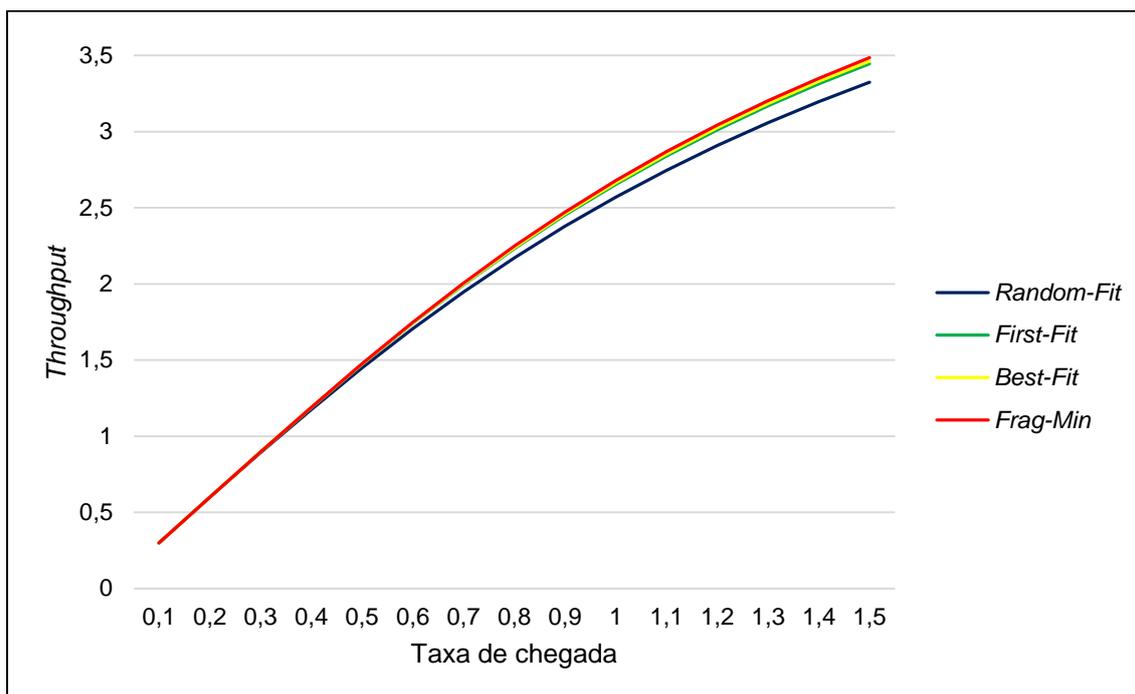


Figura 7.6 – *Throughput* do *link* no cenário 3.

Para exemplificar os resultados, a Tabela 7.16 apresenta as probabilidades de bloqueio e o *throughput* do *link* obtidos por cada heurística considerada quando as taxas de chegada de cada requisição de conexão são 0,5 e 1,5.

Tabela 7.16 – Probabilidades de bloqueio e *throughput* (exemplificação).

	Taxa de chegada			
	0,5		1,5	
	Probabilidade de bloqueio	<i>Throughput</i>	Probabilidade de bloqueio	<i>Throughput</i>
<i>Random-Fit</i>	0,03444	1,44834	0,26111	3,32502
<i>First-Fit</i>	0,01919	1,47121	0,2341	3,44656
<i>Best-Fit</i>	0,01835	1,47248	0,23022	3,46403
<i>Frag-Min</i>	0,01641	1,47539	0,22541	3,48567

Nas Figuras 7.19 e 7.20 são mostradas, respectivamente, as probabilidades de bloqueio e o *throughput* para cada tipo de requisição de conexão apresentados pela heurística *Frag-Min*. Nota-se que as probabilidades de bloqueio aumentam

em função da quantidade de *slots* contíguos requeridos por cada tipo de requisição de conexão. Assim, requisições de conexão que necessitam de mais *slots* contíguos para sua acomodação, como por exemplo, as requisições de conexão do tipo 3, e chegam ao *link* da rede com maior frequência provavelmente serão as mais rejeitadas, pois demandam mais recurso espectral que as outras.

