



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2014/05.12.18.23-TDI

CONTRIBUIÇÕES PARA UM PROBLEMA DE EMPACOTAMENTO EM UM VEÍCULO MULTICOMPARTIMENTADO

Rodolfo Ranck Júnior

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Computação Aplicada, orientada pelos Drs. Horacio Hideki Yanasse, e Reinaldo Morabito Neto, aprovada em 13 de junho de 2014.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP5W34M/3GA8EA5>>

INPE
São José dos Campos
2014

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE (RE/DIR-204):**Presidente:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Membros:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Dr. Amauri Silva Montes - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espaciais (ETE)

Dr. André de Castro Milone - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dr. Joaquim José Barroso de Castro - Centro de Tecnologias Espaciais (CTE)

Dr. Manoel Alonso Gan - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Maria Tereza Smith de Brito - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Maria Tereza Smith de Brito - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2014/05.12.18.23-TDI

CONTRIBUIÇÕES PARA UM PROBLEMA DE EMPACOTAMENTO EM UM VEÍCULO MULTICOMPARTIMENTADO

Rodolfo Ranck Júnior

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Computação Aplicada, orientada pelos Drs. Horacio Hideki Yanasse, e Reinaldo Morabito Neto, aprovada em 13 de junho de 2014.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP5W34M/3GA8EA5>>

INPE
São José dos Campos
2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Ranck Júnior, Rodolfo.

R151c Contribuições para um problema de empacotamento em um veículo multicompartimentado / Rodolfo Ranck Júnior. – São José dos Campos : INPE, 2014.

xxxviii + 280 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21b/2014/05.12.18.23-TDI)

Tese (Doutorado em Computação Aplicada) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2014.

Orientadores : Drs. Horacio Hideki Yanasse, e Reinaldo Morabito Neto.

1. Problemas de corte e empacotamento. 2. Problema de carregamento de contêineres. 3. Contêineres multicompartimentados. 4. Otimização combinatória. 5. Pesquisa operacional. I.Título.

CDU 519.8

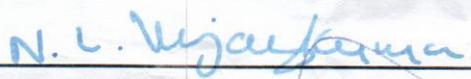


Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de **Doutor(a)** em
Computação Aplicada

Dr. Nandamudi Lankalapalli Vijaykumar



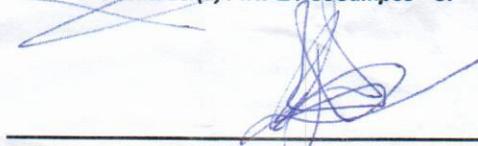
Presidente / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Horacio Hideki Yanasse



Orientador(a) / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Reinaldo Morabito Neto



Orientador(a) / UFSCAR / São Carlos - SP

Dr. Luiz Antonio Nogueira Lorena



Membro da Banca / INPE / São José dos Campos - SP

Dr. Flávio Keidi Miyazawa



Convidado(a) / UNICAMP / Campinas - SP

Dr. Antônio Carlos Moretti

Convidado(a) / UNICAMP / Campinas - SP

Dr. Nei Yoshihiro Soma



Convidado(a) / ITA/CTA / São José dos Campos - SP

Este trabalho foi aprovado por:

() maioria simples

unanimidade


Aluno (a): **Rodolfo Banck Junior**

São José dos Campos, 13 de Junho de 2014

*“Oh! Bendito o que semeia
Livros... livros à mão cheia...
E manda o povo pensar!
O livro caindo n'alma
É germe — que faz a palma,
É chuva — que faz o mar.
[...]
Bravo! a quem salva o futuro
Fecundando a multidão! ...
Num poema amortalhada
Nunca morre uma nação”.*

Trechos do poema “O livro e a América” de Antônio Frederico de Castro Alves.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha família pelo apoio, confiança e dedicação incondicionais.

Aos meus orientadores Horacio H. Yanasse e Reinaldo Morabito, pela oportunidade e pelos valiosos ensinamentos.

Aos membros da banca por aceitarem participar da defesa desta tese.

Aos alunos, professores e colegas do INPE, ITA e UFScar, com quem tive a oportunidade de interagir durante esses anos, pelo aprendizado e companheirismo.

Aos colegas e pesquisadores de problemas de corte e empacotamento, muitos deles participantes das oficinas de projetos temáticos da FAPESP, com quem também pude aprender ao longo desses anos.

Aos professores da Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Metodista de São Paulo, por fornecerem as bases para muito do que sei hoje. Em especial, aos professores Carlos E. Santi, Thiago Maia, Cláudio R. Torres, Silvia A. Brunini, Marcelo Módolo e a minha orientadora na graduação, Marcilei A. Guazzelli.

Ao Centro Universitário do Instituto Mauá de Tecnologia por me iniciar nas atividades de docência. Em especial, aos professores Wilson I. Pereira, Ricardo Concílio, Antônio Carlos D. Cabral, Leo Kunigk e José C. de Souza Junior.

À empresa de bebidas motivadora deste estudo pela colaboração durante a pesquisa.

Às agências CNPq, FAPESP e Capes pelo auxílio financeiro concedido.

A todas outras pessoas que neste momento esqueço-me de agradecer, mas que também foram importantes durante esses anos.

RESUMO

Nesta tese, aborda-se um problema de empacotamento tridimensional em que vários tipos de caixas devem ser carregados em um contêiner multicompartimentado, para serem entregues em destinos diferentes de uma rota pré-definida. As caixas podem ser empacotadas sem obedecer a um padrão específico e/ou em camadas horizontais separadas por divisórias. As seguintes restrições são consideradas: orientação das caixas, estabilidade do carregamento, resistência a empilhamento das caixas e balanceamento de peso no contêiner. Busca-se um empacotamento viável ao longo da rota do contêiner que reduza o remanejamento da carga. Inicialmente, formula-se o problema como um modelo de programação linear inteira mista. Devido à dificuldade em resolver este modelo de maneira exata, mesmo para exemplares bastante limitados em tamanho, apresenta-se uma heurística baseada na geração *a priori* de camadas horizontais e na resolução de formulações matemáticas simplificadas do problema. É proposta também uma variante desta heurística que tenta acelerar a busca gerando uma boa solução inicial para o problema. Nos experimentos computacionais conduzidos, os métodos de solução propostos são avaliados com uma ampla diversidade de exemplares gerados a partir de dados reais obtidos de uma indústria de bebidas. Os experimentos comprovam que os métodos propostos podem encontrar boas soluções para exemplares com alguns milhares de caixas e com dezenas de destinos usando recursos computacionais acessíveis.

CONTRIBUTIONS TO A PROBLEM OF PACKING BOXES INTO A MULTI-COMPARTMENT VEHICLE

ABSTRACT

This thesis addresses a three-dimensional packing problem where various types of boxes should be loaded in a multi-compartment container to be delivered in different destinations of a predefined route. The boxes can be packed without following a specific pattern and/or in horizontal layers separated by divider sheets. The following constraints are considered: orientation of the boxes, load stability, load bearing of the boxes and container balancing. The aim is to search for a feasible packing along the container route that reduces the additional handling of the cargo. Initially, the problem is formulated as a mixed linear programming model. Due to the difficulty in solving this model using an exact approach, even for very limited instances in size, we present an heuristic based on the *a priori* generation of horizontal layers and on the resolution of simplified mathematical models. It is also proposed a variant of this heuristic that attempts to accelerate the search by generating a good starting solution for the problem. In the conducted computational experiments, the proposed solution methods are evaluated using a wide variety of instances generated from real data obtained from a beverage industry. The experiments show that the proposed method can find good solutions for instances with a few thousand boxes and dozens of destinations using affordable computational resources.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
Figura 1.1 - Exemplo que esquematiza o contêiner multicompartimentado considerado.	2
Figura 1.2 - Fluxograma do modelo científico de Mitroff (1974) com suas fases, seus respectivos produtos e relacionamentos. Fonte: adaptada de Bertrand e Fransoo (2002).....	7
Figura 2.1 - Exemplo de tipos de itens.....	9
Figura 2.2 - Exemplo de objeto.....	10
Figura 2.3 - Exemplo de padrão de empacotamento.....	10
Figura 2.4 - Cuboide de referência para localização e orientação de itens e objetos com uma nomenclatura para cada uma de suas faces. Fonte: adaptada de Junqueira (2009).....	29
Figura 2.5 - Localização de um item colocado com seu FLLC em uma posição (p, q, r) dentro do contêiner, com um destaque também para outra posição (s, t, u) ocupada por este item. Fonte: adaptada de Junqueira (2009).....	30
Figura 2.6 - Ilustração das seis possíveis orientações de um item.....	33
Figura 2.7 - Exemplo de um item apoiado sobre outro para ilustrar caso de estabilidade vertical.	34
Figura 2.8 - Exemplo de um item apoiado sobre outro para ilustrar caso de estabilidade horizontal no eixo x	36
Figura 2.9 - Exemplo de um item apoiado sobre outro para ilustrar caso de estabilidade horizontal no eixo y	36
Figura 2.10 - Exemplo 1 de empilhamento de itens.....	39
Figura 2.11 - Exemplo 2 de empilhamento de itens. Fonte: adaptada de Junqueira (2009).....	41
Figura 2.12 - Exemplo de empilhamento de itens factível (a) e infactível (b), considerando múltiplos destinos.....	43
Figura 2.13 - Exemplos para ilustrar restrições de alcance do operador. Fonte: adaptada de Junqueira et al. (2012b).....	44
Figura 2.14 - Exemplo de arranjo dos itens em pilhas.....	47
Figura 2.15 - Exemplo de um padrão de empacotamento guilhotinado.....	47
Figura 2.16 - Exemplos de padrões de empacotamento do tipo “cuboide”.....	48
Figura 2.17 - Exemplo de geração de camadas verticais.....	49
Figura 2.18 - Exemplo de geração de camadas horizontais.....	49
Figura 2.19 - Exemplo de geração de camadas horizontais separadas por divisórias.....	49

Figura 2.20 - Exemplo prático de padrão de empacotamento utilizando camadas horizontais.....	50
Figura 2.21 - Possíveis posições disponíveis resultantes do empacotamento de um item de tipo i na posição (p, q, r)	51
Figura 3.1 - Ilustração de quatro compartimentos dispostos em um contêiner no sistema de coordenadas definido para esse contêiner.	80
Figura 3.2 - Ilustração de um compartimento.	81
Figura 3.3 - Exemplos de tipos de itens com suas orientações horizontais permitidas.	82
Figura 3.4 - Exemplo das posições em que um tipo de item pode ser colocado em um contêiner compartimentado considerando apenas os padrões normais.	84
Figura 3.5 - Exemplo das posições em que uma camada pode ser colocada em um contêiner com seis compartimentos.....	85
Figura 3.6 - Exemplo de itens do tipo i de diferentes destinos k colocados em um contêiner compartimentado dentro e fora de uma camada.....	86
Figura 3.7 - Exemplo de um item apoiado sobre outro para ilustrar caso de estabilidade vertical considerando múltiplos destinos.....	91
Figura 3.8 - Exemplo de um item apoiado sobre uma camada para ilustrar um caso de estabilidade vertical considerando múltiplos destinos.	92
Figura 3.9 - Exemplo de uma camada apoiada sobre outra para ilustrar um caso de estabilidade vertical considerando múltiplos destinos.	92
Figura 3.10 - Exemplo de um item apoiado sobre outro para ilustrar caso de estabilidade horizontal no eixo x considerando múltiplos destinos..	96
Figura 3.11 - Exemplo de um item apoiado sobre outro para ilustrar caso de estabilidade horizontal no eixo y considerando múltiplos destinos..	97
Figura 3.12 - Exemplo de padrão de empacotamento em diferentes destinos ao longo de uma rota.	100
Figura 3.13 - Esquema para exemplificar o balanceamento de peso no contêiner.	105
Figura 3.14 - Exemplos de solução ótima para um exemplar didático do problema quando apenas padrões normais são admitidos (a) e quando o conjunto completo das posições no contêiner é admitido (b), para ilustrar um caso de perda de generalidade da solução considerando o balanceamento de peso no contêiner.	109
Figura 3.15 - Exemplo de padrão de empacotamento que não exige remanejamento.....	110
Figura 3.16 - Exemplo de padrão de empacotamento que exige remanejamento.....	111
Figura 3.17 - Exemplo de padrão de empacotamento com um “buraco” gerado ao descarregar todos os itens de uma camada.	115

Figura 4.1 - Exemplos de camadas completas.	119
Figura 4.2 - Exemplo de camada fictícia sendo gerada.	120
Figura 4.3 - Exemplo de padrão de empacotamento para um dos compartimentos do contêiner com camadas completas e fictícia. ...	121
Figura 4.4 - Etapas da heurística H1.	127
Figura 4.5 - Ilustração das posições em que camadas completas e fictícias podem ser colocadas em um compartimento.	142
Figura 4.6 - Etapas da heurística H2 com destaque para a etapa “Empacotamento de todas as camadas”.	154
Figura 4.7 - Fluxograma básico da heurística HS.	155
Figura 4.8 - Exemplo de uma sequência pré-definida de compartimentos, que privilegia o balanceamento de peso no contêiner.	159

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
Tabela 2.1 - Levantamento de Bortfeldt e Wäscher (2012) para a quantidade de trabalhos que abordam cada um dos aspectos práticos de carregamento. Fonte: adaptada de Bortfeldt e Wäscher (2012).....	21
Tabela 2.2 - Levantamento de Bortfeldt e Wäscher (2012) para a quantidade de trabalhos que abordam um determinado número total dos aspectos práticos de carregamento. Fonte: adaptada de Bortfeldt e Wäscher (2012).	21
Tabela 4.1 - Procedimento principal da heurística H1.	130
Tabela 4.2 - Procedimento <i>gComp()</i> para gerar as camadas completas.	131
Tabela 4.3 - Procedimento <i>gFals()</i> para gerar as camadas fictícias.	131
Tabela 4.4 - Procedimento <i>pRes()</i> para empacotar itens residuais.....	135
Tabela 4.5 - Procedimento <i>excL(k)</i> que identifica e exclui o excesso de camadas que precisam estar no topo de algum compartimento em um destino <i>k</i>	136
Tabela 4.6 - Procedimento <i>bLocal()</i> que busca um novo empacotamento para os itens residuais.	137
Tabela 4.7 - Procedimento <i>gFals2()</i> para gerar as camadas fictícias.	137
Tabela 4.8 - Procedimento <i>pRes2()</i> para empacotar os itens residuais.....	139
Tabela 4.9 - Procedimento principal da heurística H2.	164
Tabela 4.10 - Procedimento principal da heurística HS.	164
Tabela 4.11 - Procedimento <i>gSol()</i>	165
Tabela 4.12 - Procedimento <i>chooseLayer(j)</i>	166
Tabela 4.13 - Procedimento <i>chooseComp(c,j,aux)</i>	167
Tabela 4.14 - Procedimento <i>balancedSeq()</i>	168
Tabela 4.15 - Procedimento <i>sInter()</i>	169
Tabela 4.16 - Procedimento <i>fitBestPos(j,c)</i>	170
Tabela 4.17 - Procedimento <i>sIntra()</i>	171
Tabela 5.1 - Informações dos contêineres utilizados nos experimentos computacionais.....	175
Tabela 5.2 - Dimensões dos tipos de compartimentos utilizados nos experimentos computacionais.	176
Tabela 5.3 - Dados dos tipos de itens utilizados nos experimentos computacionais.....	176
Tabela 5.4 - Demanda dos tipos de itens para cada destino do contêiner para o exemplar 1E.	178
Tabela 5.5 - Demanda dos tipos de itens para cada destino do contêiner para o exemplar 2E.	178

Tabela 5.6 - Demanda dos tipos de itens para cada destino do contêiner para o exemplar 3E.	178
Tabela 5.7 - Demanda dos tipos de itens para cada destino do contêiner para o exemplar 4E.	179
Tabela 5.8 - Demanda dos tipos de itens para cada destino do contêiner para o exemplar 5E.	179
Tabela 5.9 - Resultados obtidos ao tentar resolver os exemplares 1E,...,5E através da resolução da formulação PPLI1 de maneira exata.	180
Tabela 5.10 - Resultados obtidos ao tentar resolver os exemplares 1E,...,5E com a heurística H1.....	180
Tabela 5.11 - Comparação entre as formulações PPLI1 e PPLI2 para o número de variáveis, restrições e posições disponíveis no contêiner, considerando os exemplares 1E,...,5E.	180
Tabela 5.12 - Procedimento <i>gInstClasse1()</i> para gerar os exemplares 2R,...,10R da Classe 1.....	183
Tabela 5.13 - Demanda dos tipos de itens para cada destino do contêiner para o exemplar 1R.	184
Tabela 5.14 - Procedimento <i>gInstClasse2_21()</i> que gera os exemplares da Classe 2 a 21.....	186
Tabela 5.15 - Dados utilizados para a geração dos exemplares da Classe 2 à Classe 21.....	186
Tabela 5.16 - Dados complementares utilizados para a geração de qualquer exemplar da Classe 2 à Classe 21.	187
Tabela 5.17 - Resumo dos resultados obtidos com a heurística H1 para os exemplares das classes 1 a 21.	189
Tabela 5.18 - Informações complementares dos experimentos computacionais usadas para avaliar a estabilidade horizontal do carregamento para os exemplares das classes 1 a 21 resolvidos com a heurística H1.	195
Tabela 5.19 - Parâmetros usados para cada execução da heurística HS.	198
Tabela 5.20 - Parâmetros usados para qualquer execução da heurística HS. ...	198
Tabela 5.21 - Resumo dos resultados obtidos com a heurística H2 para os exemplares das classes 1 a 21, parte1.	202
Tabela 5.22 - Resumo dos resultados obtidos com a heurística H2 para os exemplares das classes 1 a 21, parte 2.	207
Tabela 5.23 - Informações complementares dos experimentos computacionais usadas para avaliar a estabilidade horizontal do carregamento para os exemplares das classes 1 a 21 resolvidos com a heurística H2.	208
Tabela A.1 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 1 com a heurística H1 (Continua)	231

Tabela A.2 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 2 com a heurística H1 (Continua)	232
Tabela A.3 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 3 com a heurística H1 (Continua)	233
Tabela A.4 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 4 com a heurística H1 (Continua)	234
Tabela A.5 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 5 com a heurística H1 (Continua)	235
Tabela A.6 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 6 com a heurística H1 (Continua)	236
Tabela A.7 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 7 com a heurística H1 (Continua)	237
Tabela A.8 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 8 com a heurística H1 (Continua)	238
Tabela A.9 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 9 com a heurística H1 (Continua)	239
Tabela A.10 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 10 com a heurística H1 (Continua)	240
Tabela A.11 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 11 com a heurística H1 (Continua)	241
Tabela A.12 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 12 com a heurística H1 (Continua)	242
Tabela A.13 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 13 com a heurística H1 (Continua)	243
Tabela A.14 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 14 com a heurística H1 (Continua)	244
Tabela A.15 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 15 com a heurística H1 (Continua)	245
Tabela A.16 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 16 com a heurística H1 (Continua)	246
Tabela A.17 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 17 com a heurística H1 (Continua)	247
Tabela A.18 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 18 com a heurística H1 (Continua)	248
Tabela A.19 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 19 com a heurística H1 (Continua)	249
Tabela A.20 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 20 com a heurística H1 (Continua)	250
Tabela A.21 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 21 com a heurística H1 (Continua)	251

Tabela A.22 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 1 com a heurística H2 (Continua)	254
Tabela A.23 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 2 com a heurística H2 (Continua)	255
Tabela A.24 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 3 com a heurística H2 (Continua)	256
Tabela A.25 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 4 com a heurística H2 (Continua)	257
Tabela A.26 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 5 com a heurística H2 (Continua)	258
Tabela A.27 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 6 com a heurística H2 (Continua)	259
Tabela A.28 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 7 com a heurística H2 (Continua)	260
Tabela A.29 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 8 com a heurística H2 (Continua)	261
Tabela A.30 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 9 com a heurística H2 (Continua)	262
Tabela A.31 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 10 com a heurística H2 (Continua)	263
Tabela A.32 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 11 com a heurística H2 (Continua)	264
Tabela A.33 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 12 com a heurística H2 (Continua)	265
Tabela A.34 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 13 com a heurística H2 (Continua)	266
Tabela A.35 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 14 com a heurística H2 (Continua)	267
Tabela A.36 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 15 com a heurística H2 (Continua)	268
Tabela A.37 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 16 com a heurística H2 (Continua)	269
Tabela A.38 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 17 com a heurística H2 (Continua)	270
Tabela A.39 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 18 com a heurística H2 (Continua)	271
Tabela A.40 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 19 com a heurística H2 (Continua)	272
Tabela A.41 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 20 com a heurística H2 (Continua)	273

Tabela A.42 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 21 com a heurística H2 (Continua)	274
---	-----

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

FLLC	Canto Frontal Inferior Esquerdo (<i>Front Lower Left Corner</i>).
H1	Primeira heurística proposta para o problema estudado nesta tese.
H2	Segunda heurística proposta para o problema estudado nesta tese.
HS	Heurística proposta para gerar uma boa solução inicial para o problema estudado nesta tese.
IIPP	Problema de Empacotamento de Itens Idênticos (<i>Identical Item Packing Problem</i>).
MBSBPP	Problema de Empacotamento de Múltiplos Bins (<i>Multiple Bin Size Bin Packing Problem</i>).
MHKP	Problema de Múltiplas Mochilas Heterogêneas (<i>Multiple Heterogeneous Knapsack Problem</i>).
MHLOPP	Problema da Alocação em Múltiplos Objetos Heterogêneos (<i>Multiple Heterogeneous Large Object Placement Problem</i>).
MIKP	Problema de Múltiplas Mochilas Idênticas (<i>Multiple Identical Knapsack Problem</i>).
MILOPP	Problema da Alocação em Múltiplos Objetos Idênticos (<i>Multiple Identical Large Object Placement Problem</i>).
MSSCSP	Problema de Corte de Estoque com Múltiplos Tamanhos (<i>Multiple Stock Size Cutting Stock Problem</i>).
ODP	Problema da Dimensão Variável (<i>Open Dimension Problem</i>).
PAS	Problema da Armazenagem Segregada.
PATM	Problema da Alocação de Tanques Marítimos.
PCAC	Problema de Carregamento de Aeronaves Compartimentadas.
PCC	Problema de Carregamento de Contêineres.
PCE	Problemas de Corte e Empacotamento.
PCERE	PCE com restrições de estágios.
PCP	Problema de Carregamento de Paletes.
PCP-D	PCP do Distribuidor.
PCP-M	PCP do Produtor.
PEN	Problema de Estivagem em Navios.
PENC	Problema da Estivagem em Navios-Contêineres.

PEP	Problema de Empacotamento em Prateleiras.
PERC	Problema de Empacotamento com Restrições de Classes.
PEUC	Problema da Estivagem de Unidades de Celulose.
PMIRLVC	Problema do Máximo Intervalo de Reposição Logística com Veículos Compartimentados.
PPLIM	Problema de Programação Linear Inteira Mista.
PRV	Problema de Roteamento de Veículos.
PRVC	Problemas de Roteamento de Veículos Compartimentados.
RBPP	Problema de Empacotamento de Bins Residual (<i>Residual Bin Packing Problem</i>).
RCSP	Problema de Corte de Estoque Residual (<i>Residual Cutting Stock Problem</i>).
SBSBPP	Problema de Empacotamento de Bins de Tamanho Único (<i>Single Bin Size Bin Packing Problem</i>).
SKP	Problema da Mochila Única (<i>Single Knapsack Problem</i>).
SLOPP	Problema da Alocação em um Único Objeto (<i>Single Large Object Placement Problem</i>).
SSSCSP	Problema de Corte de Estoque de Tamanho Único (<i>Single Stock Size Cutting Stock Problem</i>).

LISTA DE SÍMBOLOS

- $a_{ipqrstu}$: é igual a 1 se o item de tipo $i \in M$ colocado no contêiner na posição (p, q, r) contém a posição (s, t, u) , e é igual a 0, caso contrário.
- \hat{a}_{irstuc} : é igual a 1 se a camada de tipo $i \in M$ colocada na posição $(0, 0, r)$ do compartimento c contém a posição (s, t, u) deste compartimento e igual a 0, caso contrário.
- $a'_{ipqrstuc}$: é igual a 1 se o item de tipo $i \in \bar{M}$ colocado na posição (p, q, r) do compartimento c contém a posição (s, t, u) deste compartimento e igual a 0, caso contrário.
- $aGap$: *gap* absoluto. Seu valor é dado pela diferença, em módulo, entre o menor limitante superior e o maior limitante inferior encontrados para o problema.
- b_i : quantidade disponível (ou a demanda) do item de tipo $i \in M$.
- b_{ik} : demanda do item de tipo $i \in M$ no destino k .
- b_i^{mx} : maior demanda do item de tipo $i \in M$ que pode ser gerada de uma vez com o procedimento da Tabela 5.14.
- C : conjunto dos compartimentos.
- cB : valor total das penalizações com os desvios de balanceamento de peso no contêiner.
- cZ : valor total das penalizações com o remanejamento dos itens.
- d_k^v : distância euclidiana entre os centros (g_k^x, g_k^y) e (g^{vx}, g^{vy}) , $d_k^v = \sqrt{(g^{vx} - g_k^x)^2 + (g^{vy} - g_k^y)^2}$.
- e_{fk}^{\geq} : é igual a 1 se o item residual $f \in M'$ é de um destino $k' \geq k$, e igual a 0, caso contrário.
- e_{jk} : é igual a 1 se a camada completa $j \in N'$ possui itens do destino k , e igual a 0, caso contrário.
- $e_{jk}^>$: é igual a 1 se a camada completa $j \in N'$ possui itens de destinos $k' > k$, e igual a 0, caso contrário.
- $f_{i,j}^{id}$: proposição lógica que é verdadeira se o tipo $j \in \bar{M}$ corresponde ao tipo $i \in M$. Formalmente, $f_{i,j}^{id}$ é dada por:

$$[(l_i = l_j) \wedge (w_i = w_j) \wedge (h_i = h_j)] \vee [(l_i = w_j) \wedge (w_i = l_j) \wedge (h_i = h_j)], i \in M; j \in \bar{M};$$

- g^{vx}, g^{vy} : centro de gravidade desejado para os itens dentro do contêiner em qualquer destino, respectivamente, nos eixos x e y . Esse centro de gravidade é definido usando o sistema de coordenadas do contêiner (veja a Seção 3.1).
- g_k^x, g_k^y : variáveis auxiliares, não necessariamente inteiras e não negativas, que definem o centro de gravidade da carga no contêiner, respectivamente nos eixos x e y , quando apenas os itens de destinos $k' \geq k$ estão nesse contêiner. Esse centro de gravidade é definido usando o sistema de coordenadas do contêiner.
- \bar{h}_j : altura da camada $j \in N$.
- k_j^{max} : último destino em que itens da camada $j \in N$ são descarregados.
- k^{mx} : maior quantidade de destinos que pode pertencer aos exemplares 1A,2A,...,200A.
- $kBest$: número máximo de soluções fornecidas para as buscas locais inter ou intra compartimentos da heurística HS (vide Tabela 4.15 e Tabela 4.17).
- l_i, w_i, h_i : respectivamente, comprimento (eixo x), largura (eixo y) e altura (eixo z) do item de tipo i .
- $list^{comp}$: lista que contém somente os compartimentos do contêiner ordenados de maneira crescente por suas alturas.
- $list^{comp2}$: lista que contém somente os compartimentos do contêiner. A maneira como essa lista é ordenada é definida pela pelo parâmetro $varC$.
- $list^{layer}$: lista que contém somente as camadas completas. A maneira como essa lista é ordenada é definida pela pelo parâmetro $sortL$.
- $list^{res}$: lista que contém somente os itens residuais $f \in M'$ ordenados de maneira inversa à ordem de entrega. Caso haja empate, os itens de mesmo destino são ordenados de maneira decrescente por altura. Caso ainda haja empate, os itens de mesmo destino e altura são ordenados de maneira não crescente por resistência a empilhamento.
- $list_j^{pos}$: lista que guarda as posições disponíveis para empacotar itens residuais na camada fictícia $j \in N''$. As posições nesta lista são mantidas em ordem lexicográfica nos eixos z, y e x , nesta ordem. Inicialmente, quando não há itens residuais na camada fictícia j não há posição disponível nesta lista.

- $list_k^{top}$: lista com todas as camadas geradas até o momento, que, quando apenas os itens de destinos $k' \geq k \in K$ estão no contêiner, devem estar no topo de algum compartimento por, pelo menos, um dos seguintes motivos: (a) estabilidade: a camada j contém $1, \dots, \bar{\psi}_j - 1$ itens, e/ou é fictícia; (b) fragilidade: a camada j não pode estar abaixo de nenhuma outra devido à resistência dos seus itens ao empilhamento. Esta lista é ordenada de maneira crescente por peso das camadas.
- L, W, H : respectivamente, o comprimento (eixo x), largura (eixo y) e altura (eixo z) do contêiner.
- $L^{comp}, W^{comp}, H_c^{comp}$: respectivamente, o comprimento (eixo x), largura (eixo y) e altura (eixo z) do compartimento $c \in C$.
- L'_k : comprimento (eixo x) necessário para empacotar itens dos destinos $k' = k, \dots, |K|$.
- M : conjunto dos tipos de itens demandados.
- \bar{M} : conjunto dos tipos de itens, em que cada um de seus elementos é uma combinação distinta de um tipo de item $i \in M$ com uma orientação permitida. Observe que $\bar{M} \supset M$.
- M' : conjunto dos itens residuais.
- \mathcal{M} : número suficientemente grande.
- $maxIntra$: número máximo de iterações realizadas pela busca local intra compartimentos da heurística HS para cada compartimento avaliado (vide Tabela 4.17).
- $nConst$: número total de restrições.
- nEx : número de camadas identificadas como excedentes e, por este motivo, excluídas da solução (vide procedimento da Tabela 4.5).
- $nInter$: número de vezes que a busca local inter compartimentos da heurística HS deve ser reinicializada (vide Tabela 4.15).
- $nItens$: quantidade total de itens demandados.
- $nIteraC$: número de tentativas que devem ser realizadas pelo procedimento $gSol()$ da heurística HS (vide Tabela 4.11) para gerar uma solução factível para a formulação (4.4)-(4.17).
- $nP2, nP3$: respectivamente, o número de vezes em que se tentou resolver as

formulações PPLI2 e PPLI3 para um mesmo exemplar.

- $nPos$: número total de posições disponíveis no contêiner para colocar itens e/ou camadas. Para a formulação PPLI1, esse valor é dado por $\sum_{c \in C} (|X^o| \cdot |Y^o| \cdot |Z_c^o|)$; enquanto que para a formulação PPLI2 esse valor é dado por $\sum_{c \in C} (\mu_c + 1)$.
- $nVar$: número total de variáveis.
- n^{mx} : maior quantidade de tipos de itens que pode pertencer aos exemplares 1A,2A,...,200A.
- N : conjunto das camadas completas e fictícias, i.e., $N = N' \cup N''$.
- N' : conjunto das camadas completas.
- N'' : conjunto das camadas fictícias.
- p_c, q_c : posição, respectivamente, nos eixos x e y em que um compartimento $c \in C$ é colocado no contêiner.
- P_i : peso de um item do tipo i .
- P_{jk} : peso da camada $j \in N$ quando apenas os itens de destinos $k' \geq k$ estão no contêiner.
- P_k^Δ : peso total da carga quando apenas os itens de destinos $k' \geq k \in K$ estão no contêiner.
- P_{ck}^{max} : maior peso que a pilha de camadas completas, se houver, colocada no compartimento $c \in C$, pode suportar sobre ela quando apenas os itens de destinos $k' \geq k \in K$ estão no contêiner. Caso não haja camadas completas no compartimento c , então $P_{ck}^{max} = \mathcal{M}$.
- $permC$: parâmetro de permanência do compartimento. Define quando tentar escolher um novo compartimento com o procedimento $chooseComp(c, j, aux)$ da heurística HS (vide Tabela 4.13). Se $permC = 0$, tenta-se escolher um novo compartimento sempre que uma nova camada precisa ser empacotada, ou quando uma camada escolhida não pode ser empacotada no compartimento escolhido. Caso contrário, tenta-se escolher um novo compartimento somente se a camada escolhida não pode ser empacotada no compartimento escolhido.
- Q_{fc}^\leq : quantidade de destinos anteriores ao destino do item residual $f \in M'$ em que itens de camadas completas são descarregados do compartimento

$c \in C$. Portanto, define a quantidade de vezes que o item f precisará ser remanejado se empacotado no compartimento c .

- Q_i^{max} : quantidade máxima de itens que pode ser colocada em uma camada do tipo $i \in M$.
- Q_{jk} : quantidade de itens na camada $j \in N$ quando apenas os itens de destinos $k' \geq k \in K$ estão no contêiner.
- R_j : indicativo de resistência a empilhamento da camada completa $j \in N'$ ao longo da rota. Quanto maior o seu valor, mais resistente ao empilhamento a camada j é considerada (vide Seção 4.1.1).
- $rGap$: *gap* relativo. Seu valor é dado pela divisão de $aGap$ pelo módulo do menor limitante superior encontrado para o problema.
- $sortL$: parâmetro de ordenação das camadas completas. Define como as camadas são ordenadas na lista $list^{layer}$ para serem escolhidas com o procedimento $chooseLayer(j)$ da heurística HS (vide Tabela 4.12). Se $sortL = 0$, as camadas dessa lista estão ordenadas de maneira decrescente do valor do primeiro destino em que itens são descarregados delas e, em caso de empate, devem ser ordenadas de maneira decrescente do seguinte valor: $\sum_{k \in K/\{K\}} (\omega^{zq} Q_{jk+1} + \omega^{zp} P_{jk+1})$, o maior custo possível de remanejamento dos itens para uma camada completa j . Caso contrário, $sortL = 1$, as camadas dessa lista estão ordenadas de maneira decrescente de R_j .
- S_c : domínio das posições em que uma camada completa pode ser colocada no compartimento $c \in C$.
- S_{jc} : domínio das posições em que uma camada $j \in N$ pode ser colocada no compartimento $c \in C$.
- t^Δ : tempo total de execução computacional, em segundos.
- t^{est}, t^{def} : respectivamente, o tempo de execução computacional, em segundos, gasto para gerar as camadas fictícias antes e depois de resolver a formulação PPLI2 (i.e., respectivamente, executando os procedimentos da Tabela 4.3 e Tabela 4.7).
- t^{ic} : tempo de execução computacional, em segundos, gasto pelo procedimento responsável por gerar as primeiras soluções factíveis da

- heurística HS (vide Tabela 4.11).
- t^{iE}, t^{iA} : respectivamente, o tempo de execução computacional gasto pelas buscas locais inter e intra compartimentos da heurística HS (vide Tabela 4.15 e Tabela 4.17).
- t^{P2}, t^{P3} : respectivamente, o tempo de execução computacional gasto com a resolução das formulações PPLI2 e PPLI3 de maneira exata.
- v^{mx} : fator que restringe o volume relativo total dos itens demandados nos exemplares 1A,2A,...,200A, em que, $v^{mx} \in \mathbb{R}, 0 \leq v^{mx} \leq 1$.
- v_i^{rel} : volume relativo do item de tipo $i \in M$.
- V^{rel} : limite para o volume relativo total dos itens colocados no contêiner.
- $varC$: parâmetro de variabilidade do compartimento. Define como os compartimentos são ordenados na lista $List^{comp2}$ para serem escolhidos com o procedimento $chooseComp(c, j, aux)$ da heurística HS (vide Tabela 4.13). Se $varC = 0$, os compartimentos desta lista estão ordenados com a mesma sequência definida pelo procedimento da Tabela 4.14; caso contrário, $varC = 1$, esses compartimentos estão ordenados de maneira aleatória.
- $window$: parâmetro de variabilidade das camadas. Define quantas das primeiras camadas não empacotadas da lista $List^{layer}$ são elegíveis para serem escolhidas com o procedimento $chooseLayer(j)$ da heurística HS (vide Tabela 4.12). Em um extremo, se esse parâmetro for igual ao número de camadas completas, a escolha da próxima camada completa é totalmente aleatória; em outro extremo, se esse parâmetro for igual a 1, a escolha da próxima camada completa é determinística.
- x_{ipqr} : variável binária de decisão que é igual a 1 se o item de tipo i é colocado no contêiner na posição (p, q, r) , $p \in X_i, q \in Y_i, r \in Z_i$, e é igual a 0, caso contrário.
- x_{ikpqr} : variável binária de decisão que é igual a 1 se o item de tipo i , e de destino k , é colocado na posição (p, q, r) , $p \in X_i, q \in Y_i, r \in Z_i$, do contêiner; e é igual a 0, caso contrário.
- x_{ikpqr}^o : variável binária de decisão que é igual a 1 se o item de tipo $i \in \bar{M}$, e de destino k , é colocado na posição (p, q, r) , $p \in X_i^o, q \in Y_i^o, r \in Z_{ic}^o$ do

- compartimento $c \in C$; e é igual a 0, caso contrário.
- \hat{x}_{ikrc} : variável inteira de decisão que define a quantidade de itens de destino k em uma camada do tipo $i \in M$ colocada na posição $(0,0,r)$, $r \in Z_{ic}^o$, do compartimento $c \in C$.
- \hat{x}_{irc}^a : variável binária de decisão que é igual a 1 se há itens em uma camada do tipo $i \in M$ colocada na posição $(0,0,r)$, $r \in Z_{ic}^o$, do compartimento $c \in C$.
- \hat{x}_{krc}^b : variável binária de decisão que é igual a 1 se uma camada colocada na posição $(0,0,r)$, $r \in Z_c^o$, do compartimento $c \in C$ contém itens de destinos $k' \geq k$.
- \hat{x}_{krc}^d : variável binária de decisão que é igual a 1 se uma camada colocada na posição $(0,0,r)$, $r \in Z_c^o$, do compartimento $c \in C$ contém itens de destino $k \in K$.
- X, Y, Z : domínio das posições em que um item pode ser colocado no contêiner, respectivamente, nos eixos, x, y e z.
- X_i, Y_i, Z_i : domínio das posições em que um item de tipo $i \in M$ pode ser colocado no contêiner, respectivamente, nos eixos, x, y e z.
- X^o, Y^o, Z_c^o : domínio das posições em que um item pode ser colocado no compartimento $c \in C$, respectivamente, nos eixos, x, y e z.
- X_i^o, Y_i^o, Z_{ic}^o : domínio das posições em que um item de tipo $i \in \bar{M}$ pode ser colocado no compartimento $c \in C$, respectivamente, nos eixos, x, y e z.
- y_{jsc} : variável binária de decisão que é igual a 1 se a camada $j \in N$ é colocada na posição $s \in S_{jc}$ do compartimento $c \in C$ e, igual a 0, caso contrário.
- y'_{jsc} : valor da variável y_{jsc} , $j \in N$; $c \in C$; $s \in S_{jc}$ obtido com a resolução da formulação (4.4)-(4.17).
- z_{jkc} : variável inteira de decisão que define a quantidade de itens de tipo $j \in M$, ou de tipo $j' \in \bar{M}$ se $f_{j,j'}^{id}$ for verdadeiro (i.e., se j e j' correspondem ao mesmo tipo de item), remanejados no compartimento $c \in C$ e no destino $k \in K$.
- \bar{z}_{jk} : variável binária de decisão que é igual a 1 se a camada $j \in N$ contém itens de destinos $k' > k$ e é colocada sobre outra camada que contém itens do destino k . Neste caso, estes itens de destinos k' serão remanejados no

destino k , caso contrário, esta variável é igual a 0.

$\%areaF$: percentual médio de contato da face lateral da frente de um item residual com as faces laterais de outros itens ou de um compartimento.

$\%areaL$: percentual médio de contato da face lateral esquerda de um item residual com as faces laterais de outros itens ou de um compartimento.

$\%BF^{est}$: percentual das vezes em que a heurística BF é escolhida para empacotar os itens residuais em camadas fictícias antes de resolver a formulação PPLI2. Nas demais vezes, a heurística FF é escolhida para este fim (essa escolha é feita com o procedimento da Tabela 4.3).

$\%BF^{def}$: percentual das vezes em que a heurística BF é escolhida para empacotar os itens residuais em camadas fictícias logo após eles serem atribuídos aos compartimentos resolvendo a formulação PPLI3. Nas demais vezes, a heurística FF é escolhida para este fim (essa escolha é feita com o procedimento da Tabela 4.7).

$\%H2$: percentual de casos em que a melhor solução obtida pela heurística H2 é melhor do que a melhor solução obtida pela heurística H1.

$\%HS$: percentual de casos em que a heurística HS obteve alguma solução para o problema.

$\%nS_i$: percentual de itens residuais que têm exatamente i de suas faces laterais em contato com as faces laterais de outros itens ou de um compartimento.

$\%P2$: percentual de casos em que a solução obtida com a resolução da formulação PPLI2 de maneira exata é melhor do que a solução inicial fornecida a ela com a heurística HS, do total de casos em que alguma solução foi obtida com essa heurística.

$\%P2L$: percentual de casos em que a solução obtida com a resolução da formulação PPLI2 de maneira exata foi melhorada com o procedimento de busca local realizado com esta solução (vide Tabela 4.6).

$\%res$: percentual de itens que são residuais do total de itens demandados.

$\%stabInd$: um índice de estabilidade horizontal para todo o carregamento. Este índice corresponde ao percentual de itens que têm, pelo menos, duas de suas faces laterais em contato com as faces laterais de outros itens ou de um compartimento, ou que estão em camadas completas.

Gregos e variações

- α : parâmetro de estabilidade vertical, $\alpha \in \mathbb{R}, 0 \leq \alpha \leq 1$. Em um extremo, $\alpha = 1$, indica que a face inferior de qualquer item deve estar 100% apoiada nas faces superiores de outros itens (ou na face inferior do objeto); em outro extremo, $\alpha = 0$, indica que não há exigências quanto à estabilidade vertical dos itens.
- β : parâmetro de estabilidade horizontal (com relação ao eixo x), $\beta \in \mathbb{R}, 0 \leq \beta \leq 1$. Em um extremo, $\beta = 1$, indica que a face lateral da esquerda de um item deve estar 100% apoiada nas faces laterais da direita de outros itens (ou na face da esquerda do objeto); em outro extremo, $\beta = 0$, indica que não há exigências quanto à estabilidade dos itens no eixo x .
- γ : parâmetro de estabilidade horizontal (com relação ao eixo y), $\gamma \in \mathbb{R}, 0 \leq \gamma \leq 1$. Em um extremo, $\gamma = 1$, indica que a face lateral da frente de um item deve estar 100% apoiada nas faces laterais do fundo de outros itens (ou na face da frente do objeto); em outro extremo, $\gamma = 0$, indica que não há exigências quanto à estabilidade dos itens no eixo y .
- δ : alcance máximo longitudinal do operador para carregar ou descarregar itens dentro de um contêiner.
- ζ : parâmetro que se $\zeta = 1$, μ_c é um limitante superior para a quantidade de camadas completas no compartimento $c \in C$; se $\zeta < 1$, não é garantido que μ_c ainda seja o limitante superior.
- $\varepsilon^x, \varepsilon^y$: valores de tolerância utilizados para definir, respectivamente, as variáveis θ_k^x e θ_k^y , $k \in K$, tal que $\varepsilon^x \geq 0, \varepsilon^y \geq 0$.
- θ_k^x, θ_k^y : variáveis de decisão, não inteiras e não negativas, que definem os desvios de balanceamento (desbalanceamento) de peso no contêiner, respectivamente nos eixos x e y , quando apenas os itens de destinos $k' \geq k$ estão nesse contêiner.
- λ_{fc} : variável de decisão que é igual a 1 se o item $f \in M'$ é atribuído ao compartimento $c \in C$, e igual a 0, caso contrário.
- μ_c : limitante superior para o número de camadas completas em um compartimento $c \in C$.
- μ'_c : maior quantidade de camadas completas cuja soma de suas alturas não é

- maior que a altura do compartimento $c \in C$.
- μ'' : maior quantidade de camadas completas que podem ser empilhadas sobre a camada completa de maior resistência ao empilhamento mais uma unidade.
- π_{jk} : soma total das áreas das faces superiores dos itens empacotados na camada completa $j \in N'$ quando apenas os itens de destinos $k' \geq k \in K$ estão no contêiner.
- ρ'_{fc} : é igual a 1 se não houver camadas completas no compartimento $c \in C$, ou se qualquer camada completa $j \in N'$ empacotada nele contém 0 ou pelo menos $\bar{\psi}_j$ itens quando apenas os itens de destinos $k' \geq k$ estão no contêiner, para $k = 1, \dots, k^*$ em que k^* é o destino do item residual $f \in M'$. Nestes casos, diz-se que o compartimento c fornece estabilidade (vertical) necessária ao item f . Caso contrário, este parâmetro é igual a 0.
- $\rho_{jj'}$: é igual a 1 se a camada completa $j \in N'$ contém 0 ou, pelo menos, $\bar{\psi}_j$ itens quando apenas os itens de destinos $k' \geq k$ estão no contêiner, para $k = 1, \dots, k_j^{max}$. Neste caso, diz-se que a camada j estabiliza (verticalmente) a camada j' . Caso contrário, este parâmetro é igual a 0.
- σ_i : pressão máxima suportada em qualquer ponto da face superior de um item do tipo i .
- $\bar{\sigma}_j$: pressão máxima suportada por qualquer ponto da face superior de um item da camada completa $j \in N'$.
- τ_i^x, τ_i^y : respectivamente para os eixos x e y , o centro de gravidade do item $i \in \bar{M}$. Esse centro de gravidade é definido no sistema de coordenadas do próprio item, cuja origem, posição (0,0,0) corresponde ao FLLC do referido item.
- τ_{jk}^x, τ_{jk}^y : localização do centro de gravidade da camada $j \in N$, quando apenas os itens de destinos $k' \geq k$ estão no contêiner, respectivamente, nos eixos x e y . Esse centro de gravidade é definido no sistema de coordenadas da própria camada, cuja origem, posição (0,0,0), corresponde ao FLLC da referida camada.
- $\varphi(f)$: tipo do item $f \in M'$.
- ψ_i : quantidade mínima de itens que uma camada de tipo $i \in M$ deve conter para fornecer estabilidade vertical aos itens colocados acima dela.
- $\bar{\psi}_j$: quantidade mínima de itens que a camada completa $j \in N'$ deve conter para

fornecer estabilidade vertical aos itens colocados acima dela.

ω^{dev}, ω^z : pesos relativos, respectivamente, para os desvios de balanceamento de peso no contêiner e para o remanejamento de itens.

ω^{zp}, ω^{zq} : pesos relativos, respectivamente, para o peso e para a quantidade de itens remanejados.

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Definição do Problema	2
1.2 Objetivos	4
1.3 Justificativas	4
1.4 Contribuições da tese.....	5
1.5 Metodologia.....	6
1.6 Organização do trabalho	7
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	9
2.1 Problemas de Carregamento de Contêineres	9
2.1.1 Aspectos Práticos	14
2.1.2 Modelagem matemática	22
2.1.2.1 Formulações da literatura usadas como base para modelar o problema.	28
2.1.2.1.1 Orientação dos itens.....	32
2.1.2.1.2 Estabilidade do carregamento	33
2.1.2.1.3 Resistência a empilhamento dos itens	38
2.1.2.1.4 Múltiplos destinos dos itens	41
2.1.3 Métodos de solução	46
2.2 Outros problemas relacionados.....	66
2.3 Considerações finais do capítulo.....	74
3 PROPOSTA DE MODELAGEM PARA O PROBLEMA	77
3.1 Múltiplos compartimentos e camadas horizontais	79
3.2 Restrições geométricas e de atendimento à demanda	86
3.3 Estabilidade do carregamento.....	89
3.4 Resistência a empilhamento dos itens	98
3.5 Distribuição de peso	103
3.6 Remanejamento dos itens.....	109
3.7 Versão revisada	114
3.8 Considerações finais do capítulo.....	117
4 PROPOSTAS DE MÉTODO HEURÍSTICO PARA O PROBLEMA.....	119
4.1 Uma heurística auxiliada por modelos matemáticos simplificados do problema (heurística H1)	122
4.1.1 Detalhamento da heurística H1	127
4.1.2 Formulações matemáticas	140
4.2 Uma variação da heurística H1 (heurística H2).....	153

4.2.1	Uma heurística para a geração de uma boa solução inicial (heurística HS).....	154
4.2.1.1	Construção de soluções para a formulação (4.4)-(4.17)	155
4.2.1.2	Procedimentos de busca local	160
4.2.2	Detalhamento da heurística H2.....	163
4.3	Considerações finais do capítulo.....	172
5	EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS	173
5.1	Experimentos com a formulação proposta no Capítulo 3.....	178
5.2	Experimentos com os métodos de solução propostos no Capítulo 4.....	182
5.2.1	Heurística H1	187
5.2.2	Heurística H2	197
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	209
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	215
	APÊNDICE A - RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA OS MÉTODOS DE SOLUÇÃO PROPOSTOS	229
A.1	- Heurística H1	229
A.2	- Heurística H2.....	252
	APÊNDICE B - RESUMOS DE ARTIGOS SUBMETIDOS E DERIVADOS DA TESE	275

1 INTRODUÇÃO

O transporte de carga é uma atividade importante em diversos segmentos, por exemplo, em empresas que precisam coletar diferentes tipos de produtos nos seus fornecedores (e.g., *milk run*), e/ou que precisam entregar diferentes tipos de produtos aos seus clientes. Juntamente com as atividades de armazenagem e manuseio, o transporte de carga figura entre os segmentos mais onerosos em logística¹, e, portanto, deve ser realizado com eficiência, com os produtos sendo fornecidos/coletados dentro do prazo, nas condições desejadas e com os custos reduzidos. Os custos relativos ao transporte de carga podem estar relacionados, por exemplo, às rotas de entrega (GENDREAU et al., 2006), ao dimensionamento de lotes de produção (NORDEN; VELDE, 2005), e ao carregamento de contêineres (CHEN et al., 1995 e TERNO et al., 2000).

O uso de contêineres para empacotar a carga é bastante frequente quando se deseja transportar a carga com rapidez e segurança. Contêineres geralmente obedecem a padrões internacionais de dimensões, que facilitam a integração deles entre as diferentes células logísticas e modais, veja alguns exemplos em Hapag e Lloyd (2010). Alguns modais frequentemente utilizados no transporte de carga em contêineres incluem: caminhões (HAESSLER; TALBOT, 1990 e JUNQUEIRA et al., 2012A); trens (BOSTEL; DEJAX, 1998 e CORRY; KOZAN, 2008); navios (BOTTER; BRINATI, 1992 e SCIOMACHEN; TANFANI, 2007); aeronaves (MONGEAU; BÈS, 2003 e CHAN et al., 2006) e veículos espaciais (FASANO, 1999 e TAKADAMA; SHIMOMURA, 2005).

Neste trabalho investigamos um problema de carregamento de contêineres que aparece, por exemplo, na indústria de bebidas, na distribuição diária dos seus produtos a clientes. Um tipo de veículo largamente utilizado neste setor é um

¹ “Logística é uma parte da cadeia de abastecimento que planeja, implementa e controla com eficácia o fluxo e a armazenagem dos bens, dos serviços e das informações entre o ponto da origem e o ponto de consumo destes itens, a fim de satisfazer todas as exigências dos consumidores em geral” (ASLOG, 2009).

caminhão que possui, em sua carroçaria, um contêiner multicompartimentado. Este tipo de contêiner é útil, por exemplo, quando se deseja aumentar a estabilidade da carga e/ou separá-la. O caminhão deve cumprir uma rota conhecida e todas as caixas demandadas pelos clientes dessa rota devem ser empacotadas nele. Ao empacotar a carga, devem-se atender diversas restrições práticas como orientação dos itens, estabilidade do carregamento, resistência dos itens ao empilhamento e balanceamento de peso no contêiner. Deseja-se encontrar um empacotamento viável que minimize o remanejamento de itens no caminhão ao longo da sua rota.

1.1 Definição do Problema

Considere um veículo (ou simplesmente um contêiner) que dispõe de um conjunto de compartimentos, destinados ao empacotamento da carga, que podem ser acessados diretamente através de portas presentes em suas laterais. Esses compartimentos são dispostos em fileiras justapostas, possuem a mesma largura e comprimento, porém podem ter alturas diferentes, por exemplo, por causa do eixo do caminhão. Existem duas fileiras de compartimentos do lado menor do contêiner e, do lado maior, uma quantidade de fileiras que varia de acordo com o seu tipo. A Figura 1.1 apresenta um esquema desse contêiner multicompartimentado.

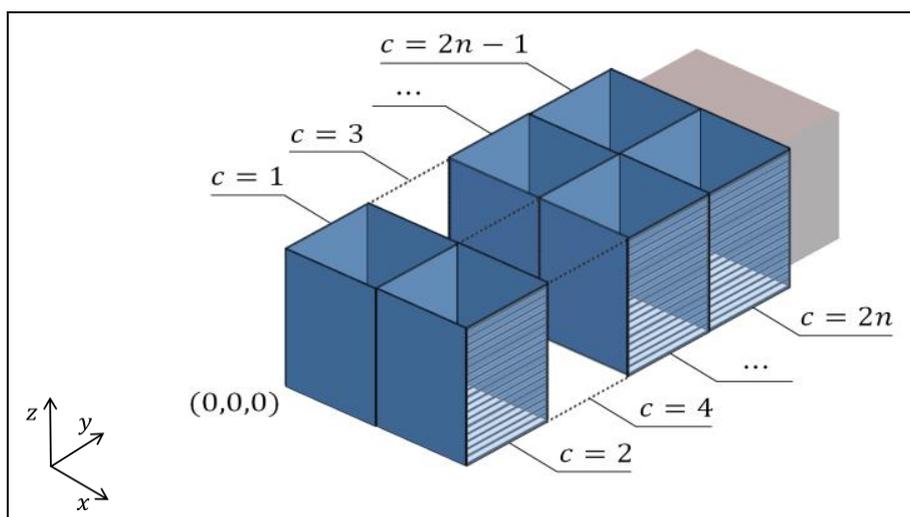


Figura 1.1 - Exemplo que esquematiza o contêiner multicompartimentado considerado.

Todos os compartimentos e caixas (itens) são hexaedros retangulares. Há vários tipos de itens disponíveis (cada tipo de item possui dimensões, peso e uma resistência a empilhamento). Os itens devem ser arranjados ortogonalmente nos compartimentos do contêiner sem obedecer a um padrão específico e/ou em camadas horizontais. Uma camada é formada apenas por itens de um mesmo tipo e já possui um padrão de empacotamento pré-definido para o maior número de itens de um mesmo tipo que ela pode conter. As camadas são separadas de outras camadas, ou itens, por uma divisória fina (por exemplo, de madeira ou plástico) que possui o comprimento e a largura de um compartimento.

O contêiner é carregado com os itens demandados em uma célula logística ou depósito (origem) e sua rota está pré-definida por uma sequência de *destinos* que ele deve cumprir para atender os clientes. As demandas em todos os destinos são conhecidas *a priori*. Todos os itens demandados na rota pré-definida devem ser empacotados no contêiner e as seguintes restrições práticas devem ser contempladas:

Restrições fortes (precisam ser necessariamente satisfeitas):

- a) *Orientação dos itens*. Os itens possuem orientação vertical fixa;
- b) *Estabilidade dos itens*. Os itens devem ser estabilizados, ao longo de toda rota, por outros itens empacotados e/ou pelas paredes presentes no contêiner;
- c) *Resistência dos itens a empilhamento*. Em qualquer empilhamento, um item abaixo deve ter resistência suficiente para suportar a pressão exercida nele pelos itens acima;

Restrições fracas (devem ser satisfeitas na medida do possível):

- d) *Balanceamento de peso no contêiner*. Deseja-se que o contêiner esteja balanceado ao longo de toda a rota, nos eixos x e y .

O objetivo é minimizar o *Remanejamento dos itens* no contêiner ao longo da sua rota. Um item precisa ser remanejado somente se ele estiver sobre itens de destinos anteriores (que vão ser descarregados antes dele). Como as restrições de balanceamento de peso no contêiner são fracas, elas serão vistas como um objetivo secundário a ser atingido.

Segundo Wäscher et al. (2007), esse problema pode ser visto como um problema de empacotamento tridimensional estendido, pois estende o conceito de empacotar/cortar itens em objetos, por exemplo, devido a possibilidade de remanejar os itens nos objetos ao longo da rota. Todavia, o problema associado de como empacotar os itens nos objetos não se adequa perfeitamente à tipologia proposta pelos autores, uma vez que ele não trata da maximização do valor de saída (seleção dos itens empacotados), ou da minimização do valor de entrada (seleção de objetos para empacotar os itens), mas todos os itens e objetos devem ser utilizados neste empacotamento, satisfazendo todas as restrições envolvidas.

A proposta de modelagem para este problema é apresentada no Capítulo 3.

1.2 Objetivos

Busca-se gerar conhecimento inédito acerca do problema abordado por meio do estudo de problemas similares da literatura; do desenvolvimento de formulações matemáticas para representá-lo; do desenvolvimento de métodos de solução para resolver estas formulações; e da realização de experimentos computacionais para avaliar estas formulações e métodos. Como um objetivo mais geral, deseja-se que este estudo fomente a pesquisa de problemas de corte e empacotamento realistas, bem como auxilie tomadores de decisão na prática.

1.3 Justificativas

Os seguintes aspectos corroboram para a importância do problema estudado neste trabalho: relevância para a redução de custos com logística, dificuldade de resolução e inovação em pesquisa.

Os custos com logística no Brasil equivalem a mais de 10% do PIB nacional e apenas os custos com transporte correspondem a mais de 50% destes custos (ILOS, 2012). Portanto, espera-se que melhorias em processos relativos ao transporte, como empacotar a carga em contêineres, de maneira eficiente, tenham impacto relevante para a economia no país.

Outro aspecto refere-se à dificuldade em resolver problemas de carregamento de contêineres na prática, o que fomenta o estudo de modelos e métodos de solução eficientes para resolvê-los. O problema aqui tratado é mais geral do que outros problemas estudados na literatura que são NP-difíceis, por exemplo, os problemas de corte e empacotamento unidimensionais. Portanto, sua resolução computacional é, pelo menos, tão difícil quanto a desses outros problemas mais específicos. Veja mais sobre complexidade em, por exemplo, Goldreich (2010).

Também desconhecemos trabalhos de outros autores que abordam o mesmo problema de carregamento de contêiner aqui estudado e, nesta linha de pesquisa, por exemplo, não encontramos trabalhos que abordem problemas de empacotamento tridimensionais e considerem o empacotamento dos itens em camadas horizontais separadas por divisórias (veja mais na Seção 2.3).

1.4 Contribuições da tese

As principais contribuições desta tese são resumidas a seguir:

- a) estudo de um problema de carregamento de contêiner não encontrado anteriormente na literatura;
- b) desenvolvimento de um modelo de programação linear inteira mista para o problema, que é uma extensão de outras formulações conhecidas da literatura;
- c) desenvolvimento de métodos de solução heurísticos para o problema, baseados na geração *a priori* de camadas horizontais e na resolução de problemas menores de empacotamento e atribuição;

- d) realização de experimentos computacionais com as formulações e métodos de solução propostos, com enfoque na aptidão deles em obter soluções boas frente aos recursos computacionais disponíveis.

1.5 Metodologia

De acordo com a tipologia de Kothari (2004), a pesquisa conduzida neste trabalho pode ser classificada, de maneira predominante, nos seguintes tipos:

Analítico, pois se utiliza de informações observadas na prática e de artigos da literatura para uma análise crítica do problema;

Fundamental, pois, embora a pesquisa seja motivada de um problema prático, busca-se gerar informações em um sentido mais amplo de aplicações de modo a contribuir para o conhecimento científico já existente, por exemplo, o da literatura de Problemas de Empacotamento, ou de Problemas de Carregamento de Contêineres;

Quantitativo, pois se baseia em medidas quantitativas, particularmente no desenvolvimento de modelos e métodos de solução para o problema;

Empírico e Conceitual. Empírico, pois informações são obtidas examinando o problema prático, e realizando experimentos computacionais com os modelos e métodos de solução desenvolvidos. Conceitual, pois fundamentos teóricos são utilizados para o desenvolvimento desses modelos e métodos.

De acordo com a tipologia de Bertrand e Fransoo (2003), este estudo contém elementos de *pesquisa quantitativa axiomática*, pois os modelos aqui propostos são extensões de outros idealizados e estudados na literatura e, uma vez formulados, preocupou-se apenas com o problema que eles definem. Todavia, este estudo também contém elementos de *pesquisa quantitativa empírica*, pois esforços foram empregados para que os modelos propostos sejam os mais aderentes o possível ao problema observado na realidade (em uma empresa de bebidas). Mais especificamente, essa pesquisa pode ser classificada como

normativa, pois se focaliza no desenvolvimento e análise de métodos de solução para resolver os modelos formulados, mais do que na análise descritiva desses modelos.

A metodologia de pesquisa aplicada a este trabalho também pode ser descrita pelo modelo de Mitroff (1974). As seguintes fases deste modelo foram empregadas: *conceptualização*; *modelagem*; e *resolução do modelo*. O conhecimento obtido com as soluções do *modelo científico* foi confrontado com o *modelo conceitual*, o que gerou um ciclo entre as fases de modelagem e de resolução do modelo, vide Figura 1.2.

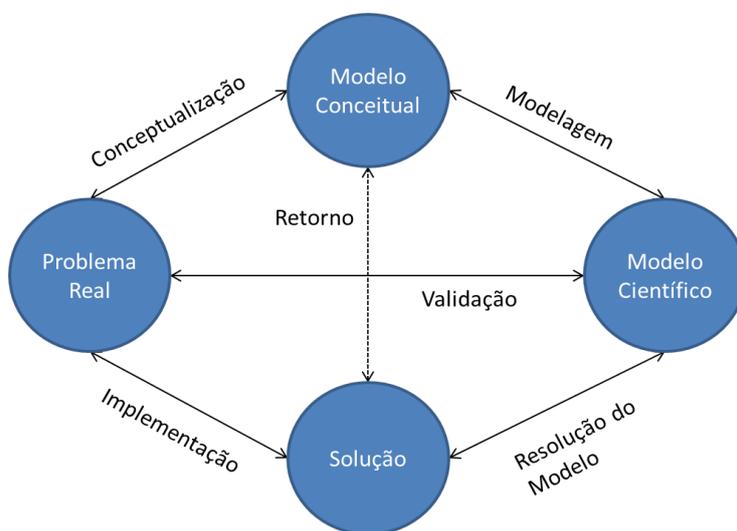


Figura 1.2 - Fluxograma do modelo científico de Mitroff (1974) com suas fases, seus respectivos produtos e relacionamentos. Fonte: adaptada de Bertrand e Fransoo (2002).

1.6 Organização do trabalho

Este trabalho está organizado da seguinte forma: neste Capítulo 1 apresenta-se a definição do problema, os objetivos, as justificativas, um resumo das contribuições desta tese, e a metodologia científica empregada; no Capítulo 2 apresenta-se uma revisão bibliográfica de problemas relacionados a esta tese; no Capítulo 3 apresenta-se uma proposta de modelagem para o problema; no Capítulo 4 apresentam-se propostas de métodos de solução heurísticos para resolver o problema formulado no Capítulo 3; no Capítulo 5 apresentam-se os experimentos

computacionais realizados com a formulação do Capítulo 3 e com os métodos de solução do Capítulo 4; no Capítulo 6 apresentam-se as conclusões deste trabalho e as perspectivas para pesquisas futuras a partir dele; no Apêndice A apresentam-se os resultados completos dos experimentos computacionais realizados com os métodos de solução aqui propostos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo apresenta-se uma revisão bibliográfica de problemas de carregamento de contêineres e de outros problemas que estão relacionados a veículos multicompartimentados.

2.1 Problemas de Carregamento de Contêineres

Empacotar unidades menores (*itens*) em unidades maiores (*objetos*) é um problema frequente quando se deseja transportar carga e é usualmente difícil de resolver, principalmente quando se busca eficiência. Um exemplo é quando caixas devem ser empacotadas em contêineres para serem entregues a diferentes destinos de uma rota. Análogo ao problema de empacotamento pode-se definir outro problema, matematicamente equivalente, em que se deseja cortar itens de objetos. Estes problemas são conhecidos na literatura como Problemas de Corte e Empacotamento (PCE).

Itens podem ser arranjados em um objeto de diversas maneiras. Cada um destes arranjos define um *padrão de empacotamento/corte* que deve respeitar duas restrições básicas (*restrições geométricas*):

- a) itens não podem ocupar o mesmo lugar no objeto;
- b) itens devem estar completamente arranjados dentro do objeto.

A Figura 2.1, Figura 2.2 e Figura 2.3 apresentam, respectivamente, exemplos de tipos de itens, de um objeto e de um padrão de empacotamento com estes tipos de itens e objeto.

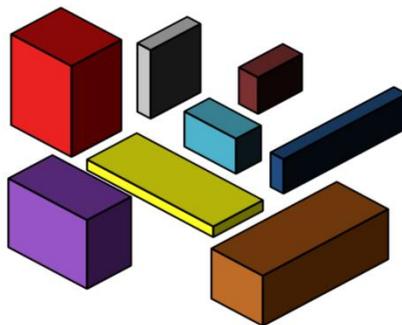


Figura 2.1 - Exemplo de tipos de itens.

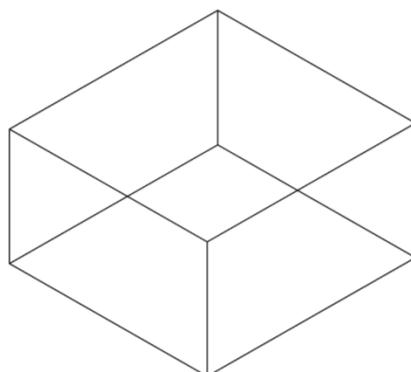


Figura 2.2 - Exemplo de objeto.

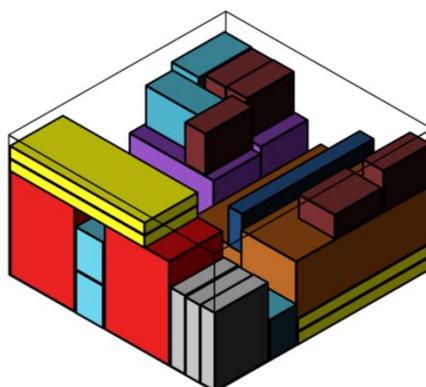


Figura 2.3 - Exemplo de padrão de empacotamento.

Um conjunto de padrões de empacotamento e suas frequências correspondentes definem uma solução para os PCEs denominada de *plano de corte/empacotamento*.

Em PCEs realistas o número de padrões viáveis e distintos costuma ser demasiadamente alto, tornando-os difíceis de serem resolvidos. A quantidade desses padrões depende das dimensões, variedades e quantidades dos itens/objetos, além de outras restrições impostas, por exemplo, por equipamentos usados em operações de corte/empacotamento.

Os PCE são estudados em diversas disciplinas, como, por exemplo, Ciência da Computação, Pesquisa Operacional², Logística, Engenharias e Matemática

² A Pesquisa Operacional(PO) pode ser entendida como uma abordagem científica para ajudar no processo de tomada de decisões, que busca definir a melhor maneira de projetar, planejar e operar

(DYCKHOFF, 1990). Alguns desses estudos resultaram em livros, e.g., Martello e Toth (1990), Dyckhoff e Finke (1992), e Kellerer et al. (2004); e artigos em periódicos, e.g., Gilmore e Gomory (1961, 1963), Chambers e Dyson (1976), Garey Johnson (1981), Marcotte (1985), Morabito e Arenales (1992), Valério de Carvalho (1998), Arenales et al. (1999), Lodi et al. (2002), Yanasse e Limeira (2006), entre outros.

Os diversos PCEs diferem entre si segundo tipos de restrições e objetivos. Para facilitar a identificação de cada um deles, algumas propostas para classificá-los foram apresentadas na literatura. Estas propostas (sistemas de classificação) fornecem uma visão estruturada desses problemas, o que pode ser relevante para uma troca eficiente de informações entre os pesquisadores da área. Classificações existentes na literatura dos PCEs podem ser encontradas em, por exemplo, Dyckhoff (1990) e Wäscher et al. (2007).

Um problema de empacotamento com grande relevância prática é o Problema de Carregamento de Contêineres (PCC). O PCC é um exemplo de PCE tridimensional em que itens precisam ser arranjados dentro de contêineres observando um ou mais critérios. Segundo Bortfeldt e Wäscher (2012), na literatura, com algumas poucas exceções, considera-se que os itens são hexaedros retangulares (cuboides) e devem ser empacotados ortogonalmente em contêineres também retangulares. Assim como outros PCEs, os PCCs podem ser classificados de acordo com a tipologia Wäscher et al. (2007) como problemas refinados do tipo 3D-R-{IPT}, em que IPT é o tipo do problema intermediário, que pode ser: IIPP, MHKP, MHLOPP, MIKP, MILOPP, MBSBPP, MSSCSP, ODP, RBPP, RCSP, SBSBPP, SKP, SLOPP e SSSCSP.

sistemas, geralmente sob condições que exigem a alocação de recursos escassos com eficiência (ARENALES et al., 2007). A PO abrange uma ampla variedade de técnicas para resolução de problemas e de métodos para se buscar melhores decisões, tais como, simulação, otimização matemática, teoria de filas, processos Markovianos de decisão, métodos econômicos e análise de dados. A maioria dessas técnicas envolve a construção de modelos matemáticos que procuram descrever o sistema em questão. (INFORMS, 2013).

O problema de empacotar itens sobre paletes, PCP, também pode ser visto como um PCC (BORTFELDT; WÄSCHER, 2012). Segundo Hodgson (1982), o PCP pode ser de dois tipos: do Produtor, PCP-M; e do Distribuidor, PCP-D. A diferença entre eles é que no PCP-M todos os itens são idênticos e no PCP-D os itens podem ser diferentes. Uma característica comum do PCP é a ausência das paredes verticais do contêiner para estabilizar os itens. Nesse problema também é comum empacotar os itens em camadas horizontais, o que pode simplificar o problema em outros de menores dimensões (ALVAREZ-VALDES et al., 2005).

Os PCCs podem aparecer com diferentes nomes na literatura. Uma sugestão para formar alguns desses nomes em inglês é combinar no máximo uma palavra de cada um dos seguintes conjuntos, nesta ordem: *{Three-dimensional, 3D}*; *{container, pallet, cargo, bin, strip}*; *{loading, packing}*, adicionando o nome *problem* ao fim. Ou ainda, realizar o mesmo com os seguintes conjuntos, nesta ordem: *{Three-dimensional, 3D}* *{cutting, palletization}* *problem*. O termo *Multi*, ou *single* também pode acompanhar esses nomes e, em especial, preceder as palavras *container* e *pallet*.

Ao destacar os trabalhos pioneiros da literatura que abordam problemas de carregamento de contêineres, diversos autores mencionam os trabalhos de Steudel (1979) e de George e Robinson (1980), mas não citam trabalhos anteriores, como, por exemplo:

- a) De Sha (1970), que busca maximizar o aproveitamento de espaço utilizado no contêiner com itens de diferentes tipos. O autor propõe resolver o problema com uma heurística construtiva que inicialmente gera pilhas de itens e em seguida as combina para aproveitar o espaço existente no piso do contêiner;
- b) Peleg e Peleg (1976), que estendem o trabalho de Peleg (1971) e desenvolvem estratégias para um problema em definir o padrão de empacotamento e as dimensões dos itens de mesmo tipo que compõem este padrão. Busca-se preencher um único contêiner com itens satisfazendo um mínimo de eficiência (dado pelo volume desses itens). Os autores descrevem

um algoritmo para empacotar ortogonalmente os itens considerando apenas cinco padrões básicos, que são combinados para obter soluções para o problema. Os autores já descrevem e discutem requisitos práticos no empacotamento de itens sobre os paletes, como os relacionados à estabilidade, empilhamento, complexidade do padrão e de circulação de ar entre as pilhas de itens;

- c) Urgeletti-Tinarelli e Addonizio (1978), que resolvem um PCC buscando minimizar o número de contêineres idênticos necessários para empacotar um conjunto de itens. O método de solução empregado é uma heurística que utiliza regras de empacotamento simples, mas que considera as diferentes orientações dos itens.

Segundo Bortfeldt e Wäscher (2012)³, também parecem ser raros os trabalhos que abordam PCCs na década de 80, em que menos de 10 trabalhos a respeito foram identificados por esses autores. Outros trabalhos pioneiros para os PCCs incluem, por exemplo: Smith e De Cani (1980), Liu e Chen (1981), Hodgson (1982), Carpenter e Dowsland (1985), Han et al. (1989), Bischoff e Marriott (1990), Gehring et al. (1990), Haessler e Talbot (1990) e Dowsland (1991).

De modo geral, não existem muitos trabalhos que tratam de PCCs. Wäscher et al. (2007) avaliaram 445 PCEs de 413 artigos publicados em inglês entre 1995 e 2004 em periódicos internacionais, anais de congressos e volumes editados. A pesquisa considerou apenas PCEs que podem ser classificados como problemas refinados e revelou que o número de PCEs tridimensionais corresponde a apenas 13,2 % do total avaliado. Todavia, segundo Bortfeldt e Wäscher (2012), em janelas de tempo de 4 anos, o número de trabalhos que abordam PCCs tem crescido, principalmente a partir de 2005 em que 41 trabalhos foram identificados entre 2005 e 2009. Somente nos anos de 2010 e 2011, Bortfeldt e Wäscher (2012)

³ A pesquisa realizada por Bortfeldt e Wäscher (2012) incluiu apenas de trabalhos publicados em inglês em periódicos internacionais, volumes editados e anais de conferências entre 1980 e 2011. Nesse estudo, um total de 158 trabalhos foram identificados.

identificaram 17,3% trabalhos a mais do total avaliado no período entre 2000 e 2004.

Com relação à complexidade, os PCCs englobam os problemas de corte e empacotamento unidimensionais e, portanto, são NP-difíceis. Além disso, pode ser computacionalmente difícil resolver mesmo pequenos exemplares desses problemas.

2.1.1 Aspectos Práticos

Além das restrições geométricas dos PCEs, apresentadas anteriormente, o transporte da carga em contêineres frequentemente exige a consideração de diversos aspectos práticos não contemplados em PCEs mais simples. A relevância desses aspectos depende de diversos fatores, como das particularidades dos itens e dos veículos utilizados para transportar a carga.

Bortfeldt e Wäscher (2012) revisam a literatura de PCCs com base em um estudo anterior de Bischoff e Ratcliff (1995) e discutem os diversos aspectos práticos de carregamento apresentados a seguir:

(a) Orientação dos itens

Nos PCCs é usual que os itens estejam dispostos ortogonalmente no contêiner e, nesse caso, considerando as três dimensões, preservando simetrias, um item poderia ser orientado de 24 maneiras (para cada uma das 6 faces, ao fixar a orientação vertical, um cubo pode ser horizontalmente orientado em 4 maneiras). Retirando as simetrias, do ponto de vista do espaço ocupado, sobram apenas 6 maneiras (dois modos para cada dimensão). Alguns casos de orientação dos itens são:

- *apenas uma orientação é permitida*. Veja, por exemplo, Morabito e Arenales (1994) e Silva et al. (2003). Esse pode ser o caso de paletes carregados por empilhadeiras em um sentido obrigatório, ou do seu lado oposto (BISCHOFF; RATCLIFF, 1995), ou ainda quando se deseja simplificar o problema em termos de complexidade computacional;

- *apenas uma orientação vertical é permitida, enquanto não há restrições para as orientações horizontais.* Veja, por exemplo, Haessler e Talbot (1990), Gendreau et al. (2006), Fuellerer et al. (2010). Esse pode ser o caso quando se deseja manter a integridade dos itens com restrições do tipo “este lado para cima”;
- *todas as orientações são permitidas.* Veja, por exemplo, Padberg (2000) e Lins et al. (2002). Esse caso permite maior grau de liberdade para o arranjo dos itens (maior espaço de busca), portanto pode também tornar o problema mais complexo.

(b) Resistência dos itens ao empilhamento

Itens podem ter diferentes resistências à pressão exercida sobre eles por outros itens em um empilhamento. De modo geral, esse aspecto é considerado visando manter a integridade do produto, o que nem sempre se refere a danos na embalagem desse produto. Na indústria de bebidas, por exemplo, garrafas do tipo PET possuem uma saliência natural sobre o topo da tampa. Esta saliência possui um formato de abóboda, ou *doming*, quando visualizada pela lateral do produto e está relacionada à pressão interna na garrafa. Para evitar o vazamento de gás, a pressão exercida sobre essa saliência não deve ser maior do que uma tolerância. Alguns casos desse aspecto são:

- *a pressão total (unidade de peso por unidade de área) exercida sobre um item é limitada a um determinado valor.* Veja, por exemplo, Christensen e Rousøe (2009), Junqueira (2009) e Junqueira et al. (2012a). As abordagens encontradas na literatura para esse caso consideram que cada ponto do topo de um item suporta a mesma pressão admissível;
- *os itens são classificados como frágeis e não frágeis.* A fragilidade pode ser vista como uma representação simplificada da resistência dos itens ao empilhamento. Por exemplo, pode-se admitir que nenhum item seja colocado sobre um item frágil. Veja, por exemplo, Gehring e Bortfeldt (1997), Junqueira (2009) e Junqueira et al. (2012a). Em um caso menos restritivo, pode-se

admitir que itens frágeis possam ser colocados sobre qualquer item, enquanto que os itens não frágeis somente podem ser colocados sobre outros itens não frágeis. Veja, por exemplo, Gendreau et al. (2006) e Fuellerer et al. (2010).

(c) Carregamento completo de um grupo de itens

Caso um item de uma entidade funcional (por exemplo, um móvel) esteja em um carregamento, os outros da mesma entidade também devem estar neste carregamento, não necessariamente no mesmo contêiner. Esse aspecto surge em problemas em que se deve escolher uma seleção de itens para serem colocados em um conjunto limitado de contêineres. Veja, por exemplo, Eley (2003).

(d) Alocação da carga

Pode-se restringir o empacotamento de um grupo de itens juntos em um determinado contêiner. Esse aspecto pode surgir apenas quando múltiplos contêineres estão disponíveis para empacotar a carga, e pode estar relacionado a dois casos:

- *itens de um determinado subconjunto não devem estar em um mesmo contêiner.* Um exemplo é quando há produtos de perfumaria e produtos alimentícios que não podem ser misturados. Veja, por exemplo, Eley (2003). Este caso é referenciado como o aspecto “separação dos itens” em Bischoff e Racliff (1995).
- *itens de um determinado subconjunto devem estar no mesmo contêiner.* Um exemplo é quando cada palete (que pode ser visto como um contêiner) deve ser carregado com itens de um mesmo tipo sempre que possível. Veja, por exemplo, Terno et al. (2000);

(e) Posicionamento dos itens

Pode-se restringir a localização de alguns tipos de itens em um contêiner. Este aspecto pode estar relacionado a três casos:

- *Posicionamento absoluto.* Itens devem (ou não) estar posicionados em lugares definidos no contêiner devido a exigências no carregamento/descarregamento. Este quesito pode ser importante, por exemplo, por questões de segurança quando produtos inflamáveis precisam ser retirados rapidamente do carregamento. (HODGSON, 1982); ou por questões de manejo, quando itens grandes e pesados não podem ser colocados em regiões específicas de um caminhão (HAESSLER; TALBOT, 1990). Este caso é referenciado como o aspecto “manuseio” em Bischoff e Racliff (1995);
- *Posicionamento relativo.* Alguns itens que partilham certas características podem demandar serem colocados próximos entre si. Por exemplo, itens com mesmas alturas, utilizados para formar camadas horizontais (MORABITO; ARENALES, 1997 e MORABITO; MORALES, 1998) ou itens idênticos, para evitar erros de contagem tanto na expedição quando no recebimento da carga (HAESSLER; TALBOT, 1990). Por outro lado, os itens que partilham certas características podem demandar não serem colocados próximos entre si no contêiner, por exemplo: itens úmidos com secos, e embalagem de madeira com embalagem de papelão. Veja, por exemplo, Hapag e Lloyd (2010);

Em Bischoff e Racliff (1995), este caso é referenciado como o aspecto “agrupamento de itens”, ou “separação dos itens”, respectivamente, quando itens devem, ou não, serem colocados próximos entre si.

- *Múltiplos Destinos.* Esse caso corresponde à combinação do aspecto “Posicionamento relativo” com o aspecto “Posicionamento absoluto”. Quando a carga deve ser entregue em mais de um destino, os itens de um mesmo destino devem não apenas serem colocados próximos entre si, mas também estarem sequenciados de modo a considerar toda a rota percorrida pelo contêiner. Com isso, busca-se evitar operações desnecessárias de carregamento e descarregamento dos itens (remanejamento dos itens). Este caso pode ser tratado de duas maneiras:

- (1) pode-se admitir que a rota a ser percorrida por um contêiner está fixa, e, portanto, basta apenas encontrar o melhor arranjo dos itens para essa rota. Veja, por exemplo, Bischoff e Ratcliff (1995), Junqueira (2009), Christensen e Rousøe (2009) e Junqueira et al. (2012b);
- (2) pode-se admitir que a rota de um contêiner ainda não está definida, o que leva a uma abordagem combinada de roteamento do(s) contêiner(es) com o problema de arranjar a carga nele(s). Veja, por exemplo, Araujo (2006), Campos (2008) e Tarantilis et al. (2009).

(f) Estabilidade do carregamento

Pode-se exigir que itens sejam suportados por outros itens ou pelo próprio contêiner. Este aspecto é importante para não permitir que os itens “flutuem” dentro do contêiner, bem como para evitar danos aos itens, por exemplo, caso eles tombem durante o transporte. Dois casos desse aspecto podem ser considerados:

- *Estabilidade Vertical.* Itens são suportados por suas bases. Alguns autores avaliam o caso em que esse suporte corresponde a 100% da área de base dos itens, e.g., Eley (2002), Araujo e Armentano (2007), Junqueira (2009) e Junqueira et al. (2012a, 2012b), enquanto que outros autores admitem que esse percentual seja menor, desde que ele seja maior do que um valor mínimo, e.g., Carpenter e Dowland (1985);
- *Estabilidade Horizontal.* Itens são suportados por suas laterais. Em Junqueira (2009) e Junqueira et al. (2012a) permite-se que os itens sejam suportados parcialmente, em outros itens ou no contêiner, em duas de suas faces laterais (particularmente, em suas faces laterais da frente e da esquerda).

Um padrão de empacotamento que não considera explicitamente restrições de estabilidade pode tornar a solução inviável na prática. No entanto, a ausência dessas restrições tem sido explicada pela possibilidade do uso de amarras e invólucros no entorno da carga, por exemplo, de cada palete (PELEG; PELEG, 1976), espumas (PARREÑO et al., 2008) e também pelo fato de a maximização

do aproveitamento do espaço em contêiner poder levar naturalmente a estabilidade da carga (PISINGER, 2002 e PARREÑO et al., 2008).

(g) Prioridades

Alguns itens podem ter preferência para estarem no carregamento e deve-se escolher uma seleção de itens para serem empacotados nos contêineres. Podem ser prioridades, por exemplo, os itens com datas de validade mais próximas, ou pertencentes a clientes preferenciais. Veja, por exemplo, Eley (2003) e Ren et al. (2011).

A prioridade dos itens também pode estar relacionada ao método de solução, que as define, por exemplo, buscando maximizar a utilização do volume do contêiner. Veja, por exemplo, Lim e Zhang (2005).

(h) Complexidade do padrão de empacotamento

Um padrão de empacotamento complexo, aquele que não pode ser descrito por um algoritmo simples, pode demandar maiores esforços para ser gerado. A geração de padrões simplificados pode ser exigida quando a carga somente pode ser movimentada por máquinas em pilhas (CARPENTER; DOWSLAND, 1985), ou quando eles são construídos por robôs (DEN BOEF et al., 2005). São exemplos desses padrões, os guilhotinados⁴.

(i) Peso de carga

A soma dos pesos de todos os itens no contêiner não deve ser maior do que um valor limite. Se a carga em um contêiner for suficientemente pesada, essas restrições podem ser mais restritivas do que as restrições relativas às dimensões de contêiner. Veja, por exemplo, Bortfeldt e Gehring (2001) e Gendreau et al. (2006).

⁴ Refere-se a Padrões de Empacotamento Guilhotinados, padrões cujos itens podem ser separados, íntegros, por meio de cortes guilhotinados, isso é, contínuos e ortogonais na extensão do objeto. Veja, por exemplo, Morabito e Arenales (1994).

(j) Distribuição de peso dentro do contêiner (Balanceamento de peso no contêiner)

Deseja-se que os itens empacotados tenham seus pesos distribuídos por toda a base do contêiner, geralmente, de maneira homogênea. O balanceamento de peso no contêiner pode ser importante para evitar exceder os limites de peso nos eixos de um caminhão (HAESSLER; TALBOT, 1990) e também para a segurança, quando o contêiner é movimentado (BISCHOFF; RATCLIFF, 1995).

Nos casos encontrados na literatura, esse aspecto é contemplado diminuindo, ou mantendo abaixo de um valor, a distância entre o centro de gravidade⁵ da carga e o centro geométrico do contêiner. Alguns autores contemplam esse aspecto apenas para o lado maior do contêiner, em que os desvios de balanceamento de peso no contêiner podem ser maiores, e.g., Davies e Bischoff (1999) e Eley (2002), enquanto outros autores contemplam esse aspecto também para o lado menor do contêiner, e.g., Gehring e Bortfeldt (1997). Em adição a distribuição de peso no plano transversal, a distribuição de peso no plano longitudinal (ao longo da altura do contêiner) também pode ser importante quando o contêiner pode ser inclinado nesse plano. Neste caso, também é interessante que o centro de gravidade da carga esteja em posições mais próximas à face inferior do contêiner (TECHANITISAWAD; TANGWIWATWONG, 2004).

Um levantamento da literatura observando os aspectos práticos de carregamento

Bortfeldt e Wäscher (2012) avaliaram 158 trabalhos encontrados na literatura que tratam de PCCs com relação a diversos aspectos práticos de carregamento. A Tabela 2.1 apresenta as quantidades absoluta e percentual dos trabalhos que contemplam cada um desses aspectos. Nesta tabela, observa-se que aproximadamente 25% dos trabalhos avaliados não abordam nenhuma das restrições práticas. Por outro lado, o aspecto “orientação dos itens” é abordado

⁵ Pode ser chamado de Centro de Massa, se convencionado um campo gravitacional uniforme.

pela grande maioria deles, o que pode ser explicado pela facilidade em impor restrições de orientação em algoritmos diversos. Adicionalmente, note que essas restrições determinam a quantidade de combinações geométricas dos itens em contêineres, e podem influenciar em dois aspectos frequentemente avaliados na literatura: a utilização de espaço no contêiner; e a complexidade dos algoritmos. Observe também que outros aspectos como “carregamento completo de um grupo de itens” e “prioridades” foram raramente abordados.

Tabela 2.1 - Levantamento de Bortfeldt e Wäscher (2012) para a quantidade de trabalhos que abordam cada um dos aspectos práticos de carregamento. Fonte: adaptada de Bortfeldt e Wäscher (2012).

Aspecto prático	Quantidade absoluta	Quantidade relativa (%)
- (nenhum)	35	22.2
Peso de carga	22	13,9
Distribuição de peso no contêiner	19	12.0
Prioridades	2	1.3
Orientação dos itens	112	70.1
Resistência dos itens ao empilhamento	24	15.2
Carregamento completo de um grupo de itens	1	0.6
Alocação da carga	12	7.5
Posicionamento dos itens	26	16.5
Estabilidade do carregamento	59	37.3
Complexidade do padrão	15	9,5

A Tabela 2.2 seguinte apresenta as quantidades absoluta e percentual de trabalhos que incluem um determinado total dos aspectos práticos avaliados. Embora todos os aspectos avaliados sejam relevantes em diversos problemas práticos, o levantamento da Tabela 2.2 mostra que são poucos os trabalhos que abordam um maior número desses aspectos, que possivelmente correspondem a problemas mais realísticos. Uma possível explicação para isso é a maior complexidade em resolver problemas com mais restrições e/ou objetivos.

Tabela 2.2 - Levantamento de Bortfeldt e Wäscher (2012) para a quantidade de trabalhos que abordam um determinado número total dos aspectos práticos de carregamento. Fonte: adaptada de Bortfeldt e Wäscher (2012).

