



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m19/2015/08.04.17.08-TDI

**PROCURA POR EXOLUAS E ANÉIS EM PLANETAS
EXTRASSOLARES USANDO OS TELESCÓPIOS
COROT E KEPLER**

Luis Ricardo Moretto Tusnski

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Astrofísica, orientada pela Dra. Adriana Benetti Marques Valio, aprovada em 02 de setembro de 2015.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3K285TE>>

INPE
São José dos Campos
2015

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

**COMISSÃO DO CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO
DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE (DE/DIR-544):****Presidente:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Membros:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Dr. Amauri Silva Montes - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espaciais (ETE)

Dr. André de Castro Milone - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas
(CEA)

Dr. Joaquim José Barroso de Castro - Centro de Tecnologias Espaciais (CTE)

Dr. Manoel Alonso Gan - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos
(CPT)

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação
(SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Marcelo de Castro Pazos - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m19/2015/08.04.17.08-TDI

**PROCURA POR EXOLUAS E ANÉIS EM PLANETAS
EXTRASSOLARES USANDO OS TELESCÓPIOS
COROT E KEPLER**

Luis Ricardo Moretto Tusnski

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Astrofísica, orientada pela Dra. Adriana Benetti Marques Valio, aprovada em 02 de setembro de 2015.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3K285TE>>

INPE
São José dos Campos
2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Tusnski, Luis Ricardo Moretto.

T872p Procura por exoluas e anéis em planetas extrassolares usando os telescópios CoRoT e Kepler / Luis Ricardo Moretto Tusnski. – São José dos Campos : INPE, 2015.

xxiv + 132 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m19/2015/08.04.17.08-TDI)

Tese (Doutorado em Astrofísica) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2015.

Orientadora : Dra. Adriana Benetti Marques Valio.

1. Planetas extrassolares. 2. Trânsitos. 3. Fotometria. 4. Satélites naturais. 5. Anéis planetários. I.Título.

CDU 524.86:520.82



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de **Doutor(a)** em
Astrofísica

Dra. Cláudia Vilega Rodrigues



Presidente / INPE / SJCampos - SP

Dra. Adriana Benetti Marques Valio



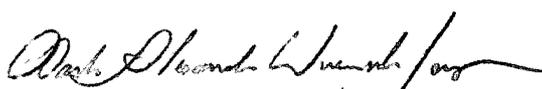
Orientador(a) / CRAAM/Mackenzie / São Paulo - SP

Dr. Francisco José Jablonski



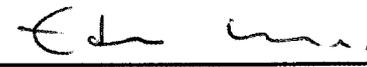
Membro da Banca / INPE / SJCampos - SP

Dr. Carlos Alexandre Wuensche de Souza



Membro da Banca / INPE / SJCampos - SP

Dr. Eder Martioli



Convidado(a) / LNA/MCTI / Itajubá - MG

Dra. Ana Helena Fernandes Guimarães



Convidado(a) / CRAAM/Mackenzie / São Paulo - SP

Este trabalho foi aprovado por:

() maioria simples

unanimidade

Título: "PROCURA POR EXOLUAS E ANÉIS EM PLANETAS EXTRASSOLARES USANDO OS TELESCÓPIOS
COROT E KEPLER"

Aluno (a): **Luis Ricardo Moretto Tusnski**

São José dos Campos, 02 de Setembro de 2015

“Que haverá com a Lua que sempre que a gente a olha é como o súbito espanto da primeira vez?”

MÁRIO QUINTANA

*A minha esposa **Daneele** e a minha filha **Giovana**.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a minha esposa Daneele por todo o apoio, incentivo e dedicação, por nunca me deixar desanimar e ver qualidades em mim que eu mesmo custo a ver, e a minha filha Giovana, recém chegada e que tanta alegria trouxe consigo. Agradeço à Divisão de Astrofísica do INPE, através de seus professores e funcionários, por todos os ensinamentos, tanto em sala de aula quanto fora dela. Aos professores e funcionários do Centro de Rádio Astronomia e Astrofísica Mackenzie (CRAAM), pela gentil acolhida. A minha orientadora, Profa. Adriana Válio, por ter me encorajado e incentivado desde o início deste trabalho, e por sempre estar disponível para ajudar quando necessário. Aos colegas do INPE e do CRAAM, pela amizade e companheirismo durante estes anos de trabalho. Agradeço às agências nacionais e estrangeiras que colaboraram com a minha formação através de eventos: Sociedade Astronômica Brasileira (SAB), NASA Exoplanet Science Institute (NExSci), Instituto de Astrofísica de Canarias (IAC), Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics (CfA). Aos Drs. John Johnson e David Kipping, do CfA, por tão gentilmente me acolherem durante o estágio de pesquisa. Por fim, agradeço o suporte financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), que através das bolsas de doutorado regular (Processo 2010/17.814-2) e de estágio de pesquisa no exterior (Processo 2013/11.486-1) contribuiu significativamente para o desenvolvimento desta pesquisa.

RESUMO

Neste trabalho, apresentamos um programa de busca por sinais de exoluas e anéis planetários usando os dados dos telescópios espaciais CoRoT e Kepler. Inicialmente, apresentamos uma revisão da teoria existente sobre satélites, partindo da observação do Sistema Solar, e passando por modelos de formação e previsão de limites de estabilidade dinâmica e de massa. São apresentadas também as técnicas atualmente propostas para a detecção de exoluas, destacando que os efeitos mais prováveis são aqueles baseados em trânsitos planetários. Em seguida, apresentamos um programa de busca desenvolvido utilizando estas técnicas e incluindo dois novos métodos: a análise do diagrama de fase e a busca de variações nos parâmetros planetários. Simulações são usadas para ilustrar seu funcionamento. Por fim, são apresentados os resultados das buscas em planetas confirmados detectados pelo CoRoT e pelo Kepler e em candidatos planetários detectados pelo Kepler. Ao todo, 78 exoplanetas foram investigados, totalizando 913 trânsitos individuais. Embora nenhum sinal da presença de satélites ou anéis tenha sido detectado, estabelecemos limites de detecção para todos os objetos estudados e corrigimos o período orbital de alguns objetos.

Palavras-chave: planetas extrassolares. trânsitos. fotometria. satélites naturais. anéis planetários.

SEARCH FOR EXOMOONS AND PLANETARY RINGS AROUND EXTRASOLAR PLANETS USING COROT AND KEPLER SPACE TELESCOPES

ABSTRACT

In this work, we present a search for signals of exomoons and planetary rings, using data from the CoRoT and Kepler space telescopes. Initially, we present a review of the existing theory of satellites, starting from the observation of the Solar System, and undergoing formation models and predicted limits of dynamic stability and mass. We also show the current proposed techniques for detecting moons, noting that the most likely effects are those based on planetary transits. Following that, we present a search project using these techniques and including two new methods: the analysis of the phase diagram and the search for variations in planetary parameters. Simulations are used to illustrate its operation. Finally, the results from the search within confirmed planets detected by CoRoT and Kepler and for the planetary candidates found by Kepler are presented. A total of 78 exoplanets and 913 transits were analysed. Although no sign of the presence of satellites or rings is detected, we established detection limits for all studied objects and corrected the orbital period of some exoplanets.

Keywords: extrasolar planets. transits. photometry. natural satellites. planetary rings.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1.1 Número de exoplanetas descobertos por ano.	4
2.1 Satélites de Júpiter.	14
2.2 Simulação da formação de planetas	18
2.3 Modelo de formação de satélites.	19
2.4 Formação de satélites massivos	20
2.5 Exoplaneta 2M1207 b.	29
2.6 Astrometria.	31
2.7 Velocidades radiais.	33
2.8 Detecção do exoplaneta OGLE-2011-BLG-0265L.	38
2.9 Trânsitos planetários.	39
2.10 Variação das curvas de luz com o semi-eixo orbital.	40
2.11 Variação das curvas de luz com a inclinação orbital.	41
2.12 Variação das curvas de luz com o escurecimento de bordo.	42
2.13 Geometria dos trânsitos planetários.	43
2.14 Assinaturas fotométricas de exoluas.	45
2.15 Profundidade e duração máxima dos trânsitos de exoluas.	46
2.16 Assinaturas fotométricas de anéis planetários.	48
2.17 Esquema da <i>Variação no Tempo de Trânsito</i> (TTV).	48
2.18 Esquema da <i>Variação na Duração do Trânsito</i> (TTV).	49
2.19 Telescópio Espacial CoRoT.	51
2.20 Telescópio Espacial Kepler.	53
3.1 Curvas de luz do exoplaneta CoRoT-1b.	59
3.2 Processo de correção das curvas de luz.. . . .	60
3.3 Curvas de luz simuladas com diferentes conjuntos de escurecimento de bordo.	61
3.4 Modelo de simulação do trânsito de planetas com luas e anéis.	62
3.5 Simulação de trânsitos de planetas com luas diante de uma estrela com manchas.	63
3.6 Exemplo de ajuste de uma curva de luz de trânsito planetário.	65
3.7 Gráfico de triângulo do ajuste do exemplo da Figura 3.6.	67
3.8 Exemplos de trânsitos de um planeta com uma lua.	69
3.9 Busca de anéis planetários por assinaturas fotométricas	70
3.10 Método do <i>scatter peak</i>	71
3.11 Busca por exoluas pela análise do diagrama de fase.	72

3.12	Sinais de exoluas no diagrama de fase.	73
3.13	Busca por exoluas pela variação dos parâmetros planetários.	74
3.14	Busca por exoluas pela variação dos parâmetros planetários.	75
3.15	Ajuste do raio planetário em um trânsito com assinatura fotométrica de exolua na parte inferior da curva de luz.	77
3.16	Medida da duração do trânsito planetário.	78
3.17	Medidas de TTV e TDV.	78
3.18	Medidas de TTV e TDV.	79
4.1	Redução de ruído das curvas de luz.	85
4.2	Correção do período do exoplaneta CoRoT-1b pelas medidas de TTV.	88
4.3	Diagrama de Fase do Exoplaneta CoRoT-1b.	89
4.4	Medidas de TTV e TDV do Exoplaneta CoRoT-1b.	90
4.5	Diagrama de Fase do Exoplaneta CoRoT-2b.	91
4.6	Medidas de TTV e TDV do Exoplaneta CoRoT-2b.	91
4.7	Diagrama de Fase do Exoplaneta CoRoT-18b.	92
4.8	Medidas de TTV e TDV do Exoplaneta CoRoT-18b.	93
4.9	Diagrama de Fase do Exoplaneta Kepler-5b.	94
4.10	Medidas de TTV e TDV do Exoplaneta Kepler-5b.	94
4.11	Diagrama de Fase do Exoplaneta Kepler-7b.	95
4.12	Medidas de TTV e TDV do Exoplaneta Kepler-7b.	96
4.13	Diagrama de Fase do Exoplaneta Kepler-43b.	97
4.14	Medidas de TTV e TDV do Exoplaneta Kepler-43b.	97
4.15	Diagrama de Fase do Exoplaneta Kepler-74b.	98
4.16	Medidas de TTV e TDV do Exoplaneta Kepler-74b.	99
4.17	Diagrama de Fase do Candidato KOI 193.	101
4.18	Medidas de TTV e TDV do Candidato KOI 193.	102
4.19	Diagrama de Fase do Candidato KOI 129.	103
4.20	Medidas de TTV e TDV do Candidato KOI 129.	103
4.21	Diagrama de Fase do Candidato KOI 189.	104
4.22	Medidas de TTV e TDV do Candidato KOI 189.	105
A.1	Representação esquemática das lógicas dedutiva e indutiva.	119
A.2	Distribuição normal.	124

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
1.1 Número de exoplanetas detectados por método.	5
2.1 Número de luas no Sistema Solar por planeta.	10
2.2 Características físicas dos maiores satélites do Sistema Solar.	11
2.3 Características físicas dos anéis planetários do Sistema Solar.	14
2.4 Relação entre massa dos satélites regulares e massa planetária.	17
2.5 Massa máxima de exoluas.	26
2.6 Amplitude astrométrica de exoplanetas análogos aos do Sistema Solar a diferentes distâncias do observador.	32
2.7 Velocidades radiais de estrelas hospedando exoplanetas análogos aos do Sistema Solar.	34
2.8 Variação no tempo de um pulsar de $2 M_{\odot}$ devido à presença de planetas análogos aos do Sistema Solar.	36
2.9 Trânsitos de planetas análogos aos do Sistema Solar.	43
3.1 Exemplo do ajuste de uma curva de luz de trânsito planetário	65
4.1 Limites de detectabilidade de exoluas nos planetas do CoRoT.	86
4.2 Limites de detectabilidade de exoluas nos planetas do Kepler.	87
4.3 Correção do período orbital pelas medidas de TTV.	88
B.1 Limites orbitais e de massa em órbita de exoplanetas analisados.	130

LISTA DE SÍMBOLOS

a_p	– Semi-eixo maior da órbita do planeta.
a_s	– Semi-eixo maior da órbita do satélite.
$a_{s,max}$	– Semi-eixo orbital máximo do satélite.
$a_{s,max}^{prog}$	– Semi-eixo orbital máximo do satélite em órbita prógrada.
$a_{s,max}^{retrog}$	– Semi-eixo orbital máximo do satélite em órbita retrógrada.
c	– Velocidade da luz ($c = 2,997 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$).
$c(f_p)$	– Fase do planeta durante a observação.
d	– Distância do observador ao objeto.
D_t	– Diâmetro do telescópio.
e_s	– Excentricidade orbital do satélite.
e_p	– Excentricidade orbital do planeta.
G	– Constante Gravitacional ($G = 6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$)
g_p	– Albedo geométrico do planeta.
i_p	– Inclinação orbital do planeta.
i_s	– Inclinação orbital do satélite.
K	– Semiamplitude da variação da velocidade radial da estrela.
$k_{2,p}$	– Número de Love do planeta ($k_{2,p} \sim 0,51$)
M_J	– Massa de Júpiter ($M_J = 1,898 \times 10^{27} \text{ kg}$)
m_p	– Massa do planeta.
m_s	– Massa do satélite.
$m_{s,max}$	– Massa máxima do satélite.
$m_{s,max}^{prog}$	– Massa máxima do satélite em órbita prógrada.
$m_{s,max}^{retrog}$	– Massa máxima do satélite em órbita retrógrada.
m_s^T	– Massa total de satélites em órbita de um planeta.
m_*	– Massa da estrela.
M_\odot	– Massa do Sol ($M_\odot = 1,989 \times 10^{30} \text{ kg}$)
M_\oplus	– Massa da Terra ($M_\oplus = 5,972 \times 10^{24} \text{ kg}$)
\mathcal{P}	– Probabilidade de ocorrer um trânsito planetário.
pc	– Parsec (1 parsec = $3,085 \times 10^{16} \text{ m} = 206264 \text{ UA}$).
P_p	– Período orbital do planeta.
$P_{rot,s}$	– Período de rotação do satélite.
P_s	– Período orbital do satélite.
Q_p	– Fator de dissipação de marés do planeta ($Q_p \sim 10^5 - 10^9$)
R_H	– Raio de Hill.
R_J	– Raio de Júpiter ($R_J = 6,991 \times 10^7 \text{ m}$)
R_p	– Raio do planeta.
R_R	– Raio de Roche.
R_s	– Raio do satélite.
R_*	– Raio da estrela.
R_\odot	– Raio do Sol ($R_\odot = 6,960 \times 10^8 \text{ m}$)

R_{\oplus}	– Raio da Terra ($R_{\oplus} = 6,371 \times 10^6$ m)
\mathcal{T}	– Tempo de duração de um trânsito planetário.
T_*	– Idade da estrela.
UA	– Unidade Astronômica ($1 \text{ UA} = 1,496 \times 10^{11}$ m).
V_r	– Velocidade radial (na linha de visada) da estrela.
δ_p	– Profundidade do trânsito de um exoplaneta.
δ_s	– Profundidade do trânsito de uma exolua.
δT	– Variação no tempo de chegada dos pulsos de um pulsar causada pela presença de um planeta.
δT_{res}	– Variação no tempo de chegada dos pulsos de um pulsar causada pela presença de uma lua.
δ_{TTV}	– Amplitude rms da variação no tempo de trânsito causada por uma lua.
δ_{TDV}	– Amplitude rms da variação na duração dos trânsitos causada por uma lua.
$\delta\theta$	– Amplitude astrométrica do movimento da estrela ao redor do centro de massa.
$\delta\theta_{res}$	– Amplitude astrométrica do movimento residual da estrela ao redor do centro de massa.
$\Delta\lambda$	– Deslocamento da linha espectral.
θ_A	– Raio do Disco de Airy.
λ	– Comprimento de onda.
ϖ_p	– Longitude do periastro da órbita do planeta.
ϖ_s	– Longitude do periastro da órbita do satélite.
ρ_s	– Densidade média do satélite.
ρ_p	– Densidade média do planeta.
τ	– Profundidade ótica.

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
2 EXOLUAS	7
2.1 Motivação	7
2.2 Luas e Anéis do Sistema Solar	10
2.3 Formação de Satélites	16
2.3.1 Formação de Satélites Regulares	16
2.3.2 Formação de Satélites Irregulares	19
2.3.3 Evolução Orbital	21
2.4 Limites Orbitais e de Massa	22
2.4.1 Limites Orbitais	22
2.4.2 Limite de Massa	24
2.5 Detecção de Exoluas	27
2.5.1 Detecção Direta	27
2.5.2 Detecção Indireta	30
2.5.2.1 Astrometria	30
2.5.2.2 Velocidades Radiais	32
2.5.2.3 Tempos de Pulsares	35
2.5.2.4 Microlentes Gravitacionais	36
2.5.2.5 Trânsitos	38
2.5.2.5.1 - Assinaturas Fotométricas	44
2.5.2.5.2 - Efeitos Temporais	47
2.5.2.5.3 - O Telescópio Espacial CoRoT	51
2.5.2.5.4 - O Telescópio Espacial Kepler	52
3 BUSCA POR LUAS E ANÉIS	55
3.1 As Curvas de Luz	57
3.1.1 Os Dados do CoRoT	57
3.1.2 Os Dados do Kepler	60
3.1.3 As Simulações de Trânsitos	60
3.1.4 Método de Ajuste das Curvas de Luz	63
3.1.5 O Escurecimento de Limbo	66
3.2 Métodos de Busca	68

3.2.1	Busca por Exoluas e Anéis por Assinaturas Fotométricas	68
3.2.1.1	Inspeção Visual dos Trânsitos	68
3.2.1.2	Análise do Diagrama de Fase	68
3.2.1.3	Variação dos Parâmetros Planetários	74
3.2.2	Busca por Exoluas por Efeitos Temporais	76
3.2.3	Seleção de Modelos	80
4	RESULTADOS	83
4.1	Limites de Detecção	84
4.2	Correção dos Períodos	87
4.3	Exoplanetas do CoRoT	88
4.3.1	CoRoT-1b	89
4.3.2	CoRoT-2b	90
4.3.3	CoRoT-18b	92
4.4	Exoplanetas do Kepler	93
4.4.1	Kepler-5b	93
4.4.2	Kepler-7b	95
4.4.3	Kepler-43b	96
4.4.4	Kepler-74b	98
4.5	Candidatos Planetários do Kepler	99
4.5.1	Candidato KOI 193	101
4.5.2	Candidato KOI 129	102
4.5.3	Candidato KOI 189	104
5	CONCLUSÕES	107
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	109
	APÊNDICE A - INTRODUÇÃO À ESTATÍSTICA	
	BAYESIANA E MCMC	119
A.1	Introdução	119
A.2	As Regras de Cox	120
A.3	Theorema de Bayes	120
A.4	Marginalização	121
A.5	Estimativa de Parâmetros	122
A.6	Aproximações: Máxima Verossimilhança e Mínimos Quadrados	125
A.7	MCMC	127

APÊNDICE B - CARACTERÍSTICAS DOS EXOPLANETAS E CANDIDATOS ANALISADOS	129
-------------------------------------------------------------------------------------------	------------

1 INTRODUÇÃO

Desde a Antiguidade, a Astronomia sempre teve papel fundamental na cultura e no desenvolvimento dos mais diversos povos. Inicialmente, o estudo do céu era apenas com fins práticos, seja para marcar a passagem do tempo e das estações do ano ou determinar a época das chuvas e das secas, além de auxiliar na localização. Várias culturas também olhavam para o céu como forma de fazer previsões sobre o futuro: era o nascimento da astrologia. Vários monumentos ficaram desta época, como a Tumba de Newgrange, na Irlanda, construída por volta de 3200 a.C. e as ruínas de Stonehenge, na Inglaterra, que datam de 3100 a.C. em sua parte mais antiga. Também os chineses, babilônios, assírios, egípcios, maias e outros povos tinham conhecimentos avançados de astronomia, muitos deles sabendo com precisão a duração do ano e tendo capacidade de prever fenômenos astronômicos, como eclipses.

Mas foi principalmente na Grécia Antiga, com o advento da Matemática e da Geometria, que a Ciência Antiga atingiu o seu ápice. Vários pensadores se perguntavam sobre a própria natureza dos corpos celestes, bem como sobre a existência de outros mundos além da Terra (DE PATER; LISSAUER, 2010). Dentre eles, destacam-se Tales de Mileto (623 a.C. – 546 a.C.), Epicuro de Samos (341 a.C. – 271 a.C.), Aristóteles de Estagira (384 a.C. – 322 a.C.), Aristarco de Samos (310 a.C. – 230 a.C.) e Hiparco de Nicéia (190 a.C. – 120 a.C.). A grande maioria destes pensadores acreditava que deveriam existir outros mundos além da Terra. No entanto, esta conclusão era basicamente lógica, uma vez que sua demonstração era impossível à época, devido à falta de instrumentos e técnicas capazes disso. Na Idade Média, essa linha de pensamento foi aprofundada, devido à contribuição de diversos filósofos, teólogos e cientistas, como Alberto Magno (1193 – 1280), Tomás de Aquino (1225 – 1274), Guilherme de Ockam (1285 – 1347) e Giordano Bruno (1548 – 1600), entre tantos outros (OLLIVIER et al., 2009).

Esta abordagem acerca de outros mundos começou a mudar a partir do desenvolvimento da Ciência Moderna, com a revolução trazida pelos trabalhos de Nicolau Copérnico (1473 – 1546), Galileu Galilei (1564 – 1642) e Isaac Newton (1642 – 1727). Com as observações do Sistema Solar feitas por Galileu, incluindo os satélites de Júpiter e as manchas solares, a Astronomia pôde não apenas ver os corpos celestes como objetos possíveis de serem estudados, mas também passou a questionar sua própria origem. Surgiram, portanto, as primeiras teorias de formação do Sistema Solar, com René Descartes (1596 – 1650), Christian Huygens (1629 – 1695), Immanuel Kant (1724 – 1804) e Pierre Simon de Laplace (1749 – 1827), entre outros

([OLLIVIER et al., 2009](#)).

No entanto, as primeiras buscas reais por outros planetas além do Sistema Solar tiveram que esperar até o final do Século XIX e início do século XX, não por falta de interesse ou curiosidade por parte dos cientistas, mas por falta de instrumentos que permitissem aos astrônomos alcançar a precisão necessária. Nessa época, já se sabia que a detecção de um objeto companheiro para uma estrela seria mais fácil por métodos indiretos. O método preferencial era a astrometria, que buscava observar o movimento da estrela devido à atração gravitacional de sua companheira. Friedrich Bessel (1784 – 1846) chegou a detectar uma companheira de baixa massa para a estrela Sirius e propôs que essa companheira seria um planeta. No entanto, em 1930, Subrahmanyan Chandrasekhar (1910 – 1995) provou que essa companheira era, na verdade, uma estrela Anã Branca. A busca continuou ao longo do século XX. Piet Van de Kamp (1901 – 1995) chegou a anunciar duas vezes a descoberta de planetas usando o mesmo método astrométrico, em 1944 e 1974, mas ambas descobertas foram refutadas mais tarde. Assim, no início dos anos 1980, a visão dominante da comunidade científica era de que a astrometria não possuía precisão suficiente. Seria preciso, portanto, buscar outras técnicas. A técnica que passou a ser mais estudada a partir de então foi a das velocidades radiais ([SANTOS, 2008](#)).

Utilizando medidas de velocidades radiais, em 1988, [Campbell et al. \(1988\)](#) sugeriram a presença de possíveis planetas com massas de $1 - 9 M_J$ em estrelas próximas. Entre os supostos planetas estava γ Cephei Ab. No entanto, esta descoberta foi questionada, devido, principalmente, à baixa qualidade dos dados. Além disso, [Walker et al. \(1992\)](#) demonstraram que a existência de um planeta ao redor da estrela γ Cephei A era apenas uma das soluções possíveis para os dados. Curiosamente, em 2002 o exoplaneta γ Cephei Ab foi confirmado por outro grupo independente ([HATZES et al., 2003](#)). Devido às dúvidas a respeito da qualidade dos dados e de sua interpretação, este planeta não foi muito acreditado na época.

Um ano depois, em 1989, outro candidato a planeta foi descoberto, desta vez por [Latham et al. \(1989\)](#). A partir de medidas de velocidades radiais, os autores identificaram um companheiro da estrela HD 114762. No entanto, a técnica das velocidades radiais não permite medir a massa do planeta, e sim apenas um valor mínimo para ela. Os autores determinaram que a massa mínima da companheira era por volta de $11 M_J$. Assim, os autores identificaram o objeto como sendo uma possível Anã Marrom, de forma que esta descoberta também não chamou muita atenção. Tal como no caso anterior, esta descoberta foi confirmada poucos anos depois, por [Cochran et](#)

al. (1991) (DE PATER; LISSAUER, 2010).

O primeiro exoplaneta a ser descoberto de maneira inquestionável veio logo em seguida. Em 1992, Wolszczan e Frail (1992) detectaram variações oscilatórias na análise do sinal do pulsar PSR 1257+12, que foram explicadas pelo movimento do pulsar ao redor de um ponto fixo. Os dados indicavam que esse movimento era devido à presença de um sistema planetário, formado por dois planetas, de períodos 98,2 e 66,6 dias, e massas 2,8 e 3,4 M_{\oplus} . No mesmo trabalho, os autores ainda indicavam a possível existência de um terceiro planeta, com massa inferior a dos dois primeiros. Este sistema planetário acabou sendo registrado como o primeiro sistema exoplanetário descoberto (SANTOS, 2008).

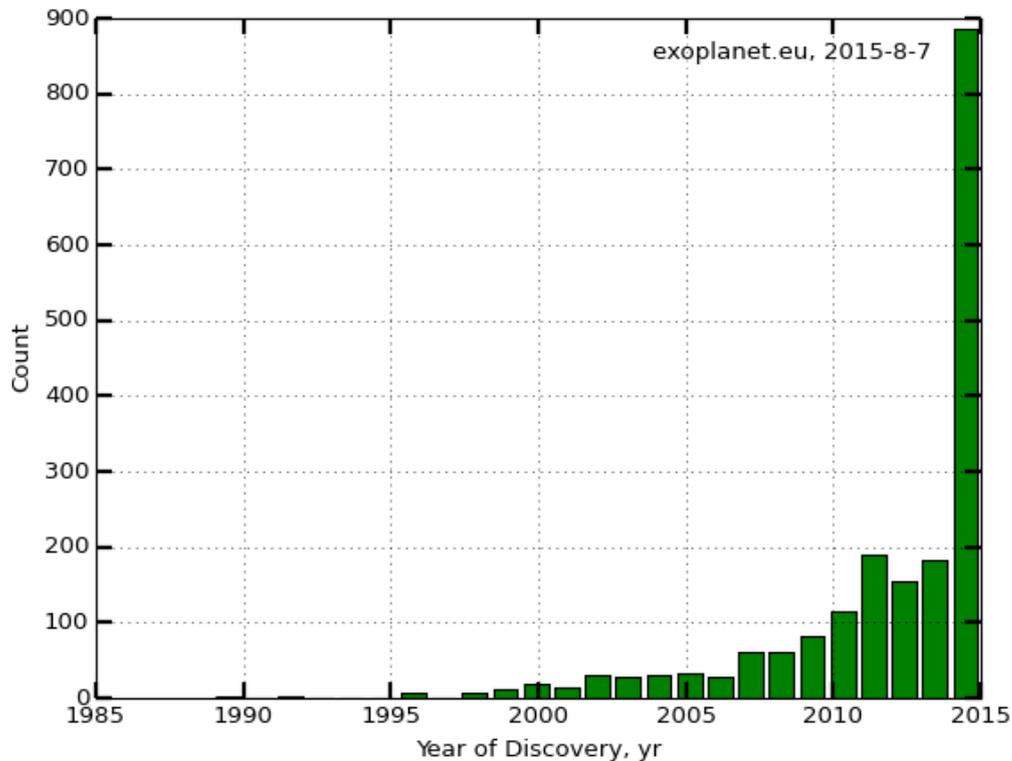
Em 1995, novo resultado animador: a descoberta de 51 Pegasi b, o primeiro exoplaneta detectado em órbita de uma estrela semelhante ao Sol, por Mayor e Queloz (1995). Para chegar a este resultado, os autores realizaram medidas de velocidades radiais da estrela hospedeira. Esta descoberta não foi um momento de sorte isolado, mas sim o resultado de um programa de busca por exoplanetas que fora iniciado em 1977 (OLLIVIER et al., 2009), usando o telescópio de 1,93 m do Observatório de Haute Provence. Ao mesmo tempo, outros grupos iniciavam projetos similares, como o grupo liderado por G. Marcy e P. Butler nos Estados Unidos e o grupo de B. Campbell no Canadá. Imediatamente, o exoplaneta 51 Peg b chamou atenção devido à sua massa de aproximadamente meia massa de Júpiter e período de apenas 4 dias. Essas características levantavam a dúvida sobre como este tipo de planeta poderia se formar, uma vez que o único modelo de formação planetária conhecido era baseado na observação do Sistema Solar, e previa a existência de planetas gasosos apenas em longas distâncias a partir da estrela central.

A descoberta de 51 Peg b ajudou a impulsionar a Astronomia. Modelos de formação e evolução planetária surgiram para explicar sua existência. Numa tentativa de identificar se planetas deste tipo (chamados de *Júpitares Quentes*) eram comuns, foram propostas várias outras técnicas de busca e foram iniciados projetos de busca sistemática por exoplanetas. Em poucos anos, o número de planetas extrassolares conhecidos chegou a 1942¹. A Figura 1.1 mostra o número de exoplanetas descobertos por ano, evidenciando o rápido crescimento do número de planetas extrassolares conhecidos.

Atualmente, duas décadas após a descoberta de Mayor e Queloz (1995), várias téc-

¹Segundo o site *Extrasolar Planets Encyclopaedia* (SCHNEIDER et al., 2011), disponível em www.exoplanet.eu, acessado em 04/08/2015.

Figura 1.1 - Número de exoplanetas descobertos por ano.



Fonte: Schneider (1995).

nicas são utilizadas na busca por exoplanetas. Foge ao objetivo deste trabalho uma explicação detalhada de todas elas, mas as principais serão apresentadas em linhas gerais mais adiante. Enquanto nos primeiros anos o maior número de descobertas se deu por velocidades radiais, atualmente a técnica com maior número de detecções é a dos trânsitos planetários. O grande responsável por essa inversão foi o Telescópio Espacial Kepler, que sozinho descobriu 1028 exoplanetas confirmados, além de 4664 candidatos a planetas que necessitam de confirmação². A Tabela 1.1 mostra o número de detecções por método utilizado.

Uma vez passada esta etapa de estabelecer a existência e a frequência de exoplanetas, cientistas passaram a investigar suas características. Planetas com massa e raio medido podem ter sua estrutura interna investigada. Vários tipos de planetas já foram identificados: planetas rochosos, gasosos, oceânicos, com períodos menores do que um dia até de vários anos, alguns com órbita praticamente circular e outros com

²Segundo o site do Telescópio Kepler, disponível em www.kepler.nasa.gov, em 15/06/2015.

Tabela 1.1 - Número de exoplanetas detectados por método.

Método	Número de Exoplanetas
Astrometria	1
Imagem Direta	59
Micro-lentes Gravitacionais	37
Tempos de Pulsares	19
Trânsitos	1214
TTV	4
Velocidades Radiais	608

Fonte: Schneider (1995).

excentricidade elevada. Atualmente, pode-se determinar a constituição da atmosfera destes planetas (SEAGER; DEMING, 2010), incluindo perfis de temperatura horizontal e vertical e a contribuição de nuvens. Parte importante desta caracterização dos exoplanetas, sem dúvida, corresponde à existência e detecção de luas e anéis planetários em órbita de exoplanetas.

Várias são as razões para o interesse na detecção de exoluas, como explicaremos mais adiante. Alguns modelos já foram propostos para explicar a formação de luas em órbita de exoplanetas, em geral baseados nos próprios modelos de formação planetária. Várias técnicas também foram propostas, sem, no entanto, que alguma lua tenha sido detectada. Como mostraremos mais adiante, as técnicas baseadas em trânsitos planetários são as mais promissoras.

Em um trabalho anterior (TUSNSKI, 2011; TUSNSKI; VALIO, 2011), desenvolvemos um modelo capaz de simular o trânsito de exoplanetas com luas ou anéis, e também mostramos como estes eventos podem ser detectados utilizando este modelo. Neste trabalho, desenvolvemos um programa próprio de busca por sinais de exoluas, usando dados de fotometria obtidos pelos telescópios espaciais CoRoT e Kepler. Apesar das diferentes técnicas aplicadas, nenhum sinal da existência de satélites em órbita de exoplanetas foi encontrado, apesar de outros trabalhos preverem a sua detecção em dados do Kepler (KIPPING et al., 2009). A não-detecção de exoluas não deixa de ser um resultado interessante, uma vez que indica que sua ocorrência pode ser mais incomum do que o inicialmente esperado ou, pelo menos, que suas dimensões (e portanto sua probabilidade de detecção) são menores do que o previsto.

No Capítulo 2 apresentamos um resumo da teoria existente sobre exoluas, incluindo modelos de formação. Estes modelos são em geral, baseados em simulações numéricas e em dados observados no Sistema Solar. Neste capítulo também são incluídas as

formas de detecção propostas atualmente, dando destaque para as técnicas baseadas em trânsitos planetários. O Capítulo 3 apresenta nosso programa de busca por exoluas e anéis planetários, detalhando as técnicas empregadas. Simulações de planetas são usadas para exemplificar o funcionamento e demonstrar sua aplicabilidade. São apresentadas duas técnicas inéditas: a análise do diagrama de fase e as variações dos parâmetros planetários. O Capítulo 4 apresenta os resultados da busca, separados em planetas do CoRoT, planetas do Kepler e candidatos planetários do Kepler. Foram investigados um total de 78 exoplanetas, totalizando 913 trânsitos individuais. São apresentados limites de detecção de exoluas nos planetas investigados. Por fim, nossas considerações finais e possibilidades de continuação deste trabalho são discutidas no Capítulo 5. O Apêndice A apresenta um resumo da Teoria Bayesiana, incluindo o algoritmo MCMC (Monte Carlo via Cadeia de Markov), utilizado nos ajustes das curvas de luz. O Apêndice B traz uma lista de todos os planetas e candidatos investigados e seus parâmetros físicos, bem como as estimativas de limites orbitais e de massa de satélites.

2 EXOLUAS

Como já mencionamos no Capítulo 1, a descoberta de exoluas será de grande importância para a ciência de exoplanetas. Para ajudar nesta procura, o primeiro passo é conhecer as luas e anéis planetários do Sistema Solar. Sendo os únicos objetos destes tipos conhecidos hoje, eles podem ajudar a definir os parâmetros da busca por exoluas, além de serem a base das teorias de formação e evolução orbital.

Dessa forma, iniciamos este capítulo listando algumas razões para se procurar por exoluas e anéis planetários, seguidas de uma visão geral sobre os satélites e anéis planetários do Sistema Solar. Na sequência, apresentamos as teorias de formação de exoluas, bem como os modelos de estabilidade dinâmica e evolução orbital. Por fim, apresentamos as principais técnicas propostas para a detecção de exoluas, mostrando inicialmente como elas são usadas na detecção de exoplanetas.

2.1 Motivação

A busca por exoluas se baseia em várias razões. A primeira e mais básica delas é o fato de que exoluas constituem um objeto astrofísico nunca detectado, e sua descoberta pode revelar exemplos de objetos que apresentam fenômenos inesperados. Da mesma forma como a descoberta dos exoplanetas revelou uma série de fatos inesperados, como a existência de Júpiteres Quentes, a detecção de exoluas pode revelar algumas surpresas.

Mas além da pura curiosidade científica, existem razões mais fundamentadas. Uma delas vem da *exobiologia*: a possibilidade de que exoluas sejam ambientes habitáveis. Williams et al. (1997) estudaram as condições sob as quais satélites de exoplanetas na zona habitável¹ podem constituir ambientes propícios à vida. Este critério é denominado *habitabilidade intrínseca*. Segundo os autores, exoluas com massa mínima de $0,12 M_{\oplus}$ podem manter uma atmosfera favorável ao desenvolvimento de seres vivos por 10^9 anos. Além disso, a lua necessitaria de um campo magnético forte o suficiente para proteger sua atmosfera do constante bombardeio de partículas provenientes da estrela e desviadas pela magnetosfera planetária. Kaltenegger (2010) demonstrou como essas exoluas habitáveis poderiam ter sua atmosfera ca-

¹Consideramos aqui a definição de *zona habitável circumestelar*, definida como a região ao redor de uma estrela onde a temperatura é adequada para que um planeta com condições atmosféricas favoráveis possa manter água no estado líquido em sua superfície (HUANG, 1959; HART, 1978; KOPPARAPU et al., 2013). Embora existam definições mais amplas de zona habitável, esta definição mais simples é suficiente para nossa argumentação acerca da importância da detecção de exoluas.

racterizada por espectroscopia, buscando marcadores que indicariam a presença de vida.

Scharf (2006) cita ainda outra possibilidade de exoluas habitáveis: satélites que possuam oceanos de água no estado líquido devido ao aquecimento por efeitos de marés resultantes da interação gravitacional com o planeta. Neste caso, o planeta não precisa estar localizado na zona habitável da estrela. Exoluas com massa maior do que $0,1 M_{\oplus}$ poderiam constituir ambientes habitáveis por este mecanismo. Heller et al. (2014) apresentam uma vasta revisão sobre este assunto, incluindo estudos sobre as possibilidades de oceanos de água no estado líquido nas luas do Sistema Solar possuírem formas básicas de vida.

Existe ainda outra possibilidade relacionada, denominada *habitabilidade extrínseca*, que consiste na melhoria das condições de habitabilidade do exoplaneta devido à presença de uma ou mais exoluas. Benn (2001) apresenta uma revisão de vários efeitos da Lua sobre a Terra que melhoraram as condições ambientais e favoreceram o surgimento da vida:

- *estabilização da obliquidade da Terra*: sem a Lua, a Terra passaria por grandes e caóticas variações climáticas (MURRAY; HOLMAN, 2001); a existência da Lua ajuda a estabilizar o eixo da Terra, tornando o clima mais estável (LASKAR et al., 1993);
- *eliminação da atmosfera primordial*: o impacto que originou a Lua eliminou a atmosfera primordial da Terra, que era densa demais para o surgimento da vida (CAMERON; BENZ, 1991);
- *geração do campo magnético da Terra*: o campo magnético da Terra protege a atmosfera de partículas vindas do espaço e tem sua origem no aquecimento do núcleo do planeta, que teria sido impulsionado pela colisão que deu origem à Lua (PEARSON, 1988);
- *geração de grandes marés na Terra*: os ciclos de marés altas e baixas são importantes por proporcionar mistura de compostos nos oceanos e sujeitá-los à insolação (CHYBA, 1990);
- *geração de marés de longo período*: surgiram devido à concorrência entre a interação gravitacional da Terra com o Sol e com a Lua, e levaram a cadeias mais longas de reações químicas (ROOD; TREFIL, 1981).

Além da habitabilidade, a busca de exoluas é importante do ponto de vista das teorias de formação planetária e dos próprios satélites. Atualmente, existem dois modelos principais de formação planetária: *acresção de núcleos* (SAFRANOV, 1969; GOLDREICH; WARD, 1973; HAYASHI et al., 1985) e *instabilidades gravitacionais* (KUIPER, 1951; CAMERON, 1978). A detecção de um grande número de exoluas pode levar a pistas sobre qual o processo dominante, ou estabelecer condições de validade para cada modelo.

Além disso, existem vários modelos de formação de satélites irregulares (Seção 2.2), mas o Sistema Solar possui apenas dois objetos deste tipo de grandes dimensões (a Lua na Terra e Tritão em Netuno). A descoberta de luas irregulares grandes pode melhorar o conhecimento sobre os mecanismos diversos que podem levar a formação deles.

Por fim, a detecção de exoluas pode levar a pistas sobre modelos dinâmicos, incluindo interações de sistemas de muitos corpos e migração planetária. Sabe-se que planetas formados a grandes distâncias da estrela podem migrar para regiões mais próximas devido à interação com o disco protoplanetário (GOLDREICH; TREMAINE, 1980; MARZARI; WEIDENSCHILLING, 2002; LIN et al., 1996), e a detecção ou não de exoluas em órbita de planetas que migraram pode revelar detalhes sobre este processo de migração.

Além de exoluas, anéis planetários são importantes por diversas razões. Eles podem revelar luas pastoras, tal como ocorre em Saturno (como veremos na Seção 2.2). Além disso, podem confirmar as previsões de regiões de estabilidade, uma vez que a borda externa de anéis coincide com o limite interno da região estável de exoluas. Por fim, existe a possibilidade de investigação do interior do planeta usando anéis planetários. Schlichting e Chang (2011), por exemplo, citam a possibilidade de anéis dobrados, resultantes da interação dos anéis planetários com a estrela hospedeira, que poderiam ser usados para medir o momento gravitacional J_2 do planeta, o que permite entender a distribuição de massa no seu interior. Além disso, se a obliquidade também for medida, pode-se calcular o período de rotação do planeta.

Por todas estas razões, a busca por exoluas e anéis planetários é parte importante da caracterização de exoplanetas. Devido à dificuldade técnica, constitui também um dos grandes desafios dessa área.

2.2 Luas e Anéis do Sistema Solar

Desde as observações de Júpiter por Galileu e de Saturno por Huygens, sabe-se que a presença de satélites naturais não é uma exclusividade da Terra. Na verdade, hoje sabe-se que todos os planetas gasosos possuem luas em grande número. Algumas delas têm tamanhos comparáveis aos menores planetas, como Ganimedes (em Júpiter) e Titã (em Saturno), que são maiores em raio do que Mercúrio, embora, devido à sua baixa densidade, possuam massa inferior.

Tabela 2.1 - Número de luas no Sistema Solar por planeta.

Planeta	Número de Luas
Mercúrio	0
Vênus	0
Terra	1
Marte	2
Júpiter	67
Saturno	62
Urano	27
Netuno	14

Fonte: NASA (2015b).

A Tabela 2.1 lista o número de luas em órbita de cada planeta do Sistema Solar. Um fato que rapidamente chama atenção é que os planetas gasosos possuem muitas luas, enquanto que os rochosos possuem poucas ou nenhuma lua. Baseado nesta observação, os primeiros modelos de formação de luas consideram que elas se formam naturalmente em órbita de planetas gasosos. Luas de planetas rochosos são, provavelmente, formadas por processos distintos, que serão discutidos mais adiante.

A Tabela 2.2 lista as principais características físicas das maiores luas do Sistema Solar. São incluídos apenas os satélites internos de cada planeta, bem como os externos com raios maiores do que 10 km. Observando esta tabela, diferenciamos facilmente dois tipos de satélites:

- *Satélites Regulares*: estão mais próximos ao planeta, possuindo, portanto, períodos orbitais curtos; estão aproximadamente no plano equatorial do planeta, e possuem órbitas praticamente circulares (PEALE, 1999).

Tabela 2.2 - Características físicas dos maiores satélites do Sistema Solar.

