

sid.inpe.br/mtc-m21b/2017/08.10.03.34-TDI

TÉCNICAS DE ESTIMAÇÃO DE ATITUDE POR FILTRO DE KALMAN BASEADO EM SENSORES INERCIAIS DE BAIXO CUSTO, COM APLICAÇÃO A UMA PLATAFORMA DE MANCAL AEROSTÁTICO CONTROLADA POR JATOS DE GÁS

Wilian Luís Campesato

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Valdemir Carrara, e Helio Koiti Kuga, aprovada em 16 de agosto de 2017.

> INPE São José dos Campos 2017

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

E-mail: pubtc@inpe.br

COMISSÃO DO CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE (DE/DIR-544):

Presidente:

Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação (CPG)

Membros:

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

Dr. André de Castro Milone - Coordenação de Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dra. Carina de Barros Melo - Coordenação de Laboratórios Associados (CTE)

Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação de Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr. Hermann Johann Heinrich Kux - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Dr. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Silvia Castro Marcelino - Serviço de Informação e Documentação (SID)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Marcelo de Castro Pazos - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



sid.inpe.br/mtc-m21b/2017/08.10.03.34-TDI

TÉCNICAS DE ESTIMAÇÃO DE ATITUDE POR FILTRO DE KALMAN BASEADO EM SENSORES INERCIAIS DE BAIXO CUSTO, COM APLICAÇÃO A UMA PLATAFORMA DE MANCAL AEROSTÁTICO CONTROLADA POR JATOS DE GÁS

Wilian Luís Campesato

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Valdemir Carrara, e Helio Koiti Kuga, aprovada em 16 de agosto de 2017.

> INPE São José dos Campos 2017

Campesato, Wilian Luís.

C154t Técnicas de estimação de atitude por filtro de Kalman baseado em sensores inerciais de baixo custo, com aplicação a uma plataforma de mancal aerostático controlada por jatos de gás / Wilian Luís Campesato. – São José dos Campos : INPE, 2017.

xxvi + 102 p.; (sid.inpe.br/mtc-m21b/2017/08.10.03.34-TDI)

Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2017.

Orientadores : Drs. Valdemir Carrara, e Helio Koiti Kuga.

1. Determinação de atitude. 2. Filtro de Kalman. 3. Estimação de estados. 4. Unidade inercial. 5. Plataforma aerostática. I.Título.

CDU 629.7.062.2



Esta obra foi licenciada sob uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada.

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License.

Aluno (a): Wilian Luís Campesato

Título: "TÉCNICAS DE ESTIMAÇÃO DE ATITUDE POR FILTRO DE KALMAN BASEADO

EM SENSORES INERCIAIS DE BAIXO CUSTO, COM APLICAÇÃO A UMA

PLATAFORMA DE MANCAL AEROSTÁTICO CONTROLADA POR JATOS DE GÁS"

Aprovado (a) pela Banca Examinadora em cumprimento ao requisito exigido para obtenção do Título de *Mestre* em

Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle

Dr. Mario Cesar Ricci

Presidente / INPE / SJGampos - SP

Dr. Valdemir Carrara

Orientador(a) / ITA/DCTA / SJCampos - SP

Dr. Helio Koiti Kuga

Orientador(a) / ITA/DCTA / SJCampos - SP

Dra. Paula Cristiane Pinto Mesquita Pardal

Convidado(a) / USP/Lorena / Lorena - SP

Este trabalho foi aprovado por:

() maioria simples

wnanimidade

"O conhecimento é uma ferramenta e, como todas as ferr mãos do usuário".	ramentas, seu impacto está nas
	"O Símbolo Perdido", Dan Brown, 2009.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos Professores Dr. Valdemir Carrara e Dr. Hélio Koiti Kuga, orientadores e amigos desde os tempos de universidade, pela oportunidade, paciência, inspiração, apoio, e pelo conhecimento compartilhado.

Agradeço aos amigos, colegas, funcionários, pesquisadores e Professores do INPE, especialmente àqueles do Departamento de Mecânica Espacial e Controle. Esta jornada não teria sido a mesma sem as experiências, contribuições e companheirismo de vocês.

Agradeço ao INPE pela oportunidade de ter estudado em uma instituição dedicada à pesquisa e engenharia espaciais, e à CAPES pelo apoio financeiro.

Agradeço a todos os Professores, titulares e "honoris causa", que tive ao longo da minha vida e trajetória escolar e acadêmica. A pessoa que hoje sou foi moldada pelos esforços e dedicações de cada um de vocês.

Por fim, agradeço a minha Família por todo apoio, incentivo, e por sempre acreditarem em mim.



RESUMO

Este trabalho apresenta a modelagem, implementação, testes e simulação de um estimador de atitude em tempo real baseado em filtro de Kalman estendido (FKE), aplicado a uma plataforma de mancal aerostática de três eixos controlada por atuadores de jatos de gás. O objetivo deste trabalho é obter um algoritmo de determinação de atitude que possa substituir a estimativa proveniente da unidade inercial embarcada, atualmente em uso pela eletrônica da plataforma. Foram implantados dois modelos de estimadores em ambiente MATLAB: o primeiro foi montado com o vetor de estados composto apenas pelos quatérnios da atitude, e o segundo com vetor de estados composto pelos quatérnios e pelo vetor de vieses dos três girômetros. Estes estimadores foram testados usando dados provenientes dos sensores da unidade inercial da plataforma, sendo que os resultados obtidos foram comparados com a estimativa de atitude enviada pela solução de atitude interna à unidade inercial. Por fim, foram realizados testes dos algoritmos do FKE no modelo de simulação da mesa de mancal a ar. Ambos os estimadores baseados em filtro de Kalman estendido obtiveram êxito no processo de determinação de atitude, tanto nos testes utilizando dados reais quanto na simulação de controle da mesa de mancal a ar. A estimação de vieses proposta funcionou de maneira degradada para os casos testados. Foram, então, levantadas hipóteses dos motivos deste desempenho, e a conveniência de estimá-los na aplicação proposta.

Palavras-chave: Determinação de atitude. Filtro de Kalman. Estimação de estados. Unidade inercial. Plataforma aerostática.

ATTITUDE ESTIMATION TECHNIQUES BY KALMAN FILTER BASED ON LOW COST INERTIAL SENSORS, APPLIED TO A GAS JET CONTROLLED AIR BEARING PLATFORM

ABSTRACT

This work presents modeling, implementation, testing and simulation of a real-time attitude estimator using extended Kalman filter (FKE), applied to a three-axis airbearing platform controlled by gas jet actuators. The goal of this work is to obtain an attitude determination algorithm that can replace the attitude estimate from the embedded inertial unit, currently in use by the platform electronics. Two models of estimators were implemented in MATLAB environment: in the first one, the state vector is composed only by the quaternions of the attitude, and in the second, the state vector is composed by quaternions and biases of the three gyroscopes. These estimators were tested using data from the sensors of the platform's inertial unit, and the results were compared with the attitude estimation sent by the internal attitude solution of the inertial unit. Finally, tests of the two FKE algorithms were performed in the simulation model of the air-bearing platform. Both Kalman filter-based estimators were successful in the attitude determination process, both in the tests using real data and in the simulation of control of the air-bearing platform. The proposed bias estimation functioned in a degraded way for the cases tested. We then hypothesized the reasons for this performance, and the convenience of estimating them in the proposed application.