Total de restrições práticas	Quantidade absoluta	Quantidade relativa (%)
0	35	22,1
1	49	31
2	35	22,2

3	14	8,9
4	6	3,8
5	9	5,7
6	8	5,1
7	2	1,3

Na grande maioria dos trabalhos revisados, os aspectos práticos de carregamento avaliados são tratados como restrições fortes (restrições que precisam ser necessariamente satisfeitas). De acordo com Bortfeldt e Wäscher (2012), uma razão para isso pode ser devido ao fato delas poderem ser mais facilmente tratadas por algoritmos, em comparação com as restrições fracas (restrições que podem ser satisfeitas na medida do possível).

2.1.2 Modelagem matemática

Algumas formulações matemáticas podem ser utilizadas diretamente, ou serem adaptadas para resolver os PCCs. Formulações para o caso de PCEs bidimensionais podem ser encontradas em, por exemplo, Beasley (1985), Scheithauer e Terno (1993), Hadjiconstantinou e Christofides (1995), Martins (2003), Beasley (2004), Pisinger e Sigurd (2007) e Queiroz e Miyazawa (2013). Formulações para o caso de PCEs tridimensionais podem ser encontradas em, por exemplo, Tsai et al. (1993), Chen et al. (1995), Padberg (2000), Junqueira (2009), Junqueira et al. (2012a), e Junqueira et al. (2012b).

A seguir, os trabalhos desses autores são revisados. Dedicar-se maior atenção à revisão dos trabalhos de Junqueira (2009), Junqueira et al. (2012a), e Junqueira et al. (2012b), pois as formulações apresentadas nesses trabalhos foram adaptadas para modelar o problema aqui abordado.

Beasley (1985) aborda um problema de cortar peças retangulares de um objeto retangular maior com o objetivo de maximizar o valor do conjunto de peças cortadas. Os cortes não precisam ser guilhotinados (não necessitam ir de um lado a outro do objeto), mas devem ser ortogonais (paralelos a um dos lados do objeto). Este problema é formulado como um modelo de programação linear binária e em seguida é resolvido com um algoritmo de enumeração implícita. O

algoritmo usa relaxação lagrangeana para gerar os limitantes superiores e resolve cada problema dual lagrangeano com o método do subgradiente. O autor apresenta resultados computacionais para 12 exemplares pequenos, sendo que o maior deles contém 22 itens de 10 tipos distintos.

Scheithauer e Terno (1993) estudam modelos matemáticos para o problema de empacotamento unidimensional, e bidimensional nos casos em que os itens podem ser polígonos convexos e não convexos. O objetivo é maximizar o valor total dos itens empacotados dentro de um objeto. Os autores apresentam modelos de programação linear binária mista para o problema no caso em que os itens são convexos e afirmam eles podem ser estendidos para o caso tridimensional de maneira direta. Um destes modelos contempla um caso especial em que os itens e o objeto são retangulares. Os autores ainda revisam esses modelos observando que apenas duas das variáveis auxiliares são necessárias para definir as restrições de sobreposição e, com alguns ajustes algébricos, geram uma formulação com um menor número de variáveis e restrições. Testes computacionais não são apresentados.

Tsai et al. (1993) abordam um PCP-D tridimensional em que se deseja maximizar o valor total dos itens colocados sobre um único palete. Para resolver este problema, os autores apresentam um modelo de programação linear binária mista utilizando restrições disjuntivas, de maneira similar ao apresentado em Scheithauer e Terno (1993), mas para o caso tridimensional. Os autores propõem algoritmos exatos de enumeração implícita e exploram a estrutura da formulação apresentada. Consideram-se restrições para que a relação entre a quantidade de itens de um tipo e a quantidade total de itens seja mais próxima de uma especificação dada por um parâmetro de entrada. Alguns resultados computacionais foram realizados e constatou-se que o tempo de solução cresce exponencialmente com o número de itens disponíveis.

Chen et al. (1995) apresentam um modelo de programação linear binária mista para um PCC com múltiplos contêineres. Neste problema, deseja-se selecionar um subconjunto de contêineres de maneira que todos os itens possam ser

empacotados e o espaço total não utilizado nesse subconjunto seja mínimo. Neste mesmo trabalho, os autores discutem modificações do modelo para os casos em que se deve: selecionar um único contêiner para empacotar um conjunto conhecido de itens minimizando o espaço total não utilizado nesse contêiner; empacotar um conjunto conhecido de itens em um contêiner de comprimento variável e que se deseja minimizar; e para o caso em que a distribuição de peso no contêiner é relevante. Para tratar este último caso, os autores apresentam restrições para limitar o balanceamento de peso em um dos eixos. Buscando validar o modelo, os autores resolvem um problema com apenas 6 itens, mas não apresentam detalhes de desempenho computacional.

Hadjiconstantinou e Christofides (1995)⁶ abordam um problema de corte não-guilhotinado bidimensional e apresentam uma nova formulação de programação linear binária para representá-lo. Neste problema, os padrões gerados são restritos a um número máximo de itens de cada tipo e deve-se maximizar o valor dos itens cortados do objeto. Para resolver este problema, os autores propõem um método exato de busca em árvore que usa relaxação lagrangeana para a geração dos limitantes superiores. Em particular, cada problema dual lagrangeano é resolvido pelo método do subgradiente. Para tentar reduzir o tamanho do problema, aplicam-se diversos procedimentos para definir limites para as quantidades mínimas e máximas de itens de um mesmo tipo que podem estar no padrão. Esses procedimentos são derivados tanto da formulação original quanto da formulação obtida a partir dela com a relaxação lagrangeana. Experimentos computacionais foram realizados com 12 exemplares com até 15 tipos de itens. Para o tempo limite de 800 segundos, soluções ótimas puderam ser encontradas para 7 exemplares, enquanto que soluções com valores de função objetivo distantes em até 5% do ótimo puderam ser encontradas para os demais exemplares.

⁶ A formulação de Hadjiconstantinou e Christofides (1995) nem sempre é válida, conforme mostrado em Amaral e Letchford (1999).

Padberg (2000) apresenta uma formulação de programação linear inteira mista para um PCC. O objetivo é maximizar o valor dos itens empacotados em um único contêiner. O autor estende a formulação de Fasano (1999) e a sujeita a uma análise poliédrica. Como resultado, obtém uma formulação mais geral, cuja relaxação linear é uma aproximação mais apertada do politopo convexo da solução inteira mista do problema, em comparação com a formulação de Fasano (1999). O autor não apresenta resultados de experimentos numéricos, mas estima que exemplares do problema com até 20 itens possam ser resolvidos em tempo computacional razoável por meio de um algoritmo padrão de enumeração implícita.

Martins (2003) apresenta um modelo similar ao de Chen et al. (1995) para o problema bidimensional de empacotar itens retangulares em um único bin também retangular. O objetivo é maximizar o valor dos itens empacotados. O autor estuda essa formulação para entender melhor as relações envolvidas entre as variáveis do problema e observa a existência de simetrias, como as geradas pelo empacotamento de itens de mesmo tipo no objeto. O autor também propõe uma versão revisada desta formulação que, além de reduzir essas simetrias, também possibilita obter uma relaxação de programação linear mais apertada para problema. A formulação apresentada é resolvida para os exemplares utilizados nos trabalhos de Beasley (1985), e de Hadjiconstantinou e Christofides (1995), e observa-se que a maioria dos exemplares pode ser resolvida até a otimalidade em até 1000 segundos.

Beasley (2004) apresenta uma nova formulação de programação não linear inteira mista para o problema de corte ortogonal não-guilhotinado e bidimensional, em que se deve maximizar o valor dos itens cortados do objeto. O autor aponta para o fato de que, diferentemente da formulação de Beasley (1985), nesta formulação o número de variáveis e restrições não depende do tamanho do objeto. Segundo o autor, a formulação apresentada é mais compacta do que a formulação de Beasley (1985), embora tenha como possível desvantagem o fato das restrições de sobreposição dos itens serem não lineares. O autor ainda indica como a

formulação pode ser utilizada para proibir o empacotamento de itens em determinadas regiões do objeto e também como estender a formulação para empacotar os itens em múltiplos objetos. Para resolver o problema o autor apresenta uma metaheurística populacional simples, baseada na formulação proposta. Nos testes computacionais, o autor avalia 12 exemplares com até 10 tipos de itens, obtidos de Beasley (1985). Para todos os 12 casos a metaheurística obteve solução ótima em um tempo sempre inferior a 8 segundos.

Pisinger e Sigurd (2007) estudam o problema de empacotamento bidimensional em que se deve empacotar todos os itens em um menor número de objetos, para o caso guilhotinado e não guilhotinado. Os objetos possuem os mesmo tamanhos enquanto os itens podem ter dimensões diferentes. Os autores apresentam uma formulação de programação linear inteira para o problema, que utiliza técnicas de modelagem de Onodera et al. (1991) e de Chen et al. (1995). Para resolver essa formulação, é proposto um algoritmo baseado na decomposição de Dantzig Wolfe em que o problema mestre, de cobertura de conjuntos, lida com a minimização do número de objetos, enquanto o subproblema, problema da mochila bidimensional, lida com o empacotamento dos itens em um único objeto. Também é proposto um algoritmo para resolver o subproblema, que utiliza combinadamente as técnicas de Programação por Restrições e *Branch and Cut*. São feitos breves comentários sobre as maneiras de adaptar o método proposto para tratar restrições de: cortes guilhotinados, defeitos no objeto, posicionamento dos itens, e de distribuição de peso no objeto. Experimentos computacionais com 500 exemplares e com até 100 itens foram realizados, e para 75% dos casos uma solução ótima pôde ser encontrada em até 3600 segundos.

Junqueira (2009) focaliza o desenvolvimento de modelos de programação linear inteira para um PCC objetivando maximizar o valor dos itens empacotados no contêiner. O modelo desenvolvido é baseado na formulação de Beasley (1985) e contempla as seguintes restrições práticas: orientações dos itens; limite de peso no contêiner; estabilidade no carregamento; e resistência dos itens ao empilhamento. Restrições de múltiplos destinos também são contempladas com

uma heurística simples que decompõe o problema em outros menores (um para cada destino). O autor avalia computacionalmente a formulação resolvendo pequenos exemplares do problema com a ajuda do *software* IBM ILOG CPLEX. Os testes são realizados para exemplares de diversos tamanhos e com diversas combinações das restrições de carregamento. Os exemplares gerados aleatoriamente contemplam até 20 tipos de itens de tamanho grande (de 25% a 75% do tamanho do contêiner). O modelo estudado em Junqueira (2009) será detalhado mais a frente nesta seção. Parte dos desenvolvimentos apresentados em Junqueira (2009) também podem ser encontrados em Junqueira et al. (2012a).

Junqueira et al. (2012b) focalizam o desenvolvimento de um modelo de programação linear inteira para um PCC em que todos os itens devem ser empacotados em um único contêiner de dimensão variável. Os autores utilizam uma técnica de modelagem similar à utilizada em Junqueira (2009) e contemplam as restrições de estabilidade vertical dos itens e de múltiplos destinos, que também incluem restrições de alcance do braço do operador ao retirar os itens do contêiner. Experimentos computacionais são realizados resolvendo exemplares de tamanhos variados com a ajuda do *software* IBM ILOG CPLEX. Os modelos utilizados em Junqueira et al. (2012b) serão detalhados mais a frente nesta seção.

Queiroz e Miyazawa (2013)⁷ estudam um problema bidimensional em que todos os itens devem ser empacotados em um objeto. O objeto possui uma altura de tamanho variável, que se deseja minimizar. Os autores apresentam uma formulação de programação linear binária para representar esse problema que, assim como a formulação proposta por Beasley (1985), é baseada na definição *a priori* das posições em que os itens podem ser colocados. A formulação contempla as seguintes restrições práticas: múltiplos destinos, balanceamento de peso no objeto, e resistência a empilhamento dos itens. O balanceamento de peso no objeto é modelado como restrições fortes e deve ser mantido após descarregar

⁷ Os desenvolvimentos apresentados no trabalho de Queiroz e Miyazawa vieram recentemente ao conhecimento do autor.

cada subconjunto de itens. Os autores consideram o balanceamento apenas para um dos eixos (o que não possui tamanho variável). Restrições de resistência a empilhamento dos itens são impostas como *planos de corte* se uma dada solução não as atende. Diferentes cálculos são considerados para verificar o atendimento dessas restrições, dependendo da quantidade de itens em que um item está apoiado sobre. Esses cálculos fazem uso de diversos conceitos como de resistência dos materiais, equilíbrio estático de corpos rígidos, além de conceitos físicos de força, centro de gravidade e momento. Os autores separam o problema em duas variantes. Além das restrições geométricas e de atendimento à demanda, uma delas considera apenas as restrições de balanceamento de peso em conjunto com as restrições de múltiplos destinos, enquanto a outra considera apenas as restrições de resistência dos itens a empilhamento. Os autores propõem resolver essas variantes de maneira aproximada considerando apenas os padrões normais (veja sobre esses padrões na Seção 2.1.2.1), e também com heurísticas que fazem uso de algoritmos gulosos e de busca em árvore. Nos experimentos computacionais, exemplares com até 20 itens foram avaliados, e soluções ótimas para aproximadamente 45% dos casos puderam ser obtidas em até 7200 segundos.

2.1.2.1 Formulações da literatura usadas como base para modelar o problema

Nesta seção, apresentam-se as formulações propostas/apresentadas em Junqueira (2009) e Junqueira et al. (2012a, 2012b), e que serviram como base para modelar o problema abordado nesta tese.

A notação empregada segue a seguinte forma:

$$Nome_{\text{índice } 1, \dots, \text{índice } N}$$

O nome pode ainda vir acompanhado de alguma ênfase como, por exemplo, uma barra sobre ele.

Para facilitar a descrição da modelagem matemática a partir deste ponto, apresenta-se na Figura 2.4 uma nomenclatura de referência para as diferentes faces de um cuboide (e.g., um item, ou um contêiner).

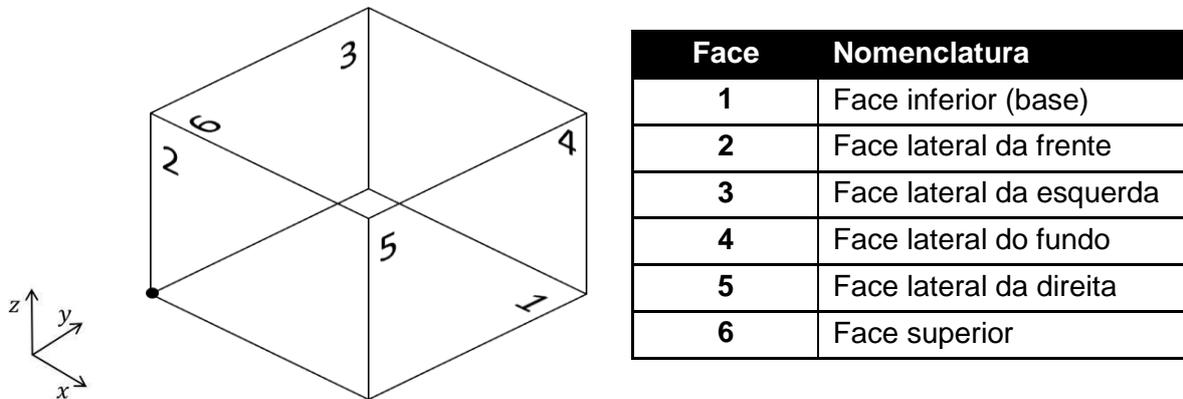


Figura 2.4 - Cuboide de referência para localização e orientação de itens e objetos com uma nomenclatura para cada uma de suas faces. Fonte: adaptada de Junqueira (2009).

Para indicar a posição dos itens no contêiner, utiliza-se como referência o ponto comum às faces 1, 2 e 3 do cuboide (veja a Figura 2.4). Este ponto é referenciado como Canto Frontal Inferior Esquerdo (*Front Lower Left Corner - FLLC*).

Considere a seguinte notação:

Índices:

- i : denota um tipo de item;
- p, s : denotam as posições em relação ao eixo x ;
- q, t : denotam as posições em relação ao eixo y ;
- r, u : denotam as posições em relação ao eixo z .

Parâmetros:

- l_i, w_i, h_i : respectivamente, comprimento (eixo x), largura (eixo y) e altura (eixo z) do item de tipo i ;
- L, W, H : respectivamente, comprimento, largura e altura do contêiner;
- M : conjunto dos tipos de itens demandados;
- b_i : quantidade disponível (ou a demanda) do item de tipo i .

A Figura 2.5 ilustra um item de tipo i colocado com seu FLLC em uma posição (p, q, r) do contêiner, com destaque para a posição (s, t, u) também ocupada por este item.

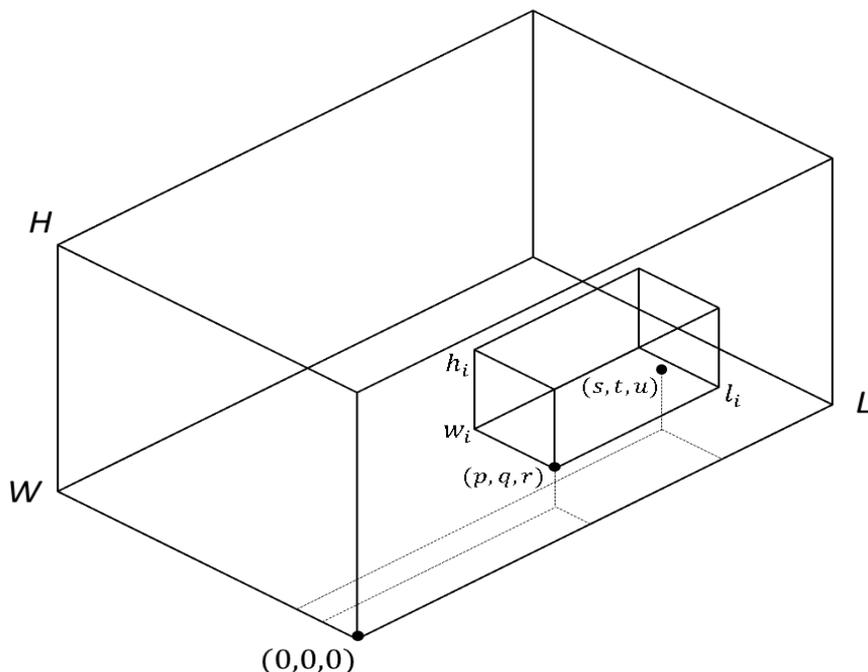


Figura 2.5 - Localização de um item colocado com seu FLLC em uma posição (p, q, r) dentro do contêiner, com um destaque também para outra posição (s, t, u) ocupada por este item. Fonte: adaptada de Junqueira (2009).

Observe que é suficiente conhecer a posição do FLLC de um item para saber a sua posição dentro do contêiner. Diremos que um item está colocado na posição (p, q, r) quando o FLLC deste item estiver colocado nesta posição.

De acordo com Junqueira (2009), a formulação de Beasley (1985) pode ser reduzida ao considerar apenas a geração de *padrões normais* (HERZ, 1972; CHRISTOFIDES; WHITLOCK, 1977). Esses padrões, para o caso tridimensional, podem ser obtidos a partir de um padrão de empacotamento/corte qualquer, movimentando os itens para baixo, para frente e para esquerda até que suas faces inferior, lateral da frente e lateral esquerda estejam adjacentes aos demais itens ou ao objeto.

O domínio das posições p , q e r , em que um item pode ser colocado no contêiner são dados respectivamente por X , Y e Z , em que:

$$\begin{aligned}
X &= \{p | 0 \leq p \leq L - \text{Min}_{i \in M}(l_i), \quad p \in \mathbb{N}\} \\
Y &= \{q | 0 \leq q \leq W - \text{Min}_{i \in M}(w_i), \quad q \in \mathbb{N}\} \\
Z &= \{r | 0 \leq r \leq H - \text{Min}_{i \in M}(h_i), \quad r \in \mathbb{N}\}
\end{aligned} \tag{2.1}$$

Os conjuntos X, Y e Z podem ser reduzidos para contemplar apenas os padrões normais⁸:

$$\begin{aligned}
X &= \{p | p = \sum_{i \in M} \xi_i l_i, 0 \leq p \leq L - \text{Min}_{i \in M}(l_i), \quad 0 \leq \xi_i \leq b_i, \xi_i \in \mathbb{N}, i \in M\}, \\
Y &= \{q | q = \sum_{i \in M} \xi_i w_i, 0 \leq q \leq W - \text{Min}_{i \in M}(w_i), \quad 0 \leq \xi_i \leq b_i, \xi_i \in \mathbb{N}, i \in M\} \\
Z &= \{r | r = \sum_{i \in M} \xi_i h_i, 0 \leq r \leq H - \text{Min}_{i \in M}(h_i), \quad 0 \leq \xi_i \leq b_i, \xi_i \in \mathbb{N}, i \in M\}
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Para um item de tipo i , os domínios das posições p , q e r podem ser dados respectivamente por X_i, Y_i e Z_i , em que:

$$\begin{aligned}
X_i &= \{p \in X | 0 \leq p \leq L - l_i\}, i \in M \\
Y_i &= \{q \in Y | 0 \leq q \leq W - w_i\}, i \in M \\
Z_i &= \{r \in Z | 0 \leq r \leq H - h_i\}, i \in M
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Considere a seguinte notação adicional:

Parâmetros:

a_{ipqrst} : é igual a 1 se o item de tipo i colocado no contêiner na posição (p, q, r) contém a posição (s, t, u) , e é igual a 0, caso contrário;

\bar{v}_i : valor unitário do item de tipo i colocado no contêiner.

Variáveis:

x_{ipqr} : variável binária de decisão que é igual a 1 se o item de tipo i é colocado no contêiner na posição (p, q, r) , e é igual a 0, caso contrário.

Junqueira (2009) estende a formulação de Beasley (1985) para o caso tridimensional resultando na formulação seguinte:

⁸ Ao definir os conjuntos X, Y e Z usando as equações (2.2), ao invés de defini-los usando as equações (2.1) pode haver perda de generalidade para a solução do problema, quando consideradas algumas das restrições práticas apresentadas à frente, veja, por exemplo, a Seção 2.1.2.1.2.

$$Max \sum_{i \in M} \sum_{p \in X_i} \sum_{q \in Y_i} \sum_{r \in Z_i} \bar{v}_i x_{ipqr} \quad (2.4)$$

$$\sum_{i \in M} \sum_{p \in X_i} \sum_{q \in Y_i} \sum_{r \in Z_i} a_{ipqrstu} x_{ipqr} \leq 1 \quad s \in X, t \in Y \text{ e } u \in Z \quad (2.5)$$

$$\sum_{p \in X_i} \sum_{q \in Y_i} \sum_{r \in Z_i} x_{ipqr} \leq b_i \quad i \in M \quad (2.6)$$

$$x_{ipqr} \in \{0,1\} \quad \begin{array}{l} i \in M \\ p \in X_i, q \in Y_i \text{ e } r \in Z_i \end{array} \quad (2.7)$$

A função objetivo (2.4) maximiza o valor total dos itens colocados no contêiner. As restrições: (2.5) impõem que um ponto (s, t, u) do contêiner esteja ocupado por no máximo um único item e, portanto, não permitem que itens sobreponham-se (veja a Figura 2.5); as restrições (2.6) limitam a quantidade dos itens de tipo i no contêiner em função de sua disponibilidade; e as restrições (2.7) definem o domínio das variáveis de decisão.

O autor ainda observa que as restrições (2.5) podem ser reescritas, conforme (2.8) para considerar a função $a_{ipqrstu}$ de maneira implícita e, com isso, economizar recursos computacionais.

$$\sum_{i \in M} \sum_{\substack{p \in X_i \\ \{s-l_i < p \leq s\}}} \sum_{\substack{q \in Y_i \\ \{t-w_i < q \leq t\}}} \sum_{\substack{r \in Z_i \\ \{u-h_i < r \leq u\}}} x_{ipqr} \leq 1, \quad s \in X; t \in Y; u \in Z \quad (2.8)$$

2.1.2.1.1 Orientação dos itens

Como são admitidos apenas empacotamentos ortogonais, um item pode ser orientado de seis maneiras distintas, desconsiderando simetrias. A Figura 2.6 apresenta as seis possíveis orientações para um item:

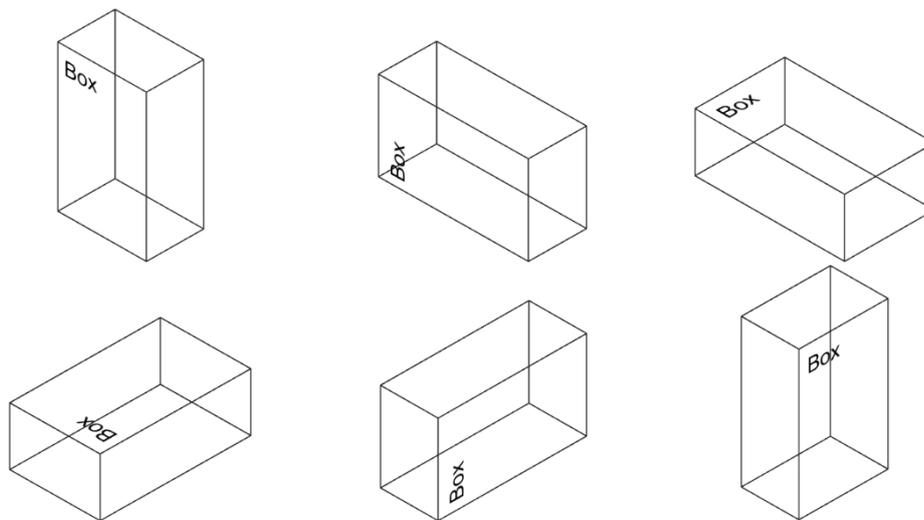


Figura 2.6 - Ilustração das seis possíveis orientações de um item.

Para contemplar as diferentes orientações dos itens na formulação, basta considerar cada tipo de item com uma orientação permitida, como sendo um tipo diferente de item. Observe que como a demanda dos itens não depende de suas orientações, deve-se ajustar as restrições (2.6) para que a soma de todos os itens empacotados que sejam do mesmo tipo i , independentemente de suas orientações, esteja limitada a disponibilidade deste tipo i .

2.1.2.1.2 Estabilidade do carregamento

Itens devem ser apoiados com suas bases (estabilidade vertical) e/ou com suas faces laterais (estabilidade horizontal) em outros itens e/ou no contêiner. A seguir apresentam-se formulações propostas em Junqueira (2009) para contemplar a estabilidade do carregamento. Veja também Junqueira et al. (2012a).

Caso vertical

Considere a seguinte notação adicional:

Índices:

- j : denota um tipo de item;
- p' : denota as posições em relação ao eixo x ;
- q' : denota as posições em relação ao eixo y ;

r' : denota as posições em relação ao eixo z .

Parâmetros:

α : parâmetro de estabilidade vertical, $\alpha \in \mathbb{R}, 0 \leq \alpha \leq 1$, Em um extremo, $\alpha = 1$, indica que a face inferior de qualquer item deve estar 100% apoiada nas faces superiores de outros itens (ou na face inferior do contêiner); em outro extremo, $\alpha = 0$, indica que não há exigência quanto à estabilidade vertical dos itens;

A Figura 2.7 ilustra um caso de estabilidade vertical, em que um item do tipo j está apoiado com sua face inferior na face superior de um item do tipo i , e destaca-se a área de contato entre esses itens (dada por $L_{ij} \cdot W_{ij}$).

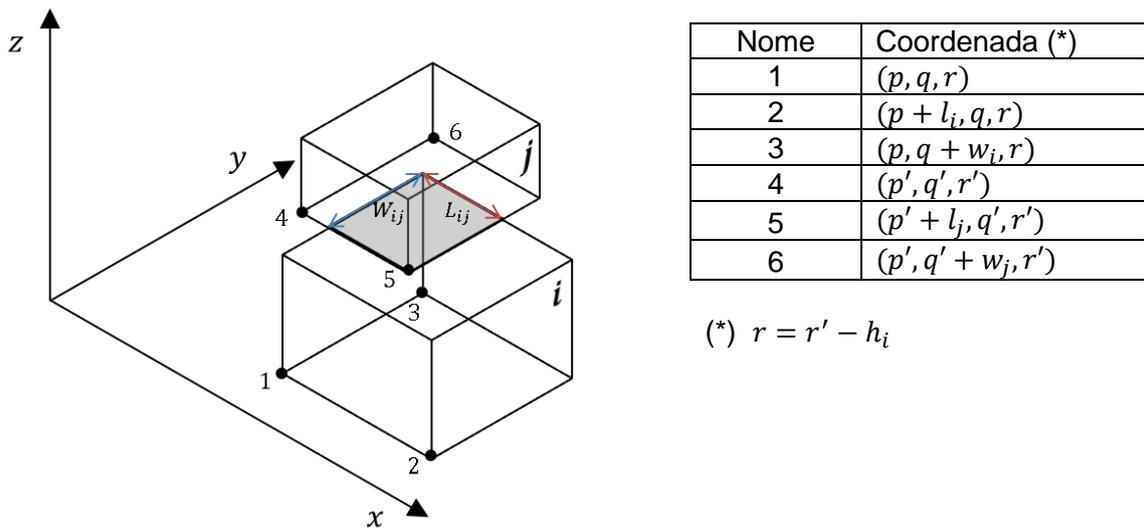


Figura 2.7 - Exemplo de um item apoiado sobre outro para ilustrar caso de estabilidade vertical.

O seguinte conjunto de restrições é proposto pelos autores para tratar a estabilidade vertical do carregamento:

$$\sum_{\substack{i \in M \\ \{r' - h_i \geq 0\}}} \sum_{\substack{p \in X_i \\ \{p' - l_i < p < p' + l_j\}}} \sum_{\substack{q \in Y_i \\ \{q' - w_i < q < q' + w_j\}}} L_{ij} W_{ij} x_{ipq(r' - h_i)} \geq \alpha l_j w_j x_{jp'q'r'} , \tag{2.9}$$

$j \in M; p' \in X_j; q' \in Y_j; r' \in Z_j / \{0\}$.

em que:

$$L_{ij} = \min(p + l_i, p' + l_j) - \max(p, p')$$

$$W_{ij} = \min(q + w_i, q' + w_j) - \max(q, q')$$

As restrições (2.9) exigem que para um item do tipo j ser colocado na posição (p', q', r') do contêiner, a área total de contato entre sua face inferior e a face superior de itens do tipo i , não deve ser menor do que a área da face inferior do item de tipo j (dada por $l_j \cdot w_j$) multiplicada por α . O elemento zero é excluído do conjunto Z_j , pois nesse caso o suporte vertical é provido pela face inferior do contêiner.

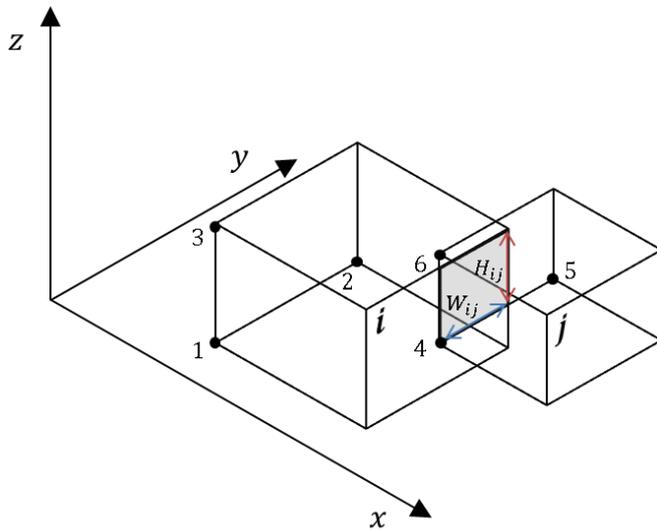
Caso horizontal

Considere a seguinte notação adicional:

Parâmetros:

- β : parâmetro de estabilidade horizontal (eixo x), $\beta \in \mathbb{R}, 0 \leq \beta \leq 1$. Em um extremo, $\beta = 1$, indica que a face lateral da esquerda de um item deve estar 100% apoiada nas faces laterais da direita de outros itens (ou na face da esquerda do contêiner); em outro extremo, $\beta = 0$, indica que não há exigências quanto à estabilidade dos itens no eixo x ;
- γ : parâmetro de estabilidade horizontal (eixo y), $\gamma \in \mathbb{R}, 0 \leq \gamma \leq 1$. Em um extremo, $\gamma = 1$, indica que a face lateral da frente de um item deve estar 100% apoiada nas faces laterais do fundo de outros itens (ou na face da frente do contêiner); em outro extremo, $\gamma = 0$, indica que não há exigências quanto à estabilidade dos itens no eixo y .

A Figura 2.8 ilustra o caso de estabilidade horizontal com relação ao eixo x , em que um item do tipo j está apoiado com sua face lateral esquerda na face lateral direita de um item de tipo i , e destaca-se a área de contato entre esses itens (dada por $W_{ij} \cdot H_{ij}$).

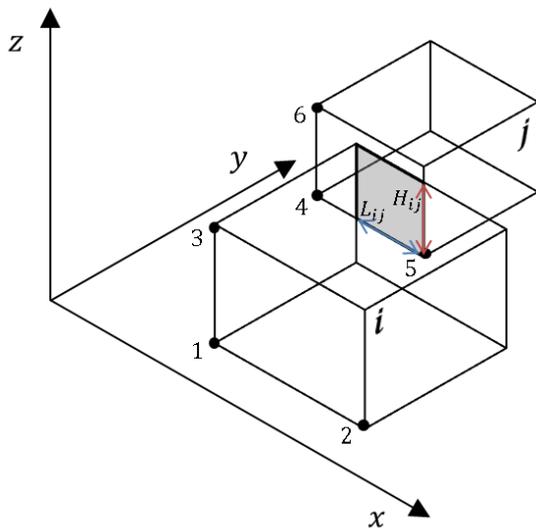


Nome	Coordenada (*)
1	(p, q, r)
2	$(p, q + w_i, r)$
3	$(p, q, r + h_i)$
4	(p', q', r')
5	$(p', q' + w_j, r')$
6	$(p', q', r' + h_j)$

(*) $p = p' - l_i$

Figura 2.8 - Exemplo de um item apoiado sobre outro para ilustrar caso de estabilidade horizontal no eixo x .

A Figura 2.9 ilustra um caso de estabilidade horizontal com relação ao eixo y , em que um item de tipo j está apoiado com sua face lateral da frente na face lateral do fundo de um item de tipo i , e destaca-se a área de contato entre esses itens (dada por $L_{ij} \cdot H_{ij}$).



Nome	Coordenada (*)
1	(p, q, r)
2	$(p + l_i, q, r)$
3	$(p, q, r + h_i)$
4	(p', q', r')
5	$(p' + l_j, q', r')$
6	$(p', q', r' + h_j)$

(*) $q = q' - w_i$

Figura 2.9 - Exemplo de um item apoiado sobre outro para ilustrar caso de estabilidade horizontal no eixo y .

A estabilidade horizontal pode ser modelada de maneira análoga à estabilidade vertical e para contemplá-la o seguinte conjunto de restrições é proposto pelos autores:

$$\sum_{\substack{i \in M \\ \{p' - l_i \geq 0\}}} \sum_{\substack{q \in Y_i \\ \{q' - w_i < q < q' + w_j\}}} \sum_{\substack{r \in Z_i \\ \{r' - h_i < r < r' + h_j\}}} W_{ij} H_{ij} x_{i(p'-l_i)qr} \geq \beta w_j h_j x_{jp'q'r'} ,$$

$$j \in M; p' \in X_j / \{0\}; q' \in Y_j; r' \in Z_j. \quad (2.10)$$

em que:

$$W_{ij} = \min(q + w_i, q' + w_j) - \max(q, q')$$

$$H_{ij} = \min(r + h_i, r' + h_j) - \max(r, r')$$

$$\sum_{\substack{i \in M \\ \{q' - w_i \geq 0\}}} \sum_{\substack{p \in X_i \\ \{p' - l_i < p < p' + l_j\}}} \sum_{\substack{r \in Z_i \\ \{r' - h_i < r < r' + h_j\}}} L_{ij} H_{ij} x_{ip(q'-w_i)r} \geq \gamma l_j h_j x_{jp'q'r'} ,$$

$$j \in M; p' \in X_j; q' \in Y_j / \{0\}; r' \in Z_j. \quad (2.11)$$

em que:

$$L_{ij} = \min(p + l_i, p' + l_j) - \max(p, p')$$

$$H_{ij} = \min(r + h_i, r' + h_j) - \max(r, r')$$

As restrições (2.10) são restrições de estabilidade horizontal com relação ao eixo x (veja a Figura 2.8). Essas restrições exigem que para um item do tipo j ser colocado na posição (p', q', r') do contêiner, a área total de contato entre sua face lateral esquerda e a face lateral direita de itens do tipo i não deve ser menor do que a área da face lateral esquerda do item do tipo j (dada por $w_j \cdot h_j$) multiplicada por β . O elemento zero é excluído do conjunto X_j , pois nesse caso o suporte horizontal, com relação ao eixo x , é provido pela face lateral esquerda do contêiner.

As restrições (2.11) são restrições de estabilidade horizontal com relação ao eixo y (veja a Figura 2.9). Essas restrições exigem que para um item do tipo j ser colocado na posição (p', q', r') do contêiner, a área total de contato entre sua face lateral da frente e a face lateral do fundo de itens do tipo i não deve ser menor do que a área da face lateral do frente do item de tipo j (dada por $l_j \cdot h_j$) multiplicada

por γ . O elemento zero é excluído do conjunto Y_j , pois nesse caso o suporte horizontal, com relação ao eixo y , é provido pela face lateral da frente do contêiner.

Convém notar que as restrições (2.10) e (2.11) podem não garantir a estabilidade horizontal do carregamento, uma vez que não há exigências de que as faces laterais da direita e do fundo dos itens estejam em contato com o contêiner. Deste modo, os itens poderiam se mover, por exemplo, com o movimento do caminhão. No entanto, como apontado em Junqueira (2009), é comum na prática a inserção de apoios (espuma, calços de madeira, etc.) para impedir que os itens se desloquem horizontalmente. Adicionalmente, exigir que todas as faces laterais estejam devidamente apoiadas pode limitar muito os padrões de empacotamento.

É importante notar que o uso das restrições de estabilidade apresentadas nesta seção em conjunto com as expressões (2.2), ou seja, admitindo apenas os padrões normais, pode causar perda de generalidade para a solução do problema. Uma demonstração dessa possibilidade pode ser encontrada em Junqueira et al (2012a) que resolvem um exemplar didático do problema (2.4), (2.6)-(2.9) considerando $\alpha = 0,8$ e mostram que a solução ótima deste exemplar quando os conjuntos de posições X , Y e Z são definidos pelas expressões (2.2) é pior do que a solução ótima deste mesmo exemplar quando essas posições são definidas pelas expressões (2.1). No entanto, note que ao usar as restrições de estabilidade vertical em conjunto com as restrições de estabilidade horizontal (com $\alpha > 0$, $\beta > 0$ e $\gamma > 0$) os conjuntos de posições X , Y e Z podem ser definidos pelas equações (2.2) sem perda de generalidade, pois, neste caso, todos os itens devem estar com suas faces inferior, lateral esquerda e lateral da frente em contato com outros itens ou com as paredes do contêiner (i.e., somente os padrões normais são factíveis).

2.1.2.1.3 Resistência a empilhamento dos itens

A seguir, apresentam-se formulações propostas em Junqueira (2009) para contemplar a resistência a empilhamento dos itens. Veja também Junqueira et al. (2012a).

Os autores propõem que a pressão máxima suportada por qualquer ponto da face superior de um item não seja excedida pela pressão exercida por outros itens colocados acima dele.

Considere o exemplo de empilhamento da Figura 2.10, que destaca alguns pontos sobre as faces superiores dos itens 1, 2 e 3. Observe por esse exemplo, que os itens 2 e 3 exercem pressão sobre o ponto (s', t', h_1) da face superior do item 1, pois eles estão acima deste ponto. Similarmente, somente o item 2 exerce pressão sobre o ponto (s, t, h_1) da face superior do item 1, pois apenas ele está acima deste ponto.

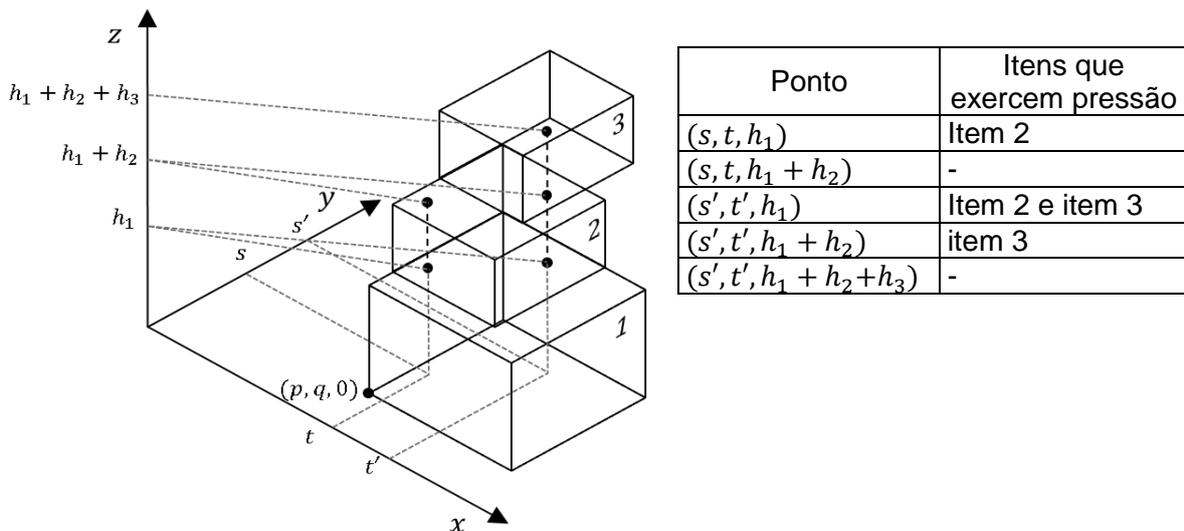


Figura 2.10 - Exemplo 1 de empilhamento de itens.

Considere a seguinte notação adicional:

Parâmetros:

P_i : peso de um item do tipo i ;

σ_i : pressão máxima suportada em qualquer ponto da face superior de um item do tipo i .

Junqueira (2009) formula as restrições de resistência a empilhamento dos itens para o caso em que todos os itens devem estar apoiados com suas faces inferiores, com 100% de contato, em outros itens ou no contêiner ($\alpha = 1$); e admitindo que cada ponto da face superior de um item de tipo i suporte a mesma pressão admissível σ_i .

Para formular essas restrições, o autor propõe exigir que se um item do tipo $i \in M$ colocado em uma posição (p, q, r) ocupa uma *posição de referência* (s, t, u) , ou seja:

$$(p \in X_i | s - l_i < p \leq s) \wedge (q \in Y_i | t - w_i < q \leq t) \wedge (r \in Z_i | u - h_i < r \leq u),$$

então qualquer outro item do tipo $j \in M$ colocado, em uma posição (p', q', r') , acima dessa posição (s, t, u) , ou seja:

$$(p' \in X_j | s - l_j < p' \leq s) \wedge (q' \in Y_j | t - w_j < q' \leq t) \wedge (r' \in Z_j | u < r' \leq H - h_j),$$

exerce uma pressão $(P_j/l_j w_j)$ sobre esse item do tipo i . A soma da pressão destes itens sobre o item do tipo i não deve ser maior do que a pressão máxima (σ_i) que ele pode suportar sobre qualquer um dos pontos de sua face superior.

A Figura 2.11 ilustra um empilhamento de itens com destaque para a posição (s, t, u) tomada como referência para um item do tipo i colocado na posição (p, q, r) .

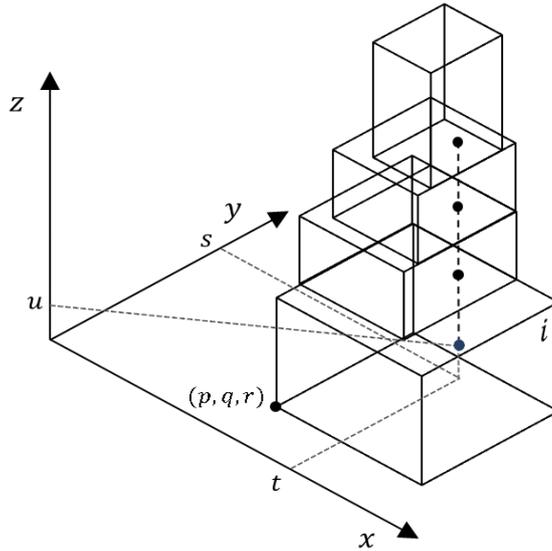


Figura 2.11 - Exemplo 2 de empilhamento de itens. Fonte: adaptada de Junqueira (2009).

O seguinte conjunto de restrições é proposto pelos autores para tratar a resistência dos itens a empilhamento:

$$\sum_{j \in M} \sum_{\substack{p' \in X_j \\ \{s-l_j < p' \leq s\}}} \sum_{\substack{q' \in Y_j \\ \{t-w_j < q' \leq t\}}} \sum_{\substack{r' \in Z_j \\ \{u < r' \leq H-h_j\}}} \left(\frac{P_j}{l_j w_j} \right) x_{j p' q' r'} \leq \sum_{i \in M} \sum_{\substack{p \in X_i \\ \{s-l_i < p \leq s\}}} \sum_{\substack{q \in Y_i \\ \{t-w_i < q \leq t\}}} \sum_{\substack{r \in Z_i \\ \{u-h_i < r \leq u\}}} \sigma_i x_{i p q r} \quad (2.12)$$

$$s \in X; t \in Y; u \in Z$$

As restrições (2.12) exigem que: caso haja algum item do tipo i ocupando a posição de referência (s, t, u) , então a pressão máxima que pode ser suportada por qualquer ponto da face superior desse item não pode ser excedida pela pressão total exercida pelos itens de tipo j colocados acima da posição (s, t, u) . Caso contrário, como $\alpha = 1$, note que não haverá itens colocados acima dessa posição e, portanto, as restrições (2.12) são redundantes ($0 \leq 0$).

2.1.2.1.4 Múltiplos destinos dos itens

A seguir, apresenta-se a abordagem de Junqueira et al. (2012b) para contemplar os múltiplos destinos dos itens.

Admitimos que o primeiro destino do contêiner seja o destino 1, o segundo destino do contêiner seja o destino 2, e assim por diante. Em cada destino são descarregados todos os itens demandados nesse destino.

Suponha que itens sejam retirados pelo lado direito do contêiner (eixo x) e considere a seguinte notação adicional:

Parâmetros:

- b_{ik} : demanda do item de tipo i no destino k ;
- K : conjunto dos destinos dos itens;
- L'_k : comprimento necessário para empacotar itens dos destinos $k' = k, \dots, |K|$. Este parâmetro também é referenciado por “fronteira k ”;
- \mathcal{M} : número suficientemente grande;
- δ : alcance máximo longitudinal do operador para carregar ou descarregar itens dentro de um contêiner.

Variáveis:

- x_{ikpqr} : variável binária de decisão que é igual a 1 se o item de tipo i , e de destino k , é colocado na posição (p, q, r) do contêiner; e é igual a 0, caso contrário.

Junqueira et al. (2012b) estudam um problema em que todos os itens devem ser empacotados dentro de um contêiner. Considera-se que o contêiner possui um comprimento suficiente para armazenar todos os itens e que a rota a ser percorrida por ele é conhecida *a priori*. Além de atender as restrições geométricas (itens não devem se sobrepor e devem estar inteiramente dentro do contêiner), deve-se atender as restrições de estabilidade vertical e de múltiplos destinos.

As restrições de estabilidade vertical estão relacionadas às restrições de múltiplos destinos e exigem que uma fração mínima da face inferior de qualquer item de tipo j esteja apoiada no contêiner, ou nas faces superiores de um ou mais itens de destinos não anteriores ao destino desse item de tipo j . Com isso busca-se evitar o manuseio da carga durante o seu descarregamento. Seja $\alpha > 0$, a Figura 2.12 ilustra dois exemplos, (a) e (b), que apresentam, respectivamente, um padrão de

empacotamento factível e outro infactível para as restrições de estabilidade vertical propostas pelos autores. Nestes exemplos, o número escrito na face de um item representa o seu destino (onde ele será descarregado).

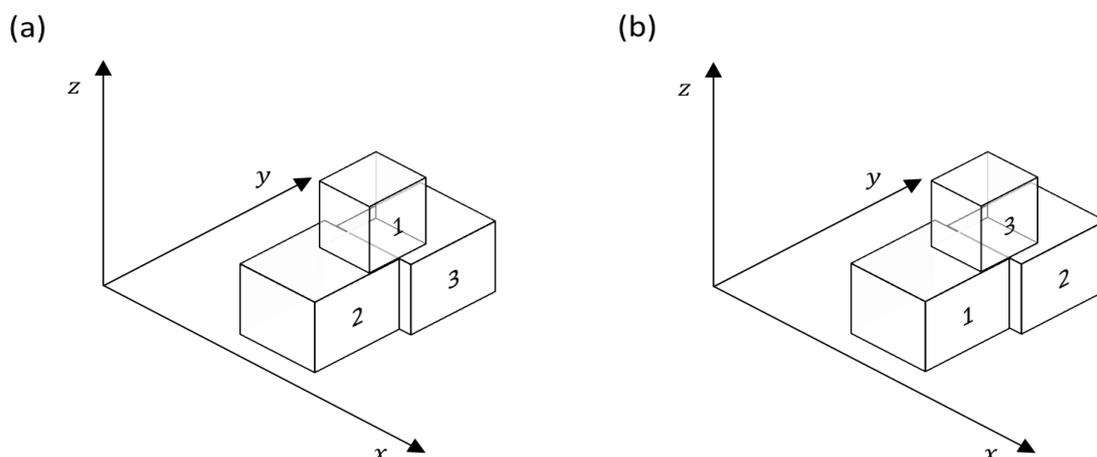


Figura 2.12 - Exemplo de empilhamento de itens factível (a) e infactível (b), considerando múltiplos destinos.

Outras restrições consideradas pelos autores exigem que os itens descarregados em um destino estejam dentro do alcance do operador⁹ (δ) nesse destino. Com isso, busca-se, por exemplo, evitar que o operador tenha de se apoiar em outros itens já empacotados para descarregar a carga. A Figura 2.13 apresenta dois exemplos para ilustrar essas restrições. No exemplo da esquerda, os itens do destino $k + 1$ foram empacotados a partir da origem no eixo x . Esse empacotamento gera uma *fronteira* (L'_{k+1}) em que o operador não pode adentrar para descarregar (ou carregar) os itens dos próximos destinos. Devido ao alcance do operador, esse empacotamento também gera um *limite para colocar os itens do destino k* ($L'_{k+1} - \delta$), ou seja, um item do destino k não pode ser colocado em uma posição, no eixo x , menor do que esse limite. No exemplo da direita, os itens do destino k também foram empacotados, gerando uma nova fronteira e limite para os próximos itens que serão empacotados.

⁹ Qualquer agente que efetua o descarregamento dos itens do contêiner.

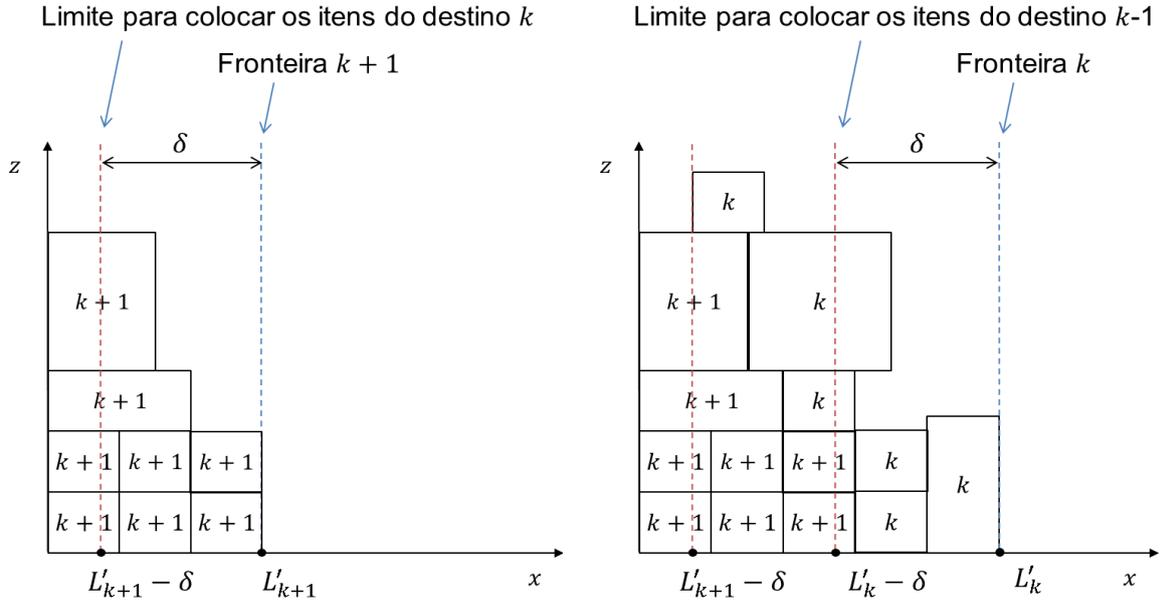


Figura 2.13 - Exemplos para ilustrar restrições de alcance do operador. Fonte: adaptada de Junqueira et al. (2012b).

As formulações propostas em Junqueira et al. (2012b) são apresentadas a seguir:

$$\text{Min } L'_1 \quad (2.13)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in M} \sum_{\substack{p \in X_i \\ \{s-l_i < p \leq s\}}} \sum_{\substack{q \in Y_i \\ \{t-w_i < q \leq t\}}} \sum_{\substack{r \in Z_i \\ \{u-h_i < r \leq u\}}} x_{ikpqr} \leq 1, \quad s \in X; t \in Y; u \in Z \quad (2.14)$$

$$\sum_{p \in X_i} \sum_{q \in Y_i} \sum_{r \in Z_i} x_{ikpqr} = b_{ik}, \quad i \in M; k \in K \quad (2.15)$$

$$\sum_{\substack{\{k \in K\} \\ \{k \geq k'\}}} \sum_{\substack{\{i \in M\} \\ \{r' - h_i \geq 0\}}} \sum_{\substack{p \in X_i \\ \{p' - l_i < p < p' + l_j\}}} \sum_{\substack{q \in Y_i \\ \{q' - w_i < q < q' + w_j\}}} L_{ij} W_{ij} x_{ikpqr(r'-h_i)} \geq \alpha l_j w_j x_{jk'p'q'r'}, \quad \begin{array}{l} k' \in K; j \in M; \\ p' \in X_j; q' \in Y_j; \\ r' \in Z_j / \{0\} \end{array} \quad (2.16)$$

em que:

$$L_{ij} = \min(p + l_i, p' + l_j) - \max(p, p');$$

$$W_{ij} = \min(q + w_i, q' + w_j) - \max(q, q').$$

$$(p + l_i) x_{ikpqr} \leq L'_k, \quad \begin{array}{l} i \in M; k \in K; \\ p \in X_i; q \in Y_i; r \in Z_i \end{array} \quad (2.17)$$

$$L'_{k+1} - \delta \leq p \cdot x_{ikpqr} + M(1 - x_{ikpqr}), \quad \begin{array}{l} i \in M; k \in K/\{K\}; \\ p \in X_i; q \in Y_i; \\ r \in Z_i \end{array} \quad (2.18)$$

$$L'_{k+1} \leq L'_k, \quad k \in K/\{K\} \quad (2.19)$$

$$x_{ikpqr} \in \{0,1\}, \quad \begin{array}{l} i \in M; k \in K; \\ p \in X_i; q \in Y_i; r \in Z_i \end{array} \quad (2.20)$$

$$L'_k \in \mathbb{R}, \quad L'_k \geq 0, \quad k \in K \quad (2.21)$$

A função objetivo (2.13) minimiza o comprimento total L'_1 necessário para empacotar os itens de todos os destinos no contêiner; as restrições (2.14) impõem que uma posição (s, t, u) do contêiner esteja contido dentro de no máximo um único item (de qualquer tipo i e destino k), portanto, não permitem que itens sobreponham-se; as restrições (2.15) impõem que todos os itens de tipo i demandados no destino k sejam empacotados no contêiner; as restrições de estabilidade vertical (2.16) exigem que para um item do tipo j e destino k' ser colocado na posição (p', q', r') , a área total de contato entre a sua face inferior e a face superior de itens do tipo i e destino $k, k \geq k'$ (dada por $L_{ij} \cdot W_{ij}$) não seja menor do que a área da face inferior do item de tipo j (dada por $l_j \cdot w_j$) multiplicada por α . O elemento zero é excluído do conjunto Z_j , pois nesse caso o suporte vertical é provido pela face inferior do contêiner; as restrições (2.17), são usadas para definir a fronteira L'_k e garantem que nenhum item de destino k ultrapasse ela; as restrições (2.18) impõem que nenhum item do destino k seja empacotado antes do limite $L'_{k+1} - \delta$, isso é, os itens devem estar ao alcance do operador; as restrições (2.19) impõem que a fronteira $k + 1$ não esteja além da fronteira k ; as restrições (2.20) e (2.21) definem o domínio das variáveis de decisão.

A partir dessa formulação, os autores avaliaram três situações com relação aos valores de δ :

- a) $\delta = 0$. Neste caso, os itens de um destino k somente são empacotados no eixo x após itens de um destino $k + 1$. Portanto, o problema pode ser

decomposto, sem perda de otimalidade, em $|K|$ problemas menores, um para cada destino k ;

- b) $\delta = L$. Neste caso, o operador pode alcançar um item em qualquer posição no contêiner. Com isso, esse problema se reduz em outro já conhecido na literatura de PCEs, o *Strip Packing Problem*, mas com restrições adicionais de carregamento;
- c) $0 < \delta < L$. Neste caso, os itens de um destino k podem ultrapassar parcialmente a fronteira L'_{k+1} . Uma heurística para esse caso é apresentada pelos autores.

2.1.3 Métodos de solução

Trabalhos que apresentam métodos exatos para os PCCs não são muitos e podem ser encontrados em, por exemplo, Tsai et al. (1993), Lai et al. (1998), Martello et al. (2000) e Hifi (2004).

Como comentado na Seção 2.1, os PCCs são NP-difíceis e, geralmente, apenas exemplares bastante pequenos deles tem sido resolvidos na prática com algoritmos exatos. Por este motivo, a grande maioria dos métodos de solução propostos na literatura para resolver exemplares maiores são heurísticas.

Segundo Pisinger (2002), as abordagens heurísticas mais comumente utilizadas para resolver os PCCs podem ser classificadas em quatro tipos básicos, cada um deles está relacionado a uma maneira particular de dispor itens no contêiner:

- a) Pilhas de Itens;
- b) Cortes Guilhotinados;
- c) Cuboides;
- d) Paredes Virtuais (camadas horizontais ou verticais).

Pilhas de itens correspondem ao arranjo independente dos itens em colunas verticais que, posteriormente, são arranjadas sobre a face inferior do contêiner resolvendo um problema de empacotamento bidimensional. Para gerar uma pilha

de itens, primeiramente deve-se escolher um *item base* que será colocado na face inferior do contêiner. Em seguida, itens são colocados acima do item base de maneira que suas bases estejam totalmente apoiadas (veja exemplo da Figura 2.14). Uma desvantagem desse tipo de arranjo é a baixa estabilidade horizontal dos itens. Veja trabalhos que fazem uso deste tipo de arranjo em, por exemplo, Gilmore e Gomory (1965), Haessler e Talbot (1990) e Gehring e Bortfeldt (1997).

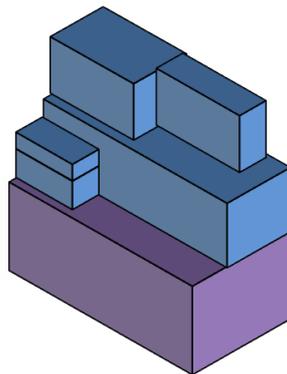


Figura 2.14 - Exemplo de arranjo dos itens em pilhas.

No método de Cortes Guilhotinados, em analogia ao método de mesmo nome utilizado em processos de corte, empacotam-se os itens de maneira que o padrão de empacotamento resultante seja guilhotinado (veja a nota de rodapé da página 19), como no exemplo da Figura 2.15. Restrições de cortes guilhotinados em PCCs são raras em comparação a PCEs bidimensionais, uma razão para isso é que, além de não aproveitar bem os espaços disponíveis no contêiner, este tipo de padrão tende a diminuir a estabilidade horizontal do carregamento (note que os cortes guilhotinados geram peças, ou grupos de itens, independentes do padrão, que podem estar mais susceptíveis a tombarem em um empilhamento). Veja, por exemplo, Morabito e Arenales (1994).

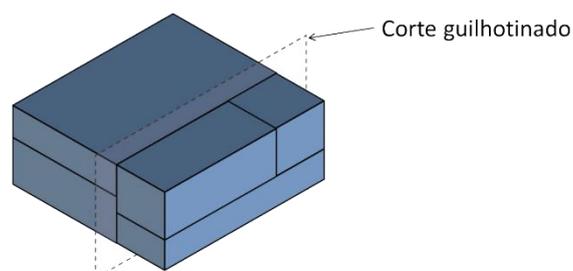


Figura 2.15 - Exemplo de um padrão de empacotamento guilhotinado.

Cuboides são grupos de itens de um mesmo tipo e orientação arranjados em blocos como no exemplo da Figura 2.16. Depois de gerados, esses blocos podem ser combinados dentro do contêiner. Veja por exemplo, Eley (2002), Bortfeldt et al. (2003) e Araújo e Armentano (2007).

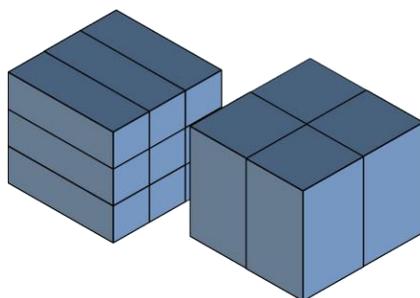


Figura 2.16 - Exemplos de padrões de empacotamento do tipo “cuboide”.

No método de Paredes Virtuais, itens são colocados progressivamente no contêiner formando camadas. No caso em que as camadas são ortogonais à face inferior/superior do contêiner, elas são denominadas de verticais (alguns autores as denominam de apenas “paredes”). O arranjo dos itens em camadas verticais é provavelmente o arranjo mais comum de itens empregado para resolver PCCs. Veja, por exemplo, George e Robinson (1980), Davies e Bischoff (1999), Terno et al. (2000) e Cecilio e Morabito (2004).

No caso em que as camadas são paralelas à face inferior/superior do contêiner, elas são denominadas de horizontais (alguns autores as denominam de somente “camadas”). O arranjo dos itens em camadas horizontais pode ser vantajoso para a estabilidade horizontal do carregamento e pode ser exigido, por exemplo, em problemas de carregamento de paletes. Veja, por exemplo, Bischoff et al. (1995), Morabito e Arenales (1997), Ratcliff e Bischoff (1998), Terno et al. (2000), e Lim e Zhang (2005). A Figura 2.17 e Figura 2.18 apresentam, respectivamente, exemplos de geração de camadas verticais e horizontais:

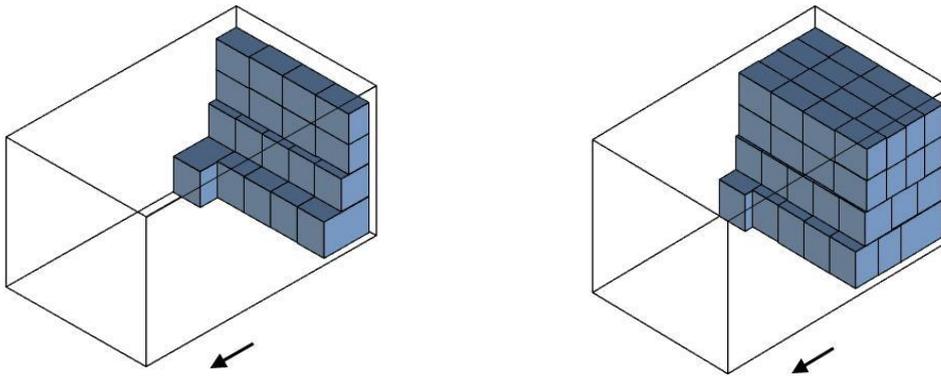


Figura 2.17 - Exemplo de geração de camadas verticais.

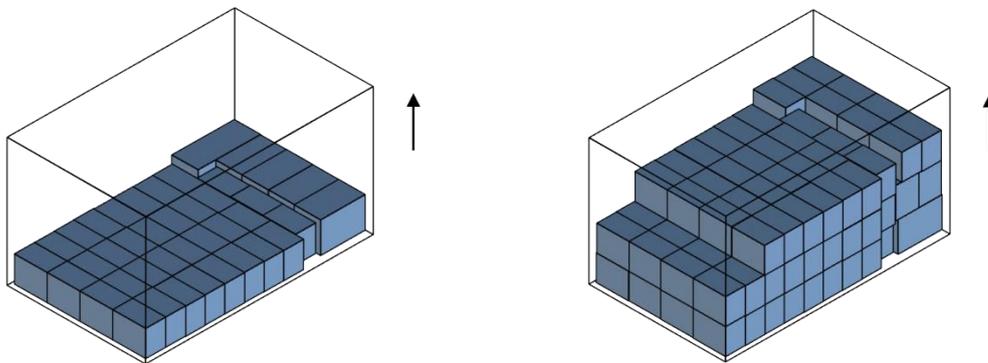


Figura 2.18 - Exemplo de geração de camadas horizontais.

Ao empacotar camadas horizontais, em alguns casos, como o considerado neste trabalho de tese, é possível separá-las com chapas finas de madeira ou plástico (divisórias) a fim de aumentar a estabilidade dos itens e/ou separá-los. A Figura 2.19 apresenta um exemplo de geração de camadas horizontais separadas por divisórias:

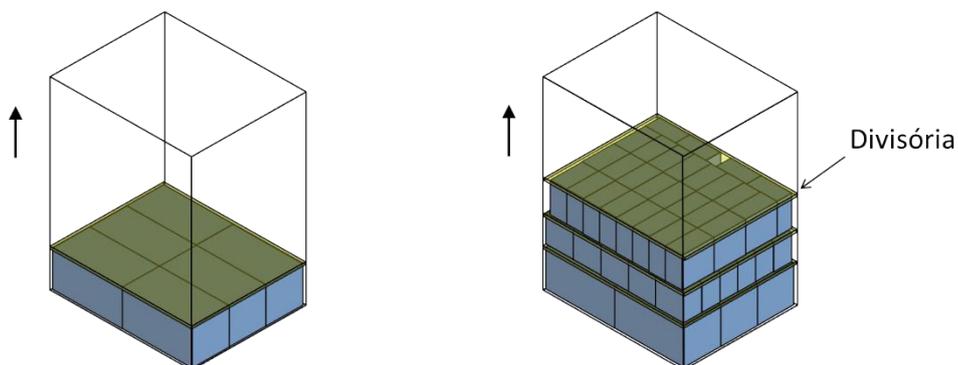


Figura 2.19 - Exemplo de geração de camadas horizontais separadas por divisórias.

A Figura 2.20 apresenta um exemplo de padrão de empacotamento prático utilizando camadas horizontais para empacotar bebidas:



Figura 2.20 - Exemplo prático de padrão de empacotamento utilizando camadas horizontais.

Definição de posições disponíveis

Uma das principais questões relacionadas ao empacotamento dos itens é a definição das posições disponíveis para eles serem colocados no contêiner. No caso de heurísticas, frequentemente essas posições devem ser definidas de maneira progressiva antes de empacotar cada item e, quando o contêiner está vazio, somente a posição $(0,0,0)$ do contêiner está disponível. Alguns autores consideram que após empacotar um item, de início, três espaços são gerados: ao fundo, acima, e à direita (ou: à frente, acima e à esquerda, dependendo do referencial utilizado) desse item. E um próximo item somente pode ser colocado nas posições definidas no menor valor de coordenada desses espaços. Para um item de tipo i empacotado na posição (p, q, r) , essas posições equivalem às posições 2, 5 e 8 da Figura 2.21. Ao empacotar um próximo item, os espaços já definidos podem precisar ser atualizados e novas posições disponíveis são geradas de maneira análoga. Veja, por exemplo, Bischoff e Ratcliff (1995), Davies e Bischoff (1999), Eley (2002) e Chan et al. (2006).

Recentemente, Crainic et al. (2008) propuseram a geração de um conjunto de posições disponíveis denominado de *extreme points* (EPs). Os EPs para um item de tipo i empacotado na posição (p, q, r) , considerando o exemplo da Figura 2.21, são dados pelas posições: 1 e 3, definidas pelas projeções ortogonais da posição

2 na direção da face da frente e na direção da face da esquerda do objeto; 4 e 6, definidas pelas projeções ortogonais da posição 5 na direção da face da frente e na direção da face inferior do objeto; 7 e 9, definidas pelas projeções ortogonais da posição 8 na direção da face da inferior e na direção da face da esquerda do objeto. As coordenadas da Figura 2.21 para os EPs são um exemplo, para o caso em que essas posições são definidas nas faces do objeto.

Crainic et al. (2008) comparam heurísticas baseadas na geração de EPs com heurísticas baseadas na geração de outro conjunto de posições disponíveis, os *corner points* de Martello et al. (2000), e mostram que a abordagem de geração dos EPs é vantajosa para obter soluções com maior aproveitamento de espaço do contêiner. Tarantilis et al. (2009) propõem que ao empacotar cada item de tipo i numa posição (p, q, r) , todas as nove posições da Figura 2.21 sejam disponibilizadas para empacotar os próximos itens. Note que algumas dessas posições podem coincidir (possuírem o mesmo valor de coordenada), resultando em um número efetivamente menor de posições disponibilizadas. Por exemplo, no caso em que o item da Figura 2.21 é colocado na posição $(0,0,0)$ do objeto, observe que apenas as posições 2, 5 e 8 são efetivamente disponibilizadas.

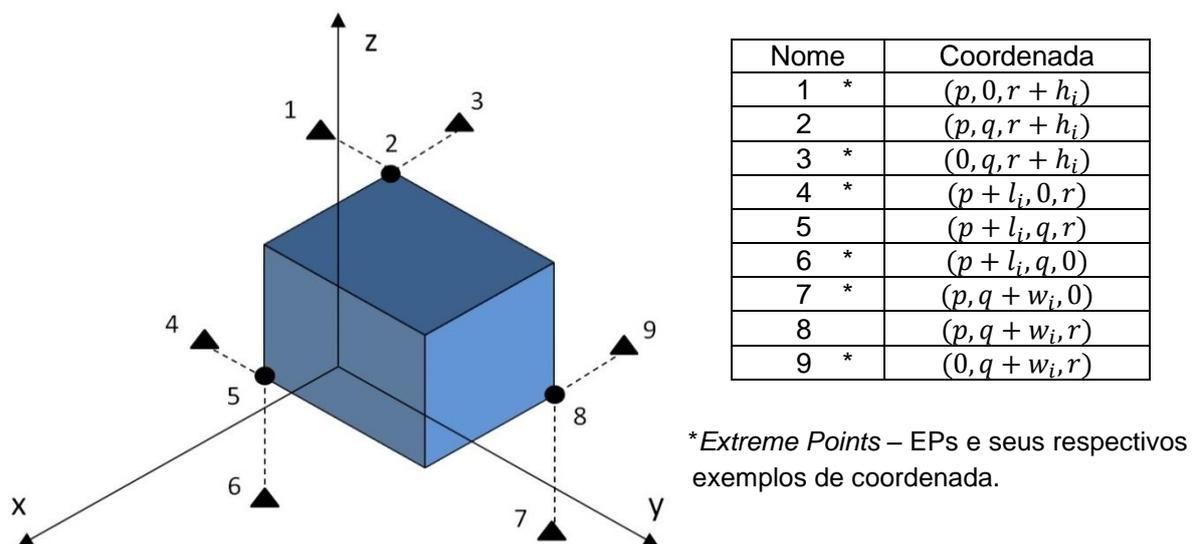


Figura 2.21 - Possíveis posições disponíveis resultantes do empacotamento de um item de tipo i na posição (p, q, r) .

A seguir, revisam-se alguns trabalhos que abordam PCCs com algumas similaridades com o problema aqui abordado, e que são resolvidos com heurísticas. As siglas utilizadas para classificar o tipo de PCC resolvido nesses trabalhos são referentes à tipologia de Wäscher et al. (2007).

Davies e Bischoff (1999) abordam um PCC do tipo SLOPP (BORTFELDT; WÄSCHER, 2012) e consideram os seguintes aspectos práticos:

- a) **Estabilidade do carregamento:** itens devem estar totalmente apoiados com suas bases em outros itens ou no contêiner (100% de estabilidade vertical);
- b) **Distribuição de peso no contêiner:** busca-se reduzir a distância do centro de gravidade da carga até o centro geométrico do contêiner.

Para resolver este problema, os autores propõem uma heurística que busca um alto aproveitamento do espaço do contêiner e também uma distribuição homogênea de peso neste contêiner. A heurística é baseada na geração de camadas verticais paralelas ao lado menor do contêiner. Essas camadas são geradas com um procedimento construtivo, usando uma abordagem similar a de Gehring et al. (1990). Uma diferença da abordagem de Gehring et al. (1990) é que as camadas verticais são posteriormente agregadas para formar blocos que representam seções separadas no contêiner. Após tentar maximizar a utilização do espaço do contêiner com uma seleção dos itens disponíveis, emprega-se um procedimento para tentar melhorar o balanceamento de peso no contêiner. Este procedimento consiste em aplicar exaustivamente operações de troca de posição, e de rotação em 180° com esses blocos, conforme sugerido nos trabalhos de Gehring et al. (1990) e Gehring e Bortfeldt (1997). Os autores realizaram testes com um extenso conjunto de exemplares (1600 no total) e avaliaram a melhora do balanceamento de peso da carga em função da diminuição do tamanho dos blocos. Os autores também compararam esse procedimento com o método de Amiouny et al. (1992), desenvolvido para um problema particular de carregamento de aeronaves. Desta comparação, os autores observaram que as soluções obtidas com a abordagem deles é, em média, sempre melhor do que as soluções obtidas com o método Amiouny et al. (1992).

Eley (2002) aborda PCCs do tipo SLOPP e também do tipo SSSCSP (BORTFELDT; WÄSCHER, 2012), e considera os seguintes aspectos práticos:

- a) **Estabilidade do carregamento:** itens devem estar totalmente apoiados com suas bases em outros itens ou no contêiner (100% de estabilidade vertical);
- b) **Distribuição de peso no contêiner:** busca-se reduzir a distância do centro de gravidade da carga até o centro geométrico do contêiner;
- c) **Orientação dos itens:** cada item pode ter algumas orientações proibidas. Os itens colocados em um mesmo bloco pela heurística devem ter a mesma orientação.

Para resolver o problema com um único contêiner, os autores propõem uma heurística gulosa que busca empacotar os itens sequencialmente em blocos homogêneos (cuboides). Em cada iteração, tenta-se empacotar um item, com determinada orientação, em uma posição disponível que gere o menor desperdício de espaço no contêiner. Os autores aperfeiçoam essa heurística utilizando uma busca em árvore que enumera as diferentes sequências em que os itens podem ser colocados no contêiner. O nó raiz da árvore de busca corresponde ao contêiner vazio, e os demais nós correspondem às soluções parciais do problema. Os autores estendem a heurística para o problema com múltiplos contêineres utilizando dois tipos de abordagem: sequencial e simultânea. Na *abordagem sequencial*, itens são colocados em um contêiner enquanto possível, somente então um novo contêiner é utilizado caso ainda haja itens. Na *abordagem simultânea*, define-se um conjunto inicial de contêineres (dado pelo limitante inferior de contêineres necessário para empacotar todos os itens) e em cada iteração um item pode ser colocado em qualquer um deles (de acordo com o critério de aproveitamento de espaço da heurística gulosa). Se a quantidade de contêineres não for suficiente para empacotar todos os itens, um número adicional de contêineres é disponibilizado e o procedimento é continuado. Os autores também adaptam a heurística proposta para melhorar o balanceamento de peso em um contêiner seguindo a proposta de Davies e Bischoff (1999). Para isso, dividem o contêiner em faixas e utilizam a heurística proposta para empacotar os

itens nessas faixas gerando blocos, como os utilizados em Davies e Bischoff (1999). Em seguida esses blocos são combinados com operações de troca de posição e rotação em 180°, buscando o melhor balanceamento de peso no contêiner. Para os casos avaliados, os autores observam que três blocos fornecem um comprometimento ideal entre o balanceamento de peso no contêiner, a estabilidade do carregamento e a utilização do volume no contêiner.

Bischoff et al. (1995) abordam um PCC do tipo SLOPP (BORTFELDT; WÄSCHER, 2012) em que itens precisam ser colocados sobre um palete e consideram os seguintes aspectos práticos:

- a) **Estabilidade do carregamento:** é buscado através do empacotamento dos itens em camadas horizontais;
- b) **Orientação dos itens:** cada item pode ter algumas orientações proibidas. Os itens colocados em um mesmo bloco (dentro de uma camada horizontal) pela heurística devem ter a mesma orientação.

Devido ao fato dos paletes não possuírem paredes verticais para o apoio dos itens como em um contêiner, os autores propõem uma heurística que empacota os itens em camadas horizontais visando um carregamento mais estável. Para formar camadas, itens de um mesmo tipo e orientação são combinados em blocos (sem empilhar esses itens) e todas as combinações de até dois blocos são consideradas. Dos padrões factíveis com esses blocos, aquele que provê a maior utilização de área é escolhido e, caso haja empate, prioriza-se padrões formados por itens de um mesmo tipo. Após gerar uma camada, novas áreas planas para o empacotamento dos itens são geradas sobre ela (uma sobre cada bloco). O processo de geração de camadas é repetido iterativamente para cada nova área plana gerada, até que a altura máxima do palete não seja excedida. Um problema que pode ocorrer com essa abordagem é que conforme camadas com mais de um bloco de itens são geradas nos estágios iniciais, a superfície do padrão gerado sobre o palete tende a se fragmentar, de modo que se torna mais difícil colocar itens maiores nos estágios mais tardios da heurística. Para contornar essa

desvantagem os autores também apresentam um procedimento que tenta combinar as áreas planas de mesma altura para formar uma superfície única de empacotamento.

Bischoff e Ratcliff (1995) abordam PCCs do tipo SLOPP (BORTFELDT; WÄSCHER, 2012). Dentre os 12 aspectos práticos de carregamento apresentados pelos autores, consideram-se os seguintes aspectos práticos:

- a) **Estabilidade do carregamento:** em uma das abordagens, é buscado através do empacotamento dos itens em camadas horizontais; em outra abordagem, os itens devem estar totalmente apoiados com suas bases em outros itens ou no contêiner (100% de estabilidade vertical);
- b) **Orientação dos itens:** a orientação vertical dos itens é pré-estabelecida;
- c) **Posicionamento (múltiplos destinos):** itens devem ser empacotados juntos e na sequência inversa a de entrega.

Para resolver o problema duas heurísticas são propostas. A primeira usa o método de Bischoff et al. (1995), revisado anteriormente, para empacotar os itens em camadas horizontais e apresenta vantagens para a estabilidade do carregamento. A segunda heurística é desenvolvida para tratar o caso em que os itens devem ser entregues em múltiplos destinos. Os itens devem ser carregados sequencialmente em ordem inversa a de entrega a partir do fundo do contêiner. Para empacotar um próximo item, examinam-se todas as combinações dos itens (de um mesmo destino) e suas orientações permitidas, com todos os espaços disponíveis. A melhor combinação factível dentre as examinadas é escolhida. Os critérios usados para definir a melhor combinação visam o aproveitamento de espaço no contêiner e também a geração de uma frente mais plana de carregamento no fundo do contêiner. Os autores apresentam testes computacionais com 700 instâncias, mas sem considerar os múltiplos destinos dos itens. Nos resultados, destacam-se as vantagens das respectivas heurísticas na obtenção de carregamentos estáveis e densos.

Terno et al. (2000) abordam um PCC do tipo SSSCSP (BORTFELDT; WÄSCHER, 2012) em que itens precisam ser empacotados em paletes, e consideram os seguintes aspectos práticos:

- a) **Alocação da carga:** visa reduzir custos no processo de carregamento/descarregamento dos itens: (a) um palete deve ser totalmente carregado com itens de um mesmo tipo sempre que houver uma quantidade suficiente desse item; (b) se um item for colocado em um palete, deve-se tentar colocar todos os itens do mesmo tipo nele;
- b) **Estabilidade do carregamento:** é buscado através do empacotamento dos itens em camadas horizontais;
- c) **Limite de peso:** o peso total dos itens empacotados em um palete não deve extrapolar uma tolerância pré-definida;
- d) **Posicionamento dos itens:** alguns itens devem ser colocados na parte inferior do palete, enquanto outros devem ser colocados no topo do palete;
- e) **Orientação dos itens:** cada item pode ter algumas orientações proibidas.

Para resolver esse problema os autores propõem uma heurística baseada em um algoritmo de enumeração implícita. Inicialmente, define-se a quantidade disponível de paletes usando um limitante superior. Em seguida, em um procedimento iterativo, a quantidade definida de paletes é diminuída em uma unidade e tenta-se empacotar todos os itens neles. Caso uma solução seja obtida o procedimento é repetido em busca de melhores soluções. Após gerar cada solução, verifica-se se ela é ótima com a ajuda de um limitante inferior para o problema. Para empacotar os itens, primeiramente aplica-se um procedimento para separar a demanda (em grupos) na quantidade definida de paletes, observando uma distribuição homogênea de peso e as restrições de alocação de carga. Sequencialmente, os paletes são empacotados com os itens de um determinado grupo (ou de uma combinação deles, dependendo de um parâmetro admitido no método). Os itens são empacotados formando camadas horizontais e prioriza-se a geração de camadas repletas com um mesmo tipo de item (chamadas pelos autores de

camadas completas). Os autores destacam que essa estratégia é baseada na experiência de profissionais que usam esse tipo de camada quando possível. Para empacotar uma camada com itens de um mesmo tipo, os autores usam o método proposto por Scheithauer e Terno (1996), enquanto que para empacotar uma camada com itens distintos (até oito tipos) utilizam o método proposto em Scheithauer e Sommerweiß (1998) e variações, adaptadas para empacotar os itens sobre superfícies não planas. Nos testes computacionais, o método proposto mostrou poder melhorar em 4% a solução inicialmente gerada por um procedimento sequencial (usado para definir o limitante superior usado pela heurística). O método também foi comparado com diversos outros da literatura, apresentando melhores resultados em diversos casos.

Chan et al. (2006) abordam um PCC do tipo MSSCSP (BORTFELDT; WÄSCHER, 2012) em que itens precisam ser empacotados em paletes, e consideram os seguintes aspectos práticos:

- a) **Distribuição de peso no contêiner:** o peso da carga deve ser distribuído aos paletes disponíveis objetivando reduzir custos com peso excedente em cada um deles;
- b) **Limite de peso:** o peso total dos itens empacotados em um palete não deve extrapolar uma tolerância pré-definida;
- c) **Orientação dos itens:** cada item pode ter algumas das suas orientações proibidas;
- d) **Posicionamento dos itens (absoluto):** alguns itens definidos como “grandes” podem ser demandados estarem na parte inferior de um palete;
- e) **Posicionamento dos itens (relativo):** itens com as mesmas dimensões devem ser empacotados juntos formando blocos;
- f) **Estabilidade:** os padrões de empacotamento sem espaços vazios entre os itens são preferenciais.

Os autores focalizam o desenvolvimento de um sistema de suporte a decisão para o carregamento de itens em paletes (destinados ao transporte aéreo de carga). Busca-se carregar todos os itens reduzindo o custo fixo de utilização dos paletes e também o custo com excesso de peso em um palete. Para resolver esse problema os autores propõem um método de solução dividido em duas fases. Na primeira fase, resolve-se um problema de programação linear que busca definir os paletes usados para empacotar toda a carga. Nessa primeira fase, contempla-se a função objetivo do problema, mas não se observa o arranjo dos itens em cada palete (a solução gerada nessa fase serve como um limitante inferior para o problema). Na segunda fase, os itens são empacotados sequencialmente nos paletes e, para isso, antes de empacotar cada item, deve-se escolher um palete buscando evitar os custos com excesso de peso. Para empacotar um próximo item, examinam-se todas as combinações dos itens ainda não empacotados e suas orientações permitidas, com todas as posições disponíveis no palete escolhido. A combinação factível que gerar o maior valor para uma função mérito é escolhida. Essa função é baseada em uma classificação intrincada e que favorece itens definidos como “grandes” e itens formados por outros itens menores (blocos de itens de um mesmo tipo definidos antes de empacotá-los em um palete). Caso os itens não possam ser todos empacotados, mais paletes precisam ser disponibilizados e, para isso, a primeira fase do método é novamente invocada considerando apenas os itens ainda não empacotados. Em seguida, aplica-se novamente a segunda fase do início (i.e., excluindo a solução parcial anteriormente gerada por essa fase). O procedimento é repetido até que todos os itens possam ser colocados ou enquanto houver paletes disponíveis. Nos experimentos computacionais os autores destacaram o maior tamanho dos exemplares resolvidos por eles (até 671 itens) em comparação com alguns estudos anteriores. A abordagem proposta foi avaliada com dados de um estudo de caso e destacou-se a redução dos paletes usados diariamente nesse estudo (até duas unidades), bem como a redução na interação manual realizada para encontrar soluções para esse problema.

Gendreau et al. (2006) abordam um PCC do tipo SBSBPP (BORTFELDT; WÄSCHER, 2012) e consideram os seguintes aspectos práticos:

- a) **Estabilidade do carregamento:** uma porcentagem mínima da base de cada item deve estar apoiada em outros itens ou no contêiner;
- b) **Limite de peso:** o peso total dos itens empacotados em um contêiner não deve extrapolar uma tolerância pré-definida;
- c) **Orientação dos itens:** a orientação vertical dos itens é pré-estabelecida;
- d) **Posicionamento (múltiplos destinos):** ao descarregar um item, não devem haver itens de outros destinos a sua frente ou sobre ele (não necessariamente em contato com ele);
- e) **Resistência a empilhamento dos itens:** itens não frágeis não podem ser colocados sobre itens frágeis.

Nesse problema, rotas precisam ser definidas para uma frota conhecida de veículos (contêineres) e todos os itens demandados em uma rota devem ser empacotados no contêiner alocado a ela. Objetiva-se encontrar um plano de rotas factível (e conseqüentemente um plano de empacotamento factível) para os contêineres, de modo que a distância total percorrida por eles seja mínima. Para resolver esse problema, os autores propõem dois algoritmos de busca tabu. Iterativamente, enquanto o primeiro algoritmo gera as rotas para os contêineres, o outro busca um empacotamento factível para cada uma delas (para cada contêiner dessa rota). A carga de uma rota é sequenciada em ordem inversa a de entrega e tenta-se empacotá-la no respectivo contêiner utilizando duas heurísticas gulosas, que são extensões, respectivamente, das heurísticas de Baker et al. (1980) e de Lodi et al. (1999) para o caso tridimensional. As heurísticas colocam os itens sequencialmente nas posições disponíveis do contêiner e buscam minimizar o comprimento necessário para empacotar todos os itens. Se esse comprimento não é maior que o do contêiner, então um empacotamento viável para esse contêiner foi encontrado. Caso contrário, iterativamente realizam-se permutações na seqüência dos itens e novamente tenta-se empacotá-los com as duas heurísticas. Ambas as heurísticas construtivas tentam empacotar o próximo item com todas as orientações possíveis e em todas as posições disponíveis. Na

primeira heurística, a primeira combinação (da orientação do item com uma posição disponível no contêiner) factível para as restrições de carregamento é escolhida. A ordem em que as posições disponíveis são avaliadas por essa heurística é a ordem lexicográfica nos eixos x , z e y , nesta ordem. Na segunda heurística, para cada combinação factível para as restrições de carregamento, calcula-se o percentual da área total de superfície do item em contato com outros itens já empacotados ou com o contêiner, e escolhe-se a combinação em que esse percentual é maior. Experimentos computacionais são realizados com 32 exemplares retirados da literatura, de até 181 itens, e também com exemplares obtidos de um problema prático. Os autores também apresentam testes com variantes do problema que desconsideram alguma das restrições de carregamento. Ao comparar essas variantes com o problema original, observou-se uma diminuição no valor da função objetivo de: 3% quando apenas a restrição de fragilidade é desconsiderada; 8,74% quando apenas a restrição de múltiplos destinos é desconsiderada; 9,86% quando apenas a restrição de estabilidade é desconsiderada; 15,87% quando todas essas 3 restrições são desconsideradas.