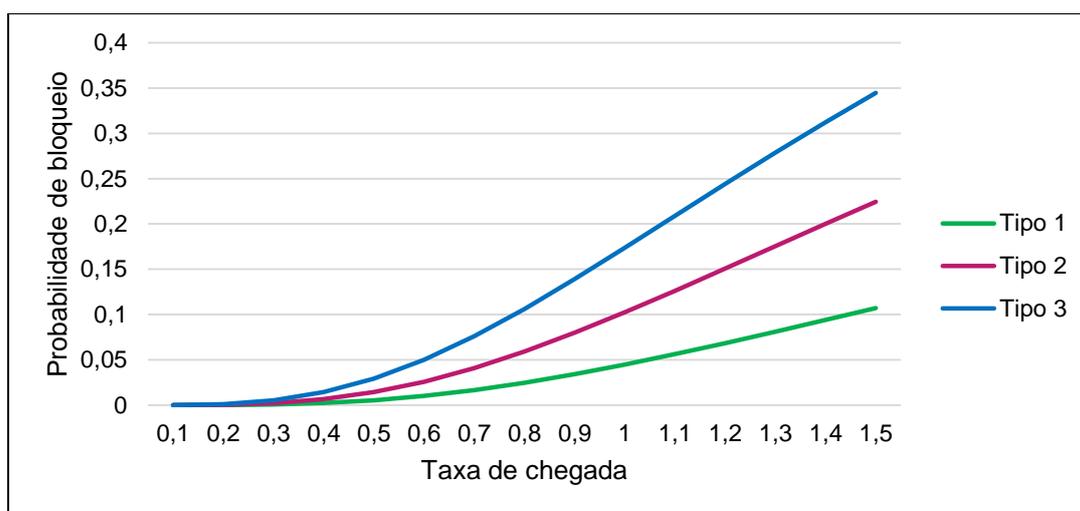


Figura 7.7 – Probabilidade de bloqueio para cada tipo de requisição de conexão apresentada pela heurística *Frag-Min*.

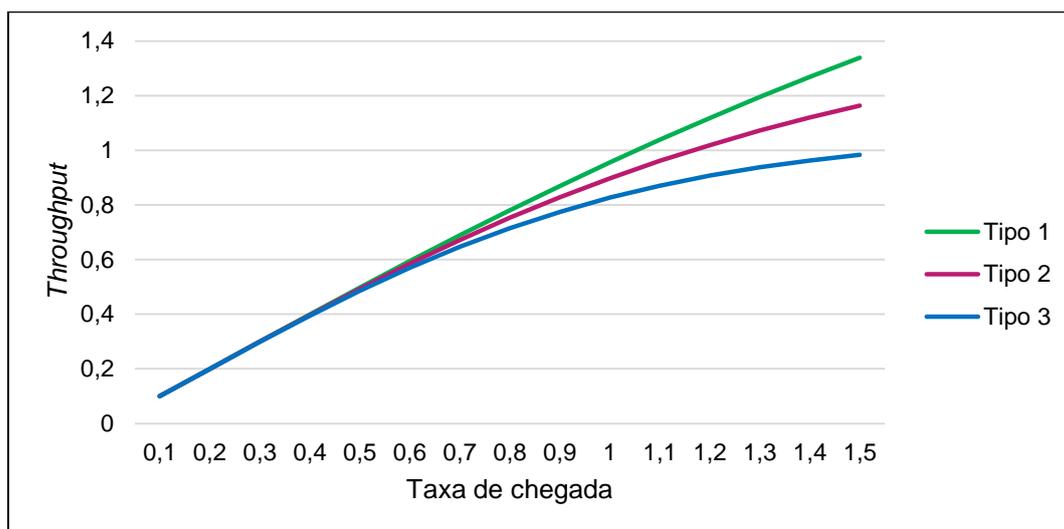


Figura 7.8 – *Throughput* do *link* para cada tipo de requisição de conexão apresentado pela heurística *Frag-Min*.

Para exemplificar os resultados, a Tabela 7.17 mostra as probabilidades de bloqueio e o *throughput* do *link* para cada tipo de requisição de conexão obtidos pela heurística *Frag-Min*, quando as taxas de chegada de cada requisição de conexão são 0,5 e 1,5.

Tabela 7.17 – Probabilidades de bloqueio e *throughput* para cada tipo de requisição de conexão (exemplificação).