Keywords: Attitude determination. Kalman filter. State estimation. Inertial unit. Aerostatic platform.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág</u> .
Figura 3.1 - Esquema em corte da plataforma de mancal a ar semiesférico	20
Figura 3.2 - Mesa de mancal aerostático.	20
Figura 3.3 - Esquema do posicionamento das válvulas, direção dos jatos de ar, e sis	tema
de referência fixo à plataforma adotado	21
Figura 3.4 - Esquema de conexões eletrônicas do experimento	22
Figura 3.5 - Unidade inercial da Innalabs.	23
Figura 3.6 – Processo de estimação de atitude do AHRS.	24
Figura 3.7 – Sistema de coordenadas do AHRS	25
Figura 4.1 – Diagrama do modelo de simulação.	34
Figura 5.1 – Medidas dos sensores para o teste 1	37
Figura 5.2 – Detalhe da redução de 1σ inicial do no teste 1	38
Figura $5.3 - \hat{A}$ ngulos de Euler e seu desvio-padrão estimados pelo FKE $_q$ no teste 1.	38
Figura 5.4 – Elementos da matriz de covariância em ângulos de Euler do teste 1	39
Figura 5.5 – Detalhe dos elementos da diagonal principal da matriz de covariância d	ob
teste 1.	39
Figura 5.6 – Resíduos do teste 1	40
Figura 5.7 – Comparação entre atitude estimada pelo FKE $_{\rm q}$ e pelo AHRS para o testinada pelo FKE $_{\rm q}$	te 1.
	42
Figura 5.8 – Medidas dos sensores para o teste 2.	43
Figura $5.9 - \hat{A}$ ngulos de Euler e seu desvio-padrão estimados pelo FKE $_q$ no teste 2.	43
Figura 5.10 – Matriz de covariância em ângulos de Euler do teste 2	44
Figura 5.11 – Detalhe da diagonal principal da matriz de covariância do teste 2	44
Figura 5.12 – Resíduos do teste 2.	45
Figura 5.13 – Comparação entre atitude estimada pelo FKE $_{\rm q}$ e pelo AHRS para o te	ste
2	46
Figura 5.14 – Medidas dos sensores para o teste 3	48
Figura 5.15 – Ângulos de Euler e seu desvio-padrão estimados pelo FKE ₀ no teste 3	3 48

Figura 5.16 – Detalhe da convergência dos ângulos de Euler e seu desvio-padrão
estimados pelo FKE _q no teste 3
Figura 5.17 – Matriz de covariância em ângulos de Euler do teste 3 50
Figura 5.18 – Detalhe da diagonal principal da matriz de covariância do teste 3 50
Figura 5.19 – Resíduos do teste 3
Figura 5.20 – Comparação entre atitude estimada pelo FKE $_{\rm q}$ e pelo AHRS para o teste
3
Figura 5.21 – Detalhe do assentamento da curva de ψ para atitude estimada pelo FKE $_{ m q}$
e pelo AHRS para o teste 3
Figura 5.22 – Comparações do assentamento da curva de ψ para outros testes do FKE _q .
53
Figura 5.23 – Ângulos de Euler e seu desvio-padrão estimados pelo FKE _{qb} no teste 1.55
Figura 5.24 – Diagonal principal da matriz de covariância dos ângulos de Euler do teste
156
Figura 5.25 – Vieses estimado pelo FKE _{qb} no teste 1 para os casos 1 e 2
Figura 5.26 – Vieses e seu desvio-padrão estimados pelo FKE $_{qb}$ no teste 1 para os casos
1 e 2
Figura 5.27 – Diagonal principal da matriz de covariância dos vieses do teste 1 para os
casos 1 e 2
Figura 5.28 – Resíduos do teste 1
$Figura \ 5.29 - Comparação \ entre \ atitude \ estimada \ pelo \ FKE_{qb} \ e \ pelo \ AHRS \ para \ o \ teste$
161
Figura $5.30 - \hat{A}$ ngulos de Euler e seu desvio-padrão estimados pelo FKE $_{qb}$ no teste 2. 62
Figura 5.31 – Diagonal principal da matriz de covariância dos ângulos de Euler do teste
262
Figura 5.32 – Vieses estimado pelo FKE $_{qb}$ no teste 2 para os casos 1 e 2
Figura $5.33 - Vieses$ e seu desvio-padrão estimados pelo FKE $_{qb}$ no teste 2 para os casos
1 e 2
Figura 5.34 – Resíduos do teste 2
Figura 5.35 – Comparação entre atitude estimada pelo FKE $_{qb}$ e pelo AHRS para o teste
2

Figura $5.36 - \text{\^A}$ ngulos de Euler e seu desvio-padrão estimados pelo FKEq no teste 367
Figura 5.37 – Detalhe da diagonal principal da matriz de covariância do teste 3 68
Figura 5.38 – Vieses estimado pelo FKE $_{qb}$ no teste 3 para os casos 1 e 2
Figura $5.39 - Vieses$ e seu desvio-padrão estimados pelo FKE $_{qb}$ no teste 3 para os casos
1 e 2
Figura 5.40 – Diagonal principal da matriz de covariância dos vieses do teste 3 para os
casos 1 e 2
Figura 5.41 – Resíduos do teste 3
Figura 5.42 – Comparação entre atitude estimada pelo FKE $_{qb}$ e pelo AHRS para o teste
373
Figura 5.43 – Detalhe do assentamento da curva de ψ para atitude estimada pelo FKE $_{qb}$
e pelo AHRS para o teste 3
Figura $6.1 - \hat{A}$ ngulos de Euler, velocidade angular e torque do teste com FKE $_q$ 77
Figura 6.2 – Plano de fase do teste com FKE _q
$Figura\ 6.3-Detalhe\ da\ atitude\ integrada\ pelo\ PROPAT\ e\ a\ atitude\ estimada\ pelo\ FKE_q.$
Figura 6.4 – Detalhe dos ângulos de Euler e seu desvio-padrão estimado pela FKE $_{q}$ 79
Figura 6.6 – Resíduos do teste com FKE _q
Figura $6.7 - \hat{A}$ ngulos de Euler, velocidade angular e torque do teste com FKE $_{qb}$ 82
Figura 6.8 – Detalhe da atitude integrada pelo PROPAT e a atitude estimada pelo
FKE _{qb}
Figura 6.9 – Detalhe dos ângulos de Euler e seu desvio-padrão estimado pela FKE $_{qb}$ 83
Figura 6.11 – Vieses estimado pelo FKE _{qb} para os casos 1 e 2
Figura 6.12 – Vieses e seu desvio-padrão estimados pelo FKE _{qb}
Figura 6.14 – Resíduos do teste com FKE _{qb}