Planeta	Satélite	a_s (10^3 km)	P_s (dias)	e_s	i_s (graus)	R_s (km)	m_s (10^{23} g)	ρ_s (g cm^{-3})	$P_{rot,s}$ (dias)
<i>Terra</i>	Lua	384,40	27,32	0,055	5,15 ^a	1737,53	734,9	3,34	S
<i>Marte</i>	Fobos	9,38	0,32	0,015	1,08	13,1	$1,08 \times 10^{-4}$	1,90	S
	Deimos	23,46	1,26	0,0003	1,79	7,8	$1,80 \times 10^{-5}$	1,76	S
<i>Júpiter</i>	Metis	127,98	0,29	0,0012	0,02	30			S
	Adrastea	128,98	0,30	0,0018	0,05	10			S
	Almathea	181,37	0,49	0,0031	0,39	125			S
	Thebe	221,90	0,67	0,0177	1,07	58			
	Io	421,77	1,77	0,0041	0,04	1821	893,3	3,53	S
	Europa	671,08	3,55	0,0101	0,47	1565	479,7	3,02	S
	Ganimedes	1070,4	7,15	0,0015	0,20	2634	1482	1,94	S
	Calisto	1882,8	16,69	0,007	0,28	2403	1076	1,85	S
	Leda	11160	241	0,148	27 ^a				
	Himalia	11460	251	0,163	175,3 ^a	85	0,042		0,4
	Lysithea	11720	259	0,107	29 ^a				
	Elara	11737	260	0,207	28 ^a	40			0,5
	Ananka	21280	610	0,169	147 ^a				
	Carme	23400	702	0,207	163 ^a				
Pasiphae	23620	708	0,378	148 ^a					
Sinope	23940	725	0,275	153 ^a					
<i>Saturno</i>	Pan	133,58	0,58	0,00001	0	17	5×10^{-5}	0,41	S
	Daphnis	136,51	0,59	0,00003	0,004	4,5	8×10^{-7}	0,34	
	Atlas	137,67	0,60	0,0012	0,01	21	7×10^{-5}	0,46	S
	Prometheus	139,38	0,61	0,0022	0,01	66	0,00157	0,47	S
	Pandora	141,71	0,63	0,0042	0,05	58	0,00136	0,50	S
	Epimetheus	151,47 ^b	0,69 ^b	0,010	0,35	59	0,0053	0,69	S
	Janus	151,47 ^b	0,69 ^b	0,007	0,16	97,4	0,019	0,63	S
	Mimas	185,52	0,94	0,0202	1,53	209	0,38	1,15	S
	Methone	194,23	1,01	0	0,02				
	Anthe	197,7	1,04	0,002	0,02				
	Pallene	212,28	1,15	0,004	0,18	2,6			
	Enceladus	238,02	1,37	0,0045	0,02	249,1	0,65	1,61	S
	Tethys	294,66	1,89	0	1,09	533	6,27	0,97	S
	Calypso (T-)	294,66 ^b	1,89	0,0005	1,50	15			
	Telesto (T+)	294,66 ^b	1,89	0,0002	1,18	15,7			
	Dione	377,71	2,74	0,0022	0,02	561,7	11	1,46	S
	Helene (T+)	377,71 ^b	2,74 ^b	0,005	0,2	19,4			
	Polydeuces (T-)	377,71 ^b	2,74 ^b	0,019	0,18	1,5			
	Rhea	527,04	4,52	0,001	0,35	764	23,1	1,23	S
	Titan	1221,85	15,95	0,0292	0,33	2575	1345,7	1,88	S
Hyperion	1481,1	21,28	0,1042	0,43	180	0,054	0,6	C	
Iapetus	3561,3	79,33	0,0283	7,52	736	18,1	1,09	S	
Phoebe	12952	550,48	0,164	175,3 ^a	115	0,082	1,63	0,387	
Paaliaq	15198	687	0,36	45 ^a					
Albiorix	16394	783	0,48	34 ^a					
Siarnaq	18195	896	0,3	46 ^a					
<i>Urano</i>	Condelia	49,75	0,33	0	0,1	13			
	Ophelia	53,76	0,38	0,01	0,1	16			
	Bianca	59,17	0,43	0,0003	0,18	22			
	Cressida	61,77	0,46	0,0002	0,04	33			
	Desdemona	62,66	0,47	0,0003	0,10	29			
	Juliet	64,36	0,49	0,0001	0,05	425			

(Continua)

Tabela 2.2 - Conclusão

Planeta	Satélite	a_s (10^3 km)	P_s (dias)	e_s	i_s (graus)	R_s (km)	m_s (10^{23} g)	ρ_s ($g\ cm^{-3}$)	$P_{rot,s}$ (dias)
Urano	Portia	66,10	0,51	0,0005	0,03	55			
	Rosalind	69,93	0,56	0,0006	0,09	29			
	Cupid	74,40	0,61	0	0				
	Belinda	75,26	0,62	0	0	34			
	Perdita	76,42	0,64	0,003	0				
	Puck	86,00	0,76	0,0004	0,3	77			
	Mab	97,74	0,92	0,0025	0,13				
	Miranda	129,80	1,41	0,0027	4,22	240	0,659	1,20	S
	Ariel	191,2	2,52	0,0034	0,31	581,1	13,53	1,67	S
	Umbriel	266,0	4,14	0,0050	0,36	584,7	11,72	1,40	S
	Titania	435,8	8,71	0,0022	0,10	788,9	35,27	1,71	S
	Oberon	582,6	13,46	0,0008	0,10	761,4	30,14	1,63	S
	Caliban	7231	580	0,16	141 ^a				
	Stephano	8004	677	0,23	144 ^a				
	Sycorax	12179	1288	0,52	159 ^a				
Prospero	16256	1978	0,44	152 ^a					
Setebos	17418	2225	0,59	158 ^a					
Netuno	Naiad	48,23	0,29	0	4,74				
	Thalassa	50,08	0,31	0	0,21				
	Despina	52,53	0,33	0	0,07	74			
	Galatea	61,95	0,43	0	0,05	79			
	Larissa	73,55	0,55	0	0,20	104			
	Proteus	117,65	1,22	0	0,55	218			
	Triton	354,76	5,88	0	156,83	1352,4	214,7	2,05	S
	Nereid	5513,4	360,14	0,75	7,23 ^a	170			0,48
	Halimede	15686	1875	0,57	134 ^a				
	Sao	22452	2919	0,30	48 ^a				
	Laomedeia	22580	2982	0,48	35 ^a				
	Neso	46570	8863	0,53	132 ^a				
Psamathe	46738	9136	0,45	137 ^a					

a_s = semi-eixo maior. P_s - período orbital. e_s - excentricidade orbital. i_s - inclinação orbital em relação ao equador planetário, exceto quando indicado. R_s - raio. m_s - massa. ρ_s - densidade. $P_{rot,s}$ - período de rotação. **T** - satélite troiano, liderando (T+) ou seguindo (T-) o satélite primário com diferença de longitude de $\sim 60^\circ$. **S** - rotação síncrona. **C** - rotação caótica. **(a)** - medido em relação à órbita heliocêntrica do planeta. **(b)** - varia devido à libração co-orbital, valor mostrado é a média de longo prazo.

Fonte: de Pater e Lissauer (2010)

- *Satélites Irregulares*: estão distribuídos em uma região maior ao redor do planeta, podendo chegar a períodos maiores do que um ano; podem aparecer em grandes inclinações orbitais e chegam a grandes excentricidades (NICHOLSON et al., 2008).

A classificação dos satélites em regulares ou irregulares deve levar em conta a massa do planeta e também sua distância em relação à estrela, uma vez que estes parâme-

tros definem a região de influência gravitacional do planeta. Dessa forma, costuma-se utilizar como critério o Raio de Hill, que será definido mais adiante (Equação 2.3), de forma que satélites periapse corresponda a cerca de $0,05 R_H$ são classificados como regulares e os demais, irregulares (Sheppard, 2006).

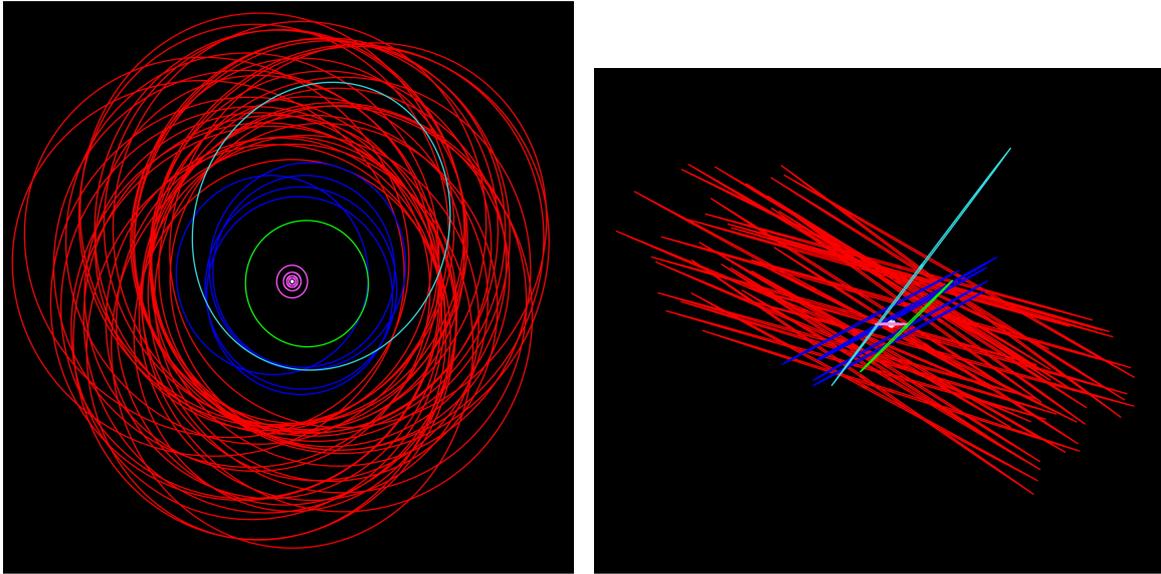
Além desta classificação, foram identificados grupos de satélites com características orbitais semelhantes. Sheppard e Jewitt (2003), por exemplo, identificaram cinco grupos de satélites irregulares em Júpiter, cada grupo sendo dominado por um componente mais massivo que os demais. Sua hipótese é que cada grupo foi formado por colisões de corpos maiores.

A Figura 2.1 mostra a distribuição das órbitas das luas em órbita de Júpiter. Na visão superior (**a**), percebe-se claramente a diferença na excentricidade dos dois tipos: enquanto os regulares, representados pelas Luas Galileanas (em rosa), apresentam órbitas praticamente circulares, os irregulares possuem grandes excentricidades, com disposições orbitais bem variadas. Ao mesmo tempo, a visão lateral (**b**) torna evidente a variação na inclinação orbital, com os satélites regulares alinhados no plano equatorial do planeta e com os irregulares distribuídos em grandes inclinações.

Além do grande número de satélites, todos os planetas gasosos do Sistema Solar possuem anéis planetários, que se localizam a até cerca de 2,5 raios planetários. Este limite é aproximadamente a localização do Raio de Roche de cada planeta, como veremos adiante na Seção 2.4.1. No entanto, as semelhanças entre os anéis acabam aí. Enquanto os de Saturno são brilhantes e cheios de estruturas, como divisões e ondas de gravidade, os de Júpiter são muito tênues e formados por partículas pequenas. Urano possui treze anéis estreitos e opacos. Netuno possui nove anéis, além de alguns arcos, regiões mais brilhantes dos anéis, cuja estabilidade ainda não está completamente explicada. Algumas propriedades dos anéis estão listadas na Tabela 2.3.

Devido à baixa densidade dos anéis dos demais planetas, os de Saturno são os únicos conhecidos há bastante tempo, tendo sido observados por Galileu em 1610. No entanto, devido à limitação do instrumento utilizado, Galileu não conseguiu entender o que eram os anéis, descrevendo-os como dois *apêndices* que não mudavam sua posição em relação ao planeta. Em 1612, novas observações mostraram que os apêndices haviam desaparecido. Isso ocorreu porque o plano dos anéis ficou completamente perpendicular em relação à Terra, impedindo sua visualização. A explicação para as observações veio em 1655, com Christian Huygens, que propôs que eles seriam na verdade discos de matéria fina localizados no plano equatorial do planeta.

Figura 2.1 - Satélites de Júpiter.



(a)

(b)

(a) - Visão superior. (b) - Visão lateral. Em rosa, vemos as órbitas dos quatro Satélites Galileanos. Em branco, no centro, os demais satélites regulares internos. As demais cores correspondem a grupos de satélites irregulares.

Fonte: (SHEPPARD, 2015)

Tabela 2.3 - Características físicas dos anéis planetários do Sistema Solar.

Planeta	Anel	Raio Interno (km)	Largura (km)	τ
<i>Júpiter</i>	Halo	100.000	22.800	3×10^{-6}
	Principal	122.800	6.400	5×10^{-6}
	Gossamer	129.200	85.000	1×10^{-7}
<i>Saturno</i>	D	66.970	7.500	0,05 – 0,35
	C	74.490	17.500	
	Columbo Gap	77.800	100	
	Maxwell Gap	87.500	270	0,4 – 2,5
	Bond Gap	88.690	30	
	Dawes Gap	90.200	20	
	B	91.980	25.500	
	Cassini Division	117.500	4.700	
	Huygens Gap	117.680	285–440	
	Herschel Gap	118.183	102	
	Russell Gap	118.597	33	
	Jeffreys Gap	118.931	38	
	Kuiper Gap	119.403	3	
Leplace Gap	119.848	238		
Bessel Gap	120.305	10		

(Continua)

Tabela 2.3 - Conclusão

Planeta	Anel	Raio Interno ($10^3 km$)	Raio Externo ($10^3 km$)	τ
<i>Saturno</i>	Barnard Gap	120.305	13	0,4 – 1,0
	A	122.050	14.600	
	Encke Gap	133.570	325	
	Keeler Gap	136.530	35	
	Roche Division	136.770	2600	0.1 1×10^{-6} $1,5 \times 10^{-5}$
	F	140.224	30 - 500	
	G	166.000	8.000	
	E	180.000	300.000	
<i>Urano</i>	Zeta	39.600	3,500	$\sim 0,3$ $\sim 0,5$ $\sim 0,3$ $\sim 0,4$ $\sim 0,3$ $\lesssim 0,4$ $\gtrsim 1,5$ $\sim 0,5$ $\sim 0,1$ 0,5–2,3
	6	41.840	1 – 3	
	5	42.230	2 – 3	
	4	42.580	2 – 3	
	Alpha	44.720	7 – 12	
	Beta	45.670	7 – 12	
	Eta	47.190	0 – 2	
	Gamma	47.630	1 – 4	
	Delta	48.290	3 – 9	
	Lambda	50.024	2 – 3	
	Epsilon	51.140	20 – 100	
	Nu	67.300	3.800	
	Mu	97,700	17.000	
<i>Netuno</i>	Galle	41.900	15	$\sim 1 \times 10^{-4}$
	Leverrier	53.200	15	0,01
	Lassell	55.400		$\sim 1 \times 10^{-4}$
	Arago	57.600		
	Adams	57.600		0.01 – 0.1
	Liberte (Arco do Anel Adams)	62,930	50	
	Egalite (Arco do Anel Adams)	62.900		
	Fraternite (Arco do Anel Adams)	62.900		
	Courage (Arco do Anel Adams)	62.900		

τ = Profundidade ótica. **Raio Interno** medido a partir do centro do planeta até a borda interna de cada anel.

Fonte: IAU (s.d.). Profundidades óticas retiradas de Murray e Dermott (1999)

Em 1797, William Herschel chegou a anunciar a detecção de anéis ao redor de Urano, planeta descoberto por ele mesmo em 1781. No entanto, não está claro se essa detecção foi real, pois muitos astrônomos acreditam que os anéis de Urano são tênues demais para terem sido vistos por Herschel. Eves (2007) argumenta que a descrição dos anéis, incluindo a sua orientação em relação ao planeta, estaria correta nos registros de Herschel, o que indicaria que sua detecção realmente ocorrera. Devido à incerteza na detecção por Herschel, a data aceita para a detecção dos anéis de Urano é o ano de 1977, durante uma campanha de ocultações estelares (ELLIOT et al., 1977).

Já os anéis de Júpiter foram detectados por observações do espaço, feitas pela sonda Voyager I, em 1979 (SMITH et al., 1979). Os de Netuno foram observados em 1966 por ocultações estelares, porém sem que os resultados tenham sido publicados antes da detecção dos anéis de Urano, em 1977. Nova detecção foi feita em 1983, novamente por ocultações, embora o sinal deixasse algumas dúvidas. A detecção definitiva veio com as imagens obtidas pela sonda Voyager II, em 1989 (MINER et al., 2007).

Uma característica importante dos anéis planetários é a presença de *luas pastoras*, que ajudam a demilitar a borda de alguns anéis devido à sua interação gravitacional. Este é o caso, por exemplo, do anel F de Saturno, que é pastoreado pelas luas Prometeu e Pandora.

2.3 Formação de Satélites

Já mencionamos que os satélites do Sistema Solar são classificados em dois tipos, *regulares* e *irregulares*. Cada tipo possui mecanismos próprios de formação, que serão apresentados separadamente a seguir.

2.3.1 Formação de Satélites Regulares

As luas dos planetas gigantes são análogas a um sistema planetário em miniatura: ambos os casos consistem em uma massa central, circundada por corpos de massa inferior. Assim, a maneira mais intuitiva de pensarmos na formação de luas é de forma semelhante à formação de planetas, ou seja, a partir de um disco de gás e poeira orbitando ao redor de um planeta recém-formado.

É exatamente esta a premissa da maioria dos modelos de formação de satélites regulares. O modelo de *massa mínima reforçada por sólidos* de Mosqueira e Estrada (2003) prevê que a formação de luas ocorre assim que gás suficiente é removido do disco circumplanetário, mas enquanto a turbulência ainda existe. Satélites se formam neste modelo a partir da captura de fragmentos de planetesimais que passam através do disco. Em contraste, o modelo de *disco de acreção gasoso ativamente alimentado* de Canup e Ward (2006) considera um disco circumplanetário sendo alimentado de gás e poeira pelo disco circumestelar, formando um disco circumplanetário. Os satélites se formam nas regiões mais externas deste disco, e migram em direção ao planeta por causa da interação com o próprio disco. Diferentemente destes, o modelo de Crida e Charnoz (2012) considera que satélites se formam no interior do Raio de Roche, migrando a seguir para regiões mais externas.

O ponto positivo do modelo de Canup e Ward (2006) é que ele consegue reproduzir

uma regularidade aproximada observada no Sistema Solar: a razão entre massa total de satélites em órbita de cada planeta (m_s^T) e a massa de cada planeta (m_p) se mantém aproximadamente constante em $\sim 10^{-4}$, como podemos observar na Tabela 2.4.

Tabela 2.4 - Relação entre massa dos satélites regulares e massa planetária.

Planeta	$\frac{m_s^T}{m_p}$	Número de satélites com $\frac{m_s}{m_p} > 10^{-8}$	Número de satélites com $\frac{m_s}{m_p} > 10^{-4}$
Júpiter	$2,1 \times 10^{-4}$	4	4
Saturno	$2,5 \times 10^{-4}$	7	1
Urano	$1,1 \times 10^{-4}$	5	4

m_s^T = Massa total de satélites em órbita de cada planeta. m_p = Massa planetária.

Fonte: Canup e Ward (2006).

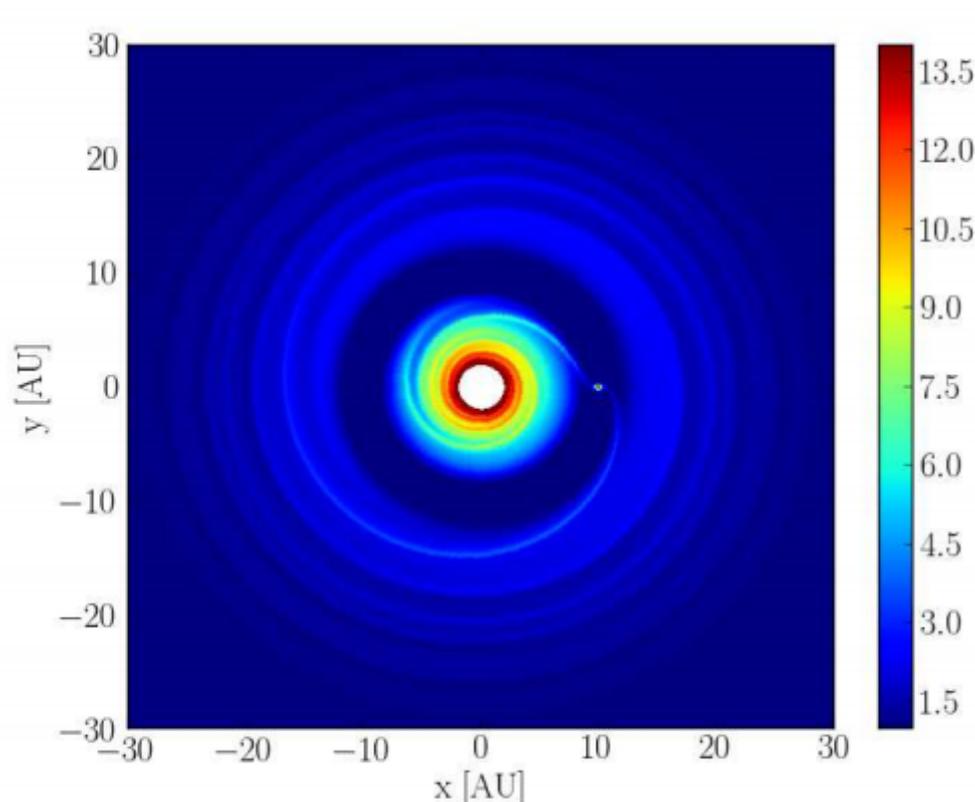
Segundo Canup e Ward (2006), nos primeiros estágios de formação do planeta, a atmosfera é muito grande, chegando a ocupar até cerca de 100 vezes o raio planetário final. Nos estágios mais avançados, o planeta se contrai, diminuindo o fluxo de matéria diretamente para ele. Nesta etapa, o planeta recém-formado varre uma região do disco protoplanetário, formando uma trilha, como pode ser visto na Figura 2.2.

Matéria proveniente do disco protoplanetário, constituído de gás e rochas, continua acretaando no planeta, levando à formação de um disco circumplanetário, como visto em mais detalhes na Figura 2.3. O perfil de temperatura deste disco circumplanetário é dominado pelo aquecimento viscoso, enquanto a luminosidade do planeta gigante recém-formado tem um papel secundário. Neste disco, colisões entre as partículas formam *satelitesimas*, que crescem até se tornar *proto-satélites*. Uma vez que um proto-satélite se torne massivo suficiente, ele passa a migrar em direção ao planeta devido ao torque resultante da interação gravitacional dele com o disco.

A migração dos satélites persiste enquanto existir o fluxo de matéria do disco circumestelar. Parte do fluxo de matéria cai diretamente no planeta, e parte é perdida novamente para o disco externo, devido ao atrito viscoso. Eventualmente, satélites recém-formados podem cair no planeta. O que garante a formação de um sistema de satélites é o fluxo constante de gás e poeira.

Nas simulações dos autores, a razão constante de $\frac{m_s^T}{m_p} \sim 10^{-4}$ surgiu como resultado

Figura 2.2 - Simulação da formação de planetas



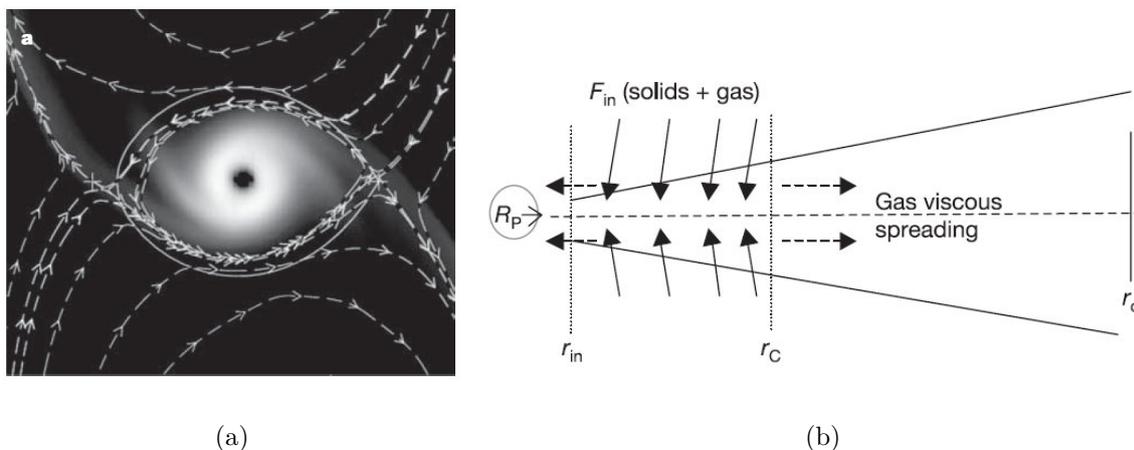
Simulação da formação de um planeta em um disco protoplanetário. Após a formação do planeta, representado pelo ponto branco em $x = 10$ UA, este varre uma região do disco, formando uma trilha de baixa densidade. A matéria proveniente do disco continua acretando no planeta, não diretamente, mas através da formação de um disco circumplanetário.

Fonte: (MONTESINOS et al., 2015)

do processo de formação, sem precisar ser inserido como condição de contorno. Além disso, os autores verificaram que esta razão depende fracamente da viscosidade e do influxo de matéria no disco circumplanetário.

O modelo de [Canup e Ward \(2006\)](#) também explica com sucesso a formação dos sistemas de satélites do Sistema Solar. Uma diferença entre as luas de Júpiter e Saturno é que, enquanto o primeiro possui quatro satélites de massas comparáveis, o segundo possui um satélite mais massivo, Titã. Segundo os autores, esse resultado pode ser explicado pelo momento em que cessa o fluxo de matéria no disco circumplanetário: supondo que Titã possuísse um companheiro massivo que, devido à migração, colidisse com o planeta ao mesmo tempo em que o disco circumestelar

Figura 2.3 - Modelo de formação de satélites.



Estrutura do disco de gás circumplanetário alimentado continuamente com gás e poeira provenientes do disco circunestelar. **(a)** - Visão superior. O planeta se encontra no centro, e as setas indicam o sentido do fluxo de gás. **(b)** - Visão lateral. Colisões entre partículas neste disco podem levar à formação de satélites, em um processo semelhante à formação de planetas.

Fonte: (CANUP; WARD, 2006)

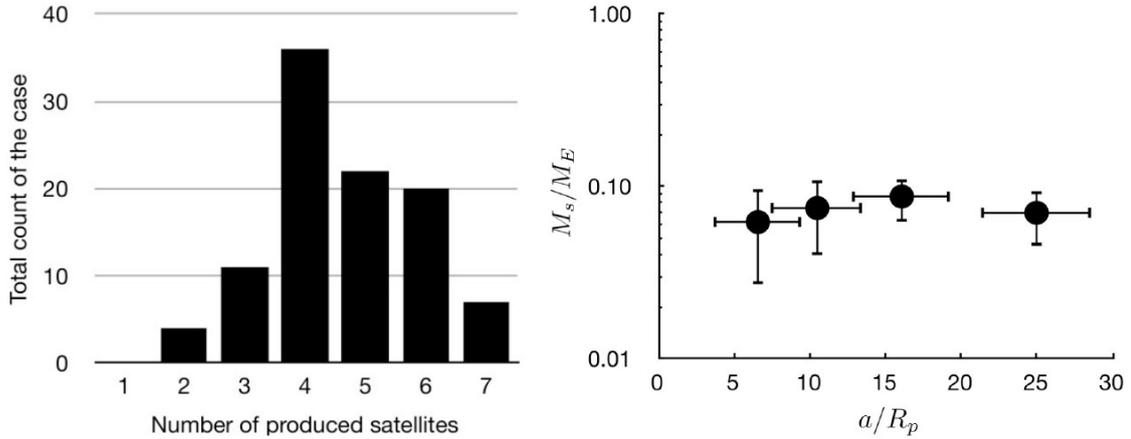
se dissipasse, o fluxo de gás seria interrompido, e o resultado seria um sistema de satélites com um corpo mais massivo que os demais.

Uma questão pertinente sobre a formação de satélites é se esse mecanismo pode ou não levar à formação de corpos massivos o suficiente para manterem uma atmosfera. Para investigar esse tema, Heller et al. (2014) simulam a formação de satélites em órbita de um Super-Júpiter com $10 M_J$. Os resultados de 100 simulações são exibidos na Figura 2.4, e mostram que em 80% dos casos se formam de quatro a seis satélites. A massa média resultante nas 36 simulações em que foram formadas quatro grandes luas é próxima à massa de Marte. Logo, satélites massivos podem se formar por este mecanismo em órbita de planetas gigantes gasosos.

2.3.2 Formação de Satélites Irregulares

Atualmente, é amplamente aceito que os satélites irregulares são formados por mecanismos distintos dos regulares. Kuiper (1956) já indicava que eles eram corpos formados em regiões mais externas do Sistema Solar que haviam sido capturados gravitacionalmente pelos planetas. Hoje, sabe-se que além dessa possibilidade, esses satélites podem ser formados por outros mecanismos. Além disso, não existe um

Figura 2.4 - Formação de satélites massivos



Resultado de 100 simulações de formação de luas em órbita de um planeta com $10 M_J$. **Esquerda:** distribuição do número de satélites formados com $m_s > 10^{-2} M_\oplus$. Em 80% dos casos, podem se formar de quatro a seis satélites. **Direita:** massa e semi-eixo médios para os 36 sistemas formados com quatro satélites. As barras indicam desvio padrão de 1σ . As simulações indicam a formação de satélites com massa comparável à de Marte.

Fonte: (HELLER et al., 2014)

único mecanismo geral de captura.

Vários autores, por exemplo, Vieira Neto e Winter (2001), indicam que a captura é, na maioria dos casos, temporária. No entanto, alguns mecanismos podem torná-la estável. Gaspar et al. (2011) citam 4 mecanismos que podem tornar efetiva a captura temporária:

- *captura por arrasto no gás:* um objeto capturado temporariamente perde energia cinética devido ao arrasto com o disco circumplanetário;
- *captura pull-down:* uma captura temporária passa a ser permanente devido ao aumento do Raio de Hill (Seção 2.4.1) do planeta, que pode ocorrer devido ao aumento de sua massa ou migração para mais longe da estrela;
- *captura por interações próximas:* um asteroide capturado temporariamente interage com outros satélites do planeta, perdendo energia e momento angular, o que torna a sua captura permanente;
- *captura de asteroides binários:* um membro do asteroide binário é capturado quando o sistema se aproxima do planeta, enquanto seu par é ejetado.

Segundo [Heller et al. \(2014\)](#), o processo de migração planetária aumenta a possibilidade de captura de planetesimais, desde que estes sejam desacelerados abaixo da velocidade de escape do planeta. A desaceleração necessária pode ocorrer devido à colisão com outra lua já formada, ou com o disco circumplanetário ou ainda com o próprio planeta. Em todos os casos, a massa dos corpos envolvidos deve ser comparável para que a desaceleração seja eficiente. Nesses casos, o corpo passa a orbitar o planeta como um satélite em órbita elíptica. Posteriormente, efeitos de marés resultantes da interação com o planeta podem levar à circularização da órbita do satélite.

[Gomes et al. \(2005\)](#) explicam o pico no número de colisões de asteróides com a Lua, conhecido como *Intenso Bombardeio Tardio* (LHB), como sendo resultado de uma rápida migração ocorrida no Sistema Solar, que teria perturbado o Cinturão de Asteróides. Vários asteróides podem ter sido capturados neste evento como luas em órbita dos planetas gasosos.

[Williams \(2013\)](#) estuda a fundo a possibilidade de formação de luas por captura de sistemas terrestres binários. Durante a aproximação do sistema binário com outro planeta, um dos membros pode ser ejetado do sistema, enquanto o outro é capturado como uma lua. Suas conclusões indicam que a captura é mais eficiente em sistemas binários com alta velocidade de rotação e baixa razão de massa. Além disso, a captura pode ser permanente em planetas com Raio de Hill grande, ou seja, mais afastados de suas estrelas. Esse mecanismo pode levar à formação de luas massivas, com massas acima de $0,1M_{\oplus}$.

Outra possibilidade de formação de luas irregulares é por processos de colisão. Acredita-se, por exemplo, que a Lua tenha sido formada por um processo deste tipo, com um impactor com aproximadamente o tamanho de Marte ([HARTMANN; DAVIS, 1975](#); [CAMERON; WARD, 1976](#); [CANUP; ASPHAUG, 2001](#)). A colisão teria jogado grande quantidade de matéria para o espaço, que teria se condensado devido à atração gravitacional, formando a Lua. [Belbruno e Gott III \(2008\)](#) mostram que o impactor pode ter vindo de uma região próxima aos Pontos Lagrangeanos L_4 ou L_5 da Terra. A interação deste corpo com outros planetas pode ter desestabilizado sua órbita, fazendo-o entrar em órbita parabólica em direção à Terra.

2.3.3 Evolução Orbital

Uma vez formados, os satélites estão sujeitos a inúmeros efeitos de interação com o planeta hospedeiro, que podem determinar a estabilidade e a evolução de suas

órbitas (MURRAY; DERMOTT, 1999; HELLER et al., 2014; BARNES; O'BRIEN, 2002). Dois destes efeitos são especialmente determinantes:

- *efeitos de marés*, resultantes da interação da lua com o planeta ou do planeta com a estrela;
- *migração planetária*, ocasionada pela interação do planeta com o disco protoplanetário.

Segundo Barnes e O'Brien (2002), a interação do planeta com a estrela causa efeitos de marés, que diminuem a rotação do planeta. Este efeito pode levar à perda de luas em órbita do planeta. Quanto à interação entre o planeta e a lua, o que determina o efeito da evolução é o movimento médio da lua (n_s) em comparação à rotação do planeta (Ω_p): caso a lua seja mais lenta que a rotação do planeta ($n_s < \Omega_p$), então as marés desaceleram a rotação deste, aumentando o semi-eixo orbital do satélite; caso a lua seja mais rápida ($n_s > \Omega_p$), ocorre o oposto, diminuindo a distância do satélite ao planeta.

A migração planetária também pode influenciar na estabilidade de satélites. Planetas cuja migração seja em direção à estrela têm seu Raio de Hill diminuído, o que pode levar à desestabilização da órbita do satélite. Esse efeito pode levar à perda de satélites, que passam a orbitar a estrela ou então são ejetados do sistema. Outra possibilidade é que luas em órbitas estáveis ao redor do planeta sejam levadas a colidir entre si. Por exemplo, se Júpiter tivesse migrado de sua posição atual em direção ao Sol, teria perdido seus satélites galileanos em 0,38 UA (Calisto), 0,22 UA (Ganimedes), 0,13 UA (Europa) e 0,09 UA (Io).

Namouni (2010) mostrou que a migração planetária é mais determinante para a evolução orbital de luas do que os efeitos de marés, uma vez que a escala de tempo da migração planetária é muito menor do que a dos efeitos de marés ($\sim 10^6$ anos para migração contra $\sim 10^9$ anos para os efeitos de marés).

2.4 Limites Orbitais e de Massa

2.4.1 Limites Orbitais

A região orbital ao redor de uma planeta que permite que satélites (tanto regulares quanto irregulares) apresentem órbitas estáveis é definida por dois raios: o *Raio de Roche* e o *Raio de Hill*. O primeiro define o limite interno da região estável, e o segundo, o limite externo.

O Raio de Roche é definido como sendo o raio orbital mínimo no qual uma lua consegue manter sua integridade estrutural. A distâncias menores do que essa, a atração gravitacional que o planeta exerce no lado mais próximo da lua se sobrepõe à gravidade da própria lua, de modo que esta se desintegra. Assim, ao mesmo tempo em que define um raio orbital mínimo para luas, o Raio de Roche determina o raio externo máximo para anéis planetários, uma vez que a desintegração de satélites massivos produz as partículas de que são formados os anéis.

De forma simples, o Raio de Roche pode ser calculado (DE PATER; LISSAUER, 2010) por:

$$R_R = 1,44R_p \left(2 \frac{\rho_p}{\rho_s} \right)^{1/3}, \quad (2.1)$$

onde R_R é o Raio de Roche, R_p é o raio planetário e ρ_p e ρ_s são, respectivamente, as densidades do planeta e do satélite.

Na obtenção da Equação 2.1, consideramos uma lua sólida, ou seja, que não sofre deformação. Além disso, considera-se que ela seja esférica, e que sua órbita seja circular. Um resultado mais preciso é obtido quando consideramos uma lua fluida, ou seja, que pode ser deformada pela gravidade do planeta:

$$R_R = 2,44R_p \left(2 \frac{\rho_p}{\rho_s} \right)^{1/3}. \quad (2.2)$$

A Equação 2.2 explica porque os anéis planetários do Sistema Solar se estendem até cerca de 2,5 raios planetários, como afirmamos na Seção 2.2.

Por outro lado, o Raio de Hill define o raio orbital máximo que satélites podem ocupar, determinando a região onde a gravidade que o planeta exerce sobre uma partícula se sobrepõe à gravidade exercida pela estrela, de modo que a partícula orbite o planeta. A distâncias orbitais maiores, a partícula passa a orbitar a estrela, podendo também escapar do sistema.

O Raio de Hill pode ser calculado (DE PATER; LISSAUER, 2010) por:

$$R_H = a_s (1 - e_s) \sqrt[3]{\frac{m_p}{3m_*}}, \quad (2.3)$$

onde R_H é o Raio de Hill, a_s é o semi-eixo orbital do satélite, e_s é a excentricidade do satélite, e m_p e m_* são as massas, respectivamente, do planeta e da estrela.

No entanto, outros efeitos agem sobre o satélite, como o efeito Yarkowski (TAJED-DINE et al., 2011), de modo que a região estável é, na verdade, uma fração do raio dado pela Equação 2.3:

$$a_{s,max} = fR_H , \quad (2.4)$$

sendo $a_{s,max}$ o semi-eixo orbital máximo que um satélite pode ocupar, e $0 < f < 1$.

Domingos et al. (2006) estudaram o limite orbital através de simulações numéricas, e demonstraram que a região estável depende também das excentricidades orbitais do planeta e da lua e também do sentido de translação. Para satélites *prógrados*² e *retrógrados*³, respectivamente, os semi-eixos orbitais máximos são dados por:

$$a_{s,max}^{prog} = 0,4895R_H (1 - 1,0305e_p - 0,2738e_s) , \quad e \quad (2.5)$$

$$a_{s,max}^{retrog} = 0,9309R_H (1 - 1,0764e_p - 0,9812e_s + 0,9446e_p e_s) , \quad (2.6)$$

onde e_p e e_s são as excentricidades do planeta e da lua, respectivamente, e R_H é o Raio de Hill (Equação 2.3).

Duas conclusões importantes podem ser tiradas das Equações 2.5 e 2.6. A primeira é que satélites retrógrados possuem região estável maior do que os prógrados. Isso explica o grande número de satélites retrógrados nas regiões mais externas de Júpiter. Ao mesmo tempo, vemos que a excentricidade tanto do planeta quanto do satélite agem de forma a diminuir a região estável. Dessa forma, quanto mais circulares as órbitas de ambos, maior a probabilidade de existirem.

Donnison (2014) também estuda o caso de satélites em órbitas elípticas, além do caso de órbitas inclinadas. Suas conclusões concordam com o trabalho de Domingos et al. (2006) no que se refere à excentricidade, ou seja, órbitas planetárias elípticas tendem a diminuir a região estável de luas. Além disso, demonstraram que a inclinação orbital age da mesma forma que a excentricidade, ou seja, quanto mais inclinada a órbita do planeta, menor a região estável.

2.4.2 Limite de Massa

Quando falamos em limite de massa, precisamos fazer distinção entre satélites regulares e irregulares. Para o primeiro caso, consideramos como limite de massa o resultante do processo de formação de luas, como o de Canup e Ward (2006). Como já mencionamos, neste trabalho os autores obtêm em suas simulações uma relação

²Satélites *Prógrados*: que orbitam no mesmo sentido que a rotação do planeta.

³Satélites *Retrógrados*: que orbitam no sentido contrário à rotação do planeta.

entre a massa total dos satélites formados em órbita de um planeta e a massa planetária de $\frac{m_s^T}{m_p} \sim 10^{-4}$. Como esta relação é observada nos planetas gasosos do Sistema Solar, acredita-se que ela deva ser mantida para o caso de exoluas regulares.

É preciso notar, no entanto, que o termo m_s^T se refere à massa total do sistema de satélites formado, e não à massa das luas individuais, não sendo possível prever se o sistema terá um satélite mais massivo que os demais (como ocorre em Saturno) ou será formado por vários satélites de massas comparáveis (como em Júpiter).

Por outro lado, satélites irregulares, que sejam capturados ou formados por eventos de colisão, a princípio não precisam obedecer esta relação, de forma que o que limita sua massa é a evolução orbital. Pode-se calcular o tempo em que uma lua leva para colidir com o planeta usando a expressão (MURRAY; DERMOTT, 1999):

$$T = \frac{1}{13} a_s^{13/2} \frac{Q_p}{3k_{2,p} m_s R_p^5} \sqrt{\frac{m_p}{G}}, \quad (2.7)$$

onde Q_p é o fator de dissipação de marés, $k_{2,p}$ é o número de Love do planeta, G é a Constante Gravitacional, m_s e m_p são as massas da lua e do planeta e R_p é o raio planetário.

Para calcular a massa máxima de um satélite, podemos supor que ele esteja inicialmente no semi-eixo orbital máximo, e que o tempo de colisão com o planeta seja igual à idade estelar. Dessa forma, obtemos:

$$m_{max,s} = \frac{1}{13} a_{s,max}^{13/2} \frac{Q_p}{3k_{2,p} T_* R_p^5} \sqrt{\frac{m_p}{G}}, \quad (2.8)$$

onde agora T_* representa a idade estelar.

Usando a Equação 2.8, a Tabela 2.5 apresenta a massa máxima de satélites em órbita de alguns exoplanetas que orbitam estrelas semelhantes ao Sol⁴. Podemos ver que planetas muito próximos à estrela, com período orbital da ordem de poucos dias, não podem hospedar luas com massa significativa. Planetas um pouco mais distantes ($a_p < 0,1$ UA) podem hospedar luas do tamanho da Lua. Planetas na zona habitável ($0,9$ UA $< a_p < 1,1$ UA) podem possuir luas ainda mais massivas que a Terra, que podem, se tiverem condições favoráveis, ser ambientes habitáveis.

⁴Note, para comparação, que $M_{Lua} \sim 0,013M_{\oplus}$.

Tabela 2.5 - Massa máxima de exoluas.

Planeta	Período (dias)	a_p (UA)	R_p (R_{Jup})	m_p , M_{Jup}	R_* (R_\odot)	M_* (M_\odot)	$a_{max,s}^{prog}$ (R_p)	$m_{max,s}^{prog}$ (M_\oplus)	$a_{max,s}^{retrog}$ (R_p)	$m_{max,s}^{retrog}$ (M_\oplus)
WASP-4 b	1,34	0,02	1,4	1,24	1,15	0,93	1,82	0,0000017	3,46	0,00011
WASP-5 b	1,63	0,03	1,17	1,64	1,08	1	2,3	0,0000072	4,37	0,00047
TrES-2	2,47	0,04	1,19	1,25	1	0,98	2,76	0,000011	5,25	0,00073
HATS-4 b	2,52	0,04	1,02	1,32	0,93	1	2,8	0,000067	5,33	0,0044
Kepler-77 b	3,58	0,05	0,96	0,43	0,99	0,95	2,47	0,0000063	4,7	0,00042
Kepler-20 b	3,7	0,05	0,17	0,03	0,94	0,91	0,67	0,0000016	1,24	0,000091
WTS-1 b	3,35	0,05	1,49	4,01	1,15	1,2	4,51	0,00032	8,53	0,02
Kepler-15 b	4,94	0,06	0,96	0,66	0,99	1,02	3,54	0,00061	6,72	0,04
Kepler-18 c	7,64	0,08	0,49	0,05	1,11	0,97	2,05	0,000015	3,9	0,001
CoRoT-20 b	9,24	0,09	0,84	4,24	0,92	1,14	4,21	0,093	7,51	4,02
Kepler-20 c	10,85	0,09	0,27	0,05	0,94	0,91	1,48	0,000035	2,72	0,0019
Kepler-11 c	13,03	0,11	0,26	0,01	1,1	0,95	1,61	0,00004	3,06	0,0027
Kepler-18 d	14,86	0,12	0,62	0,05	1,11	0,97	3,14	0,00007	5,98	0,0045
Kepler-9 b	19,22	0,14	0,99	0,14	1,1	1	4,99	0,00075	9,46	0,049
Kepler-11 d	22,69	0,16	0,28	0,02	1,1	0,95	3,29	0,0043	6,25	0,28
Kepler-30 b	29,33	0,18	0,35	0,04	0,95	0,99	4,26	0,075	8,11	4,86
Kepler-9 c	39,03	0,23	0,95	0,1	1,1	1	7,01	0,0069	13,28	0,44
Kepler-11 f	46,69	0,25	0,22	0,01	1,1	0,95	3,36	0,008	6,38	0,52
Kepler-20 d	77,61	0,35	0,25	0,06	0,94	0,91	3,8	0,03	6,71	1,12
CoRoT-9 b	95,27	0,41	0,94	0,84	0,94	0,99	24,43	54,5	46,19	3430
Kepler-30 d	143,34	0,5	0,79	0,07	0,95	0,99	14,99	6,42	28,51	419
KOI-620.02	130,19	0,51	0,87	0,02	0,91	1	10,4	0,22	19,77	14,1
Kepler-35(AB) b	131,46	0,6	0,73	0,13	1	1,7	17,39	33,4	33	2150
Kepler-22 b	289,86	0,85	0,21	0,11	0,98	0,97	29,38	471000	55,88	30700000
Kepler-34(AB) b	288,82	1,09	0,76	0,22	1,1	2,07	29,98	1200	56,44	72900

R_* = raio da estrela. M_* = massa da estrela. P_p = período orbital do planeta. a_p = semi-eixo orbital do planeta. $a_{s,max}^{prog}$ - semi-eixo orbital máximo da lua (caso prógrado). $a_{s,max}^{retrog}$ - semi-eixo orbital máximo da lua (caso retrógrado). $m_{s,max}^{prog}$ - massa máxima da lua (caso prógrado). $m_{s,max}^{retrog}$ - massa máxima da lua (caso retrógrado).

2.5 Detecção de Exoluas

Os métodos de busca de exoluas são, em geral, baseados em métodos já existentes de detecção de exoplanetas. Nesta seção, apresentaremos as principais técnicas, mostrando inicialmente sua aplicação na detecção de exoplanetas, e a seguir explicando como cada uma poderia ser empregada na busca por exoluas.

2.5.1 Detecção Direta

Detecção direta consiste em separar espacial ou espectroscopicamente a luz do planeta da luz emitida pela estrela. A luz emitida pelo planeta pode ser tanto reflexo do brilho estelar quanto emissão térmica do planeta.

A principal complicação para alcançar este objetivo é o contraste entre planeta e estrela, que, no caso da luz refletida⁵, pode ser calculado pela expressão:

$$\frac{I_p}{I_*} d\lambda = g_p c(f_p) \frac{\pi R_p^2}{4\pi a_p^2} d\lambda, \quad (2.9)$$

sendo que g_p indica o albedo geométrico, ou seja, quanto da luz incidente da estrela sobre o planeta é refletida, e $c(f_p)$ varia de 0 a 1, e representa a fase do planeta, variando, portanto, de acordo com a posição do planeta na órbita.

Podemos reescrever a Equação 2.9 em função de parâmetros típicos:

$$\frac{I_p}{I_*} d\lambda = 5,5 \times 10^{-8} \left(\frac{R_p}{R_J} \right)^2 \left(\frac{AU}{a_p} \right)^2 g_p c(f_p) d\lambda. \quad (2.10)$$

Fica claro pela Equação 2.10 que o contraste atinge valores muito pequenos, sendo melhorado para planetas maiores.

Além deste, outro fator que dificulta a detecção direta é a separação angular entre planeta e estrela, pois dessa separação depende a capacidade de resolver a luz do planeta e a da estrela. Telescópios possuem uma resolução angular limitada pelo *disco de Airy*:

$$\theta_A \approx 1,22 \frac{\lambda}{D_t}, \quad (2.11)$$

sendo λ o comprimento de onda da observação e D_t o diâmetro do telescópio sendo

⁵Consideramos nesta expressão apenas a luz refletida, uma vez que a emissão própria do planeta na faixa visível do espectro eletromagnético é desprezível. Na faixa infravermelho, por exemplo, deveríamos considerar também a emissão própria do planeta.

utilizado. Podemos estimar o semi-eixo orbital mínimo que um planeta deve possuir para ser detectado usando $\theta_A = a_{p,min}/d$, onde d é a distância do observador à fonte, e obtemos:

$$a_{p,min} = 1,22 \frac{\lambda d}{D_t}. \quad (2.12)$$

A Equação 2.12 pode ser reescrita usando valores típicos de D_t , λ e d :

$$a_{p,min} = (1,38 \text{ AU}) \left(\frac{d}{10 \text{ pc}} \right) \left(\frac{\lambda}{550 \text{ nm}} \right) \left(\frac{1 \text{ m}}{D_t} \right). \quad (2.13)$$

Podemos ver pela Equação 2.13 que planetas próximos à estrela são mais prováveis de serem observados usando telescópios com diâmetro maior e observando estrelas próximas da Terra. Comprimentos de onda menores permitem a detecção de semi-eixos orbitais menores, no entanto nesses comprimentos de onda o contraste é menor, o que dificulta a observação. Técnicas como interferometria e coronografia podem melhorar as condições de observação direta.