Fullerer et al. (2010) abordam o mesmo problema estudado em Gendreau et al. (2006), porém utilizam uma metaheurística baseada em colônia de formigas para resolver o problema. Para empacotar os itens, Fullerer et al. (2010) empregam as mesmas heurísticas construtivas utilizadas em Gendreau et al. (2006).

Sciomachen e Tanfani (2007) abordam um problema de estivagem de contêineres em navios como um PCC do tipo SSSCSP (BORTFELDT; WÄSCHER, 2012) e consideram os seguintes aspectos práticos:

- a) **Distribuição de peso no contêiner:** o peso dos itens do lado esquerdo e direito do navio devem ser iguais, dada uma tolerância. O peso dos itens da região da frente (proa) e da região do fundo (popa) do navio também devem ser iguais, dada uma tolerância. Adicionalmente, um item não deve ser colocado sobre outro se o item acima é mais pesado do que esse outro;

- b) **Limite de peso:** o peso máximo de uma pilha de itens não deve extrapolar uma tolerância pré-definida;
- c) **Orientação dos itens:** somente uma orientação é permitida;
- d) **Posicionamento (múltiplos destinos):** busca-se empacotar os itens juntos e na sequência inversa a de entrega e também visando o aspecto (a).

Nesse problema, contêineres (itens) devem ser carregados em diversas regiões do navio (bairros) para serem entregues em vários destinos (portas) de uma rota pré-definida. O carregamento é realizado apenas na origem e busca-se maximizar a produtividade dos guindastes usados para carregar os itens no navio. Essa produtividade é função do tempo de operação desses guindastes para carregar toda a carga. As autoras estendem um trabalho anterior de Sciomachen e Tanfani (2003) e propõem uma heurística para resolver esse problema. Essa heurística consiste de diversas etapas. Em uma primeira etapa, as baias do navio e os itens são atribuídos aos guindastes. Consequentemente, os itens são atribuídos as baias. Em uma segunda fase, o navio é dividido em sub-regiões e cada uma delas é tratada como um objeto diferente. Em seguida, propõe-se o uso de uma adaptação do algoritmo de Martello et al. (2000) para carregar os itens em um menor número de objetos, uma vez que isto tende a impor uma menor movimentação do guindaste para empacotar os itens (em vistas à função objetivo deste problema). Os itens são empacotados sequencialmente buscando atender todas as restrições do problema. Experimentos computacionais foram realizados com até 144 itens, e as soluções obtidas foram comparadas com as soluções ótimas respectivas. As heurísticas mostraram poder obter soluções com uma diferença de 3% da solução ótima e com um baixo tempo computacional.

No problema abordado em Sciomachen e Tanfani (2007), as baias definidas no navio podem ser vistas como compartimentos de um contêiner. A seguir destacamos algumas características desse problema que o diferenciam do problema aqui estudado: (a) os contêineres são padronizados e possuem lados menores de mesma dimensão e, frequentemente, possuem a mesma altura. Portanto, a variedade dos itens, com relação às suas dimensões espaciais, é

baixa (tipicamente de 2 a 3 tipos de itens); (b) devido às características do navio e dos contêineres, itens devem ser arranjados em pilhas independentes e com orientação fixa, deste modo, os padrões de empacotamento gerados são simplificados (frequentemente esses padrões são guilhotinados nos 3 eixos). (c) o lado maior de um item é relativamente grande e, tipicamente, ocupa entre 50 a 100% do lado menor da baía. (d) em virtude da estrutura metálica dos contêineres, não há preocupação com a avaria de um item devido à pressão exercida por outros colocados acima dele.

Christensen e Rousøe (2009) abordam um PCC do tipo SLOPP (BORTFELDT; WÄSCHER, 2012) e consideram os seguintes aspectos práticos:

- a) **Estabilidade do carregamento:** uma porcentagem mínima da base de cada item deve estar apoiada em outros itens ou no contêiner;
- b) **Posicionamento (múltiplos destinos):** ao descarregar um item, não devem haver itens de outros destinos a sua frente ou sobre ele (não necessariamente em contato com ele);
- c) **Orientação dos itens:** cada item pode ter algumas orientações proibidas;
- d) **Resistência a empilhamento dos itens:** a pressão máxima suportada por qualquer ponto da face superior de um item não deve ser excedida pela pressão exercida por outros itens colocados acima dele. Estas restrições são equivalentes às usadas por Junqueira (2009) e Junqueira et al. (2012a) quando se exige 100% de estabilidade vertical, ou seja, $\alpha = 1$ (veja detalhes destas restrições na Seção 2.1.2.1.3). Christensen e Rousøe (2009) realizam experimentos também para $0 < \alpha < 1$, todavia, conforme os próprios autores destacam, neste caso negligencia-se o momento de força aplicado aos itens, o que pode tornar estas restrições, assim como as restrições de estabilidade dos itens, menos aderentes à prática.

Para resolver esse problema, de maneira semelhante ao realizado em Eley (2002), os autores propõem um algoritmo de busca em árvore que faz uso de uma

heurística gulosa para empacotar os itens. Os nós da árvore de busca correspondem às soluções parciais do problema (o nó raiz corresponde ao contêiner vazio). Cada novo nó é gerado empacotando um próximo item na solução parcial com a heurística gulosa. O próximo item é escolhido de uma lista ordenada de maneira inversa a ordem de entrega e considerando diferentes critérios de desempate, que visam um melhor aproveitamento de espaço no contêiner. Esse próximo item é colocado na primeira posição disponível no contêiner tal que as restrições de carregamento não sejam violadas. Essas posições disponíveis são geradas com cada item empacotado e mantidas em ordem lexicográfica nos eixos x , y e z , nesta ordem. A partir de um nó, diferentes soluções parciais são geradas, variando a orientação do próximo item e os critérios de ordenamento. Cada nó é avaliado com a própria heurística gulosa (empacotando o restante dos itens enquanto possível). Devido ao grande número de soluções parciais possíveis, apenas as melhores são mantidas (a largura da árvore de busca é limitada). Nos experimentos computacionais, os autores destacam que o aproveitamento do espaço do contêiner diminui bastante com o aumento do número de destinos e também com o aumento do número de tipos de itens. Os autores também destacam o impacto na ocupação de espaço do contêiner quando se exige 100% de estabilidade vertical, sobretudo pelo fato da sequência de entrega também precisar ser obedecida.

Tarantilis et al. (2009) abordam um PCC do tipo SBSBPP (BORTFELDT; WÄSCHER, 2012) e consideram os seguintes aspectos práticos:

- a) **Estabilidade do carregamento:** uma porcentagem mínima da base de cada item deve estar apoiada em outros itens ou no contêiner;
- b) **Limite de peso:** o peso total dos itens empacotados em um contêiner não deve extrapolar uma tolerância pré-definida;
- c) **Orientação dos itens:** a orientação vertical dos itens é pré-estabelecida;
- d) **Posicionamento (múltiplos destinos):** ao descarregar um item, não devem haver itens de outros destinos a sua frente ou sobre ele (não

necessariamente em contato com ele). Também se avalia um caso similar em que os itens de outros destinos podem estar sobre o item sendo descarregado, desde que não estejam apoiados sobre ele;

e) Resistência a empilhamento dos itens: Itens não frágeis não podem ser colocados sobre itens frágeis.

Os autores resolvem o problema abordado em Gendreau et al. (2006) e também um problema variante que permite um item ser descarregado mesmo havendo outros itens acima, desde que não estejam apoiados sobre ele. Assim como em Gendreau et al. (2006) esses problemas são resolvidos com ajuda de um algoritmo de busca tabu. Os itens são empacotados sequencialmente em um contêiner, com até seis heurísticas gulosas, similares às heurísticas propostas em Gendreau et al. (2006) e também em Zachariadis et al. (2009). Antes de empacotar os itens, eles são ordenados de maneira inversa à ordem de entrega e, como critério de desempate, considera-se a ordem crescente da fragilidade do item (itens não frágeis são empacotados primeiro). Como um segundo critério de desempate, utiliza-se, inicialmente, a ordem decrescente por volume do item. Para empacotar o próximo item, todas as posições disponíveis no contêiner podem ser avaliadas. As posições disponíveis são geradas com o empacotamento de cada item e, para um item de tipo i colocado em uma posição (p, q, r) , elas são as nove posições da Figura 2.21. As seis heurísticas gulosas se diferenciam em como é feita a escolha da posição em que o próximo item é empacotado e de sua respectiva orientação. Detalhes dessas heurísticas são apresentados a seguir:

- *BackLeftLow*: As posições disponíveis são mantidas em ordem lexicográfica nos eixos x, y e z , nesta ordem. Seguindo este ordenamento, cada posição é examinada com todas as orientações possíveis do próximo item. A primeira combinação que levar a uma solução factível é escolhida. Com essa heurística, os itens tendem a formar camadas verticais paralelas ao plano formado pelos eixos y e z ;
- *LeftBackLow*: As posições disponíveis são mantidas em ordem lexicográfica nos eixos y, x e z , nesta ordem. Seguindo este ordenamento, cada posição é

examinada com todas as orientações possíveis do próximo item. A primeira combinação que levar a uma solução factível é escolhida. Com essa heurística, os itens tendem a formar camadas verticais paralelas ao plano formado pelos eixos x e z ;

- *MaxTouchingAreaW*: Todas as posições disponíveis são examinadas com todas as orientações possíveis do próximo item. A combinação que maximiza a área de contato entre a superfície do item sendo colocado e a superfície dos itens já empacotados ou do contêiner é selecionada. Para favorecer o empilhamento dos itens, a face do inferior do contêiner não é considerada nesse cálculo. Para favorecer o empilhamento dos itens frágeis, a área de contato entre a base do item frágil sendo colocado e o topo de um item frágil já empacotado é duplicada. Em caso de empate a posição com menor valor de coordenada no eixo y é selecionada. Com essa heurística os itens tendem a ser inicialmente espalhados pelas bordas do contêiner e, posteriormente, as partes interiores do espaço do contêiner são preenchidas;
- *MaxTouchingAreaNoWallsW*: essa heurística possui o mesmo procedimento da heurística *MaxTouchingAreaW*, porém as paredes do contêiner não são utilizadas para calcular a superfície de contato do item sendo colocado. Desta forma, os itens tendem a ser inicialmente colocados nas partes mais internas do contêiner e, posteriormente, serem espalhados pelas bordas do contêiner;
- *MaxTouchingAreaL* essa heurística possui o mesmo procedimento da heurística *MaxTouchingAreaW*, porém, em caso de empate, a posição factível com menor valor de coordenada no eixo x é selecionada;
- *MaxTouchingAreaNoWallsL*: essa heurística possui o mesmo procedimento da heurística *MaxTouchingAreaL*, porém, as paredes do contêiner não são utilizadas para calcular a superfície de contato do item sendo colocado.

Para tentar empacotar todos os itens atribuídos ao contêiner, tenta-se executar cada uma das seis heurísticas gulosas, na ordem em que foram apresentadas anteriormente, até que todos esses itens possam ser empacotados no contêiner. Caso, após executá-las, nenhuma solução puder ser obtida, repete-se a busca a

partir da primeira heurística, porém modificando o segundo critério de desempate para considerar a ordem decrescente da área da base do item. Caso uma solução ainda não puder ser obtida, novamente modifica-se o segundo critério de desempate para considerar a ordem decrescente da altura do item. Caso uma solução também não puder ser obtida com esse novo critério, o procedimento de busca por um empacotamento viável (para o contêiner em questão) é finalizado sem encontrar uma solução.

Os autores realizaram diversos experimentos computacionais avaliando o método proposto (e variações), e, para a maioria dos casos avaliados, apresentaram melhores resultados do que os publicados em Gendreau et al. (2006) para o mesmo problema. Também se realizou um estudo comparando a eficácia das seis heurísticas gulosas de empacotamento, dada pelo percentual das vezes em que cada uma delas obtém uma solução factível. As heurísticas que obtiveram os melhores resultados foram as que buscam, em cada iteração, escolher uma combinação que maximize a superfície de contato do item empacotado (particularmente as heurísticas *MaxTouchingAreaW* e *MaxTouchingAreaNoWallsW* obtiveram os melhores resultados).

2.2 Outros problemas relacionados

Nesta seção, apresentamos uma breve revisão de outros problemas encontrados na literatura, relacionados direta ou indiretamente ao carregamento de itens em veículos multicompartimentados.

Os compartimentos em um veículo podem ser úteis em diversas situações, por exemplo, quando produtos não podem ser colocados juntos e/ou precisam de um acondicionamento especial (DERIGS et al., 2011). Em alguns casos, compartimentos podem melhorar a estabilidade do carregamento, uma vez que as suas paredes podem ser utilizadas para apoiar os itens. Um estudo que apresenta vantagens da utilização de veículos multicompartimentados pode ser encontrado em Muyldermans e Pang (2010).

Problemas de Roteamento de Veículos Compartimentados (PRVC)

Problemas que consideram veículos compartimentados têm sido abordados na literatura de roteamento de veículos. No PRVC deseja-se formular rotas factíveis para um conjunto de veículos compartimentados procurando otimizar um ou mais objetivos, por exemplo, a minimização da distância total percorrida por eles. Segundo Derigs et al. (2011), o PRVC se diferencia do PRV clássico nos seguintes aspectos: diferentes tipos de produtos são demandados pelos clientes; os veículos têm múltiplos compartimentos e os produtos em uma rota devem ser atribuídos a esses compartimentos; alguns produtos não podem ser carregados juntos no mesmo compartimento e/ou não devem ser atribuídos a alguns compartimentos. Uma formulação para o PRVC incluindo a possibilidade dos compartimentos serem flexíveis pode ser encontrada em Derigs et al. (2011).

O PRVC é raro em comparação com outras extensões do PRV com, por exemplo, janelas de tempo e coleta e entrega de itens. A maioria dos PRVCs estão relacionados ao problema de distribuição de combustíveis em caminhões compartimentados, e.g., Abdelaziz et al. (2002), Avella et al. (2004) e Cornillier et al. (2009). Alguns desses problemas também estão relacionados a distribuição de produtos alimentícios, e.g., El Fallahi et al. (2008), Derigs et al. (2011); à coleta de lixo, e.g., Muyldermans e Pang (2010); e à coleta de animais em ambientes pecuários, e.g., Oppen e Løkketangen (2008). Exemplos de outros trabalhos que abordam o PRVC são Repoussis et al. (2007), Mendoza et al. (2011), e Surjandari et al. (2011).

Nos trabalhos avaliados, o PRVC considera que os compartimentos sejam capacitados somente para o peso e/ou volume dos itens. Portanto, diferentemente deste trabalho, não contempla restrições geométricas observando mais de uma dimensão espacial. Tais restrições buscam garantir que a carga atribuída a um objeto possa ser espacialmente arranjada nele, por exemplo, quando itens são caixas. Adicionalmente, algumas restrições práticas, como as de distribuição de peso dos itens no contêiner, não são consideradas nesse problema.

Problema da Armazenagem Segregada (PAS)

Esse problema consiste em buscar a melhor alocação de itens a compartimentos, não necessariamente de um veículo, de maneira que não mais do que um produto seja alocado ao mesmo compartimento.

Shilfer e Naor (1961) introduzem uma formulação para este problema e estudam o caso em que diferentes tipos de grãos precisam ser alocados a compartimentos de um silo. Há uma facilidade de armazenamento externa com capacidade ilimitada para guardar os grãos que excedem um compartimento e deseja-se minimizar os custos com o seu uso. Em Barbucha (2004) citam-se outras aplicações práticas do PAS como o armazenamento de alimentos em *freezers* e de diferentes tipos de líquidos em tanques. Os autores, motivados por problemas de transporte marítimos, também apresentam uma formulação para um problema variante, mais geral, denominado de Problema da Armazenagem Segregada Generalizado (PASG). Nesse problema os itens devem ser atribuídos aos compartimentos, mas há restrições de segregação física mais gerais. Estas restrições podem desde permitir a atribuição de itens ao mesmo compartimento, como impor que um par de itens esteja em compartimentos separados por uma distância mínima. Exemplos de outros trabalhos que abordam o PAS são: White e Francis (1971), Evans e Cullen (1977), Neebe (1987), e Evans e Tsubakitani (1993).

Nos trabalhos avaliados, esses problemas de atribuição também não contemplam restrições geométricas observando mais de uma dimensão espacial.

Problema do Máximo Intervalo de Reposição Logística com Veículos Compartimentados (PMIRLVC)

Neste problema, assim como no PRVC, considera-se que um veículo compartimentado deve distribuir produtos em uma rota, porém a rota é fixa e busca-se por um carregamento que maximize o intervalo de tempo entre as entregas realizadas pelo veículo (minimize a frequência de atendimento dos clientes desta rota) conhecida as taxas de demanda nessa rota. Este tempo

depende da quantidade de produtos entregues a cada cliente acima de um valor mínimo (YÜCEER, 1997).

No caso em que cargas diferentes não podem ser misturadas no mesmo compartimento, este problema foi estudado, por exemplo, por Yüceer (1997), para o caso em que a entrega pode ser feita em qualquer instante de tempo; e por Bukchin e Sarin (2006) para caso em que a entrega deve ser feita em tempos discretos. Bukchin e Sarin (2006) também avaliam o caso em que a atribuição dos itens aos compartimentos pode mudar para diferentes períodos e observam que o PAS é um caso especial do PMIRLVC quando a atribuição da carga é realizada para um único período.

Yüceer e Özakça (2010) avaliam o caso em que itens diferentes podem ser misturados no mesmo compartimento e a entrega pode ser feita em intervalos contínuos de tempo. Os autores citam uma indústria de refrigerantes como exemplo prático de aplicação.

Nos trabalhos avaliados, o PMIRLVC também não contempla restrições geométricas observando mais de uma dimensão espacial.

Problema de Estivagem em Navios (PEN)

Os seguintes casos desses problemas foram identificados: Problema da Alocação de Tanques Marítimos (PATM), Problema da Estivagem de Unidades de Celulose (PEUC) e o Problema da Estivagem em Navios-Contêineres (PENC).

No PATM, busca-se decidir que tipo de carga deve ser alocado a cada um dos compartimentos (tanques) de um navio. O carregamento é feito a granel e somente um tipo de carga pode ser alocado a cada tanque. Nesse problema diversas restrições devem ser atendidas, como, por exemplo, de: capacidade dos compartimentos; balanceamento de peso do navio; separação da carga; compatibilidade entre a carga e os compartimentos. Nesse problema a rota pode ser dada (VOUROS et al., 1996), ou defini-la pode ser um dos objetivos do problema (FAGERHOLT; CHRISTIANSEN, 2000).

Um possível objetivo para esse problema é minimizar custos com limpeza dos tanques quando diferentes cargas podem ser atribuídas a um mesmo compartimento. O PATM pode ser resolvido sem contemplar a movimentação (carregamento e descarregamento) da carga ao longo da rota, e, nesse caso, ele é equivalente ao PAS com restrições adicionais. (HVATTUM et al., 2009).

No PATM, a carga atribuída a um contêiner pode ser considerada “liquefeita” e, portanto, não há um problema de arranjo geométrico dos itens no contêiner.

O PEUC é um problema que aparece frequentemente nos portos brasileiros. Nesse problema, busca-se estivar (empacotar) fardos idênticos de celulose (itens) nos porões (compartimentos) do navio. Os itens são colocados em um porão por meio de guindastes, formando camadas horizontais, até atingir uma altura máxima. O objetivo é maximizar o número de itens empacotados no espaço útil dos porões. Devido às restrições operacionais presentes no PEUC, as camadas de itens devem ser idênticas e colocadas uma sobre as outras, por este motivo, o PEUC pode ser reduzido a um PCE bidimensional similar ao PCP-P (RIBEIRO, 2007).

O PATM e o PEUC têm recebido menos atenção na literatura em comparação com o PCNC.

No PCNC, o navio deve transportar contêineres (itens) entre os diferentes pontos de uma rota. Para isso, busca-se carregar um conjunto de itens nas baias (compartimentos) de um navio respeitando a diversas restrições estruturais e operacionais relativas aos itens e ao navio. Segundo Sciomachen e Tanfani (2007), nesses problemas devem ser consideradas diversas restrições práticas, como, por exemplo: o balanceamento de peso no navio (ao longo de seu comprimento, largura e altura); o peso máximo de uma pilha de itens; a compatibilidade entre itens e locais do navio (e.g., alguns itens necessitam de acondicionamento térmico adequado, ou são considerados perigosos); e a entrega dos itens para múltiplos destinos. Um possível objetivo para o PCNC é minimizar o remanejamento dos itens (MARTIN et al., 1988).

Sciomachen e Tanfani (2007) resolvem um PCNC como um PCE tridimensional. Veja mais sobre o problema abordado por essas autoras (e como ele se diferencia do problema aqui abordado) na Seção 2.1.3. Exemplos de outros trabalhos que abordam esses problemas são: Botter e Brinati (1992), Ambrosino e Sciomachen (1998), Wilson e Roach (2000), Dubrovsky et al. (2002), e Pacino e Jensen (2012).

Problema de Carregamento de Aeronaves Compartimentadas (PCAC)

Nesse problema, contêineres ou paletes (itens) devem ser empacotados nos compartimentos das aeronaves, buscando contemplar o balanceamento de peso ao longo do comprimento e largura da aeronave, que é crítico para a economia de combustível e também para a segurança. Outras restrições frequentes no PCAC são: de peso máximo total dos itens na aeronave; peso máximo dos itens em algum compartimento da aeronave; e de posicionamento dos itens, por exemplo, quando alguns itens devem estar próximos à porta para serem descarregados em uma escala de voo (MONGEAU; BÈS, 2003). Segundo Verstichel et al. (2011), outras restrições que podem surgir no PCAC são referentes à altura máxima de um item e à pressão máxima sobre o piso da aeronave.

Mongeau e Bès (2003) estudam um PCAC em que se deve empacotar um subconjunto dos itens que totalizem a maior massa possível. Souffriau et al. (2008) e Verstichel et al. (2011) abordam um problema similar e buscam maximizar o valor da carga empacotada e minimizar os custos com o balanceamento de peso da aeronave. Limbourg et al. (2012) destacam que, frequentemente, há mais espaços disponíveis na aeronave do que itens para serem carregados e, por este motivo, buscam apenas minimizar o momento de inércia da aeronave. Kleyntssens et al. (2012), observando os trabalhos de Barbucha (2004) para o PASG, estendem o trabalho de Limbourg et al. (2012) para incluir restrições mais gerais de separação do carregamento quando por exemplo, produtos perigosos e animais vivos fazem parte do carregamento.

No PCAC abordado em Mongeau e Bès (2003), os possíveis arranjos de carga (bidimensionais) factíveis dos itens em cada compartimento são conhecidos a

priori e definidos através de restrições lineares. No PCAC abordado em Souffriau et al. (2008), Verstichel et al. (2011), Limbourg et al. (2012) e Kleyntssens et al. (2012), de maneira semelhante ao PCNC, são fornecidas as posições em que os itens podem ser colocados e deve-se arranjar a carga nos compartimentos sem que os itens sobreponham-se. Nesses casos, observam-se as restrições geométricas no empacotamento da carga, mas a dimensionalidade desses problemas não é explicitada nesses trabalhos. Contudo, as características dos itens e dos compartimentos das aeronaves, observadas nos diversos trabalhos relacionados, sugerem fortemente que esses problemas de empacotamento sejam, ou possam ser reduzidos à, problemas com menos de três dimensões.

PCEs com restrições de estágios, ou de classes, e problemas correlatos

A seguir são revisados alguns problemas da literatura de PCEs que também estão relacionados a compartimentos de um objeto, mas não diretamente relacionados a veículos. Uma característica comum nesses problemas é o fato dos compartimentos não estarem definidos *a priori* em termos de quantidade e/ou dimensões (são variáveis de decisão), diferentemente do problema abordado nesta tese.

Em alguns problemas de corte, os padrões podem ser obtidos em estágios consecutivos. Em um estágio, o objeto é cortado em peças menores que, em um próximo estágio, também podem ser cortadas em peças menores, e assim sucessivamente, até que as peças correspondam aos itens finais necessários para o atendimento da demanda. Denominamos esses problemas de PCE com restrições de estágios (PCERE).

De maneira análoga, as peças cortadas nos primeiros estágios podem ser vistas como os compartimentos, enquanto que as peças geradas nos últimos estágios podem ser vistas como os itens, ou perdas. Cabe observar que, apesar da equivalência entre os problemas de corte e empacotamento, os trabalhos que abordam os PCEREs têm sido motivados por aplicações em processos de corte.

Os PCEREs foram abordados, por exemplo, em problemas: unidimensionais de

corte de rolos de papel, e.g., Haessler (1971) e Correia et al. (2004); bidimensionais de corte de chapas de madeira, e.g., Morabito e Garcia (1998) e Morabito e Belluzzo (2007); tridimensionais em uma aplicação para o PCC, em que os cortes em um estágio definem camadas no padrão, e.g., Morabito e Arenales (1994).

Outro problema relacionado é o Problema da Mochila Compartimentada (PMC), que pode ser definido como uma variação do problema clássico da mochila. No PMC um subconjunto dos itens deve ser empacotado no objeto de modo que o valor total desses itens seja máximo. O diferencial é a existência de grupos de itens que devem ser colocados em compartimentos separados no objeto. Os compartimentos são flexíveis, têm capacidades limitadas e introduzem um custo fixo e uma perda ao objeto (ARENALES; MARQUES, 2002).

O PMC pode ser entendido como um caso do PCERE, em que os itens cortados em um estágio pertencem a uma mesma classe. Os estudos do PMC também têm sido frequentemente motivados por aplicações em problemas de corte, e.g., Ferreira et al. (1990), Pereira (1993) e Hoto (2001). Um exemplo de aplicação é o corte de bobinas de aço para a obtenção de fitas metálicas, utilizadas na fabricação de tubos soldados (MARQUES, 2000).

A grande maioria dos trabalhos que estudam o PMC aborda o caso unidimensional. Uma extensão do PMC para o caso bidimensional, em que os padrões são obtidos por cortes guilhotinados 3 estágios, é apresentada em De Souza Leão (2013). Todavia, a autora cita apenas uma aplicação hipotética de aplicação do PMC, e sugere, como estudo futuro, a identificação de problemas compartimentados bidimensionais realistas.

Existem outras variações de PCEs em que padrões de corte/empacotamento admitem compartimentos:

Schachnai e Tamir (2001) estudam um problema de empacotamento, denominado de Problema de Empacotamento com Restrições de Classes (PERC) para o caso unidimensional, em que itens possuem diferentes classes (cores), além de

atributos como valor e tamanho. Os objetos possuem um limite para o número de classes de itens (compartimentos) que ele pode conter, além de um tamanho máximo. Duas variantes são investigadas. Na primeira, deve-se escolher um subconjunto de maior valor dos itens que possa ser empacotado em um conjunto de objetos disponíveis (K-PERC). Na segunda, devem-se empacotar todos os itens em um menor número de objetos (B-PERC). Os autores citam como motivação do estudo um problema de gerenciamento de armazenagem em sistemas multimídia. Nesse problema, arquivos precisam ser alocados a discos capacitados satisfazendo a demanda de acessos a esses arquivos, veja também Xavier e Miyazawa (2008a).

Xavier e Miyazawa (2006) estudam um problema similar ao PERC, denominado de Problema de Empacotamento em Prateleiras (PEP), também para o caso unidimensional, em que itens devem ser empacotados no objeto em grupos separados por divisórias de espessuras não negligenciáveis. Cada grupo de itens no objeto tem um tamanho total restrito e é referido como prateleira (compartimento). O objetivo avaliado nesse trabalho é empacotar em um único objeto um subconjunto dos itens disponíveis de maior valor (K-PEP). Também é considerada uma variante desse problema em que os itens possuem diferentes classes e todos os itens de uma mesma prateleira devem ser da mesma classe (restrições de classe). Os autores apontam que esse problema pode ser adequado quando há produtos que não podem ser armazenados na mesma prateleira, como alimentos e produtos químicos. O PEP também foi estudado em Xavier e Miyazawa (2008b) para o caso unidimensional. Nesse trabalho, avalia-se o caso em que todos os itens devem ser empacotados em um número mínimo de objetos (B-PEP).

Em nossa revisão, não foram encontrados trabalhos que abordem os problemas: PCERE, PMC, PERC, ou PEP, e considerem três dimensões relevantes no empacotamento/corte. Na maioria dos trabalhos revisados, eles são PCEs unidimensionais.

2.3 Considerações finais do capítulo

Em nossa revisão, não foram encontrados trabalhos de outros autores que abordem o mesmo problema aqui estudado. Por exemplo, ao contrário deste trabalho, não se encontraram trabalhos de outros autores que abordem PCEs tridimensionais e que considerem o empacotamento dos itens em camadas horizontais separadas por divisórias. Existem alguns trabalhos da literatura que abordam PCEs unidimensionais, ou bidimensionais, e que consideram o empacotamento dos itens com restrições de prateleiras (linhas formando níveis no padrão de empacotamento). Para o caso unidimensional, veja, por exemplo, Xavier e Miyazawa (2006) e Xavier e Miyazawa (2008b); e para o caso bidimensional, veja, por exemplo, Lodi e Monaci (2003). No entanto, os métodos e/ou formulações apresentadas nesses trabalhos não contemplam diversas das restrições práticas aqui consideradas, de maneira que a extensão deles para o problema aqui abordado não é trivial.

Excetuando os trabalhos que abordem o problema estudado em Sciomachen e Tanfani (2007), também não se encontraram trabalhos de que abordem PCEs tridimensionais e que:

- a) relacionem múltiplos objetos (neste trabalho, os compartimentos) em um único sistema/objeto maior (neste trabalho, o contêiner) observando o balanceamento de peso e/ou os múltiplos destinos dos itens;
- b) tratem do balanceamento de peso no contêiner de maneira integrada com os múltiplos destinos dos itens (e.g., buscando manter o balanceamento de peso no contêiner em toda a rota definida para esse contêiner). Uma abordagem integrada similar a aqui estudada foi abordada recentemente para um PCE bidimensional em Queiroz e Miyazawa (2013). O trabalho desses autores não envolve múltiplos compartimentos.

Diferenças entre o problema aqui estudado e o problema abordado em Sciomachen e Tanfani (2007) foram destacadas anteriormente na Seção 2.1.3.

3 PROPOSTA DE MODELAGEM PARA O PROBLEMA

Neste capítulo, apresenta-se uma proposta de modelagem para o problema estudado nesta tese (veja a Seção 1.1).

É admitido que:

- a) o remanejamento de itens em um destino consista em retirá-los e colocá-los temporariamente em uma região fora do contêiner e, imediatamente após o descarregamento de toda a carga desse destino, colocá-los de volta no contêiner;
- b) o remanejamento de itens seja penalizado em função da quantidade e peso dos itens remanejados. Adicionalmente, como observado no problema prático, minimizar o remanejamento dos itens deve ser sempre mais importante do que minimizar as penalizações com os desvios de balanceamento de peso no contêiner;
- c) a posição dos itens colocados no contêiner, definida na origem (antes do contêiner iniciar a sua rota para descarregar os itens):
 - não pode ser modificada ao longo da rota nos eixos x e y ;
 - somente pode ser modificada no eixo z no caso em que todos os itens de uma camada j são descarregados. Neste caso, todos os itens que eventualmente estejam acima desta camada j , no mesmo compartimento, são movimentados para baixo até serem apoiados em outra camada, ou na face inferior do compartimento.
- d) qualquer item pode ser sempre alcançado, mesmo que isso implique no remanejamento de outros itens;
- e) o centro de gravidade de uma camada seja localizado em seu centro geométrico;
- f) o contêiner, os itens e as divisórias que separam as camadas sejam perfeitamente rígidos;
- g) o peso sobre uma camada seja distribuído homogeneamente entre itens

desta camada;

- h) a resistência a empilhamento de um item seja distribuída homoganeamente entre os pontos de sua face superior (cada item suporta a mesma pressão admissível em cada um dos pontos de sua face superior);
- i) a densidade de cada item seja uniforme;
- j) todos os itens devem estar apoiados com suas faces inferiores, com 100% de contato, em outros itens, camadas, ou no contêiner, enquanto não forem descarregados ($\alpha = 1$);
- k) por questões de estabilidade, como observado no problema prático, itens empacotados em camadas não devem ser colocados acima de itens empacotados fora de camadas no mesmo compartimento;
- l) as paredes que delimitam os compartimentos, bem como as divisórias colocadas entre as camadas, possuem espessuras desprezíveis;
- m) os itens em uma camada não sejam empilhados.

As formulações desenvolvidas nesta seção utilizam como base as formulações de Beasley (1985), Junqueira (2009) e de Junqueira et al. (2012a, 2012b), vide Seção 2.1.2.1. Em adição ao já desenvolvido por esses autores, as contribuições dessas formulações incluem, por exemplo:

- a) possibilidade dos itens serem empacotados em camadas horizontais separadas por divisórias;
- b) inclusão de restrições de balanceamento de peso no contêiner ao longo da rota;
- c) inclusão de restrições de remanejamento, que possibilitam itens serem movimentados temporariamente para permitir o acesso a outros itens;
- d) possibilidade de os itens terem suas posições modificadas ao longo da rota no eixo z (particularmente, no caso em que todos os itens de uma camada colocada abaixo deles são descarregados).

As notações já introduzidas no capítulo de revisão podem ser reapresentadas neste capítulo para facilitar a leitura das formulações desenvolvidas.

A notação empregada neste capítulo segue a mesma regra empregada anteriormente, porém usamos um novo campo “especificação”, para diferenciar as notações com o mesmo nome:

$$Nome_{\text{índice } 1, \dots, \text{índice } N}^{\text{especificação}}$$

Como anteriormente, o nome pode vir acompanhado de alguma ênfase, como uma barra sobre ele.

Assim como nas formulações apresentadas na Seção 2.1.2.1: é utilizada a nomenclatura de referência da Figura 2.4 para as diferentes faces de um cuboide (um item, contêiner ou um compartimento); é utilizado também o mesmo ponto de referência FLLC para indicar a posição dos itens e objetos. Novamente, como um item somente pode ser colocado em alguma posição com o seu FLLC, evitamos o uso dessa informação adicional. Por exemplo, diremos que um item está colocado na posição (p, q, r) quando o FLLC deste item estiver nesta posição.

Assim como na Seção 2.1.2.1.4, admitimos que o primeiro destino do contêiner seja o destino 1, o segundo destino do contêiner seja o destino 2, e assim por diante. Em cada destino são descarregados todos os itens demandados nesse destino.

3.1 Múltiplos compartimentos e camadas horizontais

Uma possibilidade para modelar o contêiner compartimentado é considerar cada compartimento como um objeto separado neste contêiner.

Considere a notação seguinte:

Índice:

c : denota um compartimento do contêiner.

Parâmetros:

- C : conjunto dos compartimentos do contêiner;
- p_c, q_c : posição, respectivamente, nos eixos x e y em que um compartimento $c \in C$ é colocado no contêiner;
- L, W, H : respectivamente, o comprimento (eixo x), largura (eixo y) e altura (eixo z) do contêiner;
- L^{comp}, W^{comp} , respectivamente, o comprimento, largura e altura do compartimento $c \in C$. (admite-se que todos os compartimentos possuem o mesmo comprimento e largura, mas podem ter alturas diferentes, por exemplo, por causa do eixo do caminhão).

Todo compartimento está posicionado no piso do contêiner. A Figura 3.1 apresenta um exemplo com quatro compartimentos dispostos em um contêiner.

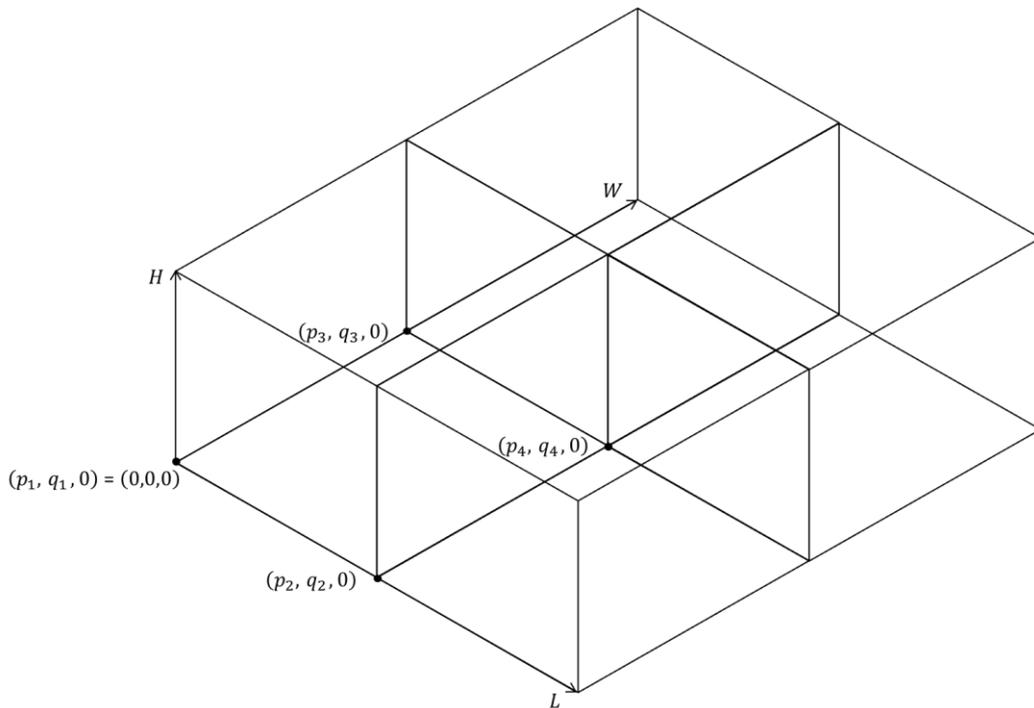


Figura 3.1 - Ilustração de quatro compartimentos dispostos em um contêiner no sistema de coordenadas definido para esse contêiner.

Observe na Figura 3.1 que as posições dos compartimentos são definidas no sistema de coordenadas do contêiner, em que o FLLC deste contêiner é a origem $(0,0,0)$. Os compartimentos são numerados sequencialmente, a partir do

compartimento localizado na origem, de maneira que os compartimentos colocados do lado esquerdo do contêiner possuem números ímpares, e os localizados do lado direito, possuem números pares. A Figura 1.1 ilustra essa numeração.

Cada compartimento também possui um sistema próprio de coordenadas e as posições neste sistema são definidas a partir do FLLC deste compartimento, que é a sua origem $(0,0,0)$. Veja a Figura 3.2.

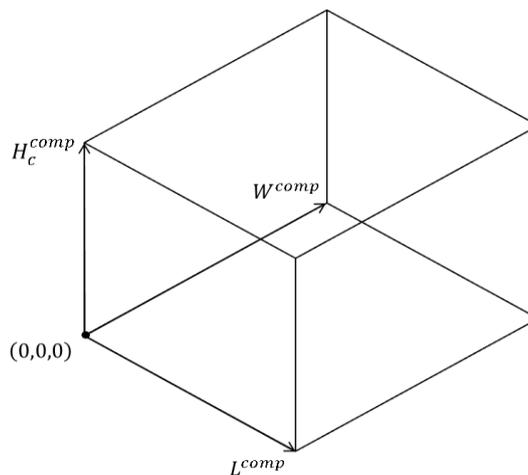


Figura 3.2 - Ilustração de um compartimento.

Para definir a posição dos itens e camadas no contêiner, é adotado o sistema de coordenadas do compartimento em questão. O sistema de coordenadas do contêiner é usado exclusivamente para a definição das restrições de distribuição de peso no contêiner (vide Seção 3.5). Ao referenciar qualquer posição, é explicitado se ela é de um compartimento $c \in \mathcal{C}$ (definida no sistema de coordenadas desse compartimento c) ou do contêiner (definida no sistema de coordenadas do contêiner).

A seguir são definidas as posições do compartimento $c \in \mathcal{C}$ em que os itens podem ser colocados. Considere a seguinte notação adicional:

Índices:

i, j : denotam um tipo de item;

p : denota as posições em relação ao eixo x ;
 q : denota as posições em relação ao eixo y ;
 r : denota as posições em relação ao eixo z .

Parâmetro:

\bar{M} : conjunto dos tipos de itens e respectivas orientações (cada um de seus elementos é uma combinação distinta de um tipo de item $i \in M$ com uma orientação permitida). Observe que $\bar{M} \supset M$.

Para se alinhar à definição do problema, a orientação dos itens no plano vertical é fixa, enquanto que a orientação deles no plano horizontal é variável (como o empacotamento deve ser ortogonal, existem somente duas orientações possíveis). Considere, por exemplo, um caso em que existem apenas dois tipos de itens $i \in M$. Teremos então quatro tipos de itens $j \in \bar{M}$. A Figura 3.3 ilustra esse exemplo. Observe nesta figura que os tipos de itens $j = 3$ e $j = 4$ são obtidos, respectivamente, rotacionando os itens de tipo $j = 1$ e $j = 2$ em 90 graus no plano horizontal.

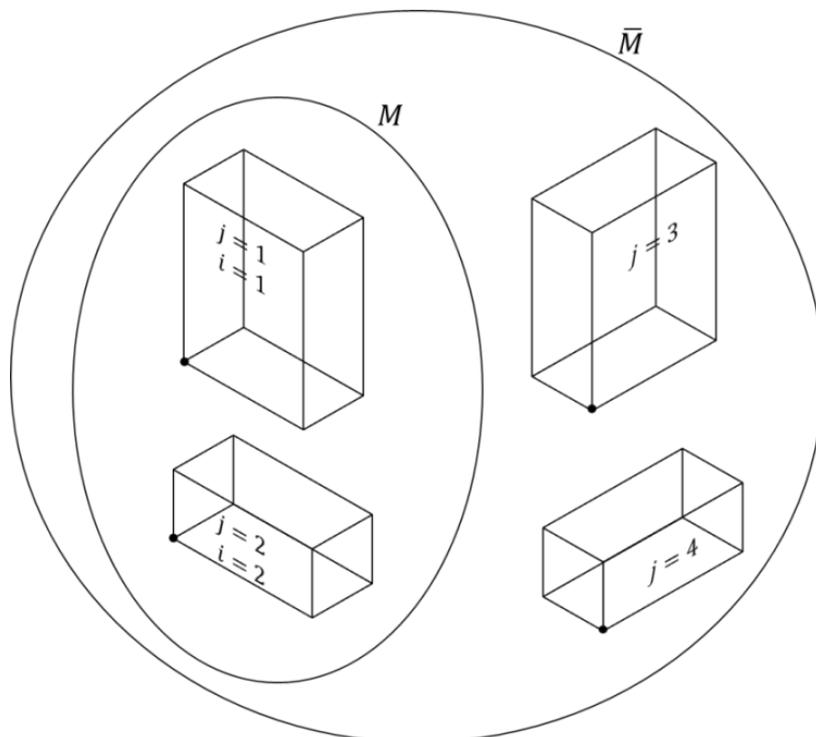


Figura 3.3 - Exemplos de tipos de itens com suas orientações horizontais permitidas.

As posições p , q e r , em que algum item pode ser colocado no compartimento $c \in C$ são dadas respectivamente por X^o, Y^o, Z_c^o , em que:

$$\begin{aligned} X^o &= \{p \mid 0 \leq p \leq L^{comp} - \text{Min}_{i \in \bar{M}}(l_i), p \in \mathbb{N}\} \\ Y^o &= \{q \mid 0 \leq q \leq W^{comp} - \text{Min}_{i \in \bar{M}}(w_i), q \in \mathbb{N}\} \\ Z_c^o &= \{r \mid 0 \leq r \leq H_c^{comp} - \text{Min}_{i \in \bar{M}}(h_i), r \in \mathbb{N}\}, c \in C \end{aligned} \quad (3.1)$$

Seja:

$f_{i,j}^{id}$: proposição lógica que é verdadeira se o tipo $j \in \bar{M}$ corresponde ao tipo $i \in M$.

Formalmente, $f_{i,j}^{id}$ é dada por:

$$[(l_i = l_j) \wedge (w_i = w_j) \wedge (h_i = h_j)] \vee [(l_i = w_j) \wedge (w_i = l_j) \wedge (h_i = h_j)], i \in M; j \in \bar{M};$$

(ou seja, $f_{i,j}^{id}$ é verdadeira se o tipo $j \in \bar{M}$ e o tipo $i \in M$ são iguais apesar de suas orientações poderem ser diferentes);

ξ_j : variável auxiliar, em que $\xi_j \in \mathbb{N}, j \in \bar{M}$.

Os conjuntos X^o, Y^o, Z_c^o podem ser reduzidos¹⁰ para contemplar apenas os padrões normais:

$$\begin{aligned} X^o &= \left\{ p \mid p = \sum_{j \in \bar{M}} \xi_j l_j, 0 \leq p \leq L^{comp} - \text{Min}_{j \in \bar{M}}(l_j), 0 \leq \sum_{\{j \in \bar{M}, \text{ se } f_{i,j}^{id}\}} \xi_j \leq b_i, i \in M \right\} \\ Y^o &= \left\{ q \mid q = \sum_{j \in \bar{M}} \xi_j w_j, 0 \leq q \leq W^{comp} - \text{Min}_{j \in \bar{M}}(w_j), 0 \leq \sum_{\{j \in \bar{M}, \text{ se } f_{i,j}^{id}\}} \xi_j \leq b_i, i \in M \right\} \\ Z_c^o &= \left\{ r \mid r = \sum_{j \in \bar{M}} \xi_j h_j, 0 \leq r \leq H_c^{comp} - \text{Min}_{j \in \bar{M}}(h_j), 0 \leq \sum_{\{j \in \bar{M}, \text{ se } f_{i,j}^{id}\}} \xi_j \leq b_i, i \in M \right\}, c \in C \end{aligned} \quad (3.2)$$

¹⁰ Ao definir os conjuntos X^o, Y^o e Z_c^o , $c \in C$ usando as equações (3.2), ao invés de defini-los usando as equações (3.1), pode haver perda de generalidade para a solução do problema, quando consideradas algumas das restrições práticas apresentadas a frente. Veja, por exemplo, a Seção 3.5.

Para um item de determinado tipo $i \in \bar{M}$, os domínios X^o, Y^o e Z_c^o podem ser dados respectivamente por X_i^o, Y_i^o e Z_{ic}^o , em que:

$$\begin{aligned} X_i^o &= \{p \in X^o \mid 0 \leq p \leq L^{comp} - l_i\}, \quad i \in \bar{M} \\ Y_i^o &= \{q \in Y^o \mid 0 \leq q \leq W^{comp} - w_i\}, \quad i \in \bar{M} \\ Z_{ic}^o &= \{r \in Z_c^o \mid 0 \leq r \leq H_c^{comp} - h_i\}, \quad i \in \bar{M}, c \in C \end{aligned} \quad (3.3)$$

A Figura 3.4 ilustra um exemplo com as possíveis posições (p, q, r) , $p \in X_i^o, q \in Y_i^o$ e $r \in Z_{ic}^o, c \in C$ em que itens de tipo $i \in \bar{M}$ podem ser colocados em um contêiner com 6 compartimentos¹¹:

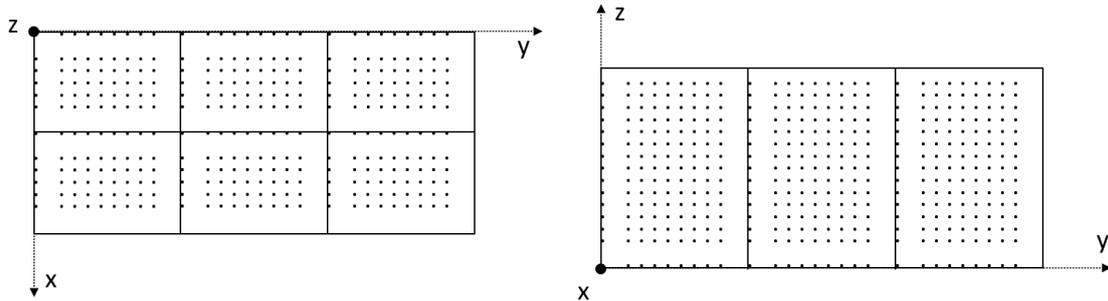


Figura 3.4 - Exemplo das posições em que um tipo de item pode ser colocado em um contêiner compartimentado considerando apenas os padrões normais.

Camadas Horizontais

Itens podem ser empacotados no contêiner dentro ou fora de camadas horizontais. Uma camada é formada apenas por itens do mesmo tipo e, portanto, define-se que:

Uma camada de tipo $i \in M$ é uma camada formada apenas por itens de tipo $i \in M$.

¹¹ Esse é apenas um exemplo didático. Com base em um caso real, para um veículo de 6 compartimentos, esse número pode chegar a aproximadamente 1×10^7 posições, considerando que a distância entre elas, nos 3 eixos, seja de 1 cm.

Como uma camada já possui um padrão de empacotamento pré-definido para a maior quantidade de itens de um mesmo tipo que ela pode conter (veja a Seção 1.1), qualquer quantidade menor desses itens também pode ser arranjada na camada sem dificuldades. Conseqüentemente, não é necessário definir as posições e as orientações dos itens em uma camada. Sendo desnecessário determinar as orientações dos itens na camada, observe que basta representá-los somente com o conjunto M (e não com \bar{M}).

Uma camada tem comprimento e largura de um compartimento (assim como as divisórias que as separam), e a sua altura é definida pelo tipo de item que ela contém (os itens não são empilhados em uma camada). Desta forma, as posições em que uma camada de tipo $i \in M$ pode ser colocada no compartimento $c \in C$ são dadas por $(0,0,r)$, $r \in Z_{ic}^o$.

A Figura 3.5 ilustra um exemplo com as possíveis posições $(0,0,r)$, $r \in Z_{ic}^o, c \in C$ em que uma camada do tipo $i \in M$ pode ser colocada em um contêiner com 6 compartimentos:

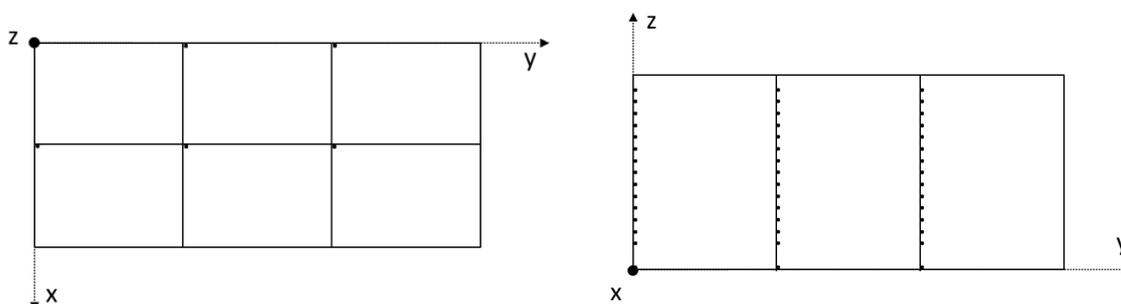


Figura 3.5 - Exemplo das posições em que uma camada pode ser colocada em um contêiner com seis compartimentos.

Existem basicamente duas decisões associadas a uma camada do tipo $i \in M$:

- a) em qual compartimento e em qual posição ela deve ser colocada;
- b) quantos itens do tipo i e destino k devem ser colocados nela.

A Figura 3.6 ilustra um exemplo com três itens de mesmo tipo $i \in M$ e de destinos $k = 1, 2$ e 3 , colocados em um contêiner com quatro compartimentos. Um dos itens

é colocado fora de uma camada na posição (p, q, r) do compartimento 2, enquanto os outros dois estão em uma camada colocada na posição $(0,0,r')$ do compartimento 1.

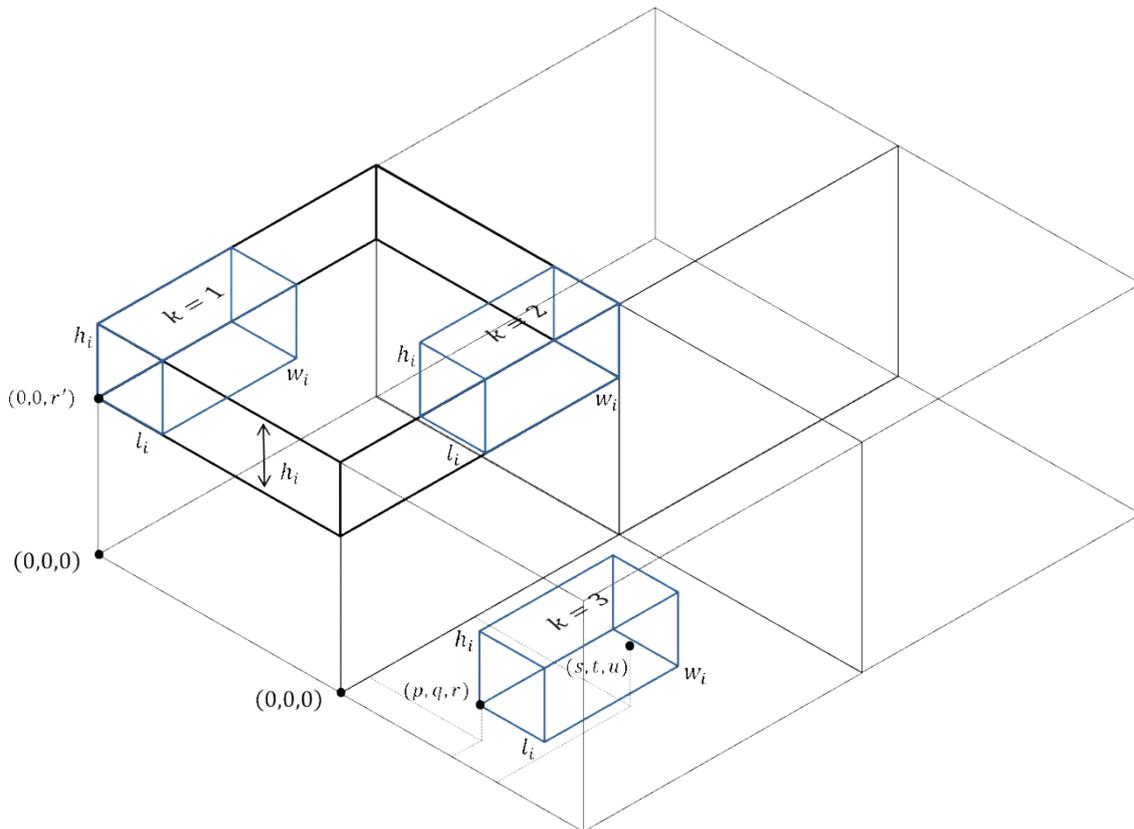


Figura 3.6 - Exemplo de itens do tipo i de diferentes destinos k colocados em um contêiner compartimentado dentro e fora de uma camada.

3.2 Restrições geométricas e de atendimento à demanda

Considere a seguinte notação adicional:

Índices:

- c : denota o compartimento;
- i, j : denotam os tipos de itens, ou de camadas;
- p, p', s : denotam as posições em relação ao eixo x ;
- q, q', t : denotam as posições em relação ao eixo y ;
- r, r', u : denotam as posições em relação ao eixo z ;

k, k' : denotam os destinos.

Parâmetros:

$a'_{ipqrstuc}$: é igual a 1 se o item de tipo $i \in \bar{M}$ colocado na posição (p, q, r) do compartimento c contém a posição (s, t, u) deste compartimento; e é igual a 0, caso contrário;

\hat{a}_{irstuc} : é igual a 1 se a camada de tipo $i \in M$ colocada na posição $(0, 0, r)$ do compartimento c contém a posição (s, t, u) deste compartimento; e é igual a 0, caso contrário;

b_{ik} : demanda do item de tipo $i \in M$ no destino k ;

K : conjunto dos destinos do contêiner;

Q_i^{max} : quantidade máxima de itens que pode ser colocada em uma camada do tipo $i \in M$.

Variáveis:

x_{ikpqrc} : variável binária de decisão que é igual a 1 se o item de tipo $i \in \bar{M}$, e de destino k (i.e., que será descarregado nesse destino k), é colocado na posição (p, q, r) , $p \in X_i^o, q \in Y_i^o; r \in Z_{ic}^o$ do compartimento $c \in C$; e é igual a 0, caso contrário;

\hat{x}_{ikrc} : quantidade de itens de destino k em uma camada do tipo $i \in M$ colocada na posição $(0, 0, r)$, $r \in Z_{ic}^o$, do compartimento $c \in C$;

\hat{x}_{irc}^a : variável binária de decisão que é igual a 1 se há itens em uma camada do tipo $i \in M$ colocada na posição $(0, 0, r)$, $r \in Z_{ic}^o$, do compartimento $c \in C$; e é igual a 0, caso contrário.

A seguir, apresentam-se as restrições geométricas (itens não devem se sobrepor e devem estar completamente contidos no contêiner) e de atendimento à demanda (todos os itens demandados nos diferentes destinos devem ser empacotados no contêiner) para o problema:

$$\begin{aligned}
& \sum_{\substack{j \in \bar{M}, \\ \text{se } f_{i,j}^{id}}} \sum_{c \in C} \sum_{p \in X_j^o} \sum_{q \in Y_j^o} \sum_{r \in Z_{jc}^o} x_{jkpqr}c \\
& + \sum_{c \in C} \sum_{r \in Z_{ic}^o} \hat{x}_{ikrc} = b_{ik}, \quad i \in M; k \in K \quad (3.4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i \in \bar{M}} \sum_{p \in X_i^o} \sum_{q \in Y_i^o} \sum_{r \in Z_{ic}^o} a'_{ipqrstuc} \cdot \sum_{k \in K} x_{ikpqr}c + \\
& \sum_{i \in \bar{M}} \sum_{r \in Z_{ic}^o} \hat{a}_{irstuc} \cdot \hat{x}^a_{irc} \leq 1, \quad s \in X^o; t \in Y^o; u \in Z_c^o; \\
& \quad c \in C \quad (3.5)
\end{aligned}$$

$$\sum_{k \in K} \hat{x}_{ikrc} \leq Q_i^{\max} \cdot \hat{x}^a_{irc}, \quad i \in M; r \in Z_{ic}^o; \\
c \in C \quad (3.6)$$

$$x_{ikpqr}c \in \{0,1\}, \quad i \in \bar{M}; k \in K; \\
p \in X^o; q \in Y^o; r \in Z_{ic}^o; \\
c \in C \quad (3.7)$$

$$\hat{x}_{ikrc} \in \mathbb{N}, \quad i \in M; k \in K; \\
r \in Z_{ic}^o; c \in C \quad (3.8)$$

$$\hat{x}^a_{irc} \in \{0,1\}, \quad i \in M; \\
r \in Z_{ic}^o; c \in C \quad (3.9)$$

As restrições (3.4) impõem que a demanda dos itens de cada destino k seja atendida. Para isso, a quantidade de itens do tipo $i \in M$ demandada no destino k deve ser igual à:

quantidade total de itens do tipo $i \in M$ de destino k colocada no contêiner fora de camadas (calculada com a primeira parcela dessas restrições, se $f_{i,j}^{id}$ for verdadeiro, i.e., se $j \in \bar{M}$ corresponder ao mesmo tipo de item $i \in M$);

mais a quantidade total de itens de tipo $i \in M$ de destino k colocada no contêiner dentro de camadas (dada pela segunda parcela dessas restrições).

Observe que a demanda de cada destino é dada em função dos itens de tipo $i \in M$ (e não do tipo $j \in \bar{M}$), pois a orientação dos itens não é relevante para o cliente.

As restrições (3.5) impõem que qualquer posição (s, t, u) de qualquer compartimento $c \in C$ esteja contida em, no máximo, um único item ou em uma única camada, portanto, não permite que haja sobreposição de itens, ou de itens e camadas. Veja na Figura 3.6 um exemplo desse ponto de referência (s, t, u) contido em um item.

As restrições (3.6) relacionam as variáveis \hat{x}^a_{irc} e impõem a quantidade máxima de itens em cada camada. Observe que a existência de pelo menos um item em uma camada do tipo $i \in M$ colocada na posição $(0, 0, r)$ do compartimento c , ou seja, $\sum_{k \in K} \hat{x}_{ikrc} \geq 1$, exige corretamente que a variável \hat{x}^a_{irc} seja igual a 1.

As restrições (3.7), (3.8) e (3.9) definem o domínio das variáveis de decisão.

As restrições (3.5) também podem ser reescritas conforme (3.10) para considerar os parâmetros $a'_{ipqrstuc}$ e \hat{a}_{irstuc} de maneira implícita e, com isso, economizar recursos computacionais na *implementação* do modelo.

$$\sum_{i \in \bar{M}} \sum_{\substack{p \in X_i^0 \\ \{s-l_i < p \leq s\}}} \sum_{\substack{q \in Y_i^0 \\ \{t-w_i < q \leq t\}}} \sum_{\substack{r \in Z_{ic}^0 \\ \{u-h_i < r \leq u\}}} \sum_{k \in K} x_{ikpqr} + \quad \begin{array}{l} s \in X^0; t \in Y^0; u \in Z_c^0; \\ c \in C \end{array} \quad (3.10)$$

$$\sum_{i \in M} \sum_{\substack{r \in Z_{ic}^0 \\ \{u-h_i < r \leq u\}}} \hat{x}^a_{irc} \leq 1,$$

3.3 Estabilidade do carregamento

A seguir, apresentam-se as restrições de estabilidade (vertical e horizontal) do carregamento.

Caso vertical

Considere a seguinte notação adicional:

Parâmetros:

- α : parâmetro de estabilidade vertical, $\alpha \in \mathbb{R}, 0 \leq \alpha \leq 1$. Em um extremo, $\alpha = 1$, indica que a face inferior de qualquer item deve estar 100% apoiada nas faces superiores de outros itens (ou na face inferior de um compartimento); em outro extremo, $\alpha = 0$, indica que não há exigência quanto à estabilidade vertical dos itens;
- ψ_i : quantidade mínima de itens que uma camada de tipo i deve conter para fornecer estabilidade vertical aos itens ou camadas colocados acima dela;
- \mathcal{M} : número suficientemente grande.

Variáveis:

- \hat{x}_{krc}^b : variável binária de decisão que é igual a 1 se uma camada colocada na posição $(0, 0, r)$, $r \in Z_c^o$, do compartimento $c \in \mathcal{C}$ contém itens de destinos $k' \geq k$; e é igual a 0, caso contrário.

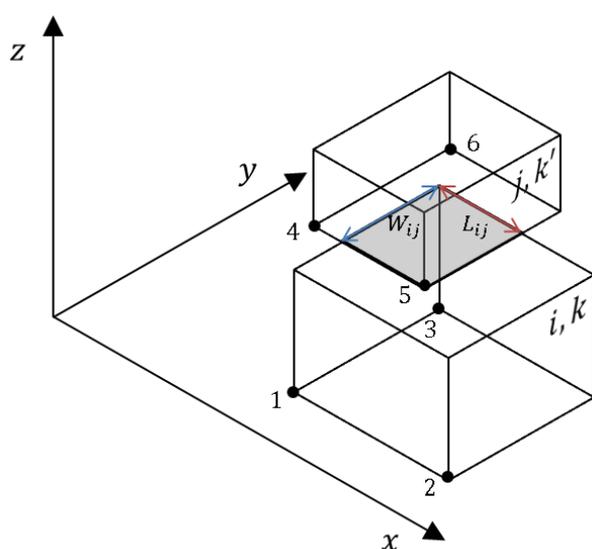
Similarmente ao proposto em Junqueira et al. (2012b), as restrições de estabilidade vertical estão relacionadas às restrições de múltiplos destinos e buscam que todos os itens estejam verticalmente estáveis enquanto estiverem no contêiner (i.e., enquanto não forem descarregados). Essas restrições exigem que uma fração mínima da face inferior de qualquer item de tipo $j \in \bar{M}$, colocado fora de uma camada, esteja apoiada na face inferior de um compartimento, ou:

- a) nas faces superiores de um ou mais itens do tipo $i \in \bar{M}$ de destinos não anteriores ao destino desse item de tipo j , ou;
- b) em uma camada do tipo $i \in M$, desde que nela haja uma quantidade mínima de itens (ψ_i) de destinos não anteriores ao destino desse item de tipo j .

Observe que os casos (a) e (b) não podem ocorrer simultaneamente, devido às restrições de sobreposição (3.5), i.e., itens (colocados fora de camadas) e camadas não podem se sobrepor. No caso de uma camada do tipo $j \in M$, ela deve estar apoiada na face inferior de um compartimento, ou:

- c) em outra camada do tipo $i \in M$, desde que nela haja uma quantidade mínima de itens (ψ_i) de destinos não anteriores ao último destino em que itens são descarregados da camada de tipo j (i.e., a camada do tipo i deve conter uma quantidade mínima de itens enquanto houver itens nessa camada de tipo j).

A Figura 3.7 ilustra um caso (a) de estabilidade vertical em que um item de tipo $j \in \bar{M}$ e destino k' está apoiado com sua face inferior na face superior de um item de tipo $i \in \bar{M}$ e destino $k \geq k'$. Nesta figura, destaca-se a área de contato entre esses itens (dada por $L_{ij} \cdot W_{ij}$).

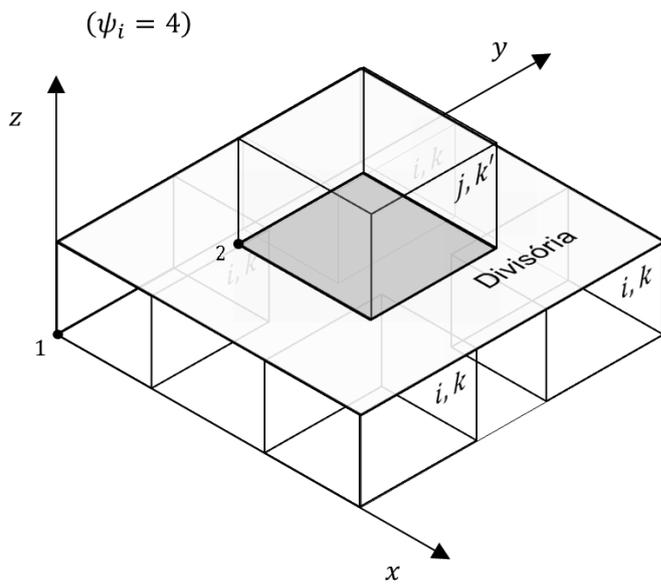


Nome	Coordenada (*)
1	(p, q, r)
2	$(p + l_i, q, r)$
3	$(p, q + w_i, r)$
4	(p', q', r')
5	$(p' + l_j, q', r')$
6	$(p', q' + w_j, r')$

(*) $r = r' - h_i$

Figura 3.7 - Exemplo de um item apoiado sobre outro para ilustrar caso de estabilidade vertical considerando múltiplos destinos.

A Figura 3.8 ilustra um caso (b) de estabilidade vertical em que um item de tipo $j \in \bar{M}$ e destino k' está apoiado com sua face inferior na face superior de uma camada de tipo $i \in M$ que contém 4 itens de destinos $k \geq k'$. Observe que considerando $\psi_i = 4$, então o item do tipo j é estabilizado (verticalmente) pela camada do tipo i .

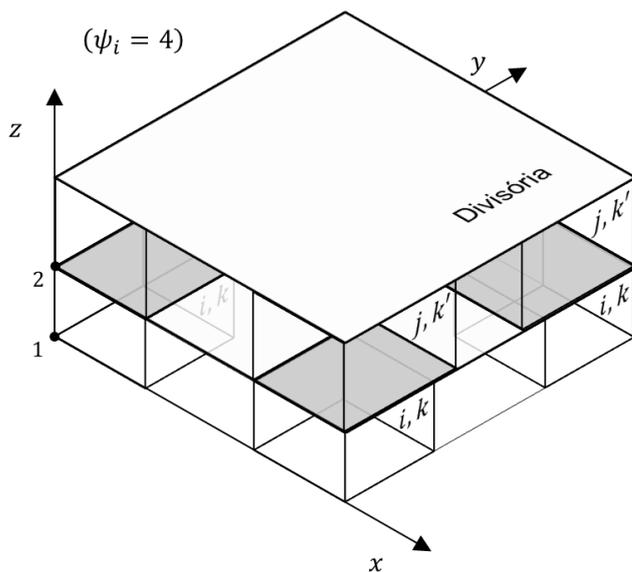


Nome	Coordenada (*)
1	(0,0,r)
2	(p',q',r')

(*) $r = r' - h_i$

Figura 3.8 - Exemplo de um item apoiado sobre uma camada para ilustrar um caso de estabilidade vertical considerando múltiplos destinos.

A Figura 3.9 ilustra um caso (c) de estabilidade vertical em que uma camada de tipo $j \in M$ com itens do destino k' está apoiada com sua face inferior na face superior de uma camada de tipo $i \in M$ com 4 itens do destino $k \geq k'$. Observe que considerando $\psi_i = 4$, então a camada do tipo j está estabilizada pela camada do tipo i .



Nome	Coordenada (*)
1	(0,0,r)
2	(0,0,r')

(*) $r = r' - h_i$

Figura 3.9 - Exemplo de uma camada apoiada sobre outra para ilustrar um caso de estabilidade vertical considerando múltiplos destinos.

A seguir, apresentam-se as restrições de estabilidade vertical do carregamento propostas para o problema:

$$\sum_{\substack{i \in \bar{M} \\ \{r' - h_i \geq 0\}}} \sum_{\substack{k \in K \\ \{k \geq k'\}}} \sum_{\substack{p \in X_i^o \\ \{p < p' + l_j \\ p > p' - l_i\}}} \sum_{\substack{q \in Y_i^o \\ \{q < q' + w_j \\ q > q' - w_i\}}} L_{ij} W_{ij} x_{ikpq(r'-h_i)c} +$$

$$\alpha l_j w_j \sum_{\substack{i \in \bar{M} \\ \{r' - h_i \geq 0\}}} \sum_{\substack{k \in K \\ \{k \geq k'\}}} \left(\frac{1}{\psi_i} \right) \hat{x}_{ik(r'-h_i)c} \geq \alpha l_j w_j \cdot x_{jk'p'q'r'c},$$

$$j \in \bar{M}; k' \in K;$$

$$p' \in X_j^o; q' \in Y_j^o;$$

$$r' \in Z_{jc}^o / \{0\}; \quad (3.11)$$

em que:

$$L_{ij} = \min(p + l_i, p' + l_j) - \max(p, p');$$

$$W_{ij} = \min(q + w_i, q' + w_j) - \max(q, q').$$

$$c \in C$$

$$\sum_{\substack{i \in \bar{M} \\ \{r' - h_i \geq 0\}}} \sum_{\substack{k \in K \\ \{k \geq k'\}}} \left(\frac{1}{\psi_i} \right) \hat{x}_{ik(r'-h_i)c} \geq \hat{x}_{k'r'c}^b,$$

$$k' \in K;$$

$$r' \in Z_c^o / \{0\}; \quad (3.12)$$

$$c \in C$$

$$\sum_{i \in \bar{M}} \sum_{\substack{k \in K \\ \{k \geq k'\}}} \hat{x}_{ikrc} \leq \mathcal{M} \cdot \hat{x}_{k'rc}^b,$$

$$k' \in K;$$

$$r \in Z_c^o; \quad (3.13)$$

$$c \in C$$

em que:

As restrições (3.11) exigem que para um item do tipo $j \in \bar{M}$ e destino k' ser colocado na posição (p', q', r') do compartimento c , fora de uma camada, (i.e., $x_{jk'p'q'r'c} = 1$):

a área total de contato entre sua face inferior e a face superior de itens do tipo $i \in \bar{M}$ e de destino $k \geq k'$ (calculada pela primeira parcela dessas restrições) não deve ser menor do que a área da face inferior do item de tipo j (dada por $l_j \cdot w_j$) multiplicada por α (veja o exemplo da Figura 3.7), ou;

a sua face inferior deve estar em contato com a face superior de uma camada do tipo $i \in M$, e a quantidade total de itens de destinos $k \geq k'$ nessa camada

(calculada com a segunda parcela dessas restrições) não deve ser menor do que ψ_i (veja o exemplo da Figura 3.8).

Note que esses dois casos correspondem, respectivamente, aos casos de estabilidade (a) e (b) explicados anteriormente, e somente um deles poderá ocorrer (i.e., somente uma das duas parcelas do lado esquerdo do sinal de desigualdade pode ter valor positivo). O elemento zero é excluído do conjunto Z_{jc}^o , pois nesse caso o suporte vertical é provido pela face inferior do compartimento c .

As restrições (3.12) exigem que, para qualquer $k' \in K$, quando apenas os itens de destinos maiores ou iguais a k' estão no contêiner, itens só podem estar em uma camada (referenciada neste parágrafo como uma camada de tipo $j \in M$) colocada na posição $(0,0,r')$ do compartimento c (i.e., $\hat{x}_{k'r'c}^b = 1$), se a face inferior dessa camada estiver em contato com a face superior de uma camada do tipo $i \in M$ que contém pelo menos ψ_i itens (veja o exemplo da Figura 3.9). Ou seja, enquanto houver itens na camada de tipo $j \in M$, deve haver uma camada $i \in M$ que a suporte (com pelo menos ψ_i itens). Observe que como consequência dessas restrições, a camada de tipo i deve conter pelo menos ψ_i itens de destinos não anteriores ao último destino em que itens da camada de tipo $j \in M$ são descarregados. O elemento zero é excluído do conjunto Z_c^o , pois nesse caso o suporte vertical é provido pela face inferior do compartimento.

As restrições (3.13) relacionam as variáveis $\hat{x}_{k'rc}^b$. Observe que a existência de pelo menos um item de destino $k \geq k'$ em uma camada colocada na posição $(0,0,r)$ do compartimento c , ou seja, $\sum_{i \in M} \sum_{\{k \in K | k \geq k'\}} \hat{x}_{ikrc} \geq 1$, exige corretamente que a variável $\hat{x}_{k'rc}^b$ seja igual a 1.

Caso horizontal

Considere a seguinte notação adicional:

Parâmetros:

- β : parâmetro de estabilidade horizontal (eixo x), $\beta \in \mathbb{R}, 0 \leq \beta \leq 1$. Em um extremo, $\beta = 1$, indica que a face lateral da esquerda de um item deve estar 100% apoiada nas faces laterais da direita de outros itens (ou na face da esquerda do compartimento); em outro extremo, $\beta = 0$, indica que não há exigências quanto à estabilidade dos itens no eixo x ;
- γ : parâmetro de estabilidade horizontal (eixo y), $\gamma \in \mathbb{R}, 0 \leq \gamma \leq 1$. Em um extremo, $\gamma = 1$, indica que a face lateral da frente de um item deve estar 100% apoiada nas faces laterais do fundo de outros itens (ou na face da frente do compartimento); em outro extremo, $\gamma = 0$, indica que não há exigências quanto à estabilidade dos itens no eixo y .

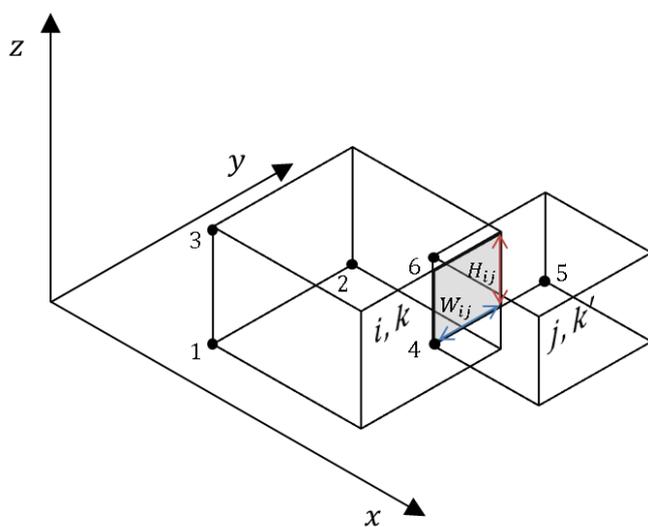
As restrições de estabilidade horizontal, assim como as restrições de estabilidade vertical, também estão relacionadas às restrições de múltiplos destinos e buscam que todos os itens estejam horizontalmente estáveis enquanto estiverem no contêiner.

Com relação ao eixo x , essas restrições exigem que uma fração mínima da face lateral da esquerda de um item de tipo $j \in \bar{M}$, colocado fora de uma camada, esteja apoiada na face lateral da esquerda de um compartimento, ou nas faces laterais da direita de um ou mais itens de tipo $i \in \bar{M}$, também colocados fora de camadas, de destinos não anteriores ao destino desse item de tipo j . *Com relação ao eixo y* , essas restrições exigem que uma fração mínima da face lateral da frente de um item de tipo $j \in \bar{M}$, colocado fora de uma camada, esteja apoiada na face lateral da frente de um compartimento, ou nas faces laterais do fundo de um ou mais itens de tipo $i \in \bar{M}$, também colocados fora de camadas, de destinos não anteriores ao destino desse item de tipo j .

Consideramos que todas as camadas colocadas em um compartimento são horizontalmente estáveis (assim como os itens colocados nelas), portanto não definimos restrições de estabilidade horizontal associadas a elas. Observe que devido às dimensões da divisória, uma camada é considerada do tamanho de um

compartimento e, portanto, quando em um compartimento, é apoiada horizontalmente em todas as suas faces laterais.

A Figura 3.10 ilustra um caso de estabilidade horizontal com relação ao eixo x , em que um item de tipo $j \in \bar{M}$ e destino k' está apoiado com sua face lateral da esquerda na face lateral da direita de um item de tipo $i \in \bar{M}$ e destino $k \geq k'$. Nesta figura, destaca-se a área de contato entre esses itens (dada por $H_{ij} \cdot W_{ij}$).

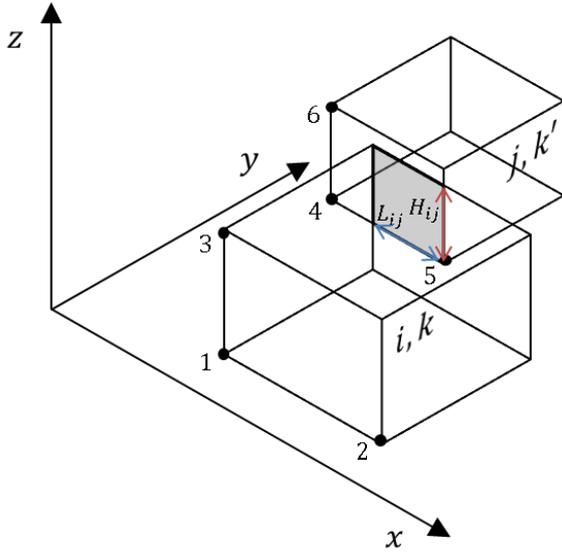


Nome	Coordenada (*)
1	(p, q, r)
2	$(p, q + w_i, r)$
3	$(p, q, r + h_i)$
4	(p', q', r')
5	$(p', q' + w_j, r')$
6	$(p', q', r' + h_j)$

(*) $p = p' - l_i$

Figura 3.10 - Exemplo de um item apoiado sobre outro para ilustrar caso de estabilidade horizontal no eixo x considerando múltiplos destinos.

A Figura 3.11 ilustra um caso de estabilidade horizontal com relação ao eixo y , em que um item de tipo $j \in \bar{M}$ e destino k' está apoiado com sua face lateral da frente na face lateral do fundo de um item de tipo $i \in \bar{M}$ e destino $k \geq k'$. Nesta figura, destaca-se a área de contato entre esses itens (dada por $H_{ij} \cdot L_{ij}$).



Nome	Coordenada (*)
1	(p, q, r)
2	$(p + l_i, q, r)$
3	$(p, q, r + h_i)$
4	(p', q', r')
5	$(p' + l_j, q', r')$
6	$(p', q', r' + h_j)$

(*) $q = q' - w_i$

Figura 3.11 - Exemplo de um item apoiado sobre outro para ilustrar caso de estabilidade horizontal no eixo y considerando múltiplos destinos.

A seguir, apresentam-se as restrições de estabilidade horizontal do carregamento propostas para o problema:

$$\sum_{\substack{i \in \bar{M} \\ \{p' - l_i \geq 0\}}} \sum_{\substack{k \in K \\ \{k \geq k'\}}} \sum_{\substack{q \in Y_i^0 \\ \{q < q' + w_j \\ \{q > q' - w_i\}}} \sum_{\substack{r \in Z_{ic}^0 \\ \{r < r' + h_j \\ \{r > r' - h_i\}}} W_{ij} H_{ij} x_{ik(p' - l_i)qrc}$$

$$\geq \beta w_j h_j \cdot x_{jk'p'q'r'c} ,$$

em que:

$$W_{ij} = \min(q + w_i, q' + w_j) - \max(q, q') ;$$

$$H_{ij} = \min(r + h_i, r' + h_j) - \max(r, r') .$$

$$\begin{aligned}
 & j \in \bar{M}; \\
 & p' \in X_j^0 / \{0\}; \\
 & q' \in Y_j^0; \\
 & r' \in Z_{jc}^0; \\
 & k' \in K; \\
 & c \in C
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

$$\sum_{\substack{i \in \bar{M} \\ \{q' - w_i \geq 0\}}} \sum_{\substack{k \in K \\ \{k \geq k'\}}} \sum_{\substack{p \in X_i^0 \\ \{p < p' + l_j \\ \{p > p' - l_i\}}} \sum_{\substack{r \in Z_{ic}^0 \\ \{r < r' + h_j \\ \{r > r' - h_i\}}} L_{ij} H_{ij} x_{ikp(q' - w_i)rc}$$

$$\geq \gamma l_j h_j \cdot x_{jk'p'q'r'c} ,$$

em que:

$$L_{ij} = \min(p + l_i, p' + l_j) - \max(p, p') ;$$

$$H_{ij} = \min(r + h_i, r' + h_j) - \max(r, r') .$$

$$\begin{aligned}
 & j \in \bar{M}; \\
 & p' \in X_j^0; \\
 & q' \in Y_j^0 / \{0\}; \\
 & r' \in Z_{jc}^0; \\
 & k' \in K; \\
 & c \in C
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

As restrições (3.14) exigem que para um item do tipo $j \in \bar{M}$ e destino k' ser colocado na posição (p', q', r') do compartimento c , fora de uma camada, (i.e. $x_{jk'p'q'r'c} = 1$) a área total de contato entre sua face lateral da esquerda e a face lateral da direita de itens do tipo $i \in \bar{M}$ e destino $k \geq k'$ não seja menor do que a área da face lateral da esquerda desse item de tipo j (dada por $w_j \cdot h_j$) multiplicada por β . (veja o exemplo da Figura 3.10). O elemento zero é excluído do conjunto X_j^o , pois nesse caso o suporte horizontal, com relação ao eixo x , é provido pela face lateral da esquerda de um compartimento.

As restrições (3.15) exigem que para um item do tipo $j \in \bar{M}$ e destino k' ser colocado na posição (p', q', r') do compartimento c , fora de uma camada, (i.e., $x_{jk'p'q'r'c} = 1$) a área total de contato entre sua face lateral da frente e a face lateral do fundo de itens de tipo $i \in \bar{M}$ e destino $k \geq k'$ não seja menor do que a área da face lateral da frente desse item de tipo j (dada por $l_j \cdot h_j$) multiplicada por γ . (veja o exemplo da Figura 3.11). O elemento zero é excluído do conjunto Y_j^o , pois nesse caso o suporte horizontal, com relação ao eixo y , é provido pela face lateral da frente de um compartimento.

Note que assim como nas formulações de Junqueira (2009) e Junqueira et al. (2012a, 2012b), o uso das restrições de estabilidade apresentadas nesta seção em conjunto com as expressões (3.2), ou seja, admitindo apenas os padrões normais, pode causar perda de generalidade para a solução do problema. Veja mais detalhes no parágrafo final da Seção 2.1.2.1.2.

3.4 Resistência a empilhamento dos itens

Considere a seguinte notação adicional:

Parâmetros:

- P_i : peso de um item do tipo i ;
- σ_i : pressão máxima suportada em qualquer ponto da face superior de um item do tipo i .

Assim como Junqueira (2009) e Junqueira et al. (2012a), para considerar restrições de empilhamento, propõe-se que a pressão máxima suportada por qualquer ponto da face superior de um item não seja excedida pela pressão exercida por outros itens colocados acima dele. Note que, similarmente ao proposto pelos autores:

- a) as restrições de resistência a empilhamento são formuladas para o caso em que todos os itens devem estar apoiados com suas faces inferiores, com 100% de contato, nas faces superiores de outros itens, camadas ou na face inferior de um compartimento ($\alpha = 1$);
- b) admite-se que cada ponto da face superior de um item suporta a mesma pressão admissível e que a pressão exercida por um item é homogeneamente distribuída por cada ponto de sua face inferior.

Caso 1 – itens colocados em camadas

Neste caso, como admitido, o peso sobre uma camada é distribuído sobre todos os itens desta camada.

Observe que, como os itens são descarregados ao longo da rota, a pressão exercida sobre os itens de uma camada pode variar (em função da quantidade de itens contidos na camada e dos itens sobre ela). A figura seguinte ilustra um exemplo de padrão de empacotamento para um compartimento ao longo de uma rota com três destinos ($k = 1, 2$ e 3). Considere que apenas os itens visualizados na figura pertencem ao padrão de empacotamento, que o número escrito na face de um item corresponde a seu destino, e que $\psi_i = \psi_i = 3$.

Neste exemplo, quando os itens de destinos $k' \geq 1$ estão no contêiner (i.e., nenhum item foi ainda descarregado), a pressão exercida sobre os itens da camada de tipo i , colocada na posição $(0,0,r)$, é dada pelo peso dos itens colocados acima dessa camada de tipo i , $9 \cdot P_j$, dividido pela área total das faces superiores dos itens nessa camada de tipo i , $5 \cdot (w_i \cdot l_i)$. Similarmente, quando apenas os itens de destinos $k' \geq 2$ estão no contêiner, a pressão exercida sobre

os itens da camada de tipo i é dada por $8 \cdot P_j/3 \cdot (w_i \cdot l_i)$ e quando somente os itens de destinos $k' \geq 3$ estão no contêiner, essa pressão é dada por $2 \cdot P_j/3 \cdot (w_i \cdot l_i)$.

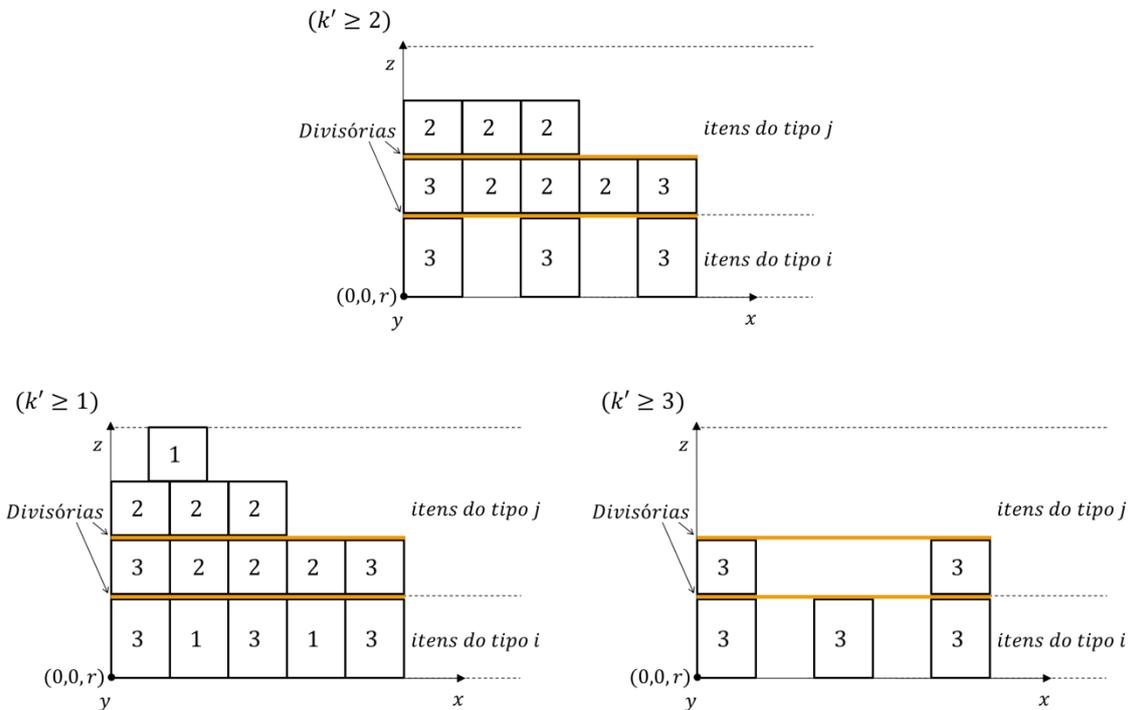


Figura 3.12 - Exemplo de padrão de empacotamento em diferentes destinos ao longo de uma rota.