LISTA DE TABELAS

<u>1</u>	<u>Pág</u> .
Tabela 5.1 – Valores de inicialização do FKEq	36
Tabela 5.2 – Condições iniciais do teste 1 do FKE _q	36
$Tabela \ 5.3 - Resultados \ do \ FKE_q \ para \ o \ teste \ 1$	40
$Tabela \ 5.4 - Comparações \ entre \ as \ estatísticas \ do \ FKE_q \ e \ do \ AHRS \ para \ o \ teste \ 1. \$	41
$Tabela \ 5.5 - Condições \ iniciais \ do \ teste \ 2 \ do \ FKE_q.$	42
Tabela 5.6 – Resultados do FKEq para o teste 2.	45
Tabela 5.7 – Comparações entre as estatísticas do FKE $_{\!q}$ e do AHRS para o teste 2	46
$Tabela \ 5.8 - Condições \ iniciais \ do \ teste \ 3 \ do \ FKE_q.$	47
Tabela 5.9 – Resultados do FKE _q para o teste 3	51
$Tabela \ 5.10-Comparações \ entre \ as \ estatísticas \ do \ FKE_q \ e \ do \ AHRS \ para \ o \ teste \ 3.$	52
Tabela $5.11 - Valores$ de inicialização do FKE_{qb}	54
$Tabela \ 5.12 - Condições \ iniciais \ do \ teste \ 1 \ do \ FKE_{qb}.$	54
$Tabela \ 5.13 - Resultados \ do \ FKE_{qb} \ para \ o \ teste \ 1. \\$	60
$Tabela \ 5.15 - Condições \ iniciais \ do \ teste \ 2 \ do \ FKE_{qb}.$	61
$Tabela \ 5.16 - Resultados \ do \ FKE_{qb} \ para \ o \ teste \ 2. \$	65
$Tabela \ 5.18 - Condições \ iniciais \ do \ teste \ 3 \ do \ FKE_{qb}.$	67
$Tabela \ 5.19 - Resultados \ do \ FKE_{qb} \ para \ o \ teste \ 3. \\$	72
$Tabela\ 5.20-Comparações\ entre\ as\ estatísticas\ do\ FKE_{qb}\ e\ do\ AHRS\ para\ o\ teste\ 3.20-Comparações\ entre\ as\ estatísticas\ do\ FKE_{qb}\ e\ do\ AHRS\ para\ o\ teste\ 3.20-Comparações\ entre\ as\ estatísticas\ do\ FKE_{qb}\ e\ do\ AHRS\ para\ o\ teste\ 3.20-Comparações\ entre\ as\ estatísticas\ do\ FKE_{qb}\ e\ do\ AHRS\ para\ o\ teste\ 3.20-Comparações\ entre\ as\ estatísticas\ do\ FKE_{qb}\ e\ do\ AHRS\ para\ o\ teste\ 3.20-Comparações\ entre\ as\ estatísticas\ do\ FKE_{qb}\ e\ do\ AHRS\ para\ o\ teste\ 3.20-Comparações\ entre\ as\ estatísticas\ do\ FKE_{qb}\ e\ do\ AHRS\ para\ o\ teste\ 3.20-Comparações\ entre\ as\ estatísticas\ do\ FKE_{qb}\ e\ do\ AHRS\ para\ o\ teste\ 3.20-Comparações\ entre\ as\ estatísticas\ do\ FKE_{qb}\ e\ do\ AHRS\ para\ o\ teste\ 3.20-Comparações\ entre\ as\ estatísticas\ e$	72
$Tabela\ 6.1-Parâmetros\ do\ modelo\ de\ simulação\ da\ plataforma\ e\ do\ controlador$	75
$Tabela \ 6.2 - Condições \ iniciais \ dos \ testes \ do \ modelo \ de \ simulação \ com \ FKE_q \ e \ complex \ for \ constant \ for \ constant \ for \ constant \ for \ for$	1
FKE_{qb}	76
$Tabela\ 6.3-Estatística\ dos\ resíduos\ do\ teste\ do\ FKE_q.$	81
Tabela 6.4 – Estatística dos resíduos do teste do FKE _{ab} .	86



LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ACS Attitude Control System/Subsystem – Sistema/Subsistema de Controle de Atitude

AHRS Attitude and Heading Reference System – Sistema de Referência de Atitude e Apontamento

Centro de massa

DCTA Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial

ENU East-North-Up - Sistema de referência Leste-Norte-Zênite

FAB Força Aérea Brasileira

FK Filtro de Kalman

CM

FKE Filtro de Kalman Estendido

FKE_q Filtro de Kalman Estendido com estimação dos quatérnios da atitude

FKE_{qb} Filtro de Kalman Estendido com estimação dos quatérnios da atitude e dos

vieses dos giroscópios

GPS Global Positioning System – Sistema de Posicionamento Global

IAE Instituto de Aeronáutica e Espaço

IMU Inertial Measurement Unit – Unidade de Medida Inercial

INPE Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais

ITA Instituto Tecnológico de Aeronáutica

LABSIA Laboratório de Sistemas Inerciais para Aplicação Aeroespacial

LABSIM Laboratório de Simulações do INPE

MEMS *Micro-Electro-Mechanical System* – Sistema Micro-Eletro-Mecânico

NED North-East-Down – Sistema de referência Norte- Leste-Nadir

PD Controle proporcional e derivativo

PWM Pulse-Width Modulation – Modulação de Largura de Pulso

RMS Root Mean Square - Erro Quadrático Médio

SCD1 Satélite de Coleta de Dados 1

SCD2 Satélite de Coleta de Dados 2

V1 Válvula 1

V2 Válvula 2

•••

V8 Válvula 8

UFABC Universidade Federal do ABC

LISTA DE SÍMBOLOS

0_{nxm}	Vetor de zeros de dimensão n por m
a	Eixo de Euler (ângulo-eixo de Euler)
$\tilde{a}_x, \tilde{a}_y, \tilde{a}_z$	Elementos do vetor de medidas dos acelerômetros
b	Vetor de vieses (bias) dos girômetros
b_x, b_y, b_z	Elementos do vetor de vieses
C	Matriz de cossenos diretores
c_{ij}	Elemento da linha i e coluna j da matriz \mathbb{C}
Δ	Variação ou intervalo de amostragem
3	Parte vetorial do quatérnio da atitude
\mathcal{E}_1 , \mathcal{E}_2 , \mathcal{E}_3	Componentes da parte vetorial do quatérnio da atitude
f	Função vetorial não-linear associada ao vetor de estados do FKE
F	Força
F	Jacobiano da matriz f
g	Aceleração da gravidade local
\mathbf{G}	Matiz de adição de ruído dinâmico do estado x
h	Função vetorial não-linear que associa o vetor de medidas ${\bf y}$ ao vetor de estados ${\bf x}$
Н	Matriz de sensitividade, matriz de derivadas parciais do vetor h
H_{ij}	Elemento da linha i e coluna j da matriz \mathbf{H}
$\tilde{\mathbf{H}}$	Matriz de sensitividade relacionada à covariância reduzida
$\mathbf{H}_{q heta}$	Matriz de derivadas parciais dos quatérnios em relação aos ângulos de Euler
$\mathbf{H}_{ heta q}$	Matriz de derivadas parciais dos ângulos de Euler em relação aos quatérnios
\mathbf{I}_n	Matriz identidade de ordem <i>n</i>
J	Matriz de inércia da plataforma
J_x, J_y, J_z	Momentos principais de inércia em relação aos eixos x, y e z
J_{max}	Maior momento de inércia da plataforma aerostática
κ	Processo branco que modelo o ruído dinâmico do estado x do FKE
K	Ganho de Kalman

k_d	Ganho derivativo da lei de controle
k_{db}	Zona morta da atitude
k_p	Ganho proporcional da lei de controle
\tilde{m}_x, \tilde{m}_y	Elementos relacionados às direções x e y do vetor de medidas dos magnetômetros
η	Parte escalar do quatérnio da atitude
P	Matriz de covariância dos estados x do FKE
$ar{\mathbf{P}}$	Matriz de covariância propagada
Ŷ	Matriz de covariância atualizada
$\mathbf{P}_{\!\scriptscriptstyle{ ext{ heta}}}$	Matriz de covariância em função dos ângulos de Euler
\mathbf{P}_q	Matriz de covariância em função dos quatérnios
$\mathbf{P}_{\theta b}$	Matriz de covariância em função dos ângulos de Euler e dos vieses dos girômetros
\mathbf{P}_{qb}	Matriz de covariância em função dos quatérnios e dos vieses dos girômetros
\mathbf{P}_{qb}^{r}	Matriz de covariância reduzida em função dos quatérnios e dos vieses dos girômetros
q	Quatérnio da atitude
Q	Matriz de covariância do ruído dinâmico do estado x
\mathbf{Q}_q	Matriz de covariância do ruído dinâmico do estado em função dos quatérnios
$\mathbf{Q}_{ heta}$	Matriz de covariância do ruído dinâmico do estado em função dos ângulos de Euler
\mathbf{Q}_{qb}	Matriz de covariância do ruído dinâmico do estado em função dos quatérnios e dos vieses dos girômetros
$\mathbf{Q}_{\theta b}$	Matriz de covariância do ruído dinâmico do estado em função dos ângulos de Euler e dos vieses dos girômetros
\mathbf{Q}_{qb}^{r}	Matriz de covariância reduzida do ruído dinâmico do estado em função dos quatérnios e dos vieses dos girômetros
r	Distância em relação ao centro de massa (CM)
R	Matriz de covariância das medidas
Res	Vetor de resíduos
S	Matriz correspondente ao fator de escala e desalinhamento do girômetro
σ	Desvio-padrão