Apesar de todas as dificuldades, 58 exoplanetas já foram diretamente imageados, sendo que a primeira imagem direta foi obtida em 2004 (CHAUVIN et al., 2004). As observações deste planeta foram feitas no infravermelho, utilizando o telescópio VLT (Very Large Telescope) do ESO, no Chile. A Figura 2.5 mostra a imagem obtida deste exoplaneta.

Se a detecção de exoplanetas por imagens diretas já é complicada, essa tarefa se torna ainda mais improvável quando se discute a detecção de exoluas por este método.

Para exemplificar, calculamos o contraste de uma exolua de $1 R_{\oplus}$ com uma estrela. Substituindo R_p na Equação 2.10, e considerando $a_p = 1 \text{ UA}$, obtemos $4,5 \times 10^{-10}$ para o contraste, ou seja, mais de 120 vezes menor do que o contraste planeta-estrela.

Se considerarmos também a resolução angular, o quadro parece ainda mais improvável. A máxima separação que uma lua pode ter de um planeta é dada pelo Raio de Hill (Equação 2.3). Dessa forma, a separação angular entre lua e planeta, para o caso de um planeta análogo a Júpiter, é cerca de 14 vezes inferior à separação entre planeta e estrela. Se o sistema em questão estiver à distância de 10 pc, a separação angular entre estrela e planeta é de $\sim 17,5 \text{ mas}$, enquanto a separação entre lua e planeta será de $\sim 1,2 \text{ mas}$.

Por tudo isso, parece claro que, ao menos na atual geração de telescópios, mesmo

Figura 2.5 - Exoplaneta 2M1207 b.

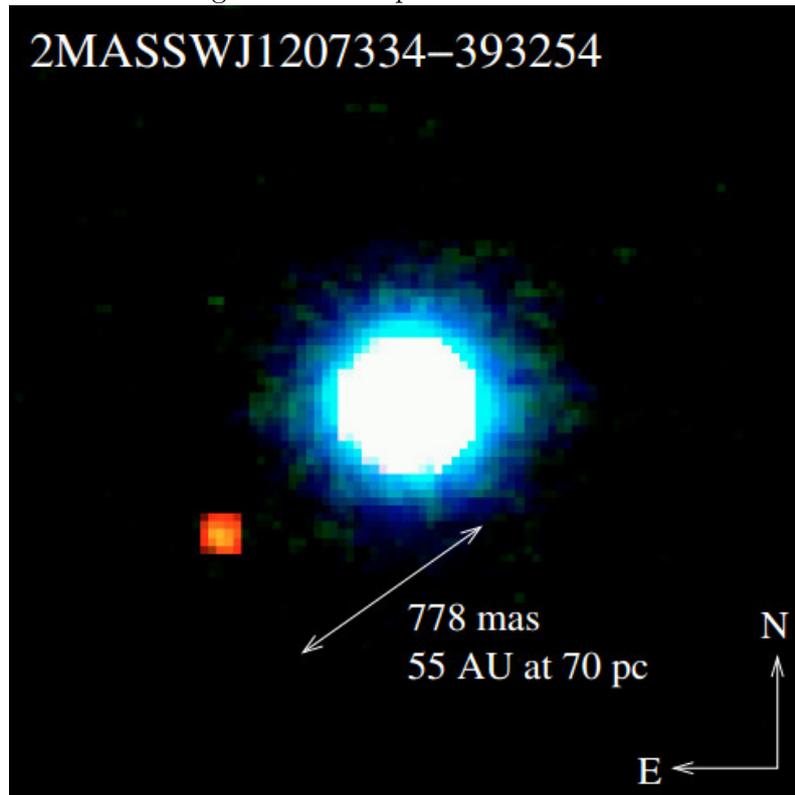


Imagem direta do exoplaneta 2M1207b, obtida com o telescópio VLT do ESO, no Chile. As imagens foram obtidas no infravermelho.

Fonte: Chauvin et al. (2004).

com as técnicas mais avançadas, a obtenção de imagens diretas de exoluas ainda está muito distante da realidade.

No entanto, existe também a possibilidade de detecção direta espacialmente não-resolvida, que consiste na detecção direta dos fótons de um exoplaneta sem que este seja angularmente separado da estrela hospedeira. Existem várias técnicas deste tipo, como acompanhamento de variações de fase (MARTINS et al., 2015), polarimetria (WIKTOROWICZ, 2013), eclipses secundários (CHARBONNEAU et al., 2005) e outras. Embora estas técnicas já sejam aplicadas atualmente na busca por exoplanetas, ainda não está claro se a próxima geração de telescópios terá o potencial para detectar exoluas por algum destes métodos.

2.5.2 Detecção Indireta

Os métodos indiretos de detecção buscam localizar exoplanetas através dos efeitos que eles causam em sua estrela hospedeira. Estes podem ser classificados em dois tipos:

- efeitos na posição da estrela; e
- efeitos na fotometria da estrela.

O primeiro efeito ocorre porque, quando uma estrela possui um ou mais planetas em sua órbita, ela também se movimenta ao redor do centro de massa comum. Monitorando-se continuamente a posição (astrometria) ou o movimento (velocidades radiais) da estrela, espera-se determinar este movimento, inferindo, portanto, a presença dos planetas. Este movimento também pode ser detectado se a estrela for um pulsar, através de variações no pulso captado.

Em primeira aproximação, o movimento causado na estrela por um exoplaneta com uma lua parece ser idêntico ao de um exoplaneta solitário. No entanto, isso só é verdadeiro como aproximação. Lewis et al. (2008) demonstraram que o sinal de um exoplaneta de $1 M_J$ acompanhado de uma exolua de $0,003 M_J$ é diferente do sinal de um exoplaneta de $1,003 M_J$. A análise dos autores neste caso foi feita para tempos de pulsares, mas devido à semelhança entre os métodos, seus resultados podem ser estendidos.

No caso de um exoplaneta com um satélite, a variação do movimento da estrela é formado por duas componentes: um termo dominante, que consiste em uma massa pontual de $(m_p + m_s)$, e um termo residual, causado pelo movimento da lua em órbita do planeta. Dessa forma, identificando-se o termo residual, pode-se detectar a exolua. A grande dificuldade aqui é identificar este segundo termo, cuja amplitude é muito pequena na maioria dos casos.

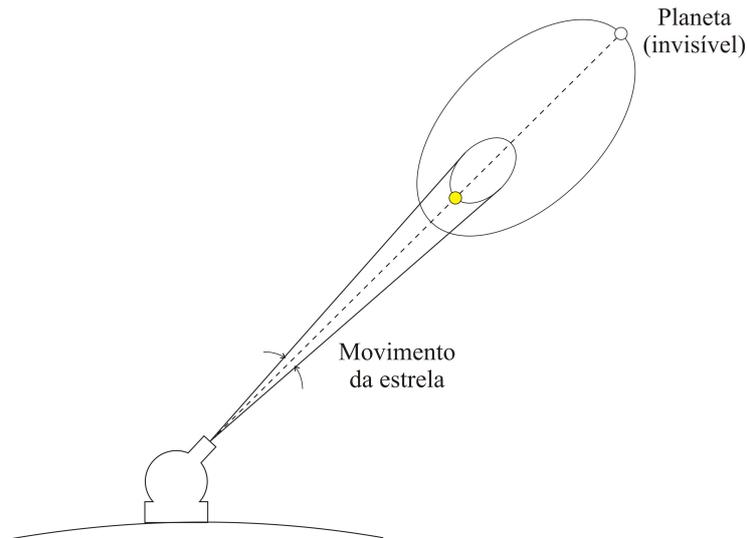
O segundo efeito indireto de exoplanetas ocorre quando estes interferem na maneira como captamos a luminosidade da estrela, podendo esta ser aumentada (microlentes gravitacionais) ou diminuída (trânsitos planetários).

2.5.2.1 Astrometria

Astrometria é a técnica mais fundamental de buscar companheiras para as estrelas, e vem sendo aplicada desde o século XIX. Por exemplo, foi com este método que se

descobriu que a estrela Sirius é, na verdade, um sistema estelar binário. Esta técnica consiste em monitorar com precisão a posição da estrela ao longo do tempo, a fim de medir diretamente a projeção de seu movimento no plano do céu, como representado na Figura 2.6.

Figura 2.6 - Astrometria.



Devido à presença de um planeta, a estrela descreve um movimento ao redor do centro de massa. A observação precisa da posição da estrela permite determinar este movimento e inferir a existência do exoplaneta.

Fonte: Produção do autor.

A amplitude do movimento da estrela ao redor do centro de massa é dada por:

$$\delta\theta = \frac{m_p a_p}{m_* d} \quad (2.14)$$

$$= (0,1 \text{ mas}) \left(\frac{m_p}{M_J} \right) \left(\frac{M_\oplus}{m_*} \right) \left(\frac{a_p}{\text{UA}} \right) \left(\frac{10 \text{ pc}}{d} \right), \quad (2.15)$$

onde m_p e m_* são as massas do planeta e da estrela, a_p é o semi-eixo orbital do planeta e d é a distância do sistema ao observador.

A Tabela 2.6 mostra a amplitude do movimento de uma estrela semelhante ao Sol causado pela presença de exoplanetas hipotéticos análogos aos planetas do Sistema Solar a diferentes distâncias do observador. Em conjunto com a Equação 2.15, fica claro que a detecção é mais fácil para planetas mais massivos e mais distantes da

Tabela 2.6 - Amplitude astrométrica de exoplanetas análogos aos do Sistema Solar a diferentes distâncias do observador.

Planeta	m_p (M_J)	a_p (UA)	$\delta\theta$ a 5 pc (mas)	$\delta\theta$ a 10 pc (mas)	$\delta\theta$ a 15 pc (mas)
Terra	$3,15 \times 10^{-3}$	1	$6,3 \times 10^{-4}$	$3,15 \times 10^{-4}$	$2,1 \times 10^{-4}$
Júpiter	1	5,19	1,04	0,52	0,35
Saturno	0,30	9,55	0,57	0,29	0,19
Urano	0,04	19,18	0,15	0,08	0,05
Netuno	0,05	30,02	0,30	0,15	0,10

m_p = massa planetária. a_p = semi-eixo orbital. $\delta\theta$ = amplitude astrométrica do movimento da estrela devido à presença do planeta.

estrela. No entanto, planetas mais distantes possuem período orbital maior, o que exige mais tempo de observações para a detecção do movimento completo da estrela.

Kipping (2011b) demonstra que o sinal astrométrico residual causado por uma exolua em órbita de um exoplaneta é:

$$\delta\theta_{res} = (0,147 \text{ nas}) \left(\frac{d}{10 \text{ pc}} \right) \left(\frac{m_s}{M_\oplus} \right) \left(\frac{a_p}{\text{UA}} \right) \left(\frac{m_p}{M_J} \right)^{2/3} \left(\frac{M_\odot}{m_*} \right)^{5/3}. \quad (2.16)$$

A missão GAIA, da Agência Espacial Européia (ESA), possui uma precisão da ordem de $20 \mu\text{as}$ para estrelas de magnitude 15 e $200 \mu\text{as}$ para estrelas de magnitude 20. Dessa forma, a precisão necessária para a detecção astrométrica de exoluas parece muito além do que pode ser atingido num futuro próximo.

2.5.2.2 Velocidades Radiais

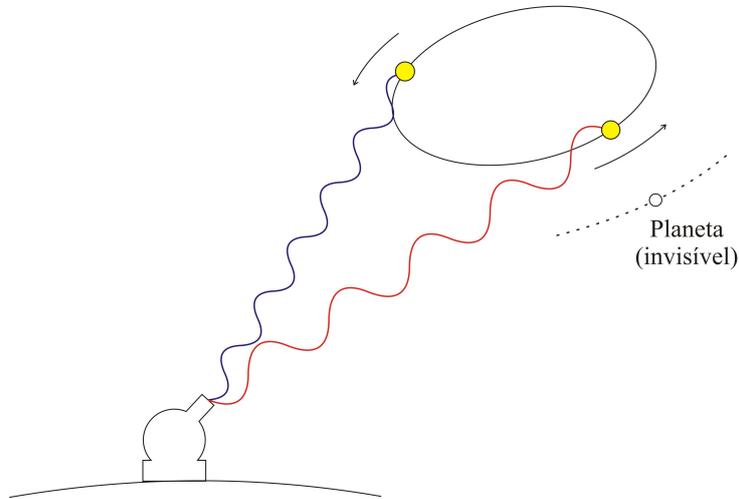
De maneira semelhante à astrometria, a medida de velocidades radiais serve para identificar o movimento da estrela ao redor do centro de massa. Porém, ao invés de medir diretamente sua posição, esta técnica consiste em medir sua velocidade, através do efeito Doppler-Fizeau, ou seja, do deslocamento das linhas espectrais para frequências mais altas (em direção à cor azul) ou mais baixas (em direção à cor vermelha), dependendo se o movimento ocorre na direção do observador ou na direção contrária, respectivamente. A Figura 2.7 mostra um esquema desta técnica.

A medida da velocidade da estrela se relaciona com o deslocamento da linha espectral observada através da equação:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{V_r}{c}, \quad (2.17)$$

onde λ e $\Delta\lambda$ representam o comprimento de onda da linha espectral e sua variação,

Figura 2.7 - Velocidades radiais.



Devido à presença de um planeta, a estrela descreve um movimento ao redor do centro de massa, que pode ser detectado através do efeito Doppler-Fizeau: deslocamento de linhas espectrais da estrela de acordo com o sentido de movimento. Quando a estrela se aproxima do observador, o deslocamento é em direção a comprimentos de onda menores (azul); quando esta se afasta, o deslocamento é em direção a comprimentos de onda maiores (vermelho). A intensidade do deslocamento permite medir a velocidade da estrela e detectar o planeta.

Fonte: Produção do autor.

V_r é a velocidade radial (ao longo da linha de visada da estrela) e c é a velocidade da luz.

Após monitorar o movimento da estrela e remover outras fontes de movimento, observa-se uma variação oscilatória, cuja amplitude é dada por:

$$K = \left(\frac{2\pi G}{P_p} \right)^{1/3} \frac{m_p \sin i_p}{(m_* + m_p)^{2/3}} \frac{1}{\sqrt{1 - e_p^2}}, \quad (2.18)$$

que, para o caso de um planeta em órbita circular e com massa muito menor do que

a da estrela, pode ser aproximada por:

$$K \approx \left(\frac{2\pi G}{P_p} \right)^{1/3} \frac{m_p \sin i_p}{m_*^{2/3}} \quad (2.19)$$

$$\approx (28,44 \text{ m s}^{-1}) \sin i_p \left(\frac{m_p}{M_J} \right) \left(\frac{P_p}{1 \text{ ano}} \right)^{-1/3} \left(\frac{m_*}{M_\odot} \right)^{-2/3} \quad (2.20)$$

Tabela 2.7 - Velocidades radiais de estrelas hospedando exoplanetas análogos aos do Sistema Solar.

Planeta	m_p (M_J)	P_p (anos)	K (m s^{-1})
Terra	$3,15 \times 10^{-3}$	1	0,089
Júpiter	1	11,86	12,47
Saturno	0,30	29,46	2,76
Urano	0,04	84,32	0,26
Netuno	0,05	164,79	0,26

m_p = massa planetária. P_p = período orbital. K = semi-amplitude da variação da velocidade radial da estrela hospedeira.

A Tabela 2.7 mostra amplitudes de velocidades radiais de exoplanetas análogos aos do Sistema Solar. Vê-se claramente que esta técnica é mais adequada para planetas mais massivos e mais próximos da estrela, ao contrário da astrometria, que é mais sensível para semi-eixos orbitais maiores.

A precisão atual das medidas de velocidades radiais é por volta de 1 m s^{-1} (ESO, 2013). Projetos futuros pretendem melhorar esta precisão para a ordem de alguns cm s^{-1} (PROBST et al., 2014).

Morais e Correia (2008) estudaram a possibilidade de detecção de exoluas usando este método. Segundo os autores, a amplitude da velocidade radial devido à presença de um planeta binário formado por dois Júpiteres seria da ordem de $10^{-5} - 10^{-6} \text{ m s}^{-1}$. Para o caso de um planeta com a massa de Júpiter acompanhado por uma lua com a massa da Terra, o desafio é ainda maior: a velocidade radial residual neste caso seria da ordem de $10^{-7} - 10^{-8} \text{ m s}^{-1}$. Isso demonstra que esta técnica, apesar do grande número de exoplanetas detectados, não é adequada para a busca por exoluas.

2.5.2.3 Tempos de Pulsares

Uma estrela de nêutrons é um dos possíveis estágios finais da vida de uma estrela. Estrelas com massa superior a $8 M_{\odot}$ passam por eventos de supernova quando sua energia nuclear é esgotada, ejetando suas camadas mais externas. As camadas mais internas colapsam devido à gravidade, resultando num objeto altamente compacto e massivo, formado basicamente por nêutrons. Devido à conservação do momento angular, uma estrela de nêutrons possui altíssima velocidade de rotação, e emite radiação eletromagnética na forma de dois cones, na direção do eixo magnético, que pode ou não estar alinhado com seu eixo de rotação. Quando um destes feixes está na direção da Terra, então o objeto recebe o nome de *pulsar*, pois picos de radiação são detectados a cada rotação da estrela, na forma de pulsos.

O período de rotação pode ser da ordem de alguns milissegundos para os pulsares mais rápidos. A precisão na medida do período dos pulsos também impressiona. O pulsar mais preciso até hoje, PSR J0437-4715, possui resíduos da ordem de 130 ns (VAN STRATEN et al., 2001).

Como no caso de estrelas que hospedam planetas, um pulsar que seja acompanhado de um ou mais exoplanetas se move ao redor do centro de massa do sistema. Nesse caso, devido à variação da sua distância até à Terra, são observadas variações no tempo de chegada dos pulsos. Dessa forma, monitorando-se a chegada dos pulsos de um pulsar, pode-se detectar seus exoplanetas.

A amplitude da variação no tempo de chegada dos pulsos é dada por:

$$\delta T = \frac{a_*}{c} \sin i \quad (2.21)$$

$$= \frac{a_p m_p}{c m_*} \sin i \quad (2.22)$$

$$= (1,5 \text{ ms}) \sin i \left(\frac{m_p}{M_{\oplus}} \right) \left(\frac{P}{\text{ano}} \right)^{2/3} \left(\frac{M_{\odot}}{m_*} \right). \quad (2.23)$$

A Tabela 2.8 exemplifica esta técnica estimando a variação no tempo de pulsares devido à presença de planetas análogos aos do Sistema Solar. O pulsar considerado no exemplo possui $2 M_{\odot}$. Vê-se por esta tabela que esta técnica permite a detecção de planetas com massa semelhante à da Terra, e mesmo menores. Na verdade, a variação de tempos de pulsares é o método que permite a detecção dos planetas menos massivos.

Tabela 2.8 - Variação no tempo de um pulsar de $2 M_{\odot}$ devido à presença de planetas análogos aos do Sistema Solar.

Planeta	m_p (M_{\oplus})	P_p (anos)	δT (ms)
Terra	1	1	0,75
Júpiter	317,8	11,86	1239,57
Saturno	95,16	29,46	680,77
Urano	14,54	84,32	209,69
Netuno	17,15	164,79	386,62

m_p = massa planetária. P_p = período orbital. δT = amplitude da variação do tempo de chegada dos pulsos do pulsar devido à presença dos planetas hipotéticos.

Lewis et al. (2008) demonstraram que a variação no tempo de chegada dos pulsos devido à presença de uma exolua ao redor de um planeta é dada por:

$$\delta T_{res} = \frac{9 \sin i_p}{16} \frac{m_p m_s}{(m_p + m_s)^2} \frac{a_p}{c} \left(\frac{2a_s}{a_p} \right)^5 \quad (2.24)$$

$$\approx (41,9 \mu s) \sin i_p \left(\frac{m_s}{M_{\oplus}} \right) \left(\frac{a_p}{UA} \right) \left(\frac{m_p}{M_J} \right)^{2/3} \left(\frac{M_{\odot}}{m_*} \right)^{5/3}. \quad (2.25)$$

Estes valores estão dentro da precisão atual, o que torna esta técnica promissora na busca por exoluas. No entanto, como vimos na Tabela 1.1, são conhecidos apenas 19 planetas em órbitas de pulsares, o que diminui o universo de busca por exoluas. Além disso, não são claras as condições de habitabilidade destes exoplanetas e, conseqüentemente, de suas eventuais exoluas, o que diminui um pouco o interesse pela busca destes objetos, ao menos do ponto de vista da exobiologia.

2.5.2.4 Microlentes Gravitacionais

Uma das conseqüências previstas na Teoria Geral da Relatividade é que fótons são sujeitos à atração gravitacional. Dessa forma, a luz emitida por uma estrela (chamada de *fonte*) sofre deflexão por um ângulo α ao passar por uma massa pontual M_l (chamada *lente*):

$$\alpha = \frac{4GM_l}{c^2 l} = \frac{2R_s}{l}, \quad (2.26)$$

onde l indica a distância que os fótons passam da fonte e R_s é conhecido como *Raio de Schwarzschild*.

A maneira como o efeito é visualizado pelo observador depende da resolução angular do detector. Caso a resolução do detector seja menor do que α , então a fonte é vista duplicada, e o evento é chamado de *macrolente gravitacional*; caso contrário, o efeito

visto é de amplificação da fonte, e o evento recebe o nome de *microlente gravitacional*.

A amplificação depende da configuração do sistema, incluindo a massa da lente e a distância relativa entre fonte e lente, e pode durar alguns dias ou até algumas semanas. Ela pode ser calculada pela equação (SACKETT, 1999):

$$A = \frac{u^2 + 2}{u\sqrt{u^2 + 4}}, \quad (2.27)$$

onde $u = \theta_s/\theta_E$, sendo θ_s a distância angular entre a fonte e a lente, e θ_E o raio de Einstein, dado por:

$$\theta_E = \left(\frac{4GM_l}{c^2} \frac{d_{LS}}{d_L d_S} \right), \quad (2.28)$$

onde d_L é a distância do observador à lente, d_S é a distância do observador à fonte e d_{LS} é a distância da lente à fonte.

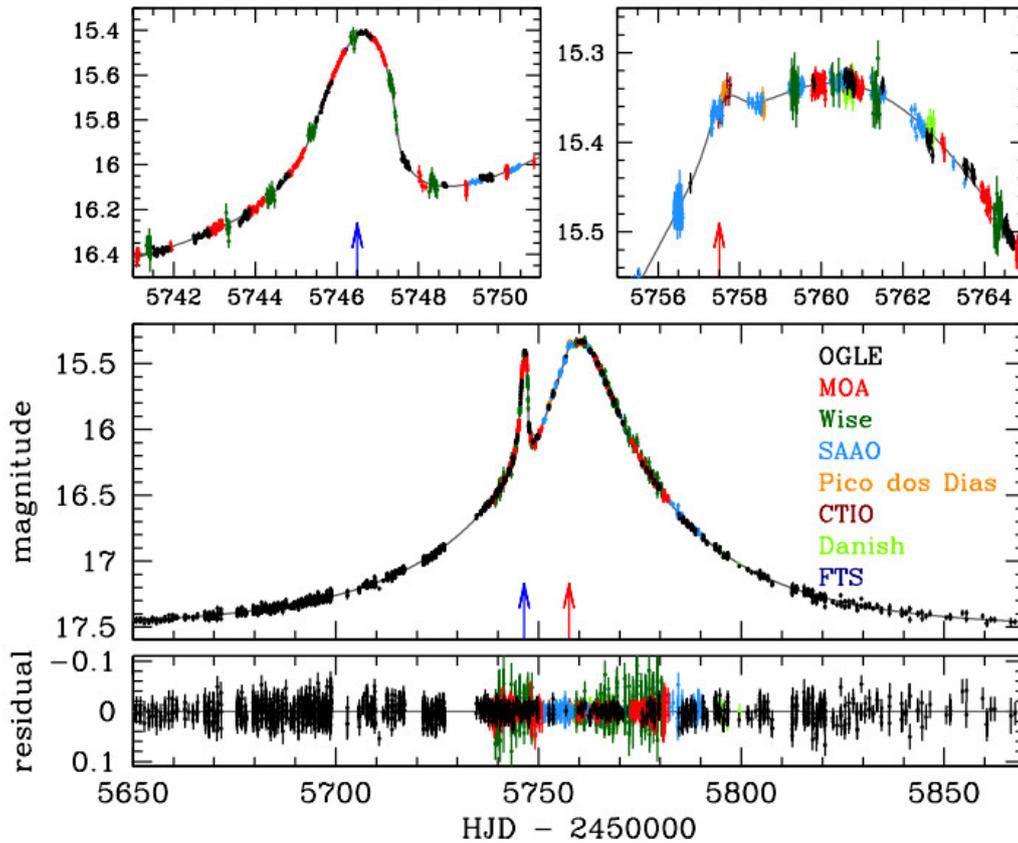
A amplificação produzida pela passagem da lente tem a forma de um pico simétrico. Caso a lente possua um planeta em órbita, então um segundo pico é detectado, como pode ser visto na Figura 2.8.

Este método é bastante sensível, e pode ser usado tanto na detecção de exoplanetas gigantes quanto terrestres, preferencialmente a distâncias moderadas da estrela (algumas UA). Não é adequado para exoplanetas próximos à estrela. Também pode ser aplicado à detecção de exoplanetas *flutuantes*, ou seja, que não estão ligados a uma estrela (SUMI et al., 2011).

Liebig e Wambsganss (2010) estudaram a possibilidade de detecção de exoluas usando microlentes gravitacionais. Suas conclusões mostram que uma exolua com a massa da Terra orbitando um exoplaneta semelhante a Saturno a 2,5 UA da estrela hospedeira tem cerca de 30% de chances de ser detectada, desde que as observações sejam feitas com precisão de 20 mmag e com amostragem de 15 minutos. Essa probabilidade cai à medida que diminui a separação entre planeta e estrela, o que torna as chances de detecção de uma exolua habitável muito pequenas. Além disso, eventos de microlentes gravitacionais não se repetem, o que impede a realização de novas medidas para caracterização dos exoplanetas detectados.

Foi através de microlentes gravitacionais que Bennett et al. (2014) descobriram uma possível exolua, em órbita de um planeta flutuante. No entanto, devido à degenerescência no sistema, não é possível distinguir com certeza se o evento corresponde a um sistema formado por um planeta com um satélite ou a uma estrela com

Figura 2.8 - Detecção do exoplaneta OGLE-2011-BLG-0265L.



Detecção de exoplanetas por microlente gravitacional, ou seja, amplificação do brilho de uma estrela de fundo devido à gravidade de uma massa (lente) que cruza próximo à linha de visada. Neste caso, dois exoplanetas orbitando a estrela lente são detectados através de deformações na curva de amplificação da estrela de fundo, marcados pelas setas no painel inferior e mostradas em destaque nos painéis superiores.

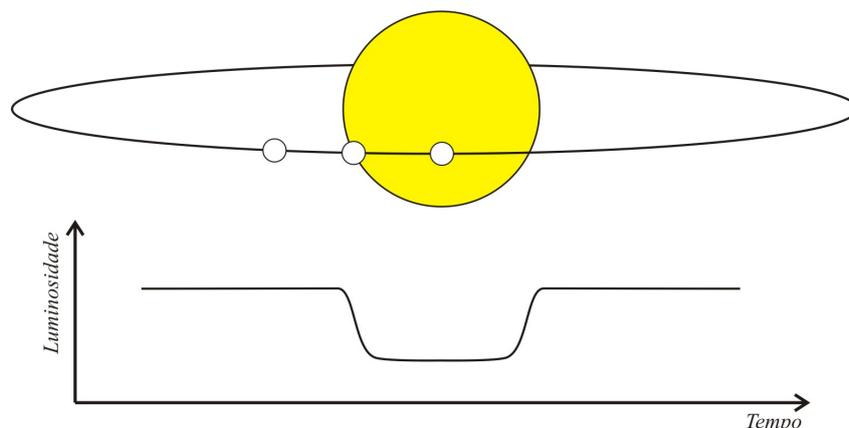
Fonte: Skowron et al. (2015).

um planeta gasoso.

2.5.2.5 Trânsitos

Um trânsito planetário ocorre sempre que um planeta cruza diante da sua estrela ao longo da linha de visada, causando um pequeno eclipse. Para que isto ocorra, o plano orbital do planeta deve ser aproximadamente perpendicular ao plano do céu. Desta forma, monitorando-se a fotometria da estrela com precisão, pode-se identificar um ou mais planetas em órbita da estrela, bem como obter a medida de seus parâmetros físicos e orbitais. O gráfico do fluxo aparente da estrela em função do tempo recebe o nome de *curva de luz*. A Figura 2.9 mostra um esquema desta técnica.

Figura 2.9 - Trânsitos planetários.



Um trânsito planetário ocorre quando um exoplaneta cruza diante da estrela, encobre parte de sua superfície, causando um pequeno decréscimo no fluxo observado. A detecção dos trânsitos permite a detecção e medida dos parâmetros do exoplaneta.

Fonte: Produção do autor.

Como aproximação, o raio do planeta pode ser obtido a partir da profundidade do trânsito:

$$\delta_p = \left(\frac{R_p}{R_*} \right)^2, \quad (2.29)$$

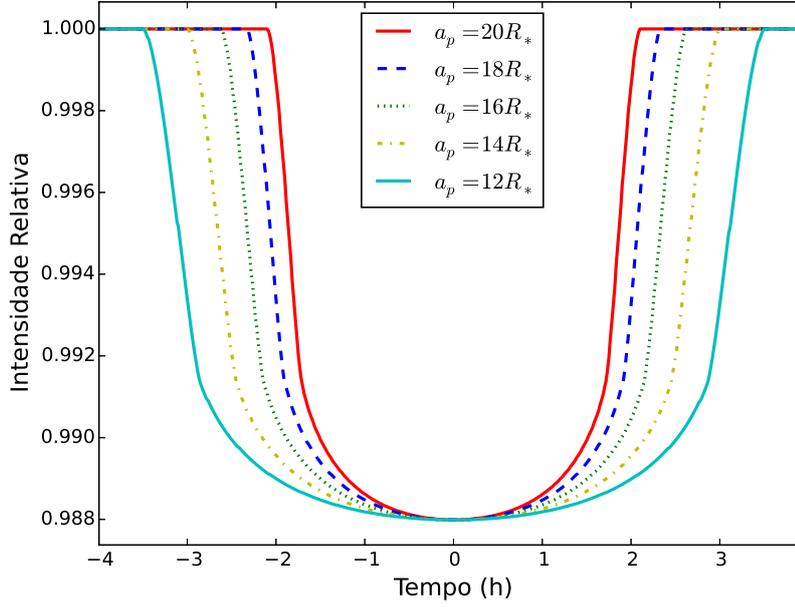
onde o termo δ_p representa a diminuição relativa no brilho observado da estrela.

Além do raio, pode-se medir por trânsitos o período orbital, através da periodicidade com que os trânsitos ocorrem, o semi-eixo maior e o ângulo de inclinação orbital, ambos a partir da forma da curva de luz. As Figuras 2.10 e 2.11, geradas com o modelo de [Tusnski e Valio \(2011\)](#), exemplificam como a forma das curvas de luz varia com os parâmetros orbitais do planeta.

Além dos parâmetros orbitais, a forma das curvas de luz depende do escurecimento de bordo da estrela hospedeira. Este efeito está relacionado ao gradiente de temperatura da estrela, que geralmente faz com que a estrela tenha temperatura mais alta no centro. Isso é válido para a faixa ótica do espectro eletromagnético, e faz com que a estrela seja mais brilhante no centro do que nas regiões mais próximas à borda.

O escurecimento de bordo da estrela pode ser aproximado por diferentes expressões matemáticas: linear, quadrática e não linear, respectivamente, com um, dois e quatro parâmetros ([SING, 2010](#)). A Figura 2.12 mostra curvas de luz do mesmo planeta simuladas com escurecimento de bordo considerando diferentes pares de parâmetros

Figura 2.10 - Variação das curvas de luz com o semi-eixo orbital.



Curvas de luz simuladas de um planeta gigante gasoso ($R_p/R_* = 0.1$) com período de 10 dias e semi-eixo orbital de $a_p/R_* = 20, 18, 16, 14$ e 12 .

Fonte: Produção do autor.

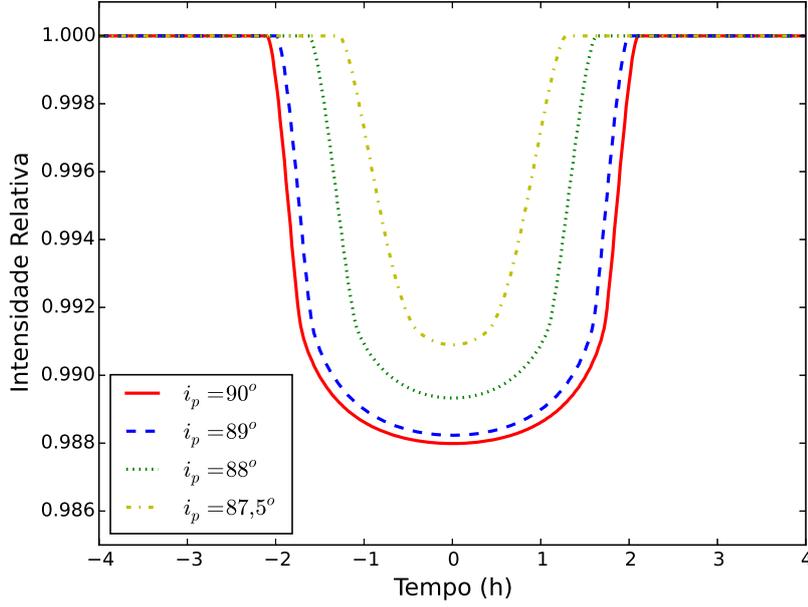
aplicados a uma lei quadrática dada por:

$$\frac{I(\mu)}{I(0)} = 1 - u_1(1 - \mu) - u_2(1 - \mu)^2, \quad (2.30)$$

onde μ é o ângulo entre a linha de visada e a normal à superfície estelar, e u_1 e u_2 são dois parâmetros variando de 0 a 1. Nota-se que a profundidade do trânsito varia significativamente de acordo com os parâmetros usados, o que indica que conhecer o escurecimento de bordo com precisão é fundamental para se medir os parâmetros planetários corretamente. Em geral, estes parâmetros podem ser ajustados diretamente das curvas de luz, juntamente com os parâmetros planetários. Outra alternativa para reduzir o número de parâmetros no ajuste das curvas de luz é utilizar modelos de atmosferas estelares para estimar o escurecimento da estrela.

A Figura 2.13 mostra a geometria dos trânsitos planetários para órbitas circulares. A partir dela, podemos calcular a probabilidade de ocorrer trânsitos. Para isso, calculamos a razão entre as orientações orbitais que podem resultar em trânsitos, representada pelo cilindro de raio a_p e altura $2r_*$, e todas as orientações orbitais

Figura 2.11 - Variação das curvas de luz com a inclinação orbital.



Curvas de luz simuladas de um planeta gigante gasoso ($R_p/R_* = 0.1$) com período de 10 dias e inclinação orbital de 90, 89, 88 e 87,5°.

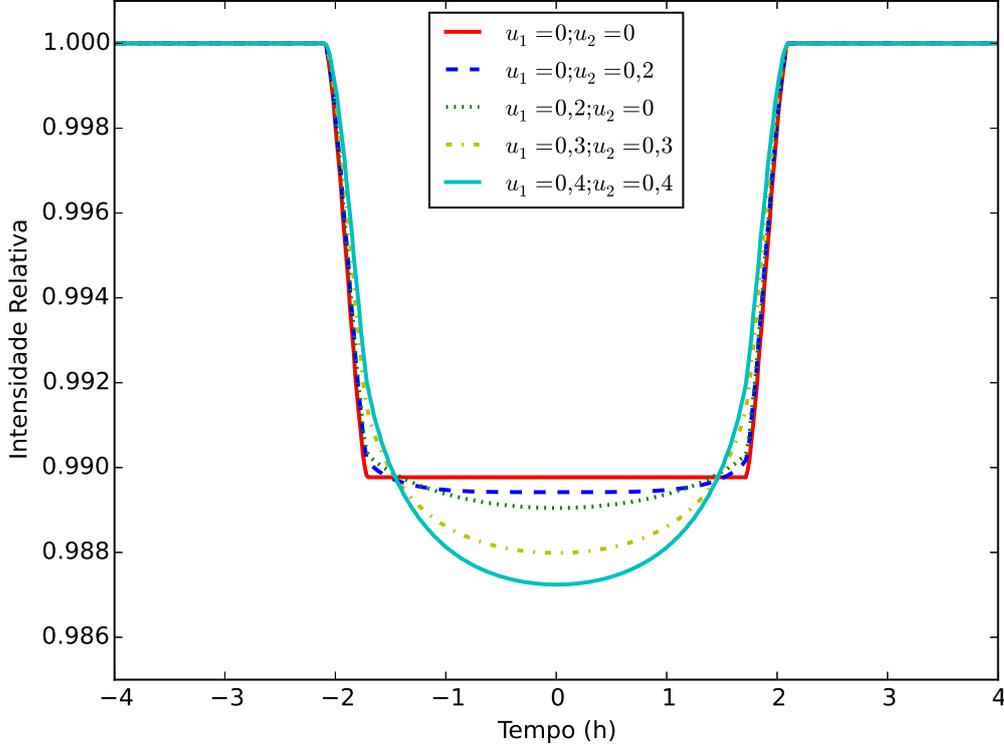
Fonte: Produção do autor.

possíveis, representada pela esfera centrada na estrela com raio a_p (OLLIVIER et al., 2009; BORUCKI; SUMMERS, 1984). Com isso, obtemos:

$$\mathcal{P} = \frac{r_*}{P_p^{2/3}} \left(\frac{4\pi^2}{Gm_*} \right)^{1/3}. \quad (2.31)$$

O tempo de trânsito também pode ser estimado a partir dos parâmetros planetários (OLLIVIER et al., 2009). Para isso, vamos considerar como aproximação a representação dos trânsitos da Figura 2.13, que aproxima a trajetória do planeta diante da estrela para uma linha reta. A duração do trânsito é o tempo que o planeta leva para cruzar o segmento AB na figura, onde o parâmetro de impacto b é dado por $br_* = a_p \cos i_p$ e o comprimento do segmento AB é $2r_*\sqrt{1-b^2}$. Se considerarmos a órbita circular, então a velocidade do planeta é constante e igual a $2\pi a_p/P_p$. Com

Figura 2.12 - Variação das curvas de luz com o escurecimento de bordo.



Curvas de luz simuladas de um planeta gigante gasoso ($R_p/R_* = 0.1$) com período de 10 dias e diferentes pares de parâmetros de escurecimento de bordo da estrela, considerando a lei quadrática da Equação 2.30.

Fonte: Produção do autor.

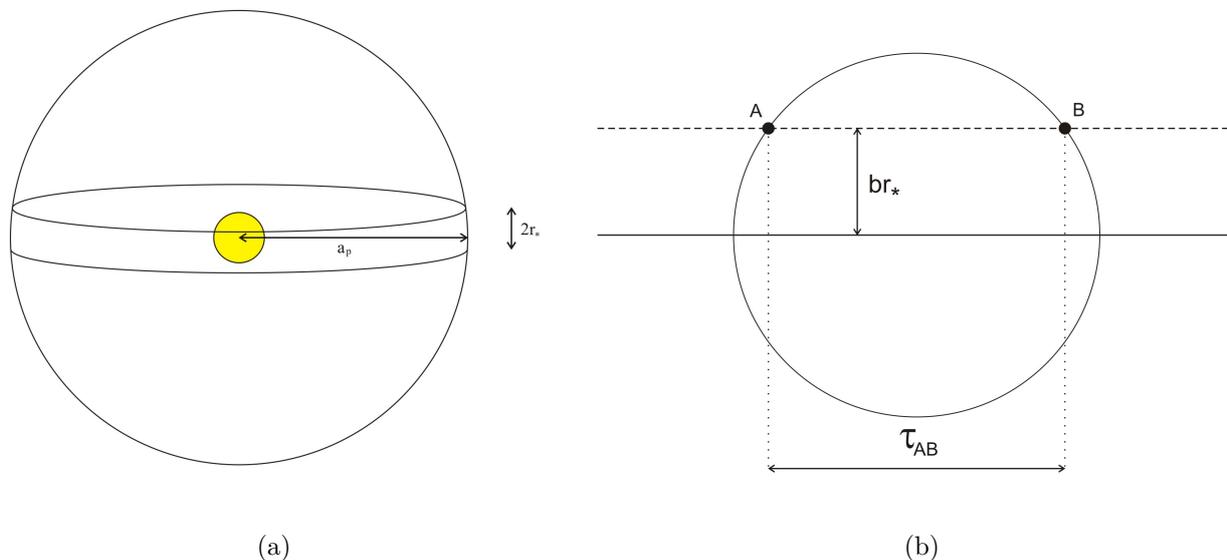
essas relações, obtemos o tempo de trânsito:

$$\mathcal{T} = \frac{2}{(2\pi)^{2/3}} \frac{r_* P_p^{1/3}}{Gm_*} \sqrt{1-b^2} \quad (2.32)$$

$$= (1,8 \text{ h}) \sqrt{1-b^2} \left(\frac{r_*}{R_\odot} \right) \left(\frac{m_*}{M_\odot} \right)^{-1/3} \left(\frac{P_p}{1 \text{ dia}} \right)^{1/3}. \quad (2.33)$$

A Tabela 2.9 mostra a profundidade δ_p , probabilidade \mathcal{P} e tempo de duração dos trânsitos \mathcal{T} para exoplanetas análogos aos do Sistema Solar. Em todos os casos, foi considerada uma estrela semelhante ao Sol e uma inclinação orbital de 90° . Em conjunto com as Equações 2.29, 2.31 e 2.33, vemos que esta técnica é mais adequada para planetas maiores e próximos da estrela. No entanto, a resolução dos

Figura 2.13 - Geometria dos trânsitos planetários.



Esquerda: a probabilidade de ocorrer trânsito é definida pela razão entre as orientações orbitais que podem resultar em trânsitos, representada pelo cilindro de raio a_p e altura $2r_*$, e todas as orientações orbitais possíveis, representada pela esfera centrada na estrela com raio a_p . **Direita:** o tempo de duração dos trânsitos é dado pelo comprimento da linha de trânsito, que pode ser aproximada pelo segmento de reta AB.

Fonte: Produção do autor.

Tabela 2.9 - Trânsitos de planetas análogos aos do Sistema Solar.

Planeta	r_p (R_{\oplus})	P_p (dias)	δ_p	\mathcal{P}	\mathcal{T} (horas)
Mercúrio	$3,5 \times 10^{-3}$	88	$1,2 \times 10^{-5}$	$8,2 \times 10^{-3}$	8,6
Vênus	$8,7 \times 10^{-3}$	225	$7,5 \times 10^{-5}$	$4,4 \times 10^{-3}$	10,9
Terra	$9,1 \times 10^{-3}$	365	$8,3 \times 10^{-5}$	$3,2 \times 10^{-3}$	12,8
Marte	$4,8 \times 10^{-3}$	687	$2,3 \times 10^{-5}$	$2,1 \times 10^{-3}$	15,8
Júpiter	$102,8 \times 10^{-3}$	4331	0,011	$6,1 \times 10^{-4}$	29,3
Saturno	$86,6 \times 10^{-3}$	10759	$7,5 \times 10^{-3}$	$3,3 \times 10^{-4}$	39,7
Urano	$36,7 \times 10^{-3}$	30799	$1,35 \times 10^{-3}$	$1,6 \times 10^{-4}$	56,4
Netuno	$35,6 \times 10^{-3}$	60190	$1,27 \times 10^{-3}$	$1,1 \times 10^{-4}$	70,5

R_p = raio planetário. P_p = período orbital. δ_p = profundidade do trânsito. \mathcal{P} = probabilidade geométrica ocorrer trânsito. \mathcal{T} = tempo de duração do trânsito.

telescópios espaciais, especialmente o Telescópio Espacial Kepler, da NASA, permitem a detecção de exoplanetas com o raio da Terra e até menores.

Além da baixa probabilidade de ocorrer trânsito, a detecção de exoplanetas distantes

da estrela é dificultada pela necessidade de observação contínua, o que é difícil, mesmo do espaço. Por exemplo, para a detecção de um exoplaneta com período orbital de 1 ano, seriam necessários ao menos três anos de observações contínuas, a fim de detectar três trânsitos consecutivos.

A técnica dos trânsitos planetários é considerada complementar ao método das velocidades radiais por dois motivos. Primeiramente, porque exoplanetas detectados por trânsitos precisam ser confirmados por outras técnicas, uma vez que outros efeitos como estrelas binárias eclipsantes de fundo podem imitar o sinal de exoplanetas em curvas de luz. Além disso, porque a observação de trânsitos planetários permite medir o ângulo de inclinação orbital e resolver a degenerescência das velocidades radiais, sendo possível calcular a massa do exoplaneta. Uma vez obtida a massa e o raio, pode-se estimar sua densidade média, o que permite estudos sobre sua composição e estrutura interna.