Para cada valor de k avaliado (i.e., quando apenas os itens de destinos $k' \geq k$ estão no contêiner) as restrições de resistência a empilhamento devem ser atendidas; e, para tal, neste Caso 1, o peso total sobre uma camada de tipo i dividido pela área total das faces superiores dos itens nessa camada (i.e., a pressão exercida sobre cada item nessa camada) não deve ser maior do que a pressão máxima que qualquer ponto da face superior de um item de tipo i pode suportar (σ_i). De modo equivalente, com um único passo algébrico (para evitar divisões por zero), o peso total sobre uma camada do tipo i não deve ser maior do que a área total das faces superiores dos itens nessa camada multiplicada por σ_i (vide restrições (3.16) adiante).

Caso 2 – itens colocados fora de camadas

As restrições de resistência a empilhamento formuladas para os itens colocados fora de camadas são equivalentes às restrições de resistência a empilhamento propostas por Junqueira (2009) e Junqueira et al. (2012a), veja mais detalhes sobre essas restrições na seção 2.1.2.1.3 do capítulo de revisão. Observe que, diferentemente do que ocorre com os itens colocados em camadas, a pressão exercida sobre um item colocado fora delas não aumenta ao longo da rota, pois se admite que:

- a) a posição dos itens no contêiner não é modificada ao longo da rota nos eixos x e y ;
- b) qualquer item de tipo i , colocado fora de uma camada, deve estar apoiado com sua face inferior, com 100% de contato, na face superior de outros itens, camadas ou na face inferior de um compartimento, enquanto ele estiver no contêiner.

Por este motivo, é suficiente que as restrições de resistência a empilhamento para os itens colocados fora de uma camada sejam aplicadas somente para o instante em que todos os itens de destinos $k' \geq 1$ estão no contêiner (i.e., quando ainda nenhum item foi descarregado).

A seguir, apresentam-se as restrições de resistência a empilhamento dos itens propostas para o problema:

$$\begin{aligned}
& \sum_{j \in M} \sum_{\substack{\{k' \in K\} \\ \{k' \geq k\}}} \sum_{p' \in X_j^o} \sum_{q' \in Y_j^o} \sum_{\substack{\{r' \in Z_{jc}^o\} \\ \{r' > r\}}} P_j \cdot x_{jk'p'q'r'c} + \\
& \sum_{j \in M} \sum_{\substack{\{k' \in K\} \\ \{k' \geq k\}}} \sum_{\substack{\{r' \in Z_{jc}^o\} \\ \{r' > r\}}} P_j \cdot \hat{x}_{jk'r'c} \quad \begin{array}{l} r \in Z_c^o; \\ k \in K; \\ c \in C \end{array} \quad (3.16) \\
& \leq \sum_{i \in M} \sum_{\substack{\{k' \in K\} \\ \{k' \geq k\}}} w_i \cdot l_i \cdot \sigma_i \cdot \hat{x}_{ik'rc} + \mathcal{M} \cdot (1 - \hat{x}_{krc}^b),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{j \in \bar{M}} \sum_{\substack{\{k' \in K\} \\ \{k' \geq k\}}} \sum_{\substack{\{p' \in X_j^0\} \\ \{s-l_j < p' \leq s\}}} \sum_{\substack{\{q' \in Y_j^0\} \\ \{t-w_j < q' \leq t\}}} \sum_{\substack{\{r' \in Z_{jc}^0\} \\ \{r' > u\}}} \left(\frac{P_j}{l_j w_j} \right) x_{jk'p'q'r'c} \\
& \leq \sum_{i \in \bar{M}} \sum_{\substack{\{k' \in K\} \\ \{k' \geq k\}}} \sum_{\substack{\{p \in X_i^0\} \\ \{s-l_i < p \leq s\}}} \sum_{\substack{\{q \in Y_i^0\} \\ \{t-w_i < q \leq t\}}} \sum_{\substack{\{r \in Z_{ic}^0\} \\ \{u-h_i < r \leq u\}}} \sigma_i x_{ik'pqr} + \\
& \quad \mathcal{M} \cdot \left(1 - \sum_{i \in \bar{M}} \sum_{\substack{\{k' \in K\} \\ \{k' \geq k\}}} \sum_{\substack{\{p \in X_i^0\} \\ \{s-l_i < p \leq s\}}} \sum_{\substack{\{q \in Y_i^0\} \\ \{t-w_i < q \leq t\}}} \sum_{\substack{\{r \in Z_{ic}^0\} \\ \{u-h_i < r \leq u\}}} x_{ik'pqr} \right)
\end{aligned}
\tag{3.17}$$

$$\begin{aligned}
s & \in X^0; \\
t & \in Y^0; \\
u & \in Z_c^0; \\
k & = 1; \\
c & \in C
\end{aligned}$$

As restrições (3.16) exigem que, para qualquer $k \in K$, quando apenas os itens de destinos maiores ou iguais a k estão no contêiner, se houver alguma camada colocada na posição $(0,0,r)$ do compartimento $c \in C$ contendo itens (i.e., $\hat{x}_{krc}^b = 1$), então o peso total dos itens sobre ela (calculado pela parcela do lado esquerdo do sinal de desigualdade) não deve ser maior do que o peso total que essa camada pode suportar sobre ela (dado pela multiplicação da área total das faces superiores dos itens nessa camada pela pressão máxima que qualquer ponto da face superior desses itens pode suportar). Caso contrário (i.e., $\hat{x}_{krc}^b = 0$), as restrições (3.16) são redundantes, pois o valor do lado direito do sinal de desigualdade é \mathcal{M} .

As restrições (3.17) exigem que: caso haja algum item do tipo $i \in \bar{M}$, de destino $k' \geq k$, colocado fora de uma camada em uma posição (p,q,r) do compartimento c , ocupando a posição (s,t,u) deste compartimento (i.e., $x_{ik'pqr} = 1$), então a pressão máxima que pode ser suportada por qualquer ponto da face superior desse item (σ_i) não pode ser excedida pela pressão total exercida pelos itens de tipo j , de destinos $k' \geq k$, colocados acima dessa posição (s,t,u) (essa pressão total é calculada pela parcela do lado esquerdo do sinal de desigualdade); caso contrário, essas restrições são redundantes (o valor do lado direito do sinal de desigualdade é \mathcal{M}). Observe que essas restrições são definidas somente para $k = 1$ (quando ainda nenhum item foi descarregado do contêiner), pois, como

explicado anteriormente nesta seção, a pressão aplicada sobre os itens colocados fora de camadas não aumenta ao longo da rota.

Convém notar que, diferentemente das restrições de resistência a empilhamento usadas por Junqueira (2009) e Junqueira et al. (2012a), nas restrições (3.17), mesmo com $\alpha = 1$, nem sempre haverá um item (colocado fora de camadas) que contém a posição de referência (s, t, u) se houver outro item acima dela. Isto acontece, pois agora esta posição de referência pode estar contida em uma camada. Para contornar essa dificuldade, foi necessário adicionar o segundo termo do lado direito do sinal de desigualdade (que multiplica \mathcal{M}). Veja mais sobre esta posição de referência e as restrições de resistência a empilhamento usadas pelos autores na Seção 2.1.2.1.3.

3.5 Distribuição de peso

As restrições de distribuição de peso aqui avaliadas são relativas ao balanceamento de peso no contêiner.

Considere a seguinte notação adicional:

Parâmetros:

g^{vx}, g^{vy} : centro de gravidade desejado para os itens dentro do contêiner em qualquer destino, respectivamente, nos eixos x e y . Esse centro de gravidade (uma posição) é definido usando o sistema de coordenadas do contêiner (veja a Seção 3.1);

P_k^Δ : peso total da carga quando apenas os itens de destinos $k' \geq k$ estão no contêiner;

$\varepsilon^x, \varepsilon^y$: valores de tolerância utilizados para definir, respectivamente, as variáveis θ_k^x e θ_k^y , $k \in K$, tal que $\varepsilon^x \geq 0, \varepsilon^y \geq 0$;

τ_i^x, τ_i^y : respectivamente para os eixos x e y , o centro de gravidade do item $i \in \bar{M}$. Esse centro de gravidade é definido no sistema de coordenadas do próprio item, cuja origem, posição $(0,0,0)$ corresponde ao FLLC do referido item;

ω^{dev} : peso relativo para os desvios de balanceamento de peso no contêiner.

Variáveis:

g_k^x, g_k^y : variáveis auxiliares, não necessariamente inteiras e não negativas, que definem o centro de gravidade da carga no contêiner, respectivamente nos eixos x e y , quando apenas os itens de destinos $k' \geq k$ estão nesse contêiner. Esse centro de gravidade é definido usando o sistema de coordenadas do contêiner;

d_k^v : distância euclidiana entre os centros (g_k^x, g_k^y) e (g^{vx}, g^{vy}) , $d_k^v = \sqrt{(g^{vx} - g_k^x)^2 + (g^{vy} - g_k^y)^2}$;

θ_k^x, θ_k^y : variáveis de decisão, não inteiras e não negativas, que definem os desvios de balanceamento (i.e., o desbalanceamento) de peso no contêiner, respectivamente nos eixos x e y , quando apenas os itens de destinos $k' \geq k$ estão nesse contêiner.

Para formular as restrições de balanceamento de peso, como admitido, o centro de gravidade de uma camada é sempre definido em seu centro geométrico (i.e., $\frac{L^{comp}}{2}$ para o eixo x e $\frac{W^{comp}}{2}$ para o eixo y). Esse centro de gravidade é definido no sistema de coordenadas da própria camada, cuja origem, posição $(0,0,0)$, corresponde ao FLLC da camada.

Na literatura, trabalhos que contemplam o balanceamento de peso no contêiner, e.g., Gehring e Bortfeldt (1997), Davies e Bischoff (1999) e Eley (2002), consideram desejável reduzir, ou manter abaixo de um valor limite, a distância entre o centro de gravidade da carga e o centro de gravidade desejável para o contêiner (usualmente o seu centro geométrico). O esquema da Figura 3.13 ilustra possíveis posições para esses centros, g^{vx}, g^{vy} e g_k^x, g_k^y , para um determinado destino k , projetados na face inferior de um contêiner com quatro compartimentos.

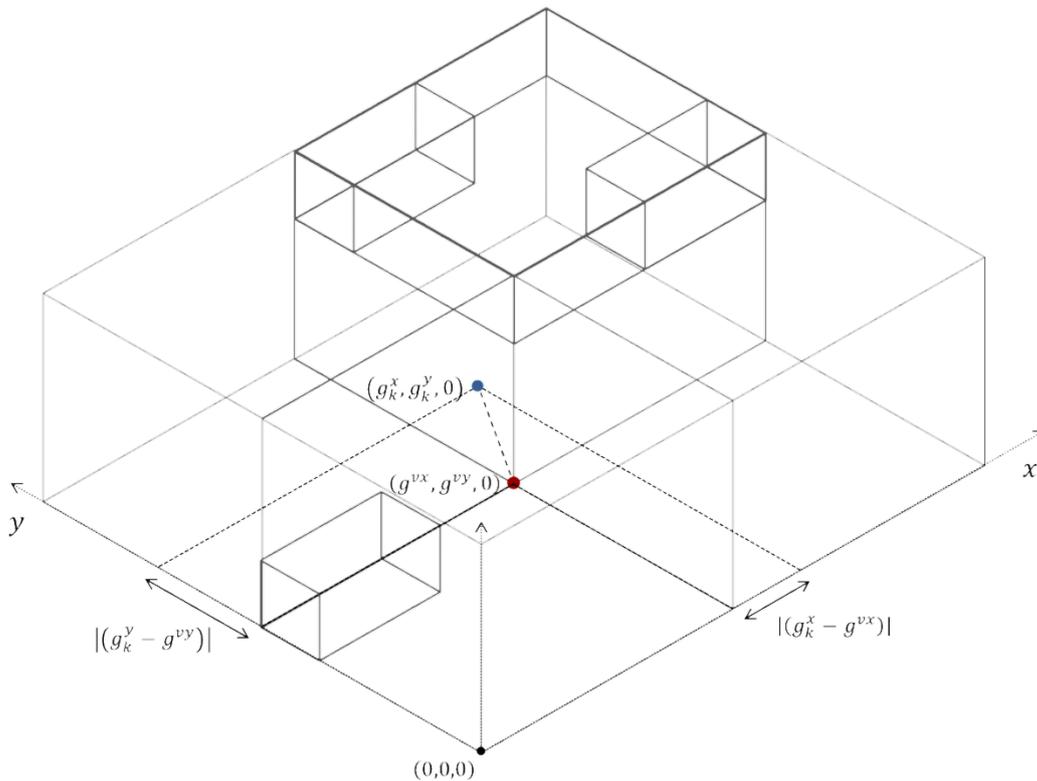


Figura 3.13 - Esquema para exemplificar o balanceamento de peso no contêiner.

No problema abordado nesta tese, deseja-se que o contêiner esteja balanceado, nos eixos x e y , ao longo de toda a rota (i.e., quando nenhum dos itens foi descarregado ainda e após descarregá-los em cada destino). Para tal, uma possibilidade seria buscar reduzir a distância entre os centros (g^{vx}, g^{vy}) e (g_k^x, g_k^y) para cada destino $k \in K$. No entanto, note que pode ser mais importante reduzir a distância entre esses centros nos instantes em que o peso da carga no contêiner é maior, já que um carregamento "pesado" pode gerar um "grande" desbalanceamento (desvio de balanceamento) de peso no contêiner mesmo com uma "pequena" distância entre os centros (g^{vx}, g^{vy}) e (g_k^x, g_k^y) . Com base nesta observação, uma possibilidade para calcular esses desvios, quando somente os itens de destinos $k' \geq k \in K$ estão no contêiner, é através da seguinte fórmula:

$$P_k^\Delta \cdot d_k^v \quad (3.18)$$

A relação (3.18) pode ser entendida como a *força torque* (ou momento de força) aplicada no contêiner pela sua carga, quando apenas os itens de destinos

$k' \geq k \in K$ compõem essa carga. Nesse caso, o ponto (g^{vx}, g^{vy}) é considerado o *ponto pivô*, a distância entre os centros (g_k^x, g_k^y) e (g^{vx}, g^{vy}) é considerada o *braço do momento*, e o peso P_k^Δ é considerado a *carga pontual* que exerce força no ponto (g_k^x, g_k^y) . Veja mais sobre esses conceitos de física em, por exemplo, Halliday et al. (2010).

Esses desvios de balanceamento de peso no contêiner podem ser calculados de maneira análoga somente para o eixo x com (3.19) e somente para o eixo y com (3.20):

$$P_k^\Delta |(g_k^x - g^{vx})| \quad (3.19)$$

$$P_k^\Delta |(g_k^y - g^{vy})| \quad (3.20)$$

Para evitar restrições e funções objetivo não lineares, propomos calcular os desvios de balanceamento de peso no contêiner separadamente para os eixos x e y , de acordo com (3.19) e (3.20), originando as restrições (3.24) e (3.25). Seguindo a definição do problema, as restrições de balanceamento de peso são aqui consideradas fracas, portanto, propomos penalizá-las na função objetivo.

As restrições e função objetivo propostas para contemplar o balanceamento de peso no contêiner para o problema são apresentadas a seguir:

$$\text{Min } \omega^{dev} \sum_{k \in K} (\theta_k^x + \theta_k^y) \quad (3.21)$$

$$g_k^x = \frac{\left(\sum_{i \in M} \sum_{\substack{\{k' \in K\} \\ \{k' \geq k\}}} \sum_{c \in C} \sum_{p \in X_i^o} \sum_{q \in Y_i^o} \sum_{r \in Z_{ic}^o} P_i (p_c + p + \tau_i^x) x_{ik'pqr} + \sum_{i \in M} \sum_{\substack{\{k' \in K\} \\ \{k' \geq k\}}} \sum_{c \in C} \sum_{r \in Z_{ic}^o} P_i \left(p_c + \frac{L^{comp}}{2} \right) \hat{x}_{ik'rc} \right)}{P_k^\Delta}, \quad k \in K \quad (3.22)$$

$$g_k^y = \frac{\left(\frac{\sum_{i \in \bar{M}} \sum_{\substack{\{k' \in K\} \\ \{k' \geq k\}}} \sum_{c \in C} \sum_{p \in X_i^o} \sum_{q \in Y_i^o} \sum_{r \in Z_{ic}^o} P_i(q_c + q + \tau_i^y) x_{ik'pqr} + \sum_{i \in M} \sum_{\substack{\{k' \in K\} \\ \{k' \geq k\}}} \sum_{c \in C} \sum_{r \in Z_{ic}^o} P_i\left(q_c + \frac{W^{comp}}{2}\right) \hat{x}_{ik'rc}}{P_k^\Delta} \right)}{P_k^\Delta}, \quad k \in K \quad (3.23)$$

$$\theta_k^x \geq P_k^\Delta (g_k^x - g^{vx}) - \varepsilon^x$$

$$\theta_k^x \geq P_k^\Delta (g^{vx} - g_k^x) - \varepsilon^x, \quad k \in K \quad (3.24)$$

$$\theta_k^y \geq P_k^\Delta (g_k^y - g^{vy}) - \varepsilon^y$$

$$\theta_k^y \geq P_k^\Delta (g^{vy} - g_k^y) - \varepsilon^y, \quad k \in K \quad (3.25)$$

$$\theta_k^x, \theta_k^y \in \mathbb{R}, \quad \theta_k^x \geq 0 \text{ e } \theta_k^y \geq 0, \quad k \in K \quad (3.26)$$

A função objetivo (3.21) minimiza as penalizações com os desvios de balanceamento de peso no contêiner (mais detalhes destas penalizações são apresentados à frente, vide (3.32)).

As restrições (3.22) e (3.23), respectivamente, definem as variáveis (auxiliares) g_k^x e g_k^y . Note nessas restrições que $(p_c + p + \tau_i^x)$ e $(q_c + q + \tau_i^y)$ correspondem, respectivamente nos eixos x e y , à posição do centro de gravidade de um item $i \in \bar{M}$, definida no sistema de coordenadas do contêiner; e de maneira análoga, que $(p_c + \frac{L^{comp}}{2})$ e $(q_c + \frac{W^{comp}}{2})$ correspondem, respectivamente nos eixos x e y , à posição do centro de gravidade de uma camada $i \in M$, também definida no sistema de coordenadas do contêiner.

As restrições (3.24) e (3.25) definem os desvios de balanceamento de peso no contêiner para os eixos x e y . Esses desvios, quando apenas os itens de destinos $k' \geq k \in K$ estão no contêiner, são dados pela distância, em módulo, entre o centro de gravidade da carga e o centro de gravidade desejável para o contêiner, multiplicada pelo peso da carga no contêiner. Esses desvios são contabilizados se maiores do que as tolerâncias ε^x e ε^y , respectivamente para os eixos x e y . Convém notar que essas restrições somente são válidas em conjunto com a função objetivo (3.21), que penaliza esses desvios. Observe ainda que para

manter a formulação linear, uma função módulo é definida, sem perda de generalidade, com duas desigualdades lineares.

As restrições (3.26) definem o domínio das variáveis de decisão.

Note que o uso das restrições e função objetivo apresentadas nesta seção, desenvolvidas para contemplar o balanceamento de peso no contêiner, em conjunto com as equações (3.2), ou seja, admitindo apenas os padrões normais, pode causar perda de generalidade para a solução do problema¹². Para demonstrar essa possibilidade, considere um exemplar didático do problema (3.4), (3.6)-(3.17), (3.21)-(3.26) formado por um contêiner com $(L^{comp}, W^{comp}, H_1^{comp}, H_2^{comp}) = (10, 10, 10, 10)$, $(p_1, q_1) = (0, 0)$, $(p_2, q_2) = (10, 0)$ e $(g^{vx}, g^{vy}) = (10, 5)$; em que um único tipo de item com $(l_1, w_1, h_1) = (5, 5, 10)$, $(\tau_1^x, \tau_1^y) = (l_1/2, w_1/2)$, com $b_1 = 1$ deve ser empacotado. Considere ainda que $\beta = \gamma = 0$, isso é, as restrições de estabilidade horizontal são desconsideradas. A solução ótima desse exemplar quando os conjuntos de posições X^o, Y^o e $Z_c^o, c \in C$ são definidos pelas expressões (3.2) é representada na ilustração (a) da Figura 3.14. Enquanto que a solução ótima desse mesmo exemplar quando essas posições são definidas pelas expressões (3.1) é representada na ilustração (b) da Figura 3.14. Note que a solução da ilustração (a) é pior do que a solução da ilustração (b), pois a distância do centro de gravidade do item encontra-se mais distante do centro de gravidade desejado para o contêiner (representado por um triângulo nessa figura).

¹² Em Queiroz e Miyazawa (2013) também é apresentado um caso de perda de generalidade da solução ao considerar restrições de balanceamento de peso e apenas a geração de padrões normais, para um problema de empacotamento bidimensional. Um resumo da contribuição desses autores é apresentado na Seção 2.1.2.

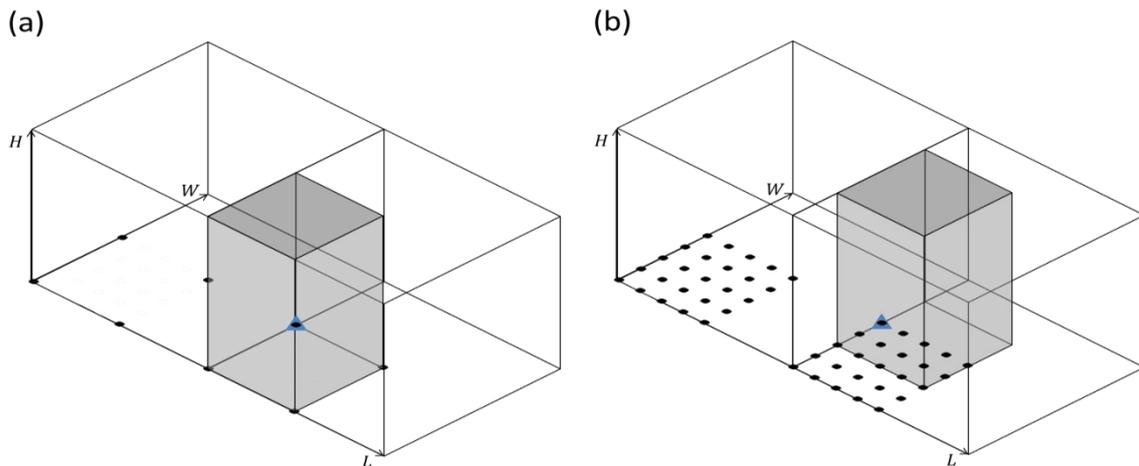


Figura 3.14 - Exemplos de solução ótima para um exemplar didático do problema quando apenas padrões normais são admitidos (a) e quando o conjunto completo das posições no contêiner é admitido (b), para ilustrar um caso de perda de generalidade da solução considerando o balanceamento de peso no contêiner.

3.6 Remanejamento dos itens

Um item de destino k' (i.e., descarregado no destino k') precisa ser remanejado em um destino k , com $k' > k$, somente se ele estiver sobre itens desse destino k . Como foi admitido, o remanejamento de itens em um destino k consiste em retirá-los e colocá-los temporariamente em uma região fora do contêiner e, imediatamente após o descarregamento de toda a carga do destino k , colocá-los de volta no contêiner.

Observe que apenas o descarregamento dos itens empacotados em camadas pode causar o remanejamento de itens, pois os itens empacotados fora de camadas, como admitido: devem estar sobre qualquer camada no mesmo compartimento; devem estar apoiados com suas faces inferiores, com 100% de contato, nas faces superiores de outros itens, camadas ou na face inferior de um compartimento, enquanto estiverem no contêiner (veja também a Seção 3.4). Como consequência, observe que os itens empacotados fora de camadas são sempre descarregados diretamente, sem incorrer em remanejamento (ao descarregá-los, não há itens de outros destinos sobre eles).

A Figura 3.15 e Figura 3.16 apresentam exemplos para ilustrar casos de remanejamento. Cada um desses exemplos mostra um padrão de empacotamento

em um compartimento nos instantes em que apenas os itens de destinos $k' \geq 1$, $k' \geq 2$ e $k' \geq 3$ estão no contêiner. Considere que apenas os itens visualizados pertencem ao respectivo padrão, que o número escrito na face de um item corresponde ao seu destino, e que $\psi_i = \psi_j = 3$.

No exemplo da Figura 3.15, o padrão de empacotamento não exige que os itens sejam remanejados, pois eles podem ser retirados diretamente desse padrão na sequência de entrega (i.e., $k = 1, 2$ e 3 , nesta ordem).

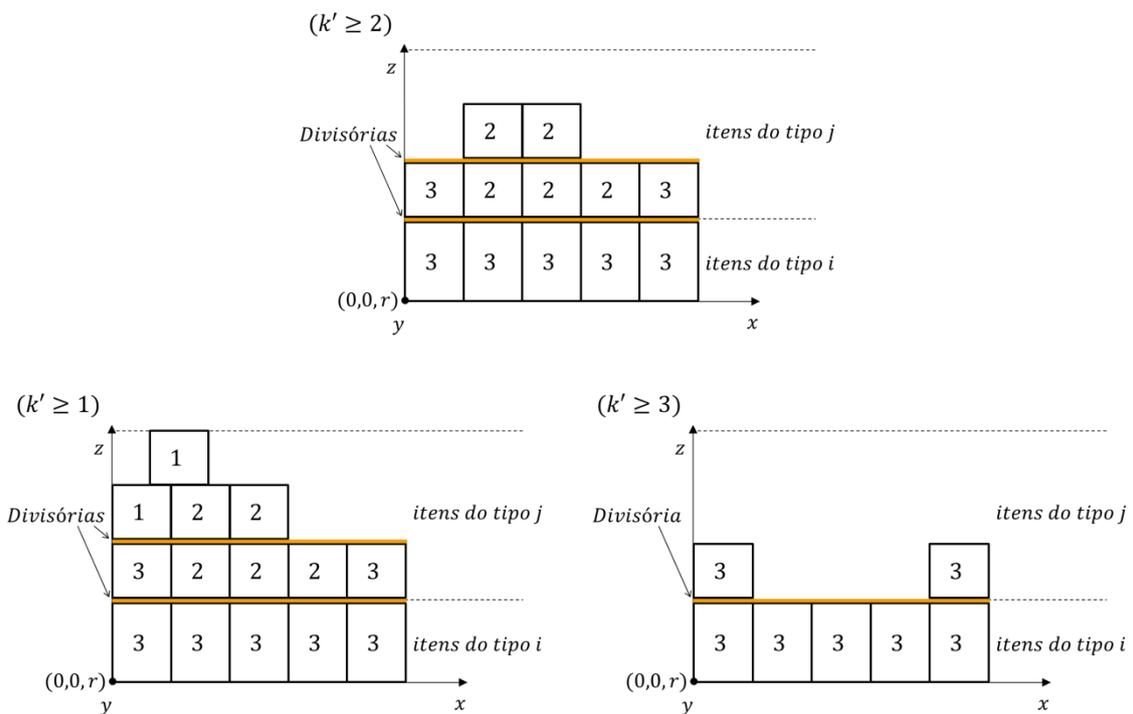


Figura 3.15 - Exemplo de padrão de empacotamento que não exige remanejamento.

Já no exemplo da Figura 3.16 o padrão de empacotamento exige que alguns itens sejam remanejados. Neste exemplo, ao descarregar os itens do destino $k = 1$, dois itens de destino $k = 2$ são remanejados; e ao descarregar itens do destino $k = 2$, um item de destino $k = 3$ é remanejado.

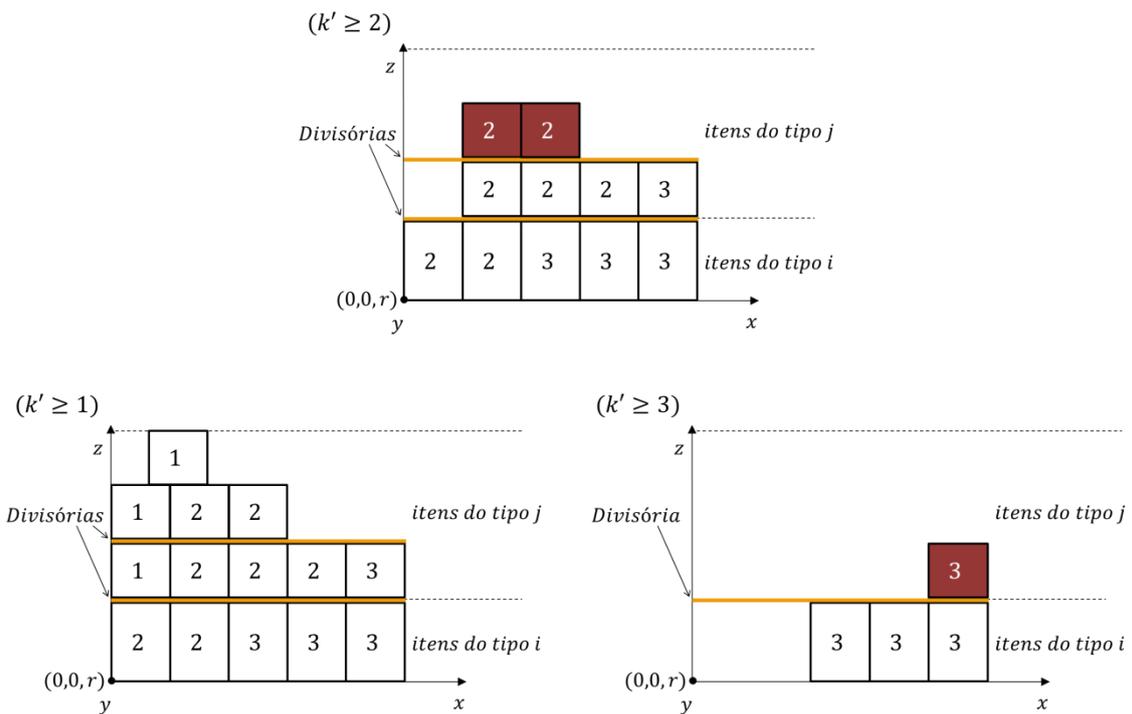


Figura 3.16 - Exemplo de padrão de empacotamento que exige remanejamento.

Considere a seguinte notação adicional:

Parâmetros:

ω^z : peso relativo para o remanejamento de itens;

ω^{zp}, ω^{zq} : pesos relativos, respectivamente, para o peso e para a quantidade de itens remanejados.

Variáveis:

\hat{x}_{krc}^d : variável binária de decisão que é igual a 1 se uma camada colocada na posição $(0, 0, r)$, $r \in Z_c^0$, do compartimento $c \in C$ contém itens de destino $k \in K$; e é igual a 0, caso contrário;

z_{jkc} : variável inteira de decisão que define a quantidade de itens de tipo $j \in M$, ou de tipo $j' \in \bar{M}$ se $f_{j,j'}^{id}$ for verdadeiro (i.e., se j e j' correspondem ao mesmo tipo de item), remanejados no compartimento $c \in C$ e no destino $k \in K$.

As restrições e função objetivo propostas para contemplar o remanejamento de itens para o problema são detalhadas a seguir:

$$\text{Min } \omega^z \cdot \sum_{j \in M} \sum_{k \in K/\{|K|\}} \sum_{c \in C} (\omega^{zq} + \omega^{zp} P_j) z_{jkc} \quad (3.27)$$

$$\mathcal{M}(1 - \hat{x}_{krc}^d) + z_{jkc} \geq \begin{matrix} r \in Z_c^o / \\ \{Max_{r' \in Z_c^o}(r')\}; \\ k \in K/\{|K|\}; \\ j \in M; \\ c \in C \end{matrix} \quad (3.28)$$

$$\sum_{\substack{\{k' \in K\} \\ \{k' > k\}}} \left(\sum_{\substack{\{r' \in Z_c^o\} \\ \{r' > r\}}} \hat{x}_{jk'r'c} + \sum_{\substack{\{j' \in \bar{M}\} \\ \{se f_{j,j'}^{id}\}}} \sum_{\substack{\{r' \in Z_c^o\} \\ \{r' > r\}}} \sum_{p' \in X_{j'}^o} \sum_{q' \in Y_{j'}^o} x_{j'k'p'q'r'c} \right),$$

$$\sum_{\substack{\{i \in M\} \\ \{r \leq H_c^{comp} - h_i\}}} \hat{x}_{ikrc} \leq \mathcal{M} \cdot \hat{x}_{krc}^d, \quad \begin{matrix} r \in Z_c^o / \{Max_{r' \in Z_c^o}(r')\}; \\ k \in K/\{|K|\}; \\ c \in C \end{matrix} \quad (3.29)$$

$$\hat{x}_{krc}^d \in \{0,1\}, \quad \begin{matrix} r \in Z_c^o / \{Max_{r' \in Z_c^o}(r')\}; \\ k \in K/\{|K|\}; \\ c \in C \end{matrix} \quad (3.30)$$

$$z_{jkc} \in \mathbb{N}, \quad \begin{matrix} j \in M; \\ k \in K/\{|K|\}; \\ c \in C \end{matrix} \quad (3.31)$$

A função objetivo (3.27) minimiza as penalizações com o remanejamento dos itens ao longo da rota, dada pela quantidade e peso dos itens remanejados no destino $k \in K/\{|K|\}$. Note que o último destino $k = |K|$ é desconsiderado, porque não existe remanejamento nele, por definição (ao chegar neste destino, todos os itens dos destinos anteriores já terão sido descarregados).

As restrições (3.28) definem as variáveis z_{jkc} . Para um compartimento $c \in C$, essas restrições identificam os casos em que itens de destinos k' , de tipo $j \in M$, ou de tipo $j' \in \bar{M}$ se $f_{j,j'}^{id}$ for verdadeiro (i.e., se j e j' correspondem ao mesmo tipo de item), são colocados sobre uma camada que contém itens de destino k , com $k' > k$. Observe que, nesse caso, esses itens colocados acima (somados pela

parcela do lado direito do sinal de desigualdade) precisarão ser remanejados no destino k (i.e., serão dados por z_{jkc}). Note que se não houver uma camada com itens de destino k , na posição $(0,0,r)$ do compartimento c avaliado (i.e., $\hat{x}_{krc}^d = 0$) as restrições (3.28) são redundantes, pois o valor do lado esquerdo do sinal de desigualdade torna-se igual a \mathcal{M} . Observe também que essas restrições somente são válidas em conjunto com a função objetivo (3.27), que penaliza o remanejamento dos itens.

As restrições (3.29) relacionam as variáveis \hat{x}_{krc}^d . Observe que a existência de pelo menos um item de destino k em uma camada colocada na posição $(0,0,r)$ do compartimento c avaliado (i.e., $\sum_{i \in M} \hat{x}_{ikrc} \geq 1$) exige corretamente que a variável \hat{x}_{krc}^d seja igual a 1.

As restrições (3.30)-(3.31) definem o domínio das variáveis de decisão. Note que a variável z_{jkc} não está definida para $k = |K|$, pois, conforme mencionado antes, não existe remanejamento no último destino do contêiner. Observe que como a variável \hat{x}_{krc}^d é usada para definir z_{jkc} ela também não precisou ser definida para $k = |K|$. Adicionalmente, note que a variável \hat{x}_{krc}^d não está definida para $r = \text{Max}_{r' \in Z_c^o}(r')$, pois nenhum item pode ser colocado acima da posição $(0,0, \text{Max}_{r' \in Z_c^o}(r'))$, a posição de maior altura do compartimento c . Isto é, se houver uma camada nesta posição r , não é preciso verificar se existem itens acima que precisem ser remanejados.

Como foi admitido, minimizar o remanejamento dos itens deve ser sempre uma prioridade em relação ao desbalanceamento de peso no contêiner. Para tal, é suficiente que as penalizações com os desvios de balanceamento de peso no contêiner, $\omega^{dev} \sum_{k \in K} (\theta_k^x + \theta_k^y)$, sejam valoradas de modo que sejam menores do que a menor penalidade possível com remanejamento, $\omega^z [\omega^{zq} + \text{Min}_{i \in M} (\omega^{zp} P_i)]$.

Sendo $P_k^\Delta \cdot L - \varepsilon^x$ e $P_k^\Delta \cdot W - \varepsilon^y$, respectivamente os limitantes superiores¹³ para as variáveis θ_k^x e θ_k^y , define-se:

$$\omega^{dev} = \frac{\omega^z [\omega^{zq} + \text{Min}_{i \in M} (\omega^{zp} P_i)]}{1 + \sum_{k \in K} (P_k^\Delta \cdot L - \varepsilon^x + P_k^\Delta \cdot W - \varepsilon^y)} \quad (3.32)$$

3.7 Versão revisada

A seguir, apresentam-se modificações na modelagem do problema para tratar um caso de geração de “buracos” no padrão de empacotamento quando todos os itens de uma camada são descarregados.

Como foi admitido, a posição dos itens colocados no contêiner pode ser modificada no eixo z no caso em que todos os itens de uma camada j são descarregados. Neste caso, todos os itens que eventualmente estavam acima desta camada j , no mesmo compartimento, são movimentados para baixo até serem apoiados em outra camada, ou na face inferior do compartimento.

A Figura 3.17 apresenta um exemplo que ilustra este caso. Neste exemplo, é mostrado um padrão de empacotamento para um compartimento antes e depois de descarregar os itens do destino 1. Considere que apenas os itens visualizados pertencem ao padrão de empacotamento, que o número escrito na face de um item corresponde ao seu destino, e que $\psi_i = \psi_j = 3$.

Observe que o padrão de empacotamento da Figura 3.17 é infactível para as restrições de estabilidade vertical (3.11) e (3.12) apresentadas anteriormente. Essas restrições exigem que itens somente podem estar sobre uma camada de tipo i se ela contém uma quantidade mínima de itens (ψ_i). No entanto, observe que o “buraco” gerado ao descarregar todos os itens da camada de tipo i poderia

¹³ Os desvios de balanceamento de peso no contêiner, quando apenas os itens de destinos $k \in K$ estão nele, em um caso hipotético extremo em que a distância entre os centros de gravidade (da carga e o desejado para o contêiner) é dada pelo comprimento desse contêiner, para os desvios no eixo x , e pela largura desse contêiner, para os desvios no eixo y .

ser desconsiderado, e os itens acima dele poderiam ser considerados apoiados na camada imediatamente abaixo (ou na face inferior do compartimento, caso não houvesse camadas abaixo).

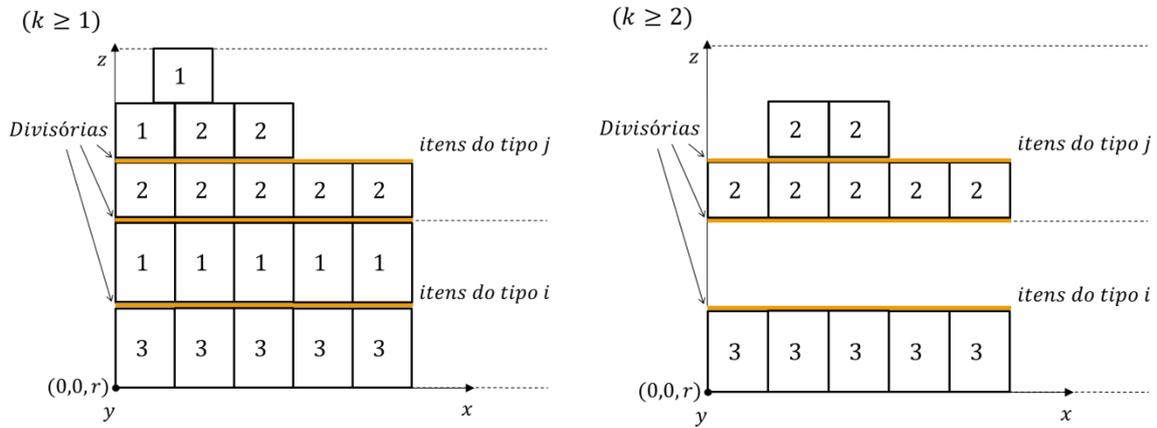


Figura 3.17 - Exemplo de padrão de empacotamento com um “buraco” gerado ao descarregar todos os itens de uma camada.

Para admitir a geração desse tipo de buraco no padrão (de maneira que exemplos como o da Figura 3.17 sejam factíveis), propõe-se que as restrições de estabilidade vertical, para os casos em que o suporte é provido por uma camada, sejam modificadas para exigir que:

- a) um item de destino k' , colocado fora de uma camada, somente pode ser colocado em uma posição em que qualquer camada do tipo i eventualmente colocada abaixo dele, no mesmo compartimento, contenha zero ou, pelo menos, ψ_i itens enquanto esse item de destino k' não for descarregado;
- b) da mesma forma, uma camada de tipo j somente pode ser colocada em uma posição em que qualquer camada do tipo i eventualmente colocada abaixo dela, no mesmo compartimento, contenha zero ou, pelo menos, ψ_i itens enquanto todos os itens dessa camada de tipo j não forem descarregados.

Para contemplar a geração desses “buracos” no padrão de empacotamento propõe-se substituir as restrições (3.11)-(3.12) pelas restrições (3.33)-(3.35):

$$\begin{aligned}
& \sum_{\substack{i \in \bar{M} \\ \{r' - h_i \geq 0\}}} \sum_{\substack{k \in K \\ \{k \geq k'\}}} \sum_{\substack{p \in X_i^0 \\ \{p < p' + l_j\} \\ \{p > p' - l_i\}}} \sum_{\substack{q \in Y_i^0 \\ \{q < q' + w_j\} \\ \{q > q' - w_i\}}} L_{ij} W_{ij} x_{ikpqr'(r'-h_i)c} + \\
& \alpha l_j w_j \sum_{\substack{i \in \bar{M} \\ \{r' - h_i \geq 0\}}} \sum_{k \in K} \hat{x}_{ik(r'-h_i)c} \geq \alpha l_j w_j \cdot x_{jk'p'q'r'c} , \\
& \qquad \qquad \qquad j \in \bar{M}; k' \in K; \\
& \qquad \qquad \qquad p' \in X_j^0; q' \in Y_j^0; \\
& \qquad \qquad \qquad r' \in Z_{jc}^0 / \{0\}; \\
& \qquad \qquad \qquad c \in C
\end{aligned} \tag{3.33}$$

em que:

$$\begin{aligned}
L_{ij} &= \min(p + l_i, p' + l_j) - \max(p, p'); \\
W_{ij} &= \min(q + w_j, q' + w_j) - \max(q, q').
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{\substack{i \in \bar{M} \\ \{r' - h_i \geq 0\}}} \sum_{k \in K} \hat{x}_{ik(r'-h_i)c} \geq \sum_{\substack{j \in \bar{M} \\ \{r' \leq H_c^{comp} - h_j\}}} \hat{x}_{jr'c} , \\
& \qquad \qquad \qquad r' \in Z_c^0 / \{0\}; \\
& \qquad \qquad \qquad c \in C
\end{aligned} \tag{3.34}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{\substack{i \in \bar{M} \\ \{r' \leq H_c^{comp} - h_i\}}} \sum_{\substack{k \in K \\ \{k \geq k'\}}} \frac{1}{\psi_i} \cdot \hat{x}_{ikr'c} + (1 - \hat{x}_{k'r'c}^b) \\
& \qquad \qquad \qquad \geq \hat{x}_{k'r'c}^b + \sum_{\substack{j \in \bar{M} \\ \{r \leq H_c^{comp} - h_j\} \\ \{q \leq W_c^{comp} - w_j\} \\ \{p \leq L_c^{comp} - l_j\}}} \sum_{\substack{k \in K \\ \{k \geq k'\}}} x_{jkpqr'c} , \\
& \qquad \qquad \qquad k' \in K; \\
& \qquad \qquad \qquad p \in X^0; \\
& \qquad \qquad \qquad q \in Y^0; \\
& \qquad \qquad \qquad r \in Z_c^0 / \{0\}; \\
& \qquad \qquad \qquad r' \in Z_c^0 | r' < r; \\
& \qquad \qquad \qquad c \in C
\end{aligned} \tag{3.35}$$

em que:

As restrições (3.33) exigem que para um item do tipo $j \in \bar{M}$ e destino k' ser colocado na posição (p', q', r') do compartimento $c \in C$, fora de uma camada, (i.e., $x_{jk'p'q'r'c} = 1$):

a área total de contato entre sua face inferior e a face superior de itens do tipo $i \in \bar{M}$ e destino $k \geq k'$ (calculada pela 1ª parcela dessas restrições) não deve ser menor do que a área da face inferior do item de tipo j (dada por $l_j \cdot w_j$) multiplicada por α (veja o exemplo da Figura 3.7), ou;

a sua face inferior deve estar em contato com a face superior de alguma camada do tipo $i \in M$ (i.e., $\sum_{\{i \in \bar{M} | r' - h_i \geq 0\}} \sum_{k \in K} \hat{x}_{ik(r'-h_i)c} \geq 1$).

Note que devido às restrições de sobreposição somente um desses dois casos anteriores podem ocorrer (i.e., somente uma das duas parcelas do lado esquerdo do sinal de desigualdade pode ter valor positivo). O elemento zero é excluído do conjunto Z_{jc}^o , pois nesse caso o suporte vertical é provido pela face inferior do compartimento.

As restrições (3.34) exigem que itens só podem estar em uma camada $j \in M$ colocada na posição $(0,0,r')$ do compartimento $c \in C$ (i.e., $\hat{x}_{jr'c}^a = 1$) se: a face inferior dessa camada estiver em contato com a face superior de alguma camada do tipo $i \in M$ (i.e., $\sum_{\{i \in M | r' - h_i \geq 0\}} \sum_{k \in K} \hat{x}_{ik(r' - h_i)c} \geq 1$). O elemento zero é excluído do conjunto Z_c^o , pois nesse caso o suporte vertical é provido pela face inferior do compartimento.

Observe que diferentemente das restrições (3.11) e (3.12), as restrições (3.33) e (3.34) permitem que um item seja colocado sobre uma camada com qualquer quantidade positiva de itens. As restrições que limitam a quantidade de itens em uma camada, em cada destino, são as restrições (3.35) explicadas a seguir.

As restrições (3.35) exigem que, para qualquer $k' \in K$, quando apenas os itens de destinos $k \geq k'$ estão no contêiner: um item ou uma camada só podem estar em uma posição (p,q,r) do compartimento $c \in C$ se qualquer camada do tipo i colocada abaixo deles (i.e., em posições $(0,0,r')$ do mesmo compartimento) contém zero (i.e., $\hat{x}_{k'r'c}^b = 0$) ou pelo menos ψ_i itens (i.e., $\sum_{i \in M} \sum_{\substack{\{k \in K\} \\ \{k \geq k'\}}} \hat{x}_{ikr'c} \geq \psi_i$). Observe que, devido às restrições de não sobreposição, o valor máximo que o lado direito do sinal de desigualdade pode assumir é 1 (i.e., somente um item ou uma camada é colocada na posição (p,q,r) do compartimento $c \in C$).

3.8 Considerações finais do capítulo

Foi apresentada uma proposta de modelagem para o problema, representando-o como um Problema de Programação Linear Inteira Mista (PPLIM). Modelos lineares são frequentemente desejados devido à existência de técnicas e métodos de sucesso na literatura que podem ser aplicados a eles, e também por serem

usualmente mais tratáveis computacionalmente do que as respectivas versões não-lineares. Outras possíveis modelagens lineares para esse problema podem ser investigadas no futuro. Por exemplo, no lugar das variáveis \hat{x}_{ikrc} , poder-se-ia usar o seguinte conjunto de variáveis:

\hat{x}_{fikrc} : variável binária de decisão que é igual a 1 se o f -ésimo item de uma camada de tipo i está em uma camada colocada na posição $(0,0,r)$ do compartimento $c \in C$ e esse item é de destino k . Caso contrário, esta variável é igual a 0.

Note que a variável \hat{x}_{fikrc} guarda uma informação desnecessária para o problema: se um determinado item de uma camada i é o item $f = 1, f = 2, \dots$, ou $f = Q_i^{max}$ dessa camada. Essa informação adicional pode ser entendida como a *posição* em que o item é colocado em uma camada e pode permitir uma grande quantidade de soluções simétricas, pois certa quantidade de itens de destino k na camada poderia ser representada de diferentes maneiras (todas equivalentes para o problema). Para contornar isso, poder-se-ia gerar restrições de “conectividade”, por exemplo, impondo que os itens colocados na camada sempre ocupem as primeiras posições dessa camada. No entanto essas restrições de conectividade também podem ser custosas.

Uma possível desvantagem da formulação apresentada neste capítulo, assim como de outras formulações que explicitam as posições absolutas para os itens no objeto, é o forte impacto das dimensões dos itens e objetos no número dessas posições. Por exemplo, ao utilizar uma precisão 10^{-x} para as dimensões dos itens, a distância entre as posições no objeto pode chegar a ser da mesma ordem 10^{-x} . Todavia, essas formulações podem tirar vantagem de outros casos, por exemplo, quando o Máximo Divisor Comum (MDC) entre as dimensões dos itens é elevado. Note que o MDC entre os tamanhos dos itens em um determinado eixo define a distância mínima entre as posições disponíveis no objeto para este eixo, quando os padrões normais são considerados.

4 PROPOSTAS DE MÉTODO HEURÍSTICO PARA O PROBLEMA

Neste capítulo apresentam-se propostas de método heurístico para resolver o problema abordado nesta tese, como formulado no Capítulo 3.

A formulação proposta no Capítulo 3, assim como as formulações de Junqueira (2009) e Junqueira et al. (2012a, 2012b), é bastante complexa e o seu número de variáveis e restrições cresce demasiadamente com a quantidade de tipos de itens, posições em que os itens podem ser colocados no contêiner e também com a quantidade de destinos. No Capítulo 5, apresentam-se alguns testes em que se tentou resolver a formulação apresentada no Capítulo 3. A dificuldade computacional observada motiva-nos a propor métodos de solução heurísticos para resolver esta formulação.

Os métodos de solução aqui propostos procuram empacotar os itens em camadas horizontais, separadas por divisórias, com o auxílio de modelos matemáticos simplificados do problema.

São considerados os seguintes tipos de arranjos: camadas completas e camadas fictícias:

- a) *Camadas completas*: são as camadas horizontais definidas no Capítulo 3 repletas de itens. Desta maneira, são formadas por itens de um mesmo tipo, já possuem um padrão de empacotamento pré-definido, e não contém itens empilhados. A Figura 4.1 ilustra dois exemplos de camadas completas:

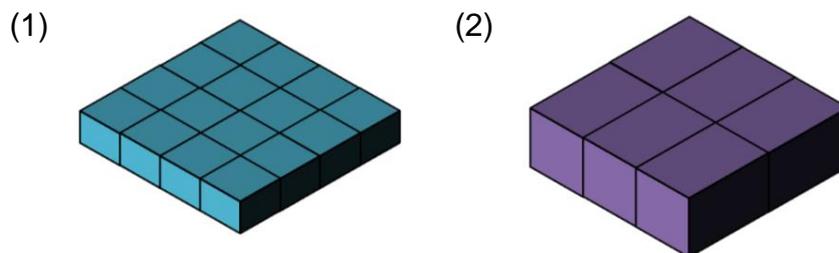


Figura 4.1 - Exemplos de camadas completas.

Os itens que não estão nas camadas completas são chamados de *itens residuais*.

b) *Camadas fictícias*¹⁴: arranjos de itens cujo padrão de empacotamento precisa ser definido. Os itens contidos em uma camada fictícia (itens residuais) podem ser de tipos diferentes e não precisam seguir nenhum arranjo em específico (podendo, por exemplo, serem empilhados).

O padrão de empacotamento de uma camada fictícia deve ser definido resolvendo um problema de empacotamento tridimensional. Para isso, considera-se que uma camada fictícia possui o seu próprio sistema de coordenadas, cuja origem, posição $(0,0,0)$, é definida e em seu ponto FLLC. A Figura 4.2 ilustra um exemplo de camada fictícia antes (1) e após alguns itens serem empacotados nela (2):

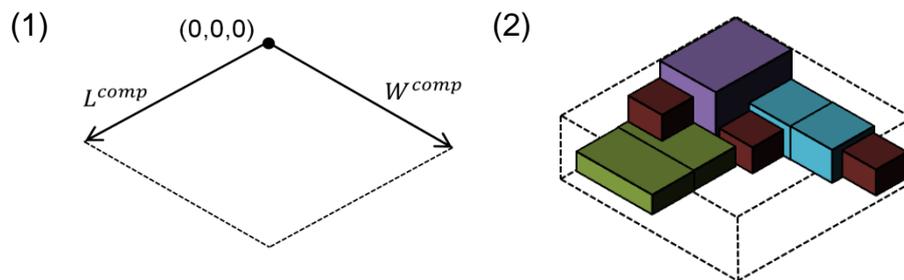


Figura 4.2 - Exemplo de camada fictícia sendo gerada.

A largura e o comprimento de uma camada completa ou fictícia são considerados iguais aos de um compartimento. A altura de uma camada completa é definida pelo tipo de item contido nela (seus itens não são empilhados). A altura de uma camada fictícia é definida pela posição mais alta alcançada por um item contido nessa camada.

Por questões de estabilidade, como observado no problema prático, não é permitido que as camadas fictícias sejam colocadas abaixo de alguma camada

¹⁴ Note que esse tipo de arranjo não satisfaz a definição de camadas apresentada no Capítulo 3 e equivale ao arranjo formado por itens empacotados fora de camadas em um mesmo compartimento. Todavia, este nome será usado a partir deste ponto, pois, para fins de empacotamento, tal arranjo é visto como uma camada pela heurística. Veja o padrão (2) da Figura 4.2.

completa. A Figura 4.3 apresenta um exemplo de padrão de empacotamento para um compartimento do contêiner com as camadas apresentadas na Figura 4.1 e Figura 4.2 separadas por divisórias.

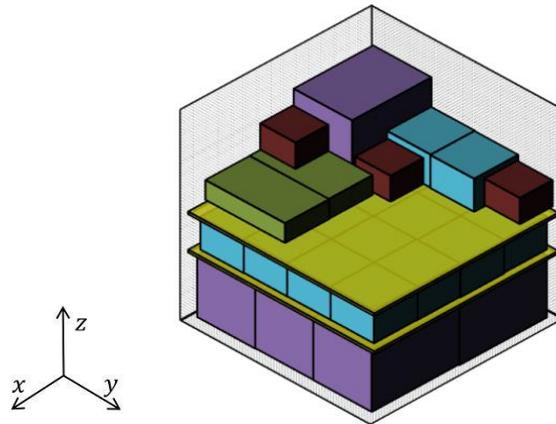


Figura 4.3 - Exemplo de padrão de empacotamento para um dos compartimentos do contêiner com camadas completas e fictícia.

As heurísticas apresentadas nas seções seguintes são inspiradas na maneira com que a empresa motivadora deste estudo coloca os itens no contêiner: empacotando eles em camadas completas sempre que possível.

Na Seção 4.1, apresenta-se uma heurística auxiliada por modelos matemáticos simplificados do problema (heurística H1). Na Seção 4.2, apresenta-se uma variação da heurística H1 (heurística H2), desenvolvida para superar as dificuldades encontradas ao resolver exemplares maiores do problema com a heurística H1.

As notações já introduzidas anteriormente podem ser rerepresentadas neste capítulo para facilitar a leitura dos pseudocódigos, das formulações desenvolvidas e para que o texto fique mais autocontido.

A notação empregada segue a mesma regra usada anteriormente:

$$\text{Nome}_{\text{índice } 1, \dots, \text{índice } N}^{\text{especificação}}$$

O nome pode vir acompanhado de alguma ênfase como uma barra sobre ele. A especificação é usada para diferenciar as notações com o mesmo nome.

Nos pseudocódigos, para indicar um elemento de uma lista (estrutura de dados que define um conjunto ordenado de valores) é utilizada a seguinte notação complementar:

$$\text{Nome da Lista}_{\text{índice } 1, \dots, \text{índice } N}^{\text{especificação}} [\text{posição da lista}]$$

Novamente, assim como nas formulações apresentadas anteriormente, neste trabalho: é utilizada a nomenclatura de referência da Figura 2.4 para as diferentes faces de um cuboide (e.g., item, compartimento, e contêiner); e como um item somente pode ser colocado em alguma posição com o seu FLLC, dizemos que ele está colocado em uma posição (p, q, r) , quando o seu FLLC estiver nesta posição.

4.1 Uma heurística auxiliada por modelos matemáticos simplificados do problema (heurística H1)

Nesta seção descreve-se a heurística H1 para resolver o problema formulado no Capítulo 3. Esta heurística é mais bem detalhada na Seção 4.1.1, vide Tabela 4.1 à Tabela 4.8. As formulações usadas por esta heurística são apresentadas na Seção 4.1.2.

Geração das camadas completas

Inicialmente, tenta-se gerar o maior número possível de camadas completas. Para isso, atribuem-se às camadas itens de mesmo tipo e em ordem inversa dos seus destinos, enquanto eles couberem nessas camadas (vide Tabela 4.2). Desta maneira, os itens residuais, que só podem ficar nos topos dos compartimentos, tendem a ser aqueles demandados nos destinos iniciais. Lembre-se que uma camada completa já possui um padrão de empacotamento pré-definido e, portanto, não é necessário definir o posicionamento e a orientação dos itens ao gerá-las.

Geração das camadas fictícias: visão geral

Em seguida, tenta-se gerar as camadas fictícias com um procedimento construtivo obedecendo às restrições do problema (vide Tabela 4.3).

Primeiramente, os itens residuais são ordenados em uma lista de maneira inversa à ordem de entrega e, como um primeiro critério de desempate, utiliza-se a ordem decrescente por altura do item. Como um segundo critério de desempate, utiliza-se a ordem decrescente por resistência a empilhamento do item.

Seguindo a ordem definida para os itens residuais, tenta-se empacotá-los sequencialmente em uma mesma camada fictícia. Se após esta tentativa ainda existirem itens residuais não empacotados, uma nova camada fictícia é gerada e o processo é repetido com essa nova camada e com os itens residuais ainda não empacotados. Para tentar definir o posicionamento e a orientação dos itens residuais em uma camada fictícia, utilizam-se duas heurísticas, *First Fit* (FF) e *Best Fit* (BF), descritas logo à frente.

As camadas fictícias devem ter as suas alturas restritas às alturas dos compartimentos (que podem ser diferentes). Para tal, a cada nova camada fictícia gerada, um novo compartimento é escolhido como referência para limitar a sua altura. Os compartimentos são escolhidos em ordem crescente por altura e, com isso, visamos permitir que as primeiras camadas geradas caibam em uma maior variedade de compartimentos, aumentando as chances de encontrar um empacotamento viável e eficiente.

São realizadas duas tentativas para empacotar os itens residuais. Em uma das tentativas o posicionamento e a orientação dos itens residuais nas camadas fictícias são definidos pela heurística FF, e na outra, pela heurística BF. Caso as duas tentativas levem a uma solução viável (i.e., todos os itens residuais são empacotados nas camadas fictícias), como desempate, escolhe-se a solução em que a soma das alturas das camadas fictícias seja menor.

Geração das camadas fictícias: Heurísticas *First Fit* e *Best Fit* para empacotar os itens residuais

Inicialmente somente a posição (0,0,0) de uma camada fictícia é disponibilizada e cada item residual empacotado nela define, até nove novas posições disponíveis para empacotar os próximos itens residuais. Estas posições são todas aquelas

apresentadas na Figura 2.21. Cada item empacotado também torna as posições por ele ocupadas indisponíveis.

Para tentar definir a orientação e a posição em que o próximo item residual é empacotado em uma camada fictícia, duas heurísticas são utilizadas:

- a) *First Fit* (FF). As posições disponíveis na camada fictícia são mantidas em uma lista em ordem lexicográfica nos eixos z , y e x , nesta ordem¹⁵. Para tentar empacotar o próximo item residual, seleciona-se a primeira posição dessa lista e tenta-se empacotar o item nela. Caso nenhuma restrição for violada, o item é empacotado com a sua orientação atual na posição selecionada. Caso contrário, tenta-se empacotá-lo novamente na posição selecionada com a sua outra orientação possível (a orientação atual desse item rotacionada no plano horizontal em 90 graus). Caso o item ainda não tiver sido empacotado, seleciona-se a próxima posição da lista de posições disponíveis, se houver, e repete-se o procedimento (tenta-se empacotá-lo novamente). Note que essa heurística é uma variação das heurísticas *BackLeftLow* e *LeftBackLow* de Tarantilis et al. (2009), adaptada para o nosso problema (Veja detalhes das heurísticas usadas por esses autores na Seção 2.1.3). Com essa heurística, tenta-se empacotar cada item residual primeiramente nas posições de altura (eixo z) mais baixa da camada fictícia, visando minimizar a altura final dessa camada;
- b) *Best Fit* (BF). As posições disponíveis são mantidas em uma lista em qualquer ordem. Tenta-se empacotar o próximo item residual em todas as posições disponíveis e com todas as orientações possíveis. Se houver, a combinação (posição e orientação) viável que maximizar a área de contato entre a superfície desse item e a superfície dos itens já empacotados é escolhida (i.e., o item é empacotado com essa combinação). Para favorecer

¹⁵ Ou seja, as posições disponíveis são ordenadas de maneira crescente pela posição no eixo z e em caso de empate, ordenadas de maneira crescente pela posição no eixo y . Permanecendo o empate, as posições são ordenadas de maneira crescente pela posição no eixo x .

o empacotamento dos itens nas posições mais baixas da camada, visando minimizar a altura dessa camada: a superfície de contato entre as faces superiores e inferiores dos itens não é contabilizada para escolher a melhor combinação viável; em caso de empate entre as combinações viáveis, a posição de altura (eixo z) mais baixa da camada fictícia é selecionada. Note que essa heurística é uma variação das heurísticas *MaxTouchingAreaW* e *MaxTouchingAreaNoWallsW*, *MaxTouchingAreaL* e *MaxTouchingAreaNoWallsL* de Tarantilis et al. (2009), adaptadas para o nosso problema. Com essa heurística, busca-se favorecer um empacotamento mais compacto dos itens e, ao mesmo tempo, o empacotamento dos itens em posições mais baixas da camada.

Evitando a geração de camadas que não levam a uma solução factível

Uma camada pode precisar estar no topo de algum compartimento (i.e., sem nenhuma outra camada sobre ela) por, pelo menos, um dos seguintes motivos:

- a) estabilidade: a camada não contém uma quantidade suficiente de itens e/ou é fictícia;
- b) fragilidade: a resistência ao empilhamento dos itens contidos na camada é insuficiente.

Se, para algum instante da rota, o número de camadas que precisam estar no topo de algum compartimento for maior do que o número de compartimentos, observe que uma solução viável não poderá ser obtida. Para evitar esta situação, durante a geração de camadas completas e após a geração das camadas fictícias, aplica-se um procedimento (vide Tabela 4.5) que busca identificar e excluir o excesso de camadas completas, ou sendo geradas para serem completas, que precisam ficar no topo de algum compartimento. Tenta-se depois empacotar os itens das camadas excluídas em camadas fictícias na esperança de que esses itens venham a ocupar menos compartimentos. Como uma camada fictícia somente pode estar no topo de algum compartimento, este procedimento prioriza a exclusão de camadas com menor peso.

Empacotamento de todas as camadas

Geradas todas as camadas completas e fictícias, tenta-se empacotá-las nos compartimentos resolvendo um PPLIM (um exemplar da formulação (4.4)-(4.17), vide Seção 4.1.2), que contempla todas as restrições e os objetivos do problema. Uma solução viável para esse PPLIM corresponde ao empacotamento de todas essas camadas e ao atendimento das restrições: geométricas (4.6)-(4.8); de estabilidade do carregamento (4.13)-(4.14); e de resistência a empilhamento dos itens (4.15), definidas adiante. Caso uma solução viável para este problema não puder ser obtida, aplica-se um procedimento iterativo (vide linhas 3 à 15 da Tabela 4.1), novamente em busca de uma solução viável. Em cada iteração desse procedimento:

- a) tenta-se excluir uma camada completa e para isso seleciona-se a que potencialmente seja a mais difícil de combinar com as demais camadas em vista do peso que ela pode suportar ao longo da rota;
- b) tenta-se empacotar os itens dessa camada excluída em camadas fictícias (gerando novamente as camadas fictícias);
- c) com o novo conjunto de camadas, tenta-se resolver um novo PPLIM (um novo exemplar da formulação (4.4)-(4.17)).

Busca local

Se uma solução viável para o problema for obtida, tenta-se melhorá-la com uma busca local, que consiste em procurar um empacotamento alternativo para os itens residuais. Primeiramente, todos os itens residuais são removidos da solução obtida e, em seguida, tenta-se empacotá-los novamente nos topos dos compartimentos dessa solução com um procedimento iterativo (vide Tabela 4.6). Em cada iteração desse procedimento realizam-se os seguintes passos:

- a) tenta-se atribuir os itens residuais aos compartimentos resolvendo-se outro PPLIM (um exemplar da formulação (4.19)-(4.27), (4.11)-(4.12); vide Seção 4.1.2);

- b) tenta-se empacotar sequencialmente os itens residuais em seus respectivos compartimentos com um procedimento (vide Tabela 4.7) similar ao utilizado na geração inicial de camadas fictícias (vide Tabela 4.3). Novamente, os itens residuais são ordenados em uma lista de maneira inversa à ordem de entrega e, como critério de desempate utiliza-se a ordem decrescente por altura do item. Como um segundo critério de desempate, utiliza-se a ordem decrescente por resistência a empilhamento do item. Seguindo a ordem definida para os itens residuais, eles são empacotados sequencialmente em seus respectivos compartimentos, desde que atendam as restrições de empacotamento. São realizadas duas tentativas para empacotar os itens residuais. Em uma das tentativas o posicionamento e a orientação deles nas camadas fictícias são definidos pela heurística FF e na outra, pela heurística BF. Cada tentativa gera uma solução parcial (com um subconjunto dos itens residuais empacotados) e escolhe-se a solução cujo volume dos itens residuais empacotados seja maior;
- c) os itens residuais atribuídos a um compartimento e que puderam ser empacotados nesse compartimento são fixados nele. Para garantir a convergência do procedimento, se um item de determinado tipo não puder ser empacotado em um compartimento, então itens residuais desse mesmo tipo são proibidos de serem atribuídos a esse compartimento nas próximas iterações do procedimento.

A heurística H1 pode ser separada em quatro etapas básicas, mostradas na Figura 4.4.



Figura 4.4 - Etapas da heurística H1.

4.1.1 Detalhamento da heurística H1

Nesta seção são detalhados todos os passos da heurística H1 com o auxílio de pseudocódigos.

A Tabela 4.1 apresenta o procedimento principal da heurística H1. A partir dele a heurística é inicializada e também finalizada. Considere a seguinte notação adicional para esse procedimento:

Índices:

- c : denota um compartimento;
- i : denota um tipo de item;
- j : denota uma camada;
- k : denota um destino.

Parâmetros:

- K : conjunto dos destinos do contêiner;
- k_j^{max} : último destino em que itens da camada $j \in N$ são descarregados;
- N' : conjunto das camadas completas;
- N'' : conjunto das camadas fictícias;
- N : conjunto das camadas completas e fictícias, i.e., $N = N' \cup N''$;
- P_k^Δ : peso total da carga quando apenas os itens de destinos $k' \geq k \in K$ estão no contêiner;
- $\bar{\sigma}_j$: pressão máxima suportada por qualquer ponto da face superior de um item da camada completa $j \in N'$;
- $\bar{\psi}_j$: quantidade mínima de itens que a camada completa $j \in N'$ deve conter para fornecer estabilidade vertical aos itens colocados acima dela;
- Q_{jk} : quantidade de itens na camada $j \in N$ quando apenas os itens de destinos $k' \geq k \in K$ estão no contêiner;
- π_{jk} : soma total das áreas das faces superiores dos itens empacotados na camada completa $j \in N'$ quando apenas os itens de destinos $k' \geq k \in K$ estão no contêiner;
- R_j : indicativo de resistência a empilhamento da camada completa $j \in N'$ ao

longo da rota. Quanto maior o seu valor, mais resistente ao empilhamento a camada j é considerada.

Admite-se que este indicativo para um determinado destino $k \in K$ (quando apenas os itens de destinos $k' \geq k$ estão no contêiner) seja igual a: $\bar{\sigma}_j \cdot \pi_{jk} / P_k^\Delta$, se $Q_{jk} \geq \bar{\psi}_j$ e igual a 0, caso contrário. Desta relação, observe que se a camada j contém $1, \dots, \bar{\psi}_j - 1$ itens, o referido indicativo é igual à zero, uma vez que nenhum item pode ser colocado sobre ela (por questões de estabilidade). Note também que este indicativo é maior quanto menor o peso total no contêiner para esse destino k (P_k^Δ) e, com isso, busca-se refletir a resistência a empilhamento da camada j frente às demais camadas presentes no contêiner, i.e., a sua resistência relativa ao empilhamento.

Como se deseja um indicativo para toda a rota do contêiner, propõe-se que:

$$R_j = \frac{\sum_{\{k \in K \mid Q_{jk} \geq \bar{\psi}_j\}} \bar{\sigma}_j \cdot \pi_{jk} / P_k^\Delta}{k_j^{\max}}, \quad j \in N'$$

Ou seja, R_j é dado pela média dos indicativos de resistência a empilhamento da camada completa $j \in N'$ para todos os destinos em que ela contém itens.

Tabela 4.1 - Procedimento principal da heurística H1.

-
1. **Início *main()***
 2. Gere as camadas completas com o procedimento *gComp()* (Tabela 4.2);
 3. **Repita**
 4. **Repita**
 5. Gere as camadas fictícias com o procedimento *gFals()* (Tabela 4.3);
 6. **Se** algum item residual não foi empacotado nas camadas fictícias
 7. **Fim *main()***;
 8. Identifique e exclua o eventual excesso de camadas que precisam estar no topo de algum compartimento com o procedimento *excl(k)* (Tabela 4.5), executado para $k = 1, \dots, |K|$;
 9. **Enquanto** alguma camada for excluída com o procedimento *excl(k)*;
 10. Tente empacotar as camadas $j \in N$ resolvendo de maneira exata a formulação (4.4)-(4.17) (vide Seção 4.1.2);
 11. **Se** uma solução viável para a formulação (4.4)-(4.17) não foi obtida
 12. **Se** não houver mais camadas completas
 13. **Fim *main()***;
 14. Remova os itens da camada completa j de menor R_j e a exclua;
 15. **Enquanto** uma solução viável para a formulação (4.4)-(4.17) não for obtida;
 16. Armazene uma cópia da solução obtida (solução 1);
 17. Remova todos os itens das camadas fictícias da solução obtida e as exclua;
 18. Tente empacotar novamente os itens residuais na solução obtida com o procedimento *bLocal()* (Tabela 4.6);
 19. Avalie o valor da função objetivo para a nova solução viável obtida no passo 18 (solução 2), se houver, com a formulação (4.4)-(4.17);
 20. Retorne a melhor das duas soluções obtidas;
 21. **Fim *main()***
-

A Tabela 4.2 apresenta o procedimento *gComp()* da heurística H1 responsável por gerar as camadas completas.

Índice:

f : denota um item de qualquer tipo e destino.

Parâmetros:

b_{ik} demanda do item de tipo $i \in M$ no destino k ;

M : conjunto dos tipos de itens demandados.

Tabela 4.2 - Procedimento $gComp()$ para gerar as camadas completas.

1.	<u>Início $gComp()$</u>
2.	Defina o número de camadas geradas igual a 0;
3.	Para $k = K , \dots, 1$
4.	Para $i \in M$
5.	Para $f = 1, \dots, b_{ik}$
6.	Se houver uma camada j com itens do tipo i e com espaço disponível (i.e., uma camada com um número positivo de itens do tipo i menor do que o número máximo de itens deste tipo que ela pode conter)
7.	Atribua o item f do tipo i e destino k à camada j ;
8.	Caso contrário
9.	Gere uma camada vazia e atribua o item f do tipo i e destino k a ela;
10.	Fim Para
11.	Fim Para
12.	Identifique e exclua o eventual excesso de camadas geradas até o momento que precisam estar no topo de algum compartimento no destino k , com o procedimento $excl(k)$;
13.	Fim Para
14.	Remova todos os itens das camadas que não estão repletas de itens (não são completas) e as exclua;
15.	<u>Fim $gComp()$</u>

A Tabela 4.3 apresenta o procedimento $gFals()$ da heurística H1 responsável por tentar gerar as camadas fictícias.

Tabela 4.3 - Procedimento $gFals()$ para gerar as camadas fictícias.

1.	<u>Início $gFals()$</u>
2.	Defina duas variáveis (conjuntos) auxiliares inicialmente vazias: $N''^{(1)}$ e $N''^{(2)}$;
3.	Ative a heurística FF;
4.	Tente empacotar os itens residuais em camadas fictícias com o procedimento $pRes()$;
5.	Guarde uma cópia das camadas fictícias geradas no conjunto $N''^{(1)}$;
6.	Ative a heurística BF;
7.	Tente novamente empacotar os itens residuais em camadas fictícias com o procedimento $pRes()$;
8.	Guarde uma cópia das camadas fictícias geradas no conjunto $N''^{(2)}$;
9.	Se nem todos os itens residuais puderam ser empacotados nas camadas do conjunto $N''^{(1)}$, ou nas camadas do conjunto $N''^{(2)}$
10.	Retorne Erro;
11.	Mas Se todos os itens residuais puderam ser empacotados nas camadas do conjunto $N''^{(1)}$, porém nem todos eles puderam ser empacotados nas camadas do conjunto $N''^{(2)}$
12.	Mantenha apenas as camadas fictícias obtidas com a heurística FF (a heurística FF é escolhida): $N'' = N''^{(1)}$;

-
13. **Mas Se** todos os itens residuais puderam ser empacotados nas camadas do conjunto $N''^{(2)}$, porém nem todos eles puderam ser empacotados nas camadas do conjunto $N''^{(1)}$
 14. Mantenha apenas as camadas fictícias obtidas com a heurística BF (a heurística BF é escolhida): $N'' = N''^{(2)}$;
 15. **Caso contrário**, todos os itens residuais puderam ser empacotados tanto nas camadas do conjunto $N''^{(1)}$, quanto nas camadas do conjunto $N''^{(2)}$
 16. **Se** a altura total das camadas fictícias do conjunto $N''^{(1)}$ for menor que a altura total das camadas fictícias do conjunto $N''^{(2)}$
 17. Mantenha apenas as camadas fictícias obtidas com a heurística FF (a heurística FF é escolhida): $N'' = N''^{(1)}$;
 18. **Caso contrário**
 19. Mantenha apenas as camadas fictícias obtidas com a heurística BF (a heurística BF é escolhida): $N'' = N''^{(2)}$;
 20. **Fim gFals()**
-

A Tabela 4.4 apresenta o procedimento $pRes()$ da heurística H1 responsável por tentar definir a orientação e a posição dos itens residuais dentro das camadas fictícias. Considere a seguinte notação adicional usada neste procedimento:

C : conjunto dos compartimentos;

$isBF$: é igual a 1 se a heurística para empacotar os itens residuais *best fit* (BF) é ativada e é igual a 0 caso a heurística para empacotar os itens residuais *first fit* (FF) é ativada;

$list^{comp}$: lista que contém somente os compartimentos do contêiner, ordenados de maneira crescente por suas alturas;

$list_j^{pos}$: lista que guarda as posições disponíveis para empacotar os itens residuais na camada fictícia $j \in N''$. As posições nesta lista são mantidas em ordem lexicográfica nos eixos z , y e x , nesta ordem (veja a nota de rodapé da página 124). Inicialmente, não há nenhuma posição disponível nesta lista;

$list^{res}$: lista que contém todos os itens residuais $f \in M'$, ordenados de maneira inversa à ordem de entrega. Caso haja empate, os itens de mesmo destino são ordenados de maneira decrescente por altura. Caso ainda haja empate, os itens de mesmo destino e altura são ordenados de maneira não crescente por resistência a empilhamento;

- M' : conjunto dos itens residuais;
- α : parâmetro de estabilidade vertical, $\alpha \in \mathbb{R}, 0 \leq \alpha \leq 1$. Em um extremo, $\alpha = 1$, indica que a face inferior de qualquer item deve estar 100% apoiada nas faces superiores de outros itens (ou na face inferior do objeto); em outro extremo, $\alpha = 0$, indica que não há exigências quanto à estabilidade vertical dos itens;
- β : parâmetro de estabilidade horizontal (com relação ao eixo x), $\beta \in \mathbb{R}, 0 \leq \beta \leq 1$. Em um extremo, $\beta = 1$, indica que a face lateral da esquerda de um item deve estar 100% apoiada nas faces laterais da direita de outros itens (ou na face da esquerda do objeto); em outro extremo, $\beta = 0$, indica que não há exigências quanto à estabilidade dos itens no eixo x ;
- γ : parâmetro de estabilidade horizontal (com relação ao eixo y), $\gamma \in \mathbb{R}, 0 \leq \gamma \leq 1$. Em um extremo, $\gamma = 1$, indica que a face lateral da frente de um item deve estar 100% apoiada nas faces laterais do fundo de outros itens (ou na face da frente do objeto); em outro extremo, $\gamma = 0$, indica que não há exigências quanto à estabilidade dos itens no eixo y ;
- $\varphi(f)$: tipo do item $f \in M'$.

Procedimentos auxiliares:

- $vOver(f, p, q, r, j)$: procedimento que verifica se, ao colocar o item residual f na posição (p, q, r) da camada fictícia $j \in N''$, esse item f não sobrepõe outro item já empacotado e está totalmente contido na camada fictícia $j \in N''$;
- $vStack(f, p, q, r, j)$: procedimento que verifica se, ao colocar o item residual f na posição (p, q, r) da camada fictícia $j \in N''$, a pressão máxima suportada por qualquer posição (p', q', r') da face superior de itens já empacotados na camada fictícia $j \in N''$ não é excedida pela pressão exercida pelos itens colocados acima da posição (p', q', r') ;
- $vStab(f, p, q, r, j)$: sendo $i = \varphi(f)$ e $k \in K$ o destino do item residual f , este procedimento verifica se, ao colocar o item f na posição (p, q, r) da camada fictícia $j \in N''$: a área total da face inferior do item f em contato com a face superior de itens de destinos $k' \geq k$, ou com a face inferior da camada

fictícia $j \in N''$, não é menor do que $\alpha(l_i \cdot w_i)$; a área total da face lateral esquerda do item f em contato com a face lateral direita de itens de destinos $k' \geq k$, ou com a face lateral esquerda da camada fictícia $j \in N''$, não é menor do que $\beta(h_i \cdot w_i)$; a área total da face lateral da frente do item f em contato com a face lateral do fundo de itens de destinos $k' \geq k$, ou com a face lateral da frente da camada fictícia $j \in N''$, não é menor do que $\gamma(l_i \cdot h_i)$.

Tabela 4.4 - Procedimento $pRes()$ para empacotar itens residuais.

1.	Início $pRes()$
2.	$j = 0;$
3.	Remova os itens de todas camadas fictícias $j \in N''$ e as exclua, se houver;
4.	Repita
5.	$j = j + 1;$
6.	Gere uma nova camada fictícia (camada fictícia j);
7.	Insira a posição $(0,0,0)$ na lista inicialmente vazia $list_j^{pos};$
8.	$c = list^{comp}[j];$
9.	Defina o comprimento, largura e altura limite para empacotar os itens residuais na camada fictícia j , respectivamente, como L^{comp}, W^{comp} e $H_c^{comp};$
10.	Para $countF = 1, \dots, list^{res} $
11.	Se o item $list^{res}[countF]$ já estiver empacotado
12.	Vá para a linha 35 (próximo item);
13.	$bestVal = -1;$
14.	Para $countPos = 1, \dots, list_j^{pos} $
15.	Para $rot = 0$ até 1
16.	$f = list^{res}[countF];$
17.	$(p, q, r) = list_j^{pos}[countPos];$
18.	Defina a orientação do item residual f rotacionando-o em $(rot \cdot 90)$ graus no plano horizontal;
19.	Verifique se o item residual f pode ser colocado, com sua orientação definida, na posição (p, q, r) da camada fictícia j com os procedimentos $vOver(f, p, q, r, j, c)$, $vStack(f, p, q, r, j)$ e $vStab(f, p, q, r, j)$ (anteriormente definidos);
20.	Se o item residual f puder ser colocado, com sua orientação definida, na posição (p, q, r) da camada fictícia j
21.	Se $isBFT = 1$
22.	Atribua a val a área total de contato entre as faces laterais (da frente, da direita, da esquerda e do fundo) do item residual f com os demais itens já empacotados na camada fictícia j . Para fins deste cálculo, considere que o item residual f esteja empacotado, com sua orientação definida, na posição (p, q, r) da camada fictícia j ;
23.	Se $(val > bestVal)$
24.	$bestVal = val;$
25.	$bestPos = (p, q, r);$ Armazene a orientação do item f em $bestO;$
26.	Senão
27.	Vá para a linha 32;
28.	Fim Para
29.	Fim Para
30.	Se o item residual f pôde ser colocado em alguma posição da camada fictícia j
31.	$(p, q, r) = bestPos;$ Defina a orientação do item f de acordo com $bestO;$
32.	Coloque o item residual f , com sua orientação definida, na posição (p, q, r) da camada fictícia j ;
33.	Adicione a $list_j^{pos}$ todas as posições da Figura 2.21 ainda não adicionadas a esta lista. Para tal, considere $i = \varphi(f);$
34.	Remova todas as posições de $list_j^{pos}$ que tenham sido ocupadas pelo item residual f ;
35.	Fim Para
36.	Enquanto houver itens não empacotados em $list^{res}$ e $j < C ;$
37.	Fim $pRes()$

A Tabela 4.5 apresenta o procedimento $excl(k)$ da heurística H1 responsável por identificar e excluir o excesso de camadas que precisam estar nos topos dos compartimentos em um determinado destino k . Considere a seguinte notação adicional usada neste procedimento:

$list_k^{top}$: lista com todas as camadas geradas até o momento, que, quando apenas os itens de destinos $k' \geq k \in K$ estão no contêiner, devem estar no topo de algum compartimento por, pelo menos, um dos seguintes motivos: (a) estabilidade: a camada j contém $1, \dots, \bar{\psi}_j - 1$ itens, e/ou é fictícia; (b) fragilidade: a camada j não pode estar abaixo de nenhuma outra devido à resistência dos seus itens ao empilhamento. Esta lista é ordenada de maneira crescente por peso das camadas.

Tabela 4.5 - Procedimento $excl(k)$ que identifica e exclui o excesso de camadas que precisam estar no topo de algum compartimento em um destino k .

-
1. **Início $excl(k)$**
 2. Remova¹⁶ todos os itens das $Max\{|list_k^{top}| - |C|, 0\}$ primeiras camadas completas, ou sendo geradas para serem completas, da lista $list_k^{top}$ (camadas identificadas como excedentes) e as exclua;
 3. **Fim $excl(k)$**
-

A Tabela 4.6 apresenta o procedimento $bLocal()$ da heurística H1 responsável por realizar uma busca local na primeira solução possivelmente obtida pela heurística H1. Esta busca consiste em tentar definir um melhor empacotamento para os itens residuais. Observe que, ao iniciar esse procedimento, os itens residuais já não estão mais empacotados na solução.

¹⁶ Note que esses itens removidos, por não estarem mais empacotados em nenhuma camada, são itens residuais (por definição), que tentaremos empacotar nas camadas fictícias.

Tabela 4.6 - Procedimento $bLocal()$ que busca um novo empacotamento para os itens residuais.

-
1. **Início $bLocal()$**
 2. **Enquanto** houver itens residuais não empacotados
 3. Tente atribuir os itens residuais ainda não empacotados aos compartimentos resolvendo a formulação (4.19)-(4.27), (4.11)-(4.12) (vide Seção 4.1.2);
 4. **Se** uma solução viável para a formulação (4.19)-(4.27), (4.11)-(4.12) não pôde ser obtida
 5. **Fim $bLocal()$;**
 6. Tente empacotar os itens residuais nos seus respectivos compartimentos (aos quais esses itens foram atribuídos) com o procedimento $gFals2()$;
 7. **Para** $c \in C$
 8. **Para** $f \in M'$
 9. **Se** o item residual f foi empacotado no compartimento c
 10. Fixe a variável λ_{fc} no valor 1 ($\lambda_{fc} = 1$), (veja a definição desta variável na Seção 4.1.2);
 11. **Senão**
 12. Fixe a variável λ_{fc} no valor 0 ($\lambda_{fc} = 0$) se algum item do mesmo tipo que o item residual f não pôde ser empacotado no compartimento c ;
 13. **Fim Para**
 14. **Fim Para**
 15. **Fim Enquanto**
 16. **Fim $bLocal()$**
-

A Tabela 4.7 apresenta o procedimento $gFals2()$ da heurística H1 responsável por tentar gerar novamente as camadas fictícias nos compartimentos, de acordo com a atribuição dos itens residuais a esses compartimentos definida pelo procedimento $bLocal()$.

Tabela 4.7 - Procedimento $gFals2()$ para gerar as camadas fictícias.

-
1. **Início $gFals2()$**
 2. Defina as seguintes variáveis auxiliares inicialmente vazias: $list^{pos(*)}$, $list^{pos(1)}$, $list^{pos(2)}$, $N''(*)$, $N''(1)$ e $N''(2)$;
 3. Guarde uma cópia da solução inicial para as camadas fictícias: $list^{pos(*)} = list^{pos}$ e $N''(*) = N''$;
 4. Ative a heurística FF;
 5. Tente empacotar os itens residuais em camadas fictícias com o procedimento $pRes2()$;
 6. Guarde uma cópia da solução parcial obtida para as camadas fictícias: $list^{pos(1)} = list^{pos}$ e $N''(1) = N''$;
 7. Reestabeleça a solução inicial para as camadas fictícias: $list^{pos} = list^{pos(*)}$ e $N'' = N''(*)$;
 8. Ative a heurística BF;
 9. Tente novamente empacotar os itens residuais em camadas fictícias com o procedimento $pRes2()$;
-

-
10. Guarde uma cópia da solução parcial obtida para as camadas fictícias:
 $list^{pos(2)} = list^{pos}$ e $N''(2)=N''$;
 11. **Se** o volume dos itens residuais empacotados nas camadas fictícias de $N''(1)$ for maior do que o volume dos itens residuais empacotados nas camadas fictícias de $N''(2)$
 12. Mantenha apenas a solução parcial gerada com a heurística FF (a heurística FF é escolhida): $N'' = N''(1)$ e $list^{pos} = list^{pos(1)}$;
 13. **Caso contrário**
 14. Mantenha apenas a solução parcial gerada com a heurística BF (a heurística BF é escolhida): $N'' = N''(2)$ e $list^{pos} = list^{pos(2)}$;
 15. **Fim gFals()**
-

A Tabela 4.8 apresenta o procedimento $pRes2()$ da heurística H1 responsável por tentar definir a orientação e a posição dos itens residuais dentro das camadas fictícias, de acordo com a atribuição deles aos compartimentos realizada pelo procedimento $bLocal()$.

Tabela 4.8 - Procedimento $pRes2()$ para empacotar os itens residuais.

1.	Início $pRes2()$
2.	Para $countF = 1, \dots, list^{res} $
3.	Se o item $list^{res}[countF]$ já estiver empacotado
4.	Vá para a linha 33 (próximo item)
5.	$bestVal = -1;$
6.	$f = list^{res}[countF];$
7.	Faça c igual ao compartimento ao qual o item residual f está atribuído;
8.	Se ainda não houver uma camada fictícia colocada no compartimento c
9.	Gere uma nova camada fictícia (camada fictícia c) ¹⁷
10.	Coloque a camada fictícia c na última posição (topo) do compartimento c ;
11.	Defina o comprimento e largura limite para empacotar os itens residuais na camada fictícia c , respectivamente, como L^{comp} e W^{comp} ;
12.	Defina a altura limite para empacotar os itens residuais na camada fictícia c como H_c^{comp} menos a soma das alturas das camadas completas que eventualmente estejam empacotadas nesse compartimento c ;
13.	Insira a posição $(0,0,0)$ na lista, inicialmente vazia, $list_c^{pos}$;
14.	Para $countPos = 1, \dots, list_c^{pos} $
15.	Para $rot = 0$ até 1
16.	$(p, q, r) = list_c^{pos}[countPos];$
17.	Defina a orientação do item residual f rotacionando-o em $(rot \cdot 90)$ graus no plano horizontal;
18.	Se o item residual f puder ser colocado, com sua orientação definida, na posição (p, q, r) da camada fictícia c
19.	Se $isBF=1$
20.	Defina val como a área total de contato entre as faces laterais (da frente, da direita, da esquerda e do fundo) do item residual f com os demais itens já empacotados na camada fictícia c . Para fins deste cálculo, considere que o item residual f esteja empacotado, com sua orientação definida, na posição (p, q, r) da camada fictícia c ;
21.	Se $(val > bestVal)$
22.	$bestVal = val;$
23.	$bestPos = (p, q, r);$ Armazene a orientação do item f em $bestO$;
24.	Caso contrário
25.	Vá para a linha 30;
26.	Fim Para
27.	Fim Para
28.	Se o item residual f pôde ser colocado em alguma posição da camada fictícia c
29.	$(p, q, r) = bestPos;$ Defina a orientação do item f de acordo com $bestO$;
30.	Coloque o item residual f , com sua orientação definida, na posição (p, q, r) da camada fictícia c ;
31.	Adicione a $list_c^{pos}$ todas as posições da Figura 2.21 ainda não adicionadas a esta lista. Para tal, considere $i = \varphi(f)$;
32.	Remova todas as posições de $list_c^{pos}$ que tenham sido ocupadas pelo item residual f ;
33.	Fim Para
34.	Fim $pRes2()$

¹⁷ O índice de uma camada fictícia foi definido como igual ao índice do compartimento no qual ela está colocada, sem perda de generalidade. Observe que com isso as camadas fictícias também guardam a informação do compartimento em que elas estão colocadas.