t	Tempo
T_q	Torque gerado pelos atuadores de jatos de ar comprimido
\mathbf{T}_q	Vetor de torques de controle
θ	Ângulos de Euler (ângulo-eixo de Euler)
$ heta_{i}$	Elementos do vetor de ângulos de Euler
$ heta_{ extit{ri}}$	Elementos do vetor de ângulos de referência para a atitude
u	Vetor de sinais de controle
u_i	Sinal discreto de controle para cada eixo i
v	Processo branco que modela o ruído das medidas
X	Vetor de estados do FKE
$\overline{\mathbf{x}}$	Estado propagado
$\hat{\mathbf{x}}$	Estado atualizado
y	Vetor de medidas observadas do FKE
ϕ, θ, ψ	Elementos do vetor de ângulos de Euler (rolamento, arfagem, guinada)
$ ilde{\phi}, ilde{ heta}, ilde{\psi}$	Elementos do vetor de medidas y
ϕ', θ', ψ'	Elementos da matriz h
Φ	Matriz de transição do estado x
$oldsymbol{\Phi}_q$	Matriz de transição associada aos quatérnios
Zi	$Flag$ de adição da zona morta k_{db}
ω	Vetor velocidade angular avaliada no sistema de coordenadas fixo à plataforma
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	Elementos do vetor velocidade angular ω
$\mathbf{\omega}_{g}$	Vetor de medidas brutas provenientes dos girômetros
ω_{lim}	Velocidade angular limite
$\boldsymbol{\omega}^{ imes}$	Matriz antissimétrica do produto vetorial da velocidade angular
Ω	Matriz antissimétrica em função das velocidades angulares



SUMÁRIO

	<u>]</u>	Pág.
1	INTRODUÇÃO	1
1.1.	Controle de atitude com atuadores de jatos de gás	2
1.2.	Determinação e estimação de atitude	3
1.3.	Objetivos	4
1.4.	Revisão bibliográfica	5
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	7
2.1.	Cinemática de Atitude	7
2.2.	Dinâmica de Atitude	. 11
2.3.	Lei de Controle	. 11
2.4.	Estimador Filtro de Kalman Estendido (FKE)	. 13
3	DESCRIÇÃO DOS COMPONENTES DO EXPERIMENTO	. 19
3.1.	Plataforma de mancal aerostático	. 19
3.2.	Unidade inercial	. 22
4	IMPLEMENTAÇÃO DO FKE	. 27
4.1.	FKE com estimação dos quatérnios	. 27
4.2.	FKE com estimação dos quatérnios e dos vieses dos girômetros	. 31
4.3.	FKE integrado ao modelo de simulação da plataforma aerostática	. 33
5	TESTES E RESULTADOS COM DADOS REAIS	. 35
5.1.	FKE com estimação dos quatérnios	. 35
5.1.1	.Teste 1 do FKE _q	. 36
5.1.2	Teste 2 do FKE _q	. 42
5.1.3	Teste 3 do FKE _q	. 46
5.2.	FKE com estimação dos quatérnios e dos vieses dos girômetros	. 54
5.2.1	.Teste 1 do FKE _{qb}	. 54
5.2.2	Teste 2 do FKE _{qb}	. 61
5.2.3	Teste 3 do FKE _{qb}	. 66

6	TESTES E RESULTADOS DO FKE INTEGRADO AO MODELO DE	
	SIMULAÇÃO DA PLATAFORMA AEROSTÁTICA	75
6.1.	FKE com estimação dos quatérnios	76
6.2.	FKE com estimação dos quatérnios e dos vieses dos girômetros	81
7	CONCLUSÃO	89
REF	ERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	93
APÊ	NDICE A – REDUÇÃO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIA DOS QUATÉRN	IOS
		99

1 INTRODUÇÃO

A maior dificuldade na realização de experiências de dinâmica e controle de atitude de satélites artificiais em ambiente laboratorial terrestre reside na necessidade destas ocorrerem em ambiente de gravidade, enquanto a nave espacial real irá operar em condições de microgravidade. Uma forma de contornar este problema é o emprego de mançais aerostáticos.

Uma mesa de mancal aerostático, também chamada de plataforma de mancal a ar, ou ainda mesa ou plataforma de mancal esférico aerostático, é um dispositivo no qual uma calota esférica sólida geralmente de aço flutua sobre um colchão de ar comprimido, formado em uma cavidade esférica que se ajusta perfeitamente à calota. A mesa permite simular um ambiente de baixo atrito, semelhante ao encontrado nas órbitas de satélites em torno da Terra. Ela permite que a plataforma gire livremente em torno do eixo vertical, mas o movimento em torno dos eixos horizontais é limitado pela necessidade da base de suporte.

Existem diferentes tipos de mesas de mancal a ar, tanto lineares quanto rotacionais. Os modelos mais elaborados combinam movimentos planares e rotacionais em simulações que provêm até seis graus de liberdade completamente sem restrições (SCHWARTZ et al., 2003; KOMANDURI et al., 2010). Estas plataformas combinam um mancal a ar esférico ou semiesférico de três graus de liberdade (simulação da dinâmica rotacional) com outro linear de dois graus de liberdade (simulação da dinâmica translacional), o qual pode deslocar-se livremente sobre um piso plano e polido especialmente preparado. Caso seja necessário, o sexto grau de liberdade pode ser inserido adicionando-se um mecanismo de variação da altura do mancal rotacional em relação ao piso, sendo este o único não pneumático. Estas plataformas aerostáticas são utilizadas para simulações de manobras de *rendezvous* (encontro) e (*docking*) acoplamento em órbita, operações cujo controle da trajetória orbital depende do controle de apontamento da espaçonave, além do fato de que o emprego de sistemas de controle de atitude por jatos de gás pode causar mudanças de órbita durante uma manobra de reorientação (WERTZ, 1978).

Ademais, mesas de mancal a ar rotacionais são a tecnologia preferida para a investigação em Terra da dinâmica e controle de espaçonaves (SCHWARTZ e HALL, 2003; SCHWARTZ et al., 2003; KIM et al., 2003; HANSEN, 2000), dado que seu emprego oferece um ambiente quase sem torque e com baixíssimo atrito, sendo assim uma forma de viabilizar com baixo custo testes de controle de atitude de veículos espaciais em laboratório.

O INPE conta atualmente com três mesas de mancal a ar rotacionais, uma de um grau de liberdade (um eixo) e outra com três graus de liberdade, ambas instaladas no *Laboratório de Simulações* (LABSIM), e a terceira também com três graus de liberdade, instalada no *Laboratório de Sistemas Inerciais para Aplicação Aeroespacial* (LABSIA). Ambos os laboratórios estão localizados em São José dos Campos – SP.