A presença de exoluas em órbita de um exoplaneta causa principalmente dois tipos de sinais detectáveis nos trânsitos planetários:

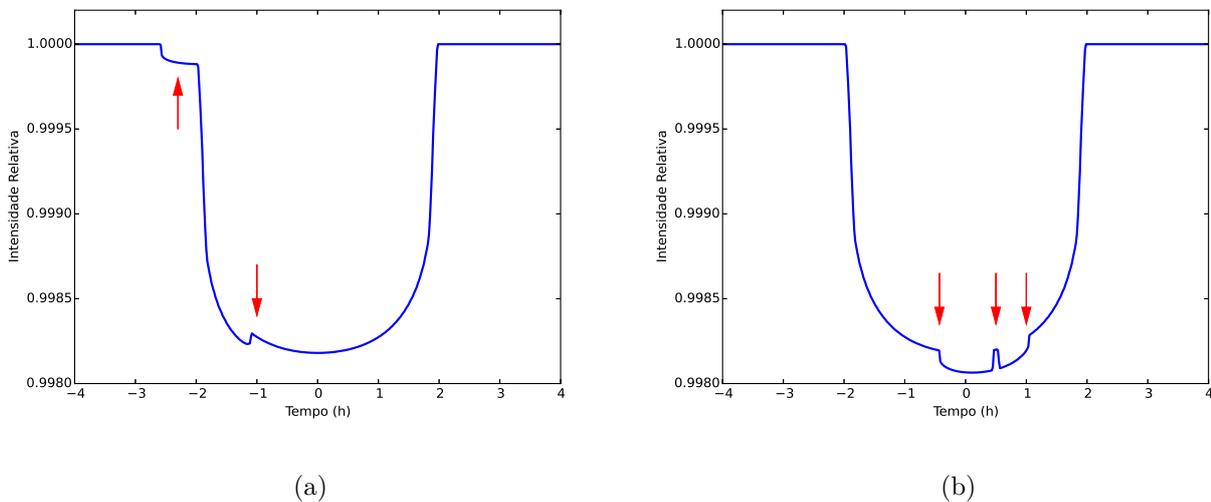
- assinaturas fotométricas na curva de luz: causadas pelo trânsito da lua separadamente do planeta ou por eventos mútuos (alinhamento entre planeta e lua);
- variações do instante central (TTV, *transit time variation*) ou na duração (TDV, *transit duration variation*): causados pela posição ou pelo movimento, respectivamente, do exoplaneta ao redor do centro de massa do sistema planeta-lua.

Anéis planetários também deixam assinaturas fotométricas na curva de luz, embora sejam, em geral, bem mais sutis e de difícil detecção. No entanto, anéis não causam efeitos temporais, uma vez que sua distribuição de massa é simétrica ao redor do planeta. Pela detecção destes sinais fotométricos, [Kenworthy e Mamajek \(2015\)](#) detectaram um sistema de anéis de grandes dimensões, formado por aproximadamente 37 anéis individuais.

2.5.2.5.1 Assinaturas Fotométricas

A Figura 2.14 mostra dois exemplos de assinaturas fotométricas de luas em órbita de exoplanetas em trânsito ([TUSNSKI; VALIO, 2011](#)). As diferenças entre os dois casos são devidas à diferente posição relativa inicial. Em ambos os casos, a lua tem

Figura 2.14 - Assinaturas fotométricas de exoluas.



Exemplos de assinaturas fotométricas, causadas pela presença de uma exolua de $1R_{\oplus}$ em órbita de um exoplaneta com o tamanho de Netuno. **(a)** As duas assinaturas ocorrem porque a lua ingressou e egressou do trânsito separadamente do planeta. **(b)** Aparecem três sinais, devido ao ingresso, eclipse pelo planeta e egresso da lua do trânsito.

Fonte: Produção do autor.

$1 R_{\oplus}$ e período de 2 dias, e o planeta tem o tamanho de Netuno e período de 20 dias.

As assinaturas fotométricas foram primeiramente notadas por Sartoretti e Schneider (1999). Em um trabalho anterior (TUSNSKI; VALIO, 2011; TUSNSKI, 2011), apresentamos um modelo desenvolvido para simular numericamente os trânsitos de exoplanetas com a possibilidade de incluir exoluas e anéis planetários. Além de apresentar o modelo, demonstramos que o Telescópio Espacial Kepler tem resolução suficiente para detectar exoluas de no mínimo $0,3 R_{\oplus}$, e o Telescópio CoRoT, $1,3 R_{\oplus}$. Nosso modelo também permite incluir manchas estelares nas simulações. Na versão atual, é possível também incluir rotação estelar e precessão dos anéis planetários. Existe uma variedade relativamente grande de modelos similares na literatura atualmente. No entanto, nenhum deles permite a simulação de todos os recursos que incluímos em nosso modelo. Por exemplo, Deeg (2009) apresenta um modelo semelhante, porém sem a inclusão de anéis planetários; Simon et al. (2009) apresentam um modelo de simulação de curvas em luz em conjunto com velocidades radiais; Kipping (2011a) apresenta um modelo de trânsitos calculados de maneira analítica,

e também apenas para exoluas.

Quando a lua ingressa ou egressa do trânsito separadamente do planeta, observa-se um pequeno degrau na curva de luz. A profundidade deste é, da mesma forma que o trânsito planetário, proporcional à razão das áreas do satélite e da estrela:

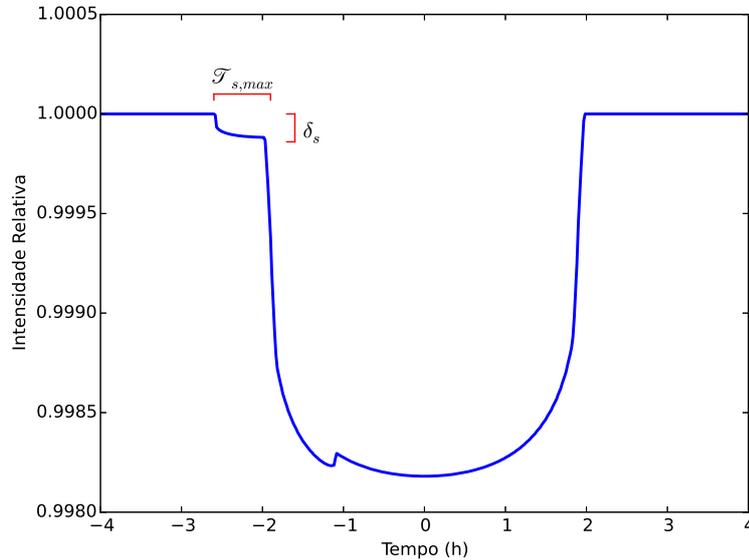
$$\delta_s = \left(\frac{R_s}{R_*} \right)^2 . \quad (2.34)$$

Podemos também calcular a duração do trânsito da exolua separadamente do planeta. Esta grandeza é importante por indicar a região na curva de luz onde eventuais sinais fotométricos de exoluas podem ser detectados. Essa duração é proporcional ao semi-eixo orbital da lua, e pode ser calculada por:

$$\mathcal{T}_s = \frac{a_{s,proj}}{v_p} , \quad (2.35)$$

onde $a_{s,proj}$ é a separação entre planeta e lua projetada no disco da estrela, e $v_p = 2\pi a_p / P_p$ é a velocidade do planeta durante o trânsito planetário.

Figura 2.15 - Profundidade e duração máxima dos trânsitos de exoluas.



A profundidade dos trânsitos de exoluas (δ_s) é proporcional ao quadrado da razão de raios do satélite e da estrela. A duração máxima ($\mathcal{T}_{s,max}$) é calculada a partir do semi-eixo orbital da exolua projetado sobre a superfície da estrela.

Fonte: Produção do autor.

A máxima separação entre planeta e lua, considerando como aproximação que ambos possuam órbitas circulares, pode ser calculada de acordo com as Equações 2.5 e 2.6:

$$a_{s,max}^{prog} = 0,4895R_H = 0,4895a_s m_p^{1/3} (3m_*)^{-1/3}, \text{ e} \quad (2.36)$$

$$a_{s,max}^{retrog} = 0,9309R_H = 0,9309a_s m_p^{1/3} (3m_*)^{-1/3}. \quad (2.37)$$

Assim, a duração máxima do trânsito de uma lua prógrada é:

$$\mathcal{T}_{s,max}^{prog} = (0,125h) \left(\frac{P_p}{1 \text{ dia}} \right) \left(\frac{m_p}{M_J} \right)^{1/3} \left(\frac{m_*}{M_\odot} \right)^{-1/3}, \quad (2.38)$$

e de uma lua retrógrada:

$$\mathcal{T}_{s,max}^{retrog} = (0,25h) \left(\frac{P_p}{1 \text{ dia}} \right) \left(\frac{m_p}{M_J} \right)^{1/3} \left(\frac{m_*}{M_\odot} \right)^{-1/3}. \quad (2.39)$$

A profundidade δ_s e a duração máxima $\mathcal{T}_{s,max}$ do trânsito do satélite estão indicadas na Figura 2.15.

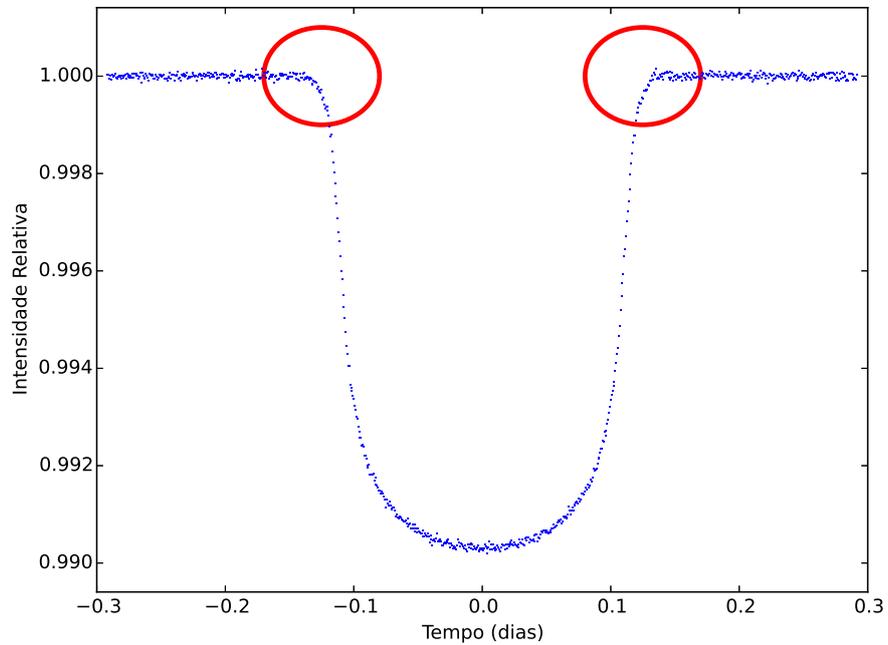
Anéis planetários também deixam assinaturas na curva de luz, como podemos ver na Figura 2.16. As deformações são sutis, e aparecem na forma de um leve arredondamento nas regiões de ingresso e egresso do trânsito, como indicado na Figura. Além disso, os anéis também aprofundam o trânsito planetário, devido à cobertura de uma região maior da superfície estelar. No entanto, este aprofundamento dificilmente pode ser medido, uma vez que não se sabe o raio verdadeiro do planeta. Planetas cuja massa medida por velocidade radial indicam uma densidade muito baixa podem ser candidatos a planetas com anéis.

2.5.2.5.2 Efeitos Temporais

Os efeitos temporais causados por exoluas são dois. O primeiro deles é a variação no tempo de trânsito (TTV), passando a ocorrer antes ou depois do instante esperado. Esse deslocamento ocorre devido à diferente posição do planeta em relação ao centro de massa do sistema planeta-lua em cada trânsito, como exemplificado na Figura 2.17. Foi calculado pela primeira vez por Sartoretti e Schneider (1999) para luas em órbitas circulares. Kipping (2009a) expande o efeito para o caso de órbitas elípticas, mas mantém o alinhamento entre as órbitas da lua e do planeta.

Kipping (2009a) também propõe o segundo efeito temporal: variação na duração do

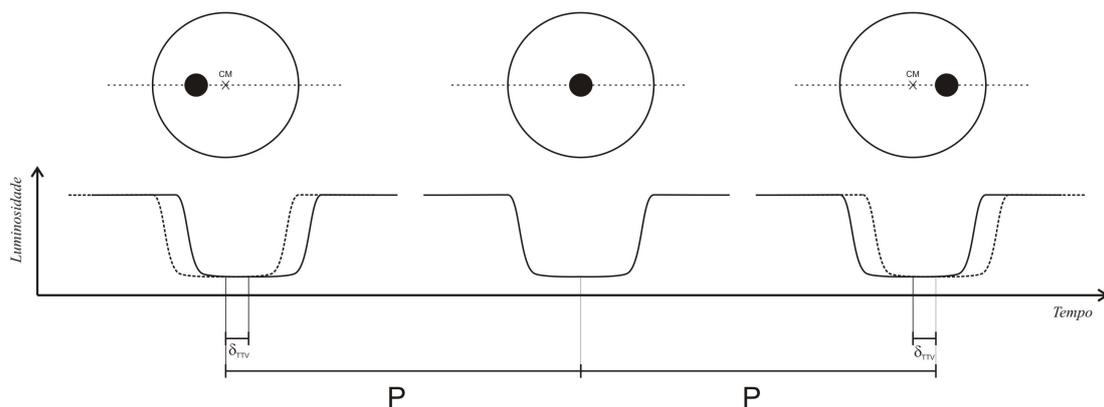
Figura 2.16 - Assinaturas fotométricas de anéis planetários.



Os anéis deixam assinaturas na curva de luz na forma de uma suavização nas regiões de ingresso e egresso na curva de luz, indicadas na figura.

Fonte: Produção do autor.

Figura 2.17 - Esquema da *Variação no Tempo de Trânsito (TTV)*.

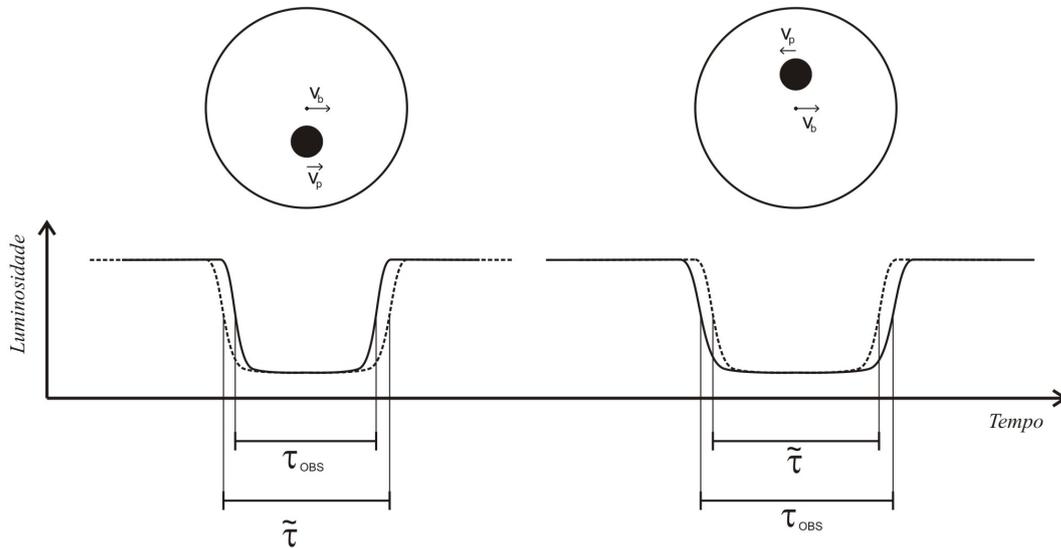


A diferente posição do planeta em relação ao centro de massa do sistema planeta-lua faz com que os trânsitos sejam atrasados ou adiantados em relação ao tempo esperado, causando variações no instante central dos trânsitos consecutivos.

Fonte: Produção do autor.

trânsito (TDV), devido ao sentido de translação do planeta em órbita do centro de massa do sistema planeta-lua. Caso o planeta se movimente no mesmo sentido do baricentro, sua velocidade é aumentada, e o trânsito dura menos; caso contrário, sua velocidade é diminuída, e o trânsito dura mais do que o esperado, como mostrado na Figura 2.18. Kipping (2009b) calcula o efeito TDV para o caso de satélites em órbitas circulares e inclinadas em relação à linha de trânsito, e demonstra que, nestes casos, o TDV possui duas componentes: uma devido à variação da velocidade do planeta durante o trânsito e outra devido à variação do parâmetro de impacto do trânsito.

Figura 2.18 - Esquema da *Variação na Duração do Trânsito (TTV)*.



O movimento do planeta ao redor do centro de massa do sistema planeta-lua durante o trânsito faz com que este seja mais rápido ou mais lento do que o esperado, causando variações no tempo de duração dos trânsitos consecutivos.

Fonte: Produção do autor.

A amplitude de ambos os efeitos é da ordem de segundos a poucos minutos. Kipping (2009a) demonstra que este efeito pode ser medido, mesmo a partir de observações feitas do solo. Campanella et al. (2010) demonstram que o Telescópio Kepler pode detectar exoluas de no mínimo $0,2 M_{\oplus}$ usando estes efeitos.

A amplitude rms da variação no tempo de trânsito é dada por:

$$\delta_{TTV} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{a_p^{1/2} a_s m_s m_{PRV}}{\sqrt{G(m_* + m_{PRV})}} \frac{\zeta_T(e_s, \varpi_s)}{\Upsilon(e_p, \varpi_p)}, \quad (2.40)$$

sendo:

$$\zeta_T = \frac{(1 - e_s)^{1/4}}{e_s} \sqrt{e_s^2 + \cos(2\varpi_s) + [2(1 - e_s^2)^{3/2} - 2 + 3e_s^2]}, \quad (2.41)$$

$$\Upsilon = \cos \left[\arctan \left(\frac{-e_p \cos \varpi_p}{1 + e_p \sin \varpi_p} \right) \right] \sqrt{\frac{2(1 + e_p \sin \varpi_p)}{1 - e_p^e} - 1}, \quad (2.42)$$

onde e_p e e_s são as excentricidades do planeta e da lua, ϖ_p e ϖ_s são as posições dos periastros do planeta e da lua, m_{PRV} é a massa planetária medida por velocidades radiais, ou seja, $m_{PRV} = m_p + m_s$.

Para o caso de satélites em órbitas elípticas e coplanares com a órbita planetária, a amplitude rms da variação na duração do trânsito é dada por:

$$\delta_{TDV} = \sqrt{\frac{a_p}{a_s}} \sqrt{\frac{m_s^2}{m_{PRV}(m_{PRV} + m_*)}} \frac{\bar{\tau}}{\sqrt{2}} \frac{\zeta_D(e_s, \varpi_s)}{\Upsilon(e_p, \varpi_p)}, \quad (2.43)$$

sendo que $\bar{\tau}$ é o tempo de duração de trânsito esperado (planeta sem lua), e:

$$\zeta_D(e_s, \varpi_s) = \sqrt{\frac{1 + e_s^2 - e_s^2 \cos(2\varpi_s)}{1 - e_s^2}}. \quad (2.44)$$

Os dois efeitos temporais, TTV e TDV são complementares. Isso ocorre porque $\delta_{TTV} \propto m_s a_s$, enquanto que $\delta_{TDV} \propto m_s a_s^{-1/2}$. Dessa forma, em conjunto, os dois permitem a medida do semi-eixo orbital e da massa do satélite. Se a massa planetária for conhecida, pode-se também detectar o período orbital do satélite. Além disso, a variação dos dois efeitos possui uma diferença de fase de $\pi/2$, que é característica de exluas.

Variações temporais em conjunto com assinaturas fotométricas permitem a detecção do conjunto completo de parâmetros do sistema: raio, massa, semi-eixo maior e período orbital. Além disso, o período orbital pode ser medido pelos dois efeitos, o que serve de ferramenta de confirmação de eventuais detecções.

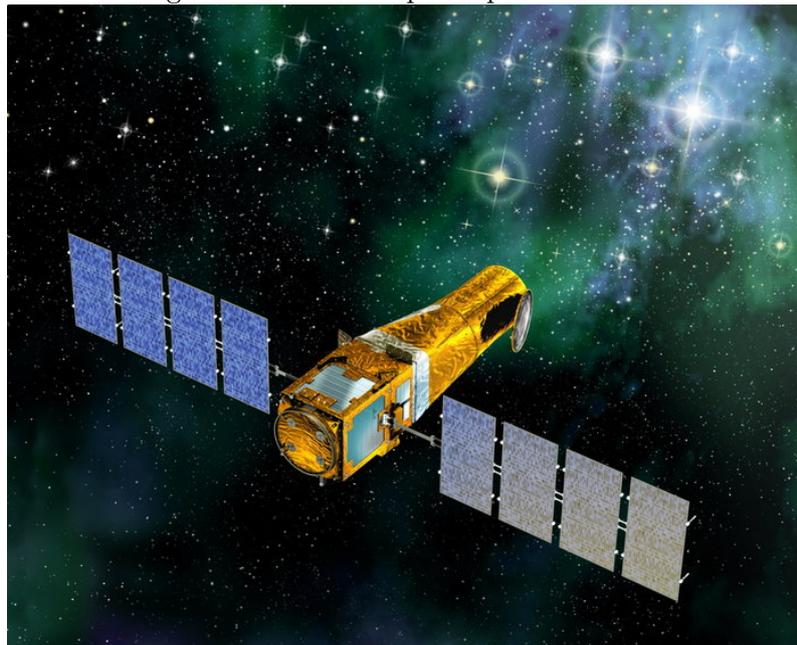
Com estes efeitos detectáveis, assinaturas fotométricas e efeitos temporais, pode-

mos afirmar que os trânsitos planetários consistem na técnica mais provável para detecção de exoluas. Contribui também o grande número de exoplanetas com trânsitos observados, notadamente os detectados pelo Kepler, somando 4696 (NASA, 2015a), sendo 1030 confirmados.

2.5.2.5.3 O Telescópio Espacial CoRoT

O Telescópio Espacial CoRoT (**C**onvection, **R**otation and **T**ransits) é uma parceira internacional, liderada pela Agência Espacial Francesa (CNES), em conjunto com a Agência Espacial Européia (ESA) e outros parceiros, incluindo o Brasil. Possui dois objetivos principais: estudar astrossismologia através da oscilação de estrelas, e detectar planetas extrassolares de curto período orbital por trânsitos planetários. Foi lançado em 17 de Dezembro de 2006.

Figura 2.19 - Telescópio Espacial CoRoT.



© CNES - Octobre 2005/Illus. D. Ducros

Fonte: ESA (www.esa.int).

Em Maio de 2007, foi anunciada a detecção de seu primeiro exoplaneta, CoRoT-1b (BARGE et al., 2008). Em 2009, novo resultado interessante: a primeira detecção de um trânsito secundário⁶ observado no espectro visível, com o exoplaneta CoRoT-

⁶Trânsito secundário é quando o planeta passa atrás da estrela.

1b (ALONSO et al., 2009). Ao todo, o CoRoT foi responsável pela detecção de 30 exoplanetas em 28 sistemas planetários (SCHNEIDER, 1995).

O CoRoT possuía um telescópio de 27 cm de diâmetro, e era equipado com 4 detectores CCD de 2048 x 2048 pixels cada. O campo de visão era de $2,8 \times 2,8^\circ$, metade dedicado à busca por exoplanetas e metade ao estudo de astrossismologia. Estava colocado em uma órbita circular polar a 896 km de altitude. Durante 6 meses, era apontado para uma região próxima ao centro galáctico. Após esse período, o Sol entrava em seu campo de visão. Nessa ocasião o telescópio era virado de 180° , observando uma região do anti-centro.

Originalmente planejada para durar 2,5 anos, a missão foi estendida até 2013. Em Novembro de 2012, uma falha nos sistemas impediu a coleta de dados do instrumento. Após tentativas frustradas de reparo, em Junho de 2013 foi descomissionado.

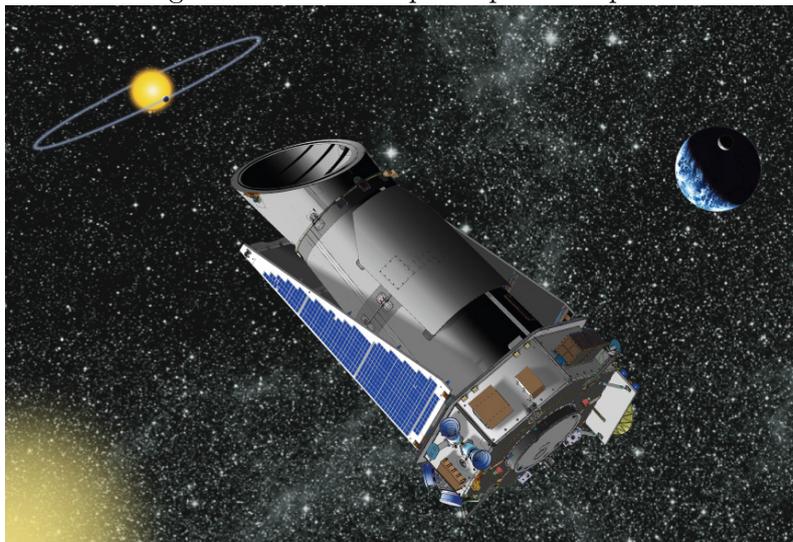
2.5.2.5.4 O Telescópio Espacial Kepler

O Telescópio Espacial Kepler é uma missão da NASA dedicada à detecção e caracterização de exoplanetas, em especial visando planetas terrestres. Foi lançado em 7 de Março de 2009. Possui um espelho primário de aproximadamente 1 metro de diâmetro. Por ser dedicado à observação de trânsitos planetários, seu único instrumento científico é um fotômetro, que possui precisão prevista de 20 ppm para uma estrela de magnitude $V = 12$. No entanto, o desempenho ficou aquém do esperado. Estudos são feitos constantemente para entender as fontes de erro, numa tentativa de diminuir o ruído observado (e.g., Caldwell et al. (2010)).

A órbita do Kepler é ao redor do Sol, com um período de 372,5 dias, seguindo a Terra. Seu campo de visão é direcionado para as constelações de Cisne, Lira e Dragão, bem afastadas da eclíptica. Essas constelações foram escolhidas por terem alta densidade de estrelas, o que aumenta o número de objetos observados, e também por evitarem a contaminação do telescópio com luz do Sol ou do Sistema Solar.

Em Junho de 2012, um dos quatro eixos de reação usados para o apontamento do telescópio falhou. Como o telescópio só necessitava de três eixos para seu funcionamento, não houve grandes problemas. Em Janeiro de 2013, novo problema com outro eixo forçou a parada das operações por 12 dias. Após sucessivas tentativas de recuperação, em Agosto de 2013 a NASA anunciou que somente dois eixos continuavam em operação. Em Novembro de 2013, o Kepler entrou na fase denominada “Segunda Luz”, ou K2, que opera com apenas dois eixos, usando a pressão dos fótons emitidos

Figura 2.20 - Telescópio Espacial Kepler.



Fonte: NASA (www.nasa.gov).

pelo Sol para fazer a função do terceiro. Essa fase possui fotometria bem inferior à inicial, com precisão de 300 ppm, e é dedicada ao estudo de explosões de supernovas, formação estelar e corpos do Sistema Solar, além de continuar a busca por exoplanetas.

O número de descobertas do Kepler impressiona. Foram confirmados até o momento 1030 exoplanetas, sendo 73 sistemas formados por um único planeta e os demais 957 parte de sistemas múltiplos (NASA, 2015a). Além disso, foram identificados 3666 candidatos planetários, objetos que passaram em testes de falso positivo, mas que não foram confirmados por outras detecções.

3 BUSCA POR LUAS E ANÉIS

No Capítulo anterior, apresentamos uma breve revisão dos conhecimentos atuais sobre luas, iniciando pelos satélites do Sistema Solar. Ao final do Capítulo, ficou claro que as técnicas baseadas em trânsitos planetários são as mais prováveis para a detecção de exoluas. Além disso, conceitos como regiões de estabilidade e evolução orbital nos indicam os locais mais prováveis para iniciarmos uma programa de busca por exoluas.

Baseados nestes conhecimentos, optamos por realizar uma busca sistemática por sinais que indiquem a presença de satélites em órbita de exoplanetas em trânsito (TUSNSKI; VALIO, 2014; TUSNSKI; VALIO, 2015, em preparação). Devido ao grande número de exoplanetas conhecidos atualmente, entendemos que a melhor maneira para atingir este objetivo é através de um programa automatizado, que possa ser aplicado a um grande número de objetos sem necessidade de configurações em cada caso particular.

Entendemos que esta busca deva ter alguns requisitos, que listamos a seguir:

- a) ser capaz de efetivamente localizar exoluas e anéis planetários;
- b) ser baseada em mais de uma técnica de detecção;
- c) necessitar o mínimo de ajustes de parâmetros;
- d) funcionar de maneira geral em curvas de luz de diferentes origens;
- e) produzir formas de verificação dos resultados obtidos;
- f) funcionar em um tempo razoável;
- g) ser facilmente adaptável a novas técnicas propostas.

O primeiro item acima é, evidentemente, o mais importante. Para demonstrar o funcionamento de nosso programa de busca, apresentaremos os resultados de análise de planetas simulados com e sem exoluas, além de planetas com anéis, destacando os sinais visíveis em cada método. Para simular as curvas de luz, utilizamos nosso modelo prévio de simulação de trânsitos planetários (TUSNSKI; VALIO, 2011; TUSNSKI, 2011).

A importância de utilizarmos mais de uma técnica de detecção também é fundamental, pois técnicas diferentes podem levar à medida de parâmetros diferentes, como

no caso dos efeitos temporais e das assinaturas fotométricas. Dessa forma, utilizando mais de uma técnica, esperamos obter o máximo de informações sobre eventuais detecções. Além disso, parâmetros que são medidos por mais de uma forma servem como ferramenta de confirmação.

Alguns algoritmos numéricos, como no caso do algoritmo de Levenberg-Marquardt (LEVENBERG, 1944), necessitam da configuração de alguns parâmetros. O ponto negativo desta abordagem é que, em geral, os resultados dependem do parâmetro ajustado. Em nosso trabalho, optamos por evitar ao máximo possível este tipo de configuração.

O quarto item é importante para garantir a flexibilidade deste programa de busca. Missões futuras, como a Plato, possuirão resolução fotométrica melhor do que as missões Kepler e CoRoT, disponíveis atualmente.

Formas de verificação dos resultados são evidentemente importantes. Métodos Bayesianos possuem mais de uma forma, como mostraremos adiante. Além disso, o método Bayesiano de comparação de modelos penaliza modelos com mais parâmetros livres, evitando o chamado *overfitting*, sendo, portanto, mais eficiente do que uma comparação de χ^2 . Este recurso é fundamental quando comparamos ajustes de curvas de luz para decidir entre planetas com e sem luas.

A principal dificuldade em lidar com métodos numéricos mais robustos, como o MCMC, é o tempo de processamento necessário. Para reduzir este tempo, podemos adotar algumas estratégias, como utilizar modelos analíticos mais rápidos para simular curvas de luz. Em nosso programa, a análise de 25 trânsitos de cada planeta demora cerca de 8 horas, o que consideramos aceitável. A utilização de computadores com vários núcleos (como um *cluster*, por exemplo) também é recomendável para diminuir o tempo de processamento.

Por fim, nosso programa salva em arquivos várias das informações intermediárias, como amostragens e resultados gerados nos algoritmos. Essas informações podem ser lidas e reaproveitadas no caso de novos métodos implementados.

A seguir, detalharemos o programa desenvolvido, apresentando os métodos utilizados. Mostraremos também como é feita a leitura e o tratamento dos dados antes da aplicação dos métodos. Como mencionamos, resultados de simulações serão mostrados como exemplo de cada método.

3.1 As Curvas de Luz

A entrada de dados do programa de busca por exoluas é feita através de arquivos FITS (Flexible Image Transport System). Tanto as curvas de luz do telescópio espacial Kepler quanto as do telescópio CoRoT são obtidas através da internet.

Este formato de arquivos possui um cabeçalho, que contém diversas informações sobre a fonte, o telescópio e a observação, e uma tabela de dados, contendo, entre outras informações, a curva de luz propriamente dita. No caso do CoRoT, a curva de luz é disponibilizada apenas com um tratamento simples, e apresenta descontinuidades e inclinações nos dados. No caso do Kepler, os dados passam por um tratamento mais completo antes de serem disponibilizados, mas mesmo assim apresentam leve inclinação nos dados.

A fim de minimizar a chance de inserirmos um sinal artificial nos dados, optamos por realizar o tratamento mais simples possível. Este tratamento é diferente de acordo com a fonte dos dados, como explicaremos a seguir.

3.1.1 Os Dados do CoRoT

O Telescópio CoRoT utiliza um prisma para decompor a luz em três cores: *vermelho*, *verde* e *azul*. Entre outros motivos, essa separação visa eliminar falsos trânsitos, uma vez que trânsitos planetários reais devem possuir a mesma profundidade em todos os comprimentos de onda. Dessa forma, a curva de luz é obtida dos arquivos FITS utilizando-se quatro campos: DATEJD, REDFLUX, GREENFLUX e BLUEFLUX, sendo o fluxo total dado pela soma destes três últimos campos. No caso de estrelas mais fracas, ao invés dessas três cores, apenas a cor *branca* é incluída na tabela. Nesses casos, ao invés dos campos listados acima, o fluxo é obtido através do campo WHITEFLUX.

Além dos campos que informam o fluxo observado, um campo adicional é importante: o campo STATUS indica a qualidade dos dados em cada ponto. Uma boa estratégia é selecionar apenas os campos cujo status seja 0, o que indica dados de boa qualidade.

Como já mencionamos, as curvas de luz do CoRoT apresentam uma série de imperfeições que devem ser corrigidas. Existem vários algoritmos criados para fazer esta correção, como por exemplo Ofir et al. (2010) e Mislis et al. (2010). Todos estes algoritmos se caracterizam por filtrar a curva de luz inteira. No nosso caso, estamos interessados apenas na região próxima aos trânsitos planetários, de modo que não julgamos necessária a utilização de algum destes algoritmos, optando por um

processo mais simples de correção dos dados apenas nas regiões de interesse.

O ruído nos dados do CoRoT é diferente em cada cor, sendo que, em geral, a curva de luz vermelha é mais ruidosa do que as demais. Dessa forma, o primeiro passo é selecionar dentre as três cores a que possui menos ruído. Para isso, calculamos a média e o desvio padrão das três cores: o menor desvio padrão indica a curva com menos defeitos. Esse processo pode ser feito porque o planeta é um corpo opaco, produzindo trânsitos de mesma profundidade em diferentes comprimentos de onda observados.

A Figura 3.1 mostra a curva de luz do exoplaneta CoRoT-1b. No painel **(a)**, é mostrada a curva de luz sem nenhum tratamento. Note que, devido ao alto ruído nos dados, os trânsitos são quase imperceptíveis. No painel **(b)**, os dados foram selecionados pelo flag de qualidade do campo STATUS. São visíveis duas descontinuidades, por volta do dia 2595 e do dia 2637. O painel **(c)** mostra apenas a cor de menor ruído, que neste caso é a verde. Note que as duas descontinuidades visíveis na curva de luz do segundo painel foram significativamente suavizadas no terceiro.

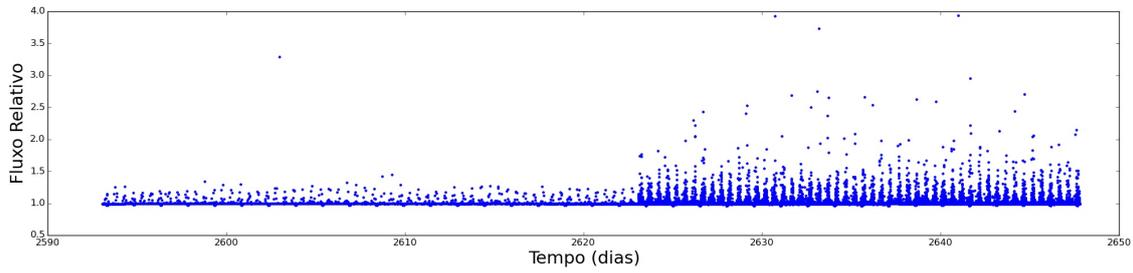
Após essa redução de ruído, o processo segue com a remoção de tendências, o que é feito apenas nas regiões próximas ao trânsito planetário. Para isso, ajusta-se um polinômio nas regiões imediatamente antes e depois de cada trânsito (excluído o trânsito), e normaliza-se os dados por este polinômio. São usados três polinômios, de 1°, 2° e 3° grau. A comparação do χ^2 indica qual o polinômio mais adequado.

Esta normalização é feita em cada um dos trânsitos. Os trânsitos normalizados são empilhados para gerar o diagrama de fase. Este processo envolvendo apenas as regiões próximas a cada trânsito planetário pode ser feito porque, como dissemos, estamos interessados em sinais que aparecem apenas nestas regiões.

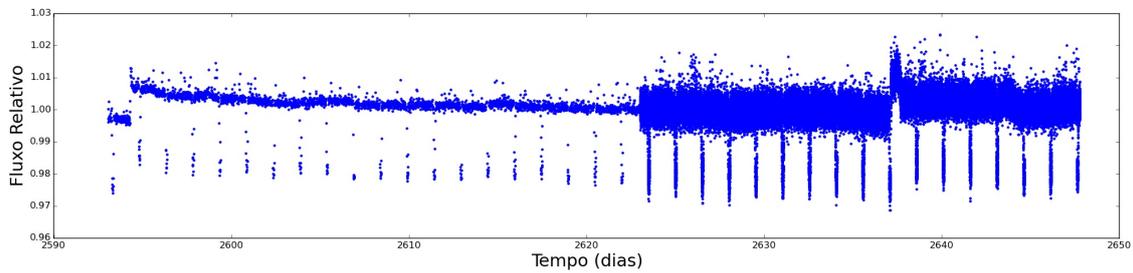
A Figura 3.2 mostra um exemplo desse processo de normalização. O painel da esquerda mostra o trânsito antes da normalização, juntamente com o polinômio usado para normalização. O painel da direita mostra a curva de luz após a normalização. O exoplaneta deste exemplo é o CoRoT-2b.

Quanto à resolução temporal, as tabelas dos arquivos FITS do CoRoT incluem as duas resoluções temporais das curvas de luz: 512 e 32 segundos. Devido à sutileza dos sinais que buscamos, utilizamos em nossa análise apenas a resolução de 32 segundos. Como as duas resoluções são incluídas no mesmo arquivo de dados, o programa ignora a parte de longa cadência, fazendo os ajustes apenas nos trânsitos

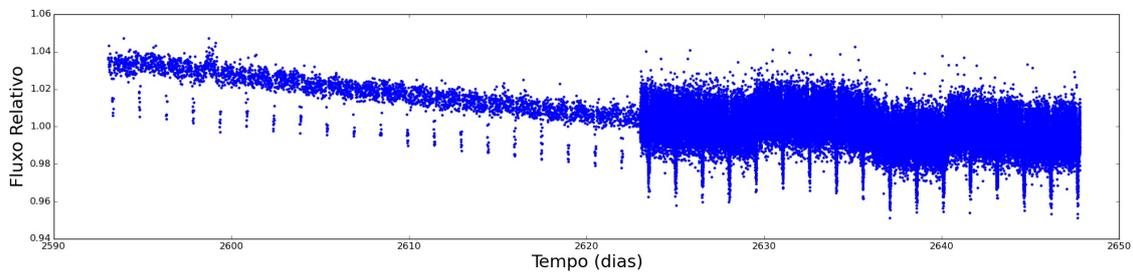
Figura 3.1 - Curvas de luz do exoplaneta CoRoT-1b.



(a)



(b)



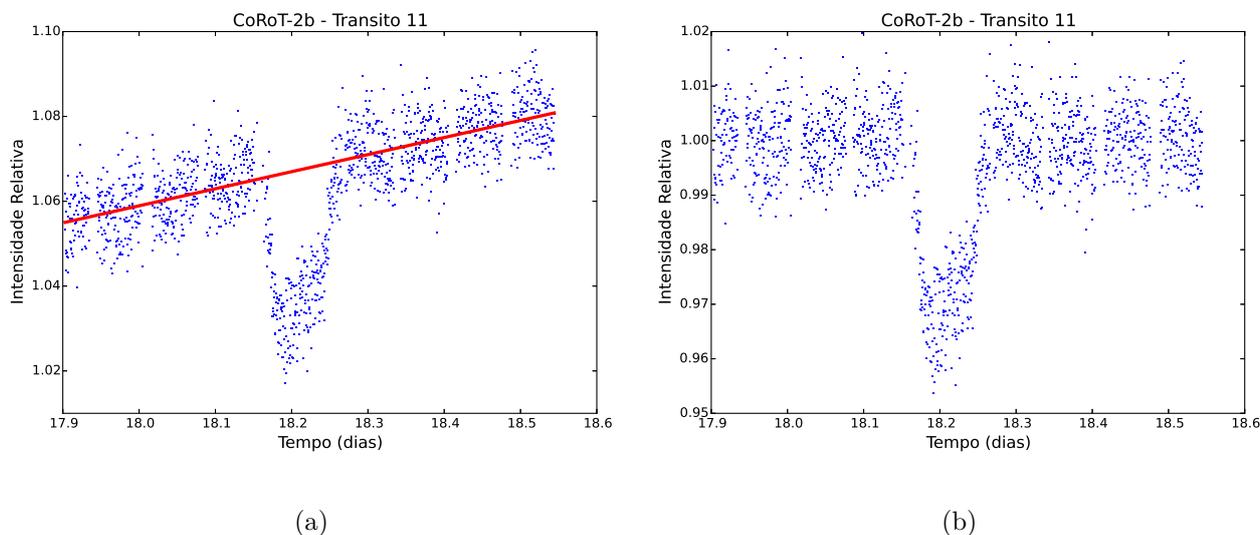
(c)

Curvas de luz do exoplaneta CoRoT-1b. **(a)** Sem tratamento nenhum. **(b)** Selecionando os dados pelo flag de qualidade. **(c)** Selecionando a cor com menor ruído para remover as discontinuidades, neste caso, a verde.

Fonte: Produção do autor.

de curta cadência.

Figura 3.2 - Processo de correção das curvas de luz..



Normalização das curvas de luz para remoção de inclinações. **(a)** - Trânsito do exoplaneta CoRoT-2b, antes da normalização, junto com o polinômio usado para correção. **(b)** - Curva de luz normalizada.

Fonte: Produção do autor.

3.1.2 Os Dados do Kepler

Ao contrário dos dados do CoRoT, as curvas de luz do Kepler são disponibilizadas após passarem por um processo de filtragem, que remove a maioria das discontinuidades e também das inclinações. Dessa forma, a única correção feita é o ajuste do polinômio nas regiões imediatamente antes e depois do trânsito, a fim de normalizar cada trânsito. Essa normalização é feita da mesma maneira que nas curvas de luz do CoRoT, usando os três polinômios e selecionando pelo menor χ^2 .

Quanto à resolução temporal, o Kepler disponibiliza os dados com duas resoluções: longa cadência, com resolução de 29,7 minutos, e curta cadência, com resolução de 60 segundos. Sempre que possível, damos preferência por utilizar os dados de curta cadência. Esta seleção é feita no momento de obter os dados, e não modifica em nada a estrutura do programa.

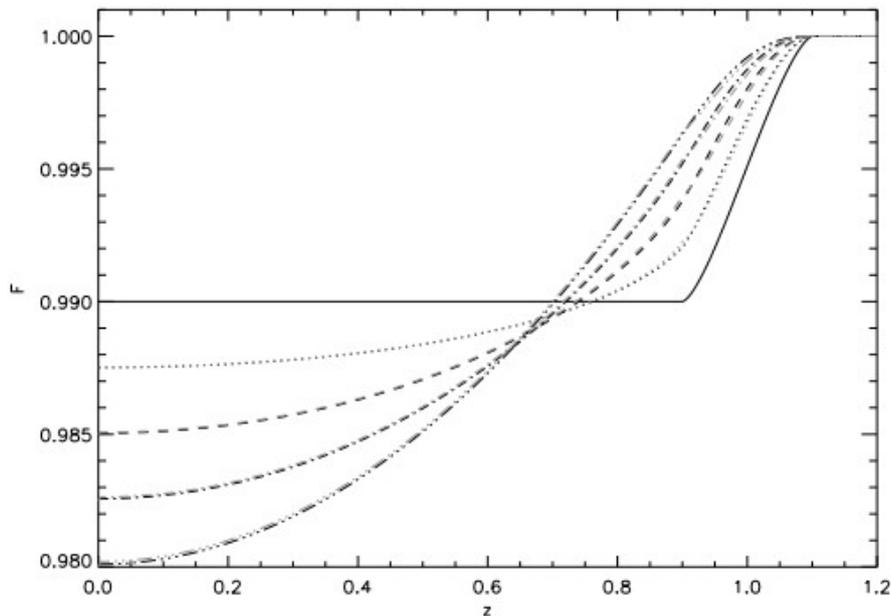
3.1.3 As Simulações de Trânsitos

Antes de entrar na descrição do programa desenvolvido para busca por exoluas, apresentaremos brevemente os modelos utilizados para simulações de trânsitos pla-

netários. São dois os modelos utilizados, um analítico e outro numérico. O primeiro é utilizado na simulação dos trânsitos de exoplanetas, e possui a vantagem de ser computacionalmente mais leve, sendo, portanto, mais adequado para os procedimentos de ajustes de curvas de luz de trânsitos de planetas.

O modelo analítico de [Mandel e Agol \(2002\)](#) gera curvas de luz de trânsitos planetários, incluindo escurecimento de bordo (Figura 3.3). Por outro lado, não permite a adição de luas ou anéis, nem manchas na superfície da estrela. Apesar dessas simplificações, é bastante útil, como mencionamos, nos processos de ajuste de curvas de luz, nos quais a mesma função matemática deve ser invocada um grande número de vezes (em geral da ordem de 100 mil a 1 milhão, no MCMC).

Figura 3.3 - Curvas de luz simuladas com diferentes conjuntos de escurecimento de bordo.