	Taxa de chegada			
	0,5		1,5	
	Probabilidade de bloqueio	<i>Throughput</i>	Probabilidade de bloqueio	<i>Throughput</i>
Tipo 1	0,00545	0,49728	0,10733	1,33901
Tipo 2	0,01439	0,49281	0,22445	1,16333
Tipo 3	0,02939	0,4853	0,34444	0,98334

8 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho estudou-se a utilização de várias medidas de fragmentação para elaboração de uma heurística aplicável ao problema de alocação de espectro em um *link* de uma rede óptica elástica. Para a comparação das diversas medidas de fragmentação consideradas foi proposto um modelo markoviano a tempo contínuo para analisar este problema sob condições de tráfego dinâmico, em que as requisições de conexão chegam de forma aleatória ao *link*.

Na metodologia proposta, quando uma requisição de conexão é aceita pelo *link*, uma heurística é utilizada para determinar em que posição acomodá-la dentre os *slots* de espectro disponíveis. Uma heurística, denominada *Frag-Min*, foi utilizada neste trabalho. Ela funciona como uma estratégia para minimizar a fragmentação de espectro durante a acomodação das requisições de conexão. Esta heurística foi comparada com outras heurísticas clássicas utilizadas para este tipo de problema.

Para a quantificação de fragmentação de espectro, utilizaram-se medidas inspiradas em outras áreas de conhecimento, como alocação de memória de computador e avaliação de poder de um sistema partidário na ciência política. Essas medidas de fragmentação foram adicionadas à heurística proposta.

O modelo markoviano proposto, descrito no Capítulo 4, cujos resultados foram utilizados para a comparação entre as heurísticas, tem como entrada os parâmetros da rede, entre eles o número de *slots* do *link*, o número de *slots* utilizados como bandas de guarda entre as transmissões simultâneas e as características de cada tipo de requisição de conexão que chegam ao *link*, e como saída as medidas de desempenho de cada tipo de requisição de conexão e da rede como um todo. Utilizou-se o *throughput* total do *link* como medida de comparação entre as várias medidas de fragmentação aplicadas à heurística *Frag-Min* e as demais heurísticas clássicas.

A partir dos experimentos computacionais do Capítulo 7, observou-se que a heurística *Frag-Min* forneceu bons resultados. Quando comparada a algumas heurísticas clássicas, a heurística *Frag-Min* apresentou desempenho um pouco melhor que a heurística *Best-fit*, talvez a mais utilizada nos dias de hoje nestes tipos de problemas de alocação. Comprovou-se a influência da fragmentação de espectro na probabilidade de bloqueio de requisições de conexão que chegam ao *link* da rede. De certo modo, ao minimizar a fragmentação de espectro, a heurística também aumentou a eficiência espectral do *link* da rede e permitiu que um maior número de requisições de conexão fosse atendido.

Ao analisar os resultados fornecidos pelo modelo markoviano para a heurística *Frag-Min* em três cenários diferentes, notou-se que as medidas de fragmentação apresentaram resultados semelhantes, apenas o Índice de Molinar mostrou resultados um pouco piores. Pela sua simplicidade e baixo custo computacional, optou-se por sugerir o índice de Rae como uma boa medida de fragmentação para o problema tratado. Estudou-se ainda a variação do valor do parâmetro de potência deste índice, porém observou-se que apenas pequenas variações foram apresentadas nos resultados. Sugere-se então que qualquer valor maior ou igual a 2 seja assumido por este parâmetro no cálculo de fragmentação de espectro em redes ópticas elásticas. Note-se que estas conclusões são válidas para os cenários considerados e precisam ser verificadas em cenários diferentes dos utilizados.

Para trabalhos futuros, sugerem-se um estudo formal da quantificação da fragmentação e a utilização deste conceito para obtenção de políticas para a alocação de espectro nos *links* de uma rede óptica elástica. A extensão do modelo proposto para uma rede óptica elástica com múltiplos *links* é uma tarefa complexa, pois será necessário o estudo dos dois subproblemas em que o RSA é decomposto, ou seja, a resolução tanto do roteamento quanto da alocação de espectro. Para este caso, parece viável, a modelagem da rede óptica elástica por um Problema de Programação Inteira (PPI) visando a resolução do problema de roteamento. Iterativamente este modelo, para um roteamento fixo, forneceria

informações sobre o tráfego de chegada em cada *link*. Um modelo markoviano para cada *link* retornaria ao PPI informações sobre o tráfego efetivo de dados através de probabilidades de bloqueio para cada tipo de requisição de conexão.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BANERJEE, D.; MUKHERJEE, B. A practical approach for routing and wavelength assignment in large wavelength-routed optical networks, **IEEE Journal on Selected Areas in Communications**, v. 14, n. 5, p. 903-908, 1996.