4.1.2 Formulações matemáticas

Nesta seção apresentam-se as formulações matemáticas usadas pela heurística H1 (e posteriormente também pela heurística H2).

Formulação para empacotar todas as camadas completas e fictícias nos compartimentos do contêiner.

O arranjo geométrico das camadas completas e fictícias em um compartimento pode ser visto como um problema de empacotamento unidimensional (com restrições adicionais de empacotamento). Por este motivo, observe que não é necessário conhecer a *posição absoluta* de cada camada no compartimento, bastando apenas conhecer a ordem em que elas são colocadas neste compartimento, ou seja, as suas *posições relativas*.

Nas formulações e no procedimento de geração de camadas fictícias apresentados anteriormente, os itens e/ou camadas são localizados nos objetos definindo as suas posições absolutas nestes objetos (observe que o problema de empacotamento resolvido em todos esses casos é tridimensional). Aproveitando da estrutura do problema de empacotamento em camadas, e visando um menor número de posições no contêiner (para uma formulação com menos restrições e variáveis), localizaremos as camadas completas e fictícias em um compartimento definindo somente as suas posições relativas neste compartimento.

Deste ponto em diante, suprimimos o termo “relativa(s)” para nos referir a essas posições, salvo quando for necessário distingui-las das posições absolutas.

Considere a seguinte notação adicional:

Índices:

c : denota um compartimento;

i : denota um tipo de item;

j : denota uma camada $j \in N$;

s : denota uma posição em um compartimento para colocar uma camada $j \in N$.

Parâmetro:

μ_c : limitante superior para o número de camadas completas em um compartimento $c \in \mathcal{C}$.

As posições nas quais uma camada $j \in N$ pode ser colocada em um compartimento são definidas a partir do piso desse compartimento, de maneira que uma camada colocada na posição s de um compartimento está abaixo de qualquer outra camada colocada em posições $s' > s$ do mesmo compartimento.

A quantidade de posições em que uma camada $j \in N$ pode ser colocada em um compartimento pode ser dada pela maior quantidade de camadas $j \in N$ que podem ser colocadas neste compartimento. No entanto, como nenhuma camada $j \in N$ pode ser colocada sobre uma camada fictícia, propomos definir um conjunto de posições exclusivo para as camadas completas e outro conjunto de posições exclusivo para as camadas fictícias.

O domínio das posições em que uma camada completa pode ser colocada no compartimento $c \in \mathcal{C}$ é dado por S_c :

$$S_c = \{s \mid s \in \mathbb{N}, 0 < s \leq \mu_c\}, c \in \mathcal{C} \quad (4.1)$$

A única posição s em que uma camada fictícia pode ser colocada no compartimento $c \in \mathcal{C}$ é dada pela *última posição do compartimento* c :

$$s = \mu_c + 1 \quad (4.2)$$

e, desta forma, uma camada fictícia sempre estará no topo do compartimento (acima de qualquer outra camada neste compartimento).

Das relações (4.1) e (4.2), o domínio das posições em que uma camada $j \in N$ pode ser colocada no compartimento $c \in \mathcal{C}$ é dado por S_{jc} :

$$S_{jc} = \left\{ s \mid \begin{array}{ll} s \in S_c, & \text{se } j \in N' \\ s = \mu_c + 1, & \text{se } j \in N'' \end{array} \right\}, j \in N; c \in \mathcal{C} \quad (4.3)$$

A Figura 4.5 ilustra as possíveis posições para se colocar as camadas em um compartimento $c \in C$. Note que a primeira posição em que uma camada pode ser colocada começa em 1, e não em 0, como no caso das posições absolutas avaliadas anteriormente.

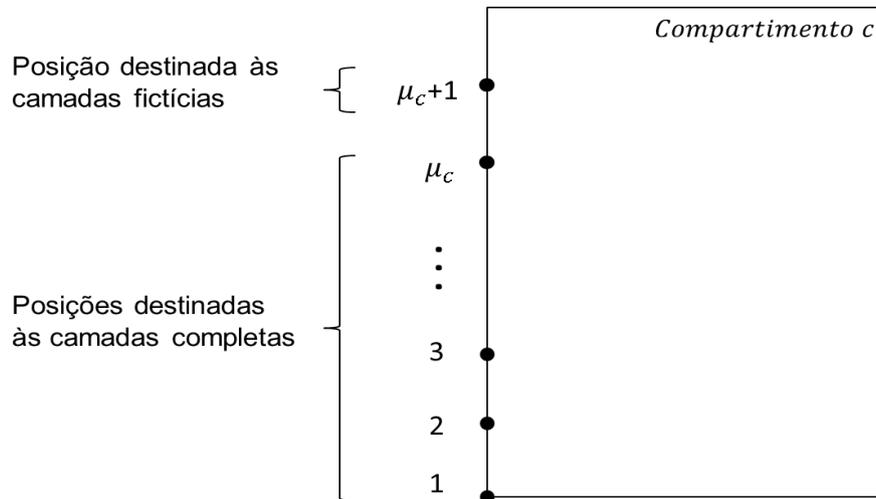


Figura 4.5 - Ilustração das posições em que camadas completas e fictícias podem ser colocadas em um compartimento.

Assim como a formulação proposta no Capítulo 3, a formulação (4.4)-(4.17), apresentada à frente, busca empacotar todos os itens dentro dos compartimentos e contempla todas as restrições e o objetivo do problema. No entanto, a formulação (4.4)-(4.17) representa uma versão mais simplificada desse problema, pois os itens devem ser todos empacotados nos compartimentos por meio de camadas completas e fictícias, que já foram definidas em passos anteriores da heurística.

É importante destacar, para um mesmo exemplar “E” do problema (define as demandas, o contêiner e demais parâmetros do problema), toda solução factível para a formulação (4.4)-(4.17) é também factível para a formulação do Capítulo 3, e vice-versa. Adicionalmente, cada uma dessas soluções define o mesmo valor de função objetivo em ambas as formulações. Note, todavia, que a maneira de representar uma solução em cada uma dessas formulações é diferente.

Considere a seguinte notação adicional utilizada na formulação (4.4)-(4.17):

Parâmetros:

- e_{jk} : é igual a 1 se a camada completa $j \in N'$ possui itens do destino $k \in K$, e igual a 0, caso contrário;
- $e_{jk}^>$: é igual a 1 se a camada completa $j \in N'$ possui itens de destinos $k' > k$, e igual a 0, caso contrário;
- g^{vx}, g^{vy} : centro de gravidade desejado para os itens dentro do contêiner em qualquer destino nos eixos x e y . Esse centro de gravidade (uma posição) é definido usando o sistema de coordenadas do contêiner (veja a Seção 3.1);
- \bar{h}_j : altura da camada $j \in N$;
- H_c^{comp} : altura do compartimento $c \in C$;
- \mathcal{M} : número suficientemente grande;
- p_c, q_c : posição, respectivamente, nos eixos x e y em que um compartimento $c \in C$ é colocado no contêiner;
- P_{jk} : peso da camada $j \in N$ quando apenas os itens de destinos $k' \geq k$ estão no contêiner;
- Q_{jk} : quantidade de itens na camada $j \in N$ quando apenas os itens de destinos $k' \geq k$ estão no contêiner;
- $\varepsilon^x, \varepsilon^y$: valores de tolerância utilizados para definir, respectivamente, as variáveis θ_k^x e θ_k^y , $k \in K$, tal que $\varepsilon^x \geq 0, \varepsilon^y \geq 0$;
- $\rho_{jj'}$: é igual a 1 se a camada completa $j \in N'$ contém 0 ou, pelo menos, $\bar{\psi}_j$ itens quando apenas os itens de destinos $k' \geq k$ estão no contêiner, para $k = 1, \dots, k_j^{max}$. Neste caso, diz-se que a camada j estabiliza (verticalmente) a camada j' . Caso contrário, este parâmetro é igual a 0;
- τ_{jk}^x, τ_{jk}^y : localização do centro de gravidade da camada $j \in N$, quando apenas os itens de destinos $k' \geq k$ estão no contêiner, respectivamente, nos eixos x e y . Esse centro de gravidade é definido no sistema de coordenadas da própria camada, cuja origem, posição $(0,0,0)$, corresponde ao FLLC da referida camada;
- ω^{dev}, ω^z : pesos relativos, respectivamente, para os desvios de balanceamento de

peso no contêiner e para o remanejamento de itens;

ω^{zp}, ω^{zq} : pesos relativos, respectivamente, para o peso e para a quantidade de itens remanejados.

Variáveis:

g_k^x, g_k^y : variáveis auxiliares, não necessariamente inteiras e não negativas, que definem o centro de gravidade da carga no contêiner, respectivamente, para os eixos x e y , quando apenas os itens de destinos $k' \geq k$ estão nesse contêiner. Esse centro de gravidade é definido usando o sistema de coordenadas do contêiner;

y_{jsc} : variável binária de decisão igual a 1 se a camada $j \in N$ é colocada na posição $s \in S_{jc}$ do compartimento $c \in C$ e, igual a 0, caso contrário;

\bar{z}_{jk} : variável binária de decisão igual a 1 se a camada $j \in N$ contém itens de destinos $k' > k$ e é colocada sobre outra camada que contém itens do destino k . Neste caso, estes itens de destinos k' serão remanejados no destino k , caso contrário, esta variável é igual a 0;

θ_k^x, θ_k^y : variáveis de decisão, não inteiras e não negativas, que definem os desvios de balanceamento (desbalanceamento) de peso no contêiner, respectivamente nos eixos x e y , quando apenas os itens de destinos $k' \geq k$ estão nesse contêiner.

Formulação:

$$\text{Min } \omega^z \sum_{k \in K / \{|K|\}} \sum_{j \in N} (\omega^{zq} Q_{jk+1} + \omega^{zp} P_{jk+1}) z_{jk} + \omega^{dev} \sum_{k \in K} (\theta_k^x + \theta_k^y) \quad (4.4)$$

$$\sum_{c \in C} \sum_{s \in S_{jc}} y_{jsc} = 1, \quad j \in N \quad (4.5)$$

$$\sum_{j \in N} \sum_{s \in S_{jc}} \bar{h}_j y_{jsc} \leq H_c^{comp}, \quad c \in C \quad (4.6)$$

$$\sum_{j \in N'} y_{jsc} \leq 1, \quad \begin{array}{l} c \in C; \\ s \in S_c \end{array} \quad (4.7)$$

$$\sum_{j \in N''} y_{jsc} \leq 1, \quad \begin{array}{l} c \in C; \\ s = \mu_c + 1 \end{array} \quad (4.8)$$

$$g_k^x = \frac{\sum_{j \in N} \sum_{c \in C} \sum_{s \in S_{jc}} P_{jk} (p_c + \tau_{jk}^x) y_{jsc}}{P_k^\Delta}, \quad k \in K \quad (4.9)$$

$$g_k^y = \frac{\sum_{j \in N} \sum_{c \in C} \sum_{s \in S_{jc}} P_{jk} (q_c + \tau_{jk}^y) y_{jsc}}{P_k^\Delta}, \quad k \in K \quad (4.10)$$

$$\begin{array}{l} \theta_k^x \geq P_k^\Delta (g_k^x - g^{vx}) - \varepsilon^x \\ \theta_k^x \geq P_k^\Delta (g^{vx} - g_k^x) - \varepsilon^x \end{array}, \quad k \in K \quad (4.11)$$

$$\begin{array}{l} \theta_k^y \geq P_k^\Delta (g_k^y - g^{vy}) - \varepsilon^y \\ \theta_k^y \geq P_k^\Delta (g^{vy} - g_k^y) - \varepsilon^y \end{array}, \quad k \in K \quad (4.12)$$

$$\sum_{\substack{\{s' \in S_c\} \\ \{s' > s\}}} y_{j's'c} \leq \sum_{j \in N'} \rho_{jj'} y_{jsc}, \quad \begin{array}{l} j' \in N'; \\ c \in C; \\ s \in S_c / \{\mu_c\} \end{array} \quad (4.13)$$

$$y_{j's'c} \leq \sum_{j \in N'} \rho_{jj'} y_{jsc} + \left(1 - \sum_{j \in N'} y_{jsc} \right), \quad \begin{array}{l} j' \in N''; \\ c \in C; \\ s \in S_c; \\ s' = \mu_c + 1 \end{array} \quad (4.14)$$

$$\mathcal{M}(1 - y_{j'sc}) + \bar{\sigma}_{j'} y_{j'sc} \geq \frac{\sum_{j \in N} \sum_{\substack{\{s' \in S_{jc}\} \\ \{s' > s\}}} P_{jk} y_{j's'c}}{\pi_{j'k}}, \quad \begin{array}{l} k \in K; \\ j' \in N'; \\ c \in C; \\ s \in S_c; \\ \pi_{j'k} \neq 0 \end{array} \quad (4.15)$$

$$\sum_{\substack{\{s' \in S_{j'c}\} \\ \{s' > s\}}} e_{j'k}^> y_{j's'c} - \bar{z}_{j'k} \leq 1 - \sum_{j \in N'} e_{jk} y_{jsc}, \quad \begin{array}{l} k \in K/\{|K|\}; \\ j' \in N; \\ c \in C; \\ s \in S_c \end{array} \quad (4.16)$$

$$\begin{array}{l} \theta_k^x, \theta_k^y \geq 0, k \in K \\ y_{jsc} \in \{0,1\}, j \in N; c \in C; s \in S_{jc} \\ \bar{z}_{jk} \in \{0,1\}, j \in N; k \in K/\{|K|\} \end{array} \quad (4.17)$$

A função objetivo em (4.4) minimiza as penalizações com o remanejamento de itens ao longo da rota (calculadas com a primeira parcela dessas restrições) e também as penalizações com os desvios de balanceamento de peso no contêiner. Observe que, nesta relação, Q_{jk+1} e P_{jk+1} correspondem, respectivamente, à quantidade e peso dos itens da camada $j \in N$ que serão remanejados no destino $k \in K$ se $\bar{z}_{jk} = 1$.

As restrições (4.5)-(4.8) são as *restrições geométricas e de atendimento à demanda*:

As restrições (4.5) exigem que todas as camadas $j \in N$ (completas e fictícias) sejam empacotadas nos compartimentos. Note que essas restrições também exigem que uma camada $j \in N$ somente seja empacotada nas posições $s \in S_{jc}$, $c \in C$ destinadas a elas (veja mais na introdução desta seção);

As restrições (4.6) garantem que a altura da pilha de camadas colocada em um compartimento $c \in C$ não seja maior que a altura deste compartimento c ;

As restrições (4.7)-(4.8) exigem que não mais do que uma camada $j \in N$ ocupe qualquer posição de um compartimento $c \in C$. Note que esta condição é suficiente para que as camadas não se sobreponham em um compartimento.

As restrições (4.9)-(4.12) em conjunto com a função objetivo (4.4) contemplam o *balanceamento de peso no contêiner*:

As restrições (4.9) e (4.10), respectivamente, definem as variáveis (auxiliares) g_k^x e g_k^y . Note nessas restrições que $(p_c + \tau_{jk}^x)$ e $(q_c + \tau_{jk}^y)$ correspondem, respectivamente nos eixos x e y , ao centro de gravidade de uma camada $j \in N$, definido no sistema de coordenadas do contêiner (veja a Seção 3.1);

As restrições (4.11) e (4.12) definem os desvios de balanceamento de peso no contêiner para os eixos x e y . Esses desvios, quando apenas os itens de destinos $k' \geq k \in K$ estão no contêiner, são dados pela distância, em módulo, entre o centro de gravidade da carga e o centro de gravidade desejável para o contêiner, multiplicada pelo peso da carga no contêiner. Esses desvios são contabilizados se maiores do que as tolerâncias ε^x e ε^y , respectivamente para os eixos x e y . Convém notar que essas restrições somente são válidas em conjunto com a função objetivo (2), que penaliza esses desvios. Observe ainda que para manter a formulação linear, uma função módulo é definida, sem perda de generalidade, com duas desigualdades lineares.

As restrições (4.13)- (4.14) contemplam a *estabilidade vertical dos itens*:

As restrições (4.13) exigem que uma camada $j' \in N'$ somente possa ser colocada em uma posição $s' \in S_c | s' > s$ do compartimento $c \in C$ (i.e., $y_{j's'c} = 1$), se em qualquer posição $s \in S_c$ abaixo dela neste mesmo compartimento houver outra camada $j \in N'$ que a estabilize verticalmente (i.e., $\rho_{jj'} y_{jsc} = 1$). Note que essas restrições nunca impedem a camada j' de ser colocada na posição $s' = 1$ do compartimento c , pois, nesse caso, a camada j' é estabilizada pela face inferior do compartimento. Observe também que essas restrições não permitem que uma camada $j' \in N'$ seja empacotada sobre uma posição não ocupada por nenhuma camada (i.e., formando “buracos”). As soluções com esses buracos são todas simétricas (equivalentes a outras já admitidas pela formulação) e, portanto, não são desejadas;

As restrições (4.14) exigem que uma camada fictícia $j' \in N''$ somente possa ser colocada na posição $s' = \mu_c + 1$ do compartimento $c \in C$, se em cada posição $s \in S_c$ abaixo dela neste mesmo compartimento: houver uma camada

$j \in N'$ que possa estabilizá-la verticalmente (i.e., $\rho_{jj'} y_{jsc} = 1$); ou não houver nenhuma camada (i.e., $\sum_{j \in N'} y_{jsc} = 0$). Permite-se empacotar uma camada $j' \in N''$ sobre uma posição não ocupada por nenhuma camada, pois definimos que elas estejam na última posição ($\mu_c + 1$) de algum compartimento $c \in C$ (para garantir que nunca estejam abaixo de outra camada).

As restrições (4.15) contemplam a *resistência a empilhamento dos itens*. Estas restrições exigem que, quando apenas os itens de destinos $k' \geq k \in K$ estão no contêiner, a pressão exercida sobre qualquer ponto da face superior de um item contido na camada $j' \in N'$, colocada na posição $s \in S_c$ compartimento $c \in C$, não seja maior do que a pressão máxima suportada por esse ponto (i.e., $\bar{\sigma}_{j'sc}$). Esta pressão é calculada do lado direito do sinal de desigualdade, e é dada pelo peso das camadas $j \in N'$ colocadas em posições $s' \in S_c$ acima da camada j' no mesmo compartimento $c \in C$, dividido pela soma das áreas das faces superiores dos itens contidos na camada j' . Note que se a camada j' não estiver na posição avaliada (i.e., $y_{j'sc} = 0$), essas restrições são redundantes (i.e., o valor do lado esquerdo do sinal de desigualdade é \mathcal{M}). Este artifício do valor \mathcal{M} é necessário, pois permitimos empacotar uma camada fictícia sobre posições não ocupadas por nenhuma camada (veja as restrições (4.14)). Convém destacar que essas restrições admitem que o peso sobre uma camada seja distribuído homogeneamente entre os seus itens, e que cada item suporte a mesma pressão admissível em cada um dos pontos de sua face superior.

As restrições (4.16) em conjunto com a função objetivo (4.4) contemplam o *remanejamento dos itens*. Estas restrições exigem que se uma camada $j \in N'$ que contém itens do destino $k \in K$ for colocada em uma posição $s \in S_c$ do compartimento $c \in C$ (i.e., $e_{jk} y_{jsc} = 1$), então se uma camada $j' \in N$ que contém itens de destinos $k' > k \in K$ for colocada em uma posição $s' \in S_{j'c}$ acima dela no mesmo compartimento (i.e., $e_{j'k} y_{j's'c} = 1$), esses itens da camada j' (os de destinos $k' > k \in K$) precisarão ser remanejados no destino k (i.e., $\bar{z}_{j'k} = 1$). Note que esse remanejamento é penalizado na função objetivo.

As restrições (4.17) definem o domínio das variáveis de decisão. Observe que a variável \bar{z}_{jk} não está definida para $k = |K|$, pois, no último destino do contêiner os itens dos destinos anteriores já terão sido todos descarregados, e, portanto, não será mais necessário remanejar itens.

Admite-se que minimizar o remanejamento dos itens seja sempre uma prioridade em relação ao desbalanceamento de peso no contêiner (vide Capítulo 3). Para tal, assim como definido na Seção 3.6, é suficiente que as penalizações com os desvios de balanceamento de peso no contêiner, $\omega^{dev} \sum_{k \in K} (\theta_k^x + \theta_k^y)$, sejam valoradas de modo que sejam menores do que a menor unidade de remanejamento penalizada, $\omega^z [\omega^{zq} + \text{Min}_{i \in M} (\omega^{zp} P_i)]$. Com isso, o parâmetro ω^{dev} na função objetivo (4.4) também é dado pela relação (3.32).

O parâmetro μ_c utiliza o menor de dois limitantes superiores conhecidos (μ'_c e μ''_c) para o número de camadas completas em um compartimento $c \in C$:

$$\mu_c = \left\lceil \frac{|N'|}{|C|} + \zeta \cdot \left[\text{Min}(\mu'_c, \mu''_c) - \frac{|N'|}{|C|} \right] \right\rceil, \quad c \in C \quad (4.18)$$

em que:

- μ'_c : maior quantidade de camadas completas cuja soma de suas alturas não é maior que a altura do compartimento $c \in C$;
- μ''_c : maior quantidade de camadas completas que podem ser empilhadas sobre a camada completa de maior resistência ao empilhamento mais uma unidade;
- ζ : parâmetro que se $\zeta = 1$, μ_c é um limitante superior para a quantidade de camadas completas no compartimento $c \in C$; se $\zeta < 1$, não é garantido que μ_c ainda seja o limitante superior.

Note que o tamanho do problema (4.4)-(4.17) tende a diminuir com a redução do valor de ζ . Todavia, ao usar $\zeta < 1$ uma solução para esse problema pode ser inviabilizada.

Formulação para atribuir os itens residuais aos compartimentos do contêiner

A formulação (4.19)-(4.27), (4.11)-(4.12) a seguir é usada pelo procedimento de busca local da heurística H1 (vide Tabela 4.6) para atribuir os itens residuais aos compartimentos do contêiner, onde as camadas completas já estão empacotadas, buscando contemplar todas as restrições e o objetivo do problema. Considere a seguinte notação adicional para essa formulação:

Parâmetros:

e_{fk}^{\geq} : é igual a 1 se o item residual $f \in M'$ é de um destino $k' \geq k \in K$, e igual a 0, caso contrário;

L^{comp} : comprimento de qualquer compartimento;

P_i : peso de um item do tipo $i \in M$;

P_{ck}^{max} : maior peso que a pilha de camadas completas, se houver, colocada no compartimento $c \in C$, pode suportar sobre ela quando apenas os itens de destinos $k' \geq k \in K$ estão no contêiner. Caso não haja camadas completas no compartimento c , então $P_{ck}^{max} = \mathcal{M}$;

Q_{fc}^{\leq} : quantidade de destinos anteriores ao destino do item residual $f \in M'$ em que itens de camadas completas são descarregados do compartimento $c \in C$. Portanto, define a quantidade de vezes que o item f precisará ser remanejado se empacotado no compartimento c ;

W^{comp} : largura de qualquer compartimento;

y'_{jsc} : valor da variável y_{jsc} , $j \in N$; $c \in C$; $s \in S_{jc}$ obtido com a resolução da formulação (4.4)-(4.17);

ρ'_{fc} : é igual a 1 se não houver camadas completas no compartimento $c \in C$, ou se qualquer camada completa $j \in N'$ empacotada nele contém 0 ou pelo menos $\bar{\psi}_j$ itens quando apenas os itens de destinos $k' \geq k$ estão no contêiner, para $k = 1, \dots, k^*$, em que k^* é o destino do item residual $f \in M'$. Nestes casos, diz-se que o compartimento c fornece estabilidade (vertical) necessária ao item f . Caso contrário, este parâmetro é igual a 0.

Variáveis:

λ_{fc} : variável binária de decisão que é igual a 1 se o item $f \in M'$ é atribuído ao compartimento $c \in C$, e igual a 0, caso contrário.

Formulação:

$$\text{Min } \omega^z \sum_{f \in M'} \sum_{c \in C} Q_{fc}^z (\omega^{zq} + \omega^{zp} P_{\varphi(f)}) \lambda_{fc} + \omega^{dev} \sum_{k \in K} (\theta_k^x + \theta_k^y) \quad (4.19)$$

$$\sum_{c \in C} \lambda_{fc} = 1, \quad f \in M' \quad (4.20)$$

$$\sum_{f \in M'} l_{\varphi(f)} w_{\varphi(f)} h_{\varphi(f)} \lambda_{fc} \leq L^{comp} \cdot W^{comp} \cdot \left(H_c^{comp} - \sum_{j \in N'} \sum_{s \in S_c} \bar{h}_j y'_{jsc} \right), \quad c \in C \quad (4.21)$$

$$h_{\varphi(f)} \lambda_{fc} \leq \left(H_c^{comp} - \sum_{j \in N'} \sum_{s \in S_c} \bar{h}_j y'_{jsc} \right), \quad f \in M'; c \in C \quad (4.22)$$

$$\lambda_{fc} \leq \rho'_{fc}, \quad f \in M'; c \in C \quad (4.23)$$

$$\sum_{f \in M'} P_{\varphi(f)} e_{fk}^{\geq} \lambda_{fc} \leq P_{ck}^{max}, \quad c \in C; k \in K \quad (4.24)$$

$$g_k^x = \left(\frac{\sum_{f \in M'} \sum_{c \in C} e_{fk}^{\geq} P_{\varphi(f)} (p^c + L^{comp}/2) \lambda_{fc} + \sum_{j \in N'} \sum_{c \in C} \sum_{s \in S_c} P_{jk} (p^c + \tau_{jk}^x) y'_{jsc}}{P_k^{\Delta}} \right), \quad k \in K \quad (4.25)$$

$$g_k^y = \left(\frac{\sum_{f \in M'} \sum_{c \in C} e_{fk}^{\geq} P_{\varphi(f)} (q^c + W^{comp}/2) \lambda_{fc} + \sum_{j \in N'} \sum_{c \in C} \sum_{s \in S_c} P_{jk} (q^c + \tau_{jk}^y) y'_{jsc}}{P_k^{\Delta}} \right), \quad k \in K \quad (4.26)$$

e restrições (4.11)-(4.12)

$$\begin{aligned} \theta_k^x, \theta_k^y &\geq 0, k \in K \\ \lambda_{fc} &\in \{0,1\}, f \in M'; c \in C \end{aligned} \tag{4.27}$$

A *função objetivo* (4.19) minimiza as penalizações com o remanejamento de itens residuais ao longo da rota (calculadas com a primeira parcela dessas restrições) e também as penalizações com os desvios de balanceamento de peso no contêiner. Note que esta função objetivo admite que os itens residuais serão todos empacotados nos compartimentos aos quais eles são atribuídos.

As restrições (4.20)-(4.22) são as restrições de *atendimento à demanda* e as que visam o atendimento das *restrições geométricas*:

As restrições (4.20) garantem que todos os itens residuais $f \in M'$ sejam atribuídos aos compartimentos $c \in C$;

As restrições (4.21) garantem que o volume total dos itens residuais $f \in M'$ atribuídos ao compartimento $c \in C$ (calculado do lado esquerdo do sinal de desigualdade) não seja maior do que o volume disponível nesse compartimento, dado pelo volume total do compartimento menos o volume ocupado pelas camadas completas que eventualmente estejam nesse compartimento;

As restrições (4.22) garantem que um item residual $f \in M'$ não seja atribuído a um compartimento $c \in C$ com altura disponível menor do que a desse item. Esta altura disponível é dada pela altura do compartimento c menos a altura total da pilha de camadas completas que eventualmente esteja nesse compartimento.

As restrições (4.23) contemplam a *estabilidade vertical dos itens*. Estas restrições garantem que um item residual $f \in M'$ somente seja atribuído a um compartimento $c \in C$ que forneça estabilidade vertical necessária a ele (i.e., $\rho'_{fc} = 1$).

As restrições (4.24) contemplam a *resistência a empilhamento dos itens*. Estas restrições limitam, para qualquer destino $k \in K$, o peso total dos itens residuais atribuídos a um compartimento $c \in C$ observando P_{ck}^{max} .

As restrições (4.25)-(4.26), em conjunto com as restrições (4.11)-(4.12) e função objetivo (4.19), contemplam o *balanceamento de peso no contêiner*. Estas restrições possuem o mesmo papel das restrições (4.9) e (4.10) anteriormente definidas. O centro de gravidade do conjunto de itens residuais atribuídos a um compartimento é estimado no centro geométrico deste compartimento.

As restrições (4.27) definem o domínio das variáveis de decisão.

4.2 Uma variação da heurística H1 (heurística H2)

Nesta seção descreve-se a heurística H2, desenvolvida para melhorar os resultados obtidos com a heurística H1. A heurística H2 é mais bem detalhada na Seção 4.2.2, vide Tabela 4.9 à Tabela 4.17.

A heurística H1 é um método de solução baseado na geração *a priori* de camadas completas e fictícias para resolver o problema formulado no Capítulo 3, e permitiu resolver todos os exemplares avaliados no Capítulo 5. No entanto, para os exemplares maiores, não foi possível provar se a solução da formulação (4.4)-(4.17) é (ou não) ótima, nem mesmo conseguir um bom certificado de qualidade¹⁸ para ela. Convém destacar que esta formulação deve ser resolvida dentro de um tempo limite (utilizou-se 20 minutos) e também que a heurística H1 tenta resolvê-la com um método exato¹⁹.

Em busca de melhores soluções para o problema, propomos inicialmente tentar resolver a formulação (4.4)-(4.17) com uma heurística rápida (heurística HS). A

¹⁸ Dado pelo *gap* de integralidade da solução, um valor usado para avaliar a distância, no pior caso, entre a melhor solução inteira conhecida e a solução ótima para um PPLI. Veja mais no Capítulo 5.

¹⁹ Disponibilizado pelo software IBM ILOG CPLEX v.12.5.1. Este método exato usa um algoritmo de enumeração implícita do tipo *Branch and Cut*.

melhor solução obtida com essa heurística, se houver, deve então ser usada como solução inicial²⁰ para tentar resolver a formulação (4.4)-(4.17) com o método exato. Com a ajuda dessa solução inicial, espera-se que algumas porções do espaço de busca do problema possam ser eliminadas²¹ mais cedo por este método, levando a melhores soluções em comparação ao caso em que nenhuma solução inicial é fornecida, como ocorre na heurística H1.

Chamamos essa variação da heurística H1, em que se resolve a formulação (4.4)-(4.17) com a ajuda de uma solução inicial, de heurística H2. A heurística H2 é idêntica à heurística H1, senão pela maneira com que essa formulação é resolvida.

A Figura 4.6 ilustra um fluxograma com as etapas da heurística H2, e destaca a etapa em que as camadas completas e fictícias devem ser empacotadas.

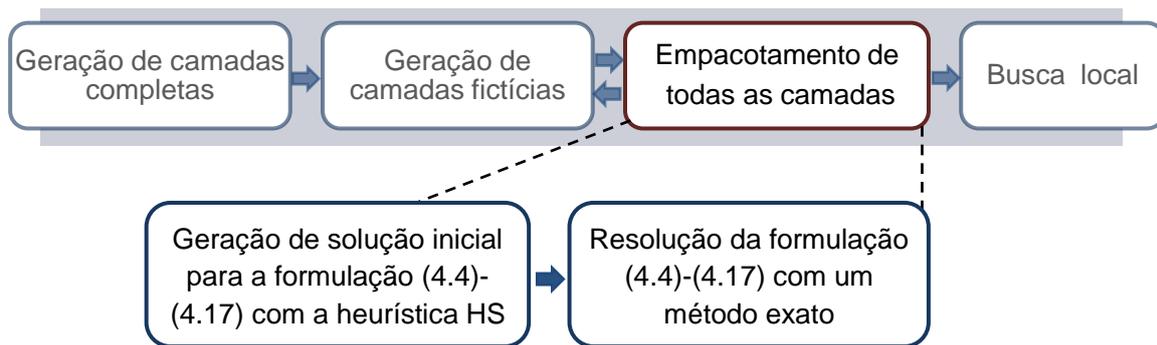


Figura 4.6 - Etapas da heurística H2 com destaque para a etapa “Empacotamento de todas as camadas”.

4.2.1 Uma heurística para a geração de uma boa solução inicial (heurística HS)

²⁰ A solução inicial é definida como a melhor solução inteira conhecida pelo método exato antes dele iniciar a busca. Veja mais detalhes na Seção 5.2.2.

²¹ Em algoritmos de enumeração implícita, tenta-se eliminar progressivamente porções do espaço de busca avaliando comparando a melhor solução inteira conhecida com a melhor solução possível (um limitante) para essa porção. Veja detalhes sobre o funcionamento de um algoritmo de enumeração implícita em, por exemplo, Land e Doig (1960).

A heurística HS (vide procedimento da Tabela 4.10) é usada para gerar uma boa solução inicial para a formulação (4.4)-(4.17) e pode ser dividida em duas etapas. Na primeira etapa busca-se construir soluções factíveis para o problema empacotando sequencialmente as camadas completas e fictícias nos compartimentos do contêiner. A maneira como as camadas podem ser empacotadas nessa etapa (dada pelo modo com que as camadas e os compartimentos são escolhidos) é parametrizada. Na segunda etapa busca-se melhorar as soluções geradas na etapa anterior com procedimentos de busca local. Duas buscas locais são consideradas. A primeira, *inter compartimentos*, tenta melhorar uma solução trocando camadas completas e fictícias entre compartimentos distintos do contêiner. A segunda, *intra compartimentos*, tenta melhorar uma solução buscando um novo posicionamento para as camadas completas sem mudá-las de compartimentos.

Propomos executar essas etapas diferentes vezes, cada vez com um conjunto diferente de parâmetros, e a melhor solução obtida deve ser fornecida como solução inicial para a resolução da formulação (4.4)-(4.17) de maneira exata, na próxima etapa da Heurística H2.

A Figura 4.7 apresenta um fluxograma básico da heurística HS:

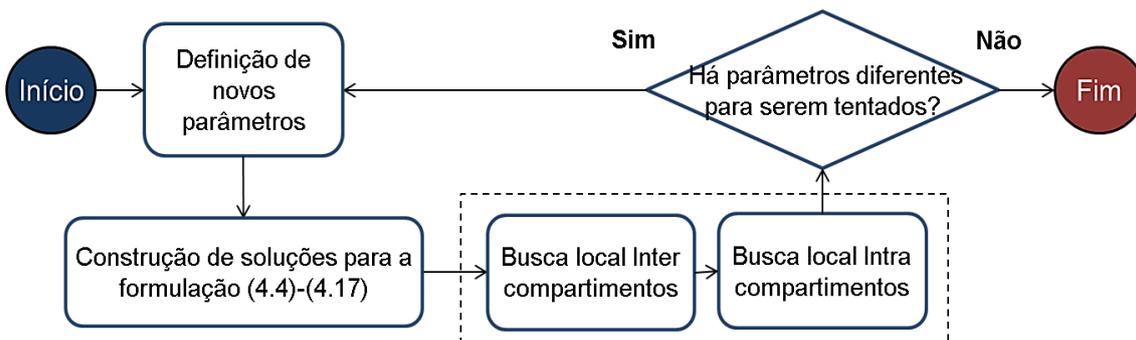


Figura 4.7 - Fluxograma básico da heurística HS.

As etapas que compõem a heurística HS são mais bem explicadas nas seções seguintes.

4.2.1.1 Construção de soluções para a formulação (4.4)-(4.17)

Nesta etapa busca-se gerar as primeiras soluções factíveis (e esperançosamente boas) para a formulação (4.4)-(4.17) com um procedimento iterativo (vide Tabela 4.11) que empacota sequencialmente as camadas completas e fictícias nos compartimentos. Esse procedimento é projetado para obter soluções boas, diversas, e também para ser simples, pois deverá ser executado em uma grande quantidade de vezes.

Em cada iteração deste procedimento, deve-se escolher uma camada ainda não empacotada e um compartimento para empacotá-la. A posição em que a camada escolhida deve ser colocada em um compartimento escolhido já é pré-definida: uma camada fictícia é sempre colocada na última posição do compartimento (a única posição factível para ela; veja mais na Seção 4.1.2); enquanto que as camadas completas são sempre colocadas na primeira posição disponível para elas no compartimento, ou seja, apoiada sobre a última camada completa empacotada nesse compartimento, ou sobre a face inferior desse compartimento, caso ele estiver vazio.

Para verificar se uma camada pode ser colocada no compartimento escolhido, admite-se que ela esteja empacotada em sua devida posição nesse compartimento e as seguintes restrições fortes devem ser atendidas: geométricas (4.6)-(4.8); de estabilidade do carregamento (4.13)-(4.14); e de resistência a empilhamento dos itens (4.15), definidas anteriormente. Note que o atendimento das restrições somente precisa ser verificado para o compartimento escolhido e não para todo compartimento $c \in \mathcal{C}$. Caso nenhuma restrição for violada, a camada escolhida é colocada em sua devida posição no compartimento escolhido e, se ainda houver camadas não empacotadas, uma nova iteração do procedimento é realizada (tenta-se empacotar uma nova camada). Todavia, caso alguma restrição for violada, tenta-se escolher um novo compartimento e torna-se a verificar se a camada escolhida pode ser colocada no compartimento escolhido, enquanto essa camada não for empacotada, ou até que não haja mais compartimentos em que ela possa ser colocada. Se a camada escolhida não puder ser colocada em nenhum compartimento, então o empacotamento gerado

até o momento é descartado e o procedimento é reinicializado (realiza-se uma nova tentativa para empacotar as camadas nos compartimentos).

Caso todas as camadas puderem ser empacotadas nos compartimentos, uma solução factível para a formulação (4.4)-(4.17) foi gerada. Neste caso, a solução e o seu valor de função objetivo são armazenados, e o procedimento é reinicializado em busca de uma nova solução.

O procedimento é reinicializado, em busca de novas soluções, até que uma quantidade pré-definida de iterações seja alcançada. A seguir explica-se como é realizada a escolha de uma próxima camada e também de um próximo compartimento por este procedimento.

A escolha da próxima camada a ser empacotada

Como as camadas fictícias somente podem ser colocadas nas últimas posições de cada compartimento $c \in C$ (posições $\mu_c + 1$), e, portanto, ficarão acima de qualquer outra camada completa colocada no mesmo compartimento, propomos empacotá-las primeiro para considerá-las desde o início do empacotamento das camadas completas.

As primeiras camadas escolhidas são as fictícias, se houver. Cada camada fictícia é escolhida de maneira aleatória e somente após todas elas serem empacotadas, as camadas completas são escolhidas. Cada camada completa é escolhida a partir de uma lista ordenada, e há dois critérios de ordenação possíveis para essa lista, definidos através do *parâmetro de ordenação das camadas completas*:

- a) O primeiro critério favorece a redução do remanejamento dos itens, buscando ordenar as camadas de maneira inversa da ordem em que seus itens devem ser entregues. Para isso, primeiramente, as camadas completas são ordenadas de maneira decrescente do valor do primeiro destino em que itens são descarregados delas. Em um caso de empate pelo primeiro critério, ordenam-se as camadas de maneira decrescente do maior “custo” possível de remanejamento para uma camada completa, i.e., o custo de remanejamento em um caso hipotético em que todos os seus itens são

remanejados em todos os destinos. Convém notar que as camadas completas já se encontram “pré-sequenciadas”, pois os itens foram atribuídos a elas de maneira inversa a ordem que eles devem ser entregues (veja mais sobre como as camadas completas são geradas na Seção 4.1);

- b) O outro critério favorece a factibilidade da solução e, para isso, busca ordenar as camadas de maneira decrescente de suas resistências a empilhamento, levando também em consideração a sua capacidade de fornecer estabilidade vertical às demais camadas. Para isso propõem-se ordenar as camadas completas de maneira decrescente dos seus indicativos de resistência a empilhamento, R_j , $j \in N'$, já definidos e usados anteriormente (vide Seção 4.1.1), que levam em consideração todos esses aspectos.

Visando promover a variedade das soluções geradas, ao invés de escolher sempre a primeira camada completa ainda não empacotada dessa lista, permite-se escolher aleatoriamente uma camada completa entre a primeira e a k -ésima camada ainda não empacotada dessa lista. O valor desse k é definido pelo *parâmetro de variabilidade das camadas*.

A escolha de um compartimento para empacotar uma camada escolhida.

O compartimento escolhido para empacotar uma camada deve conter pelo menos uma posição livre destinada a essa camada. Para tentar escolher um novo compartimento, ou o primeiro (quando nenhuma camada foi ainda empacotada), existem duas opções possíveis, definidas pelo *parâmetro de variabilidade do compartimento*. Em ambas, os compartimentos são avaliados sequencialmente e o primeiro que estiver disponível é escolhido:

- a) Na primeira opção, a sequência utilizada para avaliar os compartimentos é pré-definida, não repete nenhum compartimento e visa favorecer o balanceamento de peso no contêiner. Os compartimentos são avaliados de maneira alternada no contêiner (dois compartimentos consecutivos quaisquer na sequência são localizados em posições de lados distintos do contêiner, no

eixo x), iniciando de um compartimento localizado mais próximo do centro geométrico do contêiner e progredindo radialmente para compartimentos localizados em posições mais distantes desse centro no eixo y . Somente após o último compartimento da sequência definida ser avaliado, caso necessário, a busca por um compartimento é reiniciada (recomeça a partir do primeiro compartimento da sequência definida). A Figura 4.8 apresenta um exemplo que ilustra uma sequência definida com essa opção para um contêiner com seis compartimentos (veja a definição algorítmica dessa sequência na Tabela 4.14 da Seção 4.2.2);

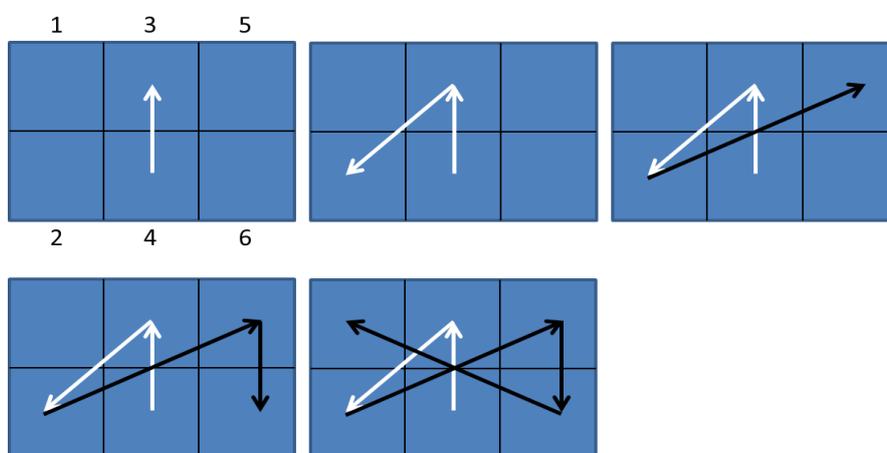


Figura 4.8 - Exemplo de uma sequência pré-definida de compartimentos, que privilegia o balanceamento de peso no contêiner.

- b) Na segunda opção, a sequência utilizada para avaliar os compartimentos é gerada aleatoriamente e não repete nenhum deles. Somente após o último compartimento dessa sequência ser avaliado, caso necessário, a busca é reiniciada (uma nova sequência desse tipo é gerada aleatoriamente).

Após algum compartimento já tiver sido escolhido, a decisão de quando tentar escolher um novo compartimento, ou tentar escolher o atual (último compartimento escolhido) é definida pelo *parâmetro de permanência do compartimento*. São duas as opções possíveis:

- a) Deve-se tentar escolher um novo compartimento toda vez que uma camada for escolhida para ser empacotada, ou toda vez que a camada escolhida não puder ser empacotada no compartimento escolhido. Observe que com essa

opção, as camadas completas tendem a ser colocadas primeiramente em posições mais baixas no contêiner;

- b) Deve-se tentar escolher um novo compartimento somente quando a camada escolhida não puder ser empacotada no compartimento escolhido. Observe que com essa opção, privilegia-se primeiro o empilhamento das camadas, antes de escolher um novo compartimento.

4.2.1.2 Procedimentos de busca local

Nesta etapa, aplicam-se procedimentos de busca local visando melhorar as melhores soluções eventualmente obtidas com a etapa anterior da heurística HS (vide Seção 4.2.1.1). Dois procedimentos de busca local são utilizados: inter compartimentos e intra compartimentos, executados nesta ordem.

Busca local inter compartimentos

O procedimento de busca local inter compartimentos (vide Tabela 4.15) tenta melhorar uma solução trocando camadas completas e fictícias entre compartimentos distintos do contêiner.

A seguir definimos um conceito usado para descrever este procedimento, denominado de “*pares de posições inter compartimentos*”. Esses pares são todas as *combinações simples*²² de uma posição s localizada no compartimento c , (s, c) , com uma posição s' localizada no compartimento c' , (s', c') , de maneira que:

- a) as posições (s, c) e (s', c') são compatíveis, isso é, ou ambas são destinadas às camadas completas ($s \in S_c$ e $s' \in S_{c'}$) ou às camadas fictícias ($s = \mu_c + 1$ e $s' = \mu_{c'} + 1$);
- b) as posições (s, c) e (s', c') são localizadas em compartimentos distintos, isso é, $c \neq c'$;

²² Na combinação simples, a ordem dos elementos no agrupamento não interfere, pois são arranjos que se diferenciam somente pela natureza de seus elementos. Desta forma, consideramos que os pares de posições $[(s, c), (s', c')]$ e $[(s', c'), (s, c)]$ são iguais.

- c) uma das posições deve conter uma camada, enquanto a outra pode estar vazia. Se uma posição estiver vazia, ela deve ser a posição vazia mais baixa (posição de menor valor) destinada às camadas completas do seu compartimento²³, ou ser uma posição destinada às camadas fictícias.

Inicialmente, são fornecidas até $kBest$ soluções como entrada para este procedimento, que são as melhores soluções distintas obtidas até o momento com a heurística HS (segundo a função objetivo (4.4)). Em seguida, para cada solução fornecida, os seguintes passos são realizados com todos os *pares de posições inter compartimentos* (s, c) e (s', c') :

- a) gera-se uma cópia da solução fornecida e os passos seguintes são realizados com essa solução cópia;
- b) se houver, a camada j localizada na posição s do compartimento c , é removida dessa posição. Se houver, a camada j' , colocada na posição s' do compartimento c' , também é removida de sua posição;
- c) se houver, tenta-se colocar a camada j na melhor posição $s^* \in S_{jc'}$ do compartimento c' e a camada j' , se houver, na melhor posição $s^* \in S_{j'c}$ do compartimento c . Para isso, as camadas completas eventualmente já empacotadas nos compartimentos c e/ou c' podem ter as suas posições modificadas, desde que a ordem definida entre elas não seja modificada. A melhor posição de um compartimento referida neste passo é aquela em que a camada quando nela colocada:
 - não viola nenhuma das seguintes restrições fortes para esse compartimento: geométricas (4.6)-(4.8); de estabilidade do carregamento (4.13)-(4.14); e de resistência a empilhamento dos itens (4.15), definidas anteriormente;

²³ Não consideramos as demais posições eventualmente vazias desse compartimento, destinadas a uma camada completa, pois elas levariam todas a uma mesma solução com a busca local inter compartimentos.

- gera uma menor penalidade possível para o remanejamento dos itens para esse compartimento, calculada com o primeiro termo da função objetivo (4.4).

d) se uma solução factível para a formulação (4.4)-(4.17) pôde ser obtida com o passo anterior, ela é armazenada; caso contrário, ela é descartada.

Após a busca ser realizada com todas as soluções, o procedimento deve ser reinicializado (executado a partir da primeira solução fornecida) até um número definido de vezes. Mas, antes de ser reinicializado, essas soluções devem ser atualizadas. Novamente, são fornecidas até $kBest$ soluções, que são as melhores soluções geradas até o momento com a heurística HS, excluídas as soluções já fornecidas para este procedimento. Note que as melhores soluções agora podem incluir aquelas eventualmente já geradas com este procedimento.

Busca local intra compartimentos

O procedimento de busca local intra compartimentos (vide Tabela 4.17) tenta melhorar uma solução buscando um novo posicionamento para as camadas completas, sem mudá-las de compartimentos.

São fornecidas até $kBest$ soluções como entrada para este procedimento, que são as melhores soluções distintas obtidas até o momento com a heurística HS (segundo a função objetivo (4.4)). Em seguida, para cada solução fornecida, os seguintes passos são realizados com cada compartimento $c \in C$, tal que c contém itens que serão remanejados:

- a) se o número total de maneiras (combinações) em que se pode tentar arranjar as camadas completas colocadas no compartimento c não for maior do que um valor pré-definido, essas combinações são todas avaliadas em busca da melhor delas. Caso contrário, essas combinações são consideradas muitas, e apenas um subconjunto delas, definido aleatoriamente, é avaliado;

Uma combinação das camadas completas colocadas no compartimento c , referida neste passo, é aquela em que:

- todas elas são colocadas no compartimento c ;

- no máximo uma delas é colocada em cada posição $s \in S_c$ do compartimento c ;
- não se admite posições não ocupadas abaixo de uma camada completa.

Note que o total dessas combinações é dado pelo fatorial da quantidade de camadas completas colocadas no compartimento c . A melhor combinação referida neste passo é aquela que:

- é factível, i.e., não viola as restrições de estabilidade do carregamento (4.13)-(4.14); e de resistência a empilhamento dos itens (4.15), definidas anteriormente;
- gera uma menor penalidade possível com o remanejamento dos itens, calculada com o primeiro termo da função objetivo (4.4).

b) se a melhor combinação factível entre todas as combinações avaliadas no passo anterior for melhor do que a combinação atual para o compartimento c (presente na solução fornecida), ela substitui a combinação atual para esse compartimento c ;

Note que como as camadas não são colocadas em outros compartimentos com este procedimento, as penalizações com balanceamento de peso no contêiner não precisam ser avaliadas (são as mesmas das soluções fornecidas).

4.2.2 Detalhamento da heurística H2

Nesta seção são detalhados todos os passos da heurística H2 com o auxílio de pseudocódigos.

A Tabela 4.9 apresenta o procedimento principal da heurística H2. A partir dele a heurística H2 é inicializada e também finalizada.

Tabela 4.9 - Procedimento principal da heurística H2.

-
1. **Início main H2()**
 2. Execute todos os passos do procedimento principal da heurística H1 (Tabela 4.1) na ordem definida, mas executando o procedimento principal da heurística HS (Tabela 4.10) imediatamente antes de tentar resolver a formulação (4.4)-(4.17) de maneira exata (i.e., imediatamente antes de executar a linha 10 da Tabela 4.1);
 3. **Fim main H2()**
-

A Tabela 4.10 apresenta o procedimento principal da heurística HS, responsável por tentar gerar uma boa solução inicial para formulação (4.4)-(4.17).

Tabela 4.10 - Procedimento principal da heurística HS.

-
1. **Início main HS()**
 2. **Enquanto** houver um conjunto de parâmetros disponibilizado para executar este procedimento, que ainda não tenha sido utilizado
 3. Escolha um conjunto de parâmetros disponibilizado para executar este procedimento, que ainda não tenha sido utilizado;
 4. Execute o procedimento *gSol()* (Tabela 4.11);
 5. Execute o procedimento *sInter()* (Tabela 4.15);
 6. Execute o procedimento *sIntra()* (Tabela 4.17);
 7. Armazene a melhor solução obtida até o momento, se houver;
 8. **Repita**
 9. Defina a melhor solução obtida com este procedimento, se houver, como solução inicial para tentar resolver a formulação (4.4)-(4.17) de maneira exata (veja a nota de rodapé 20, página 154);
 10. **Fim main HS()**
-

A Tabela 4.11 apresenta o procedimento *gSol()* da heurística HS, responsável por tentar gerar as primeiras soluções factíveis para a formulação (4.4)-(4.17), empacotando as camadas sequencialmente nos compartimentos. Considere a seguinte notação adicional para este procedimento:

Parâmetro:

nIteraC: número de tentativas que devem ser realizadas pelo procedimento *gSol()* para gerar uma solução factível para a formulação (4.4)-(4.17).

Tabela 4.11 - Procedimento $gSol()$.

1.	Início $gSol()$
2.	$count = 0;$
3.	Repita
4.	Defina todas as camadas como não empacotadas;
5.	Defina todos os compartimentos como não escolhidos;
6.	$aux=0;$
7.	Repita
8.	Escolha uma camada $j \in N$, ainda não empacotada, com o procedimento $chooseLayer(j)$ (Tabela 4.12);
9.	Repita
10.	Escolha um compartimento $c \in C$ com o procedimento $chooseComp(c, j, aux)$ (Tabela 4.13);
11.	Se o procedimento $chooseComp(c, j, aux)$ retornar erro
12.	Vá para a linha 20 (realiza uma nova tentativa para gerar uma solução);
13.	Coloque a camada j na primeira posição (posição de menor valor) $s \in S_{jc}$ do compartimento c não ocupada por nenhuma outra camada;
14.	Verifique se nenhuma das restrições fortes (4.6), (4.13)-(4.15) é violada para o compartimento c ;
15.	Se alguma restrição forte foi violada
16.	Remova a camada j do compartimento c ;
17.	Enquanto a camada j não estiver empacotada;
18.	Enquanto houver camadas ainda não empacotadas;
19.	Armazene a solução obtida;
20.	$count = count + 1;$
21.	Enquanto $count < nIteraC$;
22.	Fim $gSol()$

A Tabela 4.12 apresenta o procedimento $chooseLayer(j)$ responsável por escolher a próxima camada a ser empacotada pelo procedimento $gSol()$. Considere a seguinte notação adicional para esse procedimento:

Parâmetros:

$list^{layer}$: lista que contém somente as camadas completas. A maneira como esta lista é ordenada é definida pelo parâmetro $sortL$;

$sortL$: parâmetro de ordenação das camadas completas. Define como as camadas são ordenadas na lista $list^{layer}$. Se $sortL = 0$, as camadas dessa lista estão ordenadas de maneira decrescente do valor do primeiro destino em que itens são descarregados delas e, em caso de empate, devem ser ordenadas de maneira decrescente do seguinte valor: $\sum_{k \in K/\{K\}} (\omega^{zq} Q_{jk+1} + \omega^{zp} P_{jk+1})$, o maior “custo” possível de

remanejamento dos itens para uma camada completa j . Caso contrário, $sortL = 1$, as camadas dessa lista estão ordenadas de maneira decrescente de R_j , o indicativo de resistência a empilhamento de uma camada completa j (vide Seção 4.1.1);

window: parâmetro de variabilidade das camadas. Define quantas das primeiras camadas não empacotadas da lista $list^{layer}$ são elegíveis para serem escolhidas. Em um extremo, se esse parâmetro for igual ao número de camadas completas, a escolha da próxima camada completa é totalmente aleatória; em outro extremo, se esse parâmetro for igual a 1, a escolha da próxima camada completa é determinística.

Tabela 4.12 - Procedimento $chooseLayer(j)$.

-
1. **Início $chooseLayer(j)$**
 2. **Se** houver camadas fictícias ainda não empacotadas
 3. Escolha aleatoriamente uma camada fictícia j ainda não empacotada;
 4. **Caso contrário**
 5. Escolha aleatoriamente uma camada completa j ainda não empacotada entre a primeira e a k -ésima camada ainda não empacotada da lista $list^{layer}$, em que:
 $k = \min\{window, \text{número de camadas completas ainda não empacotadas}\}$;
 6. **Fim $chooseLayer(j)$**
-

A Tabela 4.13 apresenta o procedimento $chooseComp(c, j, aux)$ responsável por escolher o próximo compartimento usado pelo procedimento $gSol()$. Considere a seguinte notação adicional para esse procedimento:

Parâmetros:

$list^{comp2}$: lista que contém somente os compartimentos do contêiner. A maneira como esta lista é ordenada é definida pelo parâmetro $varC$;

$varC$: parâmetro de variabilidade do compartimento. Define como os compartimentos são ordenados na lista $list^{comp2}$. Se $varC = 0$, os compartimentos desta lista estão ordenados com a mesma sequência definida pelo procedimento da Tabela 4.14; caso contrário, $varC = 1$, esses compartimentos estão ordenados de maneira aleatória;

$permC$: parâmetro de permanência do compartimento. Define quando tentar escolher um novo compartimento para empacotar uma camada. Se

$permC = 0$, tenta-se escolher um novo compartimento sempre que uma nova camada precisa ser empacotada, ou quando uma camada escolhida não pode ser empacotada no compartimento escolhido; caso contrário, $permC = 1$, tenta-se escolher um novo compartimento somente se a camada escolhida não pode ser empacotada no compartimento escolhido.

Tabela 4.13 - Procedimento $chooseComp(c,j,aux)$.

1.	Início $chooseComp(c, j, aux)$
2.	Se $permC = 1$ E $aux > 0$
3.	Se o compartimento $list^{comp2}[aux]$ puder ser escolhido (i.e., se ele contiver uma posição $s \in S_{jc}$ não ocupada para empacotar a camada j , e ainda não se tentou colocar a camada j nele)
4.	Escolha esse compartimento ($c=list^{comp2}[aux]$);
5.	Fim $chooseComp(c, j, aux)$:
6.	Enquanto um compartimento não for escolhido E ainda houver compartimentos que possam ser escolhidos
7.	Se $aux= list^{comp2} $
8.	$aux = 1$;
9.	Se $varC=1$
10.	Ordene aleatoriamente a lista $list^{comp2}$;
11.	Caso contrário
12.	$aux= aux + 1$;
13.	Se o compartimento $list^{comp2}[aux]$ puder ser escolhido
14.	Escolha esse compartimento ($c=list^{comp2}[aux]$);
15.	Repita;
16.	Se nenhum compartimento pôde ser escolhido
17.	Retorne erro;
18.	Fim $chooseComp(c, j, aux)$

A Tabela 4.14 apresenta o procedimento $balancedSeq()$ responsável por definir uma sequência de escolha dos compartimentos visando o balanceamento de peso no contêiner. Esta sequência é definida pela ordem em que os compartimentos são impressos neste procedimento (veja um exemplo de sequência gerada com esse procedimento na Figura 4.8). Note que todo contêiner possui uma quantidade par de compartimentos e o número de um compartimento é definido de acordo com a Figura 1.1.

Tabela 4.14 - Procedimento *balancedSeq()*.

1.	Início <i>balancedSeq()</i>
2.	Se $ C /2$ for ímpar
3.	$atual = \frac{ C }{2} + 1$; imprima o compartimento <i>atual</i> ;
4.	$atual = atual - 1$; imprima o compartimento <i>atual</i> ;
5.	Vá para a linha 11;
6.	Caso Contrário
7.	$atual = \frac{ C }{2}$; imprima o compartimento <i>atual</i> ;
8.	$atual = C + 1 - atual$; imprima o compartimento <i>atual</i> ;
9.	$atual = atual + 1$; imprima o compartimento <i>atual</i> ;
10.	$atual = C + 1 - atual$; imprima o compartimento <i>atual</i> ;
11.	Se $atual > 1$;
12.	$atual = atual - 1$; imprima o compartimento <i>atual</i> ;
13.	Vá para a linha 8;
14.	Fim <i>balancedSeq()</i>

A Tabela 4.15 apresenta o procedimento *sInter()* responsável por realizar a busca local inter compartimentos nas melhores soluções obtidas até o momento pela heurística HS. Considere a seguinte notação adicional usada neste procedimento:

Parâmetros:

- kBest*: número máximo de soluções fornecidas para as buscas locais inter ou intra compartimentos da heurística HS;
- nInter*: número de vezes que a busca local inter compartimentos da heurística HS deve ser reinicializada.

Tabela 4.15 - Procedimento *sInter()*.

1.	Início <i>sInter()</i>
2.	Defina uma lista auxiliar $list^{sol}$;
3.	Para $countInter = 1, \dots, nInter$
4.	Remova todas as soluções da lista $list^{sol}$, se houver;
5.	Copie para a lista $List^{sol}$ as soluções geradas até o momento com a heurística HS, limitadas às $kBest$ melhores soluções distintas (segundo a função objetivo (4.4)) ainda não fornecidas para este procedimento;
6.	Para cada solução sol em $list^{sol}$
7.	Para cada um dos pares de posições <i>inter</i> compartimentos ²⁴ (s, c) e (s', c')
8.	Gere uma cópia da solução sol (solução cópia). Os passos seguintes deste procedimento são realizados com essa solução cópia;
9.	Se houver uma camada j na posição s do compartimento c ;
10.	Remova a camada j da posição s do compartimento c ;
11.	Diminua em uma unidade a posição de qualquer camada completa que eventualmente esteja em posições maiores do que a posição s no compartimento c ;
12.	Se houver uma camada j' na posição s' do compartimento c' ;
13.	Remova a camada j' da posição s' do compartimento c' ;
14.	Diminua em uma unidade a posição de qualquer camada completa que eventualmente esteja em posições maiores do que a posição s' no compartimento c' ;
15.	Se uma camada j foi removida do compartimento c (passo 10)
16.	Tente colocar a camada j no compartimento c' com o procedimento $fitBestPos(j, c')$
17.	Se o procedimento $fitBestPos(j, c')$ retornar erro
18.	Vá para a linha 24 (realiza nova tentativa, com um novo par);
19.	Se uma camada j' foi removida do compartimento c' (passo 13)
20.	Tente colocar a camada j' no compartimento c com o procedimento $fitBestPos(j', c)$;
21.	Se o procedimento $fitBestPos(j', c)$ retornar erro
22.	Vá para a linha 24;
23.	Armazene a nova solução obtida a partir da solução cópia;
24.	Fim Para
25.	Fim Para
26.	Fim Para
27.	Fim <i>sInter()</i>

A Tabela 4.16 apresenta o procedimento $fitBestPos(j, c)$ responsável tentar colocar a camada $j \in N$ na melhor posição possível do compartimento c . Para isso, as camadas completas eventualmente já colocadas no compartimento c

²⁴ Veja a definição desses pares na Seção 4.2.1.2

podem ter as suas posições modificadas, desde que a ordem entre elas não seja modificada.

Tabela 4.16 - Procedimento *fitBestPos(j,c)*.

1.	Início <i>fitBestPos(j,c)</i>
2.	$bestVal = \infty;$
3.	$bestPos = -1;$
4.	Se a camada j for fictícia
5.	Coloque a camada j na posição $\mu_c + 1$ do compartimento c ;
6.	Se alguma das restrições fortes (4.6), (4.13)-(4.15) forem violadas para o compartimento c
7.	Retorne erro;
8.	Fim <i>fitBestPos(j,c)</i>
9.	Caso contrário
10.	Defina s^* como a posição de menor valor (mais baixa) não ocupada por alguma camada no compartimento c ;
11.	Enquanto $s^* \geq 1$
12.	Coloque a camada completa j na posição s^* ;
13.	Se nenhuma das restrições fortes (4.6), (4.13)-(4.15) forem violadas para o compartimento c ;
14.	Se o valor total das penalizações com o remanejamento dos itens calculado com o primeiro termo da função objetivo (4.4), apenas para o compartimento c , forem menores do que $bestVal$
15.	Atribua esse valor à $bestVal$;
16.	$bestPos = s^*$;
17.	Remova a camada j da posição s^* ;
18.	Remova a camada colocada na posição $s^* - 1$, se houver, e a coloque na posição s^* ;
19.	$s^* = s^* - 1$;
20.	Repita
21.	Se $bestPos > 0$ (i.e., a camada j pôde ser colocada no compartimento c sem violar nenhuma restrição forte)
22.	Diminua em uma unidade a posição de qualquer camada eventualmente colocada em posições menores ou iguais a posição $bestPos$ do compartimento c ;
23.	Coloque a camada j na posição $bestPos$ do compartimento c ;
24.	Caso contrário
25.	Retorne erro;
26.	Fim <i>fitBestPos(j,c)</i>

A Tabela 4.17 apresenta o procedimento *sIntra()* responsável por realizar a busca local intra compartimentos nas melhores soluções obtidas até o momento pela heurística HS. Considere a seguinte notação adicional usada neste procedimento:

Parâmetro:

maxIntra: número máximo de iterações realizadas pela busca local intra compartimentos da heurística HS para cada compartimento.

Tabela 4.17 - Procedimento *sIntra()*.

-
1. **Início *sIntra()***
 2. Defina uma lista auxiliar *list^{sol}*;
 3. Copie as soluções geradas até o momento com a heurística HS, limitadas às *kBest* melhores soluções distintas (segundo a função obj. (4.4)), para a lista *List^{sol}*;
 4. **Para** cada solução *sol* em *list^{sol}*
 5. **Para** cada compartimento $c \in C$ da solução *sol*, tal que *c* contém itens que devem ser remanejados.
 6. Defina um conjunto auxiliar $N^{(c)}$, que contém somente as camadas completas colocadas no compartimento *c*;
 7. Armazene a combinação atual das camadas $j \in N^{(c)}$ (a maneira em que elas estão arranjadas no compartimento *c*);
 8. **Se** $|N^{(c)}| \leq \text{maxIntra}$
 9. **Para** cada sequência (permutação) distinta *seq* das camadas $j \in N^{(c)}$
 10. Remova as camadas completas colocadas no compartimento *c*;
 11. **Para** a primeira até a última camada *j* da sequência *seq*
 12. Coloque a camada *j* na primeira posição disponível do compartimento *c*;
 13. **Fim Para**
 14. **Se** nenhuma das restrições fortes (4.13)-(4.15) forem violadas
 15. Armazene a combinação atual das camadas $j \in N^{(c)}$;
 16. **Fim Para**
 17. **Caso contrário**
 18. **Para** $\text{aux} = 1, \dots, \text{maxIntra}$
 19. Gere aleatoriamente uma sequência possível das camadas $j \in N^{(c)}$;
 20. Remova as camadas completas colocadas no compartimento *c*;
 21. **Para** a primeira até a última camada *j* da sequência gerada
 22. Coloque a camada *j* na primeira posição disponível do compartimento *c*;
 23. **Fim Para**
 24. **Se** nenhuma das restrições fortes (4.13)-(4.15) forem violadas
 25. Armazene a combinação atual das camadas $j \in N^{(c)}$;
 26. **Fim Para**
 27. Defina a combinação atual das camadas $j \in N^{(c)}$ como a que incorre nas menores penalizações com remanejamento dos itens, dentre todas as combinações armazenadas nas linhas 7, 15 e 25. Essas penalizações são calculadas com o primeiro termo da função objetivo (4.4);
 28. **Fim Para**
 29. **Fim Para**
 30. **Fim *sIntra()***
-

4.3 Considerações finais do capítulo

As heurísticas H1 e H2 são métodos de solução baseados no empacotamento dos itens em camadas horizontais, completas e fictícias, para o problema formulado no Capítulo 3, e puderam resolver todos os exemplares avaliados na Seção 5.2. Essas heurísticas são motivadas pela maneira em que os itens são empacotados na prática pela empresa – em camadas completas sempre que possível. A priorização do empacotamento dos itens em camadas completas pode tornar a resolução do problema simplificada, pois elas já possuem um padrão de empacotamento pré-definido. Outra vantagem dessas camadas é que os itens empacotados nelas são horizontalmente estáveis por definição (veja a Seção 3.3).

A abordagem de resolução por camadas, completas e fictícias, permitiu reduzir o problema de empacotar os itens nos compartimentos a um problema de empacotamento unidimensional com restrições adicionais de carregamento. Esse problema simplificado é formulado como um PPLIM e resolvido pela heurística H1 com um método exato. Em busca de melhores resultados propõe-se também a heurística H2, que resolve essa formulação inicialmente com outra heurística (heurística HS) visando acelerar a busca do método exato. A heurística H2 encontrou melhores soluções para a maioria dos exemplares avaliados na Seção 5.2 dos quais a heurística H1 falhou em apresentar um certificado satisfatório de qualidade da solução.

Uma limitação dessas heurísticas é a necessidade em definir todas as camadas *a priori* para tentar empacotá-las nos compartimentos. Além disso, alguns arranjos de carga, como o empacotamento em camadas verticais, não são explorados. Algumas possíveis extensões para as heurísticas podem ser avaliadas futuramente como, por exemplo, adaptá-las para admitir essas camadas verticais, possivelmente em conjunto com as camadas horizontais. Também parece ser interessante investir em melhorias para a heurística HS, que se mostrou eficiente em gerar soluções iniciais para os exemplares avaliados na Seção 5.2.

5 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Neste capítulo apresentam-se os testes computacionais realizados com o modelo proposto no Capítulo 3 e com os métodos de solução heurísticos propostos no Capítulo 4 para o problema estudado nesta tese.

Primeiramente, avalia-se o modelo proposto para exemplares bastante limitados do problema, objetivando evidenciar as dificuldades em resolvê-lo de maneira exata. Os resultados obtidos também são comparados com os gerados pela heurística H1, visando fornecer uma primeira validação da abordagem de empacotamento em camadas completas e fictícias empregada pelos métodos de solução propostos.

Em seguida, os métodos de solução propostos são avaliados para uma ampla gama de problemas teste gerados aleatoriamente e também para problemas gerados a partir de um exemplar realista. Inicialmente realizam-se testes com a heurística H1 e em seguida, em busca de melhores resultados, realizam-se testes com a heurística H2.

A seguir apresentam-se algumas definições consideradas neste capítulo.

Formulações matemáticas

Por facilidade, definimos as seguintes siglas para cada uma das formulações matemáticas (PPLIMs) resolvidas nos experimentos deste capítulo:

PPLI1: formulação proposta para o problema aqui estudado, definida no Capítulo 3 pelas expressões: (3.2)-(3.4),(3.6)-(3.10),(3.13)-(3.17),(3.21)-(3.35)²⁵;

PPLI2: versão simplificada da formulação PPLI1 resolvida pelas heurísticas H1 e H2, e definida na Seção 4.1.2 pelas expressões (4.4)-(4.17);

PPLI3: formulação complementar resolvida pelas heurísticas H1 e H2, e definida na Seção 4.1.2 pelas expressões (4.19)-(4.27), (4.11)-(4.12).

²⁵ Note que algumas das expressões apresentadas no Capítulo 3 são substituídas pelas respectivas versões revisadas.

Volume relativo

Para limitar o volume de itens que deve ser carregado no contêiner, adotamos a mesma métrica de volume empregada pela empresa para este fim. O volume de um item de tipo i calculado com essa métrica (*volume relativo*) não necessariamente está relacionado ao volume real ocupado por ele ($l_i \cdot w_i \cdot h_i$) e é dado por $100/\max Q_i$, em que $\max Q_i$ é a quantidade máxima de itens do tipo i que a empresa coloca sobre um palete com apenas esse tipo de item para fins de armazenagem. Cada contêiner avaliado possui uma capacidade máxima definida para o volume relativo total dos itens colocados nele, e com essa informação limitaremos a demanda dos itens nos exemplares gerados aleatoriamente na Seção 5.2.

Parâmetros usados em todos os experimentos

Para a condução dos experimentos computacionais, os seguintes parâmetros foram utilizados:

- a) $g^{vx} = L/2$ e $g^{vy} = W/2$. Ou seja, o centro de gravidade desejável para o contêiner é definido em seu centro geométrico;
- b) $\zeta = 0,7$. Este valor foi obtido por meio de experimentos computacionais com diversos exemplares da formulação PPLI2; ele foi escolhido por ser o menor valor que não implicou em alterações significativas na qualidade das soluções, em comparação com $\zeta = 1$. Veja detalhes deste parâmetro na Seção 4.1.2;
- c) $\varepsilon^x = P_1^\Delta / |C| \cdot 0,02 \cdot L$ e $\varepsilon^y = P_1^\Delta / |C| \cdot 0,02 \cdot W$. Ou seja, a tolerância para os desvios de balanceamento, respectivamente nos eixos x e y , é dada pela média de peso dos itens em um compartimento, quando todos os itens demandados estão no contêiner, multiplicada por 2% do tamanho do contêiner nos eixos x e y ;
- d) $\bar{\psi}_j = 4, j \in N'$. Ou seja, para qualquer destino $k \in K$, quatro itens na camada $j \in N'$ (pode-se imaginar um em cada extremidade da camada) são suficientes para ela estabilizar os itens colocados sobre ela;

e) $\omega^{zp} = 0,2$ e $\omega^{zq} = 0,8$. Ou seja, a penalização com o remanejamento dos itens é dada por 20% do peso e por 80% da quantidade desses itens.

Informações dos contêineres e itens

A seguir apresentam-se as características dos itens e contêineres usados nos experimentos deste capítulo. Essas informações foram obtidas a partir dos dados fornecidos pela empresa de bebidas motivadora deste estudo.

Considere a seguinte notação adicional:

V^{rel} : capacidade máxima do contêiner para o volume relativo total dos itens colocados nele.

Ao todo foram considerados cinco contêineres. As capacidades e os compartimentos presentes em cada um deles são apresentados na Tabela 5.1. Nesta tabela, as siglas “*Pa*” e “*Re*”, respectivamente, indicam os tipos de compartimento padrão e rebaixado, vide Tabela 5.2; enquanto que o símbolo “-” indica que o respectivo compartimento não está presente.

Tabela 5.1 - Informações dos contêineres utilizados nos experimentos computacionais.

Contêiner ²⁶	Compartimentos ($c \in C$)										
	V^{rel}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2 compartimentos	200	<i>Pa</i>	<i>Pa</i>	-	-	-	-	-	-	-	-
4 compartimentos	400	<i>Pa</i>	<i>Pa</i>	<i>Pa</i>	<i>Pa</i>	-	-	-	-	-	-
6 compartimentos	600	<i>Pa</i>	<i>Pa</i>	<i>Pa</i>	<i>Pa</i>	<i>Pa</i>	<i>Pa</i>	-	-	-	-
8 compartimentos	760	<i>Pa</i>	<i>Pa</i>	<i>Pa</i>	<i>Pa</i>	<i>Re</i>	<i>Re</i>	<i>Pa</i>	<i>Pa</i>	-	-
10 compartimentos	960	<i>Pa</i>	<i>Pa</i>	<i>Pa</i>	<i>Pa</i>	<i>Pa</i>	<i>Pa</i>	<i>Re</i>	<i>Re</i>	<i>Pa</i>	<i>Pa</i>

A Tabela 5.2 apresenta as dimensões dos dois tipos de compartimentos considerados.

²⁶ Contêineres com 2 e 4 compartimentos não são utilizados pela empresa de bebidas, embora também sejam encontrados na prática. Em nossos testes eles são úteis para ajudar a avaliar o comportamento dos modelos e métodos de solução desenvolvidos.

Tabela 5.2 - Dimensões dos tipos de compartimentos utilizados nos experimentos computacionais.

Tipo do compartimento	Comprimento (cm)	Largura (cm)	Altura (cm)
Padrão (Pa)	100	120	178
Rebaixado (Re)	100	120	148

A posição de um compartimento $c \in C$, $(p_c, q_c, 0)$, no sistema de coordenadas definido para o contêiner é dada no eixo x por:

$$p_c = \begin{cases} 0, & \text{se } c \text{ é ímpar} \\ L^{comp}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

e no eixo y por:

$$q_c = ([c/2] - 1) \cdot W^{comp}$$

Note que está sendo admitido que as paredes dos compartimentos possuem espessuras desprezíveis. Neste caso, $L = 2 \cdot L^{comp}$ e $W = \frac{|C|}{2} \cdot W^{comp}$. Considere a seguinte notação adicional:

v_i^{rel} : volume relativo do item de tipo $i \in M$.

Ao todo foram considerados 32 tipos de itens. A Tabela 5.3 apresenta as diversas características de cada um deles.

Tabela 5.3 - Dados dos tipos de itens utilizados nos experimentos computacionais.

Tipo $i \in M$	l_i (cm)	w_i (cm)	h_i (cm)	p_i (kg)	σ_i (kg/cm ²)	v_i^{rel}
1	13	20	12	2,31	0,1	0,21
2	14	20	13	2,19	0,09	0,21
3	20	27	13	4,61	0,1	0,38
4	5	16	13	0,9	0,07	0,11
5	11	16	14	1,6	0,09	0,18
6	4	16	15	0,68	0,09	0,07
7	13	13	16	2,06	0,1	0,19
8	19	28	17	5,7	0,03	1,09
9	28	42	18	23,06	0,06	2,78
10	13	16	19	2	0,09	0,17
11	17	24	20	5	0,06	0,69
12	13	17	20	2,97	0,08	0,29
13	16	24	21	6,7	0,07	0,67
14	19	26	22	6,6	0,08	0,6
15	20	27	23	6,53	0,07	0,65

16	12	20	23	3,2	0,07	0,37
17	13	19	24	3,4	0,09	0,3
18	12	18	24	3,2	0,07	0,33
19	14	21	24	3,95	0,07	0,42
20	14	20	25	3,4	0,07	0,3
21	15	26	26	6,98	0,13	0,71
22	31	42	27	15,01	0,07	1,43
23	33	48	29	15,01	0,05	2,38
24	28	32	30	15	0,08	1,11
25	35	51	32	29,52	0,08	2,38
26	18	28	33	10	0,06	1,14
27	17	27	33	9,9	0,06	1,14
28	16	27	34	5,1	0,04	1,04
29	21	31	35	12,9	0,08	1
30	31	41	36	22,87	0,07	2
31	24	35	37	16	0,06	1,67
32	20	31	38	14,45	0,07	1,25
Média	18,09	26,53	23,94	8,212	0,075	0,851
Mínimo	4	13	12	0,68	0,03	0,07
Máximo	35	51	38	29,52	0,13	2,78
Desv. Pad.	7,6	9,76	7,91	7,284	0,162	0,72

Outras informações relevantes para a geração dos resultados

O código de todas as *implementações* foi escrito em C *Sharp*, compilado em uma plataforma de 64 *bits*, e executado em um computador com processador Intel Core i7-2860QM, 3.6 GHz, 8GB de memória DDR3 SDRAM. O gerador de números aleatórios das implementações utilizou a classe “*System.Random*” da biblioteca de classes Microsoft .NET *Framework 4*.

Para tentar resolver qualquer PPLIMs de maneira exata, foi utilizado o *software* IBM ILOG CPLEX versão 12.5.1, acessado através de sua interface .NET API. Este *software* resolve PPLIMs com um método de enumeração implícita do tipo “*branch and cut*”, veja mais detalhes em CPLEX (2013). Salvo quando explicitado nas seções seguintes, por questões de simplicidade, todos os parâmetros desse *software* que controlam o seu método de solução foram mantidos na opção padrão.

Por questões de padronização, os desvios de balanceamento apresentados nas seções seguintes foram recalculados com $\omega^{dev} = 1$ para todas as soluções já geradas.

5.1 Experimentos com a formulação proposta no Capítulo 3

Nesta seção, apresentam-se alguns experimentos em que se tenta resolver a formulação PPL1 de maneira exata para exemplares bastante pequenos do problema. Para realizar uma comparação com a proposta de empacotamento dos itens em camadas completas e fictícias dos métodos de solução propostos, esses exemplares também são resolvidos com a heurística H1.

Para todos os experimentos desta seção considerou-se $\beta = \gamma = 0,6$ e, assim como admitido no Capítulo 3, $\alpha = 1$. Os exemplares aqui avaliados, 1E, 2E, 3E, 4E e 5E, são formados pelo contêiner com dois compartimentos e pelas demandas apresentadas a seguir, vide Tabela 5.4 à Tabela 5.8. Note que, nessas tabelas, os números da primeira linha correspondem aos tipos de itens, os números da primeira coluna correspondem aos destinos e os demais valores correspondem à respectiva demanda:

Tabela 5.4 - Demanda dos tipos de itens para cada destino do contêiner para o exemplar 1E.

Tipo $i \in M$	18
Destino $k \in K$	
1	480

Tabela 5.5 - Demanda dos tipos de itens para cada destino do contêiner para o exemplar 2E.

Tipo $i \in M$	18
Destino $k \in K$	
1	240
2	240

Tabela 5.6 - Demanda dos tipos de itens para cada destino do contêiner para o exemplar 3E.

Tipo $i \in M$	18
Destino $k \in K$	
1	160
2	160
3	160

Tabela 5.7 - Demanda dos tipos de itens para cada destino do contêiner para o exemplar 4E.

Tipo $i \in M$	18	24
	Destino $k \in K$	
1	240	72

Tabela 5.8 - Demanda dos tipos de itens para cada destino do contêiner para o exemplar 5E.

Tipo $i \in M$	18	24
	Destino $k \in K$	
1	120	36
2	120	36

Considere a seguinte notação:

aGap: *gap* absoluto. Seu valor é dado pela diferença, em módulo, entre o menor limitante superior e o maior limitante inferior encontrados para o problema. No caso do problema de minimização avaliado, o menor limitante superior é o valor da função objetivo para a melhor solução factível encontrada.

rGap: *gap* relativo. Seu valor é dado pela divisão de *aGap* pelo módulo do menor limitante superior encontrado para o problema;

cZ: valor total das penalizações com o remanejamento dos itens;

cB: valor total das penalizações com os desvios de balanceamento de peso no contêiner;

nConst: número total de restrições;

nVar: número total de variáveis;

nPos: número total de posições disponíveis no contêiner para colocar itens e/ou camadas. Para a formulação PPLI1, esse valor é dado por $\sum_{c \in C} (|X^o| \cdot |Y^o| \cdot |Z_c^o|)$; enquanto que para a formulação PPLI2 esse valor é dado por $\sum_{c \in C} (\mu_c + 1)$;

t^Δ: tempo total de execução computacional, em segundos.

Tentou-se resolver os exemplares 1E,...,5E através da resolução da formulação PPLI1 de maneira exata e a Tabela 5.9 apresenta os resultados obtidos. Nos experimentos com essa formulação, ao contrário de qualquer outro experimento realizado neste capítulo, foi permitida apenas uma orientação para os itens. Ao permitir as duas orientações, somente o exemplar 1E pôde ser resolvido (a complexidade dessa formulação é maior).

Tabela 5.9 - Resultados obtidos ao tentar resolver os exemplares 1E,...,5E através da resolução da formulação PPLI1 de maneira exata.

Exemplares	<i>cZ</i>	<i>cB</i>	t^Δ	<i>rGap</i>
1E	0	0	2,12	0
2E	0	0	6,73	0
3E	0	0	22,45	0
4E	0	400	21600(*)	1
5E	-	-	1522(**)	-

(*) quando a busca foi interrompida após atingir o tempo limite de 21600 segundos de execução.

(**) quando a busca foi interrompida por falta de memória computacional.

Tentou-se também resolver os exemplares 1E,...,5E com a heurística H1 e a tabela seguinte apresenta os resultados:

Tabela 5.10 - Resultados obtidos ao tentar resolver os exemplares 1E,...,5E com a heurística H1.

Exemplares	<i>cZ</i>	<i>cB</i>	t^Δ	<i>rGap</i>(*)
1E	0	1,27	0,22	0
2E	0	34,53	0,39	0
3E	0	35,81	0,38	0
4E	0	0	0,14	0
5E	0	0	0,2	0

(*) referente à resolução da formulação PPLI2.

A tabela a seguir compara o número de variáveis, restrições e posições para as formulações PPLI1 e PPLI2.

Tabela 5.11 - Comparação entre as formulações PPLI1 e PPLI2 para o número de variáveis, restrições e posições disponíveis no contêiner, considerando os exemplares 1E,...,5E.

Exemplares	PPLI1			PPLI2		
	<i>nVar</i>	<i>nConst</i>	<i>nPos</i>	<i>nVar</i>	<i>nConst</i>	<i>nPos</i>
1E	716	5143	672	122	240	14
2E	1432	8940	672	134	406	14
3E	2148	12737	672	146	584	14
4E	15152	151642	9520	93	181	12
5E	30268	284230	9520	104	319	12

Comentários dos experimentos

Os testes com a formulação PPLI1 evidenciam as dificuldades computacionais em resolvê-la, mesmo para exemplares bastante limitados do problema. Nesta formulação, o número de variáveis e restrições crescem demasiadamente com a quantidade de tipos de itens, posições em que os itens podem ser colocados e também com a quantidade de destinos desses itens.

Nos testes com a formulação PPLI1, os exemplares 1E, 2E e 3E puderam ser resolvidos até a otimalidade em menos de 30 segundos. Todavia, esse mesmo desempenho não foi verificado para os outros dois exemplares. O exemplar 4E pôde ser resolvido, mas sem nenhum certificado razoável de qualidade para a sua solução ($rGap = 1$) mesmo após atingir o limite definido de 6 horas de execução. O exemplar 5E não pôde ser resolvido com os recursos de memória disponibilizados. Nota-se que a presença de um novo tipo de item nos exemplares 4E e 5E causou na formulação PPLI1 um grande aumento no número de posições disponíveis, levando também a um grande aumento no número de variáveis e restrições dessa formulação.

Por outro lado, a heurística H1 obteve sempre bons resultados, resolvendo todos os exemplares avaliados em menos de 0,5 segundos, embora as suas soluções para os exemplares 1E, 2E e 3E sejam piores do que as respectivas soluções obtidas com a resolução da formulação PPLI1 de maneira exata, para o desbalanceamento de peso no contêiner. Este desempenho torna a heurística H1 promissora para a resolução de exemplares maiores do problema. É notável o número reduzido de posições disponíveis na formulação PPLI2 com relação à

formulação PPLI1, que também implica em um número relativamente baixo de variáveis e restrições nessa formulação. O baixo número de posições na formulação PPLI2 deve-se ao fato dos itens serem empacotados somente em camadas (completas e fictícias), cujas dimensões admitidas são as mesmas de um compartimento, e também ao fato dessas posições não precisarem ser definidas de maneira absoluta, como ocorre com a formulação PPLI1.

Convém notar ainda que a formulação PPLI2 não depende diretamente da quantidade de tipos de itens, e, diferentemente do que ocorreu com a formulação PPL1, os exemplares 4E e 5E apresentam um menor número de posições e variáveis em comparação aos demais exemplares. Outro elemento que torna a formulação PPLI2 menos complexa do que a formulação PPLI1 é o fato dela demandar que todos os itens sejam previamente arranjados em camadas completas e fictícias antes de empacotá-los no contêiner. A definição dessas camadas é realizada nas primeiras etapas da heurística H1.

5.2 Experimentos com os métodos de solução propostos no Capítulo 4

Nesta seção, apresentam-se os experimentos realizados para avaliar as heurísticas H1 e H2 propostas no Capítulo 4.

Para esses experimentos, usou-se $\beta = \gamma = 0$, ou seja, não é exigida uma área mínima de contato das faces laterais de um item com as faces laterais de outros itens, ou com a face lateral de um compartimento. Ao tentar usar valores positivos para esses parâmetros, os resultados obtidos para esta seção não se mostraram tão bons, e algumas vezes a geração de uma solução factível com as heurísticas foi impossibilitada. No entanto, como será mostrado à frente, as soluções geradas com as heurísticas possuem um alto índice de estabilidade horizontal mesmo admitindo $\beta = \gamma = 0$. Adicionalmente, a estabilidade horizontal do carregamento pode ser melhorada na prática com alguns artifícios, como a inserção de apoios, a aplicação de filmes de polietileno esticáveis “*stretch*”, e o uso de amarras nesse carregamento. Note ainda que, como foi admitido no Capítulo 3, $\alpha = 1$.

Para realizar os testes desta seção, são consideradas 21 classes de exemplares, cada uma delas formada por 10 exemplares. A seguir explicam-se como esses exemplares são obtidos.

Exemplares da Classe 1

Correspondem aos exemplares 1R, 2R,...,10R. O exemplar 1R é um exemplar prático obtido com os dados fornecidos pela empresa de bebidas, enquanto os exemplares 2R,...,10R são gerados a partir dele, escolhendo aleatoriamente a ordem em que os destinos são visitados pelo contêiner. Com os exemplares dessa classe, deseja-se avaliar o comportamento dos métodos de solução propostos frente a um caso realista, e também avaliar os possíveis impactos na solução do problema com a mudança da ordem de entrega dos itens.