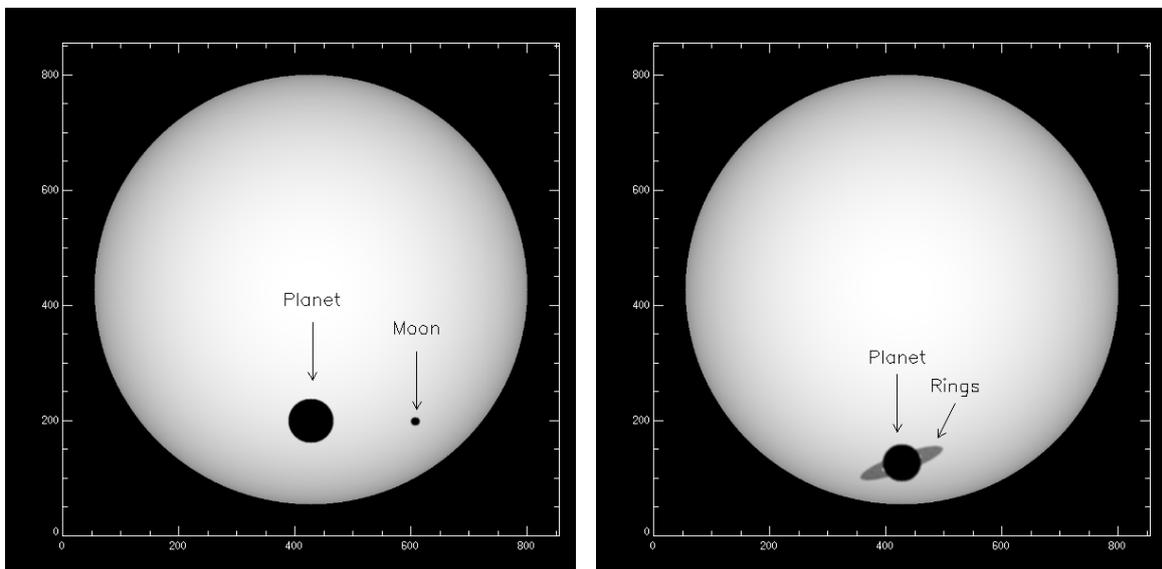
Simulação do trânsito de um planeta semelhante a Júpiter diante de uma estrelha como o Sol, feita para diferentes conjuntos de parâmetros de escurecimento de bordo.

Fonte: [Mandel e Agol \(2002\)](#).

Em [Tusnski e Valio \(2011\)](#), [Tusnski \(2011\)](#), apresentamos um modelo geração de curvas de luz de trânsitos de planetas com luas ou anéis, através da simulação de tais eventos, desenvolvido em IDL. Para o presente trabalho, fizemos uma nova implementação, desta vez utilizando a linguagem Python.

Para simular o trânsito, a estrela é modelada como uma matriz com um valor numérico em cada elemento, correspondendo à luminosidade da estrela em cada pixel. A imagem da estrela é gerada separadamente, e pode-se, para isso, utilizar diferentes configurações de escurecimento de bordo. O planeta e a lua são modelados como um disco opaco, e anéis são representados por regiões de transparência definida pelo usuário. A cada intervalo de tempo definido pelo usuário, calcula-se a posição do planeta, da lua e dos anéis. A soma dos pixels da estrela representa a sua luminosidade naquele instante. Ao final do trânsito, a luminosidade é normalizada, e obtemos a curva de luz simulada. A Figura 3.4 mostra um exemplo do trânsito de um planeta com uma lua e um planeta com anéis.

Figura 3.4 - Modelo de simulação do trânsito de planetas com luas e anéis.



(a)

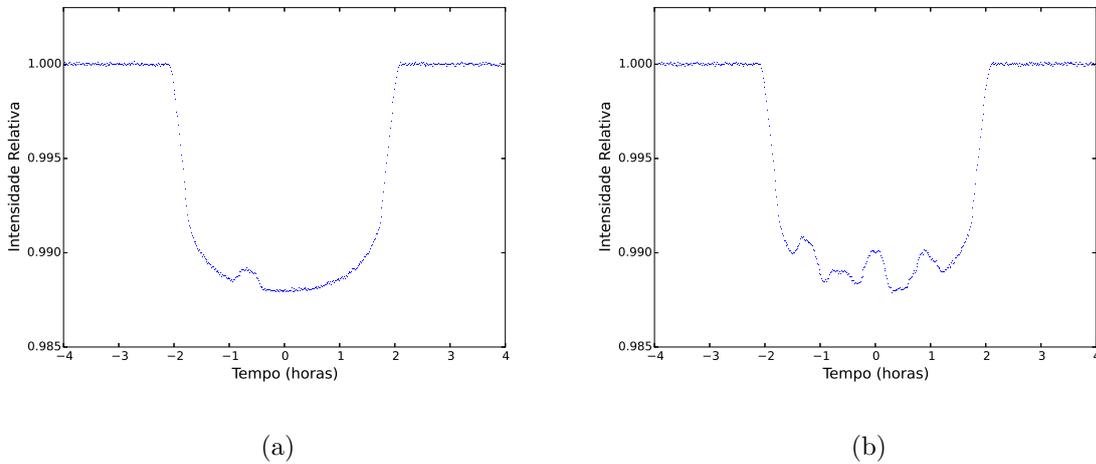
(b)

Simulação do trânsito de planetas com luas **(a)** e anéis **(b)**.

Fonte: [Tusnski e Valio \(2011\)](#), [Tusnski \(2011\)](#)

A presença de manchas na superfície da estrela pode ser um fator complicante para a detecção de exoluas, por deformar a curva de luz, especialmente na parte inferior do trânsito, como pode ser visto nos dois exemplos da Figura 3.5. Porém, os sinais de luas podem ser diferenciados dos sinais de manchas, uma vez que as manchas deixam assinaturas fotométricas somente na parte inferior da curva de luz, enquanto que os sinais de exoluas são imediatamente antes ou depois do trânsito do planeta.

Figura 3.5 - Simulação de trânsitos de planetas com luas diante de uma estrela com manchas.



Simulação do trânsito de um Júpiter Quente com período de 10 dias. **(a)** A estrela apresenta uma mancha em sua superfície. **(b)** A estrela possui alta atividade, representada por várias manchas na superfície. A ocorrência de um grande número de manchas pode, à primeira vista, mascarar o efeito de luas. No entanto, os sinais da presença de luas são mais evidentes imediatamente antes ou imediatamente após o trânsito, enquanto que assinaturas de manchas ocorrem sempre na parte inferior do trânsito.

Fonte: [Tusnski e Valio \(2011\)](#), [Tusnski \(2011\)](#)

Na continuação deste capítulo, utilizamos o modelo de [Tusnski e Valio \(2011\)](#) para simular dados de telescópios espaciais e demonstrar o funcionamento de nosso método de busca. Utilizamos cadência de 32 segundos para simular dados do Telescópio CoRoT e 60 segundos para o Kepler. Da mesma forma, adicionamos ruído com distribuição gaussiana, com amplitude de 6×10^{-4} para simular dados do CoRoT e 2×10^{-5} para o Kepler.

3.1.4 Método de Ajuste das Curvas de Luz

Um ponto essencial de nossa busca por exoluas e anéis planetários é o processo de ajuste das curvas de luz. Essa importância se dá porque os sinais que procuramos são muito tênues, e somente poderão ser identificados com um método preciso de ajuste.

O termo *ajuste de curvas* se refere ao ato de encontrar a curva ou função matemática com maior probabilidade de reproduzir os dados observados, dadas um conjunto de condições impostas e um dado modelo escolhido. Parte deste procedimento de

ajuste compreende identificar os parâmetros do sistema físico que mais provavelmente produziram os dados observados, bem como uma estimativa da precisão destes parâmetros, expressa em *barras de erro* (SIVIA; SKILLING, 2006). No nosso trabalho, definimos a estimativa de erro dos parâmetros como a região de 67% (1σ) de confiabilidade. Essa escolha é comum nos casos em que as probabilidades de cada parâmetro são expressas como distribuições normais, o que em geral é uma aproximação válida.

No nosso caso, a curva que procuramos ajustar aos dados é a curva de luz de um trânsito planetário. O número de parâmetros livres a serem ajustados depende do modelo que consideramos. Quando estamos fazendo o ajuste com um modelo de trânsito de um planeta, são cinco os parâmetros livres: **raio planetário, inclinação orbital, semi-eixo maior, instante central do trânsito e fluxo fora do trânsito**. Nos casos em que o ajuste inclui a presença de uma exolua, são ajustados, além destes cinco parâmetros, o **raio da lua, período orbital e posição relativa no primeiro trânsito**. Se, ao invés de uma lua, o ajuste é feito considerando um anel planetário, então os parâmetros a serem incluídos são **raios interno e externo do anel, ângulos com a linha de visada e com o plano orbital e transparência**.

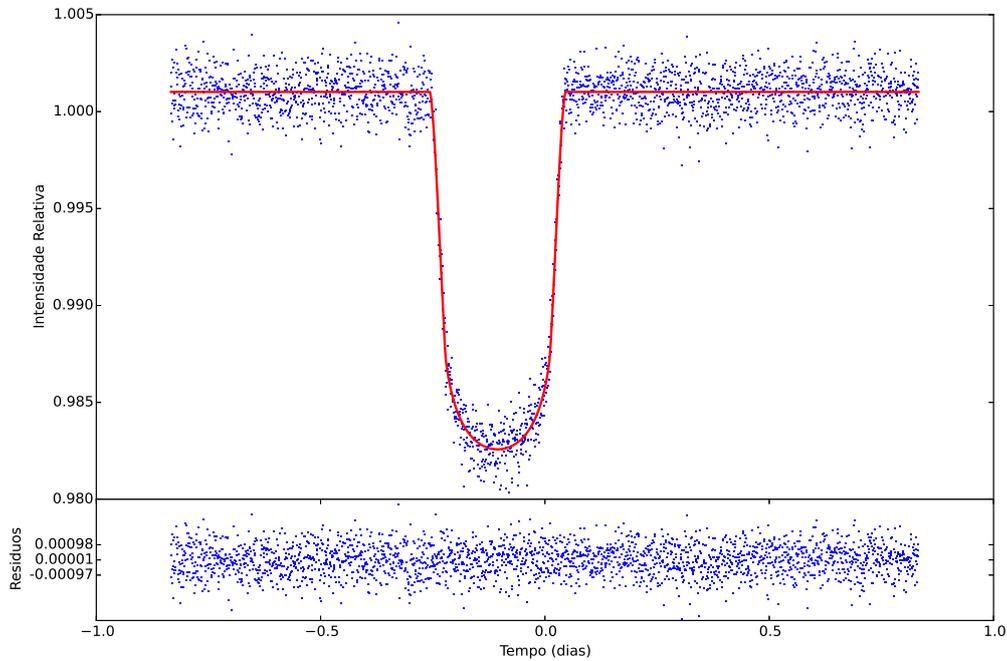
O método de ajuste utilizado deve ter capacidade de produzir bons resultados mesmo nos casos em que são utilizados muitos parâmetros livres. Inicialmente, nas primeiras versões deste programa de busca, utilizamos os métodos Amoeba (NELDER; MEAD, 1965) e Pikaia (CHARBONNEAU, 1995), mas logo essa abordagem se mostrou inadequada. Portanto, optamos por utilizar um algoritmo mais eficiente. Escolhemos, assim, utilizar o método de *Monte Carlo via Cadeia de Markov* (MCMC), devido à qualidade dos resultados produzidos, larga documentação disponível e facilidade de implementação.

Outra dificuldade no ajuste de funções com muitos parâmetros é a ocorrência de mínimos locais. Métodos como o Amoeba podem convergir para um mínimo local do χ^2 , ao invés do mínimo global. O MCMC, ao contrário, converge para o mínimo global, desde que seja devidamente configurado. No Apêndice A apresentamos uma breve revisão da teoria Bayesiana, incluindo a descrição do algoritmo MCMC. Explicamos também com um pouco mais de detalhes o funcionamento deste algoritmo. Nesta seção, vamos apenas ilustrar o seu funcionamento com um exemplo.

A Figura 3.6 mostra uma curva de luz produzida com nosso modelo de simulação de trânsitos (TUSNSKI; VALIO, 2011), juntamente com o resultado obtido pelo ajuste com o MCMC e os resíduos do ajuste (diferença entre os dados observados

e o modelo ajustado). A Tabela 3.1 compara os parâmetros utilizados na simulação com os valores obtidos no ajuste.

Figura 3.6 - Exemplo de ajuste de uma curva de luz de trânsito planetário.



Simulação do trânsito de um planeta (em azul), juntamente com o resultado do processo de ajuste feito com o MCMC (em vermelho). O painel inferior mostra os resíduos do ajuste.

Fonte: Produção do autor.

Tabela 3.1 - Exemplo do ajuste de uma curva de luz de trânsito planetário

Parâmetro	Valor da Simulação	Valor obtido no ajuste
Raio planetário (R_*)	0,126	$0,12598 \pm 0,00045$
Semi-eixo orbital (R_*)	11,45	$11,52137 \pm 0,34$
Inclinação orbital ($^\circ$)	88,55	$88,71 \pm 0,33$
Instante central (h)	-2,55	$-2,5518 \pm 0,0057$
Fluxo fora do trânsito	1,001	$1,001 \pm 0,000023$

Pode-se notar, tanto pelos resíduos da Figura 3.6 quanto pelos valores da Tabela 3.1 que o ajuste com o MCMC é bastante preciso. Em especial, neste exemplo, a precisão do instante central do trânsito é muito boa, da ordem de 20 segundos. A precisão

nesta grandeza é especialmente importante para a busca por exoluas por efeitos de variações temporais, pois como vimos na Seção 2.5.2.5.2, a amplitude deste efeito é de alguns minutos. É evidente que estes resultados dependem também do ruído nos dados, de modo que quando menor for o ruído, melhores serão os resultados obtidos.

A implementação do MCMC que utilizamos neste trabalho é chamada de algoritmo de Metropolis-Hastings. Sua principal vantagem é a facilidade de implementação. Duas configurações são necessárias: um valor inicial e um tamanho de passo no espaço de parâmetros para cada parâmetro ajustado. Quanto melhor for o valor inicial de cada parâmetro, mais eficiente é a convergência do algoritmo. Para obter este valor inicial, usamos um ajuste prévio por minimização de χ^2 . Quanto ao tamanho de passo, este é ajustado por um método iterativo, executando o MCMC com um número pequeno de iterações, e usando como critério a taxa de aceitação dos passos aleatórios, que deve ser entre 30 e 40%. O MCMC funciona gerando amostras aleatórias que, com uma série longa o suficiente, obtem uma aproximação para a distribuição da probabilidade a posteriori de cada parâmetro.

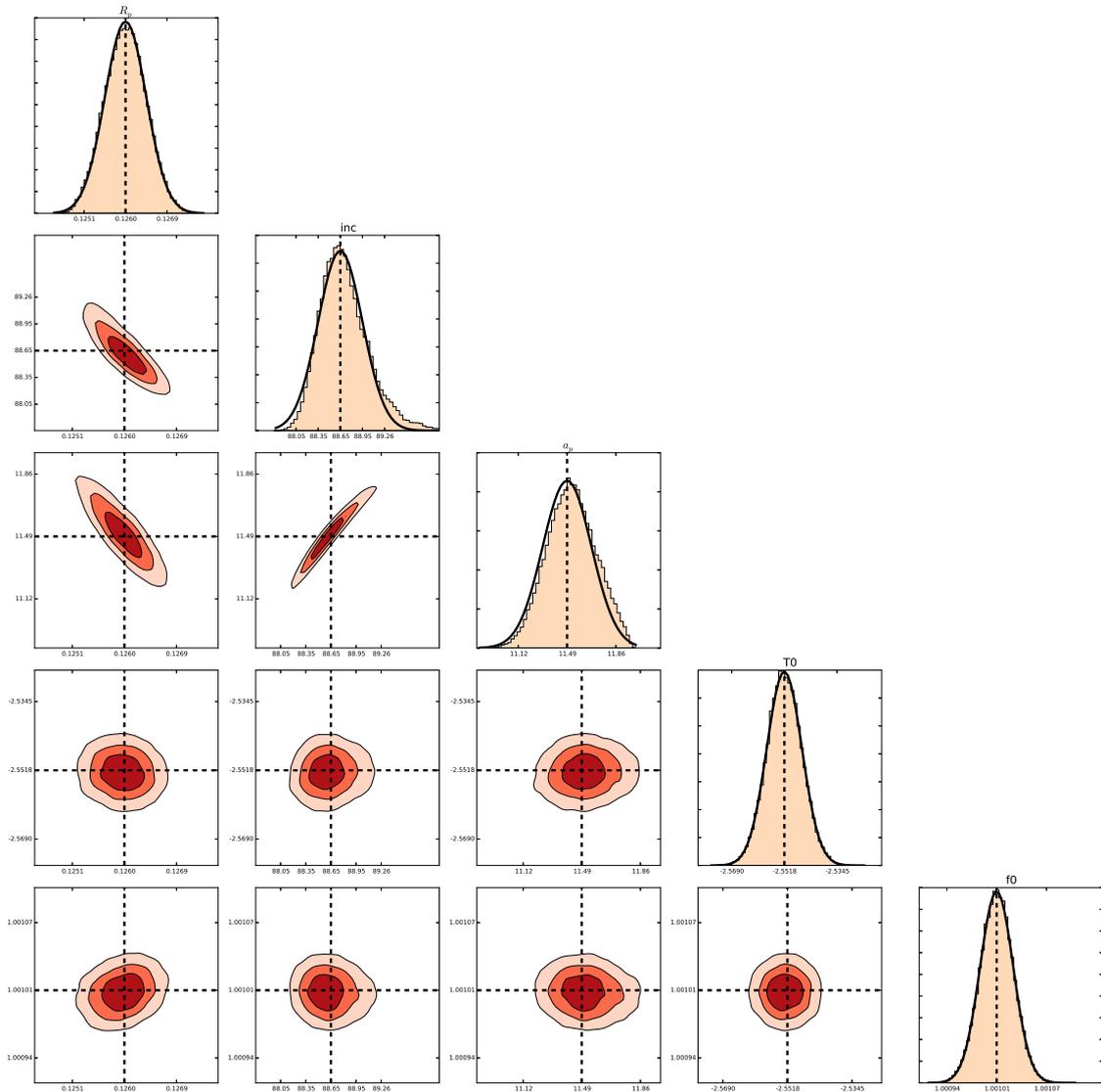
Uma forma prática de representar os resultados obtidos é através de um *gráfico de triângulo*, como o visto na Figura 3.7. Nesta figura, os gráficos que formam a diagonal representam a distribuição de probabilidade obtida para cada parâmetro. O pico desta distribuição corresponde ao valor mais provável de cada parâmetro. Na maioria dos casos, a probabilidade corresponde a uma distribuição normal, representada pela função gaussiana, que possui dois parâmetros principais: o valor médio \bar{x} e a largura σ . Nesses casos, o valor médio da gaussiana pode ser utilizado para estimar o parâmetro, uma vez que a média da gaussiana corresponde ao valor máximo da distribuição de probabilidade. A largura pode ser utilizada para medida do erro, uma vez que a região entre $\bar{x} - \sigma$ e $\bar{x} + \sigma$ compreende uma probabilidade total de 67%.

Na Figura 3.7, além das distribuições de probabilidade são mostradas as correlações entre os parâmetros, dois a dois. As correlações mostram o quanto os pares de parâmetros estão relacionados entre si. Quanto mais os gráficos de correlação se aproximam de linhas, maior é a correlação entre os parâmetros, e quanto mais circulares, menor a correlação.

3.1.5 O Escurecimento de Limbo

Na Seção 2.5.2.5, mostramos que a forma da curva de luz depende do modelo e dos parâmetros de escurecimento de limbo (ver Figura 2.12). Uma das formas de

Figura 3.7 - Gráfico de triângulo do ajuste do exemplo da Figura 3.6.



Fonte: Produção do autor.

obter-se esses parâmetros é considerá-los como parâmetros livres durante o ajuste. No entanto, esta abordagem aumenta o tempo necessário de processamento em cada trânsito.

Para evitar esse aumento, consideramos o escurecimento de limbo constante, e estimado a partir dos parâmetros da estrela. Escolhemos um modelo quadrático de escurecimento, com os parâmetros estimados a partir de modelos de atmosferas estelares. Utilizamos para esse fim o método de [Sing \(2010\)](#), que utiliza interpolações de modelos de atmosferas calculadas com o modelo ATLAS para estimar o escureci-

mento de limbo a partir da temperatura efetiva, gravidade superficial e metalicidade, tanto para o CoRoT quanto para o Kepler.

3.2 Métodos de Busca

3.2.1 Busca por Exoluas e Anéis por Assinaturas Fotométricas

O primeiro método utilizado para a busca por exoluas consiste na busca pelas assinaturas (deformações) fotométricas que aparecem na curva de luz devido à presença de uma lua ou de anéis. Existem basicamente três maneiras de encontrar tais assinaturas: a inspeção visual dos trânsitos individuais, a análise do diagrama de fase e a variação dos parâmetros planetários. Apresentaremos as três formas individualmente a seguir.

3.2.1.1 Inspeção Visual dos Trânsitos

O método mais fundamental de detecção de exoluas é a busca visual pelas assinaturas fotométricas nos trânsitos individuais. Para isso, nosso programa de busca plota separadamente cada trânsito juntamente com a curva melhor ajustada e os resíduos. Estes trânsitos devem ser visualmente inspecionados mais tarde. As deformações fotométricas são visíveis tanto nas próprias curvas de luz quanto nos resíduos. A Figura 3.8 mostra dois exemplos de trânsitos simulados, nos quais são visíveis deformações causadas por exoluas.

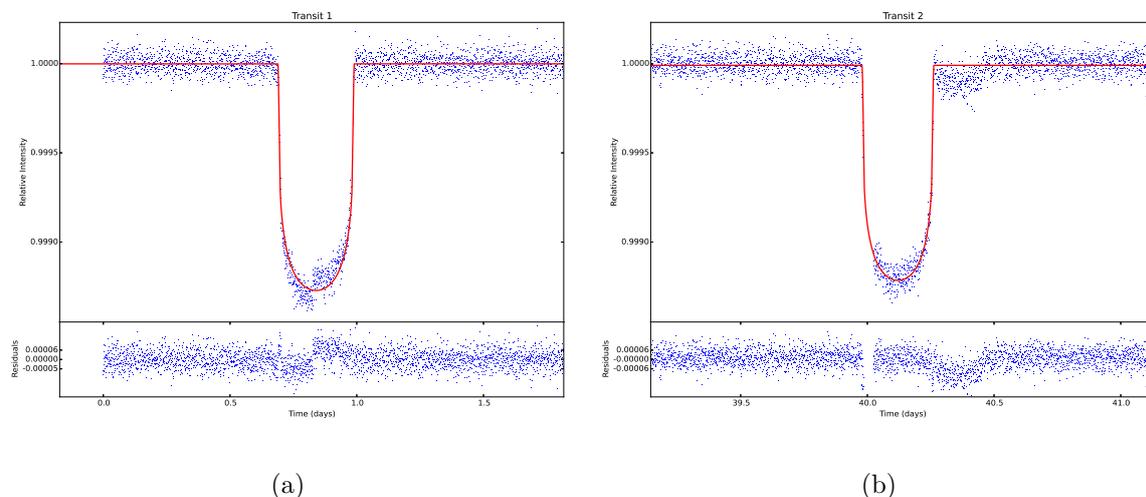
A busca de anéis também pode ser feita através da análise dos trânsitos. Para isso, uma técnica simples consiste em ajustar a curva de luz com um modelo que considere apenas o planeta. Nesse caso, se a massa do planeta for conhecida (por exemplo, por velocidades radiais), o ajuste pode ser feito apenas com dois parâmetros livres: o raio planetário e o ângulo de inclinação. Os resíduos do ajuste mostram as deformações, na forma de dois picos, como podemos ver no exemplo da Figura 3.9.

Esses picos nos resíduos podem ser vistos tanto nos trânsitos individuais quanto na curva de luz em fase. Isso ocorre porque os sinais de anéis planetários são os mesmos em todos os trânsitos, uma vez que não se espera que a configuração dos anéis se altere em pouco tempo de observação.

3.2.1.2 Análise do Diagrama de Fase

Simon et al. (2012) apresentam uma forma simples de buscar por assinaturas fotométricas causadas por exoluas. Seu método, denominado *scatter peak*, consiste

Figura 3.8 - Exemplos de trânsitos de um planeta com uma lua.



Dois trânsitos simulados de um planeta com uma lua. As deformações podem ser vistas tanto nas curvas de luz quanto nos resíduos, como excessos.

Fonte: Produção do autor.

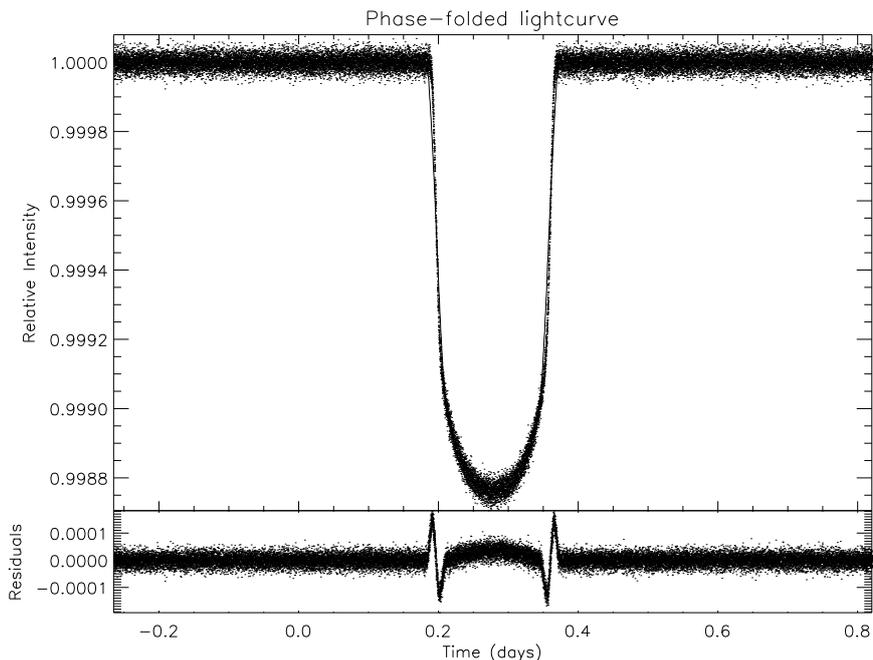
em dividir o diagrama de fase da curva de luz em pequenos pedaços e calcular a dispersão dos pontos em cada pedaço. Caso o planeta possua luas em órbita, será observado um aumento na dispersão dos pontos imediatamente antes e depois do trânsito planetário, como pode ser observado na Figura 3.10. A figura da esquerda mostra o resultado desta técnica aplicada a um planeta sozinho, enquanto a da direita mostra o resultado de um planeta com uma lua.

No entanto, segundo os próprios autores, esta técnica só é aplicável se for observado um grande número de trânsitos, da ordem de 50–100, o que nem sempre é possível, especialmente para exoplanetas de período maior.

Baseado nesta técnica, desenvolvemos uma forma semelhante de identificar sinais de exoluas no diagrama de fase das curvas de luz. Nossa proposta consiste em ajustar o diagrama de fase com um modelo de trânsito de planeta sem lua. Caso a curva de luz apresente sinais de exoluas, estes serão visíveis como excessos nos resíduos do ajuste. Em nossas simulações, verificamos que esta técnica funciona mesmo para número menor de trânsitos, da ordem de 20–30.

A Figura 3.11 exemplifica a aplicação da análise do diagrama de fase para detecção de exoluas. No primeiro caso, o gráfico corresponde a um exoplaneta de $3,58 R_{\oplus}$ e período de 39 dias. No segundo caso, uma lua de $1 R_{\oplus}$ e período de 7,2 dias foi

Figura 3.9 - Busca de anéis planetários por assinaturas fotométricas



A presença de anéis planetários deixa sinais sutis, detectáveis na forma de excessos de resíduos nas regiões de ingresso e egresso do planeta no trânsito.

Fonte: Produção do autor.

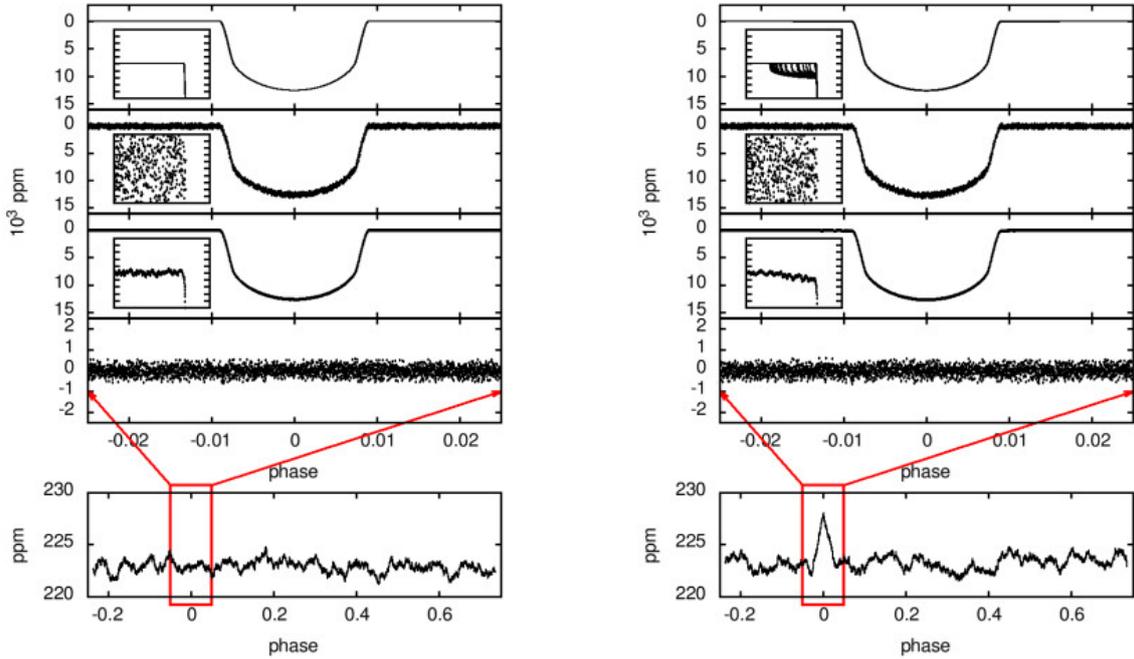
acrescentada. Esse período foi escolhido para colocar a lua no máximo semi-eixo orbital, estimado pela Equação 2.5. As deformações nos resíduos são indicativo da presença do satélite.

A Figura 3.12 mostra mais detalhadamente os sinais de exoluas no diagrama de fase. As regiões sombreadas dos resíduos mostram dois picos, que são causados pelo deslocamento temporal dos trânsitos, fazendo com que as regiões de ingresso e egresso apresentem uma dispersão maior do que no caso sem luas. Essa dispersão pode ser vista nas regiões sombreadas correspondentes da curva de luz (compare com a Figura 3.12(a)).

O raio da lua pode ser estimado comparando nos resíduos a região sem excessos (indicada por **(1)** na figura) e a região com excesso (indicada por **(2)** na figura) causada pela exolua. O excesso dos resíduos indica um degrau na curva de luz, cuja profundidade pode ser obtida comparando as duas regiões:

$$\delta_s \leq \left| \overline{X_2} - \sigma_2 \right| - \sigma_1, \quad (3.1)$$

Figura 3.10 - Método do *scatter peak*.



Esquerda: simulação de 100 trânsitos de um planeta. **Direita:** simulação de 100 trânsitos de um exoplaneta com uma exolua acrescentada. **De cima para baixo:** os trânsitos simulados; o ruído acrescentado, o resultado do diagrama de fase, a dispersão na região do trânsito planetário. **Painel inferior:** o resultado da presença da exolua é um excesso na dispersão dos pontos na região do trânsito em comparação com as regiões fora do trânsito planetário.

Fonte: Simon et al. (2012).

sendo \bar{X}_2 e σ_2 a média e o desvio padrão da região de excesso de resíduos e σ_1 o desvio padrão da região de resíduos sem excessos. A partir da profundidade, obtemos o raio da lua usando a Equação 2.34:

$$R_s = \sqrt{\delta_s} R_* . \quad (3.2)$$

No exemplo da Figura 3.12, a aplicação das Equações 3.1 e 3.2 resulta em um raio da lua de $1,18R_\oplus$. Em comparação com o raio utilizado na simulação, de $1,06R_\oplus$, vemos que essa técnica permite obtermos estimativas bastante boas para o raio da lua.

Embora não seja possível determinar com precisão o semi-eixo maior da lua, uma estimativa pode ser feita considerando-se a largura dos excessos de resíduos \mathcal{T}_s . Para isso, consideramos, como aproximação, que a lua não se desloca em relação ao pla-

Figura 3.11 - Busca por exoluas pela análise do diagrama de fase.

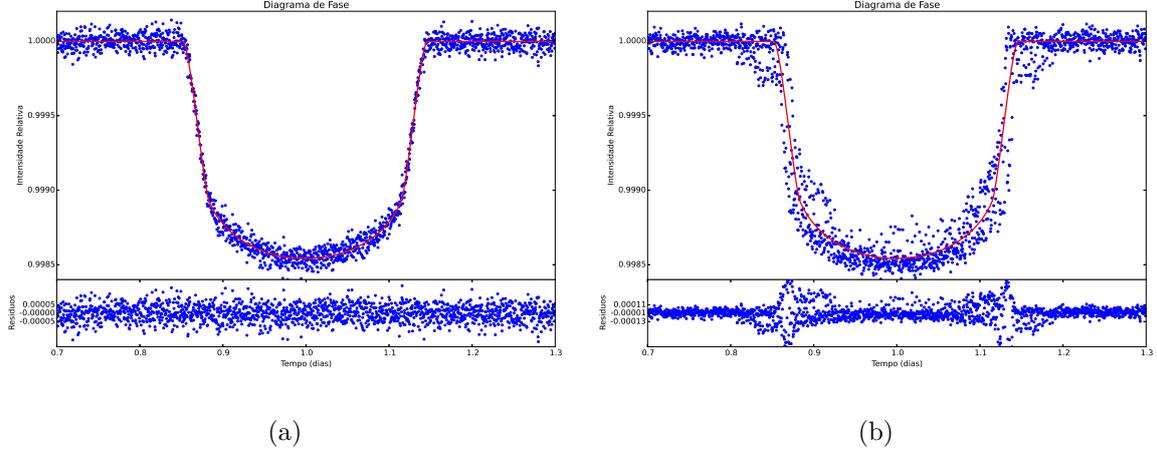


Diagrama de fase de dois exoplanetas simulados. **(a)** Exoplaneta de $3,58 R_{\oplus}$ e período de 39 dias. **(b)** Mesmo exoplaneta com uma lua de $1 R_{\oplus}$ e período de 7,2 dias em órbita do planeta. Os sinais da exolua ficam visíveis nos resíduos do ajuste, que é feito com um modelo de trânsito de planeta sem luas.

Fonte: Produção do autor.

neta durante o trânsito. Com essa aproximação, o semi-eixo orbital da lua pode ser calculado por:

$$\mathcal{I}_s = \frac{a_s}{v_p}, \quad (3.3)$$

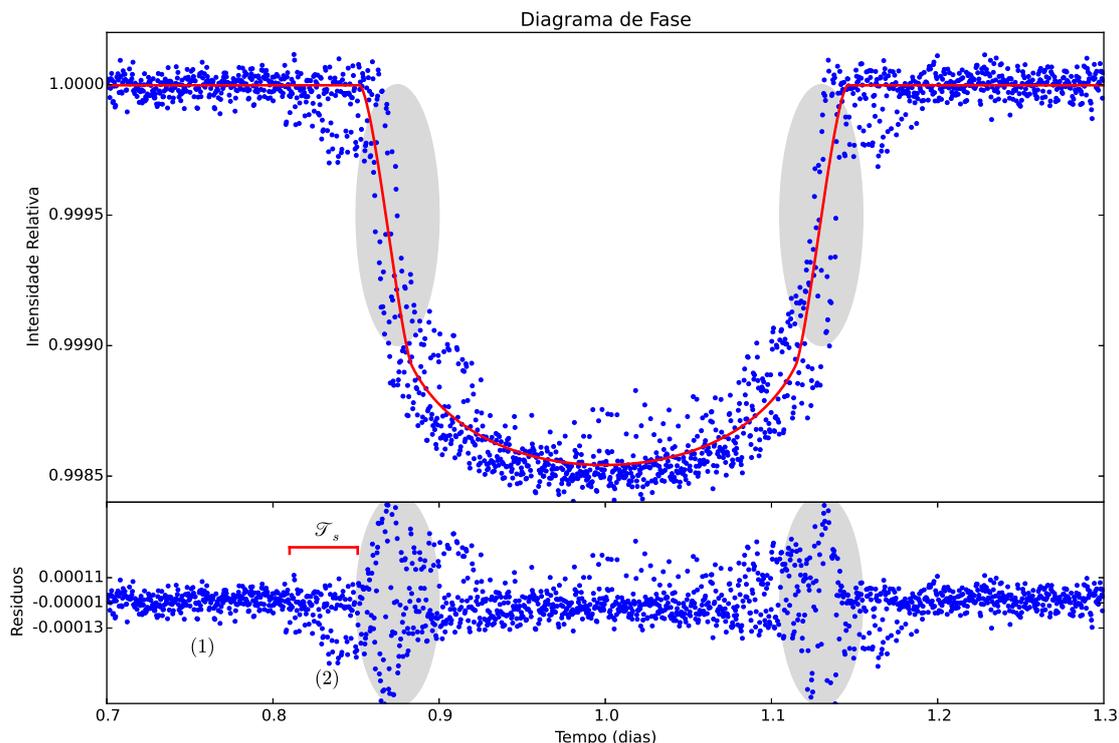
sendo $v_p = 2\pi a_p / P$ a velocidade do planeta durante o trânsito. Assim, obtemos:

$$a_s = \frac{\mathcal{I}_s 2\pi a_p}{P}. \quad (3.4)$$

No caso do exemplo da Figura 3.12, a largura dos resíduos, aplicada à Equação 3.4, resulta em um semi-eixo orbital de $16,48 R_P$. Supondo-se que a massa planetária seja conhecida, por exemplo, por medidas de velocidades radiais, então podemos calcular o período da lua, usando a Terceira Lei de Kepler. Neste exemplo, a massa planetária é de $13,14 M_{\oplus}$, o que resulta em um período orbital da lua de 7,77 dias. A simulação foi feita usando um semi-eixo orbital de $17,14 R_P$, que corresponde ao período orbital escolhido de 7,2 dias.

A Equação 3.4 fornece uma estimativa do semi-eixo orbital da lua. Para seu resultado ser mais preciso, é necessário medir com precisão a largura \mathcal{I}_s , o que nem sempre é possível, especialmente para luas de raio pequeno. As medidas desses efeitos são

Figura 3.12 - Sinais de exluas no diagrama de fase.



Exoplaneta de $3,58 R_{\oplus}$ e período de 39 dias, com uma lua de $1 R_{\oplus}$ e período de 7,2 dias em órbita do planeta. Os excessos nos resíduos são causados pela dispersão dos pontos nas regiões de ingresso e egresso, devido aos efeitos temporais (regiões hachuradas), e à sobreposição das assinaturas fotométricas imediatamente antes ou após o trânsito do planeta (região 2 nos resíduos). A largura deste excesso permite medir o semi-eixo orbital, e a sua intensidade leva à estimativa do raio da exolua.

Fonte: Produção do autor.

facilitadas quando são observados mais trânsitos, pois o excesso de resíduos fica melhor definido, tanto em amplitude quanto em largura.

A facilidade de implementação desta técnica, que exige pouco tempo de processamento (uma vez que é feito apenas um ajuste de curva), a torna uma boa ferramenta para auxiliar na busca por exluas. Evidentemente que outros fatores, como ruído nos dados ou atividade estelar, podem mascarar este efeito ou até mesmo ocultá-lo. Portanto, a análise do diagrama de fase deve ser usada em conjunto com outras formas de detecção.

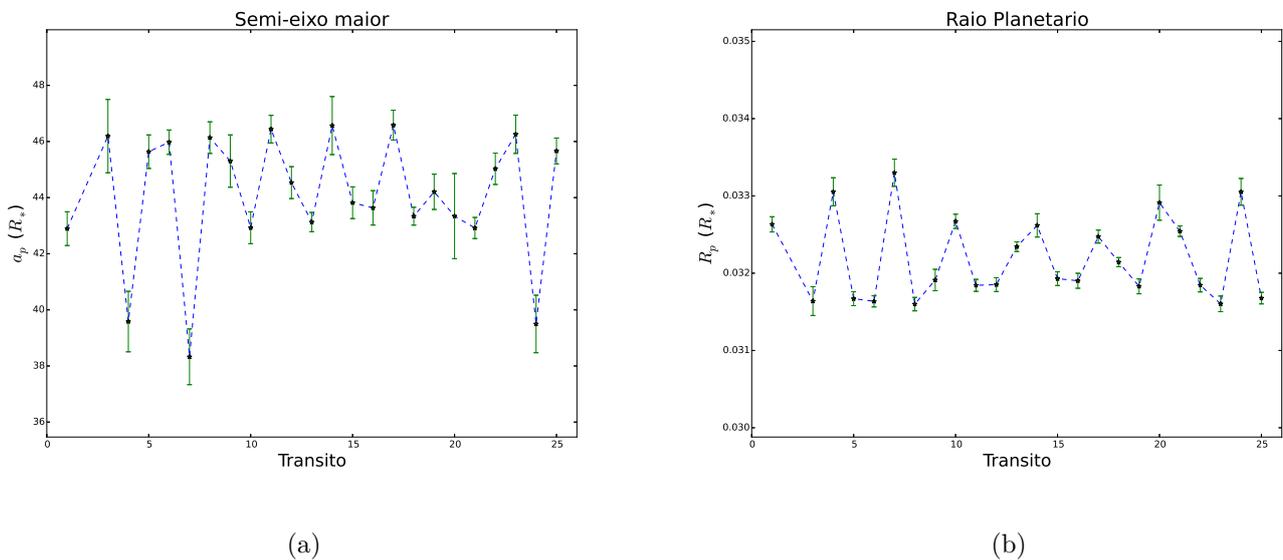
A detecção de anéis planetários também é possível através da análise do diagrama de fase (TUSNSKI; VALIO, 2011). Para isso, o procedimento é o mesmo: sobrepondo-

se os trânsitos e ajustando o diagrama com a curva de luz de um planeta solitário, observam-se picos nos resíduos, que são o resultado da sobreposição dos sinais sutis causados por anéis planetários. A principal diferença entre excessos de resíduos de anéis e luas é que estes causam excessos de resíduos mais dispersos, enquanto os sinais de anéis são bem delimitados na forma de picos. A diferenciação de sinais de anéis e luas é possível olhando também para os trânsitos individuais, uma vez que os sinais de anéis são idênticos em todos os trânsitos, enquanto os de luas são diferentes, devido à diferente posição da lua em relação ao planeta em cada trânsito.

3.2.1.3 Variação dos Parâmetros Planetários

Apresentamos aqui um método simples que pode ajudar na detecção de exoluas, em especial em órbita de exoplanetas de raio pequeno (até cerca de $4 R_{\oplus}$). Essa técnica consiste em analisar a variação dos parâmetros planetários ajustados em trânsitos consecutivos. A Figura 3.13 mostra a variação destes parâmetros ao longo de 25 trânsitos consecutivos.

Figura 3.13 - Busca por exoluas pela variação dos parâmetros planetários.



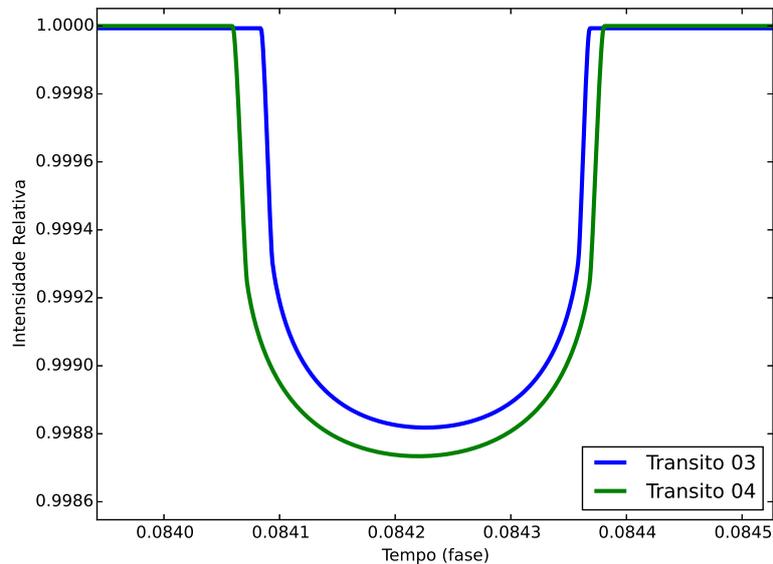
Variação do semi-eixo planetário **(a)** e do raio **(b)** medidos em 25 trânsitos consecutivos. O planeta simulado é o mesmo da Figura 3.11, ou seja, uma Super-Terra de $3,58 R_{\oplus}$ e período orbital de 39 dias, com uma lua de $1 R_{\oplus}$ e período de 7 dias em órbita do planeta.

Fonte: Produção do autor.

Essa variação ocorre devido às assinaturas fotométricas deixadas pela exolua na curva de luz do trânsito planetário. Como mencionamos na Seção 2.5.2.5, as assinaturas de exoluas aparecem em posições diferentes da curva de luz, dependendo da posição relativa entre planeta e satélite. Quando elas aparecem na região de ingresso ou egresso da curva de luz, levam a diferentes medidas do semi-eixo planetário, que depende fortemente dessas regiões.

Ao mesmo tempo, as exoluas podem ser ocultadas pelo planeta (devido ao alinhamento dos dois corpos), ou aparecer separadamente deste, causando, respectivamente, trânsitos mais rasos ou mais profundos. Essa variação na profundidade dos trânsitos leva a variações na medida do raio planetário.

Figura 3.14 - Busca por exoluas pela variação dos parâmetros planetários.



Diferenças entre as curvas ajustadas nos trânsitos 3 e 4 da Figura 3.13. A diferença nessas curvas de luz se deve às distorções causadas pela presença da exolua, e leva à variação dos parâmetros planetários.

Fonte: Produção do autor.

A Figura 3.14 compara o melhor ajuste obtido para os trânsitos 3 e 4 da simulação da Figura 3.13. A diferença na profundidade e na largura dessas curvas levam a variações nas medidas do raio e do semi-eixo orbital do planeta, que são indicativo da presença da exolua.

À primeira vista, somos tentados a medir o período orbital da lua diretamente pelo

período de oscilação dos parâmetros. No entanto, essas medidas são feitas apenas uma vez a cada trânsito, sendo, portanto, subamostradas. O período de oscilação dos parâmetros na Figura 3.13 não é o período da lua, e sim um múltiplo deste.