CAULIER, J.; DUMONT, P. **Effective number of relevant parties: how voting power improves Laakso- Taagepera's Index**. Munich Personal RePEc Archive Paper No. 17846, 2005. Disponível em: <<http://mpra.ub.uni-muenchen.de/17846/>>. Acesso em: 21 nov. 2013.

CARVALHO, S.; SILVA, M.; SAMBATTI, S.; RODRIGUES, R. Uma modelagem markoviana para controle de admissão em redes ópticas FWDM. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL (SBPO) 44 e CONGRESSO LATINO-IBEROAMERICANO DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA (CLAIO) 16, 2012, Rio de Janeiro, Brasil. **Proceedings...** 2012. p. 4213-4220.

CHAN, K.; YUM, T. P. Analysis of least congested path routing in WDM lightwave networks. In: INFOCOM '94, 13, 1994, Toronto, Canadá. **Proceedings...** 1994. p. 962-969. ISBN 0-8186-5570-4.

CHRISTODOULOPOULOS, K.; TOMKOS, I.; VARVARIGOS, E. A. Routing and spectrum allocation in OFDM-based optical networks with elastic bandwidth allocation. In: GLOBAL TELECOMMUNICATIONS CONFERENCE 2010, 2010, Miami, Flórida. **Proceedings...** IEEE, 2010. p. 1-6. ISBN 978-1-4344-5636-9.

_____. Spectrally/ bitrate flexible optical network planning. In: EUROPEAN CONFERENCE AND EXHIBITION ON OPTICAL COMMUNICATION (ECOC 2010), 36, 2010, Torino. **Proceedings...** 2010. p. 1-3. ISBN 978-1-4244-8534-5.

ÇINLAR, E. **Introduction to stochastic processes**. 1. ed. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, Inc., 1975. 726 p. ISBN 0-13-498089-1.

CISCO. **Introduction to DWDM technology**. San Jose, USA: Corporate Headquarters, 2001, 66 p. Text Part Number: OL-0884-01.

CORMEN, T. H.; LEISERSON, C. E.; RIVEST, R. L.; STEIN, C. **Algoritmos: teoria e prática**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2. ed. 2002. 916 p. ISBN 85-352-0926-3.

DUNLEAVY, P.; BOUCEK, F. Constructing the number of parties. **Party Politics**, v. 9, n. 3, p. 291-315, 2003.

FRANÇA, L.; CARVALHO, S.; RODRIGUES, R. Markov decision model for spectrum allocation in elastic optical network links. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL (SBPO) 45, 2013, Natal, Rio Grande do Norte, **Proceedings...** 2013. p. 3136-3146.

GERSTEL, O.; JINNO, M.; LORD, A.; YOO, S. J. B. Elastic optical networking: a new dawn for the optical layer?. **Communications Magazine, IEEE**, v. 50, p. s12- s20, 2012.

GOLOSOV, G. V. The effective number of parties: a new approach. **Party Politics**, v. 16, n. 2, p. 171-192, 2010.

JINNO, M.; KOZICKI, B., TAKARA, H. Concept and enabling technologies of spectrum-sliced elastic optical network (SLICE). In: COMMUNICATIONS AND PHOTONICS CONFERENCE AND EXHIBITION (ACP) 2009, 2009, Shanghai, China, **Proceedings...** 2009. p. 1-2, 2009. ISBN 978-1-55752-877-3.

JINNO, M.; KOZICKI, B.; TAKARA, H.; WATANABLE, A.; SONE, Y.; TANAKA, T.; HIRANO, A. Distance-adaptive spectrum resource allocation in spectrum-sliced elastic optical path network. **Communications Magazine, IEEE**, v. 48, p. 138-145, 2010.

KESSELMAN, M. French local politics: a statistical examination of grass roots consensus. **American Political Science Review**, v. 60, p. 963-973, 1966.