Como foi admitido, o primeiro destino do contêiner é o destino 1, o segundo destino do contêiner é o destino 2, e assim por diante. Para manter essa definição, os exemplares 2R,...,10R são gerados com o procedimento da Tabela 5.12 trocando as demandas entre os destinos do exemplar 1R. Note que essa troca equivale a mudar a sequência em que os destinos do exemplar 1R são visitados pelo contêiner.

Tabela 5.12 - Procedimento *glnstClasse1()* para gerar os exemplares 2R,...,10R da Classe 1.

-
1. **Início *glnstClasse1()***
 2. **Para** $aux = 2, \dots, 10$
 3. Defina um exemplar inicialmente vazio (exemplar "*auxR*")
 4. Defina o contêiner do exemplar *auxR* como o contêiner do exemplar 1R;
 5. $k' = 1$;
 6. **Enquanto** houver destinos do exemplar 1R não escolhidos para a geração do exemplar "*auxR*";
 7. Escolha aleatoriamente um destino k do exemplar 1R ainda não escolhido para a geração do exemplar *auxR*;
 8. Defina a demanda do destino k' do exemplar "*auxR*" como exatamente igual a demanda do destino k do exemplar 1R;
 $k' = k' + 1$;
 9. **Fim Enquanto**
 10. **Fim Para**
 11. **Fim *glnstClasse1()***
-

O exemplar 1R é formado pelo contêiner de 8 compartimentos e pela demanda apresentada na Tabela 5.13:

Tabela 5.13 - Demanda dos tipos de itens para cada destino do contêiner para o exemplar 1R.

Tipo $i \in M$	1	3	7	12	13	16	19	22	25	28	29	30	31
Destino $k \in K$													
1	1	1	0	0	0	0	1	0	2	1	1	0	0
2	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	24	0	0
3	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	3	0	0
4	10	0	0	0	0	5	0	0	0	0	3	0	0
5	0	4	0	0	1	0	0	1	2	2	1	0	0
6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
7	6	0	0	0	0	0	0	0	2	0	9	0	0
8	0	62	6	109	0	0	0	0	3	0	24	49	0
9	0	12	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0
10	8	23	22	3	0	0	2	0	6	4	30	0	0
11	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0	7	0	0
12	5	0	0	0	0	0	2	0	0	0	18	0	0
13	2	0	0	0	0	0	0	18	0	0	0	0	0
14	4	33	0	4	0	0	5	0	3	5	19	17	10
15	10	0	0	0	0	0	2	0	0	0	38	0	0
16	20	13	0	26	0	0	6	0	10	0	22	0	0
17	0	2	0	0	0	0	0	1	4	0	1	0	0
18	2	0	0	0	0	4	2	2	9	1	4	0	0

Exemplares da Classe 2 à Classe 21

Correspondem aos exemplares 1A,2A,...,200A. Esses exemplares são gerados aleatoriamente, com o procedimento da Tabela 5.14, variando os tipos de contêineres, a quantidade de destinos, os tipos de itens e as suas demandas. Com esses exemplares, deseja-se avaliar o comportamento dos métodos de solução propostos frente a casos não contemplados pelos exemplares da Classe 1.

Para definir um exemplar com esse procedimento, inicialmente, tenta-se gerar a demanda de algum tipo de item para cada destino distinto do contêiner. Toda demanda gerada é aceita (i.e., adicionada ao exemplar) se o seu volume relativo mais o volume relativo da demanda já aceita não forem maiores do que uma tolerância (linhas 14 a 16); caso contrário, a maior parcela possível da demanda gerada é aceita e finaliza-se a geração do exemplar (linhas 17 a 19). Após tentar definir a demanda inicial para cada destino, o processo de geração de demanda (linhas 8 a 20) é repetido enquanto possível com o mesmo exemplar.

Considere a seguinte notação usada pelo procedimento *gInstClasse2_21()* da Tabela 5.14:

Parâmetros:

- b_i^{mx} : maior demanda do item de tipo $i \in M$ que pode ser gerada de uma vez com o procedimento da Tabela 5.14;
- n^{mx} : maior quantidade de tipos de itens que pode pertencer aos exemplares 1A,2A,...,200A;
- k^{mx} : maior quantidade de destinos que pode pertencer aos exemplares 1A,2A,...,200A;
- v^{mx} : fator que restringe o volume relativo total dos itens demandados nos exemplares 1A,2A,...,200A, em que, $v^{mx} \in \mathbb{R}, 0 \leq v^{mx} \leq 1$.

Tabela 5.14 - Procedimento *gInstClasse2_21()* que gera os exemplares da Classe 2 a 21.

1. **Início *gInstClasse2_21()***
2. **Para** $aux = 1, \dots, 200$
3. Defina um exemplar inicialmente vazio “*auxA*”;
4. Defina os seguintes parâmetros para gerar o exemplar “*auxA*”: k^{mx} , v^{mx} e o contêiner, de acordo com a Tabela 5.15; n^{mx} e b_i^{mx} , de acordo com a Tabela 5.16;
5. $totalVol = 0$; $continue = 1$;
6. Defina duas listas auxiliares L^s e L^t inicialmente vazias
7. Selecione aleatoriamente n^{mx} tipos de itens distintos da Tabela 5.3 e armazene-os na lista L^t ;
8. **Enquanto** $continue = 1$
9. **Se** a lista L^s estiver vazia
10. Armazene os destinos $1, \dots, k^{mx}$ na lista L^s ;
11. Selecione aleatoriamente um destino k da lista L^s e o remova dessa lista;
12. Selecione aleatoriamente um tipo de item i da lista L^t ;
13. Selecione aleatoriamente um valor inteiro ξ entre $[1, \dots, b_i^{mx}]$;
14. **Se** $totalVol + (\xi \cdot v_i^{rel}) \leq v^{mx} \cdot V^{rel}$
15. $totalVol = totalVol + (\xi \cdot v_i^{rel})$;
16. Adicione ξ unidades à demanda do item de tipo i e destino k , do exemplar “*auxA*”;
17. **Caso contrário**
18. Adicione $\lfloor (v^{mx} \cdot V^{rel} - totalVol) / v_i^{rel} \rfloor$ unidades à demanda do item de tipo i e destino k , do exemplar “*auxA*”;
19. $continue=0$;
20. **Fim Enquanto**
21. **Fim Para**
22. **Fim *gInstClasse2_21()***

A Tabela 5.15 apresenta os dados específicos utilizados para a geração dos exemplares da Classe 2 à Classe 21.

Tabela 5.15 - Dados utilizados para a geração dos exemplares da Classe 2 à Classe 21.

Classe	Exemplares	k^{mx}	v^{mx}	Contêiner
2	1A,...,10A	3	0.8	2 compartimentos
3	11A,...,20A	3	0.9	2 compartimentos
4	21A,...,30A	4	0.8	2 compartimentos
5	31A,...,40A	4	0.9	2 compartimentos
6	41A,...,50A	6	0.8	4 compartimentos
7	51A,...,60A	6	0.9	4 compartimentos
8	61A,...,70A	8	0.8	4 compartimentos
9	71A,...,80A	8	0.9	4 compartimentos
10	81A,...,90A	9	0.8	6 compartimentos

11	91A,...,100A	9	0.9	6 compartimentos
12	101A,...,110A	12	0.8	6 compartimentos
13	111A,...,120A	12	0.9	6 compartimentos
14	121A,...,130A	12	0.8	8 compartimentos
15	131A,...,140A	12	0.9	8 compartimentos
16	141A,...,150A	16	0.8	8 compartimentos
17	151A,...,160A	16	0.9	8 compartimentos
18	161A,...,170A	15	0.8	10 compartimentos
19	171A,...,180A	15	0.9	10 compartimentos
20	181A,...,190A	20	0.8	10 compartimentos
21	191A,...,200A	20	0.9	10 compartimentos

A Tabela 5.16 apresenta os dados para a geração de qualquer exemplar da Classe 2 à Classe 21.

Tabela 5.16 - Dados complementares utilizados para a geração de qualquer exemplar da Classe 2 à Classe 21.

n^{mx}	$b_i^{mx}, i \in M$
$2 \cdot C $	$[0.1 \cdot V^{rel} / v_i^{rel}]$

5.2.1 Heurística H1

Nesta seção apresentam-se os experimentos realizados para avaliar a heurística H1. Considere a seguinte notação adicional:

t^{P2}, t^{P3} : respectivamente, o tempo de execução computacional em segundos gasto com a resolução das formulações PPLI2 e PPLI3 de maneira exata;

t^{est}, t^{def} : respectivamente, o tempo de execução computacional em segundos gasto para gerar as camadas fictícias antes e depois de resolver a formulação PPLI2 (i.e., respectivamente, executando os procedimentos da Tabela 4.3 e Tabela 4.7);

$\%res$: percentual de itens que são residuais do total de itens demandados;

$nItens$: quantidade total de itens demandados;

$nP2, nP3$: respectivamente, o número de vezes em que se tentou resolver as

- formulações PPLI2 e PPLI3 para um mesmo exemplar;
- nEx : número de camadas identificadas como excedentes e, por este motivo, excluídas da solução (vide procedimento da Tabela 4.5);
- $\%BF^{est}$: percentual das vezes em que a heurística BF é escolhida para empacotar os itens residuais em camadas fictícias antes de resolver a formulação PPLI2. Nas demais vezes, a heurística FF é escolhida para este fim (essa escolha é feita com o procedimento da Tabela 4.3)²⁷;
- $\%BF^{def}$: percentual das vezes em que a heurística BF é escolhida para empacotar os itens residuais em camadas fictícias logo após eles serem atribuídos aos compartimentos resolvendo a formulação PPLI3. Nas demais vezes, a heurística FF é escolhida para este fim (essa escolha é feita com o procedimento da Tabela 4.7);
- $\%P2L$: percentual de casos em que a solução obtida com a resolução da formulação PPLI2 de maneira exata foi melhorada com o procedimento de busca local realizado com esta solução (vide Tabela 4.6).

Tentou-se resolver todos os exemplares das classes 1 a 21 com a heurística H1 e os resultados obtidos são apresentados no Apêndice A. A Tabela 5.17 apresenta um resumo desses resultados.

Os valores da Tabela 5.17 são médios e foram arredondados a dois algarismos decimais. Os valores de cZ , cB , $|N''|$ são referentes à melhor solução encontrada para cada exemplar, e os valores de $rGap$ são referentes à formulação PPLI2. Note que os valores da última linha desta tabela correspondem às médias das médias.

O tempo máximo permitido para a resolução da formulação PPLI2 de maneira exata foi limitado em 20 minutos.

²⁷ Seria possível também que nenhuma dessas heurísticas fosse escolhida com esse procedimento (caso nenhuma delas conseguisse empacotar todos os itens residuais em camadas fictícias), implicando que nenhuma solução factível para o problema pudesse ser gerada. No entanto, este caso não ocorreu em nossos experimentos.

Tabela 5.17 - Resumo dos resultados obtidos com a heurística H1 para os exemplares das classes 1 a 21.

Classe	<i>cZ</i>	<i>cB</i>	<i>t^{P2}</i>	<i>t^{P3}</i>	<i>t^{est}</i>	<i>t^{def}</i>	<i>t^Δ</i>	<i> N' </i>	<i> N'' </i>	<i>%res</i>	<i>nEx</i>	<i>nP2</i>	<i>nP3</i>	<i>%BF^{est}</i>	<i>%BF^{def}</i>
1	436,49	17056,1	1200,68	0,64	1,32	3,07	1217,74	32	3,6	21,15	0	1	3,14	70	81,82
2	34,03	131,03	0,25	0,02	0,21	0,34	0,89	7,4	1,5	17,52	0	1	1	40	100
3	58,28	144,45	2,81	0,02	0,47	0,67	4,09	10,6	1,4	17,71	0	1	1	50	100
4	66,62	203,43	0,32	0,02	0,24	0,36	1,05	7,3	1,3	17,67	0	1,1	1	30	90
5	81,72	228,97	1,41	0,02	0,42	0,66	2,67	10,6	1,2	17,71	0	1	1	40	90
6	16,9	775,88	58,98	0,13	0,66	1,34	61,67	14,7	2,3	20,02	0,2	1	1,7	20	70,59
7	22,24	750,35	703,99	0,11	0,73	1,39	707,67	18,3	1,9	14,89	0	1	1,4	40	64,29
8	13,07	1025,7	48,28	0,17	0,73	1,34	51,43	14,9	2,6	19,02	0,1	1	1,5	50	86,67
9	26,87	1419,59	790,01	0,41	0,6	1,08	794,52	18,3	2	14,89	0	1	1,3	30	76,92
10	0	389,32	1200,66	0,21	0,74	1,44	1207,49	24,8	2,5	14,41	0	1	1,6	20	62,5
11	88,01	1711,33	1099,3	0,21	0,76	1,5	1105,77	24,8	3,3	15,95	0	1	1,7	70	64,71
12	2,47	1272,09	1201,39	0,29	0,66	1,46	1209,19	24,8	2,6	14,41	0	1	1,8	20	77,78
13	22,39	2351,16	1201,51	0,29	0,72	1,47	1209,49	24,8	3,1	15,95	0	1	1,7	30	76,47
14	0	582,08	1200,88	0,57	0,69	1,59	1210,96	30,1	4,6	13,32	0	1	1,6	40	81,25
15	56,32	3564,29	1200,67	0,59	0,94	2,36	1213,97	35,9	3,7	12,7	0	1	2,4	50	87,5
16	3,8	1652,58	1201,26	0,58	0,71	1,53	1213,78	30,1	3,7	13,32	0	1	1,5	50	86,67
17	389,54	6489,75	1200,93	0,54	0,94	2,28	1218,34	35,9	3,7	12,7	0	1	2,5	40	64
18	45,99	4514,83	1200,93	0,73	0,84	2,19	1222,15	42,3	4,6	9,95	0	1	2	30	80
19	734,18	9767,12	1200,53	0,94	1,15	2,67	1228,36	44,4	4,4	12,2	0	1	2,22	40	90
20	54,18	6886,02	1201,25	1,01	0,86	2,15	1230,47	42,4	5	9,92	0	1	1,9	20	78,95
21	995,66	13834,27	1200,99	0,89	1,22	3,07	1235,75	44,4	3,9	12,2	0	1	2,22	60	85
Méd.	149,94	3559,54	815,1	0,4	0,74	1,62	826,07	25,66	3	15,12	0,01	1	1,72	40	80,72

(Continua)

Tabela 5.17 - (Conclusão)

Classe	nPos	nItens	P_1^A	rGap	%P2L
1	72	780	7358,98	1	40
2	13,2	408,6	1535,96	0	50
3	16,4	764,4	1805,34	0	40
4	13,2	408,6	1535,96	0	30
5	16,4	764,4	1805,34	0	20
6	30	643,4	3028,79	0	20
7	33,2	812,4	3584,54	0,1	50
8	30	643,4	3028,79	0	70
9	33,2	812,4	3584,54	0,37	60
10	52,2	1039	4629,48	0,88	40
11	49,8	1031,3	5122,72	0,89	50
12	52,2	1039	4629,48	0,94	40
13	49,8	1031,3	5122,72	0,93	70
14	64,2	1180,5	5914,39	0,99	70
15	73	1779	6808,12	0,99	60
16	64,2	1180,5	5914,39	0,97	80
17	73	1779	6808,12	1	70
18	91,2	2023,1	7814,03	1	90
19	93,8	2078,4	8691,06	1	70
20	91,2	2023,1	7814,03	0,99	90
21	93,8	2078,4	8691,06	1	60
Méd.	52,67	1157,15	5010,85	0,62	55,71

Comentários dos experimentos com a heurística H1

Ao menos uma solução foi encontrada pela heurística H1 para todos os 210 exemplares avaliados nesta seção. Em 205 destes 210 casos, uma solução pôde ser obtida com o procedimento da Tabela 4.6 (busca local). Em 117 destes 205 casos, a solução obtida com esse procedimento é melhor do que a solução inicial (fornecida com a resolução da formulação PPLI2). Em 107 destes 117 casos, essa solução obtida é melhor somente para o balanceamento de peso no contêiner (é equivalente para o remanejamento de itens), enquanto que nos 10 casos restantes ela também é melhor para o remanejamento de itens. A menor frequência de casos em que as penalizações com remanejamento de itens são diminuídas com essa busca local pode ser explicada pelo fato de os itens que são remanejados serem, na maioria dos casos, de camadas completas, que já têm suas posições definidas na solução inicial. Observe que este fato está relacionado com a estratégia da heurística em definir os itens residuais como os de destinos mais recentes e também em buscar empacotá-los, inicialmente, em um menor número de camadas.

Também se observa que o desempenho da busca local da Tabela 4.6 (vide %P2L) tende a ser melhor para exemplares com mais compartimentos. Com um maior número de compartimentos há um maior número de possibilidades para atribuir os itens aos compartimentos com a formulação PPLI3 (usada por esse procedimento), o que aumenta as chances de uma solução viável ser gerada com essa busca. Note ainda que nesses casos, o número médio de vezes em que os itens residuais são atribuídos com a formulação PPLI3 (vide nP3) também aumenta. Uma possível explicação para isso é o fato dessa formulação buscar preferencialmente atribuir os itens residuais aos compartimentos mais próximos ao centro de gravidade do contêiner (buscando reduzir penalidades com o balanceamento de peso) e, portanto, em menos compartimentos. Como nesses casos há um número maior de itens residuais (em termos absolutos), também há um maior número de itens residuais atribuídos por compartimentos, o que reduz

as chances desses itens serem empacotados de uma vez, demandando novas atribuições (novas resoluções da formulação PPLI3).

Nos experimentos com os exemplares da classe 1, notou-se, como esperado, a influência da sequência de entrega na função objetivo do problema. Os resultados indicam que tanto o remanejamento dos itens quanto o balanceamento de peso no contêiner podem desempenhar um papel relevante na definição de rotas de menores custos, numa possível abordagem integrada com o problema de roteamento de veículos.

Em média, para os exemplares das classes 2 à 21 com um mesmo número de compartimentos, as penalizações com o remanejamento de itens e balanceamento de peso no contêiner sempre aumentam com o aumento da demanda (i.e., com o aumento do valor de v^{mx} usado para gerar os exemplares). Essas penalizações também geralmente aumentam com o número de destinos do contêiner. Em particular, observou-se um grande aumento dessas penalizações para as classes 17, 19 e 21. As soluções para alguns dos exemplares dessas classes ultrapassaram 1000 unidades de itens remanejados ao longo da rota.

O procedimento iterativo aplicado para o caso em que uma solução factível não pôde ser obtida (vide linhas 3 à 15 da Tabela 4.1) precisou ser executado em somente um dos casos avaliados (um exemplar da classe 4, causando um aumento do valor de $nP2$), no entanto, nesse único caso ele se mostrou eficaz, ou seja, produziu uma solução factível.

O procedimento usado para identificar e excluir o excesso de camadas que precisam estar no topo dos compartimentos (vide Tabela 4.5), precisou ser executado em somente dois casos avaliados (um exemplar da classe 6 e outro da classe 8, vide nEx). No total, três camadas completas foram excluídas e seus itens colocados em camadas fictícias com esse procedimento. Nesses dois casos avaliados, esse procedimento se mostrou eficaz, ou seja, permitiu a geração de um conjunto viável de camadas completas e fictícias, que, posteriormente, puderam ser todas empacotadas no contêiner.

Com relação às heurísticas FF e BF usadas para empacotar os itens residuais em camadas fictícias, observa-se que ambas foram eficazes para a geração das soluções. Em média, para as camadas fictícias geradas com o procedimento Tabela 4.3, ambas as heurísticas são escolhidas em um número aproximado de vezes (vide $\%BF^{est}$). Já para o caso em que essas camadas são geradas com o procedimento da Tabela 4.7, a heurística BF foi escolhida sempre em mais de 62% das vezes (vide $\%BF^{def}$). Convém notar que a heurística BF é escolhida como critério de desempate em ambos os procedimentos. Para o caso das camadas fictícias geradas com o procedimento da Tabela 4.3, a heurística BF é escolhida sob o caso de desempate em 10% das vezes. Já para as camadas fictícias geradas com o procedimento da Tabela 4.7, esse percentual é de aproximadamente 70%.

Nas vezes em que a heurística FF foi escolhida (i.e., nas vezes em que não se escolheu a heurística BF) foi por ela ter gerado um empacotamento mais compacto (para o caso do procedimento da Tabela 4.3) ou empacotado um maior volume de itens em uma iteração (para o caso do procedimento Tabela 4.7) em comparação com a heurística BF. Note que a heurística FF empacota cada item residual sempre em posições mais baixas da camada. Como os itens (de mesmo destino) sendo empacotados estão ordenados por altura, a superfície de empacotamento gerada sobre eles tende a ser relativamente plana, o que facilita o empacotamento dos próximos itens. Por outro lado, a heurística BF, ao tentar colocar cada item em uma posição que maximize a área de contato entre as suas faces laterais e as faces laterais de outros itens, embora favoreça um empacotamento compacto, pode gerar uma superfície de empacotamento mais fragmentada do que a heurística FF, o que em alguns casos dificulta o empacotamento dos próximos itens. Destacamos que alguns destes efeitos/comportamentos puderam ser verificados visualmente em simulações gráficas realizadas com o empacotamento gerado pelas heurísticas (o que também permitiu certo aprendizado).

Os tempos: t^{P2} : crescem bastante com o aumento do número de compartimentos. Esse crescimento não fica evidenciado entre as classes com mais de 4 compartimentos (classe 1, e classes 10 a 21), pois em quase todos os exemplares dessas classes, o tempo máximo definido para a resolução de um PPLIM foi atingido. Note que nos casos com mais compartimentos, a quantidade de camadas completas e o número de posições nos compartimentos são maiores. Estes valores, juntamente com a quantidade de destinos, determinam o tamanho da formulação PPL2; t^{P3} : geralmente crescem com o aumento do número de compartimentos e de itens residuais, mas são sempre baixos (em média, menores do que 1 segundo para quase todos os casos); t^{est} e t^{def} : também crescem com o aumento do número de itens residuais e são sempre baixos (em média, são respectivamente sempre menores do que 2 e 4 segundos).

Para 76 dos 210 exemplares avaliados com a heurística H1, os *gaps* relativos (*rGap*) das soluções obtidas com a formulação PPLI2 são iguais a 0, isso é, essas soluções foram provadas serem ótimas pelo método exato²⁸. Exceto para um único exemplar com 6 compartimentos, esses 76 exemplares pertencem todos às classes com até 4 compartimentos. Para os demais exemplares, os *gaps* relativos são quase sempre iguais a 1, ou próximos desse valor, o que significa que nada, ou muito pouco, pode-se dizer sobre a qualidade das soluções, em termos relativos (veja a definição de *rGap*). No entanto, para 149 dos 210 exemplares, nota-se que os *gaps* absolutos (*aGap*) das soluções obtidas são menores do que $\omega^z[\omega^{zq} + \text{Min}_{i \in M}(\omega^{zp}P_i)]$, a menor unidade de penalidade para o remanejamento dos itens. Isto significa que essas soluções são “ótimas para o remanejamento dos itens” (nenhuma unidade de penalidade com remanejamento pode ser mais diminuída delas).

²⁸ Ótimas para a formulação PPLI2, usando o conjunto de camadas completas e fictícias disponibilizado. Note que essas soluções ainda podem ser melhoradas com o procedimento de busca local da Tabela 4.6, pois ele modifica as camadas fictícias já definidas em passos anteriores da heurística. De fato, isso pôde ser observado em alguns casos nas classes com até quatro compartimentos (classes 2 a 9).

Análise de estabilidade horizontal do carregamento

A Tabela 5.18 a seguir apresenta informações úteis para avaliar a estabilidade horizontal das soluções geradas pela heurística H1. Cada valor desta tabela corresponde à média para todos os exemplares da respectiva classe, calculada somente com a melhor solução de cada exemplar; e ao instante em que todos os itens estão no contêiner. Considere a seguinte notação usada nesta tabela:

$\%nS_i$: percentual de itens residuais que têm exatamente i de suas faces laterais em contato com as faces laterais de outros itens ou com a face lateral de um compartimento;

$\%areaL$: percentual médio da face lateral esquerda de um item residual em contato com as faces laterais de outros itens ou com a face lateral de um compartimento;

$\%areaF$: percentual médio da face lateral da frente de um item residual em contato com as faces laterais de outros itens ou com a face lateral de um compartimento;

$\%stabInd$: índice de estabilidade horizontal para todo o carregamento. Este índice corresponde ao percentual de itens que têm, pelo menos, duas de suas faces laterais em contato com as faces laterais de outros itens ou com a face lateral de um compartimento; ou que estão em camadas completas.

Tabela 5.18 - Informações complementares dos experimentos computacionais usadas para avaliar a estabilidade horizontal do carregamento para os exemplares das classes 1 a 21 resolvidos com a heurística H1.

Classe	$\%nS_0$	$\%nS_1$	$\%nS_2$	$\%nS_3$	$\%nS_4$	$\%areaL$	$\%areaF$	$\%stabInd$
1	4,61	13,85	23,18	27,78	30,58	66,46	69,98	96,1
2	0,79	5,26	20,96	34,33	38,66	80,65	86,45	98,72
3	0,21	3,15	15,96	34,54	46,13	81,88	87,83	99,4
4	0,4	4,87	19,66	33,69	41,39	81,04	86,49	98,93
5	0,62	3,24	12,79	26,66	56,69	86,34	89,37	99,32
6	3,11	11,88	23,13	29,26	32,63	73,05	75,99	97,05
7	1,65	8,42	20,21	27,65	42,06	79,44	77,76	98,52
8	3,08	7,37	24,94	31,52	33,1	75,13	77,96	98,16
9	1,34	7,2	21,17	27,05	43,24	78,32	82,19	98,65

10	4,15	12,57	20,74	31,73	30,81	71,08	75,23	97,55
11	3,65	8,06	22,47	29,17	36,65	76,37	78,93	98,18
12	2,52	9,55	18,83	31,08	38,03	80,82	76,89	98,27
13	0,86	6,39	20,21	30,65	41,89	81,29	84,37	98,96
14	1,42	7,29	19,29	30,61	41,4	80,13	83,46	98,84
15	2,46	9,59	23,14	31,53	33,29	75,94	79,17	98,45
16	2,55	8,17	20,44	31,67	37,17	78,24	79,79	98,63
17	1,52	8,91	18,16	27,39	44,02	81,43	83,04	98,57
18	2,19	6,54	18,26	27,38	45,64	81,83	86,29	99,16
19	1,41	7,27	22,99	32,37	35,97	79,28	81,58	99,01
20	1,14	6,84	21,03	32,24	38,75	79,48	83,97	99,28
21	2,65	11,31	23,31	26,56	36,18	75,02	77,89	98,32

Apesar de não ter sido exigida uma área mínima de contato das faces laterais de um item residual com as faces laterais de outros itens ou com a face lateral de um compartimento ($\beta = \gamma = 0$), da Tabela 5.18, observa-se que:

- a) para todas as classes avaliadas, a grande maioria dos itens residuais tem pelo menos duas de suas faces laterais em contato com as faces laterais de outros itens ou com a face lateral de um compartimento ($\%nS_2 + \%nS_3 + \%nS_4$ é sempre maior do que 81%, e frequentemente maior do que 90%), enquanto que somente uma pequena minoria desses itens não tem nenhuma de suas faces laterais em contato com as faces laterais de outros itens ou de um compartimento ($\%nS_0$ é sempre menor do que 4,7%);
- b) para todas as classes avaliadas, em média, a maior parte da face lateral esquerda ou da frente de um item residual está em contato com as faces laterais de outros itens ou com a face lateral de um compartimento ($\%areaL$ ou $\%areaF$ são sempre maiores do que 66%, e frequentemente maiores do que 80%).

Esses resultados podem ser creditados à maneira com qual cada item residual é empacotado pelas heurísticas FF e BF, sempre em posições adjacentes às faces de algum item já empacotado ou adjacentes às faces da camada fictícia. Adicionalmente, note que a heurística BF, em busca de um empacotamento compacto, também procura empacotar o próximo item residual em uma posição

que maximize o contato das faces laterais desse próximo item com as faces laterais dos itens já empacotados.

Ao incluir nessa análise os itens colocados nas camadas completas (horizontalmente estáveis por definição) obtêm-se, para todas as classes, um elevado índice de estabilidade horizontal para todo o carregamento. Em particular, o índice de estabilidade $\%stabInd$ avaliado é sempre maior do que 96%. Em adição ao fato das heurísticas FF e BF favorecerem naturalmente a geração de um padrão de empacotamento estável, esse elevado índice pode ser creditado ao fato da heurística H1 priorizar o empacotamento dos itens residuais em camadas completas.

As informações de estabilidade horizontal geradas para os casos em que apenas os itens de destinos $k' \geq k$ estão no contêiner, com $k \geq 2$, foram omitidas, pois levaram a resultados similares aos apresentados na Tabela 5.18. Observe que:

- a) como os itens residuais são empacotados juntos em ordem inversa da qual eles são descarregados, a retirada dos itens residuais de um determinado destino tende a não afetar muito o contato entre as laterais dos itens no padrão remanescente;
- b) devido a maneira como as heurísticas geram as camadas, a maioria dos itens residuais são descarregados nos destinos iniciais. Desta forma, conforme os itens vão sendo descarregados do contêiner, a proporção de itens que estão em camadas completas tende a aumentar, aumentando também os valores do índice de estabilidade do carregamento $\%stabInd$.

5.2.2 Heurística H2

Nesta seção apresentam-se os experimentos realizados para avaliar a heurística H2.

A heurística HS, componente da heurística H2, foi sempre executada quatro vezes antes de resolver a formulação PPLI2 (veja a linha 2 do procedimento da Tabela 4.10). Para cada uma dessas execuções (Execução 1, 2, 3 e 4) foram usados os

parâmetros da Tabela 5.19, que determinam como as primeiras soluções factíveis da heurística HS devem ser geradas (vide procedimento da Tabela 4.11).

Tabela 5.19 - Parâmetros usados para cada execução da heurística HS.

Parâmetro	Execução 1	Execução 2	Execução 3	Execução 4
<i>sortL</i>	0	1	0	0
<i>window</i>	3	3	3	1
<i>varC</i>	0	0	0	1
<i>permC</i>	0	0	1	0

Para qualquer uma dessas execuções também foram usados os parâmetros da Tabela 5.20, que estão relacionados à busca local inter compartimentos (vide procedimento da Tabela 4.15) e à busca local intra compartimentos (vide procedimento da Tabela 4.17). Esses parâmetros foram definidos empiricamente, após a realização de diversos experimentos.

Tabela 5.20 - Parâmetros usados para qualquer execução da heurística HS.

<i>kBest</i>	<i>nIteraC</i>	<i>nInter</i>	<i>maxIntra</i>
3	100000	3	7!

As quatro execuções da heurística HS são explicadas brevemente a seguir, para mais detalhes sobre esta heurística veja a Seção 4.2:

Execução 1

No procedimento responsável por gerar as primeiras soluções factíveis da heurística HS: a próxima camada é escolhida a partir de uma lista ordenada visando à redução de penalizações com remanejamento dos itens (*sortL* = 0). Essa camada é escolhida aleatoriamente, entre a primeira e a terceira camada ainda não empacotada da lista ordenada (*window* = 3). A escolha de um novo compartimento é determinística e visa a redução de penalizações com balanceamento de peso no contêiner (*varC* = 0). Tenta-se escolher um novo compartimento sempre que uma nova camada for escolhida, ou quando a camada escolhida não puder ser colocada no compartimento escolhido. Com isso, as

camadas completas tendem a ser empacotadas primeiramente em posições mais baixas no contêiner ($permC = 0$).

As buscas locais inter e intra compartimentos são realizadas com as melhores soluções geradas até o momento com a heurística HS, limitadas a três delas ($kBest = 3$). A busca local inter compartimentos é reiniciada três vezes e, em cada uma delas, as soluções fornecidas (com as quais essa busca é realizada) são atualizadas com as melhores soluções geradas até o momento ($nInter = 3$). Na busca local intra compartimentos, quando há até sete camadas completas no compartimento, todas as combinações entre essas camadas são realizadas no compartimento, caso contrário, apenas 7! delas são realizadas aleatoriamente ($maxIntra = 7!$).

Execução 2

No procedimento responsável por gerar as primeiras soluções factíveis da heurística HS: a próxima camada é escolhida a partir de uma lista ordenada visando à resistência a empilhamento e a estabilidade vertical dos itens, portanto, visando à factibilidade da solução ($sortL = 1$). Os demais parâmetros usados nesta execução são idênticos aos usados na execução 1.

Execução 3

No procedimento responsável por gerar as primeiras soluções factíveis da heurística HS: tenta-se escolher um novo compartimento somente quando a camada escolhida não puder ser colocada no compartimento escolhido. Com isso, privilegia-se primeiro o empilhamento das camadas, antes de escolher um novo compartimento ($permC = 1$). Os demais parâmetros usados nesta execução são idênticos aos usados na execução 1.

Execução 4

No procedimento que gera as primeiras soluções factíveis da heurística HS: a próxima camada escolhida é sempre a primeira ainda não empacotada da lista ordenada ($window = 1$). A escolha de um novo compartimento é feita de maneira

aleatória ($varC = 1$). Os demais parâmetros usados nesta execução são idênticos aos usados na execução 1.

Note que, diferentemente das execuções 1, 2 e 3, na execução 4, a variabilidade das soluções geradas é garantida com a escolha (aleatória) dos compartimentos, e não com a escolha das camadas. Com isso, uma possível vantagem dessa execução é que a escolha das camadas segue estritamente a ordem da lista de camadas, todavia, sob a pena de não se controlar a escolha do novo compartimento, como nas demais execuções.

Definição da solução inicial

A melhor solução obtida com a heurística HS deve ser definida como solução inicial para se tentar resolver a formulação PPLI2 de maneira exata, particularmente com o método exato disponibilizado pelo *software* IBM ILOG CPLEX. A definição da solução inicial é realizada com o procedimento “*Cplex.AddMIPStart*” disponibilizado por esse *software*. Este procedimento atribui uma solução inicial factível como a melhor solução inteira/mista conhecida para o problema antes de se iniciar a busca. Com uma boa solução conhecida de início, algumas porções não promissoras do espaço de busca do problema podem ser eliminadas mais cedo com o método exato; também podem ser utilizadas mais cedo heurísticas que requerem uma solução inteira/mista para o problema como a *Relaxation Induced Neighborhood Search* – RINS, que por padrão desse *software* é executada automaticamente. Para mais detalhes, veja CPLEX (2013).

Tempo de resolução

Para possibilitar uma comparação adequada entre as heurísticas H1 e H2, o tempo máximo permitido para a resolução da formulação PPLI2 de maneira exata foi limitado em 20 minutos menos o tempo gasto executando a heurística HS. Desta forma, note que as heurísticas H1 e H2 têm o mesmo tempo limite para resolver a formulação PPLI2.

Considere a seguinte notação adicional:

- t^{iC} : tempo de execução computacional, em segundos, gasto pelo procedimento responsável por gerar as primeiras soluções factíveis da heurística HS (vide Tabela 4.11);
- t^{iE}, t^{iA} : respectivamente, o tempo de execução computacional em segundos gasto pelas buscas locais inter e intra compartimentos da heurística HS (vide Tabela 4.15 e Tabela 4.17);
- $\%HS$: percentual de casos em que a heurística HS obteve alguma solução para o problema;
- $\%P2$: percentual de casos em que a solução obtida com a resolução da formulação PPLI2 de maneira exata é melhor do que a solução inicial fornecida a ela com a heurística HS, do total de casos em que alguma solução foi obtida com essa heurística;
- $\%H2$: percentual de casos em que a melhor solução obtida pela heurística H2 é melhor do que a melhor solução obtida pela heurística H1.

Tentou-se resolver todos os exemplares das classes 1 a 21 com a heurística H2 e os resultados obtidos são apresentados no Apêndice A. A Tabela 5.21 e a Tabela 5.22 apresentam um resumo desses resultados.

Os valores da Tabela 5.21 e da Tabela 5.22 são médios e foram arredondados a dois algarismos decimais. Os valores de cZ , cB , $|N''|$ são referentes à melhor solução encontrada para cada exemplar, os valores de $rGap$ são referentes à formulação PPLI2, e os valores de t^{est} , $|N'|$, $\%res$, nEx , $nP2$, BFT^{est} , $nPos$, $nItens$ e P_1^A foram suprimidos, pois são idênticos aos gerados para a heurística H1 (vide Tabela 5.17).

Tabela 5.21 - Resumo dos resultados obtidos com a heurística H2 para os exemplares das classes 1 a 21, parte1.

Classe	cZ	cB	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}	N''	$nP3$	$\%BF^{def}$
1	13,69	6515,29	74,82	2,16	0,57	1123,22	0,67	2,76	1216,83	4,3	2,8	92,86
2	34,03	131,03	4,41	0,02	0,01	0,19	0,02	0,32	5,22	1,5	1	100
3	58,28	144,45	7,17	0,05	0,14	2,6	0,03	0,54	11,01	1,4	1	100
4	66,62	203,43	4,76	0,02	0,02	0,28	0,02	0,33	6,15	1,3	1	90
5	81,72	228,97	8,11	0,07	0,2	1,07	0,02	0,57	10,51	1,2	1	90
6	16,9	775,88	13,91	0,13	0,05	47,6	0,14	1,24	64,24	2,1	1,6	75
7	22,24	750,97	18,4	0,27	0,26	497,75	0,09	1,09	519,71	1,7	1,4	64,29
8	13,07	1026	16,94	0,17	0,04	33,18	0,17	1,22	52,97	2,5	1,8	88,89
9	26,87	1306	22,36	0,33	0,29	575,87	0,08	1,05	602,57	2	1,4	71,43
10	0	382,07	31,85	0,88	0,22	1168,1	0,15	1,36	1207,9	2,3	1,6	56,25
11	21,01	1942,17	31,5	0,73	0,31	1066,33	0,3	1,82	1106	3,1	2	83,33
12	1,62	567,91	39,43	1,11	0,18	1160,48	0,3	1,52	1209,28	2,6	1,9	78,95
13	8,72	2663,1	36,66	0,93	0,48	1098,32	0,29	1,39	1143,9	2,8	1,5	80
14	0	715,82	44,97	1,74	0,08	1155,36	0,37	1,82	1212,85	4,6	1,8	77,78
15	4,34	1760,72	60,25	2,93	1,34	1136,08	0,59	2,21	1213,29	3,4	2,33	76,19
16	0	980,77	57,39	2,32	0,1	1141,16	0,45	1,58	1212,74	3,8	1,7	88,24
17	7,38	4036,73	77,89	3,91	2,05	1116,67	0,63	2,36	1218,54	3,7	2,25	72,22
18	0	1601,3	81,87	5,73	0,68	1112,21	0,58	2,37	1221,68	4,2	2,1	80,95
19	5,89	3399,49	84,08	5,32	1,87	1109,28	0,74	2,94	1225,62	4,5	2,33	80,95
20	0	2401,23	101,22	7,64	1,08	989,72	0,94	2,49	1129,79	4,5	2,1	85,71
21	0,56	5353,31	101,34	7,04	2,98	1089,32	0,83	2,33	1233,66	3,7	1,8	72,22
Méd.	18,24	1756,51	43,78	2,07	0,62	744,04	0,35	1,59	801,16	2,91	1,73	81,2

(Continua)

Tabela 5.21 - (Conclusão)

Classe	rGap	%HS	%P2	%P2L	%H2
1	1	100	100	60	100
2	0	90	0	60	0
3	0	80	12,5	40	0
4	0	100	0	30	0
5	0	70	0	30	0
6	0	90	88,89	20	0
7	0,08	100	80	30	10
8	0	100	90	60	10
9	0,34	100	90	60	10
10	0,88	100	100	30	60
11	0,89	100	100	50	60
12	0,88	100	90	40	90
13	0,84	90	100	60	60
14	0,99	100	100	80	30
15	0,99	100	90	40	100
16	0,97	100	90	70	50
17	1	100	80	50	90
18	0,98	100	100	80	80
19	1	100	80	60	100
20	0,89	100	80	50	70
21	1	100	90	50	100
Méd.	0,61	96,19	74,35	50	48,57

Comentários dos experimentos com a heurística H2

Ao menos uma solução foi encontrada pela heurística H2 para todos os 210 exemplares avaliados nesta seção. Em 202 destes 210 casos, ao menos uma solução foi obtida com a heurística HS. Em 154 destes 202 casos, a solução inicial fornecida pela heurística HS foi melhorada com a resolução da formulação PPLI2 de maneira exata. Nos 48 casos restantes, essa solução inicial não foi melhorada, mas na maioria das vezes ela foi provada ótima para a formulação PPLI2 ($rGap = 0$). O procedimento de busca local da Tabela 4.6 também foi eficaz, obtendo uma solução melhor do que a fornecida com a resolução da formulação PPLI2 em 105 dos 210 casos avaliados, similarmente ao observado com a heurística H1.

Em 102 dos 210 casos avaliados, a melhor solução obtida com a heurística H2 (apenas “solução obtida com a heurística H2”, daqui em diante) é melhor do que a melhor solução obtida com a heurística H1 (apenas “solução obtida com a heurística H1”, daqui em diante). Para se ter uma ideia dessa melhoria, em 21 casos, a solução obtida com a heurística H1 possui penalizações com remanejamento maiores do que 330 unidades e, em 8 casos, maiores do que 1350 unidades. Por outro lado, em nenhum caso a solução obtida com a heurística H2 possui penalizações com remanejamento maiores do que 149 unidades.

Em 76 dos 210 casos avaliados, a solução obtida com a heurística H2 é equivalente à obtida com a heurística H1. Todavia, em 73 destes 76 casos, a solução gerada com a resolução da formulação PPLI2 de maneira exata foi provada ser ótima e, portanto, não pode ser melhorada com o mesmo conjunto de camadas completas e fictícias.

Nos 32 casos restantes, a solução obtida com a heurística H2 é pior do que a solução obtida com a heurística H1. Com exceção de um único caso, as penalizações com remanejamento dessas duas soluções são iguais (i.e., em 31 desses casos, a solução obtida com a heurística H2 é pior apenas para o balanceamento de peso no contêiner). Em todos esses 32 casos, pode-se dizer que o tempo gasto pela heurística H2 para obter uma solução inicial com a

heurística HS foi mais bem aproveitado pela heurística H1 resolvendo a formulação PPLI2 de maneira exata (i.e., usando todo o tempo disponível para isso).

Ao considerar a média para todos os 210 casos avaliados, as penalizações com remanejamento e com balanceamento de peso das soluções obtidas com a heurística H2 (vide última linha da Tabela 5.21) equivalem, respectivamente, a apenas 12,16 % e 49,34% das penalizações com remanejamento e com balanceamento de peso das soluções obtidas com a heurística H1 (vide última linha da Tabela 5.17).

Para 78 exemplares (contra 76 da heurística H1), os *gaps* relativos (*rGap*) das soluções obtidas com a formulação PPLI2 são iguais a 0. O maior desses 78 exemplares pertence à classe 20 (10 compartimentos). Para 181 exemplares (contra 149 da heurística H1), os *gaps* absolutos (*aGap*) são menores do que $\omega^z[\omega^{zq} + \text{Min}_{i \in M}(\omega^{zp}P_i)]$, e, portanto, as soluções obtidas para esses casos são “ótimas para o remanejamento dos itens”, pelo menos para o conjunto de camadas completas e fictícias usado (veja mais nos comentários dos experimentos com a heurística H1).

De modo geral, os resultados mostram que a abordagem usada pela heurística H2 para acelerar a busca do método exato, gerando uma boa solução inicial com a heurística HS, é eficaz. Considerando todos os casos avaliados, pode-se concluir que a heurística H2 é superior à heurística H1 para resolver exemplares diversos do problema, pelo menos quando uma solução deve ser obtida em até 20 minutos.

Em média, os tempos: t^{iC} : variaram, aproximadamente, entre 4 e 101 segundos. Esses tempos crescem com o número de camadas que devem ser empacotadas; t^{iE} : são menores do que 8 segundos, e frequentemente menores do que 1 segundo. Esses tempos crescem bastante com o número de compartimentos e camadas. Isso é esperado, pois a busca inter compartimentos (vide Tabela 4.15) realiza combinações entre pares de posições de compartimentos distintos e que contém camadas; t^{iA} são sempre menores do que 3 segundos, e na maioria das

vezes menores do que 1 segundo. Esses tempos crescem com o número de compartimentos e, maiormente, com a quantidade de camadas completas em um mesmo compartimento. Isso é esperado, pois a busca intra compartimentos (vide Tabela 4.17) tenta avaliar todas as permutações dessas camadas para cada compartimento; t^{P2} : são sempre menores do que os obtidos para a heurística H1. Para os casos em que uma solução ótima foi encontrada com a resolução da formulação PPLI2, isso se deve a presença da solução inicial que acelerou a busca. Para os demais casos, isso se deve ao tempo limite atingido para resolver essa formulação de maneira exata, que é menor do que o usado para a heurística H1.

Os demais valores da Tabela 5.21 (t^{P3} , t^{def} , t^{Δ} , $nP3$ e $\%BF^{def}$) são similares aos obtidos para a heurística H1 e dispensam comentários adicionais. A seguir são feitos mais comentários sobre os resultados obtidos com a heurística HS:

As buscas locais inter e intra compartimentos mostraram-se eficazes para melhorar as melhores soluções geradas com o procedimento da Tabela 4.11. Em particular, considerando a execução que gerou a melhor solução (das quatro realizadas com a heurística HS), a busca inter compartimentos melhorou a melhor solução gerada até o momento em 191 dos 210 casos avaliados. A busca intra compartimentos, executada em seguida, melhorou a melhor solução gerada até momento em apenas 6 casos. O menor desempenho com a busca intra compartimentos pode ser explicado pelo fato de que, na maioria dos casos avaliados, as melhores soluções encontradas antes de executá-la já se encontram em um ótimo local, não podendo mais ser melhoradas apenas reposicionando as camadas em um mesmo compartimento.

As quatro execuções realizadas com a heurística HS também se mostraram eficazes. A Tabela 5.22 apresenta o percentual de casos em que a melhor solução encontrada com a heurística HS, ou uma solução equivalente a ela, foi obtida com determinada execução. Note que os percentuais para alguma classe podem somar mais do que 100%, pois um mesmo resultado pode ser gerado por mais de uma execução.

Tabela 5.22 - Resumo dos resultados obtidos com a heurística H2 para os exemplares das classes 1 a 21, parte 2.

Classe	Execução 1(%)	Execução 2(%)	Execução 3(%)	Execução 4(%)
1	20	10	0	70
2	70	60	60	80
3	40	60	60	50
4	80	70	70	60
5	60	50	40	40
6	30	20	0	40
7	10	20	20	50
8	10	10	20	70
9	20	10	0	70
10	20	0	20	60
11	20	20	20	50
12	30	10	20	40
13	20	0	0	70
14	10	0	10	80
15	0	0	10	90
16	20	0	0	80
17	0	10	10	80
18	20	10	10	60
19	10	0	10	80
20	10	0	10	80
21	20	0	10	70

Da Tabela 5.22, observa-se que a execução 4 foi a que obteve o melhor desempenho, fornecendo o melhor resultado em 137 dos 210 casos avaliados. A execução 1 forneceu o melhor resultado em 52 desses 210 casos, seguida pelas execuções 3 e 2 que forneceram o melhor resultado em, respectivamente, 40 e 36 desses 210 casos. Apesar dos diferentes desempenhos, todas as execuções foram eficazes, pois cada uma delas obteve exclusivamente o melhor resultado em, pelo menos, 11 casos distintos (para mais detalhes, veja o Apêndice A).

Análise de estabilidade horizontal do carregamento

A Tabela 5.23 a seguir apresenta informações úteis para avaliar a estabilidade horizontal das soluções geradas pela heurística H2. Cada valor dessa tabela corresponde à média para todos os exemplares da respectiva classe, calculada somente com a melhor solução de cada exemplar; e ao instante em que todos os itens estão no contêiner.

Tabela 5.23 - Informações complementares dos experimentos computacionais usadas para avaliar a estabilidade horizontal do carregamento para os exemplares das classes 1 a 21 resolvidos com a heurística H2.

Classe	%nS₀	%nS₁	%nS₂	%nS₃	%nS₄	%areaL	%areaF	%stabInd
1	4,67	13,08	22,07	27,81	32,37	66,56	69,14	96,24
2	0,79	5,47	21,34	33,24	39,16	79,85	84,54	98,68
3	0,21	3,15	15,96	34,54	46,13	81,88	87,83	99,4
4	0,4	4,47	18,86	34,29	41,99	82,27	86,78	98,98
5	0,38	2,82	12,73	26,61	57,45	87,6	88,9	99,41
6	3,1	12,5	23,19	29,25	31,97	74,61	74,81	96,97
7	1,92	7,75	19,98	27,7	42,66	78,06	79,45	98,53
8	2,42	7,16	22,2	34,1	34,11	76,57	79,11	98,33
9	1,32	5,74	19,97	29,07	43,91	80,04	82,77	98,89
10	3,67	11,65	20,38	30,9	33,4	72,39	77,18	97,87
11	3,48	8,09	22,38	30,2	35,85	76,86	78,19	98,11
12	3,19	9,19	19,8	30,03	37,79	77,6	79,08	98,31
13	1,41	7,75	21,1	31,54	38,2	78,5	82,91	98,55
14	1,89	8,03	20,95	27,24	41,88	78,74	82,27	98,7
15	2,84	9,58	23,38	31,21	33	74,82	79,63	98,41
16	2,66	8,15	21,22	29,18	38,79	78,5	79,94	98,59
17	2,77	7,51	19,46	28,38	41,88	80,74	80,91	98,7
18	2,05	7,19	21,1	29,57	40,09	80,73	80,92	99,13
19	1,03	7,23	21,48	31,04	39,22	81,3	81,45	98,99
20	1,52	8,21	21,46	30,29	38,52	77,58	82,29	99,08
21	2,55	10,02	21,45	27,21	38,76	77,34	78,92	98,47

Como esperado, nota-se que os resultados da Tabela 5.23 são similares aos resultados da Tabela 5.18 para a heurística H1, de maneira que comentários adicionais desses resultados são desnecessários. Essa semelhança deve-se ao fato das heurísticas H1 e H2 partilharem dos mesmos métodos usados para gerar as camadas fictícias. Contudo, note que as camadas fictícias das soluções obtidas com a heurística H1 podem ser diferentes das camadas fictícias das soluções obtidas com a heurística H2, pois elas podem ter sido novamente geradas com o procedimento da Tabela 4.6 (busca local). A maneira como as camadas fictícias são geradas com esse procedimento, por sua vez, depende da como as camadas completas foram empacotadas com a resolução da formulação PPLI2.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta tese apresentaram-se modelos e métodos de solução heurísticos para a resolução de um PCC encontrado em situações reais, por exemplo, na distribuição de bebidas por meio de caminhões com carroçarias compartimentadas. Esse é um problema de empacotamento tridimensional em que diversos aspectos práticos de carregamento precisam ser atendidos ao longo de toda a rota do contêiner, características que o tornam bastante complexo. Cabe salientar que desconhecemos a existência de outros estudos na literatura que abordem esse problema.

A formulação proposta no Capítulo 3 (PPLI1) é inédita e permitiu formalizar matematicamente o problema por meio de um modelo de programação linear inteira mista. No entanto, a elevada quantidade de variáveis e restrições presentes nessa formulação, aliada a dificuldade implícita dos PPLIMs, faz com que ela seja demasiadamente difícil de ser resolvida, mesmo para exemplares bastante limitados do problema, como ficou evidenciado nos experimentos computacionais do Capítulo 5. As dificuldades encontradas com a formulação PPLI1 motivaram o desenvolvimento de heurísticas para resolvê-la no Capítulo 4. Essas heurísticas são baseadas na geração *a priori* de camadas horizontais, completas e fictícias, bem como na resolução de formulações matemáticas simplificadas do problema.

Para gerar as camadas completas e fictícias, no geral, esforços foram dedicados para que todas elas possam ser empacotadas nos compartimentos, observando o atendimento das diversas restrições práticas ao longo da rota. Em particular, para gerar as camadas fictícias foi preciso resolver um problema de empacotamento tridimensional com os itens residuais. As heurísticas FF e BF usadas nesse caso foram eficazes e mostraram poder gerar padrões de empacotamento verticalmente estáveis e com bom índice de estabilidade horizontal.

A formulação usada para empacotar todas as camadas completas e fictícias no contêiner (PPLI2) apresentou como vantagem um número bastante reduzido de variáveis e restrições em comparação com a formulação PPLI1. Isso se deve ao

empacotamento dos itens somente com essas camadas, o que define um problema de empacotamento unidimensional com múltiplos objetos e com restrições adicionais de carregamento. Para tentar melhorar uma solução obtida com essa formulação, também foi usado um procedimento de busca local, que tenta encontrar um novo empacotamento para os itens residuais resolvendo iterativamente problemas de atribuição e de empacotamento. Este procedimento apresentou resultados positivos, melhorando a solução obtida com a resolução da formulação PPLI2 em boa parte dos casos avaliados no Capítulo 5.

De modo geral, os experimentos realizados com a primeira heurística desenvolvida (heurística H1), evidenciaram a sua capacidade em resolver exemplares variados e realistas do problema. Todavia, para alguns desses exemplares, particularmente aqueles com um maior número de camadas e de compartimentos, as soluções apresentaram penalizações relativamente elevadas para o remanejamento dos itens e para o balanceamento de peso no contêiner. Adicionalmente, em boa parte desses casos não foi possível obter um certificado de qualidade satisfatório da solução para a formulação PPLI2 (os *gaps* dessas soluções não são próximos o bastante de 0). Isso pode ser atribuído ao fato da formulação PPLI2 ser difícil de resolver de maneira exata para esses casos maiores, embora já corresponda a uma versão simplificada do problema.

As dificuldades encontradas com a heurística H1 motivaram o desenvolvimento de uma variação dela (heurística H2) que tenta gerar uma boa solução inicial para a formulação PPLI2 com outra heurística (heurística HS), visando acelerar a resolução dessa formulação de maneira exata. A heurística HS é composta de, basicamente, três procedimentos. O primeiro busca construir soluções factíveis empacotando as camadas sequencialmente nos contêineres. O fato de esse primeiro procedimento ser rápido permitiu executá-lo em uma grande quantidade de vezes, em busca de soluções boas e diversas para o problema. Os outros procedimentos (busca local inter e intra compartimentos) são executados em seguida, nesta ordem, e mostraram ainda ser possível melhorar as soluções obtidas trocando de posição as camadas já empacotadas nos compartimentos.

Visando a geração de uma boa solução inicial, a heurística HS é executada com diferentes parâmetros, que definem diferentes estratégias para empacotar os itens nos compartimentos. Nos experimentos computacionais, a heurística HS apresentou uma boa eficiência, encontrando, em um baixo tempo computacional, boas soluções iniciais para quase todos os casos avaliados. Essas soluções, por suas vezes, puderam ser quase sempre melhoradas ou provadas ótimas com a resolução da formulação PPLI2 de maneira exata. No geral, a heurística H2 mostrou-se superior à heurística H1, e encontrou soluções melhores para o problema na maioria dos casos em que a heurística H1 falhou em apresentar um certificado satisfatório de qualidade da solução para a formulação PPLI2. As soluções obtidas com as heurísticas H1 e H2 não foram comparadas com as soluções usadas na prática, pois elas não foram disponibilizadas pela empresa.

Convém salientar que esse é um primeiro estudo focalizando um problema de carregamento em contêineres com carroçarias compartimentadas no contexto de distribuição de bebidas, e espera-se que os modelos e heurísticas desenvolvidos possam ser úteis para motivar outras pesquisas futuras que abordem e estendam este problema.

Propostas para pesquisas futuras

A grande quantidade de variáveis e restrições da formulação PPLI1 deve-se principalmente a necessidade em explicitar as posições em que os itens podem ser colocados no contêiner. Desta forma, uma interessante pesquisa futura com essa formulação é verificar a possibilidade de utilizar conjuntos de menor cardinalidade do que os apresentados em (3.2), que definem as posições normais nesse contêiner. Um exemplo desses conjuntos são os *reduced raster points* (SCHEITHAUER; TERNO, 1996), também referenciados apenas como *raster points*. Exemplos de trabalhos que empregaram esse conjunto e destacam a vantagem de sua utilização podem ser encontrados em Morabito e Morales (1998), Alvarez-Valdes et al. (2005), Oliveira e Morabito (2006) e Birgin et al. (2010) para PCEs bidimensionais; e em Queiroz et al. (2012) para um PCE tridimensional. Cabe notar que não necessariamente os *raster points* podem ser

utilizados, sem perda de generalidade, em PCCs com diversas restrições práticas como o problema aqui abordado, e essa é uma questão a ser explorada.

Devido ao bom desempenho observado com a heurística HS, outra pesquisa futura interessante é aperfeiçoá-la, possivelmente como uma metaheurística GRASP - *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (FEO; RESENDE, 1989). Note que a heurística HS possui duas características que permitem aperfeiçoá-la dessa forma com relativamente poucos esforços: o uso de procedimentos gulosos combinados com uma escolha aleatória para gerar soluções boas e variadas; e o uso de procedimentos de busca local para refinar essas soluções.

A proposta de empacotamento dos itens em camadas horizontais, privilegiando a geração de camadas completas, foi motivada pela maneira com qual os itens são empacotados na empresa de bebidas. Contudo, outras abordagens de solução podem ser avaliadas em pesquisas futuras como, por exemplo, tentar empacotar os itens em camadas verticais. Note que existem alguns desafios com o uso desse tipo de camadas, por exemplo, com relação à estabilidade do carregamento. Camadas verticais tendem a ser naturalmente instáveis horizontalmente, e pode ser uma tarefa complexa manter o carregamento formado por elas estável à medida em que os itens são descarregados. Além disso, como as alturas dos compartimentos podem ser diferentes, em um caso mais geral, a geração das camadas verticais é dependente da escolha de um ou mais compartimentos para colocá-las, limitando o empacotamento delas com uma abordagem similar à usada neste estudo. Outra possível dificuldade está relacionada ao aproveitamento de espaço no contêiner. Devido à resistência a empilhamento dos itens, a altura máxima de uma camada vertical formada apenas por itens de mesmo tipo pode ser bem menor do que a altura dos compartimentos e, conseqüentemente, o seu uso pode inviabilizar a resolução do problema.

Como é usual em algumas empresas que resolvem os problemas de roteamento e de carregamento de contêineres separadamente, admitiu-se que a rota do contêiner é pré-fixada e que todos os itens demandados nela devem ser

empacotados no contêiner. Na prática, caso não seja possível encontrar uma solução viável para esse problema, pode ser necessário mudar o plano de rotas pré-estabelecido, e/ou considerar um novo período de entrega. Nestes casos, poderia ser interessante, em complemento aos critérios usados na função objetivo do problema, maximizar o valor dos itens empacotados no contêiner. Note que, dessa maneira, o problema se caracterizaria como um problema de empacotamento estendido de “maximização do valor de saída” segundo Wäscher et al. (2007), e essa é outra perspectiva interessante para pesquisa futura.

Outras propostas de extensão para este estudo incluem:

- a) admitir a possibilidade de reposicionar os itens, em cada destino, para quaisquer outras posições do contêiner. Este reposicionamento poderia ser vantajoso para estrategicamente reduzir o remanejamento dos itens e para obter soluções para exemplares que antes seriam infactíveis. Lembre-se que no presente trabalho considerou-se o reposicionamento de algum item no contêiner somente em um caso especial, quando todos os itens de uma ou mais camadas abaixo dele são descarregados (veja detalhes no Capítulo 3);
- b) avaliar outros objetivos que também possam estar relacionados com a redução do tempo de descarregamento dos itens ao longo da rota, como, por exemplo, buscar manter itens de um mesmo destino em menos compartimentos e/ou em compartimentos mais próximos;
- c) integrar o presente PCC com o problema de roteamento de veículos, para que as decisões de roteamento do veículo e de carregamento da carga no contêiner sejam consideradas de maneira integrada.

O presente trabalho foi realizado com apoio do CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – Brasil.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABDELAZIZ, F.B.; ROUCAIROL, C.; BACHA, C. Delivery of liquid fuels to SNDP gas stations using vehicles with multiple compartments. In: IEEE-SMC CONFERENCE, 2002, Hammamet, Tunisia. **Proceedings...** Hammamet, Tunisia: IEEE, October, 2002.
- ACKOFF, R. L.; SASIENI, M. W. **Fundamentals of operations research**. New York: Wiley, 1968.
- ALVAREZ-VALDES, R.; PARREÑO, F.; TAMARIT, J.M. A branch-and-cut algorithm for the pallet loading problem. **Computers & Operations Research**, v. 32, n. 11, p. 3007–3029, 2005.
- AMARAL, A.; LETCHFORD, A. **An exact algorithm for general, orthogonal, two-dimensional knapsack problems**. Lancaster: Lancaster University. Department of Management Science, 1999. Working paper.
- AMBROSINO, D.; SCIOMACHEN, A. A constraints satisfaction approach for master bay plans. In: Sciutto, G., Brebbia, C. (Eds.), **Maritime Engineering and Ports**. WIT Press, Boston, p. 155–164, 1998.
- AMIOUNY, S.V., BARTHOLDI, J.J., VANDE VATE, J.H., ZHANG, J. Balanced loading. **Operations Research**, v. 40, n. 2, p. 238-246, 1992.
- ARAUJO, O. C. B. **Problemas de corte e empacotamento tridimensional e integração com roteamento de veículos**. 2006. 171 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2006.
- ARAUJO, O. C. B.; ARMENTANO, V. A. A multi-start random constructive heuristic for the container loading problem. **Pesquisa Operacional**, v. 27, n. 2, p. 311-331, 2007.
- ARENALES, M. N.; MARQUES, F. P. O problema da mochila compartimentada e aplicações. **Pesquisa Operacional**, v. 22, n. 3, p. 1-20, 2002.
- ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. **Pesquisa operacional**, Rio de Janeiro: Editora Campus/Elsevier, 2007.
- ARENALES, M.; MORABITO, R.; YANASSE, H. Cutting and packing problems. **Pesquisa Operacional**, v. 19, n. 2, p. 107-299, 1999.
- ASLOG. Associação Brasileira de Logística – **O conceito de logística**. 2009. Disponível em: <http://www.aslog.org.br/novo/a_aslog.php>. Acessado em 23/11/2010 às 8:30h
- AVELLA, P.; BOCCIA, M.; SFORZA, A. Solving a fuel delivery problem by heuristic and exact approaches. **European Journal of Operational Research**, v. 152 n. 1, p. 170–179, 2004.
- BAKER, B. S.; COFFMAN, JR., E. G.; RIVEST, R. L. Orthogonal packing in two

dimensions. **SIAM Journal on Computing**, v. 9, n. 4, p. 846–855, 1980.

BARBUCHA, D. Three approximation algorithms for solving the generalized segregated storage problem. **European Journal of Operational Research**, v. 156, n. 1, p. 54–72, 2004.

BEASLEY, J. E. A population heuristic for constrained two-dimensional non-guillotine cutting. **European Journal of Operational Research**, v. 156, n. 3, p. 601-627, 2004.

BEASLEY, J. E. An exact two-dimensional non-guillotine cutting tree search procedure. **Operations Research**, v. 33, n. 1, p. 49-64, 1985.

BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. Modelling and simulation – operations management research methodologies using quantitative modeling, **International Journal of Operations & Production Management**, v. 22, n. 3, p. 241-264, 2002.

BIRGIN E.G.; LOBATO R.D.; MORABITO R. An effective recursive partitioning approach for the packing of identical rectangles in a rectangle. **Journal of the Operational Research Society**, v. 61, n. 2, p. 306–320, 2010.

BISCHOFF, E. E.; RATCLIFF, M. S. W. Issues in the development of approaches to container loading. **Omega**, v.23, n. 4, p. 377–390, 1995.

BISCHOFF, E. E.; JANETZ, F.; RATCLIFF, M. S. W. Loading pallets with non-identical items. **European Journal of Operational Research**, v. 84, n. 3, p. 681-692, 1995.

BISCHOFF, E. E.; MARRIOTT, M. D. A comparative evaluation of heuristics for container loading. **European Journal of Operational Research**, v. 44, n. 2, p. 267-276, 1990.

BORTFELDT A.; GEHRING H. A hybrid genetic algorithm for the container loading problem. **European Journal of Operational Research**, v. 131, n. 1, p. 143-61, 2001.

BORTFELDT, A.; GEHRING, H.; MACK, D. A parallel tabu search algorithm for solving the container loading problem. **Parallel Computing**, v. 29, n. 5, p. 641-662, 2003.

BORTFELDT, A.; WÄSCHER, G. **Container loading problems** - a state-of-the-art review, No 120007, FEMM Working Papers, Otto-von-Guericke University Magdeburg, Faculty of Economics and Management, 2012. Disponível em: <http://EconPapers.repec.org/RePEc:mag:wpaper:120007>.

BOSTEL N.; DEJAX, P. Models and algorithms for container allocation problems on trains in a rapid transshipment shunting yard. **Transportation Science**, v. 32, n. 4, p. 370-379, 1998

BOTTER, R. C., BRINATI, M. A. Stowage container planning: a model for getting an optimal solution. **IFIP Transactions B (Applications in Technology) B-5**, p. 217–229, 1992

BUKCHIN, Y.; SARIN, S.C. Discrete and dynamic versus continuous and static loading policy for a multi-compartment vehicle. **European Journal of Operational Research**, v.

174, n. 2, p. 1329–1337, 2006.

CAMPOS, D. S. **Integração dos problemas de carregamento e roteamento de veículos com janela de tempo e frota heterogênea**. 2008. 119 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Departamento de Engenharia de Produção, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2008.

CARPENTER, H.; DOWSLAND, W. B. Practical considerations of the pallet-loading problem. **Journal of the Operational Research Society**, v. 36, n. 6, p. 489-497, 1985.

CECILIO, F. O.; MORABITO, R. Refinamentos na heurística de George e Robinson para o problema de carregamento de caixas dentro de contêineres. **Transportes**, v. 11, n. 2, p. 32-45, 2004.

CHAMBERS, M. L.; DYSON, R. G. The cutting stock problem in the flat glass industry - selection of stock sizes. **Operational Research Quarterly** (1970-1977), v. 27, n. 4, p. 949-957, 1976.

CHAN, F. T. S.; BHAGWAT, R.; KUMAR, N.; TIWARI, M. K.; LAM P. Development of a decision support system for air-cargo pallets loading problem. **Expert Systems with Applications**, v. 31, n. 3, p. 472-485, 2006.

CHEN, C. S.; LEE, S. M.; SHEN, Q. S. An analytical model for the container loading problem. **European Journal of Operational Research**, v. 80, n. 1, p. 68-76, 1995.

CHRISTENSEN, S. G.; ROUSØE, D. M. Container loading with multi-drop constraints. **International Transactions in Operational Research**, v. 16, n. 6, p. 727-743, 2009.

CHRISTOFIDES, N.; WHITLOCK, C. An algorithm for two-dimensional cutting problems. **Operations Research**, v. 25, n. 1, p. 30-44, 1977.

CORNILLIER, F.; LAPORTE, G.; BOCTOR, F.F.; RENAUD, J. A. The petrol station replenishment problem with time windows. **Computers & Operations Research**, v. 36, n. 3, p. 919-935, 2009.

CORREIA, M. H.; OLIVEIRA, J. F.; FERREIRA, J. S. Reel and sheet cutting at a paper mill. **Computers & Operations Research**, v. 31, n. 8, p.1223-1243, 2004.

CORRY P.; KOZAN E. Optimised loading patterns for intermodal trains. **OR Spectrum**, v. 30, n. 4, p. 721-750, 2008.

CPLEX. Documentação do IBM ILOG CPLEX V12.5.1. 2013. Online. Disponível em <<http://pic.dhe.ibm.com/infocenter/cosinfoc/v12r5/index.jsp>>. Acesso em 29 de Dezembro 2013>.

CRAINIC, T. G.; PERBOLI, G.; TADEI, R. Extreme point-based heuristics for three-dimensional bin packing. **INFORMS Journal on Computing** v. 20, n. 3, p. 368-384. 2008.

DAVIES, A. P.; BISCHOFF, E. E. Weight distribution considerations in container loading.

European Journal of Operational Research, v. 114, n. 3, p. 509-527, 1999.

DE SHA E. **Area efficiency and volume efficiency for loading cargo**. Master's thesis, U.S. Navy Postgraduate School, 1970.

DE SOUZA LEÃO A. A. **Extensões em problemas de corte: padrões compartimentados e problemas acoplados**. 178p. Tese (Doutorado em Ciências: Ciência de Computação e Matemática Computacional) – ICMC-USP - São Carlos, 2013.

DEN BOEF, E.; KORST, J.; MARTELLO, S.; PISINGER, D.; VIGO, D. Erratum to "the three-dimensional bin packing problem: robot-packable and orthogonal variants of packing problems". **Operations Research**, v. 53, n. 4, p. 735-736, 2005.

DERIGS, U., GOTTLIEB, J., KALKOFF, J., PIESCHE, M., ROTHLAUF, F., VOGEL, U. Vehicle routing with compartments: applications, modelling and heuristics. **OR Spectrum**, v. 33, n. 4, p. 885–914, 2011.

DOWSLAND, W. B. Three-dimensional packing - solution approaches and heuristic development. **International Journal of Production Research**, v. 29, n. 8, p. 1673-1685, 1991.

DUBROVSKY, O.; LEVITIN, G.; PENN, M. A genetic algorithm with a compact solution encoding for the container ship stowage problem. **Journal of Heuristics** v. 8, n. 6, p. 585–599, 2002.

DYCKHOFF, H. A typology of cutting and packing problems, **European Journal of Operational Research**, v. 44, n. 2, p. 145-159, 1990.

DYCKHOFF, H.; FINKE, U. **Cutting and packing in production and distribution: typology and bibliography**. 1. ed. Heidelberg: Springer-Verlag, 1992. 248p.

EL FALLAHI, A., PRINS, C., CALVO, R. W. A memetic algorithm and a tabu search for the multi-compartment vehicle routing problem. **Computers & Operations Research**, v. 35, n. 5, p. 1725-1741, 2008.

ELEY, M. A bottleneck assignment approach to the multiple container loading problem. **Operations Research Spectrum**, v. 25, n. 1, p. 45-60, 2003.

ELEY, M. Solving container loading problems by block arrangements. **European Journal of Operational Research**, v. 141, n. 2, p. 393-409, 2002.

EVANS, J.R.; CULLEN, F.H. The segregated storage problem: some properties and an effective heuristic. **AIIE Transactions**, v. 9, n. 4, p. 409–413, 1977.

EVANS, J.R.; TSUBAKITANI, S. Solving the segregated storage problem with Benders partitioning. **Journal of Operational Research Society**, v. 44, n. 2, p. 175–184, 1993.

FAGERHOLT, K.; CHRISTIANSEN, M. A combined ship scheduling and allocation

problem. **Journal of the Operational Research Society**, v. 51, n. 7, p. 834–842, 2000.

FASANO, G. Cargo Analytical Integration in Space Engineering: a three-dimensional packing model. In: Ciriani T, Gliozzi S, Johnson EL (eds) **Operations Research in Industry**, Macmillan, p. 232-246, 1999.

FERREIRA, J. S.; NEVES, M. A.; CASTRO, P.F. A two-phase roll cutting problem. **European Journal of Operational Research**, v. 44, n. 2, p. 185-196, 1990.

FUELLERER, G.; DOERNER, K.; HARTL, R. F. & IORI, M. Metaheuristics for vehicle routing problems with three-dimensional loading constraints. **European Journal of Operational Research**, v. 201, n. 3, p. 751-759, 2010.

FEO, T.A.; RESENDE, M.G.C. A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem. **Operations Research Letters**, v.8, n. 2, p. 67–71, 1989.

GAREY, M.; JOHNSON, D. **Approximation algorithms for bin packing problems - a survey**, In: Analysis and Design of Algorithms in Combinatorial Optimization, G. Ausiello and M. Lucertini, (eds.), New York: Springer-Verlag, 1981, p. 147-172.

GEHRING, H.; BORTFELDT, A. A genetic algorithm for solving the container loading problem. **International Transactions in Operational Research**, v. 4, n.5-6, 401-418, 1997.

GEHRING, H.; MENSCHNER, K.; MEYER, M. A computer-based heuristic for packing pooled shipment containers. **European Journal of Operational Research**, v. 44, n. 2, p. 277-288, 1990.

GENDREAU, M.; IORI, M.; LAPORTE, G; MARTELLO, S. A tabu search algorithm for a routing and container loading problem. **Transportation Science**, v. 40, n. 3, p. 342-350, 2006.

GEORGE J. A.; ROBINSON D. A heuristic for packing boxes into a container. **Computers and Operations Research**, v. 7, n. 3, p. 147-156, 1980.

GILMORE, P.; GOMORY, R. A linear programming approach to the cutting-stock problem. **Operations Research**, v. 9, n. 6, p. 849-859, 1961.

GILMORE, P.; GOMORY, R. A linear programming approach to the cutting-stock problem II. **Operations Research**, v. 11, n. 6, p. 863-888, 1963.

GILMORE, P.C.; GOMORY, R.E. Multistage cutting stock problems of two and more dimensions. **Operations Research**, v. 13, n. 1, p. 94-120, 1965.

GOLDREICH, O. **P, Np, and Np-Completeness: the basics of computational complexity** (1st ed.). Cambridge University Press, New York, NY, USA, 2010

- HADJICONSTANTINOU, E.; CHRISTOFIDES, N. An exact algorithm for general orthogonal two-dimensional Knapsack problems. **European Journal of Operations Research**, v. 83, n. 1, p. 39-56, 1995.
- HAESSLER, R. W. A heuristic programming solution to a nonlinear cutting stock problem. **Management Science**, v. 17, n. 12, p. 793–802, 1971.
- HAESSLER, R. W.; TALBOT, F. B. Load planning for shipments of low density products. **European Journal of Operational Research**, v. 44, n. 2, p. 289-299, 1990.
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER J. **Fundamentals of Physics**. Wiley 9th edition, 2010, p.1136.
- HAN, C. P.; KNOTT, K.; EGBELU, P. J. A heuristic approach to the three-dimensional cargo-loading problem. **International Journal of Production Research**, v. 27, n. 5, p. 757-774, 1989.
- HAPAG-LLOYD. **Container packing**. Folheto informativo. Editora: Hapag-Lloyd Group Communication. Disponível em http://www.hapag-loyd.de/downloads/press_and_media. Acessado em 26/01/2012. 2010.
- HERZ, J. C. Recursive computational procedure for two-dimensional stock cutting. **IBM Journal of Research and Development**, v. 16, n. 5, p. 462-469, 1972.
- HIFI, M. Exact algorithms for unconstrained three-dimensional cutting problems: A comparative study. **Computers & Operations Research**, v. 31, n. 5, p. 657-674, 2004.
- HODGSON, T. J. A combined approach to the pallet loading problem. **IIE Transactions**, v. 14, n. 3, p. 175-182, 1982.
- HOTO, R. S. V., **O problema da mochila compartimentada aplicada no corte de bobina de aço**. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção), COPPE – UFRJ, Rio de Janeiro, 2001.
- HVATTUM, L. M., FAGERHOLT, K.; ARMENTANO, V. A. Tank allocation problems in maritime bulk shipping. **Computers and Operations Research**. v. 36, n. 11, p. 3051-3060, 2009.
- ILOS. **Panorama: custos logísticos no Brasil**, ILOS – Instituto de Logística e Supply Chain. Rio de Janeiro. 2012.
- INFORMS. What is operations research? INFORMS - Institute for Operations Research and the Management Sciences. 2013. Online. Disponível em <<https://www.informs.org/About-INFORMS/What-is-Operations-Research>>. Acesso em 29 Jul. 2013.
- JUNQUEIRA, L. **Modelos de Programação Matemática para Problemas de Carregamento de Caixas dentro de Contêineres**. 2009. 134p. Tese (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos - SP, 2009.

JUNQUEIRA, L.; MORABITO, R.; YAMASHITA, D. S. Three-dimensional container loading models with cargo stability and load bearing constraints. **Computers & Operations Research**, v. 39, n. 1, p. 74-85, 2012a.

JUNQUEIRA, L.; MORABITO, R.; YAMASHITA, D. S. MIP-based approaches for the container loading problem with multi-drop constraints. **Annals of Operations Research**, v. 199, n. 1, p. 51-75, 2012b.

KELLERER, H; PFERSCHY, U.; PISINGER, D. **Knapsack Problems**, Springer, 2004, p.566.

KLEYNTSENS, T.; LIMBOURG, S.; SCHYNS, M. Automatic cargo load planning: special shipments. In: 4RD INTERNATIONAL CONFERENCE ON INFORMATION SYSTEMS, LOGISTICS AND SUPPLY CHAIN CREATIVE LOGISTICS FOR AN UNCERTAIN WORLD ILS 2012 – Quebec (Canada), **Proceedings...** 2012, p. 26-29.

KOTHARI C. R. **Research methodology: methods & techniques**, New Delhi: New Age International Private Limited, 2004, p. 401.

LAI, K. K.; XUE, J.; XU, B. Container packing in a multi-customer delivering operation. **Computers and Industrial Engineering**, v. 35, n. 1-2, p. 323-326, 1998.

LAND A., H.; DOIG, A. G. An automatic method of solving discrete programming problems. **Econometrica**, v. 28, n.3, p. 497–520. 1960.

LIM, A.; ZHANG, X. The container loading problem. In: 2005 ACM SYMPOSIUM ON APPLIED COMPUTING, 2005, Santa Fe. **Proceedings...** New York: ACM Press, 2005. p. 913-917.

LIMBOURG, S.; SCHYNS, M.; LAPORTE, G. Automatic aircraft cargo load planning. **Journal of the Operational Research Society**, v. 63, p. 1271-1285, 2012.

LINS, L.; LINS, S.; MORABITO, R. An n-tet graph approach for non-guillotine packing of n-dimensional boxes into an n-container. **European Journal of Operational Research**, v. 141, n. 2, p. 421-439, 2002.

LINS,L.; LINS, S.; MORABITO, R. An L-approach for packing (l,w)-rectangles into rectangular and L-shaped pieces. **Journal of the Operational Research Society**, v. 54, n. 7, p. 777-789, 2003.

LIU, N.; CHEN, L. A new algorithm for container loading. In: 5TH INTERNATIONAL COMPUTER SOFTWARE AND APPLICATION CONFERENCE. IEEE. **Proceedings...** 1981, p. 292-299.

LODI, A.; MARTELLO, S.; MONACI, M. Two-dimensional packing problems: a survey. **European Journal of Operational Research**, v. 141, n. 2, p. 241-252, 2002.

LODI, A.; MARTELLO S.; VIGO D. Heuristic and metaheuristic approaches for a class of two-dimensional bin packing problems. **Inform Journal on Computing**. v. 11, n. 4, p. 345–

357, 1999.

LODI, A.; MONACI, M. Integer programming models for 2-staged two-dimensional knapsack problems. **Mathematical Programming**, v. 94, n. 2, p. 257-278, 2003.

MARCOTTE, O. The cutting stock problem and integer rounding. **Mathematical Programming**, v. 33, n. 1, p. 82-92, 1985.

MARQUES, F. P. **O problema da mochila compartimentada**. 2000, 119 f. Dissertação (Mestrado em Ciências da Computação e Matemática Computacional) - ICMC-USP, São Carlos, 2000.

MARTELLO, S.; PISINGER, D.; VIGO, D. The three-dimensional bin packing problem. **Operations Research**, v. 48, n. 2, p. 256-267, 2000.

MARTELLO, S.; TOTH, P. **Knapsack problems: algorithms and computer implementations**. West Sussex: John Wiley & Sons, 1990. p. 296.

MARTIN, J.R.; RANDHAWA, S.U.; MCDOWELL, E.D. Computerized containership load planning: a methodology and evaluation. **Computers and Industrial Engineering**, v. 14, n. 4, p. 429-440, 1988.

MARTINS, G. H. A. **Packing in two and three dimensions**. 2003, 176 p. Tese de Doutorado (Doutorado em Pesquisa Operacional), Naval Postgraduate School, Monterey, California, 2003.

MENDOZA, J. E.; CASTANIER, B.; GUÉRET, C.; MEDAGLIA, A. L.; VELASCO, N. Constructive heuristics for the multicompartment vehicle routing problem with stochastic demands. **Transportation Science**, v. 45, n. 3, p. 346-363, 2011.

MEREDITH, J. R.; RATURI, A.; AMOAKO-GYAMPAH, K.; KAPLAN, B. Alternative research paradigms in operations, **Journal of Operations Management**, v. 8, n. 4, p. 297-326, 1989.

MICHAELIS. Moderno dicionário da língua portuguesa 2013. Online. Disponível em <<http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php>>. Acesso em 10 de Janeiro de 2014>.

MITROFF, I.; BETZ, F.; PONDY, L.; SAGASTI, F. On managing science in the systems age: two schemas for the study of science as a whole systems phenomenon, **Interfaces**, v. 4, n. 3, p. 46-58, 1974.

MONGEAU, M.; BÈS, C. Optimization of aircraft container loading. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, v. 39, n. 1, p. 140–150, 2003.

MORABITO, R.; ARENALES, M. Um exame dos problemas de corte e empacotamento. **Pesquisa Operacional**, v. 12, n. 1, p. 1-20, 1992.

MORABITO, R.; ARENALES, M. An AND/OR-graph approach to the container loading

problem. **International Transactions in Operational Research**, v. 1, n. 1, 59-73, 1994.

MORABITO, R.; ARENALES, M. Abordagens para o problema do carregamento de contêineres. **Pesquisa Operacional**, v. 17, n. 1, p. 29-56, 1997.

MORABITO, R.; BELLUZZO, L. Optimising the cutting of wood fibre plates in the hardboard industry, **European Journal of Operational Research**, v. 183, n. 3, p. 1405-1420, 2007.

MORABITO, R.; GARCIA, V. The cutting stock problem in a hardboard industry: a case study, **Computers & Operations Research**, v. 25, n. 6, p. 469–485, 1998.

MORABITO, R.; MORALES, R. A simple and effective recursive procedure for the manufacturer's pallet loading problem, **Journal of the Operational Research Society**, v. 49, n. 8, p. 819–828, 1998.

MORABITO, R.; PUREZA, V. Modelagem e simulação, In: **Metodologia de Pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações**, Paulo A. C. Miguel (ed), Editora Campus/Elsevier, ISBN 978-85-352-3523-4, Rio de Janeiro, p. 165-194, 2010.

MUYLDERMANS, L.; PANG, G. On the benefits of co-collection: experiments with a multi-compartment vehicle routing algorithm. **European Journal of Operational Research** v. 206, n. 1, p. 93-103, 2010.

NEEBE, A.W. An improved, multiplier adjustment procedure for the segregated storage problem. **Journal of Operational Research Society**, v. 38, n. 9, p. 815–825, 1987.

NORDEN, L.; VELDE, S. Multi-product lot-sizing with a transportation capacity reservation contract. **European Journal of Operational Research**, v. 165, n. 1, p. 127-138, 2005.

OLIVEIRA, L. K.; MORABITO, R. Métodos exatos baseados em relaxações Lagrangiana e surrogate para o problema de carregamento de paletes do produtor. **Pesquisa Operacional**, v. 26, n. 2, p. 403-432, 2006.

ONODERA, H.; TANIGUCHI, Y.; TAMARU, K.. Branch-and-bound placement for building block layout. In: DAC '91 PROCEEDINGS OF THE 28TH ACM/IEEE DESIGN AUTOMATION CONFERENCE, 1991, San Francisco, CA, **Proceedings...**, New York: ACM Press, 1991, p. 433–439.

OPPEN, J.; LØKKETANGEN, A. A tabu search approach for the livestock collection problem. **Computers & Operations Research**, v. 35, n. 10, p. 3213–3229, 2008.

PACINO, D.; JENSEN, R.M. Constraint-based local search for container stowage slot planning. **Lecture Notes in Engineering and Computer Science**, v. 2, p. 1467-1472, 2012.

PADBERG, M. Packing small boxes into a big box. **Mathematical Methods Operations Research**, v. 52, n. 1, p. 1-21, 2000.

PARREÑO, F.; ALVAREZ-VALDEZ, R.; TAMARIT, J. M.; OLIVEIRA, J. F. A maximal-space algorithm for the container loading problem. **INFORMS Journal on Computing**, v. 20, n. 3, p. 412-422, 2008.

PELEG K. Computerized pallet stacking. **Packaging Technology**, p. 18-25, 1971.

PELEG, K.; PELEG, E. Container dimensions for optimal utilization of storage and transportation space. **Computer Aided Design**, v. 8, n. 3, p. 175–180, 1976.

PEREIRA, M. A. **Uma abordagem matemática para o problema de corte e laminação de fitas de aço**. 1993. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada), UNICAMP, Campinas, São Paulo. 1993.

PISINGER, D. Heuristics for the container loading problem. **European Journal of Operational Research**, v. 141, n. 2, p. 382–392, 2002.

PISINGER, D.; SIGURD, M. Using decomposition techniques and constraint programming for solving the two-dimensional bin packing problem. **INFORMS Journal on Computing**, v. 19, n. 1, p. 36–51, 2007.

QUEIROZ, T. A.; MIYAZAWA, F. K. Two-dimensional strip packing problem with load balancing, load bearing and multi-drop constraints, **International Journal of Production Economics**, Available online: 27 April 2013 [In press], 2013.

QUEIROZ, T. A.; MIYAZAWA, F. K.; WAKABAYASHI, Y.; XAVIER, E. C. Algorithms for 3D guillotine cutting problems: unbounded knapsack, cutting stock and strip packing. **Computers & Operations Research**. v. 39, n. 2, p. 200-212, 2012.

RANCK JUNIOR, R.; YANASSE, H. H. O problema integrado de carregamento e roteamento de veículos: uma revisão parcial dos trabalhos da literatura In: X WORCAP - Workshop do Curso de Computação Aplicada, 2010a, São José dos Campos **Anais...** São José dos Campos: INPE. 2010.

RANCK JUNIOR, R.; YANASSE, H. H.; MORABITO, R. Um problema de empacotamento em um veículo multicompartimentado, In: XI WORKSHOP DE COMPUTAÇÃO APLICADA, 2011a, São José dos Campos. **Anais...** São José dos Campos: INPE. 2011a.

RANCK JUNIOR, R.; YANASSE, H. H.; MORABITO, R. Packing boxes in a multi compartment vehicle. In: OR53 CONFERENCE, 2011b, Nottingham. Packing boxes in a multi compartment vehicle, 2011b.

RANCK JUNIOR, R.; YANASSE, H. H.; MORABITO, R. Contribuições para um problema prático de empacotamento de caixas em um veículo multicompartimentado, In: XII WORKSHOP DE COMPUTAÇÃO APLICADA, 2012, São José dos Campos. **Anais...** São José dos Campos: INPE, 2012.

RANCK JUNIOR, R.; YANASSE, H. H.; MORABITO, R. Contribuições para um problema de carregamento de contêiner com múltiplos compartimentos. In: XLV SIMPÓSIO

BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL – SBPO, 2013, Natal **Anais...** Natal. 2013a.

RANCK JUNIOR, R.; YANASSE, H. H.; MORABITO, R. Uma heurística para um problema de carregamento de contêiner multicompartimentado. [Submetido] **Gestão & Produção**, 2013b.

RANCK JUNIOR, R.; YANASSE, H. H.; MORABITO, R. Uma nova heurística para um problema de carregamento de caixas em um contêiner compartimentado, In: XVI Oficina Nacional de Problema de Corte Empacotamento, Dimensionamento de Lotes e Programação da Produção - ONPCE, São Carlos. **Anais...** São Carlos: UFScar 2014.

RATCLIFF, M. S. W.; BISCHOFF, E. E. Allowing for weight considerations in container loading. **OR Spektrum**, v. 20, n. 1, p. 65–71, 1998.

REN, J.; TIAN, Y.; SAWARAGI, T. A tree search method for the container loading problem with shipment priority. **European Journal of Operational Research**, v. 214, p. 526-535, 2011.

REPOUSSIS, P.; TARANTILIS, C.; IOANNOU, G. A hybrid metaheuristic for a real life vehicle routing problem. Borovets - Bulgaria, 2006. In: NMA'06 PROCEEDINGS OF THE 6TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON NUMERICAL METHODS AND APPLICATIONS, **Proceedings...** Berlin Heidelberg: Springer, 2007, p. 247–254.

RIBEIRO, G. M. **Relaxação lagrangeana com divisão em clusters para alguns problemas de otimização modelados em grafos de conflitos**. 2007. 194 f. Tese (Doutorado em Computação Aplicada) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE, São José dos Campos, SP, 2007.