A amplitude da variação do raio observada na Figura 3.13 não permite obtermos diretamente o raio da lua. Isso ocorre porque, quando a parte inferior da curva de luz de um trânsito apresenta deformações fotométricas causadas por uma lua, a curva do melhor ajuste obtido com o MCMC passa no meio das deformações. Dessa forma, essa ferramenta é apenas uma indicação da presença de luas, não permitindo obtermos seus parâmetros, que devem ser calculados por outros métodos. Isso fica claro no exemplo da Figura 3.15, que mostra o primeiro trânsito do exemplo anterior juntamente com a curva obtida pelo ajuste com o MCMC. Note que a parte inferior do trânsito mostra um claro degrau, que corresponde ao egresso da lua do trânsito. A metade mais profunda do trânsito indica que os dois corpos estavam em trânsito, cobrindo uma porção maior da superfície da estrela. A metade mais rasa indica que apenas o planeta continuava em trânsito. Note que a curva do ajuste passa no meio das duas, não representando, portanto, a soma dos raios dos dois corpos.

Apesar de não permitir a medida dos parâmetros do sistema, a análise da variação dos parâmetros é uma ferramenta útil e de fácil implementação na busca por exoluas. Ela é importante, principalmente, na busca por luas em planetas detectados pelo telescópio Kepler, uma vez que o ruído do telescópio CoRoT leva a maiores incertezas na medida dos parâmetros planetários, o que pode mascarar esse efeito.

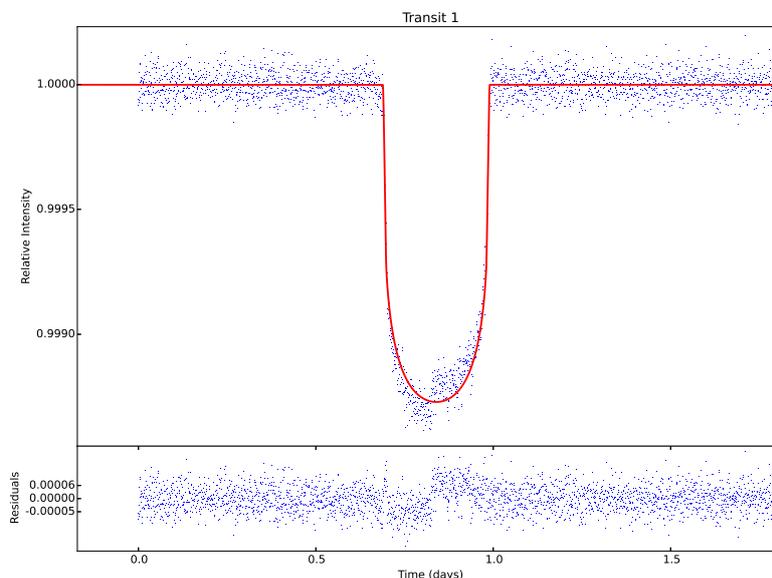
3.2.2 Busca por Exoluas por Efeitos Temporais

Na Seção 2.5.2.5.2, mostramos que exoluas causam dois efeitos temporais em trânsitos planetários: a variação no instante central do trânsito (TTV) e na sua duração (TDV). Para buscar por tais efeitos, precisamos, portanto, medir com a máxima precisão tanto o instante central quanto a duração dos trânsitos consecutivos.

O tempo central do trânsito é um dos parâmetros livres no processo de ajuste com o MCMC. Dessa forma, o ajuste dos trânsitos individuais com o MCMC já dá o valor deste parâmetro, bem como suas estimativas de erro.

Porém, a duração do trânsito não é um parâmetro livre em nosso modelo. Dessa forma, precisamos estimá-la de outra forma. Para isso, após o ajuste de cada trânsito individual, medimos a duração diretamente da curva de melhor ajuste obtida, através dos pontos onde a profundidade do trânsito é a metade da profundidade máxima

Figura 3.15 - Ajuste do raio planetário em um trânsito com assinatura fotométrica de exolua na parte inferior da curva de luz.



O ajuste de uma curva de luz com assinatura fotométrica na parte inferior. A metade mais rasa da curva de luz indica o trânsito apenas do planeta, enquanto a metade mais profunda representa o trânsito do planeta com a lua, ambos visíveis. Note que a curva de ajuste passa aproximadamente no meio das duas partes, portanto a variação do raio medido em trânsitos consecutivos não determina diretamente o raio do satélite.

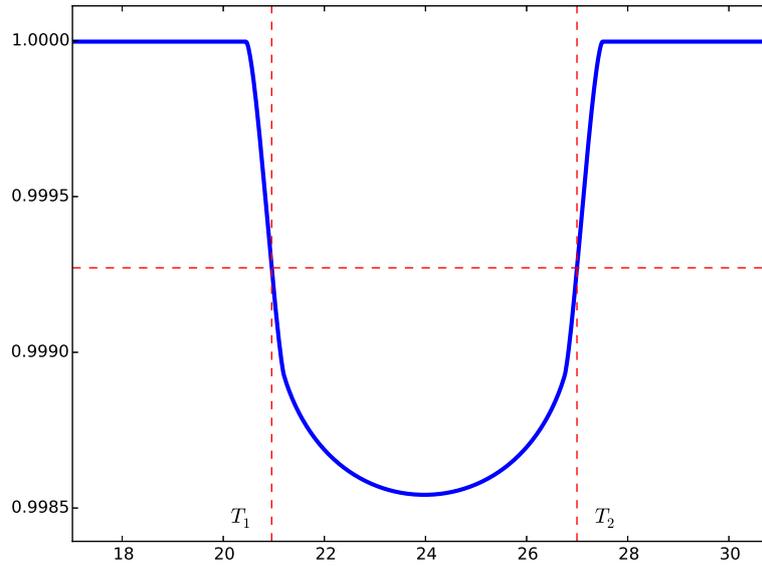
Fonte: Produção do autor.

(Figura 3.16). Para obter a estimativa de erro, usamos a teoria de propagação de erro a partir da expressão matemática da duração do trânsito (Equação 2.33).

A Figura 3.17 mostra ambos efeitos medidos na simulação de um planeta dos exemplos anteriores, ou seja, uma Super-Terra de $3,58 R_{\oplus}$ e período de 39 dias com uma lua de $1 R_{\oplus}$ e período orbital de 7 dias.

Para tornar visível a variação na duração do trânsito do exemplo da Figura 3.18(b), simulamos um planeta com massa muito pequena, o que indica uma densidade muito baixa, tornando o semi-eixo orbital do satélite maior, e a massa da lua foi exagerada. A existência de um sistema com tal configuração é questionável. Assim, mais do que ilustrar a detectabilidade do TDV, essa figura demonstra a natureza oscilatória desse efeito. O exemplo também é útil para demonstrar a diferença de fase de $\pi/2$ que existe entre o TTV e o TDV, e que é uma assinatura de efeitos temporais causados por exoluas.

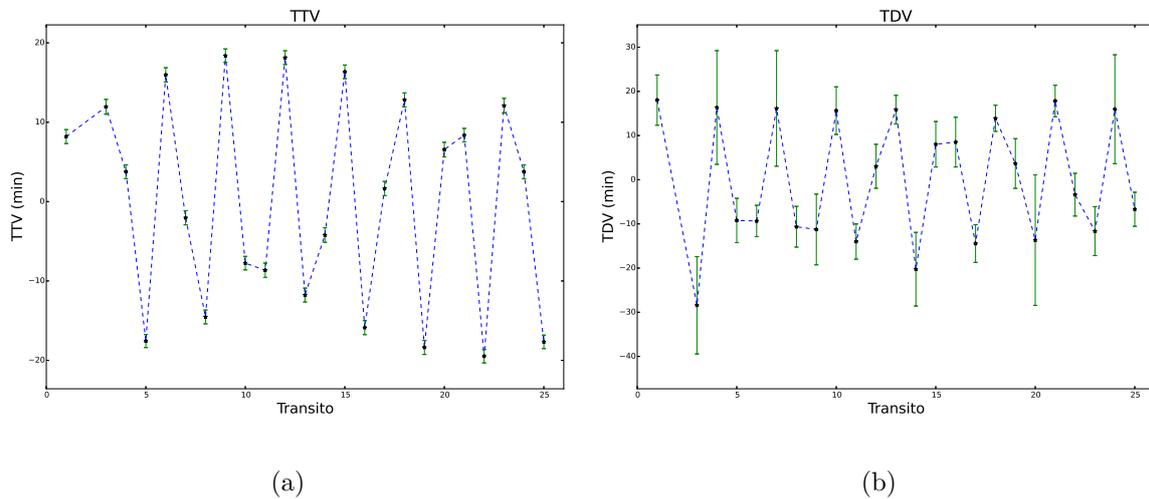
Figura 3.16 - Medida da duração do trânsito planetário.



A duração dos trânsitos planetários é medida através da largura da curva ajustada em cada trânsito individual.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.17 - Medidas de TTV e TDV.

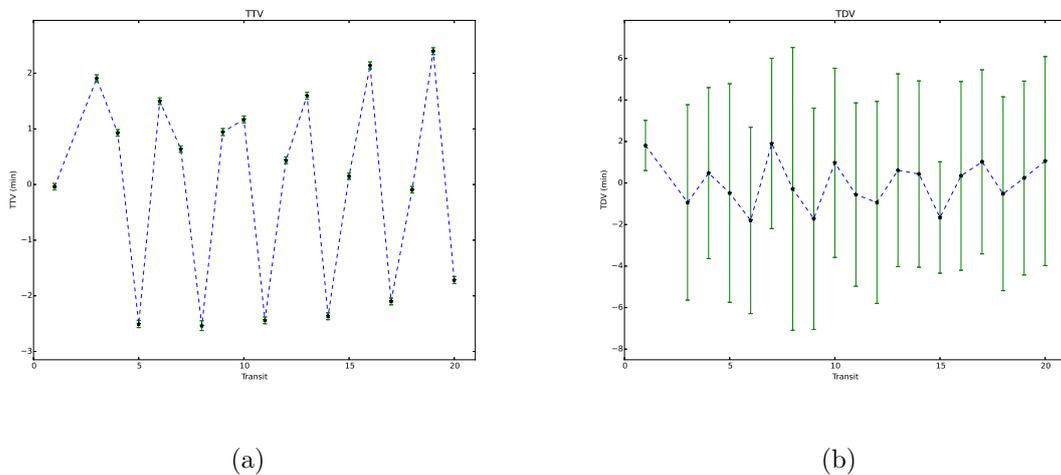


Medidas de TTV (a) e TDV (b) em 25 trânsitos consecutivos. O planeta simulado é o mesmo dos exemplos anteriores, ou seja, uma Super-Terra de $3,58 R_{\oplus}$ e período orbital de 39 dias, com uma lua de $1 R_{\oplus}$ e período de 7 dias em órbita do planeta.

Fonte: Produção do autor.

Um exemplo mais realista da medida dessas variações temporais pode ser vista na Figura 3.18. Os parâmetros do planeta são os mesmos do candidato planetário KOI 344, um dos indicados por [Guimarães et al. \(2015, em preparação\)](#) como tendo possibilidades dinâmicas de hospedar uma exolua detectável. A lua simulada possui 30% do raio do planeta, o que representa a mesma relação entre o raio da Lua e da Terra, e sua massa foi calculada usando a densidade da Terra. O período e o semi-eixo orbitais da lua foram calculados levando em conta a 3ª Lei de Kepler e o limite orbital da Equação 2.5.

Figura 3.18 - Medidas de TTV e TDV.



Medidas de TTV **(a)** e TDV **(b)** em 25 trânsitos consecutivos. O planeta simulado é o mesmo dos exemplos anteriores, ou seja, uma Super-Terra de $3,58 R_{\oplus}$ e período orbital de 39 dias, com uma lua de $1 R_{\oplus}$ e período de 7 dias em órbita do planeta. A razão entre o raio da lua e do planeta é a mesma da Lua para a Terra. A massa da Lua é calculada com a densidade da Terra.

Fonte: Produção do autor.

Embora [Kipping \(2009a\)](#) argumente que o efeito de TDV é possível de ser detectado com a resolução fotométrica do telescópio Kepler, nossas simulações e análises em planetas confirmados demonstram o contrário. A dificuldade na detecção se dá porque as incertezas na medida da duração do trânsito são muito grandes, em geral da ordem de 5–10 minutos para a maioria dos planetas analisados, enquanto que a amplitude do TDV é por volta de 1–2 minutos para satélites com massa comparável à da Terra.

Além disso, $\delta_{TDV} \propto m_s a_s^{-1/2}$, logo apenas satélites muito massivos e próximos do planeta são capazes de produzir tais efeitos mensuráveis. No entanto, segundo [Murray e Dermott \(1999\)](#), o tempo de vida de um satélite devido à migração em direção ao planeta é inversamente proporcional à massa (conforme a Equação 2.7). Logo, a existência de tais exoluas massivas o suficiente para causar variações no tempo de trânsito de grandes amplitudes é questionável.

Por outro lado, o TTV é possível de ser medido, mesmo com a resolução disponível nos telescópios atuais. No entanto, outros efeitos podem causar TTV, como planetas adicionais no sistema. Logo, este efeito temporal sem contrapartida (por exemplo, em assinaturas fotométricas) não é suficiente para uma detecção confiável de exolua.

Com todas essas dificuldades na medida de efeitos temporais, acreditamos que a detecção de exoluas se dará mais provavelmente por assinaturas fotométricas do que por efeitos temporais.

3.2.3 Seleção de Modelos

Após a análise usando os métodos citados até aqui, apenas nos casos em que são encontrados sinais de exoluas ou de anéis planetários, realizamos o ajuste com o modelo adequado, e também com um modelo que considere apenas o planeta. A decisão é feita pela comparação do *critério de informação Bayesiana (BIC)*, definido por [Schwarz \(1978\)](#):

$$BIC = \chi^2 + k \log N , \quad (3.5)$$

onde k é o número de graus de liberdade de cada modelo e N é o número de pontos de dados.

Tal como ocorre com o χ^2 , a preferência é sempre pelo modelo com o menor BIC. A vantagem dessa ferramenta sobre a comparação do χ^2 é que o BIC penaliza modelos com mais parâmetros livres, de forma a preferir sempre modelos com menos parâmetros, a não ser que os dados realmente indiquem a necessidade de mais parâmetros, evitando o chamado *overfitting*.

A evidência em favor do modelo com menor BIC costuma ser classificada da seguinte forma ([KASS; RAFTERY, 1995](#)):

- $\Delta BIC \leq 2$ - evidência fraca;
- $2 < \Delta BIC \leq 6$ - evidência positiva;

- $6 < \Delta BIC \leq 10$ - evidência forte;
- $\Delta BIC > 10$ - evidência muito forte.

O BIC é uma aproximação para a evidência Bayesiana (Apêndice A). A principal vantagem sobre esta é a facilidade de cálculo. Existem outros critérios semelhantes, como o *critério de Akaike*. No entanto, o BIC tem sido mais utilizado, principalmente por penalizar mais pesadamente modelos com parâmetros adicionais do que os demais critérios.

4 RESULTADOS

Neste capítulo, apresentamos os resultados da busca por exoluas e anéis usando as técnicas descritas no capítulo anterior. Foram realizadas buscas em planetas detectados pelo CoRoT e pelo Kepler, bem como em candidatos planetários detectados pelo Kepler. Foram analisados um total de 78 exoplanetas, que juntos somam 913 trânsitos individuais. Para cada planeta, foram inspecionados cada um dos trânsitos individuais, além do diagrama de fase, gráfico de medidas de efeitos temporais e variação de parâmetros planetários.

Os resultados foram separados de acordo com o tipo de objeto estudado. Mostraremos neste capítulo apenas alguns resultados ilustrativos da análise do diagrama de fase e dos efeitos temporais. Os resultados mostrados detalhadamente aqui são apenas ilustrativos, e foram selecionados aleatoriamente. A lista completa com os objetos analisados e suas características é apresentada no Anexo B, juntamente com os limites orbitais e de massa previstos pelas Equações 2.1, 2.3, 2.5, 2.6 e 2.8.

Para seleção dos planetas a serem analisados, consideramos apenas aqueles que não fazem parte de sistemas multiplanetários. Essa consideração visa eliminar efeitos temporais e fotométricos causados por eventuais planetas adicionais. Além disso, descartamos também os que orbitam estrelas binárias. Não foram feitas considerações a respeito de regiões dinamicamente estáveis na seleção dos planetas confirmados, sendo estas deixadas para o caso de eventuais detecções.

No caso dos candidatos, devido ao grande número, foi necessário utilizar um critério mais rígido de seleção. Para isso, utilizamos conceitos de dinâmica orbital, selecionando aqueles que possuem mais condições de hospedar satélites detectáveis.

Em alguns planetas do CoRoT, observou-se uma variação constante no tempo central dos trânsitos. Isso representa imprecisão na medida dos períodos planetários. Nesses casos, foi possível corrigir o período orbital a partir das medidas de TTV.

Em nossa busca, não foram observados sinais da presença de exoluas nem de anéis planetários. Nesses casos, foi possível estabelecer limites superiores de raio para eventuais luas não detectadas em todos os objetos estudados, usando como critério o ruído observado nas curvas de luz.

Antes de apresentar os resultados da busca nos exoplanetas, explicaremos em mais detalhes os processos de cálculo de limites de raios de exoluas e de correções no período dos planetas.

4.1 Limites de Detecção

Quando os dados não indicam a presença de exoluas, a explicação mais imediata é que não há tais objetos orbitando o planeta. No entanto, outra explicação é possível: os raios de eventuais exoluas são tão pequenos que sua presença fica mascarada no ruído dos dados. Dessa forma, podemos utilizar a medida dos ruídos para estimar os raios mínimos que estas luas deveriam possuir para serem detectadas.

Vimos na Seção 2.5.2.5.1 que a profundidade do trânsito de uma exlua é dada por:

$$\delta_s = \left(\frac{R_s}{R_*} \right)^2, \quad (4.1)$$

onde R_s é o seu raio e R_* é o raio da estrela.

Para que a lua produza sinais observáveis, a profundidade do seu trânsito deve ser maior do que o ruído observado: $\delta_s > \sigma$. Caso tais profundidades sejam menores do que o ruído, então temos:

$$\left(\frac{R_s}{R_*} \right)^2 < \sigma, \quad (4.2)$$

e podemos estimar o raio da lua:

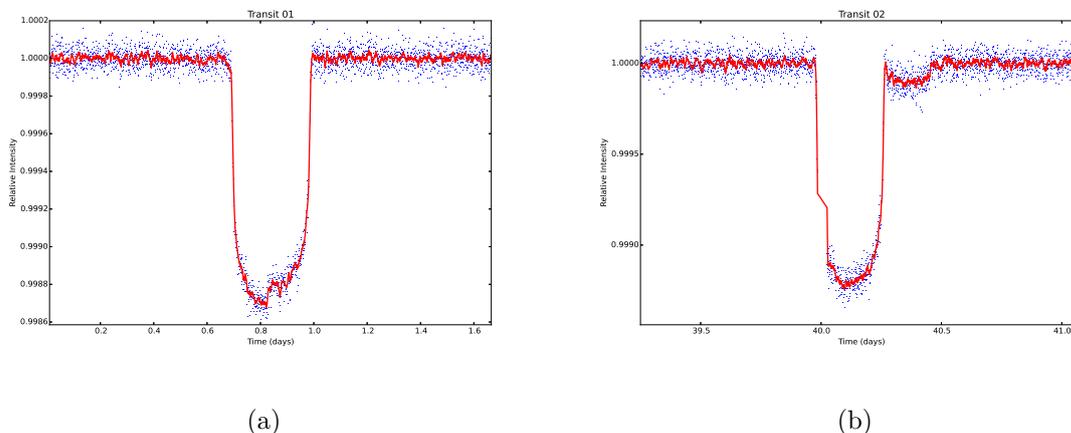
$$R_s < R_* \sqrt{\sigma}. \quad (4.3)$$

No caso de um exoplaneta orbitando uma estrela semelhante ao Sol, a precisão esperada do Telescópio Kepler é de 20 ppm. Com isso, podemos estimar o raio de exoluas detectáveis como sendo de $0,49 R_{\oplus}$. Para detectar luas menores, é necessário analisar o trânsito de exoplanetas em órbita de estrelas menores. Por exemplo, a estrela Kepler-138 possui raio de $0,54 R_{\odot}$, o que reduz o limite de detecção para exoluas para $0,26 R_{\oplus}$. Alguns planetas orbitam estrelas ainda menores, como a estrela Kepler-445, de $0,21 R_{\odot}$. Uma exlua neste sistema poderia ser detectada desde que seu raio fosse no mínimo $0,10 R_{\oplus}$. Para comparação, o raio da Lua é de $0,27 R_{\oplus}$.

Outra técnica que poderia melhorar os limites de detecção é a redução do ruído nos dados. Uma forma de se fazer isso é alisar a curva de luz, com uma média móvel. O principal risco dessa abordagem é acabarmos removendo os sinais de exoluas junto com o ruído, portanto deve-se evitar fazer essa média em intervalos grandes. A Figura 4.1 mostra que um processo desses com intervalo de 10 pontos reduz significativamente o ruído dos dados, sem, no entanto, apagar as assinaturas fotométricas

da lua.

Figura 4.1 - Redução de ruído das curvas de luz.



Processo de redução de ruído com uma média móvel deslocada. Os pontos em azul representam a curva de luz simulada com ruído de 5×10^{-5} . A linha vermelha representa a mesma curva de luz alisada em intervalos de 10 pontos. O alisamento reduziu significativamente o ruído, sem, no entanto, eliminar os sinais da exolua.

Fonte: Produção do autor.

As Tabelas 4.1 e 4.2 mostram os limites de detectabilidade de exoluas para os planetas do CoRoT e do Kepler, respectivamente. Os níveis de ruído foram calculados pelo desvio padrão de uma seção da curva de luz de cada planeta fora dos trânsitos. Para cada planeta, são calculados dois limites: um com o ruído medido na curva de luz original, e outro com o ruído da curva de luz suavizada.

Notamos pela Tabela 4.1 que exoluas deveriam ter raios muito maiores do que a Terra para serem detectadas pelo CoRoT. Embora existam modelos que mostrem a possibilidade de formação destes objetos, nenhuma lua no Sistema Solar apresenta dimensões maiores do que a Terra. Isso parece indicar que, se a formação de tais satélites supermassivos realmente ocorrer, pode ser um fenômeno raro.

Devido ao grande raio, tais objetos seriam melhor classificados como planetas binários do que exoluas. [Ochiai et al. \(2014\)](#) demonstraram que um sistema de dois planetas gasosos ligados gravitacionalmente tem 10% de chances de se formar em sistemas com três planetas gasosos. Estes planetas binários deveriam se localizar a pelo menos 0,3 UA da estrela, e teriam estabilidade dinâmica pelo tempo de vida

Tabela 4.1 - Limites de detectabilidade de exoluas nos planetas do CoRoT.

Planet	R_*/R_\odot	σ	R_s^{\max}/R_\oplus	$\sigma^{(a)}$	$R_s^{\max}/R_\oplus^{(a)}$
CoRoT-1 b	1,11	$2,79 \times 10^{-3}$	6,41	$1,05 \times 10^{-3}$	3,93
CoRoT-2 b	0,902	$4,96 \times 10^{-3}$	6,94	$1,02 \times 10^{-3}$	3,14
CoRoT-3 b	1,44	$2,25 \times 10^{-3}$	7,46	$7,03 \times 10^{-3}$	4,17
CoRoT-4 b	1,15	$2,74 \times 10^{-3}$	6,57	$9,18 \times 10^{-4}$	3,80
CoRoT-5 b	1,186	$3,30 \times 10^{-3}$	7,44	$1,02 \times 10^{-3}$	4,14
CoRoT-6 b	1,025	$3,17 \times 10^{-3}$	6,30	$1,02 \times 10^{-3}$	3,57
CoRoT-8 b	0,77	$4,99 \times 10^{-3}$	5,94	$1,51 \times 10^{-3}$	3,27
CoRoT-10 b	0,79	$4,79 \times 10^{-3}$	5,97	$1,55 \times 10^{-3}$	3,39
CoRoT-11 b	1,36	$2,29 \times 10^{-3}$	7,11	$6,59 \times 10^{-4}$	3,81
CoRoT-12 b	1,116	$7,03 \times 10^{-3}$	10,21	$2,21 \times 10^{-3}$	5,73
CoRoT-13 b	1,01	$5,49 \times 10^{-3}$	8,17	$1,74 \times 10^{-3}$	4,59
CoRoT-14 b	1,21	$9,60 \times 10^{-3}$	12,94	$2,98 \times 10^{-3}$	7,21
CoRoT-16 b	1,19	$1,15 \times 10^{-2}$	13,95	$3,53 \times 10^{-3}$	7,72
CoRoT-17 b	1,59	$2,74 \times 10^{-3}$	9,09	$5,65 \times 10^{-4}$	4,13
CoRoT-18 b	1,0	$5,58 \times 10^{-3}$	8,15	$1,79 \times 10^{-3}$	4,62
CoRoT-19 b	1,65	$3,58 \times 10^{-3}$	10,78	$1,12 \times 10^{-3}$	6,02
CoRoT-20 b	0,92	$5,01 \times 10^{-3}$	7,11	$1,59 \times 10^{-3}$	4,00
CoRoT-21 b	1,945	$2,83 \times 10^{-3}$	11,29	$8,05 \times 10^{-4}$	6,03
CoRoT-23 b	1,61	$5,90 \times 10^{-3}$	13,50	$2,05 \times 10^{-3}$	7,96
CoRoT-25 b	1,19	$5,46 \times 10^{-3}$	9,60	$1,62 \times 10^{-3}$	5,23
CoRoT-26 b	1,79	$7,46 \times 10^{-3}$	16,87	$2,39 \times 10^{-3}$	9,56
CoRoT-27 b	1,08	$8,52 \times 10^{-3}$	10,88	$2,80 \times 10^{-3}$	6,24

R_* = raio estelar. σ = ruído da curva de luz. R_s^{\max} = raio máximo de um satélite não-detectável. **(a)** medidas feitas na curva de luz suavizada com uma média móvel deslocada com raio de 10 pontos.

de uma estrela na Sequência Principal. Lewis et al. (2015) também demonstram que planetas binários seriam detectados por trânsitos planetários, e chegam a identificar um candidato nos dados do CoRoT. Dessa forma, a precisão fotométrica do CoRoT limitaria as detecções a planetas binários, ficando muito aquém da precisão necessária para detectar exoluas.

A Tabela 4.2 mostra limites de detecção um pouco menores para o Kepler, embora a menor lua detectável seria do tamanho da Terra. Para comparação, a maior lua do Sistema Solar, Ganimedes, tem raio de $0,41 R_\oplus$. No entanto, luas massivas podem se formar naturalmente em órbita de planetas gigantes gasosos, como vimos na Seção 2.3.1. Chama a atenção o nível de ruído do Kepler, significativamente acima dos 20 ppm esperados. Esse ruído mais alto pode ser uma possível explicação para a não detecção de exoluas com o Kepler, apesar de vários trabalhos preverem sua detecção (por exemplo, Campanella et al. (2010), Kipping et al. (2009), Tusnski e Valio (2011)).

Tabela 4.2 - Limites de detectabilidade de exoluas nos planetas do Kepler.

Planeta	R_*/R_\odot	σ	R_s^{max}/R_\oplus	$\sigma^{(a)}$	$R_s^{max}/R_\oplus^{(a)}$
Kepler-4 b	1,487	$4,3 \times 10^{-3}$	3,37	$1,59 \times 10^{-3}$	2,05
Kepler-5 b	1,487	$7,6 \times 10^{-3}$	5,39	$2,73 \times 10^{-4}$	3,24
Kepler-6 b	1,391	$6,74 \times 10^{-4}$	3,94	$2,20 \times 10^{-4}$	2,25
Kepler-7 b	2,02	$5,0 \times 10^{-4}$	4,93	$1,72 \times 10^{-4}$	2,89
Kepler-8 b	1,486	$9,27 \times 10^{-4}$	4,94	$3,07 \times 10^{-4}$	2,84
Kepler-12 b	1,483	$7,64 \times 10^{-4}$	4,48	$2,37 \times 10^{-4}$	2,49
Kepler-14 b	2,048	$3,56 \times 10^{-4}$	4,22	$1,28 \times 10^{-4}$	2,53
Kepler-15 b	0,992	$8,56 \times 10^{-4}$	3,17	$2,88 \times 10^{-4}$	1,84
Kepler-17 b	1,05	$1,24 \times 10^{-3}$	4,04	$4,18 \times 10^{-4}$	2,34
Kepler-19 b	0,85	$3,45 \times 10^{-4}$	1,72	$1,17 \times 10^{-4}$	1,00
Kepler-39 b	1,39	$1,26 \times 10^{-3}$	5,38	$4,38 \times 10^{-4}$	3,17
Kepler-41 b	0,966	$1,24 \times 10^{-3}$	3,72	$4,04 \times 10^{-4}$	2,12
Kepler-43 b	1,42	$9,10 \times 10^{-4}$	4,68	$3,13 \times 10^{-4}$	2,74
Kepler-44 b	1,52	$1,72 \times 10^{-3}$	6,88	$5,51 \times 10^{-4}$	3,90
Kepler-45 b	0,55	$4,39 \times 10^{-3}$	3,98	$1,64 \times 10^{-3}$	2,43
Kepler-61 b	0,62	$1,70 \times 10^{-3}$	2,79	$5,63 \times 10^{-4}$	1,61
Kepler-74 b	1,51	$1,23 \times 10^{-3}$	5,79	$4,29 \times 10^{-4}$	3,41
Kepler-75 b	0,88	$2,75 \times 10^{-3}$	5,04	$1,06 \times 10^{-3}$	3,13
Kepler-77 b	0,99	$9,10 \times 10^{-4}$	3,26	$2,94 \times 10^{-4}$	1,85

R_* = raio estelar. σ = ruído da curva de luz. R_s^{max} = raio máximo de um satélite não-detectável. (a) medidas feitas na curva de luz suavizada com uma média móvel deslocada com raio de 10 pontos.

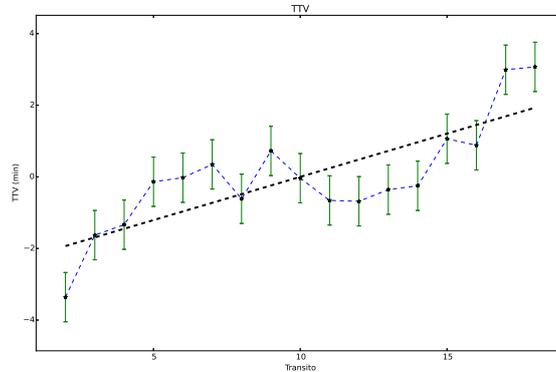
4.2 Correção dos Períodos

Em alguns exoplanetas, em especial do CoRoT, foi observada uma variação constante do instante central dos trânsitos. Essa variação pode ser entendida como uma imprecisão na medida do período orbital do planeta, que precisa ser corrigido. Vale lembrar que as observações do CoRoT foram feitas entre 2007 e 2012. Mesmo uma variação no período da ordem de poucos minutos pode causar uma grande diferença nas efemérides dos trânsitos atualmente, o que pode prejudicar novas observações. Nos planetas do Kepler esse efeito também aparece, embora com menos frequência e em menor intensidade.

Uma forma simples de se fazer essa correção é ajustar uma reta às medidas de TTV dos planetas. A Figura 4.2 exemplifica essa técnica aplicada ao planeta CoRoT-1b. Nesse caso, a variação no instante do trânsito é da ordem de 0,24 min. Com essa correção, o período deste exoplaneta fica **1,5091234** dias. Essa diferença se acumula, e chega a três horas, passados três anos das observações feitas com o CoRoT. Essa diferença pode ser significativa para o planejamento de eventuais novas observações,

o que justifica essa correção nos períodos.

Figura 4.2 - Correção do período do exoplaneta CoRoT-1b pelas medidas de TTV.



Nas medidas de TTV, observa-se uma tendência constante, o que indica imprecisão no período conhecido. Ajustando-se uma linha reta nestas medidas, pode-se corrigir o período do planeta, obtendo melhores efemérides de trânsitos para obsevações posteriores.

Fonte: Produção do autor.

A Tabela 4.3 lista as correções dos períodos dos planetas do CoRoT feitas usando esse método.

Tabela 4.3 - Correção do período orbital pelas medidas de TTV.

Planeta	Período (dias)	Correção (min)	Período Corrigido (dias)
CoRoT-1b	1,5089557	0,24	1,5091234
CoRoT-2b	1,7429996	-0,13	1,7429079
CoRoT-3b	4,2567994	0,63	4,2572403
CoRoT-18b	1,9000693	0,36	1,9003208
CoRoT-19b	3,89713	-0,95	3,89647
Kepler-7b	4,885525	-0,06	4,885481
Kepler-77b	3,5787087	0,10	3,5787790

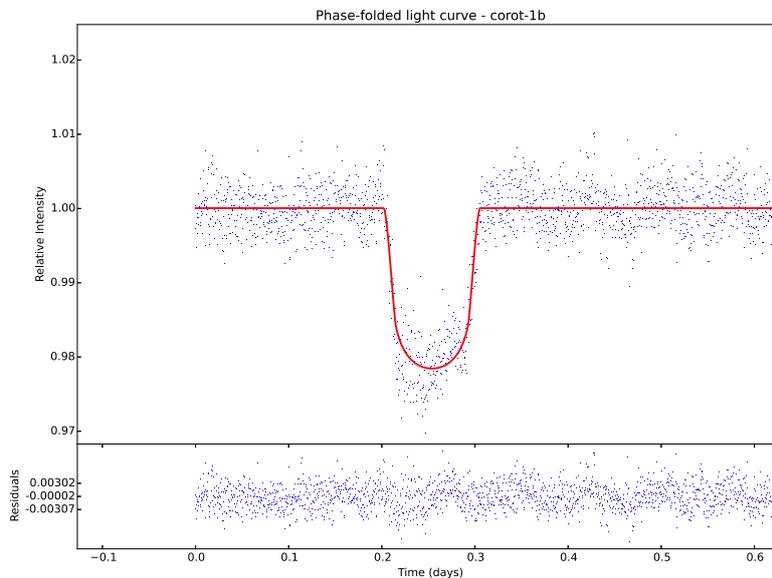
4.3 Exoplanetas do CoRoT

O CoRoT detectou 29 exoplanetas, sendo apenas um desses sistemas formado por dois planetas (CoRoT-24b). Dos 28 restantes, 5 possuem possibilidades de hospedar exoluas com massa superior à da Terra (ver Anexo B). Mesmo assim, como mencionamos anteriormente, fizemos a análise em todos, deixando a análise de regiões

dinamicamente estáveis para o caso de eventuais detecções.

4.3.1 CoRoT-1b

Figura 4.3 - Diagrama de Fase do Exoplaneta CoRoT-1b.

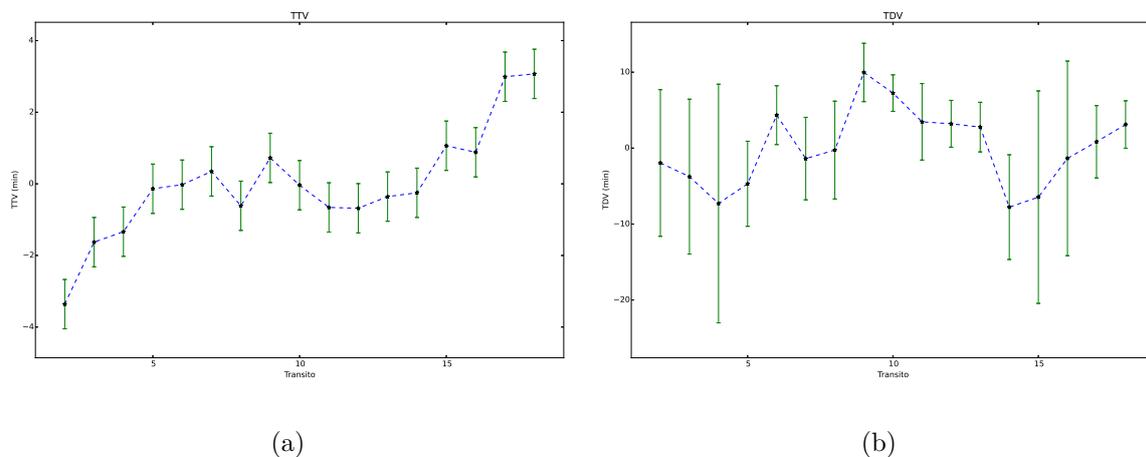


O diagrama de fase não apresenta excessos ou deformações, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

Fonte: Produção do autor.

A Figura 4.3 mostra o diagrama de fase do exoplaneta CoRoT-1b. Não são observadas assinaturas que indicariam a presença de exoluas ou de anéis. A Figura 4.4 mostra o resultado das medidas dos efeitos de TTV e TDV. Não são observadas variações acima das barras de erro. As medidas dos parâmetros planetários também não apresentam variações. Portanto, este planeta não apresenta sinais de exoluas.

Figura 4.4 - Medidas de TTV e TDV do Exoplaneta CoRoT-1b.



Não são detectados efeitos temporais, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

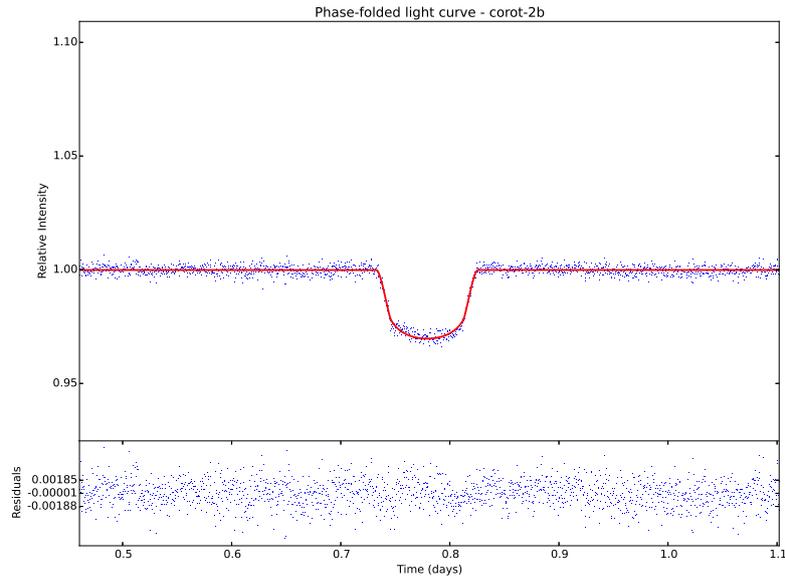
Fonte: Produção do autor.

4.3.2 CoRoT-2b

A análise do exoplaneta CoRoT-2b é dificultada devido à alta atividade estelar, que leva ao surgimento de manchas na superfície da estrela. Estima-se que cerca de 10–20% da superfície da estrela seja coberta por manchas (SILVA-VALIO et al., 2010). Dessa forma, os trânsitos planetários ficam deformados de tal forma a dificultar as medidas tanto dos parâmetros planetários quanto dos efeitos temporais.

Embora os gráficos dos efeitos temporais (Figura 4.6) pareçam mostrar efeitos oscilatórios, que poderiam ser atribuídos à presença de uma lua, o diagrama de fase (Figura 4.5) não mostra nenhum tipo de resíduo que suporte tal afirmação. Os trânsitos individuais também não apresentam deformações além das causadas por manchas estelares. As medidas dos parâmetros planetários somente mostram variações dentro das barras de erro. Dessa forma, acreditamos que as variações vistas na Figura 4.6 são causadas pelas manchas, e não por uma eventual exolua.

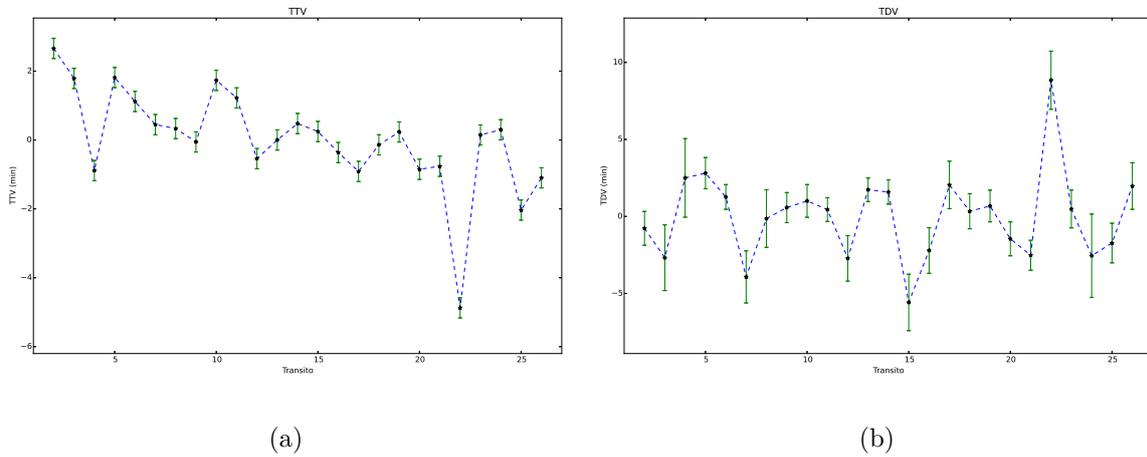
Figura 4.5 - Diagrama de Fase do Exoplaneta CoRoT-2b.



O diagrama de fase não apresenta excessos ou deformações, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

Fonte: Produção do autor.

Figura 4.6 - Medidas de TTV e TDV do Exoplaneta CoRoT-2b.



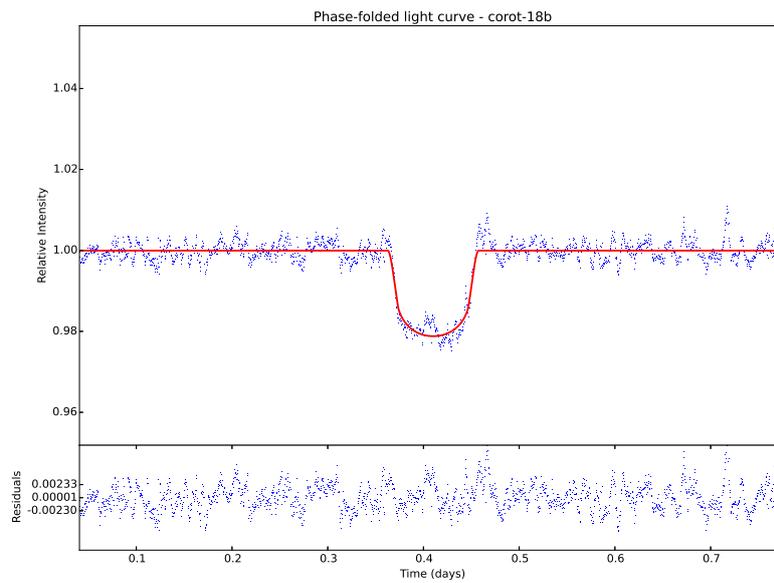
Não são detectados efeitos temporais, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

Fonte: Produção do autor.

4.3.3 CoRoT-18b

O exoplaneta CoRoT-18b é um Júpiter Quente massivo, com período orbital de 1,9 dias. Tanto o diagrama de fase (Figura 4.7) quanto as medidas de efeitos temporais (Figura 4.8) não mostram oscilações que indicariam a presença de exoluas. O mesmo vale para as medidas dos parâmetros planetários ajustados nos trânsitos sucessivos.

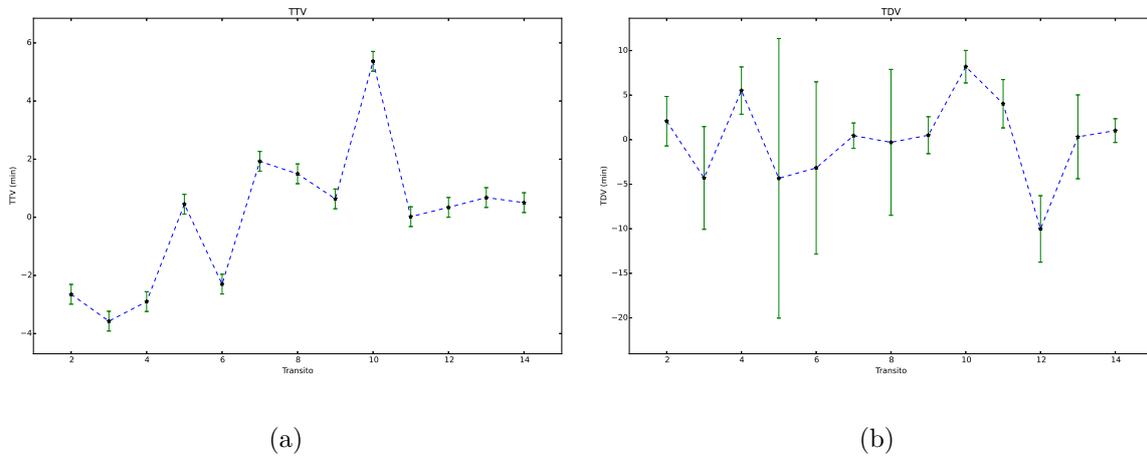
Figura 4.7 - Diagrama de Fase do Exoplaneta CoRoT-18b.



O diagrama de fase não apresenta excessos ou deformações, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

Fonte: Produção do autor.

Figura 4.8 - Medidas de TTV e TDV do Exoplaneta CoRoT-18b.



Não são detectados efeitos temporais, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

Fonte: Produção do autor.

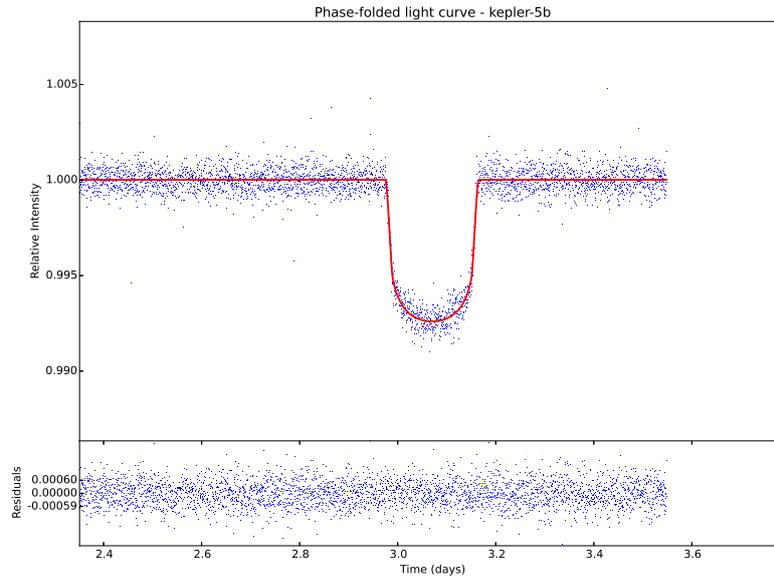
4.4 Exoplanetas do Kepler

O Telescópio Kepler detectou, até o momento, 949 exoplanetas. Destes, 59 atendem aos nossos critérios: planetas solitários que não orbitam estrelas binárias. Desta lista, foram selecionados 24 planetas, para análise. Em alguns destes, a análise completa não pôde ser feita por apresentarem muita atividade estelar, que dificulta a análise das assinaturas fotométricas, em especial na análise do diagrama de fase e na busca por efeitos temporais.