1.1. Controle de atitude com atuadores de jatos de gás

Atualmente, a quase totalidade dos satélites artificiais com requisitos modestos de apontamento necessita de algum tipo de controle de atitude. Salvo apenas missões mais específicas ou simplificadas, como tecnológicas, universitárias, ou missões com modelos mais simples de *Cubesats*, ou ainda missões em que não há a necessidade de uma orientação específica do veículo espacial, todas as demais requerem estudos aprofundados acerca do seu sistema de controle de atitude e apontamento (*Attitude Control System*, ou ACS, na sigla em inglês). Estes sistemas são responsáveis pela orientação ativa do satélite em relação a um sistema de coordenadas externo, alcançada por meio do movimento de atitude do veículo e pela estabilização da atitude.

Comumente, satélites artificiais possuem dois ou três tipos diferentes de atuadores, sendo que os mais utilizados são rodas de reação, bobinas magnéticas e jatos de gás. Contudo, novas tecnologias estão sendo desenvolvidas e aperfeiçoadas para controle de atitude, tais como velas solares (JAXA, 2010) e propulsores iônicos (NICOLINI, 2007). Cada tipo de atuador é utilizado em fases e momentos específicos durante a execução da manobra de correção de atitude e apontamento, possuindo igualmente características próprias de força ou torque, velocidade e tempo de atuação, tempo de reação, e gasto de energia.

Sistemas compostos por atuadores de jatos de gás produzem impulso como reação a uma aceleração coletiva das moléculas de propelente, cuja energia provém de reação química ou expansão termodinâmica (WERTZ, 1978). Estes atuadores são empregados em cinco funções principais numa espaçonave: *i*) controle de atitude; *ii*) controle de taxas de rotação angular; *iii*) controle de nutação; *iv*) controle ou dessaturação de rodas de *momentum*; e por fim *v*) ajustes de órbita.

De acordo com Wertz (1978), sistemas compostos por jatos de gás são eficientes na execução de manobras, são simples de operar e não são limitados a um ambiente específico. No entanto, eles são caros, requerem equipamento complexo de suporte e armazenamento de combustível, canalizações, e são limitados no tempo de vida pela quantidade de combustível a bordo.

Desta forma, previamente à implantação da lei de controle no computador do ACS de um veículo espacial, esta necessita ser exaustivamente testada em solo a fim de se proceder à verificação tanto do *software* quanto do próprio *hardware*, de forma a garantir seu bom funcionamento e eficiência. Este processo justifica-se também pelo fato de que eventuais correções na estratégia de controle, quando o satélite já se encontra em órbita, são custosas. Além disso, eventuais erros no projeto ou no *software* podem levar, em casos extremos, à perda da missão espacial. Se a válvula de abertura de um atuador de jato travar em posição aberta, por exemplo, devido a um defeito ou erro de projeto ou falha de *software*, a missão estará irremediavelmente perdida. Portanto, testes experimentais são essenciais antes da lei de controle ser incorporada em naves espaciais ainda por ser lançadas (KIM et al., 2003).

1.2. Determinação e estimação de atitude

Segundo Starin e Eterno (2010), a determinação de atitude é o processo de combinação das medidas dos sensores disponíveis com o conhecimento da dinâmica do veículo/experimento para fornecer uma solução precisa e única para o estado da atitude em função do tempo, tanto para uso em tempo real embarcado quanto para pósprocessamento. O produto deste processo é chamado de *estimativa* ou *solução de atitude*.

Wertz (1978) estabelece que o objetivo da determinação da atitude é encontrar a orientação da nave espacial em relação a um sistema de referência tido como inercial, ou a algum objeto ou corpo de interesse específico, como a Terra. Para esta tarefa, devese ter disponível um ou mais vetores de referência em direções conhecidas em relação ao veículo. Esses vetores são, normalmente, obtidos a partir de medidas do campo magnético terrestre, da direção do Sol, da posição de estrelas conhecidas, da direção do centro da Terra ou de outro corpo celeste na vizinhança da espaçonave, dentre outros.

A combinação de informações de múltiplos sensores é um campo de estudo complexo. As possibilidades para uma determinada missão variam de uma simples combinação lógica de sensores aos modernos métodos de filtragem de informações, como a filtragem de Kalman (STARIN e ETERNO, 2010). Adicionalmente, muitos métodos exigem alguma previsão de atitude a partir das condições atuais, além da implantação de algoritmos para contornar possíveis ambiguidades inerentes à adoção de algumas soluções.

Frequentemente, alguns sensores possuem um nível de ruído acentuado ou outra desvantagem que os impedem de fornecerem uma solução de atitude satisfatória em todos os momentos ou fases da missão. Desta forma, o emprego de mais de um sensor ou solução é necessário para atender a todos os requisitos de uma missão específica.

Uma espaçonave mais simples pode usar as saídas dos sensores para alimentar diretamente as leis de controle embarcadas, enquanto veículos mais complexos ou com requisitos de precisão mais altos empregam alguma forma de cálculo de média, suavização ou filtragem de dados por Kalman. Os algoritmos exatos dependem da missão e, consequentemente, dos sensores utilizados (STARIN e ETERNO, 2010), uma vez que cada sensor apresenta uma dinâmica própria, que por sua vez depende diretamente da grandeza a ser mensurada.

1.3. Objetivos

O principal objetivo deste trabalho é efetuar a modelagem, implementação e simulação de um estimador de atitude em tempo real baseado em filtro de Kalman estendido

(FKE), aplicado a uma plataforma de mancal aerostática de três eixos controlada por atuadores de jatos de gás, instalada no LABSIM.

Os algoritmos atualmente embarcados na eletrônica de controle desta plataforma fazem uso da estimação de atitude fornecida pela própria unidade inercial, a qual é obtida por processamento interno ao AHRS (*Attitude and Heading Reference System*), baseado em filtro de Kalman adaptativo (INNALABS, 2009). Dado que o fabricante não fornece detalhes sobre processamentos internos da unidade inercial, pretende-se então realizar a implantação, testes e simulação *offline* de um estimador de atitude baseado em filtro de Kalman, que fará uso dos dados brutos fornecidos pelos sensores para obter uma estimativa da atitude da plataforma e dos vieses (*bias*) dos girômetros.

Espera-se, ao final deste trabalho, obter um algoritmo de determinação de atitude que apresente resultados similares àqueles provenientes da AHRS, de modo que este possa ser futuramente implantado e testado no computador de bordo da plataforma aerostática.

1.4. Revisão bibliográfica

O emprego de plataformas aerostáticas para a verificação de algoritmos de determinação de atitude de satélites, hardwares de controle e desenvolvimento de software, tem sido realizado desde o final da década de 50, de forma complementar e paralela ao desenvolvimento de satélites e foguetes (SCHWARTZ et al. 2003). Atualmente, muitas universidades e institutos de pesquisa utilizam plataformas aerostáticas para testes de algoritmos de controle de veículos espaciais. Kim et al. (2003) detalha o desenvolvimento de uma plataforma aerostática de 3 eixos controlada por 3 rodas de reação nas instalações da Escola de Engenharia Aeroespacial do Georgia Institute of Technology. Schwartz e Hall (2003) apresentam o desenvolvimento de duas plataformas esféricas para estudos de voo em formação e controle de atitude por rodas de reação e por jatos de gás frio nas dependências da Virginia Tech. Crowell (2011) apresenta o desenvolvimento e análises de um simulador de atitude de pequenos satélites controlado por 4 rodas de reação, baseado em um mancal aerostático de 3 graus de liberdade, instalado no Massachusetts Institute of Technology (MIT). Este experimento é montado em conjunto com um gerador de campo magnético,

possibilitando testes de algoritmos de determinação de atitude com uso de magnetômetros embarcados. Uma revisão histórica sobre o uso de simuladores espaciais baseados em plataformas e mancais aerostáticos nos Estados Unidos pode ser encontrada em Schwartz et al. (2003).