ROTHBERG, E. An evolutionary algorithm for polishing mixed integer programming solutions. **INFORMS Journal on Computing**, v. 19, n. 4, p. 534–541, 2007.

SCHEITHAUER, G.; SOMMERWEIß, U. 4-block heuristics for the rectangle packing problem, **European Journal of Operational Research**, v. 108, n. 3, p. 509-526, 1998.

SCHEITHAUER, G.; TERNO, J. Modelling of packing problems. **Optimization**, v. 28, n. 1, p. 63-84, 1993.

SCHEITHAUER, G.; TERNO, J. The G4-Heuristic for the Pallet Loading Problem. **Journal of the Operational Research Society**, v. 47, n. 4, p. 511-522, 1996.

SCIOMACHEN, A.; TANFANI, E. A 3D-BPP approach for optimizing stowage plans and terminal productivity. **European Journal of Operational Research**, v. 183, p. 1433-1446, 2007.

SCIOMACHEN, A.; TANFANI, E. The master bay plan problem: a resolution method based on its connection to the three dimensional bin packing problem. **IMA, Journal of Management Mathematics**, v. 14, n. 3, p. 251–269, 2003.

SHACHNAI, H.; TAMIR, T. Polynomial time approximation schemes for class-constrained

packing problems. **Journal of Scheduling**, v. 4, n. 6, p. 313–338, 2001.

SHILFER, E.; NAOR, P. Elementary theory of the optimal silo storage problem. **Operations Research**, v. 12, p. 54–65, 1961.

SILVA, J. L. C.; SOMA, N. Y.; MACULAN, N. A greedy search for the three-dimensional bin packing problem: the packing static stability case. **International Transactions in Operational Research**, v. 10, n. 2, p. 141-153, 2003.

SMITH, A.; DE CANI, P. An algorithm to optimize the layout of boxes in pallets. **Journal of the Operational Research Society**, v. 31, n. 7, p. 573-578, 1980.

SOUFFRIAU, W.; DEMEESTER, P.; VANDEN BERGHE, G.; DE CAUSMAECKER, P. The aircraft weight and balance problem. In: ORBEL 22, Royal Military Academy, Brussels, Belgium, 2008, **Proceedings...** 2008, p. 44–45.

STEUDEL, H. Generating pallet loading patterns - a special case of the two dimensional cutting stock problem. **Management Science** v. 25, n. 10, p. 997-1004, 1979.

SURJANDARI, I.; RACHMAN, A.; DIANAWATI, F.; WIBOWO, R. P. Petrol delivery assignment with multi-product, multi-depot, split deliveries and time windows. **International Journal of Modeling and Optimization**, v. 1, n. 5, p. 375-379, 2011.

TAKADAMA, K.; SHIMOMURA, K. Cargo layout optimization in spacecraft: exploring heuristics for branch-and-bound method. In: 8TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE, ROBOTICS AND AUTOMATION IN SPACE – iSAIRAS, XIII, 2005, Munich, Germany. **Proceedings...**, Munich, Germany.

TARANTILIS, C. D.; ZACHARIADIS, E. E.; KIRANOUDIS, C. T. A hybrid metaheuristic algorithm for the integrated vehicle routing and three-dimensional container-loading problem. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, v. 10, n. 2, p. 255–271, 2009.

TECHANITISAWAD, A.; TANGWIWATWONG, P. A GA-based heuristic for the interrelated container selection loading problems. **Industrial Engineering and Management Systems**, v. 3, n. 1, p. 22-37. 2004.

TERNO, J., SCHEITHAUER, G., SOMMERWEISS, U., RIEHME, J. An efficient approach for the multi-pallet loading problem. **European Journal of Operational Research**, v. 123, n. 2, p. 372–381, 2000.

TSAI, R. D.; MALSTROM, E. M.; KUO, W. Three dimensional palletization of mixed box sizes. **IIE Transactions**, v. 25, n. 4, p. 64-75, 1993.

URGELETTI-TINARELLI G.; ADDONIZIO M. Un problema di caricamento de containers. AIRO Congress, **Proceedings...**, 1978.

VALÉRIO DE CARVALHO, J. M. Exact solution of cutting stock problems using column generation and branch-and-bound. **International Transactions in Operational Research**,

v. 5, n. 1, p. 35-44, 1998.

VERSTICHEL, J.; VANCROONENBURG, W.; SOUFFRIAU W.; BERGHE, G. V. A mixed integer programming approach to the aircraft weight and balance problem, **Procedia Social and Behavioral Sciences**, v. 20, p. 1051-1059, 2011.

VOUROS, G. A.; PANAYIOTOPOULOS, T.; SPYROPOULOS, C. D. A framework for developing expert loading systems for product carriers. **Expert Systems with Applications**, v. 10, n. 1, p. 113–126, 1996.

WÄSCHER, G.; HAUBNER, H.; SCHUMANN, H. An improved typology of cutting and packing problems. **European Journal of Operational Research**, v. 183, n. 3, p. 1109-1130, 2007.

WHITE, J. A.; FRANCIS, R. L. Solving a segregated storage problem using branch-and-bound and extreme point ranking methods. **AIIE Transactions**, v. 3, n. 1, p. 37–44, 1971.

WILSON, I.D.; ROACH, P. Container stowage planning: a methodology for generating computerized solutions. **Journal of the Operational Research Society**, v. 51, n. 11, p. 248–255, 2000.

XAVIER, C. E.; MIYAZAWA, F. K. A one-dimensional bin packing problem with shelf divisions. **Discrete Applied Mathematics**, v. 156, n. 7, p. 1083–1096, 2008b.

XAVIER, C. E.; MIYAZAWA, F. K. The class constrained bin packing problem with applications to video-on-demand. **Theoretical Computer Science**, v. 393, n. 1, p. 240–259, 2008a.

XAVIER, E.; MIYAZAWA, F. Approximation schemes for knapsack problems with shelf divisions. **Theoretical Computer Science**, v. 352, n. 1-3, p. 71–84, 2006.

YANASSE, H. H.; LIMEIRA, M. S. A hybrid heuristic to reduce the number of different patterns in cutting stock problems. **Computers and Operations Research**, v. 33, n. 9, p. 2744-2756, 2006.

YÜCEER, U. A multi-product loading problem: a model and solution method. **European Journal of Operational Research**, v. 101, n. 3, p. 519–531, 1997.

YÜCEER, U.; ÖZAKÇA, A. A truck loading problem. **Computers & Industrial Engineering**, v. 58, n. 4, p. 766-773, 2010.

ZACHARIADIS, E. E.; TARANTILIS, C. D.; KIRANOUDIS, C. T. A guided tabu search for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints, **European Journal of Operational Research**, v. 195, n. 3, p. 729–743, 2009.

APÊNDICE A - RESULTADOS COMPUTACIONAIS PARA OS MÉTODOS DE SOLUÇÃO PROPOSTOS

Este apêndice é referente ao Capítulo 5 e apresenta os resultados computacionais obtidos para avaliar as heurísticas H1 e H2 na Seção 5.2.

A.1 - Heurística H1

Considere a seguinte notação adicional:

cZ^{P2} , respectivamente, as penalizações com remanejamento dos itens da solução obtida com a resolução da formulação PPLI2 de maneira exata, e com o procedimento de busca local realizado com essa solução (vide Tabela 4.6);

cB^{P2} , respectivamente, as penalizações com balanceamento de peso no contêiner obtidas com a resolução da formulação PPLI2 de maneira exata, e com o procedimento de busca local realizado com essa solução;

$dMed^x$, respectivamente nos eixos x e y , distância média entre o centro de gravidade desejável para o contêiner e o centro de gravidade da carga para todos os destinos (em metros);

hR^{est} : é igual a 1 ou 2, respectivamente, se a heurística FF ou a heurística BF é escolhida para empacotar os itens residuais em camadas fictícias antes de resolver a formulação PPLI2 (essa escolha é feita com o procedimento da Tabela 4.3);

hR^{def} : sequência de valores, em que o k -ésimo valor dessa sequência indica qual a heurística escolhida para empacotar os itens residuais em camadas fictícias logo após atribuí-los aos compartimentos pela k -ésima vez resolvendo a formulação PPLI3. Cada um desses valores é igual a 1 ou 2, respectivamente, se a heurística FF ou a heurística BF é escolhida (essa escolha é feita com o procedimento da Tabela 4.7);

pZ : peso total dos itens remanejados (em quilos);

qZ : quantidade total dos itens remanejados;

$stat^{P2L}$: é igual a 1 se a solução obtida com a resolução da formulação PPLI2 de

maneira exata é pior do que a solução obtida com a busca local realizada com esta solução; é igual a 0 se essas soluções forem equivalentes e é igual -1, caso contrário.

Tentou-se resolver todos os exemplares das classes 1 a 21 com a heurística H1 e os resultados obtidos são apresentados na Tabela A.1 à Tabela A.21. Nessas tabelas: os valores de $|N^*|$, qZ , pZ , $dMed^x$ e $dMed^y$ são referentes à melhor solução gerada pela heurística H1; os valores de $aGap$ e $rGap$ são referentes à formulação PPLI2; todos os valores foram arredondados a dois algarismos; usou-se o símbolo "-" para denotar os casos em que a busca local da Tabela 4.6 falhou em obter uma solução, ou quando os respectivos cálculos não se aplicam.

Tabela A.1 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 1 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	%res	nEx	nP2	nP3	hR ^{est}	hR ^{def}
1R	120,18	127,78	10525,57	9937,28	1200,89	0,62	1,39	3,68	1219,6	32	3	21,15	0	1	3	2	[1;2;2]
2R	458,1	-	18619,1	-	1200,61	1,08	1,34	3,97	1219,19	32	3	21,15	0	1	4	2	[2;1;2]
3R	900,9	900,9	44950,16	45258,97	1200,5	0,24	1,32	2,83	1216,73	32	3	21,15	0	1	3	2	[2;2;2]
4R	537,89	537,89	13250,65	13138,93	1200,24	0,52	1,28	3,14	1216,56	32	4	21,15	0	1	3	2	[2;2;2]
5R	1360,1	-	41203,61	-	1200,5	0,67	1,4	2,73	1217,01	32	3	21,15	0	1	4	2	[2;2;1]
6R	281,09	281,09	3446,4	3117,02	1201,22	1,52	1,21	2,97	1218,73	32	4	21,15	0	1	3	2	[1;1;2]
7R	272,47	188,53	4551,44	2843,5	1200,32	0,4	1,57	2,44	1216,53	32	5	21,15	0	1	3	1	[2;2;2]
8R	152,62	152,62	17747,94	16999,06	1200,25	0,41	1,3	2,92	1217,98	32	5	21,15	0	1	3	1	[1;2;2]
9R	34,25	40,95	6425,66	5929,31	1200,26	0,64	1,16	3,22	1216,86	32	3	21,15	0	1	4	2	[2;2;2;2]
10R	331,26	-	12738,44	-	1201,99	0,29	1,2	2,79	1218,24	32	3	21,15	0	1	5	1	[2;1;2;2]
Mín.	34,25	40,95	3446,4	2844	1200,24	0,24	1,16	2,44	1216,53	32	3	21,15	0	1	3	-	-
Máx.	1360,1	900,9	44950,16	45258,97	1201,99	1,52	1,57	3,97	1219,6	32	5	21,15	0	1	4	-	-
Desv. P.	405,97	301,81	14505,29	14783,56	0,56	0,39	0,12	0,46	1,16	0	0,84	0	0	1	0,38	-	-
Méd.	444,89	318,54	17345,89	13889,15	1200,68	0,64	1,32	3,07	1217,74	32	3,6	21,15	0	1	3,14	-	-

Tabela A.1 - (Conclusão)

Exemplar	nPos	nItens	P_1^{Δ}	qZ	pZ	dMed ^x	dMed ^y	aGap	rGap	stat ^{P2L}
1R	72	780	7358,98	90	240,9	0,13	0,16	120,24	1	-1
2R	72	780	7358,98	126	1786,49	0,13	0,22	458,21	1	-
3R	72	780	7358,98	199	3708,52	0,07	0,63	901,14	1	-1
4R	72	780	7358,98	154	2073,45	0,11	0,31	537,97	1	1
5R	72	780	7358,98	498	4808,49	0,05	0,52	1360,3	1	-
6R	72	780	7358,98	117	937,47	0,05	0,06	281,11	1	1
7R	72	780	7358,98	73	650,7	0,04	0,06	272,5	1	1
8R	72	780	7358,98	48	571,12	0,11	0,18	152,72	1	1
9R	72	780	7358,98	13	119,23	0,04	0,22	34,28	1	-1
10R	72	780	7358,98	97	1268,29	0,08	0,22	331,34	1	-
Mín.	72	780	7358,98	13	119,23	0,04	0,06	34,28	1	-1
Máx.	72	780	7358,98	498	4808,49	0,13	0,63	1360,3	1	1
Desv. P.	0	0	0	135,8	1547,22	0,04	0,19	406,03	0	1,07
Méd.	72	780	7358,98	141,5	1616,46	0,08	0,26	444,98	1	0,14

Tabela A.2 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 2 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	$\%res$	nEx	$nP2$	$nP3$	hR^{est}	hR^{def}
1A	0	0	202,49	202,49	0,41	0,01	0,23	0,38	1,12	9	1	15,82	0	1	1	1	[2]
2A	0	0	295,47	142,33	0,17	0,02	0,25	0,35	0,86	6	2	14,22	0	1	1	1	[2]
3A	23,66	23,66	23,93	3,8	0,11	0,02	0,1	0,23	0,52	6	2	14,44	0	1	1	1	[2]
4A	18,62	18,62	254,15	212,3	0,16	0,04	0,23	0,37	0,86	5	2	31,22	0	1	1	2	[2]
5A	62,61	62,61	134,52	110,68	0,3	0,02	0,16	0,28	0,84	8	2	12,14	0	1	1	1	[2]
6A	53,15	53,15	436,15	436,15	0,18	0,01	0,29	0,45	0,98	6	1	28,96	0	1	1	2	[2]
7A	11,41	11,41	25,88	25,88	0,25	0,01	0,2	0,35	0,89	9	1	16	0	1	1	1	[2]
8A	50,4	50,4	0	0	0,26	0,01	0,24	0,33	0,93	9	1	22,45	0	1	1	1	[2]
9A	21,41	21,41	74,51	59,97	0,23	0,03	0,2	0,34	0,88	8	2	8,25	0	1	1	2	[2]
10A	99	99	116,74	116,74	0,41	0,01	0,18	0,34	1,02	8	1	11,74	0	1	1	2	[2]
Mín.	0	0	0	0	0,11	0,01	0,1	0,23	0,52	5	1	8,25	0	1	1	-	-
Máx.	99	99	436,15	436,15	0,41	0,04	0,29	0,45	1,12	9	2	31,22	0	1	1	-	-
Desv. P.	31,63	31,63	140,27	131,24	0,1	0,01	0,05	0,06	0,16	1,51	0,53	7,58	0	1	0	-	-
Méd.	34,03	34,03	156,38	131,03	0,25	0,02	0,21	0,34	0,89	7,4	1,5	17,52	0	1	1	-	-

Tabela A.2 - (Conclusão)

Exemplar	$nPos$	$nTens$	P_1^{Δ}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2L}$
1A	16	392	1481,76	0	0	0,15	0	0	0	0
2A	12	415	1849,61	0	0	0,08	0	0	0	1
3A	10	180	1501,1	13	66,3	0,03	0	0	0	1
4A	10	189	1237,4	7	65,1	0,16	0	0	0	1
5A	14	453	1432,28	27	205,07	0,09	0	0	0	1
6A	12	221	1564,6	18	193,73	0,19	0	0	0	0
7A	14	375	1782,92	3	45,03	0,02	0	0	0	0
8A	16	490	1724,16	45	72	0,02	0	0	0	0
9A	14	945	1299,56	5	87,06	0,06	0	0	0	1
10A	14	426	1486,18	51	290,98	0,07	0	0	0	0
Mín.	10	180	1237,4	0	0	0,02	0	0	0	0
Máx.	16	945	1849,61	51	290,98	0,19	0	0	0	1
Desv. P.	2,15	219,53	199,45	18,48	95,78	0,06	0	0	0	0,53
Méd.	13,2	408,6	1535,96	16,9	102,53	0,09	0	0	0	0,5

Tabela A.3 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 3 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	$\%res$	nEx	$nP2$	$nP3$	hR^{est}	hR^{def}
11A	0	0	188,54	188,54	0,23	0,01	0,4	0,57	1,31	10	1	19,29	0	1	1	1	[2]
12A	114,84	114,84	184,26	127,14	0,81	0,03	0,48	0,79	2,23	9	2	17,29	0	1	1	1	[2]
13A	19,45	19,45	0	0	0,81	0,02	0,51	0,77	2,29	14	1	14,83	0	1	1	1	[2]
14A	0	0	0	0	0,72	0,01	0,28	0,31	1,44	11	1	12,84	0	1	1	2	[2]
15A	12,54	12,54	20,92	1,36	1,96	0,02	0,88	1,15	4,18	12	2	19,39	0	1	1	1	[2]
16A	107,76	107,76	121,66	108,07	0,32	0,02	0,43	0,58	1,46	9	2	22,73	0	1	1	2	[2]
17A	64,35	64,35	168,17	168,17	1,55	0,01	0,41	0,65	2,75	10	1	20,22	0	1	1	2	[2]
18A	108,75	108,75	0	0	2,54	0,01	0,41	0,58	3,7	12	1	14,19	0	1	1	2	[2]
19A	158,52	135,12	342,4	332,55	18,88	0,03	0,34	0,51	19,92	11	2	10,36	0	1	1	1	[2]
20A	20	20	518,62	518,62	0,28	0,01	0,51	0,76	1,65	8	1	25,96	0	1	1	2	[2]
Mín.	0	0	0	0	0,23	0,01	0,28	0,31	1,31	8	1	10,36	0	1	1	-	-
Máx.	158,52	135,12	518,62	518,62	18,88	0,03	0,88	1,15	19,92	14	2	25,96	0	1	1	-	-
Desv. P.	57,82	53,74	170,18	170,81	5,7	0,01	0,16	0,22	5,65	1,78	0,52	4,75	0	1	0	-	-
Méd.	60,62	58,28	154,46	144,45	2,81	0,02	0,47	0,67	4,09	10,6	1,4	17,71	0	1	1	-	-

Tabela A.3 - (Conclusão)

Exemplar	$nPos$	$nItens$	P_1^{Δ}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2L}$
11A	16	482	1707,01	0	0	0,14	0	0	0	0
12A	16	902	1460,41	73	282,2	0,11	0	0	0	1
13A	18	991	1980,74	6	73,24	0,02	0	0	0	0
14A	18	670	1804,9	0	0	0,02	0	0	0	0
15A	20	1212	1798,41	12	14,7	0,03	0	0	0	1
16A	14	638	1672,53	51	334,82	0,1	0	0	0	1
17A	16	465	1944,82	38	169,76	0,1	0	0	0	0
18A	16	606	1931,93	61	299,74	0,01	0	0	0	0
19A	18	1158	1893,17	45	495,6	0,15	0	0	0	1
20A	12	520	1859,43	5	80	0,23	0	0	0	0
Mín.	12	465	1460,41	0	0	0,01	0	0	0	0
Máx.	20	1212	1980,74	73	495,6	0,23	0	0	0	1
Desv. P.	2,27	279,81	157,49	27,6	170,53	0,07	0	0	0	0,52
Méd.	16,4	764,4	1805,34	29,1	175,01	0,09	0	0	0	0,4

Tabela A.4 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 4 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	$\%res$	nEx	$nP2$	$nP3$	hR^{est}	hR^{def}
21A	41,55	41,55	374,2	374,2	0,58	0,01	0,3	0,39	1,41	9	1	15,82	0	1	1	1	[2]
22A	73,8	73,8	82,57	82,57	0,18	0,01	0,26	0,37	0,89	6	1	14,22	0	1	1	1	[1]
23A	34,88	34,88	173,46	173,46	0,12	0,01	0,1	0,25	0,54	6	1	14,44	0	1	1	1	[2]
24A	43,64	43,64	321,68	154,5	0,17	0,08	0,23	0,36	0,91	5	2	31,22	0	1	1	1	[2]
25A	71,74	71,74	0	0	0,42	0,01	0,17	0,33	1,03	8	1	12,14	0	1	1	1	[2]
26A	131,76	131,76	41,37	0,22	0,21	0,02	0,24	0,38	0,93	6	2	28,96	0	1	1	1	[2]
27A	0	0	217,13	217,13	0,22	0,01	0,19	0,36	0,87	9	1	16	0	1	1	2	[2]
28A	124,15	124,15	695,33	695,33	0,44	0,01	0,57	0,42	1,72	8	1	23,88	0	2	1	2	[2]
29A	58,41	58,41	82,06	71,76	0,25	0,03	0,21	0,35	0,92	8	2	8,25	0	1	1	1	[2]
30A	86,23	86,23	265,13	265,13	0,63	0,01	0,17	0,34	1,24	8	1	11,74	0	1	1	2	[2]
Mín.	0	0	0	0	0,12	0,01	0,1	0,25	0,54	5	1	8,25	0	1	1	-	-
Máx.	131,76	131,76	695,33	695,33	0,63	0,08	0,57	0,42	1,72	9	2	31,22	0	2	1	-	-
Desv. P.	40,4	40,4	206,08	208,98	0,18	0,02	0,13	0,05	0,33	1,42	0,48	7,69	0	1,32	0	-	-
Méd.	66,62	66,62	225,29	203,43	0,32	0,02	0,24	0,36	1,05	7,3	1,3	17,67	0	1,1	1	-	-

Tabela A.4 - (Conclusão)

Exemplar	$nPos$	$nItens$	P_1^{Δ}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2L}$
21A	16	392	1481,76	21	123,72	0,19	0	0	0	0
22A	12	415	1849,61	20	289	0,04	0	0	0	0
23A	10	180	1501,1	18	102,4	0,11	0	0	0	0
24A	10	189	1237,4	16	154,2	0,11	0	0	0	1
25A	14	453	1432,28	25	258,71	0,02	0	0	0	0
26A	12	221	1564,6	57	430,82	0,03	0	0	0	1
27A	14	375	1782,92	0	0	0,11	0	0	0	0
28A	16	490	1724,16	63	368,77	0,24	0	0	0	0
29A	14	945	1299,56	23	200,04	0,08	0	0	0	1
30A	14	426	1486,18	46	247,15	0,11	0	0	0	0
Mín.	10	180	1237,4	0	0	0,02	0	0	0	0
Máx.	16	945	1849,61	63	430,82	0,24	0	0	0	1
Desv. P.	2,15	219,53	199,45	19,88	128,99	0,07	0	0	0	0,48
Méd.	13,2	408,6	1535,96	28,9	217,48	0,1	0	0	0	0,3

Tabela A.5 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 5 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	$\%res$	nEx	$nP2$	$nP3$	hR^{est}	hR^{def}
31A	30,67	30,67	190,52	151	0,97	0,01	0,36	0,48	1,94	10	2	19,29	0	1	1	1	[2]
32A	105,46	105,46	42,16	42,16	1,07	0,01	0,5	0,66	2,35	9	1	17,29	0	1	1	1	[2]
33A	61,6	61,6	360,02	360,02	2,01	0,01	0,38	0,63	3,22	14	1	14,83	0	1	1	1	[2]
34A	23,05	23,05	173,95	173,95	0,89	0,01	0,21	0,31	1,56	11	1	12,84	0	1	1	1	[2]
35A	40,08	40,08	156,6	156,6	2,4	0,03	0,85	1,43	4,92	12	1	19,39	0	1	1	1	[2]
36A	137,76	137,76	403,7	403,7	0,56	0,02	0,45	0,67	1,82	9	1	22,73	0	1	1	1	[1]
37A	86,25	86,25	414,51	411,11	1,45	0,01	0,33	0,48	2,41	10	2	20,22	0	1	1	2	[2]
38A	57,99	57,99	139,91	139,91	1,62	0,01	0,31	0,65	2,78	12	1	14,19	0	1	1	2	[2]
39A	146,29	146,29	242,51	242,51	2,85	0,02	0,34	0,59	4	11	1	10,36	0	1	1	2	[2]
40A	128,07	128,07	208,77	208,77	0,32	0,02	0,48	0,74	1,66	8	1	25,96	0	1	1	2	[2]
Mín.	23,05	23,05	42,16	42,16	0,32	0,01	0,21	0,31	1,56	8	1	10,36	0	1	1	-	-
Máx.	146,29	146,29	414,51	411,11	2,85	0,03	0,85	1,43	4,92	14	2	25,96	0	1	1	-	-
Desv. P.	45,7	45,7	122,53	124,12	0,81	0,01	0,17	0,3	1,1	1,78	0,42	4,75	0	1	0	-	-
Méd.	81,72	81,72	233,26	228,97	1,41	0,02	0,42	0,66	2,67	10,6	1,2	17,71	0	1	1	-	-

Tabela A.5 - (Conclusão)

Exemplar	$nPos$	$nItens$	P_1^{Δ}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2L}$
31A	16	482	1707,01	18	81,34	0,12	0	0	0	1
32A	16	902	1460,41	90	167,28	0,05	0	0	0	0
33A	18	991	1980,74	47	120,02	0,11	0	0	0	0
34A	18	670	1804,9	14	59,24	0,1	0	0	0	0
35A	20	1212	1798,41	36	56,4	0,08	0	0	0	0
36A	14	638	1672,53	71	404,81	0,2	0	0	0	0
37A	16	465	1944,82	41	267,26	0,21	0	0	0	1
38A	16	606	1931,93	32	161,93	0,06	0	0	0	0
39A	18	1158	1893,17	71	447,44	0,11	0	0	0	0
40A	12	520	1859,43	128	128,35	0,1	0	0	0	0
Mín.	12	465	1460,41	14	56,4	0,05	0	0	0	0
Máx.	20	1212	1980,74	128	447,44	0,21	0	0	0	1
Desv. P.	2,27	279,81	157,49	35,38	139,5	0,05	0	0	0	0,42
Méd.	16,4	764,4	1805,34	54,8	189,41	0,12	0	0	0	0,2

Tabela A.6 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 6 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	$\%res$	nEx	$nP2$	$nP3$	hR^{est}	hR^{def}
41A	0	0	737,65	737,65	59,06	0,08	1	1,18	61,87	16	3	18,83	0	1	1	1	[1]
42A	14	14	288,7	288,7	252,95	0,06	0,51	1,16	255,54	18	1	12,72	0	1	1	1	[2]
43A	0	0	327,24	327,24	11,51	0,07	0,67	1,29	14,18	16	4	11,71	0	1	2	1	[2;2]
44A	0	0	477,59	471,28	35,5	0,05	0,42	0,95	37,43	14	2	13,67	0	1	1	1	[2]
45A	25,91	25,91	915,89	929,39	37,56	0,44	1,05	1,78	41,31	13	2	28,45	0	1	2	2	[2;2]
46A	20,58	20,58	1104,26	1104,26	44,7	0,07	0,67	1,53	47,46	14	2	37,75	0	1	2	1	[1;2]
47A	16,24	16,24	1214,52	1255,19	27,99	0,32	0,91	1,62	31,4	14	2	23,44	0	1	2	1	[2;2]
48A	0	0	316,32	312,67	7,97	0,1	0,57	1,5	10,55	13	3	20,87	2	1	2	1	[1;2]
49A	34,2	34,2	613,85	639,68	48,02	0,07	0,42	1,27	50,44	15	2	16,28	0	1	2	2	[1;2]
50A	58,03	58,03	1772,68	1778,68	64,55	0,04	0,33	1,13	66,55	14	2	16,47	0	1	2	1	[1;2]
Mín.	0	0	288,7	288,7	7,97	0,04	0,33	0,95	10,55	13	1	11,71	0	1	1	-	-
Máx.	58,03	58,03	1772,68	1778,68	252,95	0,44	1,05	1,78	255,54	18	4	37,75	2	1	2	-	-
Desv. P.	18,96	18,96	480,73	486,71	70,56	0,14	0,25	0,26	70,49	1,57	0,82	8,09	0,63	1	0,48	-	-
Méd.	16,9	16,9	776,87	784,47	58,98	0,13	0,66	1,34	61,67	14,7	2,3	20,02	0,2	1	1,7	-	-

Tabela A.6 - (Conclusão)

Exemplar	$nPos$	$nItens$	P_1^{Δ}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2L}$
41A	32	770	3087,94	0	0	0,08	0,06	0	0	0
42A	36	1407	2954,87	5	50	0,05	0,03	0	0	0
43A	32	888	3031,22	0	0	0,06	0,06	0	0	0
44A	32	600	2411,49	0	0	0,06	0,05	0	0	1
45A	28	573	3043,11	18	57,56	0,08	0,1	0	0	-1
46A	24	302	3018,3	5	82,91	0,14	0,11	0	0	0
47A	32	627	3152,3	3	69,18	0,12	0,12	0	0	-1
48A	28	460	2804,41	0	0	0,11	0,08	0	0	1
49A	28	473	3499,46	9	135	0,05	0,05	0	0	-1
50A	28	334	3284,82	25	190,14	0,15	0,19	0	0	-1
Mín.	24	302	2411,49	0	0	0,05	0,03	0	0	-1
Máx.	36	1407	3499,46	25	190,14	0,15	0,19	0	0	1
Desv. P.	3,4	323,35	287,33	8,61	64,68	0,04	0,05	0	0	0,79
Méd.	30	643,4	3028,79	6,5	58,48	0,09	0,09	0	0	-0,2

Tabela A.7 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 7 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	$\%res$	nEx	$nP2$	$nP3$	hR^{est}	hR^{def}
51A	21,92	21,92	568,95	457,96	964,44	0,3	0,89	1,04	967,46	19	2	14,86	0	1	1	2	[2]
52A	7,6	7,6	499,44	499,44	914,23	0,05	0,37	0,82	916,46	18	1	10,49	0	1	1	1	[2]
53A	22,24	22,24	858,98	858,98	888,27	0,05	0,45	0,87	891,54	22	1	7,38	0	1	1	2	[2]
54A	38,02	38,02	184,01	160,25	1201,38	0,04	0,36	0,65	1205,39	20	2	13,77	0	1	1	1	[1]
55A	22,81	22,81	1408,69	1408,69	779,27	0,02	0,24	0,73	781,02	19	1	11,45	0	1	1	1	[1]
56A	28,62	28,62	206,43	202,61	715,35	0,11	0,99	1	720,36	18	3	18,6	0	1	1	1	[2]
57A	55,32	55,32	834,79	932,57	897	0,13	0,9	2,8	902,04	18	2	17,72	0	1	3	2	[2;1;2]
58A	25,83	25,83	1542,52	1474,12	526,21	0,21	1,25	2,75	531,7	17	3	18,46	0	1	2	1	[2;2]
59A	0	0	432,48	514,21	85,97	0,1	0,87	1,73	89,47	16	2	15,72	0	1	2	2	[1;2]
60A	0	0	1197,52	1174,13	67,78	0,07	0,94	1,47	71,23	16	2	20,43	0	1	1	1	[1]
Mín.	0	0	184,01	160,25	67,78	0,02	0,24	0,65	71,23	16	1	7,38	0	1	1	-	-
Máx.	55,32	55,32	1542,52	1474,12	1201,38	0,3	1,25	2,8	1205,39	22	3	20,43	0	1	3	-	-
Desv. P.	17	17	481,67	475,05	373,39	0,09	0,34	0,8	373,29	1,83	0,74	4,15	0	1	0,7	-	-
Méd.	22,24	22,24	773,38	768,3	703,99	0,11	0,73	1,39	707,67	18,3	1,9	14,89	0	1	1,4	-	-

Tabela A.7 - (Conclusão)

Exemplar	$nPos$	$nItens$	P_1^{Δ}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2L}$
51A	32	875	3487,86	9	73,58	0,08	0,03	0	0	1
52A	36	801	3432,7	2	30,02	0,08	0,03	0	0	0
53A	36	1152	3867,77	8	79,2	0,08	0,09	0	0	0
54A	32	690	2946,97	10	150,1	0,03	0,02	38,02	1	1
55A	32	559	3632,49	6	90,06	0,1	0,08	0	0	0
56A	36	984	3310,91	18	71,1	0,02	0,02	0	0	1
57A	32	869	3830,28	39	120,6	0,16	0,12	0	0	-1
58A	36	1089	3595,02	7	101,15	0,22	0,17	0	0	1
59A	28	547	4036,82	0	0	0,07	0,05	0	0	-1
60A	32	558	3704,57	0	0	0,08	0,08	0	0	1
Mín.	28	547	2946,97	0	0	0,02	0,02	0	0	-1
Máx.	36	1152	4036,82	39	150,1	0,22	0,17	38,02	1	1
Desv. P.	2,7	221,83	311,94	11,54	49,24	0,06	0,05	12,02	0,32	0,82
Méd.	33,2	812,4	3584,54	9,9	71,58	0,09	0,07	3,8	0,1	0,3

Tabela A.8 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 8 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	$\%res$	nEx	$nP2$	$nP3$	hR^{est}	hR^{def}
61A	0	0	1651,44	1626,04	67,3	0,13	1,08	1,17	70,93	16	2	18,83	0	1	1	2	[2]
62A	0	0	949,04	944,51	84,92	0,11	0,7	1,07	88,09	18	2	12,72	0	1	1	2	[2]
63A	0	0	312,68	306,49	35,28	0,11	0,5	1,07	37,82	16	4	11,71	0	1	1	1	[2]
64A	0	0	295,3	295,3	47,33	0,08	0,53	1,18	50,05	14	1	13,67	0	1	1	1	[1]
65A	45,92	45,92	1049,08	859,91	70,48	0,94	1,46	2,82	76,55	13	3	28,45	0	1	3	1	[2;2;2]
66A	71,18	71,18	1794,28	1794,28	82,64	0,09	0,86	1,85	86,18	14	2	37,75	0	1	2	2	[1;2]
67A	0	0	530,19	521,8	23,92	0,09	1,15	1,15	27,23	14	4	23,44	0	1	1	1	[2]
68A	0	0	935,08	932,73	15,47	0,05	0,22	0,61	17,08	15	2	10,87	1	1	1	2	[2]
69A	0	0	1097,16	1097,16	27,99	0,07	0,48	1,35	30,65	15	2	16,28	0	1	2	2	[2;2]
70A	13,58	13,58	1902,17	1878,77	27,48	0,06	0,36	1,1	29,74	14	4	16,47	0	1	2	1	[2;2]
Mín.	0	0	295,3	295,3	15,47	0,05	0,22	0,61	17,08	13	1	10,87	0	1	1	-	-
Máx.	71,18	71,18	1902,17	1878,77	84,92	0,94	1,46	2,82	88,09	18	4	37,75	1	1	3	-	-
Desv. P.	25,06	25,06	582,23	580,36	25,95	0,27	0,39	0,6	26,7	1,45	1,07	8,57	0,32	1	0,71	-	-
Méd.	13,07	13,07	1051,64	1025,7	48,28	0,17	0,73	1,34	51,43	14,9	2,6	19,02	0,1	1	1,5	-	-

Tabela A.8 - (Conclusão)

Exemplar	$nPos$	$nItens$	P_1^{Δ}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2L}$
61A	32	770	3087,94	0	0	0,16	0,07	0	0	1
62A	36	1407	2954,87	0	0	0,1	0,06	0	0	1
63A	32	888	3031,22	0	0	0,16	0,09	0	0	1
64A	32	600	2411,49	0	0	0,04	0,04	0	0	0
65A	28	573	3043,11	41	65,6	0,09	0,15	0	0	1
66A	24	302	3018,3	15	295,89	0,17	0,16	0	0	0
67A	32	627	3152,3	0	0	0,1	0,11	0	0	1
68A	28	460	2804,41	0	0	0,11	0,06	0	0	1
69A	28	473	3499,46	0	0	0,06	0,07	0	0	0
70A	28	334	3284,82	7	39,9	0,14	0,08	0	0	1
Mín.	24	302	2411,49	0	0	0,04	0,04	0	0	0
Máx.	36	1407	3499,46	41	295,89	0,17	0,16	0	0	1
Desv. P.	3,4	323,35	287,33	13,16	92,7	0,04	0,04	0	0	0,48
Méd.	30	643,4	3028,79	6,3	40,14	0,11	0,09	0	0	0,7

Tabela A.9 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 9 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	$\%res$	nEx	$nP2$	$nP3$	hR^{est}	hR^{def}
71A	0	0	1254,98	1241,22	535,29	0,11	0,58	0,81	538,18	19	3	14,86	0	1	1	1	[2]
72A	21,96	21,96	566,4	566,4	1200,85	0,04	0,28	0,61	1206,47	18	1	10,49	0	1	1	1	[1]
73A	5,58	5,58	1265,49	1099,45	835,85	0,11	0,42	0,77	839,26	22	2	7,38	0	1	1	1	[2]
74A	42,83	42,83	3111,98	3079,98	1200,16	0,03	0,46	0,81	1203,16	20	2	13,77	0	1	1	2	[2]
75A	36,72	36,72	1139,39	922,78	555,62	0,06	0,3	0,7	557,9	19	2	11,45	0	1	1	1	[2]
76A	28,62	28,62	2646,69	2657,74	1079,84	0,14	1,03	1,87	1084,24	18	2	18,6	0	1	2	1	[1;2]
77A	79,44	79,44	1913,75	1862,77	1200,4	3,44	1,01	1,3	1213,22	18	3	17,72	0	1	1	2	[2]
78A	53,6	53,6	1070,81	1070,81	1200,24	0,09	0,77	0,95	1205,05	17	1	18,46	0	1	1	1	[2]
79A	0	0	1261,54	1261,54	35,18	0,04	0,48	1,51	37,93	16	2	15,72	0	1	2	2	[2;2]
80A	0	0	466,73	444,28	56,7	0,05	0,68	1,5	59,78	16	2	20,43	0	1	2	1	[1;2]
Mín.	0	0	466,73	444,28	35,18	0,03	0,28	0,61	37,93	16	1	7,38	0	1	1	-	-
Máx.	79,44	79,44	3111,98	3079,98	1200,85	3,44	1,03	1,87	1213,22	22	3	20,43	0	1	2	-	-
Desv. P.	26,82	26,82	849,89	862,38	469,89	1,06	0,27	0,43	471,46	1,83	0,67	4,15	0	1	0,48	-	-
Méd.	26,87	26,87	1469,78	1420,7	790,01	0,41	0,6	1,08	794,52	18,3	2	14,89	0	1	1,3	-	-

Tabela A.9 - (Conclusão)

Exemplar	$nPos$	$nItens$	P_1^{Δ}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2L}$
71A	32	875	3487,86	0	0	0,08	0,07	0	0	1
72A	36	801	3432,7	10	69,8	0,04	0,07	21,99	1	0
73A	36	1152	3867,77	4	11,88	0,07	0,06	0	0	1
74A	32	690	2946,97	24	118,14	0,18	0,1	43,03	1	1
75A	32	559	3632,49	24	87,62	0,13	0,11	0	0	1
76A	36	984	3310,91	18	71,1	0,12	0,13	0	0	-1
77A	32	869	3830,28	60	157,18	0,09	0,14	79,54	1	1
78A	36	1089	3595,02	19	192	0,07	0,06	36,46	0,68	0
79A	28	547	4036,82	0	0	0,11	0,09	0	0	0
80A	32	558	3704,57	0	0	0,03	0,04	0	0	1
Mín.	28	547	2946,97	0	0	0,03	0,04	0	0	-1
Máx.	36	1152	4036,82	60	192	0,18	0,14	79,54	100	1
Desv. P.	2,7	221,83	311,94	18,33	69,27	0,05	0,03	27,31	48,39	0,71
Méd.	33,2	812,4	3584,54	15,9	70,77	0,09	0,09	18,1	36,79	0,5

Tabela A.10 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 10 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	$\%res$	nEx	$nP2$	$nP3$	hR^{est}	hR^{def}
81A	0	13,41	945,54	719,17	1200,29	0,38	1,05	2,69	1208,15	26	2	12,15	0	1	2	1	[1;2]
82A	0	0	431,54	431,54	1200,85	0,04	0,67	0,89	1207,44	25	1	9,01	0	1	1	1	[1]
83A	0	0	82,66	82,66	1200,8	0,16	0,53	1	1207,33	23	2	11,39	0	1	1	2	[2]
84A	0	0	993,42	844,87	1200,29	0,56	0,85	1,21	1206,05	29	3	20,09	0	1	1	1	[2]
85A	0	0	213,95	212,37	1201,37	0,13	0,72	1,18	1209,41	26	2	13,11	0	1	1	1	[1]
86A	0	0	188,88	232,66	1200,9	0,15	0,66	1,45	1208,21	23	2	12,98	0	1	2	1	[1;2]
87A	0	0	522,51	467,36	1201,36	0,19	1,15	1,86	1209,31	25	5	16,46	0	1	2	1	[1;2]
88A	0	0	145,53	143,03	1200,19	0,13	0,65	1,44	1207,07	26	4	12,22	0	1	2	1	[1;2]
89A	0	0	317,18	399,19	1200,25	0,17	0,54	1,31	1205,42	20	2	24,59	0	1	2	2	[2;2]
90A	0	0	259,73	261,85	1200,3	0,17	0,6	1,41	1206,55	25	2	12,13	0	1	2	1	[2;2]
Mín.	0	0	82,66	82,66	1200,19	0,04	0,53	0,89	1205,42	20	1	9,01	0	1	1	-	-
Máx.	0	13,41	993,42	844,87	1201,37	0,56	1,15	2,69	1209,41	29	5	24,59	0	1	2	-	-
Desv. P.	0	4,24	322,48	247,23	0,46	0,15	0,21	0,51	1,31	2,39	1,18	4,68	0	1	0,52	-	-
Méd.	0	1,34	410,09	379,47	1200,66	0,21	0,74	1,44	1207,49	24,8	2,5	14,41	0	1	1,6	-	-

Tabela A.10 - (Conclusão)

Exemplar	$nPos$	$nTens$	P_1^A	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2L}$
81A	54	1374	4693,23	0	0	0,05	0,11	0,02	0,82	-1
82A	54	1088	4432,77	0	0	0,05	0,05	0,01	0,92	0
83A	54	878	4725,28	0	0	0,03	0,04	0	0,66	0
84A	48	1105	4672,99	0	0	0,05	0,06	0,03	1	1
85A	48	1152	4731,55	0	0	0,04	0,04	0,01	1	1
86A	60	932	4421,15	0	0	0,02	0,04	0,01	1	-1
87A	54	1282	4863,58	0	0	0,06	0,05	0,01	1	1
88A	54	998	4442,2	0	0	0,01	0,03	0	1	1
89A	42	427	4530,71	0	0	0,08	0,02	0,01	0,65	-1
90A	54	1154	4781,34	0	0	0,06	0,03	0	0,73	-1
Mín.	42	427	4421,15	0	0	0,01	0,02	0	0,65	-1
Máx.	60	1374	4863,58	0	0	0,08	0,11	0,03	1	1
Desv. P.	4,94	261,96	159,98	0	0	0,02	0,02	0,01	0,15	0,94
Méd.	52,2	1039	4629,48	0	0	0,04	0,05	0,01	0,88	0

Tabela A.11 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 11 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	$\%res$	nEx	$nP2$	$nP3$	hR^{est}	hR^{def}
91A	447,85	447,85	3896,72	4003,01	1200,29	0,23	0,88	1,99	1207,46	28	2	12,36	0	1	2	2	[2;2]
92A	0	0	213,56	198,81	180,96	0,35	0,64	1,81	184,92	20	4	20,03	0	1	2	2	[1;2]
93A	0	0	1658,59	1728,39	1201,99	0,08	0,39	1,25	1207,36	24	2	11,62	0	1	2	1	[1;2]
94A	15,84	15,84	1701,71	1590,06	1204,78	0,21	1,4	1,33	1211,98	26	5	16,56	0	1	1	1	[1]
95A	240,03	240,03	5582,81	5466,07	1201,34	0,15	0,51	1,47	1208,04	29	4	11,59	0	1	2	1	[1;2]
96A	0	0	327,71	327,71	1200,21	0,1	0,92	1,27	1206	26	3	16,58	0	1	1	2	[2]
97A	232,07	176,39	2722,08	2942,1	1200,26	0,2	1,06	2	1206,68	26	4	19,75	0	1	2	2	[2;2]
98A	0	0	545,53	622,78	1201,49	0,34	0,9	1,84	1209,43	27	2	16,65	0	1	2	2	[1;2]
99A	0	0	302,18	329,93	1201,48	0,13	0,44	1,28	1209,61	22	2	12,98	0	1	2	2	[1;2]
100A	0	0	271,84	185,54	1200,21	0,3	0,49	0,77	1206,24	20	5	21,33	0	1	1	2	[2]
Mín.	0	0	213,56	185,54	180,96	0,08	0,39	0,77	184,92	20	2	11,59	0	1	1	-	-
Máx.	447,85	447,85	5582,81	5466,07	1204,78	0,35	1,4	2	1211,98	29	5	21,33	0	1	2	-	-
Desv. P.	158,02	153,51	1836,73	1840,75	322,68	0,1	0,32	0,4	323,56	3,19	1,25	3,66	0	1	0,48	-	-
Méd.	93,58	88,01	1722,27	1739,44	1099,3	0,21	0,76	1,5	1105,77	24,8	3,3	15,95	0	1	1,7	-	-

Tabela A.11 - (Conclusão)

Exemplar	$nPos$	$nTens$	P_1^{Δ}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2L}$
91A	54	1432	4989,03	242	1271,25	0,1	0,12	447,95	1	-1
92A	36	694	4590,9	0	0	0,03	0,03	0	0	1
93A	42	697	5909,51	0	0	0,09	0,06	0,03	0,95	-1
94A	54	1449	5175,05	11	35,2	0,09	0,16	15,89	1	1
95A	54	1208	5398,08	97	812,16	0,06	0,28	240,15	1	1
96A	54	1001	5085,8	0	0	0,01	0,04	0,01	1	0
97A	60	1271	4869,13	68	609,97	0,11	0,22	232,14	1	1
98A	54	1417	5800,97	0	0	0,03	0,03	0,01	1	-1
99A	42	647	4613,82	0	0	0,02	0,03	0,01	1	-1
100A	48	497	4794,9	0	0	0,02	0,03	0,01	0,96	1
Mín.	36	497	4590,9	0	0	0,01	0,03	0	0	-1
Máx.	60	1449	5909,51	242	1271,25	0,11	0,28	447,95	1	1
Desv. P.	7,51	370	458,31	78,35	460,01	0,04	0,09	158,05	0,31	0,99
Méd.	49,8	1031,3	5122,72	41,8	272,86	0,06	0,1	93,62	0,89	0,1

Tabela A.12 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 12 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	$\%res$	nEx	$nP2$	$nP3$	hR^{est}	hR^{def}
101A	0	0	811,32	857,74	1201,72	0,37	0,75	1,57	1210,37	26	2	12,15	0	1	2	1	[1;2]
102A	16,24	16,24	1112,79	1090,19	1200,17	0,11	0,36	0,8	1205,16	25	3	9,01	0	1	1	1	[1]
103A	0	0	434,38	423,08	1200,8	0,08	0,46	0,86	1208,6	23	3	11,39	0	1	1	2	[2]
104A	8,48	8,48	5749,34	5431,14	1200,19	0,38	0,7	1,06	1206,27	29	4	20,09	0	1	1	2	[2]
105A	0	0	1654,15	1654,15	1200,4	0,18	0,85	1,92	1207,57	26	2	13,11	0	1	2	1	[2;2]
106A	0	0	418,79	375,69	1200,83	0,29	0,55	1,4	1209,45	23	4	12,98	0	1	2	1	[2;2]
107A	0	0	1249,73	1308,09	1201,93	0,35	1,31	2,32	1211,28	25	2	16,46	0	1	3	1	[2;2;2]
108A	0	0	314,05	314,05	1201,31	0,2	0,6	1,87	1209,3	26	2	12,22	0	1	2	1	[1;2]
109A	0	0	663,92	739,8	1202,14	0,68	0,44	1,31	1211,44	20	2	24,59	0	1	2	1	[2;2]
110A	0	0	707,67	709,09	1204,43	0,22	0,55	1,49	1212,49	25	2	12,13	0	1	2	1	[1;2]
Mín.	0	0	314,05	314,05	1200,17	0,08	0,36	0,8	1205,16	20	2	9,01	0	1	1	-	-
Máx.	16,24	16,24	5749,34	5431,14	1204,43	0,68	1,31	2,32	1212,49	29	4	24,59	0	1	3	-	-
Desv. P.	5,52	5,52	1614,19	1516,17	1,28	0,17	0,27	0,48	2,35	2,39	0,84	4,68	0	1	0,63	-	-
Méd.	2,47	2,47	1311,61	1290,3	1201,39	0,29	0,66	1,46	1209,19	24,8	2,6	14,41	0	1	1,8	-	-

Tabela A.12 - (Conclusão)

Exemplar	$nPos$	$nTens$	P_1^{Δ}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2L}$
101A	54	1374	4693,23	0	0	0,08	0,17	0,01	0,81	-1
102A	54	1088	4432,77	3	69,18	0,07	0,16	16,26	1	1
103A	54	878	4725,28	0	0	0,04	0,04	0,01	1	1
104A	48	1105	4672,99	4	26,4	0,21	0,37	8,62	1	1
105A	48	1152	4731,55	0	0	0,06	0,07	0,03	1	0
106A	60	932	4421,15	0	0	0,02	0,04	0,01	0,73	1
107A	54	1282	4863,58	0	0	0,09	0,03	0,02	1	-1
108A	54	998	4442,2	0	0	0,03	0,02	0,01	0,97	0
109A	42	427	4530,71	0	0	0,08	0,03	0,01	0,89	-1
110A	54	1154	4781,34	0	0	0,03	0,07	0,01	1	-1
Mín.	42	427	4421,15	0	0	0,02	0,02	0,01	0,73	-1
Máx.	60	1374	4863,58	4	69,18	0,21	0,37	16,26	1	1
Desv. P.	4,94	261,96	159,98	1,49	22,53	0,05	0,11	5,54	0,1	0,94
Méd.	52,2	1039	4629,48	0,7	9,56	0,07	0,1	2,5	0,94	0

Tabela A.13 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 13 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	$\%res$	nEx	$nP2$	$nP3$	hR^{est}	hR^{def}
111A	43,68	43,68	2274,28	2197,6	1200,34	0,2	0,76	1,67	1208,21	28	3	12,36	0	1	2	1	[2;2]
112A	0	0	598,17	598,17	1201,29	0,12	0,58	0,94	1210,53	20	5	20,03	0	1	1	2	[2]
113A	5,6	16,35	3542,1	3363,99	1202,11	0,14	0,32	1,72	1206,93	24	2	11,62	0	1	3	1	[2;1;2]
114A	0	0	1504,13	1430,76	1201,35	0,35	1,48	1,99	1211,44	26	4	16,56	0	1	2	1	[2;2]
115A	92,44	152,78	6422,99	5476,57	1200,37	0,63	0,5	2,05	1208,86	29	2	11,59	0	1	3	1	[2;2;2]
116A	0	0	2337,09	2283,04	1201,28	0,24	0,89	1,57	1210,67	26	2	16,58	0	1	1	1	[2]
117A	82,15	82,15	6029,5	5657,6	1200,39	0,22	1,03	1,82	1208,7	26	4	19,75	0	1	2	1	[1;2]
118A	0	0	692,01	598,76	1204,01	0,31	0,78	1,28	1211,72	27	2	16,65	0	1	1	2	[1]
119A	0	0	271,93	250	1202,37	0,36	0,39	0,78	1210,54	22	3	12,98	0	1	1	1	[1]
120A	0	0	675,64	530,55	1201,62	0,36	0,5	0,83	1207,25	20	4	21,33	0	1	1	2	[2]
Mín.	0	0	271,93	250	1200,34	0,12	0,32	0,78	1206,93	20	2	11,59	0	1	1	-	-
Máx.	92,44	152,78	6422,99	5657,6	1204,01	0,63	1,48	2,05	1211,72	29	5	21,33	0	1	3	-	-
Desv. P.	36,85	51,17	2239,5	2009,67	1,13	0,15	0,35	0,48	1,72	3,19	1,1	3,66	0	1	0,82	-	-
Méd.	22,39	29,5	2434,78	2238,7	1201,51	0,29	0,72	1,47	1209,49	24,8	3,1	15,95	0	1	1,7	-	-

Tabela A.13 - (Conclusão)

Exemplar	$nPos$	$nTens$	P_1^{Δ}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2L}$
111A	54	1432	4989,03	24	122,4	0,12	0,05	43,73	1	1
112A	36	694	4590,9	0	0	0,03	0,04	0,01	0,57	0
113A	42	697	5909,51	2	20	0,1	0,13	5,65	1	-1
114A	54	1449	5175,05	0	0	0,1	0,15	0,03	1	1
115A	54	1208	5398,08	46	278,2	0,07	0,17	92,54	1	-1
116A	54	1001	5085,8	0	0	0,1	0,18	0,04	0,94	1
117A	60	1271	4869,13	29	294,77	0,12	0,3	82,28	1	1
118A	54	1417	5800,97	0	0	0,04	0,04	0,01	1	1
119A	42	647	4613,82	0	0	0,03	0,05	0	0,82	1
120A	48	497	4794,9	0	0	0,02	0,03	0,01	0,99	1
Mín.	36	497	4590,9	0	0	0,02	0,03	0	0,57	-1
Máx.	60	1449	5909,51	46	294,77	0,12	0,3	92,54	1	1
Desv. P.	7,51	370	458,31	16,72	119,49	0,04	0,09	36,89	0,14	0,85
Méd.	49,8	1031,3	5122,72	10,1	71,54	0,07	0,11	22,43	0,93	0,5

Tabela A.14 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 14 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	$\%res$	nEx	$nP2$	$nP3$	hR^{est}	hR^{def}
121A	0	0	350,31	328,45	1203,25	0,93	1,17	2,04	1216,39	36	5	10,53	0	1	2	1	[1;2]
122A	0	0	607,85	587,72	1201,4	0,59	0,58	1,68	1211,72	24	4	21,2	0	1	2	2	[2;2]
123A	0	0	1594,84	1164,16	1200,34	0,75	0,53	1,31	1207,87	25	7	13,79	0	1	1	2	[2]
124A	0	3,38	727,66	612,74	1200,31	0,88	1,28	2,89	1211,39	29	3	14,51	0	1	3	1	[1;2;2]
125A	0	0	743,18	968,96	1200,13	0,42	0,35	1,45	1206,84	28	2	12,76	0	1	2	2	[2;2]
126A	0	0	320,83	221,78	1200,45	0,52	0,67	0,93	1209,8	29	7	12,71	0	1	1	2	[2]
127A	0	0	405,15	377,23	1200,29	0,28	0,64	1,02	1208,59	32	4	12,56	0	1	1	1	[2]
128A	0	0	625,67	593,77	1200,45	0,64	0,77	2,44	1215,46	36	6	10,31	0	1	2	1	[1;2]
129A	0	0	307,36	307,36	1201,78	0,2	0,6	0,99	1212	30	2	15,81	0	1	1	1	[2]
130A	0	0	822,96	769,51	1200,41	0,52	0,35	1,11	1209,52	32	6	9,02	0	1	1	1	[2]
Mín.	0	0	307,36	221,78	1200,13	0,2	0,35	0,93	1206,84	24	2	9,02	0	1	1	-	-
Máx.	0	3,38	1594,84	1164,16	1203,25	0,93	1,28	2,89	1216,39	36	7	21,2	0	1	3	-	-
Desv. P.	0	1,07	382,28	304,61	0,99	0,24	0,31	0,67	3,11	4,04	1,9	3,44	0	1	0,7	-	-
Méd.	0	0,34	650,58	593,17	1200,88	0,57	0,69	1,59	1210,96	30,1	4,6	13,32	0	1	1,6	-	-

Tabela A.14 - (Conclusão)

Exemplar	$nPos$	$nTens$	P_1^{Δ}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2L}$
121A	70	2212	5849,13	0	0	0,03	0,03	0	0,99	1
122A	40	552	5883,96	0	0	0,04	0,06	0,01	1	1
123A	60	899	6181,3	0	0	0,03	0,05	0,02	0,99	1
124A	70	1820	6249,38	0	0	0,06	0,07	0,01	0,99	-1
125A	60	627	5255,2	0	0	0,04	0,04	0,01	1	-1
126A	72	991	5870,4	0	0	0,03	0,04	0	1	1
127A	68	1449	5934,64	0	0	0,02	0,05	0	1	1
128A	78	1494	6286,45	0	0	0,03	0,07	0,01	1	1
129A	56	664	6623,17	0	0	0,08	0,1	0	0,98	0
130A	68	1097	5010,3	0	0	0,03	0,09	0,01	0,99	1
Mín.	40	552	5010,3	0	0	0,02	0,03	0	0,98	-1
Máx.	78	2212	6623,17	0	0	0,08	0,1	0,02	1	1
Desv. P.	10,73	551,12	481,17	0	0	0,02	0,02	0	0,01	0,85
Méd.	64,2	1180,5	5914,39	0	0	0,04	0,06	0,01	0,99	0,5

Tabela A.15 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 15 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	$\%res$	nEx	$nP2$	$nP3$	hR^{est}	hR^{def}
131A	0	13,41	1248,11	1244,9	1200,21	1,03	1,55	3,02	1217,71	42	2	10,33	0	1	3	1	[2;2;2]
132A	0	10,75	4757,93	4689,29	1200,28	0,4	1,05	2,47	1211,53	34	3	19,26	0	1	3	2	[2;2;2]
133A	89,24	89,24	4729,7	4662,87	1200,44	0,38	0,98	2,57	1211,32	34	3	18,47	0	1	2	1	[2;2]
134A	0	0	2918,46	2417,68	1200,31	0,66	0,96	2,48	1210,67	30	6	13,33	0	1	3	2	[1;1;2]
135A	31,58	39,18	11277,46	11184,26	1200,95	0,7	1,09	2,87	1221,11	44	2	7,02	0	1	3	2	[2;2;2]
136A	1,8	1,8	2734,29	2392,99	1200,2	0,83	1,06	1,27	1215,55	41	6	9,85	0	1	1	2	[1]
137A	0	0	1498,27	1454,87	1200,47	0,76	0,99	2,08	1210,46	29	7	19,96	0	1	2	2	[2;2]
138A	343,26	343,26	3356,49	3012,45	1200,43	0,34	0,59	0,96	1214,55	40	3	4,78	0	1	1	1	[2]
139A	0	0	1021,3	1467,21	1200,77	0,64	0,82	3,16	1213,6	34	2	13,37	0	1	3	1	[2;2;2]
140A	112,89	97,36	3691,34	3397,19	1202,6	0,17	0,3	2,67	1213,22	31	3	10,62	0	1	3	1	[2;2;2]
Mín.	0	0	1021,3	1244,9	1200,2	0,17	0,3	0,96	1210,46	29	2	4,78	0	1	1	-	-
Máx.	343,26	343,26	11277,46	11184,26	1202,6	1,03	1,55	3,16	1221,11	44	7	19,96	0	1	3	-	-
Desv. P.	108,55	106,3	2968,13	2939,66	0,72	0,26	0,33	0,72	3,41	5,4	1,89	5,2	0	1	0,84	-	-
Méd.	57,88	59,5	3723,33	3592,37	1200,67	0,59	0,94	2,36	1213,97	35,9	3,7	12,7	0	1	2,4	-	-

Tabela A.15 - (Conclusão)

Exemplar	$nPos$	$nItens$	P_1^{Δ}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2L}$
131A	84	2942	6640,29	0	0	0,04	0,06	0,01	0,94	-1
132A	70	945	7308,02	0	0	0,07	0,35	0,05	0,99	-1
133A	68	1213	6914,28	46	262,2	0,09	0,2	89,29	1	1
134A	68	1245	6946,47	0	0	0,07	0,06	0,03	1	1
135A	84	3547	6499,46	15	97,88	0,12	0,39	31,68	1	-1
136A	86	2253	6632,39	1	5	0,04	0,1	1,83	1	1
137A	62	1017	6269,93	0	0	0,03	0,04	0,01	0,98	1
138A	84	2696	6493,6	190	956,31	0,03	0,12	343,3	1	1
139A	70	1301	6933,51	0	0	0,05	0,05	0,01	1	-1
140A	54	631	7443,21	31	362,81	0,09	0,18	112,92	1	1
Mín.	54	631	6269,93	0	0	0,03	0,04	0,01	0,94	-1
Máx.	86	3547	7443,21	190	956,31	0,12	0,39	343,3	1	1
Desv. P.	10,96	998,45	371,52	59,06	305,66	0,03	0,13	108,55	0,02	1,03
Méd.	73	1779	6808,12	28,3	168,42	0,06	0,16	57,91	0,99	0,2

Tabela A.16 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 16 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	$\%res$	nEx	$nP2$	$nP3$	hR^{est}	hR^{def}
141A	0	0	914,88	1078,31	1200,35	1,23	1,62	2,81	1220,54	36	2	10,53	0	1	2	1	[1;2]
142A	0	0	1145,65	1001,7	1201,81	0,58	0,61	1,03	1209,62	24	3	21,2	0	1	1	2	[2]
143A	0	0	1394,44	1203,14	1202,56	0,35	0,53	1,65	1213,09	25	6	13,79	0	1	2	2	[2;2]
144A	38,02	38,02	7325,71	6899,66	1200,12	1,36	1,1	2,26	1214,28	29	6	14,51	0	1	2	1	[1;2]
145A	0	0	1708,73	1197,88	1200,22	0,12	0,39	0,9	1208,8	28	3	12,76	0	1	1	2	[2]
146A	0	0	714,14	679,92	1201,91	0,34	0,57	1,76	1215,11	29	3	12,71	0	1	2	2	[2;2]
147A	0	0	2043,22	2003,29	1200,34	0,88	0,6	1,88	1213,81	32	3	12,56	0	1	2	1	[2;2]
148A	0	0	1437,97	1170,83	1200,75	0,53	0,84	0,98	1217,28	36	6	10,31	0	1	1	1	[2]
149A	0	0	1021,44	986,07	1204,31	0,3	0,43	1,01	1214,39	30	3	15,81	0	1	1	1	[2]
150A	0	0	468,45	468,45	1200,24	0,12	0,36	1,01	1210,91	32	2	9,02	0	1	1	2	[2]
Mín.	0	0	468,45	468,45	1200,12	0,12	0,36	0,9	1208,8	24	2	9,02	0	1	1	-	-
Máx.	38,02	38,02	7325,71	6899,66	1204,31	1,36	1,62	2,81	1220,54	36	6	21,2	0	1	2	-	-
Desv. P.	12,02	12,02	1990,63	1880,87	1,38	0,44	0,39	0,65	3,51	4,04	1,64	3,44	0	1	0,53	-	-
Méd.	3,8	3,8	1817,46	1668,92	1201,26	0,58	0,71	1,53	1213,78	30,1	3,7	13,32	0	1	1,5	-	-

Tabela A.16 - (Conclusão)

Exemplar	$nPos$	$nTens$	P_1^{Δ}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2L}$
141A	70	2212	5849,13	0	0	0,02	0,04	0,01	0,81	-1
142A	40	552	5883,96	0	0	0,05	0,04	0,01	0,99	1
143A	60	899	6181,3	0	0	0,02	0,05	0,01	1	1
144A	70	1820	6249,38	10	150,1	0,06	0,27	38,07	1	1
145A	60	627	5255,2	0	0	0,03	0,06	0,02	0,94	1
146A	72	991	5870,4	0	0	0,03	0,04	0,01	1	1
147A	68	1449	5934,64	0	0	0,05	0,09	0,02	1	1
148A	78	1494	6286,45	0	0	0,06	0,13	0,01	1	1
149A	56	664	6623,17	0	0	0,11	0,1	0,01	0,99	1
150A	68	1097	5010,3	0	0	0,04	0,03	0	0,93	0
Mín.	40	552	5010,3	0	0	0,02	0,03	0	0,81	-1
Máx.	78	2212	6623,17	10	150,1	0,11	0,27	38,07	1	1
Desv. P.	10,73	551,12	481,17	3,16	47,47	0,03	0,07	12,04	0,06	0,67
Méd.	64,2	1180,5	5914,39	1	15,01	0,05	0,09	3,82	0,97	0,7

Tabela A.17 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 17 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	$\%res$	nEx	$nP2$	$nP3$	hR^{est}	hR^{def}
151A	57,87	51,17	9078,04	9778,13	1200,07	0,52	1,63	2,43	1223,3	42	4	10,33	0	1	2	1	[1;1]
152A	38,02	38,02	4383,04	4035,48	1200,32	0,83	1,03	2,57	1215,81	34	4	19,26	0	1	3	1	[1;2;2]
153A	813,62	840,44	8144,94	7959,31	1200,24	0,38	1,02	2,69	1214,5	34	2	18,47	0	1	3	1	[2;2;2]
154A	0	81,84	10875,01	8785,41	1200,38	0,41	0,91	2,56	1213,93	30	3	13,33	0	1	3	1	[1;1;2]
155A	268,28	268,28	6907,5	6694,03	1201,05	0,45	1	2,07	1224,81	44	4	7,02	0	1	2	1	[1;2]
156A	2554,77	2536,86	12633,87	12871,97	1200,77	0,79	1,11	2,72	1223,57	41	5	9,85	0	1	3	2	[1;2;2]
157A	0	0	863,17	690,35	1204,92	0,52	1,11	1,98	1220,05	29	5	19,96	0	1	2	2	[1;2]
158A	0	0	2785,5	2381,59	1200,85	0,85	0,46	1,77	1222,46	40	3	4,78	0	1	2	1	[1;2]
159A	7,2	7,2	3022,45	3449,2	1200,24	0,4	0,84	2,53	1214,94	34	3	13,37	0	1	3	2	[2;2;2]
160A	191,66	180,26	6256,02	6403,61	1200,43	0,25	0,32	1,43	1210,04	31	4	10,62	0	1	2	2	[2;2]
Mín.	0	0	863,17	690,35	1200,07	0,25	0,32	1,43	1210,04	29	2	4,78	0	1	2	-	-
Máx.	2554,77	2536,86	12633,87	12871,97	1204,92	0,85	1,63	2,72	1224,81	44	5	19,96	0	1	3	-	-
Desv. P.	799,78	792,61	3778,43	3718,75	1,44	0,21	0,36	0,44	5,11	5,4	0,95	5,2	0	1	0,53	-	-
Méd.	393,14	400,41	6494,95	6304,91	1200,93	0,54	0,94	2,28	1218,34	35,9	3,7	12,7	0	1	2,5	-	-

Tabela A.17 - (Conclusão)

Exemplar	$nPos$	$nTens$	P_1^A	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2L}$
151A	84	2942	6640,29	9	219,84	0,07	0,18	57,94	1	1
152A	70	945	7308,02	10	150,1	0,1	0,08	38,05	1	1
153A	68	1213	6914,28	492	2100,11	0,07	0,12	813,68	1	-1
154A	68	1245	6946,47	0	0	0,09	0,22	0,08	1	-1
155A	84	3547	6499,46	219	465,41	0,09	0,25	268,33	1	1
156A	86	2253	6632,39	2055	4464,31	0,11	0,41	2554,88	1	1
157A	62	1017	6269,93	0	0	0,02	0,03	0,01	0,99	1
158A	84	2696	6493,6	0	0	0,04	0,08	0,02	1	1
159A	70	1301	6933,51	4	20	0,07	0,15	7,22	1	-1
160A	54	631	7443,21	78	589,31	0,11	0,16	191,71	1	1
Mín.	54	631	6269,93	0	0	0,02	0,03	0,01	0,99	-1
Máx.	86	3547	7443,21	2055	4464,31	0,11	0,41	2554,88	1	1
Desv. P.	10,96	998,45	371,52	640,95	1436,09	0,03	0,11	799,8	0	0,97
Méd.	73	1779	6808,12	286,7	800,91	0,08	0,17	393,19	1	0,4

Tabela A.18 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 18 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	$\%res$	nEx	$nP2$	$nP3$	hR^{est}	hR^{def}
161A	0	0	7186,72	6010,42	1200,34	0,86	0,98	1,54	1226,94	47	4	7,08	0	1	1	2	[2]
162A	0	0	2175,85	1491,05	1200,33	0,99	0,87	1,38	1225,34	44	5	9,77	0	1	1	1	[1]
163A	0	0	2615,73	2412,13	1200,14	0,79	0,56	2,88	1215,05	36	3	15,68	0	1	3	1	[1;2;2]
164A	419,65	419,65	10508,85	8819,55	1200,81	0,47	0,92	2,14	1223,03	47	5	7,36	0	1	2	1	[1;2]
165A	40,29	40,29	8117,58	5796,74	1201,1	1,29	1,46	3,07	1224,64	37	8	17,55	0	1	3	1	[2;2;2]
166A	0	0	933,01	702,69	1200,95	0,5	0,83	2,21	1221,24	44	4	8,43	0	1	2	1	[2;2]
167A	0	0	12794,66	12321,11	1204,69	0,45	0,68	2,11	1227,35	45	3	6,99	0	1	2	1	[2;2]
168A	0	0	4100,38	3579,06	1200,19	0,71	0,89	2,29	1218,73	39	6	8,89	0	1	2	2	[1;2]
169A	0	0	1197,31	932,11	1200,44	0,82	0,5	1,44	1219,79	42	6	10,36	0	1	1	1	[2]
170A	0	0	3083,46	3696,26	1200,34	0,42	0,72	2,87	1219,39	42	2	7,36	0	1	3	2	[2;2;2]
Mín.	0	0	933,01	702,69	1200,14	0,42	0,5	1,38	1215,05	36	2	6,99	0	1	1	-	-
Máx.	419,65	419,65	12794,66	12321,11	1204,69	1,29	1,46	3,07	1227,35	47	8	17,55	0	1	3	-	-
Desv. P.	131,9	131,9	4136,73	3738,54	1,36	0,28	0,27	0,61	3,99	3,89	1,78	3,72	0	1	0,82	-	-
Méd.	45,99	45,99	5271,36	4576,11	1200,93	0,73	0,84	2,19	1222,15	42,3	4,6	9,95	0	1	2	-	-

Tabela A.18 - (Conclusão)

Exemplar	$nPos$	$nTens$	P_1^{Δ}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2L}$
161A	98	3361	7904,33	0	0	0,06	0,08	0,03	1	1
162A	106	1966	8303,91	0	0	0,03	0,06	0,01	1	1
163A	76	925	7266,5	0	0	0,11	0,04	0,02	0,99	1
164A	88	2840	8116,09	260	1058,24	0,06	0,29	419,71	1	1
165A	98	1248	7366,22	16	137,47	0,09	0,27	40,34	1	1
166A	88	1982	7514,18	0	0	0,02	0,04	0,01	1	1
167A	96	2346	7512,42	0	0	0,09	0,4	0,09	1	1
168A	90	2250	7812,01	0	0	0,12	0,17	0,03	0,99	1
169A	86	1207	8064,26	0	0	0,02	0,03	0,01	0,99	1
170A	86	2106	8280,35	0	0	0,07	0,24	0,02	1	-1
Mín.	76	925	7266,5	0	0	0,02	0,03	0,01	0,99	-1
Máx.	106	3361	8303,91	260	1058,24	0,12	0,4	419,71	1	1
Desv. P.	8,44	752,59	380,15	81,81	332,63	0,04	0,13	131,91	0	0,63
Méd.	91,2	2023,1	7814,03	27,6	119,57	0,07	0,16	46,03	1	0,8

Tabela A.19 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 19 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	$\%res$	nEx	$nP2$	$nP3$	hR^{est}	hR^{def}
171A	1992,76	1976,61	25086,64	22998,75	1200,78	0,52	1,07	1,56	1234,92	53	2	6,86	0	1	1	2	[2]
172A	192,74	165,02	8239,75	6064,72	1200,38	2,97	1,84	3,81	1258,32	39	7	16,27	0	1	3	1	[1;2;2]
173A	1398,12	-	13411,8	-	1200,69	1,63	1,56	3,45	1226,8	42	4	10,32	0	1	4	2	[1;2;2]
174A	288,77	288,77	5158,69	4489,4	1200,2	0,44	1,32	2,26	1220,45	43	5	15,42	0	1	2	2	[2;2]
175A	430,3	437,9	11429,32	9065,03	1200,98	1,23	1,43	3,57	1229,79	45	3	16,6	0	1	3	2	[2;2;2]
176A	1233,63	951,88	12201,91	12511,25	1200,69	0,71	1,49	3,66	1233,37	50	5	8,6	0	1	3	1	[2;2;2]
177A	210,54	210,54	2958,64	2333,79	1200,3	0,58	0,67	2	1221	46	5	10,9	0	1	2	1	[2;2]
178A	21,34	21,34	15284,04	14808,7	1200,35	0,37	0,5	2,03	1216,29	36	4	15,61	0	1	2	1	[2;2]
179A	1899,26	1899,26	8588,99	8605,31	1200,62	0,23	0,59	2,08	1222,66	50	2	6,99	0	1	2	1	[1;2]
180A	0	0	1149,98	1034,52	1200,33	0,68	0,99	2,24	1220	40	7	14,4	0	1	2	1	[2;2]
Mín.	0	0	1149,98	1034,52	1200,2	0,23	0,5	1,56	1216,29	36	2	6,86	0	1	1	-	-
Máx.	1992,76	1976,61	25086,64	22998,75	1200,98	2,97	1,84	3,81	1258,32	53	7	16,6	0	1	3	-	-
Desv. P.	783,61	777,18	6906,19	6882,5	0,25	0,83	0,46	0,85	12,18	5,44	1,78	3,9	0	1	0,67	-	-
Méd.	766,75	661,26	10350,98	9101,28	1200,53	0,94	1,15	2,67	1228,36	44,4	4,4	12,2	0	1	2,22	-	-

Tabela A.19 - (Conclusão)

Exemplar	$nPos$	$nItens$	P_1^{Δ}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2L}$
171A	106	3569	9074,41	1633	3351	0,03	0,28	1992,87	1	1
172A	88	1567	8417,89	38	673,08	0,1	0,41	192,79	1	1
173A	98	2500	8697,9	1043	2818,58	0,14	0,29	1398,19	1	-
174A	86	1440	8069,33	89	1087,83	0,08	0,15	288,8	1	1
175A	106	1910	9073,74	208	1319,52	0,13	0,32	430,36	1	-1
176A	106	3720	8809,2	787	1611,42	0,16	0,21	1233,7	1	1
177A	86	1743	8819,29	101	648,7	0,03	0,06	210,55	1	1
178A	88	788	7273,27	11	62,7	0,05	0,49	21,43	1	1
179A	86	2089	10240,56	949	5700,3	0,11	0,28	1899,3	1	-1
180A	88	1458	8434,98	0	0	0,02	0,03	0,01	1	1
Mín.	86	788	7273,27	0	0	0,02	0,03	0,01	1	-1
Máx.	106	3720	10240,56	1633	5700,3	0,16	0,49	1992,87	1	1
Desv. P.	9,11	940,13	764,61	575,08	1771,06	0,05	0,14	783,62	0	0,88
Méd.	93,8	2078,4	8691,06	485,9	1727,31	0,09	0,25	766,8	1	0,56

Tabela A.20 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 20 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	$\%res$	nEx	$nP2$	$nP3$	hR^{est}	hR^{def}
181A	0	0	3778,92	3707,76	1201,36	0,82	1	3,25	1238,57	47	3	7,08	0	1	2	1	[1;2]
182A	240,46	240,46	6337,75	4515,64	1201,02	1,17	0,82	2,33	1238,04	44	5	9,77	0	1	2	1	[2;2]
183A	0	0	1669,3	1141	1200,4	0,54	0,54	1,98	1219,66	36	7	15,68	0	1	2	1	[1;2]
184A	125,72	136,47	24616,67	22615,93	1200,93	1,23	0,8	2,91	1232,76	47	3	7,36	0	1	3	1	[2;2;2]
185A	0	0	2016,33	1683,09	1205,59	1,01	1,56	2,26	1234,68	37	7	17,55	0	1	2	1	[1;2]
186A	0	0	6003,28	4706,72	1201,07	1,39	1	1,37	1230,07	44	4	8,43	0	1	1	1	[1]
187A	121,16	121,16	18163,27	14852,94	1200,72	1,08	0,72	2,85	1232,81	45	3	6,99	0	1	3	2	[2;2;2]
188A	0	0	2318,94	1859,02	1200,39	1,53	0,9	1,4	1226,22	39	7	8,89	0	1	1	1	[2]
189A	0	0	1830,21	643,51	1200,24	0,71	0,53	1,1	1225,48	42	6	10,36	0	1	1	2	[2]
190A	54,5	54,5	13776,25	11133,85	1200,82	0,66	0,7	2,07	1226,45	43	5	7,08	0	1	2	1	[2;2]
Mín.	0	0	1669,3	643,51	1200,24	0,54	0,53	1,1	1219,66	36	3	6,99	0	1	1	-	-
Máx.	240,46	240,46	24616,67	22615,93	1205,59	1,53	1,56	3,25	1238,57	47	7	17,55	0	1	3	-	-
Desv. P.	82,95	84,04	8052,16	7252,05	1,56	0,33	0,3	0,72	6,03	3,89	1,7	3,74	0	1	0,74	-	-
Méd.	54,18	55,26	8051,09	6685,95	1201,25	1,01	0,86	2,15	1230,47	42,4	5	9,92	0	1	1,9	-	-

Tabela A.20 - (Conclusão)

Exemplar	$nPos$	$nItens$	P_1^{Δ}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2L}$
181A	98	3361	7904,33	0	0	0,02	0,09	0,01	1	1
182A	106	1966	8303,91	145	622,32	0,05	0,17	240,49	1	1
183A	76	925	7266,5	0	0	0,03	0,02	0,01	1	1
184A	88	2840	8116,09	64	372,6	0,15	0,34	125,83	1	-1
185A	98	1248	7366,22	0	0	0,05	0,04	0,01	0,99	1
186A	88	1982	7514,18	0	0	0,07	0,24	0,03	1	1
187A	96	2346	7512,42	37	457,8	0,12	0,61	121,26	1	1
188A	90	2250	7812,01	0	0	0,07	0,08	0,01	0,97	1
189A	86	1207	8064,26	0	0	0,02	0,03	0,01	0,98	1
190A	86	2106	8280,35	37	124,51	0,1	0,36	54,57	1	1
Mín.	76	925	7266,5	0	0	0,02	0,02	0,01	0,97	-1
Máx.	106	3361	8303,91	145	622,32	0,15	0,61	240,49	1	1
Desv. P.	8,44	752,59	380,15	46,96	236,27	0,04	0,19	82,97	0,01	0,63
Méd.	91,2	2023,1	7814,03	28,3	157,72	0,07	0,2	54,22	0,99	0,8

Tabela A.21 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 21 com a heurística H1 (Continua)

Exemplar	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{P2}	t^{P3}	t^{est}	t^{def}	t^{Δ}	$ N' $	$ N'' $	%res	nEx	nP2	nP3	hR^{est}	hR^{def}
191A	2683,53	2683,53	18847,4	18067,55	1200,91	0,5	1,03	2,64	1248,51	53	4	6,86	0	1	2	1	[1;2]
192A	0	0	9269,99	8538,66	1200,6	0,74	1,82	2,98	1227,52	39	9	16,27	0	1	2	2	[2;2]
193A	124,76	-	11158,69	-	1201,04	0,74	1,4	3,42	1233,53	42	3	10,32	0	1	4	2	[1;2;2]
194A	467,32	467,32	7788,21	3054,38	1200,83	1,31	1,5	2,28	1229,73	43	6	15,42	0	1	2	2	[1;2]
195A	242,72	316,52	11577,92	6160,48	1200,8	0,91	1,77	3,71	1240,93	45	3	16,6	0	1	3	2	[2;2;2]
196A	1471,63	1498,23	17688,77	16710,64	1201,89	1,48	1,51	5,27	1253,77	50	3	8,6	0	1	3	1	[2;2;2]
197A	822,9	822,9	17433,47	11610,36	1200,93	0,76	0,97	2,55	1235,54	46	4	10,9	0	1	2	2	[2;2]
198A	0	0	4677,83	4257,49	1200,57	1,2	0,48	2,08	1223,56	36	2	15,61	0	1	2	1	[2;2]
199A	3264,51	3284,79	14536,56	15451,18	1201,12	0,46	0,68	4,08	1235,93	50	2	6,99	0	1	3	2	[1;2;2]
200A	1154,53	879,25	9686,55	37852,33	1201,18	0,81	1,02	1,71	1228,48	40	3	14,4	0	1	1	1	[2]
Mín.	0	0	4677,83	3054,38	1200,57	0,46	0,48	1,71	1223,56	36	2	6,86	0	1	1	-	-
Máx.	3264,51	3284,79	18847,4	37852,33	1201,89	1,48	1,82	5,27	1253,77	53	9	16,6	0	1	3	-	-
Desv. P.	1147,84	1172,54	4708,62	10633,66	0,37	0,34	0,45	1,07	9,57	5,44	2,13	3,9	0	1	0,67	-	-
Méd.	1023,19	1105,84	12266,54	13522,56	1200,99	0,89	1,22	3,07	1235,75	44,4	3,9	12,2	0	1	2,22	-	-

Tabela A.21 - (Conclusão)

Exemplar	nPos	nTens	P_1^{Δ}	qZ	pZ	dMed ^x	dMed ^y	aGap	rGap	stat ^{P2L}
191A	106	3569	9074,41	2107	4989,66	0,08	0,18	2683,59	1	1
192A	88	1567	8417,89	0	0	0,04	0,22	0,04	1	1
193A	98	2500	8697,9	62	375,8	0,07	0,17	124,81	1	-
194A	86	1440	8069,33	120	1856,61	0,04	0,13	467,35	1	1
195A	106	1910	9073,74	101	809,6	0,06	0,24	242,77	1	-1
196A	106	3720	8809,2	1163	2706,16	0,07	0,33	1471,7	1	-1
197A	86	1743	8819,29	354	2698,5	0,11	0,2	822,97	1	1
198A	88	788	7273,27	0	0	0,04	0,09	0,02	1	1
199A	86	2089	10240,56	2085	7982,5	0,1	0,28	3264,56	1	-1
200A	88	1458	8434,98	530	2276,25	0,02	0,46	1154,56	1	1
Mín.	86	788	7273,27	0	0	0,02	0,09	0,02	1	-1
Máx.	106	3720	10240,56	2107	7982,5	0,11	0,46	3264,56	1	1
Desv. P.	9,11	940,13	764,61	838	2505,58	0,03	0,11	1147,85	0	1
Méd.	93,8	2078,4	8691,06	652,2	2369,51	0,06	0,23	1023,24	1	0,33

A.2 - Heurística H2

Considere a seguinte notação adicional:

cZ^{iC} , respectivamente, as penalizações com o remanejamento dos itens e as penalizações com o balanceamento de peso no contêiner da melhor solução obtida pelo procedimento responsável por gerar as primeiras soluções factíveis da heurística HS (vide Tabela 4.11);

cZ^{iE} , respectivamente, as penalizações com o remanejamento dos itens e as penalizações com o balanceamento de peso no contêiner da melhor solução obtida pela busca local inter compartimentos (vide Tabela 4.15);

cZ^{iA} , respectivamente, as penalizações com o remanejamento dos itens e as penalizações com o balanceamento de peso no contêiner da melhor solução obtida pela busca local intra compartimentos (vide Tabela 4.17);

$stat^{P2}$: é igual a 1 se a solução obtida com a resolução da formulação PPLI2 de maneira exata é melhor do que a solução inicial fornecida a ela pela heurística HS; é igual a 0 se essas soluções forem equivalentes, e é igual a -1, caso contrário;

$stat^{H2}$: é igual a 1 se a melhor solução obtida com a heurística H2 é melhor do que a melhor solução obtida com a heurística H1; é igual a 0 se essas soluções forem equivalentes, e é igual a -1, caso contrário;

cnf^{init} : número das execuções realizadas com a heurística HS (de 1 à 4, vide Tabela 5.19) que geraram a melhor solução obtida com essa heurística, ou uma solução equivalente a essa melhor.

Tentou-se resolver todos os exemplares das classes 1 a 21 com a heurística H2 e os resultados obtidos são apresentados na Tabela A.22 à Tabela A.42. Nessas tabelas: os valores de $|N^n|$, qZ , pZ , $dMed^x$ e $dMed^y$ são referentes à melhor solução gerada pela heurística H2; os valores de cZ^{iC} , cZ^{iE} , cZ^{iA} , cB^{iC} , cB^{iE} e cB^{iA} são referentes a melhor das 4 execuções realizadas com a heurística HS; os valores de $aGap$ e $rGap$ são referentes à formulação PPLI2; os valores de t^{est} , $|N'|$, $\%res$, nEx , $nP2$, hR^{est} , $nPos$, $nItens$ e P_1^A foram suprimidos, pois são os mesmos obtidos para a heurística H1; todos os valores foram arredondados a dois

algarismos; usou-se o símbolo "-" para denotar os casos em que a busca local da Tabela 4.6 ou a heurística HS falharam em obter uma solução, ou quando os respectivos cálculos não se aplicam.