4.4.1 Kepler-5b

O diagrama de fase do Kepler-5b (Figura 4.9) não apresenta sinais de exoluas ou de anéis planetários. A análise dos efeitos temporais (Figura 4.10) e dos parâmetros planetários também não apresenta oscilações, o que indica a ausência de companheiros.

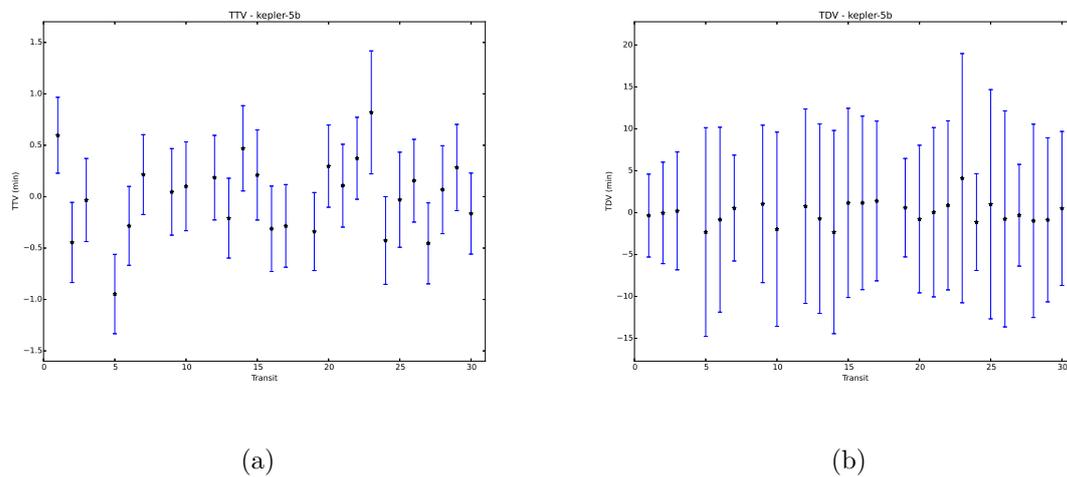
Figura 4.9 - Diagrama de Fase do Exoplaneta Kepler-5b.



O diagrama de fase não apresenta excessos ou deformações, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

Fonte: Produção do autor.

Figura 4.10 - Medidas de TTV e TDV do Exoplaneta Kepler-5b.



(a)

(b)

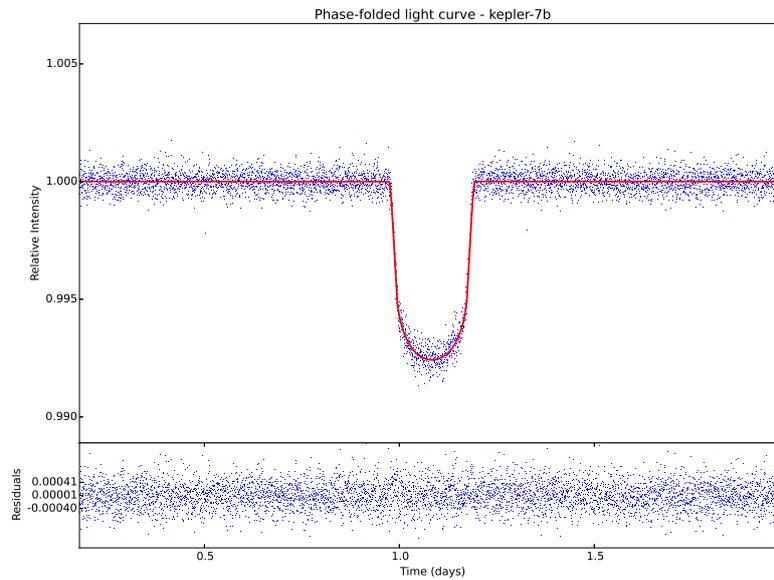
Não são detectados efeitos temporais, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

Fonte: Produção do autor.

4.4.2 Kepler-7b

O exoplaneta Kepler-7b não apresenta assinaturas fotométricas no diagrama de fase (Figura 4.11) nem efeitos temporais (Figura 4.12) que indiquem exoluas. Os parâmetros planetários também não mostram grandes oscilações. Porém, a análise do TTV indica uma correção no período, embora sua amplitude seja bem inferior à correção dos planetas do CoRoT.

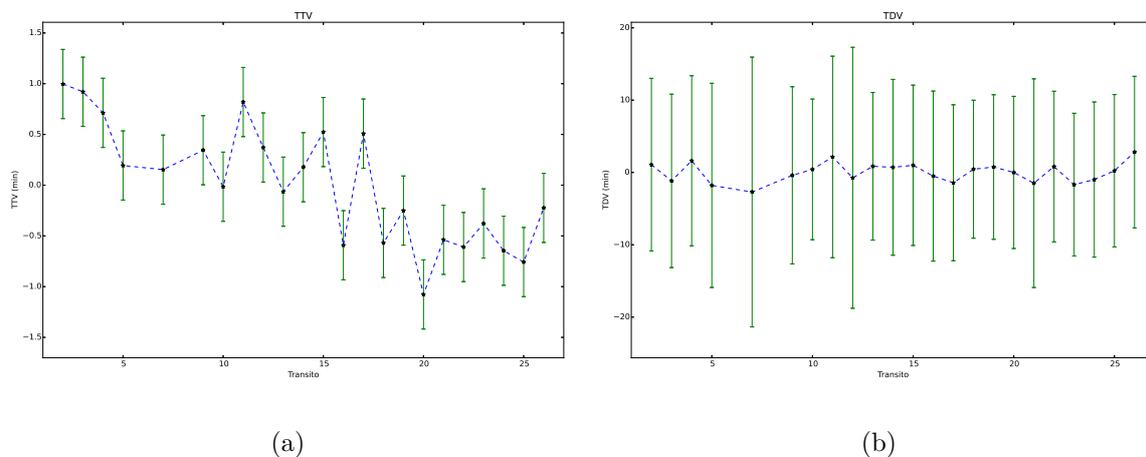
Figura 4.11 - Diagrama de Fase do Exoplaneta Kepler-7b.



O diagrama de fase não apresenta excessos ou deformações, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

Fonte: Produção do autor.

Figura 4.12 - Medidas de TTV e TDV do Exoplaneta Kepler-7b.



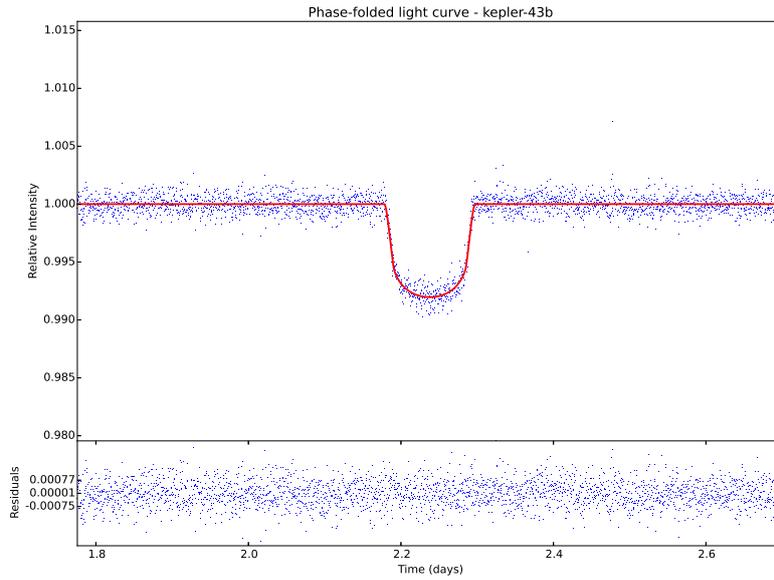
Não são detectados efeitos temporais, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

Fonte: Produção do autor.

4.4.3 Kepler-43b

O diagrama de fase da Figura 4.13 não indica a existência de exoluas. Embora o TTV (Figura 4.14) pareça indicar uma variação, as incertezas não permitem afirmar com certeza. Mesmo que essa variação seja verdadeira, a ausência de assinaturas fotométricas indicaria a existência de outros planetas no mesmo sistema. Para confirmar ou não essa hipótese, uma maneira seria remover os trânsitos do planeta Kepler-43b e refazer a análise em busca de periodicidades, por exemplo usando o algoritmo BLS ou o periodograma de Lomb-Scargle. Os parâmetros medidos nos trânsitos individuais não mostram variações significativas.

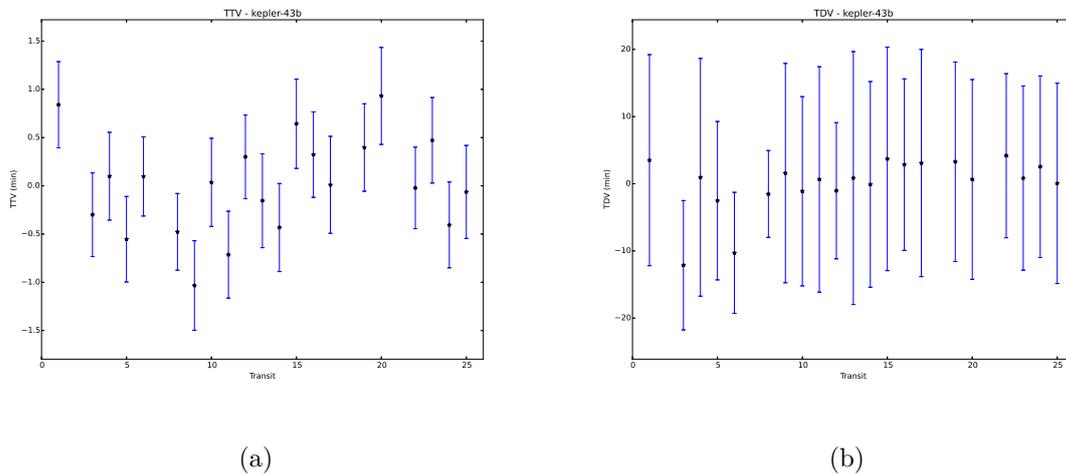
Figura 4.13 - Diagrama de Fase do Exoplaneta Kepler-43b.



O diagrama de fase não apresenta excessos ou deformações, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

Fonte: Produção do autor.

Figura 4.14 - Medidas de TTV e TDV do Exoplaneta Kepler-43b.



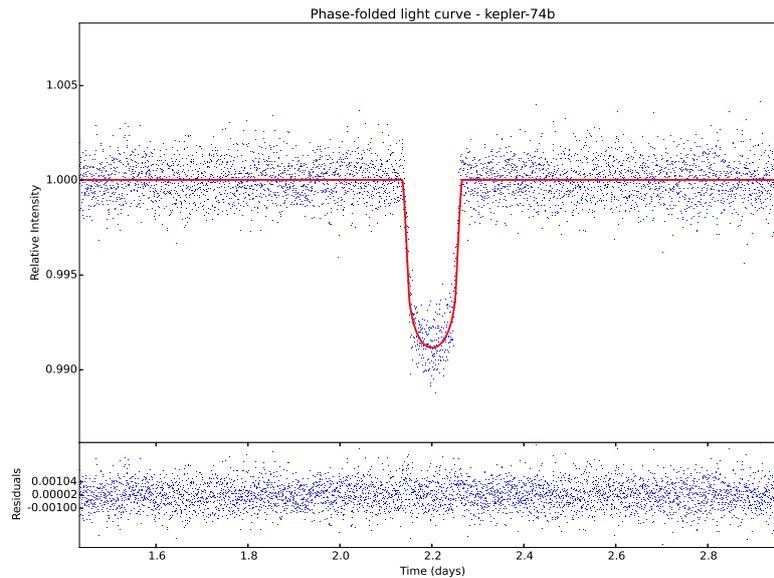
Não são detectados efeitos temporais, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

Fonte: Produção do autor.

4.4.4 Kepler-74b

Não são vistas assinaturas no diagrama de fase (Figura 4.15) nem indicações nos efeitos temporais (Figura 4.16) ou nos parâmetros planetários. Portanto, o exoplaneta Kepler-74b não mostra sinais detectáveis de luas ou anéis.

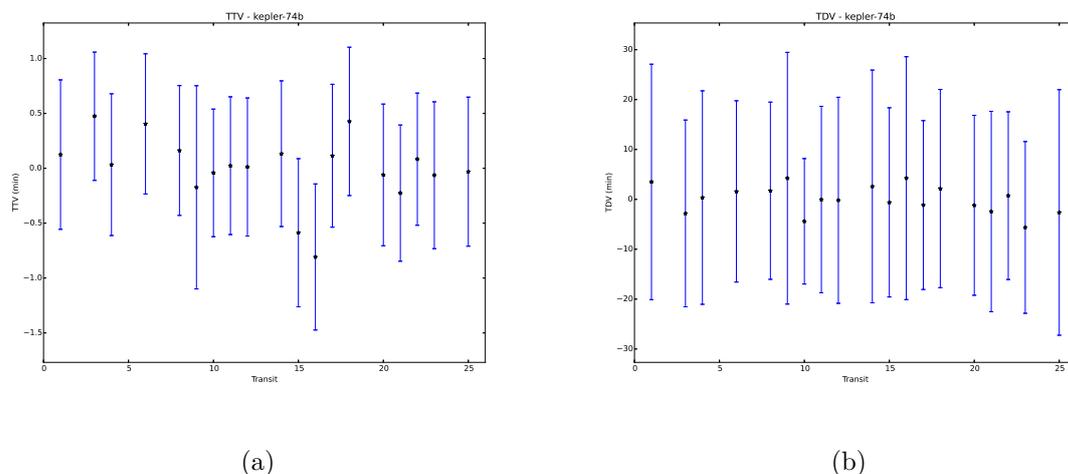
Figura 4.15 - Diagrama de Fase do Exoplaneta Kepler-74b.



O diagrama de fase não apresenta excessos ou deformações, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

Fonte: Produção do autor.

Figura 4.16 - Medidas de TTV e TDV do Exoplaneta Kepler-74b.



Não são detectados efeitos temporais, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

Fonte: Produção do autor.

4.5 Candidatos Planetários do Kepler

Em Guimarães et al. (2015, em preparação) é apresentada uma lista de candidatos planetários com maiores possibilidades de hospedar satélites de dimensões detectáveis pelo Kepler. Esta lista é calculada com base em critérios de dinâmica orbital, semelhantes aos de Domingos et al. (2006). No entanto, Guimarães et al. (2015, em preparação) utilizam critérios mais amplos, como o cálculo do raio de Hill do próprio satélite, para melhor definição da região de estabilidade. Além disso, Domingos et al. (2006) calcularam as regiões estáveis utilizando apenas planetas gasosos, enquanto Guimarães et al. (2015, em preparação) utiliza os outros tipos de exoplanetas conhecidos hoje.

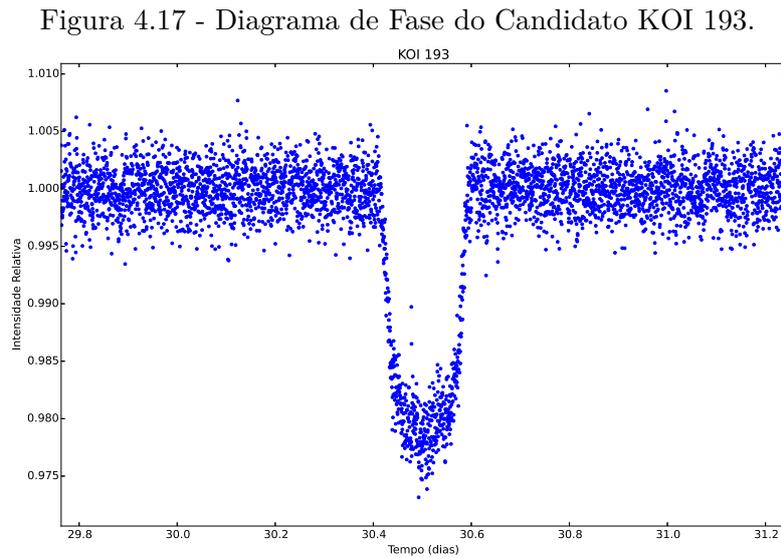
A análise dos candidatos planetários do Kepler passa por duas dificuldades significativas. A primeira delas é a ausência de dados em curta cadência para muitos dos candidatos. O Kepler faz observações em duas resoluções temporais diferentes: 29,4 minutos (chamada de *longa cadência*) e 1 minuto (*curta cadência*). Os dados em longa cadência não apresentam resolução suficiente, tanto para a busca por assinaturas fotométricas, quanto para a medida de efeitos temporais. Além dessa dificuldade, estas curvas de luz apresentam, em sua maioria, muita atividade estelar, que pode acabar até dificultando a localização dos trânsitos em alguns casos.

No entanto, devido ao seu grande número (mais de 4 mil) e à ocorrência de muitos candidatos com período orbital maior do que 30 dias, os candidatos planetários constituem um bom laboratório para a busca por exoluas e anéis.

Da lista inicial de 34 candidatos apresentados em [Guimarães et al. \(2015, em preparação\)](#) com condições de hospedar exoluas detectáveis, foram selecionados 12 que possuem dados em curta cadência. Além destes, investigamos também outros 5 candidatos que possuem apenas dados em longa cadência, selecionando aqueles que possuem trânsito mais profundo e melhor definido. Tal como nos casos de planetas confirmados, não foram encontrados sinais de exoluas ou de anéis planetários em nenhum dos objetos investigados.

4.5.1 Candidato KOI 193

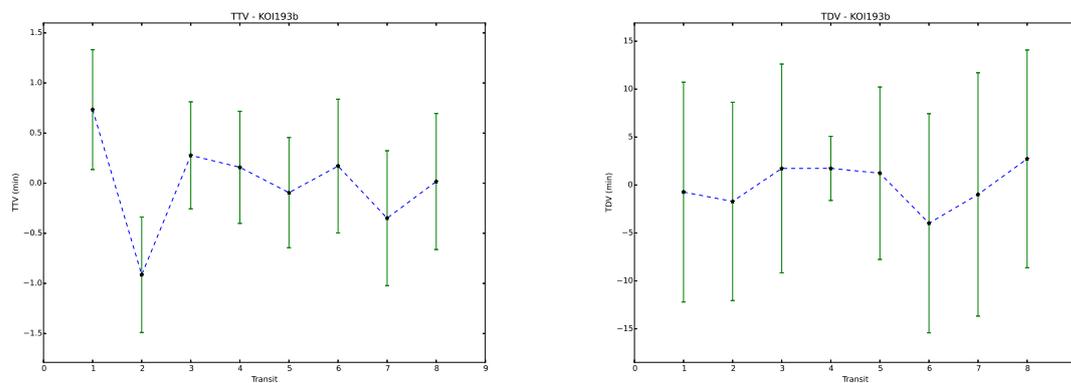
A Figura 4.17 mostra o Diagrama de Fase do candidato KOI 193. Não são vistas assinaturas fotométricas de exoluas ou de anéis. O mesmo nos efeitos temporais, mostrados na Figura 4.18. Os parâmetros planetários também não mostram variações.



O diagrama de fase não apresenta excessos ou deformações, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

Fonte: Produção do autor.

Figura 4.18 - Medidas de TTV e TDV do Candidato KOI 193.



(a)

(b)

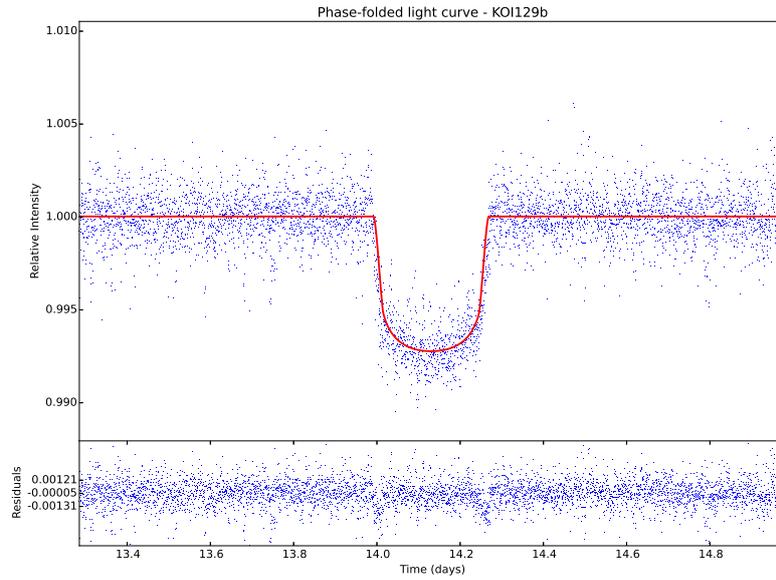
Não são detectados efeitos temporais, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

Fonte: Produção do autor.

4.5.2 Candidato KOI 129

O Candidato KOI 129 não apresenta sinais de exoluas, tanto no diagrama de fase (Figura 4.19) quanto nas medidas de efeitos temporais (Figura 4.20). No entanto, o diagrama de fase apresenta leve deformação nos resíduos característica de parâmetros de escurecimento de limbo inadequados. Os parâmetros planetários só variam dentro das incertezas das medidas.

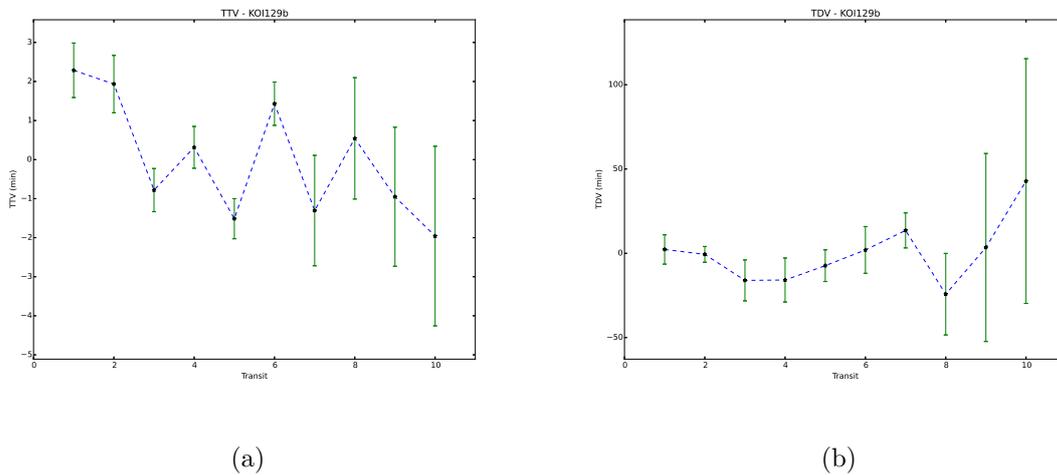
Figura 4.19 - Diagrama de Fase do Candidato KOI 129.



O diagrama de fase não apresenta excessos ou deformações, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

Fonte: Produção do autor.

Figura 4.20 - Medidas de TTV e TDV do Candidato KOI 129.



(a)

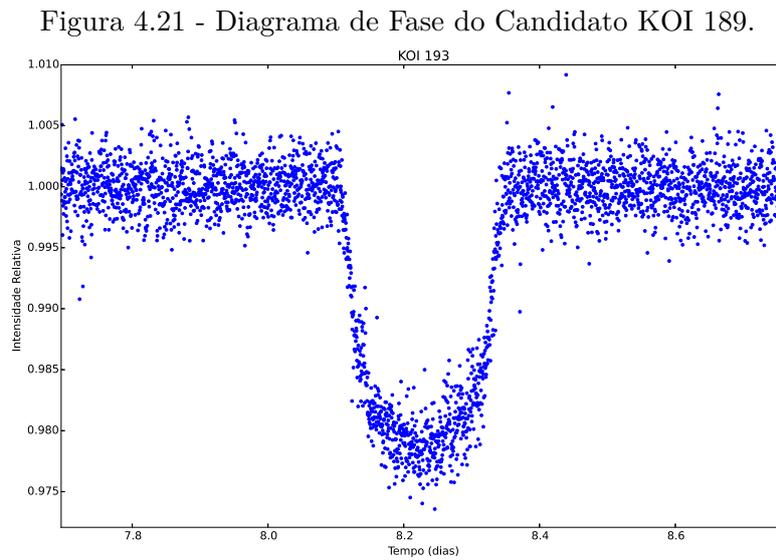
(b)

Não são detectados efeitos temporais, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

Fonte: Produção do autor.

4.5.3 Candidato KOI 189

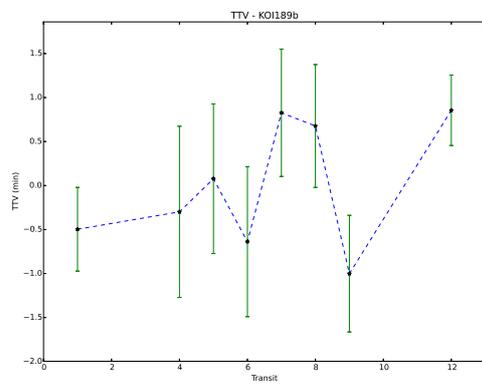
Não detectamos sinais de exoluas ou anéis no candidato KOI 189. O Diagrama de fase é mostrado na Figura 4.21, e os efeitos temporais na Figura 4.22. Os parâmetros medidos nos trânsitos também não apresentam variações.



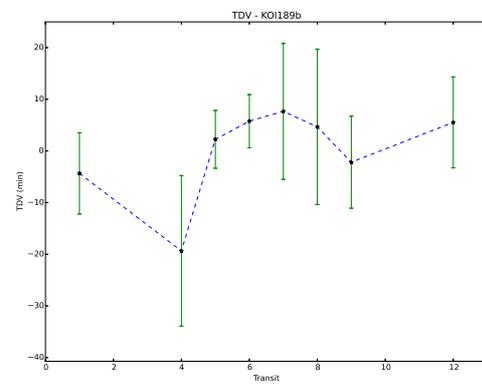
O diagrama de fase não apresenta excessos ou deformações, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

Fonte: Produção do autor.

Figura 4.22 - Medidas de TTV e TDV do Candidato KOI 189.



(a)



(b)

Não são detectados efeitos temporais, o que indica a ausência de exoluas dentro dos limites de detecção.

Fonte: Produção do autor.

5 CONCLUSÕES

A busca por exoluas é uma tarefa tão interessante quanto complicada. São várias as razões para essa busca, dentre as quais destacamos a melhoria das condições de habitabilidade do planeta hospedeiro e do próprio satélite, que é por si só importante a ponto de justificar os esforços que vêm sendo feitos recentemente para alcançar este objetivo. No entanto, o fato de nenhum objeto deste tipo ter sido detectado até hoje começa a intrigar alguns pesquisadores.

Esta não detecção pode estar relacionada, entre outros fatores, à falta de projetos amplos de busca. Neste sentido, o trabalho que desenvolvemos e apresentamos nesta Tese vem completar uma lacuna, oferecendo uma ferramenta que possui a possibilidade de analisar um grande número de curvas de luz sem necessidade de configurações individuais em cada caso, o que faz com que a pesquisa avance rapidamente. A facilidade de adaptação deste método a outras técnicas que venham a surgir também é uma grande vantagem, de forma que este método continue evoluindo.

Mas além das ferramentas, uma outra razão tem sido apontada para a não detecção de exoluas: a falta de precisão dos instrumentos atuais. Mesmo o Telescópio Kepler, que se esperava ser capaz de detectar luas do tamanho ou até menores do que a Terra, apresenta um ruído acima do esperado, fazendo com que essa detecção permaneça um objetivo ainda distante. Desta forma, a ferramenta desenvolvida para detecção neste trabalho aguarda dados com melhor precisão para, praticamente sem alterações, ser utilizada no futuro. Missões futuras, como a *Transiting Exoplanet Survey Satellite*, da NASA, e Plato, da ESA, oferecerão dados com melhor qualidade dentro de poucos anos, o que mantém este programa de busca por exoluas uma ferramenta útil.

Inicialmente, apresentamos aqui uma revisão dos conhecimentos atuais sobre exoluas. Estes conhecimentos partem dos dados observados no Sistema Solar e incluem modelos de formação, previsão de limites de estabilidade dinâmica e limites de massa.

Em seguida, detalhamos nosso programa de busca por exoluas. Apresentamos duas técnicas novas de busca, a análise do diagrama de fase e a análise da variação dos parâmetros planetários. Estas, somadas às já conhecidas buscas por assinaturas fotométricas e efeitos temporais formam uma ferramenta ampla. O uso de várias técnicas com o mesmo objetivo é importante para que tenhamos formas de verifi-

cação de eventuais detecções. Além disso, técnicas diferentes são proporcionais em relação a diferentes parâmetros, de forma que podemos obter o conjunto completo de parâmetros de eventuais detecções. Simulações foram feitas para demonstrar o funcionamento e a aplicabilidade de cada ferramenta.

Por fim, apresentamos os resultados de nossa busca por exoluas. Se por um lado não foram encontrados sinais que indiquem a presença de exoluas, tanto em planetas confirmados quanto em candidatos planetários, por outro lado foram obtidos dois resultados importantes: o estabelecimento de limites de detecção de exoluas em órbita dos planetas analisados e a correção do período orbital, mesmo que pequena, para alguns planetas. O primeiro resultado é importante porque os limites obtidos são, em geral, bastante grandes. Embora existam modelos que prevêm a formação de satélites de grandes dimensões ou até de planetas binários, os limites que obtivemos mostram que tais objetos não são tão comuns, ou ao menos exigem condições mais específicas para existirem. Quando à correção dos períodos orbitais, sua relevância deve-se para planetas de período da ordem de poucos dias, pois mesmo uma diferença de poucos minutos se acumula e pode chegar a algumas horas em poucos anos, o que torna difícil o planejamento de eventuais novas observações. Desta forma, o programa que desenvolvemos aqui, embora não tenha chegado a nenhuma detecção, se constitui numa ferramenta útil na busca e caracterização de exoluas.

Este trabalho abre várias possibilidades de continuação. A primeira, e mais evidente, é continuação desta busca, incluindo a remoção da limitação de somente investigar exoplanetas solitários. A inclusão de sistemas multiplanetários neste programa de busca aumentará significativamente o número de objetos a serem analisados, aumentando as chances de alguma detecção.

Outra linha a ser seguida é a investigação da existência em si de exoluas. Se por um lado espera-se que elas existam, por outro este é um dado que vem da observação do Sistema Solar, carecendo de confirmação. Sabe-se que muitos sistemas planetários apresentam fenômenos não vistos no Sistema Solar, como migração planetária e planetas muito próximos uns dos outros. Deve-se investigar se estes efeitos permitem a existência de exoluas, ou se limitam suas características de alguma forma. Além disso, são conhecidos modelos de formação de planetas e de luas, mas não há modelos que incluam a formação dos dois ao mesmo tempo.

Dessa forma, o programa que desenvolvemos aqui, embora não tenha chegado a alguma detecção, se constitui numa ferramenta útil na detecção e caracterização de exoluas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALONSO, R.; ALAPINI, A.; AIGRAIN, S. et al. The secondary eclipse of CoRoT-1b. **Astronomy & Astrophysics**, v. 506, p. 353–358, out. 2009. 52
- BARGE, P.; BAGLIN, A.; AUVERGNE, M. et al. Transiting exoplanets from the CoRoT space mission. I. CoRoT-Exo-1b: a low-density short-period planet around a G0V star. **Astronomy & Astrophysics**, v. 482, p. L17–L20, maio 2008. 51
- BARNES, J. W.; O'BRIEN, D. P. Stability of satellites around close-in extrasolar giant planets. **The Astrophysical Journal**, v. 575, p. 1087–1093, ago. 2002. 22
- BELBRUNO, E.; GOTT III, J. Formation of the earth impactor and moon. In: AAS/DIVISION OF DYNAMICAL ASTRONOMY MEETING, 39., 2008, Boulder, Colorado. **Proceedings...** Boulder: AAS, 2008. p. 12.01. 21
- BENN, C. R. The Moon and the origin of life. **Earth Moon and Planets**, v. 85, p. 61–66, 2001. 8
- BENNETT, D. P.; BATISTA, V.; BOND, I. A. et al. MOA-2011-BLG-262Lb: a sub-Earth-mass moon orbiting a gas giant primary or a high velocity planetary system in the galactic bulge. **The Astrophysical Journal**, v. 785, p. 155, abr. 2014. 37
- BORUCKI, W. J.; SUMMERS, A. L. The photometric method of detecting other planetary systems. **Icarus**, v. 58, p. 121–134, abr. 1984. 41
- CALDWELL, D. A.; VAN CLEVE, J. E.; JENKINS, J. M. et al. Kepler instrument performance: an in-flight update. In: OSCHMANN, J. M.; CLAMPIN, M. C.; MACEWEN, H. A. (Ed.). **Space telescopes and instrumentation 2010: optical, infrared, and millimeter wave**. [S.l.]: SPIE, 2010. (SPIE Proceedings, v. 7731), p. 17. 52
- CAMERON, A. G. W. Physics of the primitive solar accretion disk. **Moon and Planets**, v. 18, p. 5–40, fev. 1978. 9
- CAMERON, A. G. W.; BENZ, W. The origin of the Moon and the single impact hypothesis. IV. **Icarus**, v. 92, p. 204–216, ago. 1991. 8
- CAMERON, A. G. W.; WARD, W. R. The origin of the moon. In: LUNAR SCIENCE CONFERENCE, 7., 1976, Houston, Texas. **Abstracts...** Houston: LPI, 1976. p. 120. 21

CAMPANELLA, G.; KIPPING, D.; FOSSEY, S. The detectability of habitable exomoons with kepler. In: COMITEE ON SPACE RESEARCH, 38., 2010, Bremen, Germany. **Abstracts...** Paris: Comitee on Space Research, 2010. p. 2525–. [49](#), [86](#)

CAMPBELL, B.; WALKER, G. A. H.; YANG, S. A search for substellar companions to solar-type stars. **The Astrophysical Journal**, v. 331, p. 902–921, ago. 1988. [2](#)

CANUP, R. M.; ASPHAUG, E. Origin of the Moon in a giant impact near the end of the Earth's formation. **Nature**, v. 412, p. 708–712, ago. 2001. [21](#)

CANUP, R. M.; WARD, W. R. A common mass scaling for satellite systems of gaseous planets. **Nature**, v. 441, p. 834–839, jun. 2006. [16](#), [17](#), [18](#), [19](#), [24](#)

CHARBONNEAU, D.; ALLEN, L. E.; MEGEATH, S. T. et al. Detection of thermal emission from an extrasolar planet. **The Astrophysical Journal**, v. 626, p. 523–529, jun. 2005. [29](#)

CHARBONNEAU, P. Genetic algorithms in astronomy and astrophysics. **Astrophysical Journal Supplement Series**, v. 101, p. 309, 1995. [64](#)

CHAUVIN, G.; LAGRANGE, A.-M.; DUMAS, C. et al. A giant planet candidate near a young brown dwarf. Direct VLT/NACO observations using IR wavefront sensing. **Astronomy and Astrophysics**, v. 425, p. L29–L32, out. 2004. [28](#), [29](#)

CHYBA, C. F. Impact delivery and erosion of planetary oceans in the early inner solar system. **Nature**, v. 343, p. 129–133, jan. 1990. [8](#)

COCHRAN, W. D.; HATZES, A. P.; HANCOCK, T. J. Constraints on the companion object to HD 114762. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 380, p. L35–L38, out. 1991. [3](#)

CRIDA, A.; CHARNOZ, S. Formation of regular satellites from ancient massive rings in the solar system. **Science**, v. 338, p. 1196–, nov. 2012. [16](#)

DE PATER, I.; LISSAUER, J. **Planetary sciences**. 2nd. ed. [S.l.]: Cambridge Univesity Press, 2010. [1](#), [3](#), [12](#), [23](#)

DEEG, H. UTM, a universal simulator for lightcurves of transiting systems. In: Pont, F.; Sasselov, D.; Holman, M. J. (Ed.). **IAU Symposium**. [S.l.: s.n.], 2009. (IAU Symposium, v. 253), p. 388–391. [45](#)

DOMINGOS, R. C.; WINTER, O. C.; YOKOYAMA, T. Stable satellites around extrasolar giant planets. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 373, p. 1227–1234, dez. 2006. 24, 99

DONNISON, J. R. Limits on the orbits of possible eccentric and inclined moons of extrasolar planets orbiting single stars. **Earth Moon and Planets**, v. 113, p. 73–97, out. 2014. 24

ELLIOT, J. L.; DUNHAM, E.; MINK, D. The rings of Uranus. **Nature**, v. 267, p. 328–330, maio 1977. 15

ESO. **HARPS: the planet hunter**. 2013. Disponível em: <<http://www.eso.org/sci/facilities/lasilla/instruments/harps/overview.html>>. 34

EVES, S. **Did William Herschel discover the rings of Uranus in the 18th century?** 2007. Disponível em: <https://solarsystem.nasa.gov/news/display.cfm?News_ID=19435>. 15

GASPAR, H. S.; WINTER, O. C.; VIEIRA NETO, E. Irregular satellites of Jupiter: capture configurations of binary-asteroids. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 415, p. 1999–2008, ago. 2011. 20

GOLDREICH, P.; TREMAINE, S. Disk-satellite interactions. **The Astrophysical Journal**, v. 241, p. 425–441, out. 1980. 9

GOLDREICH, P.; WARD, W. R. The formation of planetesimals. **The Astrophysical Journal**, v. 183, p. 1051–1062, ago. 1973. 9

GOMES, R.; LEVISON, H. F.; TSIGANIS, K.; MORBIDELLI, A. Origin of the cataclysmic Late Heavy Bombardment period of the terrestrial planets. **Nature**, v. 435, p. 466–469, maio 2005. 21

GUIMARÃES, A.; VALIO, A.; TUSNSKI, L. R. M.; VIEIRA NETO, E. Exomoons - the best planets where to look for. **Astronomy & Astrophysics**, 2015, em preparação. 79, 99, 100

HAN, E.; WANG, S. X.; WRIGHT, J. T. et al. Exoplanet Orbit Database. II. Updates to exoplanets.org. **Publications of the Astronomical Society of the Pacific**, v. 126, p. 827–837, out. 2014. 129

HART, M. The evolution of the atmosphere of the earth. **Icarus**, v. 1, 1978. 23-29. 7

HARTMANN, W. K.; DAVIS, D. R. Satellite-sized planetesimals and lunar origin. **Icarus**, v. 24, p. 504–514, abr. 1975. 21

HATZES, A. P.; COCHRAN, W. D.; ENDL, M. et al. A planetary companion to γ Cephei A. **The Astrophysical Journal**, v. 599, p. 1383–1394, dez. 2003. 2

HAYASHI, C.; NAKAZAWA, K.; NAKAGAWA, Y. Formation of the solar system. In: BLACK, D. C.; MATTHEWS, M. S. (Ed.). **Protostars and Planets II**. [S.l.: s.n.], 1985. p. 1100–1153. 9

HELLER, R.; WILLIAMS, D.; KIPPING, D. et al. Formation, habitability, and detection of extrasolar moons. **Astrobiology**, v. 14, p. 798–835, set. 2014. 8, 19, 20, 21, 22

HUANG, S.-S. **American Scientist**, 1959. 7

IAU. **Gazeteer of Planetary Nomenclature**. s.d. Disponível em: <<http://planetarynames.wr.usgs.gov/Page/Rings>>. 15

KALTENEGGER, L. Characterizing habitable exomoons. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 712, p. L125–L130, abr. 2010. 7

KASS, R. E.; RAFTERY, A. E. Bayes factors. **Journal of the American Statistical Association**, v. 90, n. 430, p. 773–795, 1995. 80

KENWORTHY, M. A.; MAMAJEK, E. E. Modeling Giant Extrasolar Ring Systems in Eclipse and the Case of J1407b: Sculpting by Exomoons? **The Astrophysical Journal**, v. 800, p. 126, fev. 2015. 44

KIPPING, D. Transit timing effects due to an exomoon. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 392, p. 181–189, 2009. 47, 49, 79

_____. Transit timing effects due to an exomoon - II. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 396, p. 1797–1804, 2009. 49

_____. LUNA: an algorithm for generating dynamic planet-moon transits. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 416, p. 689–709, set. 2011. 45

_____. **The transits of extrasolar planets with moons**. [S.l.]: Springer, 2011.

32

- KIPPING, D.; FOSSEY, S. J.; CAMPANELLA, G. On the detectability of habitable exomoons with Kepler-class photometry. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 400, p. 398–405, nov. 2009. 5, 86
- KOPPARAPU, R. K.; RAMIREZ, R.; KASTING, J. F. et al. Habitable Zones around Main-sequence Stars: New Estimates. **The Astrophysical Journal**, v. 765, p. 131, mar. 2013. 7
- KUIPER, G. P. On the origin of the solar system. **Proceedings of the National Academy of Science**, v. 37, p. 1–14, jan. 1951. 9
- _____. On the origin of the satellites and the Trojans. **Vistas in Astronomy**, v. 2, p. 1631–1666, 1956. 19
- LASKAR, J.; JOUTEL, F.; ROBUTEL, P. Stabilization of the earth's obliquity by the moon. **Nature**, v. 361, p. 615–617, fev. 1993. 8
- LATHAM, D. W.; STEFANIK, R. P.; MAZEH, T.; MAYOR, M.; BURKI, G. The unseen companion of HD114762 - a probable brown dwarf. **Nature**, v. 339, p. 38–40, maio 1989. 2
- LEVENBERG, K. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. **Quarterly of Applied Mathematics**, v. 2, p. 164–168, 1944. 56
- LEWIS, K. M.; OCHIAI, H.; NAGASAWA, M.; IDA, S. Extrasolar binary planets II: detectability by transit observations. **The Astrophysical Journal**, v. 805, p. 27, maio 2015. 86
- LEWIS, K. M.; SACKETT, P. D.; MARDLING, R. A. Possibility of detecting moons of pulsar planets through time-of-arrival analysis. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 685, p. L153–L156, out. 2008. 30, 36
- LIEBIG, C.; WAMBSGANSS, J. Detectability of extrasolar moons as gravitational microlenses. **Astronomy & Astrophysics**, v. 520, p. A68, set. 2010. 37
- LIN, D. N. C.; BODENHEIMER, P.; RICHARDSON, D. C. Orbital migration of the planetary companion of 51 Pegasi to its present location. **Nature**, v. 380, p. 606–607, abr. 1996. 9
- MANDEL, K.; AGOL, E. Analytic Light Curves for Planetary Transit Searches. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 580, p. L171–L175, dez. 2002. 61

- MARTINS, J. H. C.; SANTOS, N. C.; FIGUEIRA, P. et al. Evidence for a spectroscopic direct detection of reflected light from <ASTROBJ>51 Pegasi b</ASTROBJ>. **Astronomy & Astrophysics**, v. 576, p. A134, abr. 2015. 29
- MARZARI, F.; WEIDENSCHILLING, S. J. Eccentric extrasolar planets: the jumping Jupiter model. **Icarus**, v. 156, p. 570–579, abr. 2002. 9
- MAYOR, M.; QUELOZ, D. A Jupiter-mass companion to a solar-type star. **Nature**, v. 378, p. 355 – 357, 1995. 3
- MINER, E. D.; WESSEN, R. R.; CUZZI, J. N. **Planetary ring systems**. New York: Springer, 2007. 16
- MISLIS, D.; SCHMITT, J. H. M. M.; CARONE, L. et al. An algorithm for correcting CoRoT raw light curves. **Astronomy & Astrophysics**, v. 522, p. A86, nov. 2010. 57
- MONTESINOS, M.; CUADRA, J.; PEREZ, S. et al. Protoplanetary disks including radiative feedback from accreting planets. **The Astrophysical Journal**, v. 806, p. 253, jun. 2015. 18
- MORAIS, M. H. M.; CORREIA, A. C. M. Stellar wobble caused by a binary system: Can it really be mistaken as an extra-solar planet? **Astronomy & Astrophysics**, v. 491, p. 899–906, dez. 2008. 34
- MOSQUEIRA, I.; ESTRADA, P. R. Formation of the regular satellites of giant planets in an extended gaseous nebula I: subnebula model and accretion of satellites. **Icarus**, v. 163, p. 198–231, maio 2003. 16
- MURRAY, C. D.; DERMOTT, S. F. **Solar system dynamics**. [S.l.]: Cambridge Univesity Press, 1999. 15, 22, 25, 80
- MURRAY, N.; HOLMAN, M. The role of chaotic resonances in the Solar System. **Nature**, v. 410, p. 773–779, abr. 2001. 8
- NAMOUNI, F. The fate of moons of close-in giant exoplanets. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 719, p. L145–L147, ago. 2010. 22
- NASA. **Kepler. A search for habitable planets**. 2015. Disponível em: <<http://kepler.nasa.gov/>>. 51, 53
- _____. **Our Solar System: moons**. 2015. Disponível em: <<https://solarsystem.nasa.gov/planets/solarsystem/moons>>. 10