No Brasil, além das mesas de mancal a ar de 1 e 3 eixos do INPE (SIQUELI et al., 2013; CAMPESATO e CARRARA, 2013; OLIVEIRA et al., 2013), a Universidade Federal do ABC (UFABC), o Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) e o Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE), ambos institutos do Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial (DCTA) da Força Aérea Brasileira (FAB), possuem uma plataforma de 3 eixos cada. A plataforma aerostática do ITA, ainda em desenvolvimento, será controlada por 3 rodas de reação, possuindo como sensores uma unidade IMU e uma câmera para aquisição de imagens (SILVA et al., 2014).

Na área de estimação de atitude de satélites usando filtragem de Kalman, o trabalho de referência desta dissertação é Lefferts et al. (1982). Nesta obra, o vetor de estados é composto pelos quatérnios da atitude e pelos vieses dos três giroscópios. São apresentadas também três formas de contornar o problema de mantenimento da singularidade de matriz de covariância associadas aos quatérnios (detalhado na Seção 2.4). Outro trabalha semelhante, porém mais atualizado, é apresentado em Crassidis et al. (2007).

Kuga e Carrara (2013) apresentam um algoritmo para determinação de atitude usando medidas de acelerômetros e magnetômetros baseado no método QUEST, o qual exige relativo menor custo computacional que métodos baseados em filtragem de Kalman.

Tagawa et al. (2011) expõe um experimento de determinação de trajetória usando uma unidade IMU e um magnetômetro de 3 eixos em conjunto com um receptor GPS. Neste trabalho, foi utilizado um estimador baseado no filtro de Kalman sigma-ponto.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo é apresentada a modelagem matemática da cinemática e da dinâmica de atitude de satélites artificiais aplicado ao caso da plataforma aerostática, bem como a lei de controle adotada. Descreve-se também a formulação do estimador baseado em filtro de Kalman estendido.

2.1. Cinemática de Atitude

A orientação de um satélite em relação a um sistema de referência conhecido é denominada atitude, e o movimento de rotação em torno do seu centro de massa é denominado movimento de atitude (ARANTES JUNIOR, 2005). De acordo com Hughes (1986) e Wertz (1978), a atitude e o movimento de atitude especificam a orientação espacial e o movimento rotacional em torno do centro de massa do satélite.

Há vários modos de parametrizar a cinemática de atitude. Wertz (1978) descreve cinco métodos: *i.* matriz de cossenos diretores; *ii.* ângulo e eixo de Euler; *iii.* parâmetros simétricos de Euler (quatérnios); *iv.* vetor de Gibbs; e *v.* ângulos de Euler. A escolha de um método depende das vantagens e desvantagens fornecidas por cada um para uma aplicação particular.

As matrizes de cossenos diretores, também denominadas matrizes de rotação, permitem relacionar coordenadas expressas em dois triedros de referência distintos como, por exemplo, o sistema do corpo e o sistema inercial. Também, estas podem ser postas em função dos ângulos de Euler, ângulo e eixo de Euler e quatérnios (CARRARA, 2012).

Quatérnios fornecem facilidade computacional por não apresentarem singularidades e por não possuírem funções trigonométricas, exigindo menor esforço computacional em relação às outras representações. Entretanto, os quatérnios não possuem interpretação física direta, sendo necessário transformá-los em ângulos de Euler após a integração numérica a fim de facilitar sua compreensão.

O quatérnio de atitude **q** possui quatro elementos, dos quais os três primeiros formam um vetor, e o quarto um elemento escalar:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \mathbf{\epsilon} & \boldsymbol{\eta} \end{pmatrix}^T \tag{2.1}$$

na qual ε é a parte vetorial e η é a parte escalar. Estes possuem, segundo Hughes (1986), as propriedades:

$$\mathbf{\varepsilon} = \mathbf{a} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \tag{2.2}$$

$$\eta = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \tag{2.3}$$

em que θ e a são o ângulo e o eixo de Euler, respectivamente. Adicionalmente, os quatérnios devem respeitar a condição:

$$\mathbf{\varepsilon}^T \mathbf{\varepsilon} + \boldsymbol{\eta}^2 \equiv \boldsymbol{\varepsilon}_1^2 + \boldsymbol{\varepsilon}_2^2 + \boldsymbol{\varepsilon}_3^2 + \boldsymbol{\eta}^2 = 1 \tag{2.4}$$

A equação diferencial da atitude em quatérnios (equação cinemática) é dada por (WERTZ, 1978; HUGHES, 1986):

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2}\mathbf{\Omega}\mathbf{q} \tag{2.5}$$

na qual Ω é a matriz antissimétrica definida por:

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} -\mathbf{\omega}^{\times} & \mathbf{\omega} \\ -\mathbf{\omega}^{T} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{z} & -\omega_{y} & \omega_{x} \\ -\omega_{z} & 0 & \omega_{x} & \omega_{y} \\ \omega_{y} & -\omega_{x} & 0 & \omega_{z} \\ -\omega_{x} & -\omega_{y} & -\omega_{z} & 0 \end{bmatrix}$$
(2.6)

 ω é a velocidade angular da plataforma expressa no sistema de coordenadas fixo ao corpo, obtida a partir das medidas do giroscópio tri-axial da unidade inercial, e ω^{\times} é a matriz antissimétrica do produto vetorial da velocidade angular ω , definida por:

$$\mathbf{\omega}^{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$$
 (2.7)

Admitindo-se que as medidas provenientes dos giroscópios são amostradas a uma taxa constante, e que seus valores não se alteram no intervalo entre cada amostra, pode-se propor a seguinte solução para a integração da Equação 2.5 (WERTZ, 1978):

$$\mathbf{q}(t + \Delta t) = \mathbf{\Phi}_a(\Delta t, \mathbf{\omega})\mathbf{q}(t) \tag{2.8}$$

em que Δt é o intervalo de amostragem, $\mathbf{q}(t)$ o quatérnio da atitude no instante t, $\mathbf{q}(t+\Delta t)$ o quatérnio propagado para o instante $t+\Delta t$, e finalmente $\mathbf{\Phi}_q$ é a matriz de transição de estados que leva o sistema do instante t para $t+\Delta t$, definida por:

$$\mathbf{\Phi}_{q}(\Delta t, \mathbf{\omega}) = e^{\frac{1}{2}\mathbf{\Omega}\Delta t} = \cos\left(\frac{|\mathbf{\omega}|\Delta t}{2}\right)\mathbf{I}_{4} + \frac{1}{|\mathbf{\omega}|}\sin\left(\frac{|\mathbf{\omega}|\Delta t}{2}\right)\mathbf{\Omega}$$
(2.9)

na qual I_4 é a matriz identidade de ordem 4.

Os ângulos de Euler de uma rotação 1-2-3 (primeira rotação em torno do eixo x, segunda rotação em torno de y, e terceira rotação em torno do eixo z) são obtidos convertendo-se inicialmente os quatérnios na matriz de rotação da atitude por meio de (CARRARA, 2012):

$$\mathbf{C} = (\eta^2 - \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{I}_3 + 2\boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}^T - 2\eta \boldsymbol{\varepsilon}^{\times}$$
 (2.10)

em que I_3 é a matriz identidade de ordem 3. Desenvolvendo a equação matricial acima, chega-se a:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1}^{2} - \varepsilon_{2}^{2} - \varepsilon_{3}^{2} + \eta^{2} & 2(\varepsilon_{1}\varepsilon_{2} + \eta\varepsilon_{3}) & 2(\varepsilon_{1}\varepsilon_{3} - \eta\varepsilon_{2}) \\ 2(\varepsilon_{1}\varepsilon_{2} - \eta\varepsilon_{3}) & -\varepsilon_{1}^{2} + \varepsilon_{2}^{2} - \varepsilon_{3}^{2} + \eta^{2} & 2(\varepsilon_{2}\varepsilon_{3} + \eta\varepsilon_{1}) \\ 2(\varepsilon_{1}\varepsilon_{3} + \eta\varepsilon_{2}) & 2(\varepsilon_{2}\varepsilon_{3} - \eta\varepsilon_{1}) & -\varepsilon_{1}^{2} - \varepsilon_{2}^{2} + \varepsilon_{3}^{2} + \eta^{2} \end{bmatrix}$$
(2.11)

e, então, os ângulos de Euler de cada eixo são calculados utilizando-se as relações:

$$\phi = \tan 2 \left(\frac{-c_{32}}{c_{33}} \right) \tag{2.12}$$

$$\theta = \operatorname{asen}(c_{31}) \tag{2.13}$$

$$\psi = \tan 2 \left(\frac{-c_{21}}{c_{11}} \right) \tag{2.14}$$

na qual c_{ij} representa o elemento da linha i e coluna j da matriz de cossenos diretores \mathbb{C} .