Tabela A.22 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 1 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
1R	90,57	15,21	15,21	15,21	22,81	17991,71	6221,55	6221,55	3612,53	3884,22	78,28	2,15	0,42	1122,61	0,47	2,53	1219,38
2R	61,89	25,16	25,16	25,16	32,04	7376,62	2968,9	2968,9	2710,26	2817,86	74,74	1,93	0,36	1123,72	1,72	4,01	1219,35
3R	77,96	8,02	8,02	8,02	8,02	12764,59	15770,32	15770,32	12258,48	9972,14	71,29	2,09	0,48	1126,77	1,17	3,51	1218,33
4R	92,96	32,94	32,94	32,94	32,94	16389,54	10717,67	10717,67	10586,68	10721,13	67,39	2,15	0,72	1130,59	0,31	2,69	1216,31
5R	92,42	21,85	21,85	15,14	15,14	22522,73	13687,02	13687,02	3520,45	2761,15	86,66	2,65	1,1	1110,18	0,66	2,85	1217,35
6R	32,77	7,57	7,57	7,57	7,57	8337,31	4883,21	4883,21	4716,4	4489,25	77,51	2,12	0,73	1119,74	0,72	1,7	1214,9
7R	59,46	0	0	0	0	22951,99	10203,31	10203,31	6845,89	6604,56	70,86	2,12	0,25	1127,23	0,45	2,23	1216,1
8R	21,63	6,42	6,42	6,42	0	5528,33	4683,51	4683,51	3966,71	3782,5	73,32	1,93	0,31	1124,68	0,36	2,45	1215,66
9R	122,88	24,37	24,37	8	10,75	8987,37	11654,66	11654,66	10932,04	9059,5	72,37	2,18	0,36	1125,54	0,42	3,53	1216,46
10R	110,19	24,81	24,81	24,81	24,81	10758,33	12393,16	12393,16	9870,67	9701,77	75,75	2,26	0,92	1121,14	0,39	2,09	1214,42
Mín.	21,63	0	0	0	0	5528,33	2968,9	2968,9	2710,26	2761,15	67,39	1,93	0,25	1110,18	0,31	1,7	1214,42
Máx.	122,88	32,94	32,94	32,94	32,94	22951,99	15770,32	15770,32	12258,48	10721,13	86,66	2,65	1,1	1130,59	1,72	4,01	1219,38
Desv. P.	32,38	10,71	10,71	10,37	12,2	6282,24	4338,78	4338,78	3659,77	3203,28	5,29	0,2	0,29	5,55	0,45	0,73	1,74
Méd.	76,27	16,64	16,64	14,33	15,41	13360,85	9318,33	9318,33	6902,01	6379,41	74,82	2,16	0,57	1123,22	0,67	2,76	1216,83

Tabela A.22 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
1R	[4]	3	3	[2;2;2]	4	60,04	0,05	0,08	15,23	1	1	-1	1
2R	[4]	3	3	[1;2;2]	7	97,8	0,06	0,09	25,18	1	1	-1	1
3R	[2]	4	4	[2;2;2;2]	3	28,11	0,02	0,19	8,09	1	1	1	1
4R	[4]	3	3	[1;2;2]	10	124,7	0,19	0,21	33	1	1	-1	1
5R	[4]	5	3	[2;2;2]	12	27,72	0,03	0,06	15,16	1	1	1	1
6R	[1]	5	2	[2;2]	6	13,86	0,06	0,09	7,6	1	1	1	1
7R	[4]	6	2	[2;2]	0	0	0,06	0,15	0,04	1	1	1	1
8R	[4]	6	3	[2;2;2]	0	0	0,02	0,06	6,44	1	1	1	1
9R	[1]	3	3	[2;2;2]	2	32	0,11	0,1	8,07	1	1	-1	1
10R	[4]	5	2	[2;0]	12	76,07	0,12	0,2	24,88	1	1	1	1
Mín.	-	3	2	-	0	0	0,02	0,06	0,04	1	1	-1	1
Máx.	-	6	4	-	12	124,7	0,19	0,21	33	1	1	1	1
Desv. P.	-	1,25	0,63	-	4,58	42,29	0,05	0,06	10,38	0	0	1,03	0
Méd.	-	4,3	2,8	-	5,6	46,03	0,07	0,12	14,37	1	1	0,2	1

Tabela A.23 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 2 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
1A	19,72	0	0	0	0	125,45	202,49	202,49	202,49	202,49	6,21	0	0	0,19	0,02	0,36	7,07
2A	0	0	0	0	0	295,47	295,47	295,47	295,47	142,33	3,63	0	0	0,12	0,03	0,31	4,4
3A	23,66	23,66	23,66	23,66	23,66	23,93	23,93	23,93	23,93	3,8	3,03	0	0	0,22	0,02	0,22	3,62
4A	76,64	18,62	18,62	18,62	18,62	222,71	254,15	254,15	254,15	212,3	2,73	0	0	0,17	0,03	0,36	3,54
5A	62,61	62,61	62,61	62,61	62,61	134,52	134,52	134,52	134,52	110,68	5,18	0,05	0	0,19	0	0,3	5,94
6A	65,75	53,15	53,15	53,15	53,15	134,71	436,15	436,15	436,15	436,15	3,6	0,02	0	0,19	0	0,42	4,56
7A	11,41	11,41	11,41	11,41	11,41	25,88	25,88	25,88	25,88	25,88	5,73	0,05	0,05	0,2	0	0,34	6,61
8A	50,4	50,4	50,4	50,4	50,4	0	0	0	0	0	4,54	0,02	0,02	0,08	0,02	0,31	5,26
9A	-	-	-	21,41	21,41	-	-	-	74,51	59,97	4,52	0,02	0,02	0,22	0,05	0,31	5,38
10A	112,9	99	99	99	99	50,87	116,74	116,74	116,74	116,74	4,9	0,02	0	0,36	0	0,31	5,83
Mín.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,73	0	0	0,08	0	0,22	3,54
Máx.	112,9	99	99	99	99	295,47	436,15	436,15	436,15	436,15	6,21	0,05	0,05	0,36	0,05	0,42	7,07
Desv. P.	36,39	33,22	33,22	31,63	31,63	99,1	145,62	145,62	140,27	131,24	1,15	0,02	0,02	0,07	0,02	0,05	1,19
Méd.	47,01	35,43	35,43	34,03	34,03	112,61	165,48	165,48	156,38	131,03	4,41	0,02	0,01	0,19	0,02	0,32	5,22

Tabela A.23 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
1A	[1;2;3;4]	1	1	[2]	0	0	0,15	0	0	0	0	0	0
2A	[4]	2	1	[2]	0	0	0,08	0	0	0	0	1	0
3A	[1;2;3;4]	2	1	[2]	13	66,3	0,02	0	0	0	0	1	0
4A	[1;3;4]	2	1	[2]	7	65,1	0,16	0	0	0	0	1	0
5A	[1;2]	2	1	[2]	27	205,07	0,09	0	0	0	0	1	0
6A	[1;2;3;4]	1	1	[2]	18	193,73	0,19	0	0	0	0	0	0
7A	[1;2;3;4]	1	1	[2]	3	45,03	0,02	0	0	0	0	0	0
8A	[1;3;4]	1	1	[2]	45	72	0,02	0	0	0	0	0	0
9A	-	2	1	[2]	5	87,06	0,06	0	0	0	-	1	0
10A	[2;4]	1	1	[2]	51	290,98	0,07	0	0	0	0	0	0
Mín.	-	1	1	-	0	0	0,02	0	0	0	0	0	0
Máx.	-	2	1	-	51	290,98	0,19	0	0	0	0	1	0
Desv. P.	-	0,53	0	-	18,48	95,78	0,06	0	0	0	0	0,53	0
Méd.	-	1,5	1	-	16,9	102,53	0,09	0	0	0	0	0,5	0

Tabela A.24 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 3 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
11A	1,44	0	0	0	0	143,38	188,54	188,54	188,54	188,54	7,1	0,05	0	0,19	0,02	0,55	8,33
12A	156,27	156,27	151,59	114,84	114,84	247,63	247,63	247,63	184,26	127,14	4,21	0,02	0	0,62	0,09	0,61	6,07
13A	42,25	19,45	19,45	19,45	19,45	0	0	0	0	0	13,34	0,12	0,55	0,61	0,02	0,55	15,66
14A	19,4	19,4	0	0	0	0	0	0	0	0	8,42	0,06	0,23	0,09	0,02	0,28	9,42
15A	39,6	12,54	12,54	12,54	12,54	81,24	20,92	20,92	20,92	1,36	10,26	0,08	0,16	1,95	0,03	0,86	14,27
16A	281,24	107,76	107,76	107,76	107,76	223,65	121,66	121,66	121,66	108,07	3,84	0,02	0,02	0,33	0,02	0,42	5,01
17A	-	-	-	64,35	64,35	-	-	-	168,17	168,17	5,85	0,06	0,06	0,95	0,02	0,47	7,8
18A	149,07	108,75	108,75	108,75	108,75	0	0	0	0	0	8,14	0,06	0,42	3,2	0,02	0,56	12,82
19A	-	-	-	158,52	135,12	-	-	-	342,4	332,55	6,71	0	0	17,85	0,03	0,5	25,57
20A	20	20	20	20	20	518,62	518,62	518,62	518,62	518,62	3,87	0,02	0	0,22	0,02	0,55	5,13
Mín.	1,44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,84	0	0	0,09	0,02	0,28	5,01
Máx.	281,24	156,27	151,59	158,52	135,12	518,62	518,62	518,62	518,62	518,62	13,34	0,12	0,55	17,85	0,09	0,86	25,57
Desv. P.	97,82	59,17	60,11	57,82	53,74	178,52	181,48	181,48	170,18	170,81	3,03	0,04	0,2	5,45	0,02	0,15	6,35
Méd.	88,66	55,52	52,51	60,62	58,28	151,82	137,17	137,17	154,46	144,45	7,17	0,05	0,14	2,6	0,03	0,54	11,01

Tabela A.24 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
11A	[1;2;3;4]	1	1	[2]	0	0	0,14	0	0	0	0	0	0
12A	[2;3]	2	1	[2]	73	282,2	0,11	0	0	0	1	1	0
13A	[2;3;4]	1	1	[2]	6	73,24	0,03	0	0	0	0	0	0
14A	[4]	1	1	[2]	0	0	0,02	0	0	0	0	0	0
15A	[1;2;3]	2	1	[2]	12	14,7	0,03	0	0	0	0	1	0
16A	[1;2]	2	1	[2]	51	334,82	0,1	0	0	0	0	1	0
17A	-	1	1	[2]	38	169,76	0,1	0	0	0	-	0	0
18A	[1;2;3;4]	1	1	[2]	61	299,74	0,02	0	0	0	0	0	0
19A	-	2	1	[2]	45	495,6	0,15	0	0	0	-	1	0
20A	[3;4]	1	1	[2]	5	80	0,23	0	0	0	0	0	0
Mín.	-	1	1	-	0	0	0,02	0	0	0	0	0	0
Máx.	-	2	1	-	73	495,6	0,23	0	0	0	1	1	0
Desv. P.	-	0,52	0	-	27,6	170,53	0,07	0	0	0	0,35	0,52	0
Méd.	-	1,4	1	-	29,1	175,01	0,09	0	0	0	0,13	0,4	0

Tabela A.25 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 4 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
21A	75,16	41,55	41,55	41,55	41,55	37,8	374,2	374,2	374,2	374,2	5,19	0,02	0	0,42	0,02	0,37	6,33
22A	73,8	73,8	73,8	73,8	73,8	82,57	82,57	82,57	82,57	82,57	4,07	0	0,03	0,2	0	0,34	4,95
23A	49,86	34,88	34,88	34,88	34,88	127,11	173,46	173,46	173,46	173,46	3,81	0	0	0,17	0	0,23	4,37
24A	43,64	43,64	43,64	43,64	43,64	321,68	321,68	321,68	321,68	154,5	2,89	0,02	0	0,16	0,09	0,34	3,76
25A	71,74	71,74	71,74	71,74	71,74	35,47	0	0	0	0	6,18	0,02	0	0,37	0	0,37	7,18
26A	153,33	131,76	131,76	131,76	131,76	148,26	41,37	41,37	41,37	0,22	4,23	0,02	0	0,2	0,02	0,36	5,12
27A	0	0	0	0	0	217,13	217,13	217,13	217,13	217,13	6,4	0,05	0,02	0,2	0	0,33	7,25
28A	133,67	124,15	124,15	124,15	124,15	660,13	695,33	695,33	695,33	695,33	2,62	0,03	0,05	0,34	0,02	0,36	8,39
29A	58,41	58,41	58,41	58,41	58,41	244,76	82,06	82,06	82,06	71,76	5,85	0,03	0,02	0,22	0,03	0,31	6,72
30A	135,51	86,23	86,23	86,23	86,23	196,02	265,13	265,13	265,13	265,13	6,32	0,02	0,03	0,48	0,02	0,31	7,41
Mín.	0	0	0	0	0	35,47	0	0	0	0	2,62	0	0	0,16	0	0,23	3,76
Máx.	153,33	131,76	131,76	131,76	131,76	660,13	695,33	695,33	695,33	695,33	6,4	0,05	0,05	0,48	0,09	0,37	8,39
Desv. P.	47,8	40,4	40,4	40,4	40,4	183,64	206,08	206,08	206,08	208,98	1,42	0,01	0,02	0,12	0,03	0,04	1,51
Méd.	79,51	66,62	66,62	66,62	66,62	207,09	225,29	225,29	225,29	203,43	4,76	0,02	0,02	0,28	0,02	0,33	6,15

Tabela A.25 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
21A	[1]	1	1	[2]	21	123,72	0,19	0	0	0	0	0	0
22A	[1;2;3;4]	1	1	[1]	20	289	0,04	0	0	0	0	0	0
23A	[2;3]	1	1	[2]	18	102,4	0,11	0	0	0	0	0	0
24A	[1;2;3]	2	1	[2]	16	154,2	0,11	0	0	0	0	1	0
25A	[1;2;3;4]	1	1	[2]	25	258,71	0,02	0	0	0	0	0	0
26A	[1;2;3;4]	2	1	[2]	57	430,82	0,03	0	0	0	0	1	0
27A	[4]	1	1	[2]	0	0	0,11	0	0	0	0	0	0
28A	[1;2;3;4]	1	1	[2]	63	368,77	0,24	0	0	0	0	0	0
29A	[1;2;3;4]	2	1	[2]	23	200,04	0,08	0	0	0	0	1	0
30A	[1]	1	1	[2]	46	247,15	0,11	0	0	0	0	0	0
Mín.	-	1	1	-	0	0	0,02	0	0	0	0	0	0
Máx.	-	2	1	-	63	430,82	0,24	0	0	0	0	1	0
Desv. P.	-	0,48	0	-	19,88	128,99	0,07	0	0	0	0	0,48	0
Méd.	-	1,3	1	-	28,9	217,48	0,1	0	0	0	0	0,3	0

Tabela A.26 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 5 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
31A	76,98	30,67	30,67	30,67	30,67	134,49	190,52	190,52	190,52	151	6,54	0,06	0	0,45	0	0,45	7,96
32A	-	-	-	105,46	105,46	-	-	-	42,16	42,16	6,43	0,06	0	0,94	0,02	0,62	8,58
33A	127,77	80,68	61,6	61,6	61,6	380,64	360,02	360,02	360,02	360,02	15,83	0,19	0,89	1,53	0,02	0,55	19,53
34A	-	-	-	23,05	23,05	-	-	-	173,95	173,95	10,67	0,08	0,34	0,62	0,02	0,28	12,34
35A	42,96	40,08	40,08	40,08	40,08	194,92	156,6	156,6	156,6	156,6	9,13	0,06	0,16	2,34	0,03	1,42	14,13
36A	145,04	137,76	137,76	137,76	137,76	364,63	403,7	403,7	403,7	403,7	4,18	0,02	0	0,37	0	0,48	5,6
37A	-	-	-	86,25	86,25	-	-	-	414,51	411,11	6,1	0,06	0,27	1,42	0,02	0,47	8,74
38A	57,99	57,99	57,99	57,99	57,99	159,57	139,91	139,91	139,91	139,91	9,97	0,06	0,17	1,15	0,02	0,45	12,26
39A	171,92	146,29	146,29	146,29	146,29	202,38	242,51	242,51	242,51	242,51	8,11	0,06	0,12	1,61	0,02	0,42	10,72
40A	238,24	128,07	128,07	128,07	128,07	5,9	208,77	208,77	208,77	208,77	4,09	0,02	0	0,22	0	0,53	5,27
Mín.	42,96	30,67	30,67	23,05	23,05	5,9	139,91	139,91	42,16	42,16	4,09	0,02	0	0,22	0	0,28	5,27
Máx.	238,24	146,29	146,29	146,29	146,29	380,64	403,7	403,7	414,51	411,11	15,83	0,19	0,89	2,34	0,03	1,42	19,53
Desv. P.	69,44	48,33	49,39	45,7	45,7	131,09	101,27	101,27	122,53	124,12	3,52	0,05	0,27	0,67	0,01	0,31	4,29
Méd.	122,98	88,79	86,07	81,72	81,72	206,07	243,15	243,15	233,27	228,97	8,11	0,07	0,2	1,07	0,02	0,57	10,51

Tabela A.26 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
31A	[1;2;3;4]	2	1	[2]	18	81,34	0,12	0	0	0	0	1	0
32A	-	1	1	[2]	90	167,28	0,05	0	0	0	-	0	0
33A	[4]	1	1	[2]	47	120,02	0,11	0	0	0	0	0	0
34A	-	1	1	[2]	14	59,24	0,1	0	0	0	-	0	0
35A	[1]	1	1	[2]	36	56,4	0,08	0	0	0	0	0	0
36A	[1;2;3;4]	1	1	[1]	71	404,81	0,2	0	0	0	0	0	0
37A	-	2	1	[2]	41	267,26	0,21	0	0	0	-	1	0
38A	[1;2;3]	1	1	[2]	32	161,93	0,06	0	0	0	0	1	-1
39A	[1;2;4]	1	1	[2]	71	447,44	0,11	0	0	0	0	0	0
40A	[1;2;3]	1	1	[2]	128	128,35	0,1	0	0	0	0	0	0
Mín.	-	1	1	-	14	56,4	0,05	0	0	0	0	0	-1
Máx.	-	2	1	-	128	447,44	0,21	0	0	0	0	1	0
Desv. P.	-	0,42	0	-	35,38	139,5	0,05	0	0	0	0	0,48	0,32
Méd.	-	1,2	1	-	54,8	189,41	0,12	0	0	0	0	0,3	-0,1

Tabela A.27 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 6 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
41A	0	0	0	0	0	1292,66	872,97	872,97	737,65	737,65	17,88	0,2	0	44,34	0,11	1,29	65,19
32A	49,82	14	14	14	14	1336,18	500,19	500,19	288,7	288,7	19,23	0,23	0,19	190,96	0,06	1,15	213,6
43A	11,15	0	0	0	0	1917,54	1014,84	1014,84	327,24	327,24	16,57	0,19	0,12	7,85	0,05	1,09	27,11
44A	0	0	0	0	0	484,39	477,59	477,59	477,59	471,28	12,4	0,11	0	55,11	0,05	0,92	69,44
45A	39,63	25,91	25,91	25,91	25,91	726,42	1064,98	1064,98	915,89	929,39	11,72	0,09	0,03	33,23	0,39	1,75	48,72
46A	-	-	-	20,58	20,58	-	-	-	1104,26	1104,26	9,38	0,09	0	25,72	0,08	1,47	37,75
47A	113,51	16,24	16,24	16,24	16,24	623,23	1375,29	1375,29	1214,52	1255,19	14,26	0,12	0,11	9,17	0,53	1,67	27,03
48A	0	0	0	0	0	399,72	376,24	376,24	316,32	312,67	12	0,06	0	3,4	0,05	0,69	17,3
49A	77,75	34,2	34,2	34,2	34,2	1256,77	669,68	669,68	613,85	613,85	14,66	0,14	0,02	37,11	0,05	1,25	54,04
50A	98,09	77,98	77,98	58,03	58,03	2326,41	1922,54	1922,54	1772,68	1778,68	10,95	0,09	0,03	69,15	0,05	1,12	82,24
Mín.	0	0	0	0	0	399,72	376,24	376,24	288,7	288,7	9,38	0,06	0	3,4	0,05	0,69	17,3
Máx.	113,51	77,98	77,98	58,03	58,03	2326,41	1922,54	1922,54	1772,68	1778,68	19,23	0,23	0,19	190,96	0,53	1,75	213,6
Desv. P.	44,49	25,58	25,58	18,96	18,96	661,66	496,85	496,85	480,73	487,63	3,19	0,06	0,07	54,66	0,17	0,32	56,44
Méd.	43,33	18,7	18,7	16,9	16,9	1151,48	919,37	919,37	776,87	781,89	13,91	0,13	0,05	47,6	0,14	1,24	64,24

Tabela A.27 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
41A	[4]	2	1	[1]	0	0	0,08	0,06	0	0	1	0	0
32A	[1]	1	1	[2]	5	50	0,05	0,03	0	0	1	0	0
43A	[4]	3	2	[2;2]	0	0	0,06	0,06	0	0	1	0	0
44A	[4]	2	1	[2]	0	0	0,06	0,05	0	0	0	1	0
45A	[1]	2	2	[2;2]	18	57,56	0,08	0,1	0	0	1	-1	0
46A	-	2	2	[1;2]	5	82,91	0,14	0,11	0	0	-	0	0
47A	[2]	2	2	[2;2]	3	69,18	0,12	0,12	0	0	1	-1	0
48A	[4]	3	1	[2]	0	0	0,11	0,08	0	0	1	1	0
49A	[1]	2	2	[1;2]	9	135	0,05	0,05	0	0	1	0	0
50A	[2]	2	2	[1;2]	25	190,14	0,15	0,19	0	0	1	-1	0
Mín.	-	1	1	-	0	0	0,05	0,03	0	0	0	-1	0
Máx.	-	3	2	-	25	190,14	0,15	0,19	0	0	1	1	0
Desv. P.	-	0,57	0,52	-	8,61	64,68	0,04	0,05	0	0	0,33	0,74	0
Méd.	-	2,1	1,6	-	6,5	58,48	0,09	0,09	0	0	0,89	-0,1	0

Tabela A.28 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 7 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
51A	44,22	21,92	21,92	21,92	21,92	2358,86	1315,72	1315,72	568,95	457,96	17,14	0,22	0,17	336,12	0,31	0,97	356,34
52A	62,67	7,6	7,6	7,6	7,6	1092,03	803	803	499,44	499,44	19,8	0,22	0,05	493,27	0,03	0,81	515,28
53A	96,01	45,97	45,97	22,24	22,24	2184,82	1210,73	1210,73	858,98	858,98	26,18	0,53	1,22	463,79	0,03	0,83	494,47
54A	53,23	38,02	38,02	38,02	38,02	1062,51	565,49	565,49	158,73	158,73	21,9	0,37	0,17	1177,94	0,03	0,62	1206,32
55A	36,41	28,8	28,8	22,81	22,81	2045,23	2020,02	2020,02	1408,69	1408,69	16,18	0,3	0,19	663,84	0,02	0,73	682,2
56A	28,62	28,62	28,62	28,62	28,62	484,63	210,39	210,39	210,39	210,39	22,25	0,31	0,44	823,59	0,11	0,94	850,25
57A	140,41	66,44	66,44	55,32	55,32	2370,33	945,63	945,63	834,79	932,57	18,19	0,25	0,14	680,8	0,11	1,79	702,89
58A	107,81	45,23	45,23	25,83	25,83	1392,58	1180,53	1180,53	1542,52	1474,12	14,48	0,17	0,08	282,1	0,14	1,89	300,33
59A	14,09	0	0	0	0	570,88	432,48	432,48	432,48	514,21	11,75	0,14	0,05	43,54	0,06	1,34	57,84
60A	21,5	0	0	0	0	2769,55	2677,08	2677,08	1197,52	1174,13	16,16	0,19	0,08	12,48	0,06	1	31,2
Mín.	14,09	0	0	0	0	484,63	210,39	210,39	158,73	158,73	11,75	0,14	0,05	12,48	0,02	0,62	31,2
Máx.	140,41	66,44	66,44	55,32	55,32	2769,55	2677,08	2677,08	1542,52	1474,12	26,18	0,53	1,22	1177,94	0,31	1,89	1206,32
Desv. P.	41,47	21,65	21,65	17	17	813,73	746,89	746,89	484,65	474,25	4,23	0,11	0,36	356,76	0,09	0,44	360,26
Méd.	60,5	28,26	28,26	22,24	22,24	1633,14	1136,11	1136,11	771,25	768,92	18,4	0,27	0,26	497,75	0,09	1,09	519,71

Tabela A.28 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
51A	[4]	2	1	[2]	9	73,58	0,08	0,03	0	0	1	1	0
52A	[2]	1	1	[2]	2	30,02	0,08	0,03	0	0	1	0	0
53A	[3]	1	1	[2]	8	79,2	0,08	0,09	0	0	1	0	0
54A	[4]	1	1	[1]	10	150,1	0,02	0,03	31,6	0,83	1	0	1
55A	[4]	1	1	[1]	6	90,06	0,1	0,08	0	0	1	0	0
56A	[4]	2	1	[2]	18	71,1	0,03	0,02	0	0	0	0	-1
57A	[4]	2	3	[2;1;2]	39	120,6	0,16	0,12	0	0	1	-1	0
58A	[2]	3	2	[2;2]	7	101,15	0,22	0,17	0	0	1	1	0
59A	[1]	2	2	[1;2]	0	0	0,07	0,05	0	0	0	-1	0
60A	[3]	2	1	[1]	0	0	0,08	0,08	0	0	1	1	0
Mín.	-	1	1	-	0	0	0,02	0,02	0	0	0	-1	-1
Máx.	-	3	3	-	39	150,1	0,22	0,17	31,6	0,83	1	1	1
Desv. P.	-	0,67	0,7	-	11,54	49,24	0,06	0,05	9,99	0,26	0,42	0,74	0,47
Méd.	-	1,7	1,4	-	9,9	71,58	0,09	0,07	3,16	0,08	0,8	0,1	0

Tabela A.29 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 8 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
61A	0	0	0	0	0	3362,34	1800,83	1800,83	1651,44	1648,7	23,09	0,2	0,08	81,9	0,16	1,5	108,31
62A	25,48	0	0	0	0	955,59	949,04	949,04	949,04	944,51	23,76	0,31	0,17	39,39	0,12	1,06	66,38
63A	0	0	0	0	0	1215,87	352,89	352,89	312,68	314,68	18,94	0,25	0,05	42,37	0,12	1,37	64,63
64A	0	0	0	0	0	618,21	437,07	437,07	295,3	295,3	15,48	0,14	0	42,31	0,06	0,89	60,14
65A	45,92	45,92	45,92	45,92	45,92	1670,97	1159,56	1159,56	1049,08	834,11	14,82	0,12	0	37,21	0,83	1,64	56,28
66A	123,63	89,41	89,41	71,18	71,18	1137,23	2477,4	2477,4	1794,28	1794,28	10,26	0,06	0,03	39,36	0,08	1,47	52,24
67A	6,06	0	0	0	0	740,77	722,82	722,82	530,19	521,8	17,1	0,14	0	10,41	0,14	1,36	30,72
68A	0	0	0	0	0	1125,78	1008,38	1008,38	935,08	932,73	15,37	0,16	0	5,49	0,05	0,62	22,46
69A	12,63	0	0	0	0	2295,4	2684,97	2684,97	1097,16	1132,34	16,65	0,16	0,02	10,41	0,08	1,17	29,5
70A	38,92	38,92	38,92	13,58	13,58	3073,69	1288,38	1288,38	1902,17	1878,77	13,88	0,11	0	22,99	0,03	1,12	39,03
Mín.	0	0	0	0	0	618,21	352,89	352,89	295,3	295,3	10,26	0,06	0	5,49	0,03	0,62	22,46
Máx.	123,63	89,41	89,41	71,18	71,18	3362,34	2684,97	2684,97	1902,17	1878,77	23,76	0,31	0,17	81,9	0,83	1,64	108,31
Desv. P.	38,54	30,88	30,88	25,06	25,06	969,91	799,77	799,77	582,23	583,35	4,1	0,07	0,05	22,46	0,24	0,31	24,97
Méd.	25,26	17,43	17,43	13,07	13,07	1619,58	1288,13	1288,13	1051,64	1029,72	16,94	0,17	0,04	33,18	0,17	1,22	52,97

Tabela A.29 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
61A	[4]	3	2	[2;2]	0	0	0,16	0,07	0	0	1	1	-1
62A	[4]	2	1	[2]	0	0	0,1	0,06	0	0	0	1	0
63A	[4]	2	2	[2;2]	0	0	0,16	0,09	0	0	1	-1	-1
64A	[4]	1	1	[1]	0	0	0,04	0,04	0	0	1	0	0
65A	[4]	3	3	[2;2;2]	41	65,6	0,09	0,15	0	0	1	1	1
66A	[2;3]	2	2	[1;2]	15	295,89	0,17	0,16	0	0	1	0	0
67A	[1]	4	2	[2;2]	0	0	0,1	0,11	0	0	1	1	0
68A	[3]	2	1	[2]	0	0	0,11	0,06	0	0	1	1	0
69A	[4]	2	2	[2;2]	0	0	0,06	0,07	0	0	1	-1	0
70A	[4]	4	2	[2;2]	7	39,9	0,14	0,08	0	0	1	1	0
Mín.	-	1	1	-	0	0	0,04	0,04	0	0	0	-1	-1
Máx.	-	4	3	-	41	295,89	0,17	0,16	0	0	1	1	1
Desv. P.	-	0,97	0,63	-	13,16	92,7	0,04	0,04	0	0	0,32	0,84	0,57
Méd.	-	2,5	1,8	-	6,3	40,14	0,11	0,09	0	0	0,9	0,4	-0,1

Tabela A.30 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 9 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
71A	0	0	0	0	0	1852,6	1272,18	1272,18	1254,98	1241,22	24,71	0,34	0,03	184,21	0,11	0,94	211,94
72A	25,73	21,96	21,96	21,96	21,96	2636,91	776,2	776,2	566,4	566,4	24,01	0,3	0,03	1175,95	0,03	0,58	1204,71
73A	42,6	5,58	5,58	5,58	5,58	2495,88	3473,1	3473,1	1265,49	1099,45	32,2	0,61	0,97	218,42	0,05	0,73	254,76
74A	85,66	78,05	78,05	42,83	42,83	952,36	973,36	973,36	1860,55	1855,75	20,73	0,44	0,44	1178,57	0,05	0,84	1203,42
75A	91,93	41,41	41,41	36,72	36,72	1135,65	958,18	958,18	1139,39	922,78	17,96	0,31	0,22	121,09	0,05	0,7	141,76
76A	61,74	28,62	28,62	28,62	28,62	3600,59	3134,2	3134,2	2646,69	2646,69	25,69	0,39	0,87	437,52	0,11	1,36	467,81
77A	123,28	85,2	85,2	79,44	79,44	1430,2	2410,4	2410,4	1982,88	1951,08	19,84	0,3	0,22	1180,46	0,22	1,37	1207,71
78A	81,56	53,6	53,6	53,6	53,6	1910,22	1235,86	1235,86	1070,81	1070,81	20,53	0,23	0,11	1179,32	0,12	0,97	1206,43
79A	0	0	0	0	0	2683,73	1969	1969	1261,54	1261,54	17,47	0,19	0,02	43,32	0,03	1,48	63,68
80A	19,8	0	0	0	0	793,77	466,73	466,73	466,73	444,28	20,5	0,17	0,03	39,81	0,05	1,54	63,45
Mín.	0	0	0	0	0	793,77	466,73	466,73	466,73	444,28	17,47	0,17	0,02	39,81	0,03	0,58	63,45
Máx.	123,28	85,2	85,2	79,44	79,44	3600,59	3473,1	3473,1	2646,69	2646,69	32,2	0,61	0,97	1180,46	0,22	1,54	1207,71
Desv. P.	42,14	32,29	32,29	26,82	26,82	901,19	1033,76	1033,76	656,85	671,35	4,41	0,13	0,36	530,32	0,06	0,35	531,2
Méd.	53,23	31,44	31,44	26,87	26,87	1949,19	1666,92	1666,92	1351,55	1306	22,36	0,33	0,29	575,87	0,08	1,05	602,57

Tabela A.30 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
71A	[4]	3	1	[2]	0	0	0,08	0,07	0	0	1	1	0
72A	[4]	1	1	[1]	10	69,8	0,04	0,07	21,8	0,99	1	0	0
73A	[2]	2	1	[2]	4	11,88	0,07	0,06	0	0	1	1	0
74A	[4]	2	1	[2]	24	118,14	0,08	0,1	42,94	1	1	1	1
75A	[4]	2	1	[2]	24	87,62	0,13	0,11	0	0	1	1	0
76A	[4]	2	2	[1;2]	18	71,1	0,12	0,13	0	0	1	0	0
77A	[1]	3	2	[1;2]	60	157,18	0,12	0,11	79,39	1	1	1	-1
78A	[1]	1	1	[2]	19	192	0,07	0,06	22,56	0,42	1	0	0
79A	[4]	2	2	[2;2]	0	0	0,11	0,09	0	0	1	0	0
80A	[4]	2	2	[1;2]	0	0	0,03	0,04	0	0	0	1	0
Mín.	-	1	1	-	0	0	0,03	0,04	0	0	0	0	-1
Máx.	-	3	2	-	60	192	0,13	0,13	79,39	1	1	1	1
Desv. P.	-	0,67	0,52	-	18,33	69,27	0,03	0,03	26,57	0,47	0,32	0,52	0,47
Méd.	-	2	1,4	-	15,9	70,77	0,08	0,08	16,67	0,34	0,9	0,6	0

Tabela A.31 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 10 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
81A	42,22	0	0	0	0	5461,88	4849,65	4849,65	1400,02	1480,11	30,62	1,03	0,69	1168,14	0,19	1,67	1208,42
82A	57,89	0	0	0	0	2149,81	2157,17	2157,17	494,83	494,83	32,6	0,9	0,3	1166,38	0,09	0,98	1205,68
83A	0	0	0	0	0	2157,83	566,54	566,54	121,44	127,04	28,83	0,7	0	1171,47	0,09	1,36	1208,99
84A	44,75	0	0	0	0	2354,98	2745,06	2745,06	443,86	443,86	29,09	1,09	0,36	1170,44	0,14	1,33	1208,61
85A	0	0	0	0	0	1387	643,32	643,32	161,81	146,29	34,15	0,92	0	1167,97	0,14	0,98	1209,74
86A	5,46	0	0	0	0	1120,43	505,23	505,23	120,12	120,12	30,67	0,72	0	1169,64	0,14	1,45	1208,46
87A	0	0	0	0	0	7827,32	986,43	986,43	380,71	471,19	34,9	0,9	0,3	1164,2	0,33	2,06	1206,85
88A	0	0	0	0	0	1459,85	639,52	639,52	177,04	143,59	38,7	0,97	0	1161,52	0,09	0,94	1208,09
89A	0	0	0	0	0	1942,08	1045,07	1045,07	397,18	311,54	23,51	0,32	0,01	1176,41	0,1	1,31	1205,55
90A	55,76	0	0	0	0	4140,25	2183,56	2183,56	258,25	364,23	35,47	1,22	0,49	1164,8	0,16	1,48	1208,62
Mín.	0	0	0	0	0	1120,43	505,23	505,23	120,12	120,12	23,51	0,32	0	1161,52	0,09	0,94	1205,55
Máx.	57,89	0	0	0	0	7827,32	4849,65	4849,65	1400,02	1480,11	38,7	1,22	0,69	1176,41	0,33	2,06	1209,74
Desv. P.	25,88	0	0	0	0	2163,79	1386,47	1386,47	379,12	404,64	4,27	0,25	0,25	4,22	0,07	0,35	1,41
Méd.	20,61	0	0	0	0	3000,14	1632,15	1632,15	395,53	410,28	31,85	0,88	0,22	1168,1	0,15	1,36	1207,9

Tabela A.31 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
81A	[3]	2	2	[2;2]	0	0	0,07	0,12	0,03	0,88	1	-1	-1
82A	[1]	1	1	[1]	0	0	0,06	0,05	0,01	0,95	1	0	-1
83A	[4]	2	2	[2;2]	0	0	0,03	0,06	0	0,8	1	-1	-1
84A	[4]	1	1	[1]	0	0	0,04	0,08	0,01	1	1	0	1
85A	[4]	3	1	[1]	0	0	0,01	0,03	0	1	1	1	1
86A	[1]	2	2	[1;2]	0	0	0,02	0,02	0	1	1	0	1
87A	[4]	2	2	[1;2]	0	0	0,05	0,05	0,01	0,87	1	-1	1
88A	[4]	2	1	[1]	0	0	0,01	0,03	0	1	1	1	-1
89A	[4]	6	2	[2;2]	0	0	0,08	0,02	0,01	0,61	1	1	1
90A	[3]	2	2	[1;2]	0	0	0,06	0,02	0	0,73	1	-1	1
Mín.	-	1	1	-	0	0	0,01	0,02	0	0,61	1	-1	-1
Máx.	-	6	2	-	0	0	0,08	0,12	0,03	1	1	1	1
Desv. P.	-	1,42	0,52	-	0	0	0,02	0,03	0,01	0,14	0	0,88	1,03
Méd.	-	2,3	1,6	-	0	0	0,04	0,05	0,01	0,88	1	-0,1	0,2

Tabela A.32 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 11 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
91A	260,35	77,48	77,48	60,52	-	8179,72	6234,64	6234,64	6301,84	-	27,12	0,58	0,72	1171,86	0,27	2,31	1207,61
92A	0	0	0	0	0	2411,78	590,08	590,08	213,56	198,81	25,8	0,47	0	153,49	0,47	2,2	184,38
93A	234,42	2,8	2,8	0	0	6114,23	3810,67	3810,67	2152,88	2166,78	28,81	0,69	0,11	1171,47	0,06	1,87	1210,98
94A	86,16	15,84	15,84	1,59	1,59	2768,42	2409,28	2409,28	1760,58	1683,37	38,36	0,95	0,69	1161,59	0,31	1,94	1209,97
95A	318,95	148,01	148,01	148,01	148,01	3194,85	5188,05	5188,05	3939,89	3859,19	40,52	1,13	0,8	1161,25	0,15	1,84	1210,24
96A	8	0	0	0	0	2698,19	858,55	858,55	18,41	18,41	38,07	0,86	0,07	1161,33	0,16	1,28	1205,91
97A	13,04	2,24	2,24	0	0	4967,72	2682,44	2682,44	4345,22	4058,01	28,54	0,91	0,66	1170,13	0,62	2,13	1207,33
98A	13,41	0	0	0	0	2613,32	850,24	850,24	659,56	645,06	36,93	0,87	0,04	1162,41	0,59	1,96	1207,1
99A	0	0	0	0	0	2131,29	434,36	434,36	303,18	267,1	26,79	0,45	0	1173	0,26	1,27	1207,09
100A	10,75	0	0	0	0	978,49	618,65	618,65	237,08	325,62	24,07	0,35	0	1176,79	0,09	1,36	1209,34
Mín.	0	0	0	0	0	978,49	434,36	434,36	18,41	18,41	24,07	0,35	0	153,49	0,06	1,27	184,38
Máx.	318,95	148,01	148,01	148,01	148,01	8179,72	6234,64	6234,64	6301,84	4058,01	40,52	1,13	0,8	1176,79	0,62	2,31	1210,98
Desv. P.	126,09	49,56	49,56	48,49	49,27	2166,65	2098,35	2098,35	2179,48	1584,98	6,2	0,26	0,35	320,79	0,2	0,38	323,83
Méd.	94,51	24,64	24,64	21,01	16,62	3605,8	2367,7	2367,7	1993,22	1469,15	31,5	0,73	0,31	1066,33	0,3	1,82	1106

Tabela A.32 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
91A	[3;4]	2	4	[2;2;2]	32	174,6	0,08	0,25	60,68	1	1	-	1
92A	[4]	4	2	[1;2]	0	0	0,03	0,03	0	0	1	1	0
93A	[2]	2	2	[1;2]	0	0	0,11	0,07	0,04	0,97	1	-1	-1
94A	[4]	4	2	[2;2]	1	3,95	0,13	0,08	1,64	1	1	1	1
95A	[2]	3	3	[2;2;2]	70	460,06	0,1	0,24	148,09	1	1	1	1
96A	[4]	2	1	[2]	0	0	0,01	0,02	0	1	1	0	1
97A	[3]	5	2	[2;2]	0	0	0,14	0,19	0,11	0,98	1	1	1
98A	[1]	4	2	[2;2]	0	0	0,03	0,03	0,01	1	1	1	-1
99A	[4]	3	2	[1;2]	0	0	0,01	0,04	0,01	1	1	1	1
100A	[1]	2	2	[2;2]	0	0	0,02	0,02	0,01	0,97	1	-1	-1
Mín.	-	2	1	-	0	0	0,01	0,02	0	0	1	-1	-1
Máx.	-	5	3	-	70	460,06	0,14	0,25	148,09	1	1	1	1
Desv. P.	-	1,1	0,5	-	23,25	149,58	0,05	0,09	48,51	0,31	0	0,88	0,95
Méd.	-	3,1	2	-	10,3	63,86	0,07	0,1	21,06	0,89	1	0,44	0,3

Tabela A.33 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 12 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
101A	8,42	0	0	0	6,7	2738,87	1404,11	1404,11	482,16	466,13	41,03	1,43	0,16	1157,72	0,86	2,29	1208,56
102A	83,1	19,08	19,08	16,24	16,24	3311,91	1702,45	1702,45	726,45	726,45	39,57	1,03	0,17	1162,25	0,11	0,72	1210,14
103A	54,18	0	0	0	0	1451,01	1232	1232	243,53	243,53	37,16	0,95	0,02	1162,17	0,12	1,11	1206,28
104A	131,69	0	0	0	0	4877,17	3568,15	3568,15	820,46	820,46	31,98	1,17	1,09	1166,59	0,2	1,26	1208,77
105A	24,48	0	0	0	0	2393,86	1477,42	1477,42	664,76	616,06	42,97	1,32	0	1157,36	0,22	1,71	1210,4
106A	0	0	0	0	0	4931,69	1308,77	1308,77	420,64	381,41	38,41	0,85	0,08	1161,46	0,37	1,4	1209,45
107A	0	0	0	0	16,8	3527,03	915,96	915,96	915,96	924,64	45,89	1,36	0,27	1152,77	0,64	2,45	1209,16
108A	0	0	0	0	0	1388,09	423,04	423,04	215,72	189,23	48,74	1,26	0	1151,99	0,16	1,53	1210,36
109A	0	0	0	0	0	1826,58	1369,67	1369,67	740,08	637,27	26,81	0,42	0,01	1173,59	0,1	1,27	1209,48
110A	124,32	0	0	0	0	3357,5	1498,38	1498,38	666,61	666,61	41,69	1,34	0	1158,89	0,21	1,48	1210,16
Mín.	0	0	0	0	0	1388,09	423,04	423,04	215,72	189,23	26,81	0,42	0	1151,99	0,1	0,72	1206,28
Máx.	131,69	19,08	19,08	16,24	16,8	4931,69	3568,15	3568,15	915,96	924,64	48,74	1,43	1,09	1173,59	0,86	2,45	1210,4
Desv. P.	52,86	6,03	6,03	5,13	6,94	1272,11	813,31	813,31	238,61	241,94	6,41	0,31	0,33	6,39	0,26	0,52	1,24
Méd.	42,62	1,91	1,91	1,62	3,97	2980,37	1489,99	1489,99	589,64	567,18	39,43	1,11	0,18	1160,48	0,3	1,52	1209,28

Tabela A.33 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
101A	[4]	2	3	[1;2;2]	0	0	0,09	0,02	0,01	0,69	1	-1	1
102A	[1]	1	1	[2]	3	69,18	0,06	0,15	16,25	1	1	0	1
103A	[1]	2	1	[2]	0	0	0,04	0,03	0	0,61	1	0	1
104A	[3]	1	1	[2]	0	0	0,05	0,07	0,02	0,98	1	0	1
105A	[1]	5	2	[2;2]	0	0	0,03	0,06	0,01	1	1	1	1
106A	[3]	3	2	[2;2]	0	0	0,02	0,03	0,01	0,75	1	1	-1
107A	[4]	2	3	[1;2;2]	0	0	0,06	0,03	0,02	1	0	-1	1
108A	[4]	3	2	[1;2]	0	0	0,02	0,02	0	0,95	1	1	1
109A	[4]	4	2	[2;2]	0	0	0,07	0,05	0,01	0,87	1	1	1
110A	[2]	3	2	[1;2]	0	0	0,04	0,05	0,01	1	1	0	1
Mín.	-	1	1	-	0	0	0,02	0,02	0	0,61	0	-1	-1
Máx.	-	5	3	-	3	69,18	0,09	0,15	16,25	1	1	1	1
Desv. P.	-	1,26	0,74	-	0,95	21,88	0,02	0,04	5,14	0,15	0,32	0,79	0,63
Méd.	-	2,6	1,9	-	0,3	6,92	0,05	0,05	1,64	0,88	0,9	0,2	0,8

Tabela A.34 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 13 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
111A	125,06	8,42	0	0	13,41	5291,34	5095,71	5197,8	1149,36	990,87	36,43	1,51	2,07	1160,31	0,31	2,64	1209,32
112A	10,82	0	0	0	0	3369,64	1638,22	1638,22	598,17	598,17	25,64	0,42	0,01	524,14	0,15	1,07	553,64
113A	96,93	34,2	34,2	2,8	2,8	8065,78	3064,24	3064,24	2499,17	2481,17	34,16	0,89	0,16	1165,11	0,11	1,65	1205,95
114A	109,17	7,35	7,35	0	0	3063,67	2700,33	2700,33	5599,16	4815,78	42,09	1,22	0,57	1157,83	0,46	1,34	1211,54
115A	190,58	68,85	68,85	68,85	139,94	7797,34	6224,87	6224,87	5289,21	5309,02	48,13	1,44	0,87	1154,99	0,13	1,4	1213,21
116A	13,41	5,41	5,41	0	0	9309,8	2342,25	2342,25	902,57	856,13	41,94	0,91	0,55	1156,96	0,55	1,1	1208,2
117A	-	-	-	15,5	15,5	-	-	-	10088,76	9920,02	36,33	0,91	0,31	1162,68	0,53	1,31	1207,74
118A	14,31	0	0	0	0	2485,61	1075,24	1075,24	530,78	460,05	43,82	0,98	0,22	1156,39	0,23	1,25	1209,07
119A	0	0	0	0	0	1469,49	824,69	824,69	293,39	250	31,76	0,59	0	1168,65	0,31	0,78	1209,7
120A	0	0	0	0	0	1915,03	1171,53	1171,53	811,13	825,81	26,28	0,42	0,01	1176,14	0,12	1,39	1210,6
Mín.	0	0	0	0	0	1469,49	824,69	824,69	293,39	250	25,64	0,42	0	524,14	0,11	0,78	553,64
Máx.	190,58	68,85	68,85	68,85	139,94	9309,8	6224,87	6224,87	10088,76	9920,02	48,13	1,51	2,07	1176,14	0,55	2,64	1213,21
Desv. P.	69,73	23,32	23,73	21,68	43,54	2958,9	1872,23	1888,92	3228,4	3139,48	7,45	0,38	0,63	201,85	0,17	0,5	207,41
Méd.	62,25	13,8	12,87	8,72	17,17	4751,97	2681,9	2693,24	2776,17	2650,7	36,66	0,93	0,48	1098,32	0,29	1,39	1143,9

Tabela A.34 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
111A	[1]	2	3	[1;2;2]	0	0	0,11	0,03	0,02	0,88	1	-1	1
112A	[4]	4	1	[2]	0	0	0,03	0,04	0	0	1	0	0
113A	[4]	2	2	[2;2]	1	10	0,08	0,07	2,84	1	1	1	1
114A	[4]	3	1	[2]	0	0	0,14	0,23	0,12	1	1	1	-1
115A	[4]	2	2	[2;2]	16	280,27	0,16	0,11	68,94	1	1	-1	1
116A	[4]	4	1	[2]	0	0	0,07	0,06	0,01	0,78	1	1	1
117A	-	3	1	[2]	10	37,52	0,09	0,51	15,72	1	-	1	1
118A	[1]	3	1	[1]	0	0	0,03	0,05	0,01	0,93	1	1	1
119A	[4]	3	1	[1]	0	0	0,03	0,05	0	0,82	1	1	0
120A	[4]	2	2	[2;2]	0	0	0,03	0,03	0,01	0,99	1	-1	-1
Mín.	-	2	1	-	0	0	0,03	0,03	0	0	1	-1	-1
Máx.	-	4	3	-	16	280,27	0,16	0,51	68,94	1	1	1	1
Desv. P.	-	0,79	0,71	-	5,62	87,76	0,05	0,15	21,7	0,31	0	0,95	0,84
Méd.	-	2,8	1,5	-	2,7	32,78	0,08	0,12	8,77	0,84	1	0,3	0,4

Tabela A.35 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 14 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
121A	0	0	0	0	0	2047,21	886,04	886,04	620,63	712,07	58,33	3,11	0	1140,52	0,48	2,84	1215,08
122A	20,02	0	0	0	0	6558,55	2782,99	2782,99	943,13	919,99	20,34	0,55	0,01	1181,67	0,29	1,04	1215,85
123A	8,4	0	0	0	0	8732,59	2743,1	2743,1	844,42	669,39	36,57	0,96	0,01	1167,53	0,27	1,04	1213,7
124A	0	0	0	0	0	1708,84	879,21	879,21	822,39	869,76	48,85	1,68	0,05	1149,99	0,86	2,88	1211,75
125A	0	0	0	0	0	8588,21	2099,98	2099,98	1370,41	1329,55	35,88	1,05	0,06	1163,24	0,16	1,52	1207,58
126A	0	0	0	0	0	4016,2	1440,34	1440,34	829,97	747,89	44,92	1,4	0	1154	0,48	1,99	1209,79
127A	0	0	0	0	0	3571,48	1002,67	1002,67	773,6	745,09	50,44	1,95	0	1148,11	0,23	2,02	1209,58
128A	0	0	0	0	0	4978,2	1813,02	1813,02	693,1	445,69	61,61	3,21	0,62	1141,76	0,52	2,04	1222,81
129A	10,82	0	0	0	0	3658,83	2364,4	2364,4	449,4	411,33	41,83	1,64	0,03	1159,12	0,2	1,62	1213,21
130A	0	0	0	0	0	1443,87	707,49	707,49	514,26	446,22	50,88	1,88	0,02	1147,61	0,16	1,16	1209,18
Mín.	0	0	0	0	0	1443,87	707,49	707,49	449,4	411,33	20,34	0,55	0	1140,52	0,16	1,04	1207,58
Máx.	20,02	0	0	0	0	8732,59	2782,99	2782,99	1370,41	1329,55	61,61	3,21	0,62	1181,67	0,86	2,88	1222,81
Desv. P.	6,95	0	0	0	0	2667,41	798,77	798,77	257,37	275,39	12,04	0,86	0,19	12,76	0,22	0,67	4,43
Méd.	3,92	0	0	0	0	4530,4	1671,92	1671,92	786,13	729,7	44,97	1,74	0,08	1155,36	0,37	1,82	1212,85

Tabela A.35 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
121A	[1]	2	3	[1;2;2]	0	0	0,04	0,04	0,01	0,95	1	-1	-1
122A	[4]	6	1	[2]	0	0	0,06	0,09	0,01	1	1	1	-1
123A	[4]	7	1	[2]	0	0	0,02	0,04	0,01	1	1	1	1
124A	[4]	3	3	[1;1;2]	0	0	0,06	0,18	0,01	1	1	-1	-1
125A	[4]	4	2	[2;2]	0	0	0,1	0,05	0,02	1	1	1	-1
126A	[4]	5	2	[2;2]	0	0	0,05	0,08	0,01	1	1	1	-1
127A	[4]	5	2	[2;2]	0	0	0,03	0,04	0,01	1	1	1	-1
128A	[4]	7	1	[1]	0	0	0,04	0,07	0,01	1	1	1	1
129A	[3]	4	2	[2;2]	0	0	0,08	0,1	0,01	0,98	1	1	-1
130A	[4]	3	1	[2]	0	0	0,03	0,05	0,01	0,97	1	1	1
Mín.	-	2	1	-	0	0	0,02	0,04	0,01	0,95	1	-1	-1
Máx.	-	7	3	-	0	0	0,1	0,18	0,02	1	1	1	1
Desv. P.	-	1,71	0,79	-	0	0	0,03	0,04	0	0,02	0	0,84	0,97
Méd.	-	4,6	1,8	-	0	0	0,05	0,07	0,01	0,99	1	0,6	-0,4

Tabela A.36 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 15 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
131A	0	0	0	0	0	6591,09	1040,57	1040,57	880,65	831,68	80,47	5,1	2,49	1112,36	0,37	2,66	1217,7
132A	11,41	0	0	0	21,5	7088,85	3748,18	3748,18	2394,9	2290,01	51,87	2,05	0,71	1145,66	0,47	2,6	1211,4
133A	47,27	27,16	27,16	27,16	-	9571,53	3406,48	3406,48	2662,14	-!	34,55	1,23	0,76	1163,82	1,98	1,9	1212,11
134A	15,2	0	0	0	14,62	11548,63	5144,12	5144,12	1342,19	1128,38	49,38	1,5	0,21	1150,24	0,31	2,35	1211,68
135A	142,29	0	0	0	0	8463,14	4606,6	4606,6	626,86	765,52	98,24	6,45	2,9	1092,69	0,44	2,07	1217,34
136A	3,6	0	0	0	21,01	6635,79	4122,69	4122,69	3539,67	3536,23	77,69	4	1,34	1117,38	0,41	2,62	1215,94
137A	0	0	0	0	3,38	4303,5	1262,7	1262,7	1110,16	1113,87	47,78	1,61	0	1150,93	0,88	3,03	1210,72
138A	19,46	16,24	16,24	16,24	16,24	6783,61	1306,16	1306,16	1306,16	1005	76,75	3,66	4,64	1115,14	0,26	0,95	1214,04
139A	0	0	0	0	0	3245,07	1090,7	1090,7	630,44	547,07	54,86	2,46	0,28	1142,71	0,71	2,46	1211,64
140A	37,18	0	0	0	0	17365,23	4183,69	4183,69	3845,01	3547,54	30,92	1,23	0,1	1169,89	0,11	1,43	1210,29
Mín.	0	0	0	0	0	3245,07	1040,57	1040,57	626,86	547,07	30,92	1,23	0	1092,69	0,11	0,95	1210,29
Máx.	142,29	27,16	27,16	27,16	21,5	17365,23	5144,12	5144,12	3845,01	3547,54	98,24	6,45	4,64	1169,89	1,98	3,03	1217,7
Desv. P.	43,43	9,5	9,5	9,5	9,6	4016,07	1630,82	1630,82	1193,17	1183,81	21,91	1,81	1,53	25,17	0,53	0,63	2,78
Méd.	27,64	4,34	4,34	4,34	8,53	8159,64	2991,19	2991,19	1833,82	1640,59	60,25	2,93	1,34	1136,08	0,59	2,21	1213,29

Tabela A.36 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
131A	[4]	4	2	[1;2]	0	0	0,03	0,06	0,01	1	1	1	1
132A	[4]	3	3	[2;2;2]	0	0	0,06	0,07	0,02	0,97	1	-1	1
133A	[4]	2	5	[1;1;2;2]	14	79,8	0,07	0,1	27,19	1	1	-	1
134A	[4]	3	3	[1;2;2]	0	0	0,03	0,07	0,01	0,99	1	-1	1
135A	[3]	2	2	[2;2]	0	0	0,02	0,04	0,01	1	1	-1	1
136A	[4]	2	3	[1;2;2]	0	0	0,05	0,15	0,04	1	1	-1	1
137A	[4]	3	3	[1;2;2]	0	0	0,03	0,04	0,01	1	1	-1	1
138A	[4]	7	1	[2]	3	69,18	0,02	0,03	16,25	1	0	1	1
139A	[4]	5	2	[2;2]	0	0	0,03	0,06	0,01	0,98	1	1	1
140A	[4]	3	2	[1;2]	0	0	0,11	0,17	0,03	1	1	1	1
Mín.	-	2	1	-	0	0	0,02	0,03	0,01	0,97	0	-1	1
Máx.	-	7	3	-	14	79,8	0,11	0,17	27,19	1	1	1	1
Desv. P.	-	1,58	0,71	-	4,42	31,51	0,03	0,05	9,51	0,01	0,32	1,05	0
Méd.	-	3,4	2,33	-	1,7	14,9	0,05	0,08	4,36	0,99	0,9	-0,11	1

Tabela A.37 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 16 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
141A	0	0	0	0	6,7	2174,59	911,04	911,04	785,26	674,84	80,13	4,47	0	1115,62	0,52	2,6	1215,77
142A	0	0	0	0	0	4763,74	3102,22	3102,22	1237,85	1040,33	27,86	0,67	0,01	1174,2	0,39	1,77	1212,65
143A	8,4	0	0	0	0	8356,74	6806,99	6806,99	1840,1	1501,03	43,97	1,15	0,06	1156,33	0,34	1,65	1211,19
144A	0	0	0	0	0	2627,08	797,38	797,38	797,38	652,42	65,05	2,23	0	1133,07	1,08	2,15	1213,7
145A	0	0	0	0	0	10919,58	2503,58	2503,58	1632,62	1597	46,01	1,31	0,02	1152,89	0,13	1,52	1209,25
146A	0	0	0	0	0	3090,27	1367,42	1367,42	1104,19	1026,08	55,43	1,88	0	1142,99	0,33	0,98	1210,99
147A	0	0	0	0	0	4740,07	2205,96	2205,96	813,62	564,2	64,28	2,49	0,12	1134,43	0,83	1,32	1213,33
148A	0	0	0	0	0	7903,94	3298,78	3298,78	1602,62	1153,63	85,57	4,63	0,51	1109,44	0,54	1,8	1216,75
149A	5,41	0	0	0	0	5448,57	1909,47	1909,47	733,41	733,41	46,23	1,84	0,23	1154,14	0,16	1,01	1212,6
150A	7,6	0	0	0	0	2532,45	875	875	754,32	754,32	59,33	2,56	0,03	1138,44	0,15	0,97	1211,16
Mín.	0	0	0	0	0	2174,59	797,38	797,38	733,41	564,2	27,86	0,67	0	1109,44	0,13	0,97	1209,25
Máx.	8,4	0	0	0	6,7	10919,58	6806,99	6806,99	1840,1	1597	85,57	4,63	0,51	1174,2	1,08	2,6	1216,75
Desv. P.	3,52	0	0	0	2,12	2939,43	1800,73	1800,73	424,33	360,88	17,42	1,32	0,16	19,46	0,31	0,54	2,28
Méd.	2,14	0	0	0	0,67	5255,7	2377,78	2377,78	1130,14	969,73	57,39	2,32	0,1	1141,16	0,45	1,58	1212,74

Tabela A.37 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
141A	[4]	2	3	[1;2;2]	0	0	0,02	0,03	0,01	0,79	1	-1	1
142A	[4]	4	2	[2;2]	0	0	0,03	0,04	0,01	1	1	1	-1
143A	[4]	4	2	[2;2]	0	0	0,05	0,03	0,01	1	1	1	-1
144A	[1]	6	2	[1;2]	0	0	0,03	0,05	0,01	1	0	1	1
145A	[4]	3	2	[2;2]	0	0	0,04	0,07	0,02	0,98	1	1	-1
146A	[4]	4	1	[2]	0	0	0,03	0,05	0,01	1	1	1	-1
147A	[4]	7	1	[2]	0	0	0,03	0,03	0,01	1	1	1	1
148A	[4]	3	2	[2;2]	0	0	0,02	0,04	0,01	0,99	1	1	1
149A	[4]	3	1	[2]	0	0	0,06	0,12	0,01	0,98	1	0	1
150A	[1]	2	1	[2]	0	0	0,04	0,06	0,01	1	1	0	-1
Mín.	-	2	1	-	0	0	0,02	0,03	0,01	0,79	0	-1	-1
Máx.	-	7	3	-	0	0	0,06	0,12	0,02	1	1	1	1
Desv. P.	-	1,62	0,67	-	0	0	0,01	0,03	0	0,06	0,32	0,7	1,05
Méd.	-	3,8	1,7	-	0	0	0,04	0,05	0,01	0,97	0,9	0,6	0

Tabela A.38 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 17 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
151A	6,7	0	0	0	9,7	11210,69	5022,12	5022,12	2476,97	2218,06	116,59	7,1	6,18	1070,82	0,91	5,21	1234,32
152A	13,41	0	0	0	-	11490,54	5975,41	5975,41	5897,61	-	93,5	3,67	0,82	1102,23	0,87	1,97	1220,96
153A	87,5	27,16	27,16	27,16	-	11538,77	5808,78	5808,78	5808,78	-	41,49	1,54	1,1	1156,28	0,69	2	1213,91
154A	131,56	0	0	0	42,24	5714,34	2529,9	2529,9	2345,29	1604,21	62,78	2,05	0	1135,54	0,55	2,5	1213,22
155A	46,73	0	0	0	0	18858,33	3211,98	3211,98	3211,98	3179,88	119,19	8,49	2,91	1069,98	0,55	2,17	1224,21
156A	277,52	51,07	2,12	2,12	2,12	13143,14	9835,16	9835,16	8807,02	8496,42	83,03	5	5,09	1107,58	0,36	1,89	1221,05
157A	0	0	0	0	14,3	2856,03	1145,75	1145,75	562,69	2254,5	59,91	2,05	0	1138,38	1,3	3	1213,54
158A	35,7	19,46	19,46	19,46	19,46	15524,59	3370,48	3370,48	3165,07	2858,05	100,75	4,98	3,43	1092,02	0,42	0,97	1220,53
159A	0	0	0	0	0	3310,86	1598,55	1598,55	1595,55	1399,01	67,3	2,79	0,75	1129,44	0,38	1,7	1213,43
160A	82,42	25,06	25,06	25,06	25,06	15916,29	12972,64	12972,64	7540,73	7342,58	34,31	1,45	0,18	1164,44	0,23	2,14	1210,23
Mín.	0	0	0	0	0	2856,03	1145,75	1145,75	562,69	1399,01	34,31	1,45	0	1069,98	0,23	0,97	1210,23
Máx.	277,52	51,07	27,16	27,16	42,24	18858,33	12972,64	12972,64	8807,02	8496,42	119,19	8,49	6,18	1164,44	1,3	5,21	1234,32
Desv. P.	85,64	17,78	11,57	11,57	14,65	5425,55	3752,19	3752,19	2713,95	2704,98	29,6	2,44	2,23	33,37	0,32	1,13	7,2
Méd.	68,15	12,28	7,38	7,38	14,11	10956,36	5147,08	5147,08	4141,17	3669,09	77,89	3,91	2,05	1116,67	0,63	2,36	1218,54

Tabela A.38 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
151A	[4]	3	3	[1;2;2]	0	0	0,04	0,06	0,02	0,99	1	-1	1
152A	[4]	3	4	[1;2;2]	0	0	0,07	0,21	0,04	0,98	1	-	1
153A	[4]	2	4	[2;2;2]	14	79,8	0,1	0,15	27,2	1	0	-	1
154A	[2]	3	3	[1;2;2]	0	0	0,04	0,08	0,02	1	1	-1	1
155A	[4]	4	2	[1;2]	0	0	0,06	0,08	0,02	1	0	1	1
156A	[3]	5	2	[2;1]	1	6,6	0,09	0,17	2,2	1	1	1	1
157A	[4]	3	3	[1;2;2]	0	0	0,02	0,02	0	1	1	-1	1
158A	[4]	5	1	[2]	7	69,3	0,04	0,08	19,48	1	1	1	-1
159A	[4]	5	2	[2;2]	0	0	0,04	0,09	0,01	1	1	1	1
160A	[4]	4	2	[2;2]	11	81,32	0,09	0,22	25,12	1	1	1	1
Mín.	-	2	1	-	0	0	0,02	0,02	0	0,98	0	-1	-1
Máx.	-	5	3	-	14	81,32	0,1	0,22	27,2	1	1	1	1
Desv. P.	-	1,06	0,71	-	5,36	36,83	0,03	0,07	11,58	0,01	0,42	1,04	0,63
Méd.	-	3,7	2,25	-	3,3	23,7	0,06	0,12	7,41	1	0,8	0,25	0,8

Tabela A.39 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 18 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
161A	0	0	0	0	0	7917,7	2760,4	2760,4	1750,77	1660,57	110,51	8,57	0,24	1081,52	0,76	1,53	1226,85
162A	52	0	0	0	0	11478,75	2526,16	2526,16	1720,9	1491,41	92,42	7,18	0,19	1100,89	0,39	1,43	1225,8
163A	0	0	0	0	0	3436,14	1445,37	1445,37	976,46	774,85	63,66	3,35	0	1133,27	0,4	2,1	1214,04
164A	85,84	0	0	0	0	13195,8	9809,43	9809,43	6926,69	5867,75	87,44	8,07	4,64	1100,38	0,55	3,1	1223,91
165A	85,84	0	0	0	0	11508,58	7967,64	7967,64	3568,43	1975,9	74,2	3,7	0,79	1121,61	0,53	2,28	1220,92
166A	0	0	0	0	0	4907,06	1818,36	1818,36	158,85	71,83	84,55	6,29	0,14	1109,29	0,48	1,41	1220,2
167A	0	0	0	0	0	4143,77	1219,91	1219,91	487,54	578,27	80,93	5,98	0,29	1113,43	0,43	2,85	1223,34
168A	0	0	0	0	0	10765,15	2844,36	2844,36	1208,88	1174,5	69,06	4,13	0,14	1127,04	1,01	3,29	1221,54
169A	76,82	0	0	0	0	2222,05	1346,74	1346,74	1268,78	1141,16	82,34	5,08	0	1113,15	0,29	2,09	1219,21
170A	0	0	0	0	10,75	4691,19	2075,96	2075,96	1367,46	1228,45	73,63	4,94	0,39	1121,53	0,97	3,6	1220,94
Mín.	0	0	0	0	0	2222,05	1219,91	1219,91	158,85	71,83	63,66	3,35	0	1081,52	0,29	1,41	1214,04
Máx.	85,84	0	0	0	10,75	13195,8	9809,43	9809,43	6926,69	5867,75	110,51	8,57	4,64	1133,27	1,01	3,6	1226,85
Desv. P.	39,88	0	0	0	3,4	4019,01	2990,09	2990,09	1975,57	1597,22	13,31	1,81	1,41	15,13	0,25	0,8	3,64
Méd.	30,05	0	0	0	1,07	7426,62	3381,43	3381,43	1943,48	1596,47	81,87	5,73	0,68	1112,21	0,58	2,37	1221,68

Tabela A.39 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
161A	[4]	4	1	[2]	0	0	0,02	0,07	0,01	0,97	1	1	1
162A	[2]	5	1	[1]	0	0	0,02	0,07	0,01	1	1	1	-1
163A	[1]	5	2	[1;2]	0	0	0,05	0,06	0,01	1	1	1	1
164A	[4]	4	3	[1;2;2]	0	0	0,07	0,22	0,04	1	1	1	1
165A	[3]	7	2	[2;2]	0	0	0,06	0,03	0,02	1	1	1	1
166A	[4]	5	1	[2]	0	0	0,01	0,02	0	1	1	1	1
167A	[4]	2	3	[2;2;2]	0	0	0,02	0,04	0	0,98	1	-1	1
168A	[4]	5	2	[1;2]	0	0	0,07	0,14	0,01	0,91	1	1	1
169A	[1]	3	2	[2;2]	0	0	0,03	0,04	0,01	0,98	1	1	-1
170A	[4]	2	4	[2;2;2;2]	0	0	0,07	0,03	0,01	1	1	-1	1
Mín.	-	2	1	-	0	0	0,01	0,02	0	0,91	1	-1	-1
Máx.	-	7	4	-	0	0	0,07	0,22	0,04	1	1	1	1
Desv. P.	-	1,55	0,99	-	0	0	0,02	0,06	0,01	0,03	0	0,84	0,84
Méd.	-	4,2	2,1	-	0	0	0,04	0,07	0,01	0,98	1	0,6	0,6

Tabela A.40 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 19 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
171A	135,62	1,21	0	0	0	13388,75	10017,44	10017,44	10017,44	8994,77	131,76	10,47	7,17	1051,16	0,48	2,92	1235,79
172A	0	0	0	0	0	4725,48	2498,99	2498,99	1552,14	1407,57	64,67	3,59	0,07	1131,94	1,33	3,31	1221,24
173A	0	0	0	0	-	8134,91	3340,91	3340,91	2609,6	-	60,46	2,58	0,87	1137,26	1,03	3,69	1227,17
174A	12,72	0	0	0	0	9034,4	3087,85	3087,85	2113,49	1586,05	62	3,28	1,25	1133,62	0,72	3,23	1224,08
175A	24,78	0	0	0	11,2	16346,67	6458,98	6458,98	5223,49	5382,41	91,85	5,53	0,68	1102,79	1,1	3,95	1230,66
176A	118,3	58,91	58,91	58,91	85,26	8384,46	8784,47	8784,47	8083,2	7542,12	109,77	8,98	5,93	1075,71	0,76	3,99	1234,25
177A	0	0	0	0	0	5415,16	1435,17	1435,17	1435,17	914,65	85,94	5,6	0,18	1108,66	0,37	1,32	1221,18
178A	0	0	0	0	0	5700,78	2041,31	2041,31	1886,77	1476,39	62,36	2,7	0,02	1135,35	0,26	1,24	1215,44
179A	6,7	0	0	0	0	11665,8	3379,18	3379,18	2741,14	2766,18	90,44	6,57	2,11	1101,83	0,39	2,76	1224,27
180A	0	0	0	0	0	7278,63	2760,51	2760,51	1294,56	958,08	81,54	3,9	0,43	1114,49	0,93	2,99	1222,08
Mín.	0	0	0	0	0	4725,48	1435,17	1435,17	1294,56	914,65	60,46	2,58	0,02	1051,16	0,26	1,24	1215,44
Máx.	135,62	58,91	58,91	58,91	85,26	16346,67	10017,44	10017,44	10017,44	8994,77	131,76	10,47	7,17	1137,26	1,33	3,99	1235,79
Desv. P.	51,98	18,59	18,63	18,63	28,2	3748,18	2973,13	2973,13	3071,11	3079,58	23,42	2,69	2,56	28,28	0,36	0,97	6,37
Méd.	29,81	6,01	5,89	5,89	10,72	9007,5	4380,48	4380,48	3695,7	3447,58	84,08	5,32	1,87	1109,28	0,74	2,94	1225,62

Tabela A.40 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
171A	[3]	7	3	[1;2;2]	0	0	0,03	0,16	0,04	1	0	1	1
172A	[4]	6	3	[2;2;2]	0	0	0,03	0,05	0,01	0,99	1	1	1
173A	[4]	4	4	[1;1;2]	0	0	0,06	0,13	0,01	1	1	-	1
174A	[4]	6	3	[1;2;2]	0	0	0,05	0,07	0,01	1	1	1	1
175A	[4]	3	3	[2;2;2]	0	0	0,07	0,23	0,03	1	1	-1	1
176A	[4]	3	3	[2;2;2]	59	58,56	0,09	0,41	58,96	1	1	-1	1
177A	[4]	4	1	[1]	0	0	0,02	0,05	0,01	1	0	1	1
178A	[1]	4	1	[2]	0	0	0,03	0,1	0,01	1	1	1	1
179A	[4]	2	2	[1;2]	0	0	0,07	0,12	0,01	1	1	-1	1
180A	[4]	6	2	[2;2]	0	0	0,02	0,03	0,01	1	1	1	1
Mín.	-	2	1	-	0	0	0,02	0,03	0,01	0,99	0	-1	1
Máx.	-	7	3	-	59	58,56	0,09	0,41	58,96	1	1	1	1
Desv. P.	-	1,65	0,87	-	18,66	18,52	0,03	0,11	18,64	0	0,42	1	0
Méd.	-	4,5	2,33	-	5,9	5,86	0,05	0,14	5,91	1	0,8	0,33	1

Tabela A.41 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 20 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
181A	0	0	0	0	0	6358,57	1891,74	1891,74	1891,74	1829,62	132,15	11,88	0,25	47,46	0,61	2,4	229,36
182A	138,49	0	0	0	0	7745,69	3739,38	3739,38	3151,86	2915,37	111,69	9,34	0,21	1079,18	0,53	2,93	1237,2
183A	0	0	0	0	0	3560,95	1864,91	1864,91	1856,62	1244,07	76,03	4,15	0	1120,21	0,72	1,28	1218,96
184A	203,56	0	0	0	48,31	23644,21	18665,66	18665,66	6352,93	6283,86	103,6	9,62	9,35	1078,06	1,2	3,17	1232,48
185A	0	0	0	0	0	6016,57	2915,94	2915,94	2915,94	2408,08	94,8	5,23	0	1101,06	1,01	2,64	1230,19
186A	0	0	0	0	0	3648,45	1251,87	1251,87	548,68	968,02	107,61	8,09	0,19	1085,19	1,43	2,95	1235,58
187A	0	0	0	0	0	6200,13	2395,51	2395,51	2371,39	2753,13	107,27	9,34	0,34	1083,37	0,47	2,13	1231,52
188A	0	0	0	0	3,8	6205,29	2475,96	2475,96	1763,93	1526,46	83,53	4,95	0,21	1111,55	2,26	3,06	1228,19
189A	0	0	0	0	0	6449,63	2672,78	2672,78	1606,42	1606,42	97,13	7,03	0,08	1096,19	0,47	2,27	1227,18
190A	0	0	0	0	0	8006,84	3560,97	3560,97	3315,38	2971,83	98,38	6,75	0,18	1094,91	0,7	2,02	1227,22
Mín.	0	0	0	0	0	3560,95	1251,87	1251,87	548,68	968,02	76,03	4,15	0	47,46	0,47	1,28	229,36
Máx.	203,56	0	0	0	48,31	23644,21	18665,66	18665,66	6352,93	6283,86	132,15	11,88	9,35	1120,21	2,26	3,17	1237,2
Desv. P.	73,72	0	0	0	15,19	5758,78	5158,87	5158,87	1563,34	1523,19	15,5	2,46	2,91	331,36	0,57	0,59	316,42
Méd.	34,2	0	0	0	5,21	7783,63	4143,47	4143,47	2577,49	2450,69	101,22	7,64	1,08	989,72	0,94	2,49	1129,79

Tabela A.41 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
181A	[4]	4	2	[1;2]	0	0	0,02	0,04	0	0	0	1	1
182A	[1]	6	3	[1;2;2]	0	0	0,04	0,09	0,01	1	1	1	1
183A	[4]	6	1	[2]	0	0	0,02	0,06	0,01	1	1	1	-1
184A	[3]	3	3	[2;2;2]	0	0	0,07	0,17	0,03	1	1	-1	1
185A	[4]	8	2	[2;2]	0	0	0,07	0,06	0,01	0,98	0	1	-1
186A	[4]	3	2	[1;2]	0	0	0,04	0,05	0	1	1	-1	1
187A	[4]	2	2	[2;2]	0	0	0,03	0,15	0,01	1	1	-1	1
188A	[4]	3	2	[2;2]	0	0	0,08	0,27	0,01	0,98	1	-1	1
189A	[4]	3	2	[2;2]	0	0	0,02	0,06	0,01	0,98	1	0	-1
190A	[4]	7	2	[2;2]	0	0	0,07	0,22	0,02	1	1	1	1
Mín.	-	2	1	-	0	0	0,02	0,04	0	0	0	-1	-1
Máx.	-	8	3	-	0	0	0,08	0,27	0,03	1	1	1	1
Desv. P.	-	2,07	0,57	-	0	0	0,02	0,08	0,01	0,31	0,42	0,99	0,97
Méd.	-	4,5	2,1	-	0	0	0,05	0,12	0,01	0,89	0,8	0,1	0,4

Tabela A.42 - Informações da resolução dos exemplares da Classe 21 com a heurística H2 (Continua)

Exemplar	cZ^{iC}	cZ^{iE}	cZ^{iA}	cZ^{P2}	cZ^{P2L}	cB^{iC}	cB^{iE}	cB^{iA}	cB^{P2}	cB^{P2L}	t^{iC}	t^{iE}	t^{iA}	t^{P2}	t^{P3}	t^{def}	t^{Δ}
191A	2,42	0	0	0	0	10616,48	7695,72	7695,72	7695,72	6885,37	162,43	14,43	5,51	1017,99	0,45	1,52	1247,5
192A	0	0	0	0	0	20734,92	4883,79	4883,79	3535,84	3915,77	75,84	4,49	0,09	1120,14	0,82	2,58	1227,37
193A	127,07	0	0	0	39,8	8767,18	7612,09	7612,09	5077,97	4751,55	79,46	4,91	1,25	1115,35	1,26	4,93	1235,61
194A	0	0	0	0	0	11555,42	3533,04	3533,04	3384,65	3384,87	82,85	4,78	1,03	1112,23	0,43	1,61	1228,45
195A	32,8	0	0	0	0	13340,77	11101,94	11101,94	6516,2	6057,23	92,22	6,18	2,19	1101,21	1,11	2,67	1241
196A	95,97	5,56	5,56	5,56	34,12	14992,88	13500,33	13500,33	13476,57	12800,04	142,81	11,95	11,58	1033,94	1,48	3,78	1246,42
197A	13,14	0	0	0	0	4219,27	2977,22	2977,22	2472,1	1980,33	108,49	7,32	2,78	1081,66	0,43	1,37	1227,67
198A	0	0	0	0	0	5740,68	1833,94	1833,94	1715,86	1650,73	70,39	3,18	0,07	1126,7	0,8	1,15	1221,61
199A	95,14	0	0	0	0	30148,02	16697,39	16697,39	8555,15	8555,15	101,11	7,99	5,25	1086,52	0,26	2,17	1232,03
200A	0	0	0	0	0	13006,79	6384,74	6384,74	3895,36	2929,31	97,84	5,18	0,09	1097,47	1,28	1,51	1228,91
Mín.	0	0	0	0	0	4219,27	1833,94	1833,94	1715,86	1650,73	70,39	3,18	0,07	1017,99	0,26	1,15	1221,61
Máx.	127,07	5,56	5,56	5,56	39,8	30148,02	16697,39	16697,39	13476,57	12800,04	162,43	14,43	11,58	1126,7	1,48	4,93	1247,5
Desv. P.	49,7	1,76	1,76	1,76	15,64	7546,01	4828,81	4828,81	3546,69	3428,23	29,86	3,57	3,62	36,48	0,43	1,21	8,72
Méd.	36,66	0,56	0,56	0,56	7,39	13312,24	7622,02	7622,02	5632,54	5291,03	101,34	7,04	2,98	1089,32	0,83	2,33	1233,66

Tabela A.42 - (Conclusão)

Exemplar	cnf^{init}	$ N'' $	$nP3$	hR^{def}	qZ	pZ	$dMed^x$	$dMed^y$	$aGap$	$rGap$	$stat^{P2}$	$stat^{P2L}$	$stat^{H2}$
191A	[3]	3	1	[1]	0	0	0,03	0,11	0,02	0,99	0	1	1
192A	[4]	3	2	[2;2]	0	0	0,02	0,09	0,02	1	1	-1	1
193A	[1]	3	4	[2;2;2;2]	0	0	0,05	0,19	0,02	1	1	-1	1
194A	[4]	3	1	[1]	0	0	0,07	0,06	0,01	1	1	-1	1
195A	[4]	4	2	[1;2]	0	0	0,07	0,15	0,03	1	1	1	1
196A	[4]	3	3	[2;2;2]	2	19,8	0,05	0,41	5,62	1	1	-1	1
197A	[1]	5	1	[2]	0	0	0,03	0,06	0,01	1	1	1	1
198A	[4]	5	1	[1]	0	0	0,04	0,08	0,01	1	1	1	1
199A	[4]	2	2	[2;2]	0	0	0,05	0,18	0,03	1	1	0	1
200A	[4]	6	1	[1]	0	0	0,02	0,05	0,01	1	1	1	1
Mín.	-	2	1	-	0	0	0,02	0,05	0,01	0,99	0	-1	1
Máx.	-	6	4	-	2	19,8	0,07	0,41	5,62	1	1	1	1
Desv. P.	-	1,25	1,03	-	0,63	6,26	0,02	0,11	1,77	0	0,32	0,99	0
Méd.	-	3,7	1,8	-	0,2	1,98	0,04	0,14	0,58	1	0,9	0,1	1

APÊNDICE B - RESUMOS DE ARTIGOS SUBMETIDOS E DERIVADOS DA TESE

E.1 - Artigo 1

Título: Contribuições para um problema de carregamento de contêiner com múltiplos compartimentos.

Resumo: Neste trabalho aborda-se um problema em que caixas de diferentes tipos têm de ser carregadas nos compartimentos de um contêiner para serem entregues em uma rota conhecida. Essas caixas podem ser empacotadas sem um padrão específico e/ou em camadas horizontais separadas por divisórias, e deve-se atender a quesitos práticos como orientação, estabilidade, empilhamento, distribuição de peso, e múltiplos destinos. Busca-se um empacotamento viável que reduza o custo com o descarregamento de itens ao longo da rota. Para resolver este problema, apresenta-se uma heurística baseada na geração de camadas horizontais auxiliada por um modelo matemático.

Referências:

ALVAREZ-VALDES, R.; PARREÑO, F.; TAMARIT, J.M. A branch-and-cut algorithm for the pallet loading problem. **Computers & Operations Research**, v. 32, n. 11, p. 3007–3029, 2005.

BORTFELDT, A.; WÄSCHER, G. **Container loading problems** - a state-of-the-art review, No 120007, FEMM Working Papers, Otto-von-Guericke University Magdeburg, Faculty of Economics and Management, 2012. Disponível em: <http://EconPapers.repec.org/RePEc:mag:wpaper:120007>.

DE SHA E. **Area efficiency and volume efficiency for loading cargo**. Master's thesis, U.S. Navy Postgraduate School, 1970.

ELEY, M. Solving container loading problems by block arrangements. **European Journal of Operational Research**, v. 141, n. 2, p. 393-409, 2002.

GEORGE J. A.; ROBINSON D. A heuristic for packing boxes into a container. **Computers and Operations Research**, v. 7, n. 3, p. 147-156, 1980.

HAESSLER, R. W.; TALBOT, F. B. Load planning for shipments of low density products. **European Journal of Operational Research**, v. 44, n. 2, p. 289-299, 1990.

JUNQUEIRA, L.; MORABITO, R.; YAMASHITA, D. S. Abordagens para problemas de carregamento de contêineres com considerações de múltiplos destinos. **Gestão & Produção**, v. 18, n. 2, p. 265-284, 2011.

LIM, A.; ZHANG, X. The container loading problem. In: 2005 ACM SYMPOSIUM ON APPLIED COMPUTING, 2005, Santa Fe. **Proceedings...** New York: ACM Press, 2005. p. 913-917.

MORABITO, R.; ARENALES, M. An AND/OR-graph approach to the container loading problem. **International Transactions in Operational Research**, v. 1, n. 1, 59-73, 1994.

MORABITO, R.; ARENALES, M. Abordagens para o problema do carregamento de contêineres. **Pesquisa Operacional**, v. 17, n. 1, p. 29-56, 1997.

PELEG, K.; PELEG, E. Container dimensions for optimal utilization of storage and transportation space. **Computer Aided Design**, v. 8, n. 3, p. 175–180, 1976.

PISINGER, D. Heuristics for the container loading problem. **European Journal of Operational Research**, v. 141, n. 2, p. 382–392, 2002.

STEUDEL, H. Generating pallet loading patterns - a special case of the two dimensional cutting stock problem. **Management Science** v. 25, n. 10, p. 997-1004, 1979.

WÄSCHER, G.; HAUBNER, H.; SCHUMANN, H. An improved typology of cutting and packing problems. **European Journal of Operational Research**, v. 183, n. 3, p. 1109-1130, 2007.

E.1 - Artigo 2

Título: Uma heurística para um problema de carregamento de contêiner multicompartimentado.

Resumo: Neste trabalho, abordamos um problema de empacotamento de caixas em um contêiner multicompartimentado, em que as caixas devem ser entregues a clientes em uma rota pré-definida para esse contêiner. As seguintes restrições práticas devem ser respeitadas: orientação das caixas, estabilidade do carregamento, resistência a empilhamento das caixas e balanceamento do contêiner. Busca-se um empacotamento viável ao longo da rota do contêiner que reduza o remanejamento da carga. Este problema aparece, por exemplo, na distribuição de bebidas (empacotadas em “caixas”) em caminhões com carroçarias compartimentadas. Para resolver este problema, apresenta-se um método heurístico baseado na geração de camadas horizontais e na resolução de modelos lineares inteiros mistos.

Referências:

ARAUJO, O. C. B. **Problemas de corte e empacotamento tridimensional e integração com roteamento de veículos**. 2006. 171 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2006.

AVELLA, P.; BOCCIA, M.; SFORZA, A. Solving a fuel delivery problem by heuristic and exact approaches. **European Journal of Operational Research**, v. 152 n. 1, p. 170–179, 2004.

BISCHOFF, E. E.; RATCLIFF, M. S. W. Issues in the development of approaches to container loading. **Omega**, v.23, n. 4, p. 377–390, 1995.

BISCHOFF, E. E.; JANETZ, F.; RATCLIFF, M. S. W. Loading pallets with non-identical items. **European Journal of Operational Research**, v. 84, n. 3, p. 681-692, 1995.

BORTFELDT, A.; GEHRING, H.; MACK, D. A parallel tabu search algorithm for solving the container loading problem. **Parallel Computing**, v. 29, n. 5, p. 641-662, 2003.

BORTFELDT, A.; WÄSCHER, G. **Container loading problems** - a state-of-the-art review, No 120007, FEMM Working Papers, Otto-von-Guericke University Magdeburg, Faculty of Economics and Management, 2012. Disponível em: <http://EconPapers.repec.org/RePEc:mag:wpaper:120007>

CAMPOS, D. S. **Integração dos problemas de carregamento e roteamento de veículos com janela de tempo e frota heterogênea**. 2008. 119 f. Tese (Doutorado em

Engenharia de Produção) – Departamento de Engenharia de Produção, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2008.

CECILIO, F. O.; MORABITO, R. Refinamentos na heurística de George e Robinson para o problema de carregamento de caixas dentro de contêineres. **Transportes**, v. 11, n. 2, p. 32-45, 2004.

CHAN, F. T. S.; BHAGWAT, R.; KUMAR, N.; TIWARI, M. K.; LAM P. Development of a decision support system for air-cargo pallets loading problem. **Expert Systems with Applications**, v. 31, n. 3, p. 472-485, 2006.

CHEN, C. S.; LEE, S. M.; SHEN, Q. S. An analytical model for the container loading problem. **European Journal of Operational Research**, v. 80, n. 1, p. 68-76, 1995.

CHRISTOFIDES, N.; WHITLOCK, C. An algorithm for two-dimensional cutting problems. **Operations Research**, v. 25, n. 1, p. 30-44, 1977.

DAVIES, A. P.; BISCHOFF, E. E. Weight distribution considerations in container loading. **European Journal of Operational Research**, v. 114, n. 3, p. 509-527, 1999.

DERIGS, U., GOTTLIEB, J., KALKOFF, J., PIESCHE, M., ROTHLAUF, F., VOGEL, U. Vehicle routing with compartments: applications, modelling and heuristics. **OR Spectrum**, v. 33, n. 4, p. 885–914, 2011.

ELEY, M. A bottleneck assignment approach to the multiple container loading problem. **Operations Research Spectrum**, v. 25, n. 1, p. 45-60, 2003.

ELEY, M. Solving container loading problems by block arrangements. **European Journal of Operational Research**, v. 141, n. 2, p. 393-409, 2002.

GEHRING, H.; BORTFELDT, A. A genetic algorithm for solving the container loading problem. **International Transactions in Operational Research**, v. 4, n.5-6, 401-418, 1997.

GENDREAU, M.; IORI, M.; LAPORTE, G; MARTELLO, S. A tabu search algorithm for a routing and container loading problem. **Transportation Science**, v. 40, n. 3, p. 342-350, 2006.

GEORGE J. A.; ROBINSON D. A heuristic for packing boxes into a container. **Computers and Operations Research**, v. 7, n. 3, p. 147-156, 1980.

HAESSLER, R. W.; TALBOT, F. B. Load planning for shipments of low density products. **European Journal of Operational Research**, v. 44, n. 2, p. 289-299, 1990.

HERZ, J. C. Recursive computational procedure for two-dimensional stock cutting. **IBM Journal of Research and Development**, v. 16, n. 5, p. 462-469, 1972.

HIFI, M. Exact algorithms for unconstrained three-dimensional cutting problems: A comparative study. **Computers & Operations Research**, v. 31, n. 5, p. 657-674, 2004.

JUNQUEIRA, L.; MORABITO, R.; YAMASHITA, D. S. Abordagens para problemas de carregamento de contêineres com considerações de múltiplos destinos. **Gestão & Produção**, v. 18, n. 2, p. 265-284, 2011.

JUNQUEIRA, L.; MORABITO, R.; YAMASHITA, D. S. Three-dimensional container loading models with cargo stability and load bearing constraints. **Computers & Operations Research**, v. 39, n. 1, p. 74-85, 2012.

LAI, K. K.; XUE, J.; XU, B. Container packing in a multi-customer delivering operation. **Computers and Industrial Engineering**, v. 35, n. 1-2, p. 323-326, 1998.

LINS, L.; LINS, S.; MORABITO, R. An n-tet graph approach for non-guillotine packing of n-dimensional boxes into an n-container. **European Journal of Operational Research**, v. 141, n. 2, p. 421-439, 2002.

MARTELLO, S.; PISINGER, D.; VIGO, D. The three-dimensional bin packing problem. **Operations Research**, v. 48, n. 2, p. 256-267, 2000.

MIYAZAWA, F. K.; WAKABAYASHI, Y. Approximation algorithms for the orthogonal Z-oriented three-dimensional packing problem. **SIAM Journal on Computing**, v. 29, n. 3, p. 1008-1029, 1999.

MORABITO, R.; ARENALES, M. An AND/OR-graph approach to the container loading problem. **International Transactions in Operational Research**, v. 1, n. 1, p. 59-73, 1994.

MORABITO, R.; ARENALES, M. Abordagens para o problema do carregamento de contêineres. **Pesquisa Operacional**, v. 17, n. 1, p. 29-56, 1997.

NORDEN, L.; VELDE, S. Multi-product lot-sizing with a transportation capacity reservation contract. **European Journal of Operational Research**, v. 165, n. 1, p. 127-138, 2005.

PACINO, D.; JENSEN, R.M. Constraint-based local search for container stowage slot planning. **Lecture Notes in Engineering and Computer Science**, v. 2, p. 1467-1472, 2012.

PISINGER, D. Heuristics for the container loading problem. **European Journal of Operational Research**, v. 141, n. 2, p. 382-392, 2002.

SCIOMACHEN, A.; TANFANI, E. A 3D-BPP approach for optimizing stowage plans and terminal productivity. **European Journal of Operational Research**, v. 183, p. 1433-1446, 2007.

SCIOMACHEN, A.; TANFANI, E. The master bay plan problem: a resolution method based on its connection to the three dimensional bin packing problem. **IMA, Journal of Management Mathematics**, v. 14, n. 3, p. 251–269, 2003.

SILVA, J. L. C.; SOMA, N. Y.; MACULAN, N. A greedy search for the three-dimensional bin packing problem: the packing static stability case. **International Transactions in Operational Research**, v. 10, n. 2, p. 141-153, 2003.

SILVA, J. L. C.; SOMA, N. Y.; MACULAN, N. A greedy search for the three-dimensional bin packing problem: the packing static stability case. **International Transactions in Operational Research**, v. 10, n. 2, p. 141-153, 2003.

TERNO, J., SCHEITHAUER, G., SOMMERWEISS, U., RIEHME, J. An efficient approach for the multi-pallet loading problem. **European Journal of Operational Research**, v. 123, n. 2, p. 372–381, 2000.

WÄSCHER, G.; HAUBNER, H.; SCHUMANN, H. An improved typology of cutting and packing problems. **European Journal of Operational Research**, v. 183, n. 3, p. 1109-1130, 2007.