- NELDER, J. A.; MEAD, R. A simplex method for function minimization. **Computer Journal**, v. 7, p. 308–313, 1965. [64](#)
- NICHOLSON, P. D.; CUK, M.; SHEPPARD, S. S.; NESVORNY, D.; JOHNSON, T. V. Irregular satellites of the giant planets. In: _____. **The Solar System Beyond Neptune**. [S.l.: s.n.], 2008. p. 411–424. [12](#)
- OCHIAI, H.; NAGASAWA, M.; IDA, S. Extrasolar binary planets. I. Formation by tidal capture during planet-planet scattering. **The Astrophysical Journal**, v. 790, p. 92, ago. 2014. [85](#)
- OFIR, A.; ALONSO, R.; BONOMO et al. The SARS algorithm: detrending CoRoT light curves with Sysrem using simultaneous external parameters. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 404, p. L99–L103, maio 2010. [57](#)
- OLLIVIER, M.; ENCRENAZ, T.; ROQUES, F.; SELSIS, F.; CASOLI, F. **Planetary systems: Detection, formation and habitability of extrasolar planets**. New York: Springer, 2009. [1](#), [2](#), [3](#), [41](#)
- PEALE, S. J. Origin and evolution of the natural satellites. **Annual Review of Astronomy and Astrophysics**, v. 37, p. 533–602, 1999. [10](#)
- PEARSON, J. The lonely life of a double planet. **New Scientist**, n. 2508, p. 38, Aug 1988. [8](#)
- PROBST, R. A.; LO CURTO, G.; AVILA, G. et al. A laser frequency comb featuring sub-cm/s precision for routine operation on HARPS. In: **Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series**. [S.l.: s.n.], 2014. (Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, v. 9147), p. 1. [34](#)
- ROOD, R. T.; TREFIL, J. S. **Are we alone?: The possibility of extraterrestrial civilizations**. [S.l.: s.n.], 1981. [8](#)
- SACKETT, P. D. Searching for unseen planets via occultation and microlensing. In: MARIOTTI, J.-M.; ALLOIN, D. (Ed.). **NATO Advanced Science Institutes (ASI) Series C**. [S.l.: s.n.], 1999. (NATO Advanced Science Institutes (ASI) Series C, v. 532), p. 189. [37](#)
- SAFRANOV, V. **Evolution of the protoplanetary cloud and formation of the Earth and planets**. Moscow: Nauka, 1969. [9](#)

- SANTOS, N. C. Extra-solar planets: detection methods and results. **New Astronomy Reviews**, v. 52, p. 154–166, jun. 2008. 2, 3
- SARTORETTI, P.; SCHNEIDER, J. On the detection of satellites of extrasolar planets with the method of transits. **Astronomy & Astrophysics Supplement Series**, v. 134, p. 553–560, 1999. 45, 47
- SCHARF, C. A. The potential for tidally heated icy and temperate moons around exoplanets. **The Astrophysical Journal**, v. 648, p. 1196–1205, set. 2006. 8
- SCHLICHTING, H. E.; CHANG, P. Warm Saturns: on the nature of rings around extrasolar planets that reside inside the ice line. **The Astrophysical Journal**, v. 734, p. 117, jun. 2011. 9
- SCHNEIDER, J. **The extrasolar planets encyclopaedia**. 1995. Disponível em: <www.exoplanet.eu>. 4, 5, 52
- SCHNEIDER, J.; DEDIEU, C.; SIDANER, P. L.; SAVALLE, R.; ZOLOTUKHIN, I. Defining and cataloging exoplanets: the exoplanet.eu database. **Astronomy & Astrophysics**, v. 532, p. A79, ago. 2011. 3
- SCHWARZ, G. Estimating the dimension of a model. **The Annals of Statistics**, v. 6, n. 2, p. 461–464, 1978. 80
- SEAGER, S.; DEMING, D. Exoplanet atmospheres. **Annual Review of Astronomy and Astrophysics**, v. 48, p. 631–672, set. 2010. 5
- Sheppard, S. S. Outer irregular satellites of the planets and their relationship with asteroids, comets and Kuiper Belt objects. In: Daniela, L.; Sylvio Ferraz, M.; Angel, F. J. (Ed.). **Asteroids, Comets, Meteors**. [S.l.: s.n.], 2006. (IAU Symposium, v. 229), p. 319–334. 13
- SHEPPARD, S. S. **The Jupiter satellite and moon page**. 2015. Disponível em: <<http://home.dtm.ciw.edu/users/sheppard/satellites/>>. 14
- SHEPPARD, S. S.; JEWITT, D. C. An abundant population of small irregular satellites around Jupiter. **Nature**, v. 423, p. 261–263, maio 2003. 13
- SILVA-VALIO, A.; LANZA, A. F.; ALONSO, R.; BARGE, P. Properties of starspots on CoRoT-2. **Astronomy & Astrophysics**, v. 510, p. A25, fev. 2010. 90

SIMON, A. E.; SZABÓ, G. M.; KISS, L. L.; SZATMÁRY, K. Signals of exomoons in averaged light curves of exoplanets. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 419, p. 164–171, jan. 2012. [68](#), [71](#)

SIMON, A. E.; SZABÓ, G. M.; SZATMÁRY, K. Exomoon simulations. **Earth Moon and Planets**, v. 105, p. 385–389, set. 2009. [45](#)

SING, D. K. Stellar limb-darkening coefficients for CoRoT and Kepler. **Astronomy & Astrophysics**, v. 510, p. A21, fev. 2010. [39](#), [67](#)

SIVIA, D. S.; SKILLING, J. **Data analysis: A bayesian tutorial**. Oxford: Oxford University Press, 2006. [64](#), [119](#), [124](#)

SKOWRON, J.; SHIN, I.-G.; UDALSKI, A. et al. OGLE-2011-BLG-0265Lb: a jovian microlensing planet orbiting an M dwarf. **The Astrophysical Journal**, v. 804, p. 33, maio 2015. [38](#)

SMITH, B. A.; SODERBLOM, L. A.; JOHNSON, T. V. et al. The Jupiter system through the eyes of Voyager 1. **Science**, v. 204, p. 951–957, jun. 1979. [16](#)

SUMI, T.; KAMIYA, K.; BENNETT, D. P. et al. Unbound or distant planetary mass population detected by gravitational microlensing. **Nature**, v. 473, p. 349–352, maio 2011. [37](#)

TAJEDDINE, R.; LAINEY, V.; HESTROFFER, D. Study of the Yarkovsky diurnal effect on planetary satellites: application to the satellites of Mars. In: **EPSC-DPS Joint Meeting 2011**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 859. [24](#)

TUSNSKI, L. R. M. **Modelo para simulação de trânsitos de planetas com luas e anéis**. 111 p. Dissertação (Mestrado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2011-02-18 2011. Disponível em: <http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m19/2011/02.09.14.07>. Acesso em: 12 jun. 2015. [5](#), [45](#), [55](#), [61](#), [62](#), [63](#)

TUSNSKI, L. R. M.; VALIO, A. Transit model of planets with moon and ring systems. **The Astrophysical Journal**, v. 743, p. 97, dez. 2011. [5](#), [39](#), [44](#), [45](#), [55](#), [61](#), [62](#), [63](#), [64](#), [73](#), [86](#)

_____. Detection of Exomoons Inside the Habitable Zone. In: Haghhighipour, N. (Ed.). **IAU Symposium**. [S.l.: s.n.], 2014. (IAU Symposium, v. 293), p. 168–170. [55](#)

_____. Photometric search for exomoons and rings. **The Astrophysical Journal**, 2015, em preparação. 55

VAN STRATEN, W.; BAILES, M.; BRITTON, M.; KULKARNI, S. R.; ANDERSON, S. B.; MANCHESTER, R. N.; SARKISSIAN, J. A test of general relativity from the three-dimensional orbital geometry of a binary pulsar. **Nature**, v. 412, p. 158–160, jul. 2001. 35

VIEIRA NETO, E.; WINTER, O. C. Time analysis for temporary gravitational capture: satellites of uranus. **The Astronomical Journal**, v. 122, p. 440–448, jul. 2001. 20

WALKER, G. A. H.; BOHLENDER, D. A.; WALKER, A. R. et al. Gamma Cephei - rotation or planetary companion? **The Astrophysical Journal Letters**, v. 396, p. L91–L94, set. 1992. 2

WIKTOROWICZ, S. Direct detection of exoplanets with polarimetry. In: **American Astronomical Society Meeting Abstracts #221**. [S.l.: s.n.], 2013. (American Astronomical Society Meeting Abstracts, v. 221), p. 343.03. 29

WILLIAMS, D. M. Capture of terrestrial-sized moons by gas giant planets. **Astrobiology**, v. 13, p. 315–323, abr. 2013. 21

WILLIAMS, D. M.; KASTING, J. F.; WADE, R. A. Habitable moons around extrasolar giant planets. **Nature**, v. 385, p. 234–236, jan. 1997. 7

WOLSZCZAN, A.; FRAIL, D. A planetary system around the millisecond pulsar PSR1257+12. **Nature**, v. 355, p. 145–147, 1992. 3

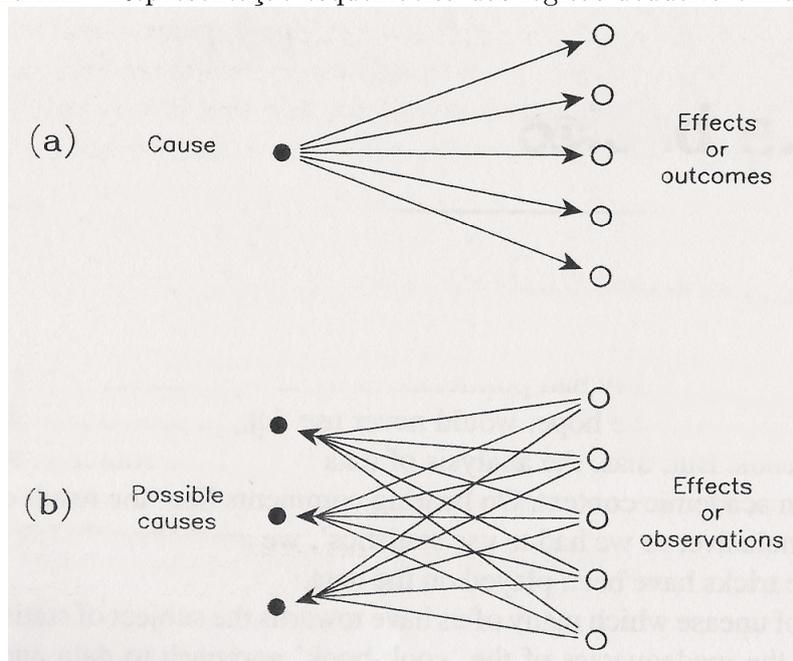
APÊNDICE A - INTRODUÇÃO À ESTATÍSTICA BAYESIANA E MCMC

A.1 Introdução

A principal diferença entre a estatística frequentista (a estatística comumente estudada e utilizada atualmente) e a Bayesiana reside no conceito de probabilidade. Enquanto na primeira está relacionada à frequência de um evento (por exemplo, o número de vezes que obtemos um determinado número ao jogar um dado 10 vezes), na segunda é uma medida do quanto acreditamos que determinada proposição seja verdadeira.

Mais especificamente nas ciências, esta diferença conceitual possui papel muito importante. A abordagem frequentista apenas nos permite estudar relações do tipo: *dada uma causa, quais serão as consequências*. Estas relações constituem a *lógica dedutiva*. No entanto, muitos cientistas se deparam com a situação oposta: *dado que determinados efeitos foram observados, quais são as possíveis causas*? Esta abordagem é chamada *lógica indutiva*. A diferença entre os dois tipos fica clara na Figura A.1, que mostra uma representação esquemática de ambos os tipos de relação.

Figura A.1 - Representação esquemática das lógicas dedutiva e indutiva.



(a) Lógica dedutiva. (b) Lógica indutiva.

Fonte: Sivia e Skilling (2006)

As idéias de Thomas Bayes (1701 – 1761) sobre a probabilidade foram publicadas inicialmente em 1763, e usadas com sucesso por Laplace em 1812. Depois disso, foram desacreditadas e esquecidas, sendo redescobertas por Harold Jeffreys (1891 – 1989) em 1939. Mais recentemente, passaram a ser estudadas mais profundamente e têm sido aplicadas às ciências em geral desde então.

Em estatística Bayesiana, a probabilidade é representada pela notação:

$$prob(X|I) , \tag{A.1}$$

onde X representa a proposição e I indica todas as informações que possuímos quando estamos calculando a probabilidade. Estas informações são cruciais na abordagem Bayesiana, uma vez que a probabilidade é diretamente relacionada a qualquer informação relacionada à proposição. Por exemplo, o quanto acreditamos na afirmação “amanhã irá chover” depende se lemos ou não a previsão do tempo no jornal.

A.2 As Regras de Cox

Em 1946, Richard Cox analisou as regras quantitativas necessárias para avaliação lógica e consistente de probabilidades. Suas conclusões foram que essa consistência só pode ser garantida se os números reais que relacionamos às nossas crenças nas várias proposições (*probabilidades*) obedecerem às seguntes regras:

$$prob(X|I) + prob(\bar{X}|I) = 1 \text{ e} \tag{A.2}$$

$$prob(X, Y|I) = prob(X|Y, I) \times prob(Y|I) , \tag{A.3}$$

onde $prob(\bar{X}|I)$ é a probabilidade de que a proposição X seja falsa, $prob(X, Y|I)$ representa a probabilidade de que tanto X quanto Y sejam verdadeiros e $prob(X|Y, I)$ é a probabilidade de que X seja verdadeiro desde que Y seja verdadeiro.

A Equação A.2 é chamada de *Regra da Soma* e a Equação A.3 é a *Regra do Produto*. Juntas, elas formam a álgebra básica da teoria de probabilidade.

A.3 Theorema de Bayes

O Teorema de Bayes pode ser obtido diretamente das Regras de Cox, e é escrito na forma:

$$prob(X|Y, I) = \frac{prob(Y|X, I) \times prob(X|I)}{prob(Y|I)} . \tag{A.4}$$

Na maioria das vezes, estamos interessados apenas no máximo na probabilidade, por exemplo, para estimativas de parâmetros. Dessa forma, podemos omitir o denominador, usando o Teorema de Bayes da forma de uma proporcionalidade:

$$prob(X|Y, I) \propto prob(Y|X, I) \times prob(X|I) . \quad (\text{A.5})$$

Os vários termos no Teorema de Bayes possuem nomes formais. A quantidade mais à direita, $prob(X|I)$, é chamada de *probabilidade a priori*, e representa o nosso conhecimento sobre a verdade da hipótese antes de analisarmos os dados atuais. Este conhecimento é modificado pelas medidas experimentais através da *função de verossimilhança*, $prob(Y|X, I)$, produzindo uma *probabilidade a posteriori*, $prob(X|Y, I)$. Esta representa nosso conhecimento sobre a veracidade da hipótese à luz dos dados que possuímos. Em alguns casos, como em seleção de modelos, o denominador $prob(Y|I)$ possui um papel crucial. Por esta razão, ele costuma ser chamado de *evidência*.

A importância do Teorema de Bayes fica mais clara se substituirmos X e Y por *hipótese e dados*:

$$prob(hipoteses|dados, I) \propto prob(dados|hipoteses, I) \times prob(hipoteses|I) . \quad (\text{A.6})$$

A força do Teorema de Bayes reside no fato de que ele relaciona a quantidade de interesse, a probabilidade de que a hipótese seja verdadeira a partir dos dados observados, com o termo que podemos mais facilmente calcular, a probabilidade de que os dados teriam sido observados se a hipótese fosse verdadeira.

A.4 Marginalização

A *Regra de Marginalização* é outro importante resultado das Regras de Cox:

$$prob(X|I) = \int_{-\infty}^{+\infty} prob(X, Y|I) dY . \quad (\text{A.7})$$

A Equação A.7 também pode ser escrita na forma da soma:

$$prob(X|I) = \sum_{k=1}^M prob(X, Y_k|I) , \quad (\text{A.8})$$

desde que as possibilidades Y_k formem um conjunto exclusivo e completo de possi-

bilidades:

$$\sum_{k=1}^M Y_k = 1 . \quad (\text{A.9})$$

A notação em soma da Equação A.8 é útil quando estamos lidando com possibilidades discretas. Por exemplo, vamos imaginar que existam M (por exemplo, cinco) candidatos em uma eleição presidencial. Nesse caso, Y_1 pode representar a vitória do primeiro candidato, e assim por diante. A probabilidade de que uma afirmação X seja verdadeira, por exemplo, que a taxa de desemprego irá cair em um ano, independentemente de qual candidato se tornar presidente, pode ser calculada diretamente pela Equação A.8:

$$prob(X|I) = prob(X, Y_1|I) + prob(X, Y_2|I) + \dots + prob(X, Y_M|I) . \quad (\text{A.10})$$

É fácil perceber que a integral na Equação A.7 aparece quando levamos os termos Y_k para o limite contínuo. Por exemplo, quando consideramos um número arbitrariamente grande de proposições sobre a faixa na qual a constante de Hubble H_0 se encontra. Desde que escolhamos intervalos contíguos que cubram uma região suficientemente grande de valores de H_0 , então temos um conjunto mutuamente exclusivo e completo de possibilidades. Nesse caso, devemos usar a notação em integral da Equação A.7.

Tecnicamente, o integrando na Equação A.7 é uma *função de densidade de probabilidade*, e não uma probabilidade. estritamente falando, portanto, devemos denotá-lo por um símbolo diferente, como $pdf(X, Y|I)$, onde:

$$pdf(X, Y = y|I) = \lim_{\delta y \rightarrow 0} \frac{prob(X, y \leq Y < y + \delta y|I)}{\delta y} , \quad (\text{A.11})$$

e a probabilidade de que o valor de Y se encontre em uma faixa finita entre y_1 e y_2 (e que X seja verdadeiro) é dada por:

$$prob(X, y_1 \leq Y < y_2|I) = \int_{y_1}^{y_2} pdf(X, Y|I) dY . \quad (\text{A.12})$$

A.5 Estimativa de Parâmetros

Uma vez que a probabilidade associada com qualquer valor de um parâmetro é uma medida do quanto acreditamos que esse parâmetro se encontre na vizinhança daquele ponto, nossa melhor estimativa deste parâmetro é dada pelo máximo da

função de verossimilhança. Se denotarmos a quantidade de interesse por X , com uma probabilidade a posteriori dada por $P = \text{prob}(X|\text{dados}, I)$, então a melhor estimativa do valor de X , X_0 , é dada pelas condições:

$$\left. \frac{dP}{dX} \right|_{X_0} = 0 \quad \text{e} \quad (\text{A.13})$$

$$\left. \frac{d^2P}{dX^2} \right|_{X_0} < 0. \quad (\text{A.14})$$

Ao invés de lidar diretamente com a probabilidade P , que é uma função íngreme e positiva, é melhor trabalharmos com o seu logaritmo L :

$$L = \ln [\text{prob}(X|\text{dados}, I)] , \quad (\text{A.15})$$

uma vez que ele varia muito mais lentamente com X .

Expandindo L em torno do ponto $X = X_0$, temos:

$$L = L(X_0) + \left. \frac{dL}{dX} \right|_{X_0} (X - X_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2L}{dX^2} \right|_{X_0} (X - X_0)^2 + \dots , \quad (\text{A.16})$$

onde a melhor estimativa do valor de X é dada pela condição:

$$\left. \frac{dL}{dX} \right|_{X_0} = 0 \quad (\text{A.17})$$

O primeiro termo na Equação A.16 é uma constante, e não nos diz nada sobre a forma da probabilidade a posteriori. O termo linear pode ser descartado, usando a Equação A.17. O termo quadrático é, portanto, o fator dominante para determinar a largura da probabilidade. Ignorando os termos de ordem superior, a exponencial da Equação A.16:

$$\text{prob}(X|\text{dados}, I) \approx A \exp \left[\frac{1}{2} \left. \frac{d^2L}{dX^2} \right|_{X_0} (X - X_0)^2 \right] , \quad (\text{A.18})$$

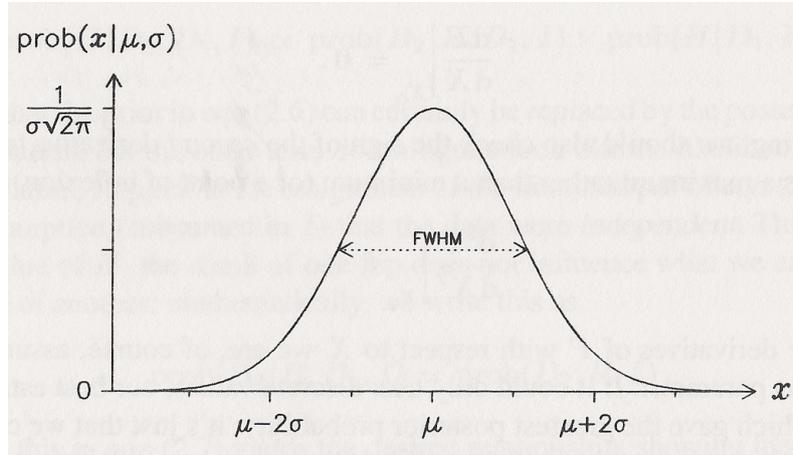
onde A é uma constante de normalização. A expressão obtida aqui é uma função *Gaussiana*, que representa matematicamente uma *distribuição normal*, normalmente escrita como:

$$\text{prob}(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right] , \quad (\text{A.19})$$

onde μ é a média da distribuição e σ é o desvio-padrão. Um exemplo de distribuição

normal é mostrado na Figura Figure A.2.

Figura A.2 - Distribuição normal.



A distribuição normal é simétrica em relação ao máximo, em $x = \mu$, e possui largura à meia altura (FWHM) de cerca de $2,35\sigma$.

Fonte: Sivia e Skilling (2006)

Comparando os componentes das Equações A.18 e A.19, verificamos que a probabilidade a posteriori de X possui um máximo em $X = X_0$. Além disso, sua largura, caracterizada pelo parâmetro σ , é inversamente relacionado à raiz quadrada da segunda derivada de L em $X = X_0$:

$$\sigma = \left(-\frac{d^2L}{dX^2} \Big|_{X_0} \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (\text{A.20})$$

onde $\frac{d^2L}{dX^2}$ é necessariamente negativa (Eq. A.14).

Nossa inferência acerca da quantidade de interesse é coberta concisamente pela representação:

$$X = X_0 \pm \sigma, \quad (\text{A.21})$$

onde X_0 é a melhor estimativa do valor de X e σ é uma medida de sua confiabilidade. Este parâmetro é usualmente referido como *barra de erro*.

As propriedades da distribuição normal nos dizem que a probabilidade de que o verdadeiro valor de X esteja dentro de um intervalo de raio 1σ ao redor de $X = X_0$

é de aproximadamente 67%:

$$prob(X_0 - \sigma \leq X < X_0 + \sigma | \text{dados}, I) = \int_{X_0 - \sigma}^{X_0 + \sigma} prob(X, \text{dados} | I) dX \approx 0.67. \quad (\text{A.22})$$

Da mesma forma, a probabilidade de que X esteja dentro de um intervalo de raio 2σ ao redor de $X = X_0$ é de cerca de 95%.

Vamos considerar agora um modelo que inclua dois parâmetros, A e B . Podemos estimar ambos parâmetros a partir do máximo da probabilidade a posteriori:

$$P = prob(A, B | \text{dados}, I) \quad (\text{A.23})$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial A} \right|_{A_0, B_0}, \text{ e } \left. \frac{\partial P}{\partial B} \right|_{A_0, B_0}, \quad (\text{A.24})$$

onde A_0 e B_0 são as melhores estimativas para os parâmetros A e B .

Como no caso anterior, podemos usar $\ln(P)$ ao invés de P :

$$L = \ln prob(A, B | \text{dados}, I) \quad (\text{A.25})$$

e suas condições:

$$\left. \frac{\partial L}{\partial A} \right|_{A_0, B_0}, \text{ e } \left. \frac{\partial L}{\partial B} \right|_{A_0, B_0}, \quad (\text{A.26})$$

A partir deste ponto, seguimos o mesmo procedimento que no caso anterior, expandindo L em uma Série de Taylor em torno de (A_0, B_0) .

Digamos agora que estamos interessados em apenas um dos parâmetros do sistema, A . O outro parâmetro, B , deve ser incluído em nossos cálculos, uma vez que ele é necessário para a avaliação da função de verossimilhança, mas não temos nenhum interesse intrínseco no seu valor. De acordo com a Regra de Marginalização da Equação A.7, isto pode ser feito simplesmente integrando a probabilidade a posteriori conjunta em relação a B :

$$prob(A | \text{dados}, I) = \int_0^{\infty} prob(A, B | \text{dados}, I) dB. \quad (\text{A.27})$$

A.6 Aproximações: Máxima Verossimilhança e Mínimos Quadrados

Vamos considerar um modelo com M parâmetros denotados por \mathbf{X} e N medições (dados) denotados por \mathbf{D} . Podemos escrever o Teorema de Bayes para este caso

como:

$$prob(\mathbf{X}|\mathbf{D}, I) \propto prob(\mathbf{D}|\mathbf{X}, I) \times prob(\mathbf{X}|I) . \quad (\text{A.28})$$

Até aqui, não fizemos nenhuma consideração acerca da informação prévia $prob(\mathbf{X}|I)$. Considerando que somos completamente ignorantes sobre o valor dos parâmetros \mathbf{X} , podemos utilizar uma probabilidade a priori uniforme:

$$prob(\mathbf{X}|I) = constante . \quad (\text{A.29})$$

Uma vez que essa atribuição uniforme pode ser absorvida dentro da constante de normalização da Equação A.5, então a probabilidade a posteriori passa a ser diretamente proporcional à função de verossimilhança:

$$prob(\mathbf{X}|\mathbf{D}, I) \propto prob(\mathbf{D}|\mathbf{X}, I) . \quad (\text{A.30})$$

Podemos fazer mais uma simplificação assumindo que os dados são independentes. Nesse caso, a probabilidade conjunta $prob(\mathbf{D}|\mathbf{X}, I)$ é dada pelo produto das probabilidades das medidas individuais:

$$prob(\mathbf{D}|\mathbf{X}, I) = \prod_{k=1}^N prob(D_k|\mathbf{X}, I) . \quad (\text{A.31})$$

Este resultado segue imediatamente da repetida aplicação da regra do produto da Equação A.3.

Se assumirmos também que o ruído associado com cada medida experimental pode ser razoavelmente representado por um processo Gaussiano, então a probabilidade de um dado individual pode ser escrita como:

$$prob(D_k|\mathbf{X}, I) = \frac{1}{\sigma_k \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(F_k - D_k)^2}{2\sigma_k^2} \right] , \quad (\text{A.32})$$

onde I inclui tanto o tamanho esperado para as barras de erro σ_k quanto um modelo adequado para a relação funcional f entre os parâmetros X e os dados ideais (sem ruído) F :

$$F_k = f(\mathbf{X}, k) . \quad (\text{A.33})$$

Com essas considerações feitas, podemos aproximar a função de verossimilhança

por:

$$prob(\mathbf{D}|\mathbf{X}, I) \propto \exp\left(-\frac{\chi^2}{2}\right), \quad (\text{A.34})$$

onde χ^2 é a soma dos quadrados dos resíduos normalizados:

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^N \left(\frac{F_k - D_k}{\sigma_k}\right)^2. \quad (\text{A.35})$$

Portanto, podemos estimar a solução para os parâmetros \mathbf{X} minimizando o χ^2 .

A.7 MCMC

Uma forma básica de estimar a probabilidade a posteriori é dividir o espaço de parâmetros em uma grade com a resolução desejada, e calcular o χ^2 em cada ponto. Obviamente, este método não é nada prático em problemas mais complexos, quando temos mais do que dois ou três parâmetros livres para ajustar. Para contornar este problema, devemos usar métodos mais avançados. Um destes é o *Método de Monte Carlo via Cadeia de Markov*, uma classe de algoritmos que explora mais eficientemente o espaço de parâmetros.

Uma Cadeia de Markov é um processo caracterizado por passos aleatórios, com a probabilidade de que cada passo depende apenas do estado atual, e não de toda a sequência de eventos que o precede.

Existem diferentes implementações do MCMC, sendo que a mais simples e, provavelmente, mais usada, é o algoritmo de Metropolis-Hastings. Este algoritmo pode ser representado em poucas linhas de pseudo-código:

```
01     escolha o primeiro passo;
02     para cada passo:
03         escolha novo passo com tamanho e dimensão aleatórios;
04         se L1 > L0 :
05             aceite o passo e grave novos parâmetros;
06         senão
07             se L1 / L0 > random(0,1):
08                 aceite o passo e grave novos parâmetros;
09             senão
10                 não aceite o passo e retorne aos parâmetros anteriores;
11         fim se
```

```
12         fim se
13     fim para
```

L1 e L0 são a verossimilhança do passos atual e anterior, respectivamente. Podemos também escrever o mesmo algoritmo em termos de χ^2 :

```
01     escolha o primeiro passo;
02     para cada passo:
03         escolha novo passo com tamanho e dimensão aleatórios;
04         se ChiSqr1 < ChiSqr0 :
05             aceite o passo e grave novos parâmetros;
06         senão
07             se  $\exp(-(\text{ChiSqr1} - \text{ChiSq0})/2) > \text{random}(0,1)$ :
08                 aceite o passo e grave novos parâmetros;
09             senão
10                 não aceite o passo e retorne aos parâmetros anteriores;
11         fim se
12     fim se
13 fim para
```

O algoritmo trabalha basicamente avaliando a distribuição de probabilidade em cada ponto, e comparando com o ponto anterior: caso a probabilidade seja maior, então o passo é aceito. Mas um recurso interessante deste algoritmo é que no caso de a probabilidade não ser melhor, ainda existe uma chance de aceitar o passo. Esta funcionalidade garante que toda a distribuição de probabilidade será explorada, e não apenas o ponto de máxima probabilidade.

Para executar o MCMC, são necessários um ponto de partida e um tamanho de passo. O tamanho do passo deve ser diferente para cada direção, e pode ser configurado de modo que o número de passos aceitos seja cerca de 30–40% do número total de passos dados.

É importante notar que a amostragem gerada pelo MCMC não é a distribuição exata de probabilidade, mas uma aproximação. A qualidade da amostra gerada depende do número de passos dados.

APÊNDICE B - CARACTERÍSTICAS DOS EXOPLANETAS E CANDIDATOS ANALISADOS

A Tabela B.1 apresenta as principais características físicas e orbitais dos planetas e candidatos analisados. No cálculo do Raio de Roche, consideramos $\rho_s = 3\text{gcm}^{-3}$. A idade estelar foi fixada em $T = 1 \times 10^9$ anos. As demais constantes utilizadas são $Q_p = 10^5$ e $k_{2p} = 0,51$.

No caso dos candidatos planetários, a massa planetária não foi medida. Esta foi estimada usando uma série de relações descritas em [Han et al. \(2014\)](#).

Tabela B.1 - Limites orbitais e de massa em órbita de exoplanetas analisados.

Planeta	M_* (M_\odot)	R_* (R_\odot)	Per (dias)	a_p (UA)	R_p (R_\oplus)	m_p (M_\oplus)	i_p ($^\circ$)	d (anos-luz)	R_R (R_p)	R_H (R_p)	$a_{s,max}^{prog}$ (R_p)	$m_{max,s}^{prog}$ (m_\oplus)	$a_{s,max}^{retrog}$ (R_p)	$m_{max,s}^{retrog}$ (m_\oplus)
CoRoT-1 b	0,95	1,11	1,5090	0,03	16,70	327,28	85,10		0,54	2,51	1,23	$1,20 \times 10^{-6}$	2,33	$7,83 \times 10^{-5}$
CoRoT-2 b	0,97	0,90	1,7430	0,03	16,43	1040,94	88,08		0,80	4,13	2,02	$5,34 \times 10^{-5}$	3,84	$3,49 \times 10^{-3}$
CoRoT-3 b	1,37	1,56	4,2568	0,06	11,32	6945,85	85,90	2718,03	2,19	20,54	10,05	2,67	19,12	$1,74 \times 10^2$
CoRoT-4 b	1,16	1,17	9,2021	0,09	13,34	228,01	90,00		0,60	9,29	4,55	$3,56 \times 10^{-3}$	8,65	$2,32 \times 10^{-1}$
CoRoT-5 b	1,00	1,19	4,0379	0,05	15,56	147,00	85,83		0,44	3,97	1,94	$1,44 \times 10^{-5}$	3,70	$9,39 \times 10^{-4}$
CoRoT-6 b	1,05	1,03	8,8866	0,09	13,07	938,72	89,07		0,98	14,85	7,27	$1,48 \times 10^{-1}$	13,83	9,66
CoRoT-8 b	0,88	0,77	6,2123	0,06	6,39	68,67	88,40	1240,17	0,83	10,00	4,90	$1,05 \times 10^{-3}$	9,31	$6,83 \times 10^{-2}$
CoRoT-9 b	0,99	0,94	95,2738	0,41	11,77	268,10	89,99	1500,29	0,71	52,78	25,83	$2,57 \times 10^2$	49,13	$1,67 \times 10^4$
CoRoT-10 b	0,89	0,79	13,2406	0,11	10,87	875,70	88,55	1125,09	22,76	1,15	11,14	1,74	21,19	$1,13 \times 10^2$
CoRoT-11 b	1,27	1,37	2,9943	0,04	16,03	746,27	83,17	1823,16	0,74	5,43	2,66	$2,59 \times 10^{-4}$	5,06	$1,69 \times 10^{-2}$
CoRoT-12 b	1,08	1,12	2,8280	0,04	16,14	292,13	85,48	3750,88	0,54	3,80	1,86	$1,60 \times 10^{-5}$	3,53	$1,04 \times 10^{-3}$
CoRoT-13 b	1,09	1,01	4,0352	0,05	9,92	416,65	88,02	4274,77	0,98	8,81	4,31	$2,19 \times 10^{-3}$	8,20	$1,43 \times 10^{-1}$
CoRoT-14 b	1,13	1,21	1,5121	0,03	12,22	2445,48	79,60	4370,59	1,44	6,72	3,29	$1,25 \times 10^{-3}$	6,26	$8,14 \times 10^{-2}$
CoRoT-16 b	1,10	1,19	5,3523	0,06	13,11	170,98	85,01	2739,77	0,55	5,98	2,93	$1,72 \times 10^{-4}$	5,57	$1,12 \times 10^{-2}$
CoRoT-17 b	1,04	1,51	3,7681	0,05	11,43	781,83	88,34	3000,70	1,05	9,01	4,41	$4,31 \times 10^{-3}$	8,39	$2,81 \times 10^{-1}$
CoRoT-18 b	0,95	1,00	1,9001	0,03	14,68	1108,07	86,50	2837,61	0,92	5,00	2,45	$1,61 \times 10^{-4}$	4,65	$1,05 \times 10^{-2}$
CoRoT-19 b	1,21	1,65	3,8971	0,05	14,46	352,12	88,00	2511,46	0,64	5,59	2,73	$1,83 \times 10^{-4}$	5,20	$1,19 \times 10^{-2}$
CoRoT-23 b	1,14	1,61	3,6313	0,05	11,77	980,56	85,70	1956,94	1,10	9,21	4,51	$5,81 \times 10^{-3}$	8,58	$3,79 \times 10^{-1}$
CoRoT-25 b	1,09	1,19	4,8607	0,06	12,11	85,81	84,50	3261,64	0,47	4,83	2,36	$2,68 \times 10^{-5}$	4,49	$1,75 \times 10^{-3}$
CoRoT-26 b	1,09	1,79	4,2047	0,05	14,12	152,39	86,80	5446,93	0,49	4,55	2,23	$3,06 \times 10^{-5}$	4,23	$2,00 \times 10^{-3}$
CoRoT-27 b	1,05	1,08	3,5753	0,05	11,29	3301,54	86,70		1,72	14,29	6,99	$1,73 \times 10^{-1}$	13,30	$1,13 \times 10^1$
Kepler-4 b	1,22	1,49	3,2135	0,05	4,00	24,54	89,76	1792,11	0,95	7,30	3,57	$4,01 \times 10^{-5}$	6,80	$2,62 \times 10^{-3}$
Kepler-5 b	1,37	1,79	3,5485	0,05	16,04	672,70	86,30		0,71	5,87	2,87	$4,08 \times 10^{-4}$	5,46	$2,66 \times 10^{-2}$
Kepler-6 b	1,21	1,39	3,2347	0,05	14,83	212,74	86,80		0,52	4,07	1,99	$1,88 \times 10^{-5}$	3,78	$1,22 \times 10^{-3}$
Kepler-7 b	1,35	1,84	4,8855	0,06	16,57	139,13	86,50		0,41	4,16	2,04	$2,07 \times 10^{-5}$	3,87	$1,35 \times 10^{-3}$
Kepler-8 b	1,21	1,49	3,5225	0,05	15,91	186,16	84,07	4337,98	0,47	3,84	1,88	$1,34 \times 10^{-5}$	3,57	$8,73 \times 10^{-4}$
Kepler-12 b	1,17	1,48	4,4380	0,06	19,00	137,28	88,76	1956,98	0,35	3,39	1,66	$6,65 \times 10^{-6}$	3,15	$4,34 \times 10^{-4}$
Kepler-14 b	1,51	2,05	6,7901	0,08	12,73	2671,70	90,00	3196,40	1,42	18,07	8,85	$8,60 \times 10^{-1}$	16,82	$5,61 \times 10^1$
Kepler-15 b	1,02	0,99	4,9428	0,06	10,76	210,53	87,44		0,72	7,41	3,63	$5,69 \times 10^{-4}$	6,90	$3,71 \times 10^{-2}$
Kepler-17 b	1,16	1,05	1,4857	0,03	14,91	788,00	87,22	2609,31	0,81	3,73	1,82	$2,07 \times 10^{-5}$	3,47	$1,35 \times 10^{-3}$

(Continua)

Tabela B.1 - Continuação

Planeta	M_* (M_\odot)	R_* (R_\odot)	Per (dias)	a_p (UA)	R_p (R_\oplus)	m_p (M_\oplus)	i_p ($^\circ$)	d (anos-luz)	R_R (R_p)	R_H (R_p)	$a_{s,max}^{prog}$ (R_p)	$m_{max,s}^{prog}$ (m_\oplus)	$a_{s,max}^{retrog}$ (R_p)	$m_{max,s}^{retrog}$ (m_\oplus)
Kepler-19 b	0,94	0,85	9,2870	0,08	2,21	5,27	89,94		1,03	16,07	7,87	$1,29 \times 10^{-3}$	14,96	$8,41 \times 10^{-2}$
Kepler-21 b	1,34	1,86	2,7858	0,04	1,64	3,86	82,58	368,13	1,25	8,77	4,29	$1,37 \times 10^{-5}$	8,16	$8,92 \times 10^{-4}$
Kepler-22 b	0,97	0,98	289,8623	0,85	2,38	5,83	89,76	619,71	0,98	152,77	74,78	$3,45 \times 10^3$	142,21	$2,25 \times 10^5$
Kepler-39 b	1,10	1,39	21,0874	0,16	13,67	5778,06	88,83	3914,13	1,71	46,48	22,75	$6,53 \times 10^2$	43,27	$4,26 \times 10^4$
Kepler-41 b	0,94	0,97	1,8556	0,03	9,43	156,86	88,30	2380,76	0,74	3,99	1,95	$7,21 \times 10^{-6}$	3,71	$4,70 \times 10^{-4}$
Kepler-43 b	1,32	1,42	3,0241	0,04	13,45	1027,00	84,35	6360,19	0,98	7,25	3,55	$1,52 \times 10^{-3}$	6,75	$9,95 \times 10^{-2}$
Kepler-44 b	1,19	1,52	3,2467	0,05	13,90	324,52	83,78	7338,75	0,64	5,01	2,45	$8,13 \times 10^{-5}$	4,66	$5,30 \times 10^{-3}$
Kepler-45 b	0,59	0,55	2,4552	0,03	10,76	162,56	87,00	1086,12	0,66	4,26	2,09	$1,38 \times 10^{-5}$	3,97	$8,99 \times 10^{-4}$
Kepler-61 b	0,64	0,62	59,8776	0,26	2,15	5,10	89,80		1,04	56,61	27,71	4,35	52,70	$2,84 \times 10^2$
Kepler-74 b	1,40	1,51	7,3407	0,08	14,80	212,02	85,55	4337,98	0,52	7,03	3,44	$6,55 \times 10^{-4}$	6,54	$4,27 \times 10^{-2}$
Kepler-75 b	0,88	0,88	8,8849	0,08	11,55	3173,33	89,10	3718,27	1,66	25,30	12,38	7,20	23,55	$4,70 \times 10^2$
Kepler-76 b	1,12	1,12	1,5450	0,03		622,92								
Kepler-77 b	0,95	0,99	3,5788	0,05	10,76	136,97	88,00	1859,13	0,62	5,18	2,53	$4,46 \times 10^{-5}$	4,82	$2,91 \times 10^{-3}$
Kepler-78 b	0,81	0,74	0,3550	0,01	1,16	1,86	79,00		1,38	2,46	1,20	$1,45 \times 10^{-9}$	2,29	$9,43 \times 10^{-8}$
Kepler-412 b	1,17	1,29	1,7209	0,03	14,85	298,87	80,89	3444,29	0,59	2,99	1,46	$2,99 \times 10^{-6}$	2,78	$1,95 \times 10^{-4}$
KOI 1786	0,47	0,49	24,6864	0,13	4,7	24,24	85,37		0,95	24	11,75	$1,16 \times 10^{-1}$	22,34	7,56
KOI 856	0,96	1,04	39,7489	0,23	14,57	317,82	88,24		0,72	25,08	12,28	3,06	23,35	$1,99 \times 10^2$
KOI 1558	0,95	0,99	32,5045	0,2	11,84	317,82	88,81		0,89	26,98	13,21	3,60	25,12	$2,35 \times 10^2$
KOI 193														
KOI 189	0,77	0,74	30,3604	0,17	11,31	317,82	89,38		0,93	27,03	13,23	3,40	25,16	$2,22 \times 10^2$
KOI 1587	0,79	0,81	52,9717	0,26	23,37	317,82	88,81		0,45	18,92	9,26	$9,95 \times 10^{-1}$	17,62	$6,49 \times 10^1$
KOI 1547	1,02	1,09	30,694	0,2	14,54	317,82	89,95		0,72	21,17	10,36	1,01	19,71	$6,61 \times 10^1$
KOI 2217	0,82	0,91	37,8033	0,21	18,24	317,82	85,94		0,58	19,39	9,49	$8,04 \times 10^{-1}$	18,05	$5,24 \times 10^1$
KOI 802	0,77	0,84	19,6203	0,13	12	317,82	89,95		0,88	19,03	9,32	$3,80 \times 10^{-1}$	17,72	$2,48 \times 10^1$
KOI 3411	1,06	1,15	26,8377	0,18	13,23	317,82	89,38		0,8	21,26	10,41	$9,03 \times 10^{-1}$	19,79	$5,89 \times 10^1$
KOI 1549	0,9	0,76	29,4811	0,17	17,29	317,82	88,81		0,61	17,32	8,48	$3,55 \times 10^{-1}$	16,12	$2,32 \times 10^1$
KOI 5961	0,52	0,52	19,1598	0,11	16,43	317,82	88,81		0,64	13,68	6,7	$7,10 \times 10^{-2}$	12,73	4,63
KOI 735	0,71	0,67	22,3422	0,14	4,51	22,26	85,94		0,96	22,76	11,14	$7,40 \times 10^{-2}$	21,19	4,83
KOI 763														
KOI 129	1,41	1,29	24,6692	0,18	12,3	317,82	89,95		0,86	21,59	10,57	$8,94 \times 10^{-1}$	20,1	$5,83 \times 10^1$

(Continua)

Tabela B.1 - Continuação

Planeta	M_* (M_\odot)	R_* (R_\odot)	Per (dias)	a_p (UA)	R_p (R_\oplus)	m_p (M_\oplus)	i_p ($^\circ$)	d (anos-luz)	R_R (R_p)	R_H (R_p)	$a_{s,max}^{prog}$ (R_p)	$m_{max,s}^{prog}$ (m_\oplus)	$a_{s,max}^{retrog}$ (R_p)	$m_{max,s}^{retrog}$ (m_\oplus)
KOI 1872	0,79	0,86	30,5231	0,18	22,62	317,82	87,66		0,47	13,55	6,63	$1,08 \times 10^{-1}$	12,62	7,05
KOI 5521	2,29	0,99	31,5912	0,2	12,22	317,82	88,81		0,86	25,66	12,56	2,72	23,89	$1,77 \times 10^2$
KOI 524	0,74	0,72	15,3756	0,11	10,45	203,14	88,81		0,87	15,99	7,83	$7,97 \times 10^{-2}$	14,89	5,20
KOI 969	1,13	1	17,512	0,13	13,08	317,82	88,24		0,81	16,19	7,92	$1,51 \times 10^{-1}$	15,07	9,84
KOI 1473	0,95	1,05	23,0203	0,16	8,22	77,39	88,81		0,8	19,29	9,44	$1,16 \times 10^{-1}$	17,96	7,57
KOI 1708	0,91	1,01	32,7738	0,2	25,56	317,82	85,94		0,41	12,58	6,16	$8,00 \times 10^{-2}$	11,71	5,22
KOI 417	0,89	0,98	19,1931	0,14	14,51	317,82	88,24		0,73	15,5	7,59	$1,33 \times 10^{-1}$	14,43	8,67
KOI 227	0,47	0,49	17,6574	0,1	2,45	6,26	88,24		1,16	23,46	11,49	$1,92 \times 10^{-2}$	21,84	1,25
KOI 252														
KOI 138	1,81	1,42	48,9379	0,29	26,2	317,82	88,24		0,4	16,03	7,85	$4,01 \times 10^{-1}$	14,92	$2,62 \times 10^1$
KOI 1014	0,5	0,52	17,3172	0,11	2,1	5,09	89,38		1,26	25,21	12,34	$2,19 \times 10^{-2}$	23,47	1,43
KOI 2130	0,56	0,57	16,8559	0,11	2,08	5,03	88,81		1,27	24,93	12,2	$1,99 \times 10^{-2}$	23,2	1,30
KOI 1675	0,82	0,91	14,624	0,11	15,7	317,82	85,94		0,67	11,96	5,85	$2,77 \times 10^{-2}$	11,13	1,81
KOI 1829	0,82	0,86	22,8415	0,15	23,37	317,82	87,66		0,45	10,81	5,29	$2,61 \times 10^{-2}$	10,06	1,70
KOI 340														
KOI 5093	1,02	0,84	26,7371	0,17	26,06	317,82	88,81		0,4	10,77	5,27	$3,00 \times 10^{-2}$	10,03	1,96
KOI 5722	0,94	1,02	28,5079	0,18	24,42	317,82	88,81		0,43	11,99	5,87	$5,48 \times 10^{-2}$	11,16	3,57

Fonte: The Extrasolar Planets Encyclopaedia, www.exoplanet.eu, NASA Exoplanet Archive, exoplanetarchive.ipac.caltech.edu.

caltech.edu.

PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE

Teses e Dissertações (TDI)

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

Manuais Técnicos (MAN)

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

Notas Técnico-Científicas (NTC)

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programas de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

Relatórios de Pesquisa (RPQ)

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

Publicações Didáticas (PUD)

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

Publicações Seriadas

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Contam destas publicações o Internacional Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

Programas de Computador (PDC)

São a seqüência de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. Aceitam-se tanto programas fonte quanto os executáveis.

Pré-publicações (PRE)

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.