Para iniciar a integração dos quatérnios, uma condição inicial deve ser previamente conhecida. Esta condição, quase sempre, é dada em ângulos de Euler, e, deste modo, deve-se realizar sua conversão para se obter a condição inicial representada em quatérnios. A equivalente da matriz de rotação **C** (Equação 2.11) em função dos ângulos de Euler é dada por (CRASSIDIS e JUNKINS, 2011):

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c(\psi)c(\theta) & s(\psi)c(\phi) + c(\psi)s(\theta)s(\phi) & s(\psi)s(\phi) - c(\psi)s(\theta)c(\phi) \\ -s(\psi)c(\theta) & c(\psi)c(\phi) - s(\psi)s(\theta)s(\phi) & c(\psi)s(\phi) + s(\psi)s(\theta)c(\phi) \\ s(\theta) & -c(\theta)s(\phi) & c(\theta)c(\phi) \end{bmatrix}$$
(2.15)

em que $s(\phi) = sen(\phi)$, $c(\phi) = cos(\phi)$, e assim por diante.

Os quatérnios podem, então, ser obtidos a partir das relações (WERTZ, 1978):

$$\eta = \pm \frac{1}{2} \left(1 + c_{11} + c_{22} + c_{33} \right)^{1/2} \tag{2.16}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{4\eta} \left(c_{23} - c_{32} \right) \tag{2.17}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{4\eta} \left(c_{31} - c_{13} \right) \tag{2.18}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{4n} \left(c_{12} - c_{21} \right) \tag{2.19}$$

c_{ij} representa o elemento da linha *i* e coluna *j* da matriz da Equação 2.15.

2.2. Dinâmica de Atitude

Como forma de simplificação do problema, modelou-se a plataforma aerostática como sendo um corpo rígido, cuja equação da dinâmica de atitude pode ser escrita na forma (CARRARA, 2012; HUGHES, 1986):

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{J}^{-1} \left(\mathbf{T}_{q} - \boldsymbol{\omega}^{\times} \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} \right) \tag{2.20}$$

na qual ${\bf J}$ é a matriz de inércia, ${\bf T}_{\!\scriptscriptstyle q}$ é o vetor de torques de controle dado por:

$$\mathbf{T}_{a} = T_{a}\mathbf{u}(t) \tag{2.21}$$

 $\mathbf{u}(t) = (u_1, u_2, u_3)^T$ é o sinal discreto de controle para cada eixo (+1, -1 ou 0).

O módulo do torque de controle, T_q , é dado pelo produto do módulo da força F gerada pelos atuadores de jatos de gás (válvulas pneumáticas) pela distância r em relação ao centro de massa (CM) do conjunto:

$$T_{a} = Fr \tag{2.22}$$

Ademais, por simplificação, os atuadores foram modelados como sendo discretos (*on-off*) e sem atraso. O Capítulo 3 apresenta maiores detalhes sobre o posicionamento das válvulas pneumáticas, bem como sobre a plataforma aerostática.

O cálculo dos módulos da força F e do torque T_q , além da estimativa de consumo de ar comprimido, são apresentados por Campesato e Carrara (2013).

2.3. Lei de Controle

Diversas técnicas podem ser aplicadas para controlar a atitude da plataforma aerostática. A forma de atuação também pode variar de um simples liga-desliga (*bang-bang*), ou modulação por PWM, dentre outras.

Simulações de três estratégias de controle de atitude por jatos de gás foram realizadas e comparadas entre si em trabalho anterior (CAMPESATO et al., 2015), almejando-se confrontar o desempenho de cada técnica por meio da análise do tempo total de execução de uma manobra de correção de atitude, e também por meio do cálculo de um parâmetro relacionado ao consumo de gás, que indiretamente equivale a uma forma de medição da energia necessária para a correção de atitude (equivalente ao consumo de combustível de um satélite real). As técnicas simuladas foram: *i*) controle de posição-evelocidade com técnica liga-desliga (*bang-bang*); *ii*) controle com tempo mínimo de manobra; e *iii*) técnica PWM associada a controle PD (proporcional e derivativo).

Neste trabalho será empregada a primeira estratégia.

Esta técnica de controle foi sugerida por Headrick (WERTZ, 1978), e assume que o sinal para o atuador deve seguir um controle PD dado por:

$$u_i = \operatorname{sgn}(-k_p \,\theta_i + k_p \,\theta_{ri} - k_d \,\omega_i) \tag{2.23}$$

em que u_i é o sinal discreto (+1, -1 ou 0) do torque a ser gerado no eixo i (x, y ou z), k_p e k_d são os ganhos proporcional e derivativo do controlador, respectivamente, θ_i são os ângulos de Euler da atitude, θ_{ri} são os ângulos de referência para a atitude, e ω_i são as componentes do vetor velocidade angular da mesa nos eixos x, y, e z.

A fim de se evitar problemas de convergência quando o ângulo θ_i passar por transições entre $-\pi$ e π , dado que u_i muda repentinamente sem necessariamente se anular, alterou-se a lei de controle de modo a efetuar primeiramente um controle para reduzir a velocidade angular sempre que ela for superior a uma velocidade angular limitante, ω_{lim} . Para garantir que o controle de posição possa ser atingido em menos de meia volta da mesa de mancal a ar, a velocidade angular de transição do controle é dada por:

$$\omega_{lim} = \sqrt{\frac{2\pi T_q}{J_{max}}} \tag{2.24}$$

em que T_q é o torque gerado pelos atuadores de jatos de ar comprimido, e J_{max} é o maior momento de inércia da mesa.

Adicionalmente, para evitar que as válvulas fiquem comutando rapidamente (chattering) quando a atitude final for atingida, estabeleceu-se uma zona morta (dead band) ao redor da referência de atitude, k_{db} , na forma:

$$z_{i} = \begin{cases} 1, \text{ se } |\theta_{i}| > k_{db} \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$$
 (2.25)

A lei de controle fica, então:

$$u_{i} = \begin{cases} z_{i} \operatorname{sgn}(-k_{d} \omega_{i}), & \text{se } \omega_{i} > \omega_{\lim} \\ z_{i} \operatorname{sgn}(-k_{p} \theta_{i} + k_{p} \theta_{ri} - k_{d} \omega_{i}), & \text{se } \omega_{i} \leq \omega_{\lim} \end{cases}$$

$$(2.26)$$

2.4. Estimador Filtro de Kalman Estendido (FKE)

O Filtro de Kalman (FK) é um estimador ótimo de mínima variância para sistemas dinâmicos lineares que pode incorporar ruídos (incertezas) no estado. A solução é obtida para cada instante de amostragem das medidas, ou seja, ele fornece as estimativas para o instante em que a medida é processada, sendo, portanto, um estimador com características de tempo real (KUGA, 2005).