KUSTER, S.; BOTERO, F. How many is too many? Assessing measures of party system fragmentation. In: APSA 2008 Annual Meeting, 2008, Boston, Massachusetts, EUA, **Proceedings...** 2008. p. 1-25.

LAAKSO, M.; TAAGEPERA, R. Effective number of parties: a measure with application to West Europe. **Comparative Political Studies**, v. 12, p. 3-27, 1979.

LI, G; CHIU, A; DOVERSPIKE, R; XU, D; WANG, D. Efficient routing in heterogeneous core DWDM networks. In: OFC/NFOEC 2010, 2010, San Diego, CA. **Proceedings...** IEEE, 2010. p. 1-3. ISBN 978-1-55752-884-1.

LINDBLAD, J. Handling memory fragmentation. **Electrical Design News – EDN**, v. 49, n. 12, p. 77-82, jun. 2004. Disponível em: <<http://www.edn.com/design/systems-design/4333346/Handling-memory-fragmentation>>. Acesso em: 19 nov. 2013.

LINS JÚNIOR, P. R.; BARROS, M. T.; ALENCAR, M. S. Performance of wavelength assignment heuristics in a dynamic optical network with adaptive routing and traffic grooming. In: INT. MICROWAVE & OPTOELECTRONICS CONFERENCE (IMOC), 2011, Natal, Rio Grande do Norte. **Proceedings...** 2011. p. 435-439. ISBN 978-1-4577-1662-1.

MOLINAR, J. Counting the number of parties. **American Political Science Review**, v. 85, n. 4, p. 1383-1391, 1991.

MUKHERJEE, B. WDM optical communication networks: progress and challenged. **Journal on Selected Areas in Communications, IEEE**, v. 18, n. 10, p. 1810- 1824, 2000.

_____. **Optical WDM Networks**. 1. ed. [S.l.]: Springer, 2006. 956 p. ISBN 978-0-387-29188-8.

PATEL, A. N.; JI, P. N.; JUE, J. P.; WANG, T. Routing, wavelength assignment, and spectrum allocation in transparent flexible optical WDM (FWDM) networks. In: INTEGRATED PHOTONICS RESEARCH, SILICON AND NANOPHOTONICS AND PHOTONICS IN SWITCHING, 2010, Monterey, CA. **Proceedings...** Optical Society of America, 2010. paper PDPWG1.

RAMASWAMI, R.; SIVARAJAN, K. N. Routing and wavelength assignment in all-optical networks, **IEEE/ACM Transactions on Networking**, v. 3, n. 5, p. 489-500, 1995.

RANDHAWA, R.; KALER, R. S.; SINGAL, A. Performance evaluation of algorithms for wavelength assignment in optical ring network. In: ADVANCED COMPUTING & COMMUNICATION TECHNOLOGIES (ACCT), 2ª. 2012, Rohtak, Haryana. **Proceedings...** 2012. p. 78-81. ISBN 978-1-4673-0471-9.

REDE NACIONAL DE ENSINO E PESQUISA (RNP). **Sobre a RNP**. Rio de Janeiro, RJ, 2013. Disponível em: <<http://www.rnp.br/rnp/>>. Acesso em: 28 maio 2013.

RHOADES, S. The Herfindahl-Hirschman Index, **Federal Reserve Bulletin**, vol. 79, n. 3, p. 199-189, 1993.

RIVAL, O; MOREA, A. Elastic optical networks with 25-100g format-versatile WDM transmission systems. In: OPTOELECTRONICS AND COMMUNICATION CONFERENCE (OECC 2010), 15, 2010, Sapporo. **Proceedings...** 2010. p. 100-101. ISBN 978-1-4244-6785-3.

ROSA, A.; CAVDAR, C.; CARVALHO, S.; COSTA, J.; WOSINSKA, L. Spectrum allocation policy modeling for elastic optical networks. In: INTERNACIONAL CONFERENCE ON HIGH CAPACITY OPTICAL NETWORKS AND ENABLING TECHNOLOGIES (HONET), 9ª, 2012, Istanbul, Turkey. **Proceedings...** 2012. p. 242-246. ISBN 978-1-4673-2891-3.

ROSS, S. M. **Introduction to probability models**. 9. ed. Oxford (UK): Elsevier, 2007, 782 p. ISBN 978-0-12-598062-3.

ROUSKAS, G. N. Routing and wavelength assignment in optical WDM networks. **Wiley Encyclopedia of Telecommunications**. [S.l]: John Wiley & Sons, 2001.

SANGEETHA, A.; ANUSUDHA, K.; MATHUR, S.; CHALUVADI, M. K. Wavelength assignment problem in optical WDM networks. **International Journal of Recent Trends in Engineering**, maio 2009, v. 1, n. 3, p. 201- 205.

SHI, W.; ZHU, Z.; ZANG, M.; ANSARI, N. On the effect of bandwidth fragmentation on blocking probability in elastic optical networks. **Transactions on Communications, IEEE**, v. 61, n. 7, p. 2970-2978, 2013.

SHIEH, W.; ATHAUDAGE, C. Coherent optical orthogonal frequency division multiplexing. **Electronics Letters, IEEE**, v. 42, p. 587-589, 2006.

SIVALINGAM, K. M.; SUBRAMANIAM, S. **Optical WDM networks: principles and practice**. 1. ed. New York: Springer, 2000.

SOMANI, A. K. **Survivability and traffic grooming in WDM optical networks**. Cambridge: University Press, 2006, 460 p. ISBN: 9780521369961.

TAKAGI, T; HASEGAWA, H; SATO, K; SONE, Y; KOZICKI, B; HIRANO, A; JINNO, M. Dynamic routing and frequency slot assignment for elastic optical path networks that adopt distance adaptive modulation. In: OPTICAL FIBER COMMUNICATION CONFERENCE AND EXPOSITION (OFC/NFOEC 2011), 2011, Los Angeles, CA. **Proceedings...** 2011. p. 1-3. ISBN 978-1-4577-0213-6.

TIJMS, H, C. **A First course in stochastic models**. 2. ed. Chichester (UK): Wiley, 2003. 478 p. ISBN 0-471-49880-7.

WAN, X.; WANG, L.; HUA, N.; ZHANG, H.; ZHENG, X. Dynamic routing and spectrum assignment in flexible optical path networks. In: OPTICAL FIBER COMMUNICATION CONFERENCE AND EXPOSITION (OFC/ NFOEC), 2011, 2011, Los Angeles, CA. **Proceedings...** 2011. p 1-3. ISBN 978-1-4477-0213-6.

WANG, Y.; CAO, X.; PAN, Y. A study of the routing and spectrum allocation in spectrum-sliced elastic optical path networks. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER COMMUNICATIONS (INFOCOM 2011), 2011, Shanghai, China. **Proceedings...** 2011. p. 1503- 1511. ISBN 978-1-4244-9919-9.

WEI, W.; HU, J.; QIAN, D.; P. N., J.; WANG, T.; LIU, X.; QIAO, C. PONIARD: a programmable optical network infrastructure for advanced research and development of future Internet. **Journal of Lightwave Technology, IEEE**, v. 27, n. 3, p. 233-242, 2009.

WILDGREN, J. K. The measurement of hyperfractionalization. **Comparative Political Studies**, v. 4, p. 233-243, 1971.

WILSON, P. R.; JOHNSTONE, M. S; NEELY, M; BOLES, D. Dynamic storage allocation: a survey and critical review. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON MEMORY MANAGEMENT, 1995, London, UK. **Proceedings...** 1995. p. 1-116.

ZANG, H; JUE, J. P.; MUKHERJEE, B. A review of routing and wavelength assignment approaches for wavelength-routed optical WDM networks. **Optical Networks Magazine**, p. 47-60, 2000.

ZHANG, M.; LU, W.; ZHU, Z. YIN, Y.; YOO, B. Planning and provisioning of elastic O-OFDM networks with fragmentation-aware routing and spectrum assignment (RSA) algorithms. In: ASIA COMMUNICATIONS AND PHOTONICS CONFERENCE, 2013, Guangzhou, China. **Proceedings...** 2013. ISBN: 978-1-55752-957-2.

ZHANG, G.; LEENHEER, M.; MOREA, A.; MUKHERJEE, B. A Survey on OFDM-based elastic core optical networking. **Communications Surveys & Tutorials, IEEE**, v. 15, p. 65-87, 2013.