O Filtro de Kalman estendido (FKE), por sua vez, é uma variante do Filtro de Kalman na sua versão linear, aplicado a sistemas dinâmicos não-lineares. O FKE é uma versão linearizada do FK por meio da expansão de Taylor truncada no termo linear (KUGA, 2005). Desta forma, devido ao truncamento dos termos de ordem superior, o FKE não é ótimo.

Seja um sistema com dinâmica não-linear com vetor de estados \mathbf{x} de dimensão n, vetor de entrada \mathbf{u} , e vetor de medidas observadas \mathbf{y} , dado pelas relações:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{\kappa}(t)$$
(2.27)

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \tag{2.28}$$

na qual f é a função vetorial não-linear que associa o vetor de estados \mathbf{x} , vetor de entrada \mathbf{u} e tempo t à dinâmica do sistema; \mathbf{G} é a matiz de adição de ruído dinâmico; $\mathbf{\kappa} = N(0, \mathbf{Q})$ é o processo branco que modela o ruído dinâmico, com distribuição normal de média nula e covariância \mathbf{Q} ; \mathbf{h} é a função vetorial não-linear que associa o vetor de estados \mathbf{x} à observação do sistema; e, finalmente, $\mathbf{v}_k = N(0, \mathbf{R})$ é o processo branco que modela o ruído nas medidas, com distribuição normal de média nula e covariância \mathbf{R} . Observa-se que a dinâmica do sistema é contínua, enquanto sua observação é discreta.

O algoritmo do FK e FKE consiste em duas etapas: *i.* propagação ou predição, e *ii.* atualização ou correção.

A primeira etapa propaga o vetor de estados \mathbf{x} do sistema e sua matriz de covariância \mathbf{P} entre instantes discretos t_{k-1} a t_k , dado um vetor de estados inicial \mathbf{x}_{k-1} e uma entrada \mathbf{u} conhecida em função do tempo, obtendo-se o estado propagado $\overline{\mathbf{x}}$. A etapa de propagação do FKE baseia-se inteiramente na dinâmica do sistema, predizendo os estados futuros através de integração numérica da Equação 2.27, considerando ruído nulo, da forma (PRADO e KUGA, 2001):

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \tag{2.29}$$

$$\dot{\mathbf{\Phi}}(t,k) = \mathbf{F}(\overline{\mathbf{x}}(t),t)\mathbf{\Phi}(t,k) \tag{2.30}$$

em que ${\bf F}$ é a matriz jacobiana do sistema não-linear $\,f\,$, definida por:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}(t_k), t_k) = \left[\frac{\partial f(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}}\right]_{\mathbf{x} = \overline{\mathbf{x}}_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{n \times n}$$
(2.31)

As condições iniciais são definidas por $\overline{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ e $\mathbf{\Phi}_{k,k} = \mathbf{I}_n$, na qual $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ é o estado atualizado da iteração anterior (informação *a priori*), e \mathbf{I}_n é a matriz identidade de ordem n.

A propagação da covariância P de forma discreta é obtida por meio da equação:

$$\overline{\mathbf{P}}_{k} = \mathbf{\Phi}_{k k-1} \hat{\mathbf{P}}_{k-1} \mathbf{\Phi}_{k k-1}^{T} + \mathbf{\Gamma}_{k} \mathbf{Q}_{k} \mathbf{\Gamma}_{k}^{T}$$
(2.32)

sendo $\hat{\mathbf{P}}_{k-1}$ a matriz de covariância obtida no passo anterior, $\overline{\mathbf{P}}_k$ a covariância propagada no passo atual k, e:

$$\mathbf{\Gamma}_{k}\mathbf{Q}_{k}\mathbf{\Gamma}_{k}^{T} = \int_{k-1}^{k} \mathbf{\Phi}_{t,k-1}\mathbf{G}(t)\mathbf{Q}(t)\mathbf{G}^{T}(t)\mathbf{\Phi}_{t,k-1}^{T}dt$$
(2.33)

na qual $\Phi_{k,k-1}$ é a matriz de transição de estados que leva o sistema do instante k-1 para k.

Posteriormente, a etapa de atualização corrige o estado e a covariância propagados, $\overline{\mathbf{x}}$ e $\overline{\mathbf{P}}$, para o instante t_k , com base no modelo de observações dado pela Equação 2.28, cujas medidas \mathbf{y}_k são obtidas pelos sensores da unidade inercial para cada instante t_k . A ponderação dada à medida propagada e à medida real é fornecida pelo ganho de Kalman \mathbf{K}_k . Deste modo, o estado $\hat{\mathbf{x}}_k$ e a covariância $\hat{\mathbf{P}}_k$ atualizados são obtidos pelas equações abaixo:

$$\mathbf{K}_{k} = \overline{\mathbf{P}}_{k} \mathbf{H}_{k}^{T} \left(\mathbf{H}_{k} \overline{\mathbf{P}}_{k} \mathbf{H}_{k}^{T} + \mathbf{R}_{k} \right)^{-1}$$
 (2.34)

$$\hat{\mathbf{P}}_{k} = \left(\mathbf{I}_{n} - \mathbf{K}_{k} \mathbf{H}_{k}\right) \overline{\mathbf{P}}_{k} \tag{2.35}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k} = \overline{\mathbf{x}}_{k} + \mathbf{K}_{k} \left(\mathbf{y}_{k} - \mathbf{h}_{k} \left(\overline{\mathbf{x}}_{k} \right) \right) \tag{2.36}$$

em que \mathbf{H} é a matriz de derivadas parciais de \mathbf{h} , chamada de matriz de sensitividade (LEFFERTS et al., 1982), definida por:

$$\mathbf{H}_{k} = \left[\frac{\partial \mathbf{h}_{k}}{\partial \mathbf{x}}\right]_{\mathbf{x} = \overline{\mathbf{x}}_{k}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_{1}}{\partial x_{1}} & \dots & \frac{\partial h_{1}}{\partial x_{n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_{m}}{\partial x_{1}} & \dots & \frac{\partial h_{m}}{\partial x_{n}} \end{bmatrix}_{m \times n}$$
(2.37)

e *m* é o número de elementos do vetor de medidas do instante *k*.

De posse de $\hat{\mathbf{x}}_k$ e $\hat{\mathbf{P}}_k$, o algoritmo é realimentado, fechando o ciclo do FKE.

A diferença entre as medidas obtidas pelos sensores e os valores correspondentes da função *h* para o mesmo instante é chamada de resíduo, e indica o quão próximo do valor real está a estimativa obtida. A equação é dada por:

$$\mathbf{Res}_{k} = \mathbf{y}_{k} - \mathbf{h}_{k} \left(\overline{\mathbf{x}}_{k} \right) \tag{2.38}$$

A implantação do Filtro de Kalman Estendido com atitude propagada em quatérnios necessita de especial atenção na matriz de covariância do erro associado aos componentes do quatérnio, dado que esta é não-diagonal e singular. Isto decorre imediatamente do fato de que as 4 componentes do quatérnio devem atender ao vínculo do módulo unitário (Equação 2.4). Essa singularidade é difícil de ser mantida numericamente devido ao acúmulo de erros de arredondamento (LEFFERTS et al., 1982). Esses erros numéricos muito provavelmente tornam a matriz de covariância $\hat{\mathbf{P}}_k$ completa não-singular, embora teoricamente devesse ser singular. Entretanto, em termos práticos, nota-se que não há necessidade de se reduzir a matriz $\hat{\mathbf{P}}_k$, conforme atestam os casos de teste que serão apresentados. Ademais, essa solução foi utilizada com sucesso em outras aplicações (MESQUITA et al., 2017), suportando assim seu emprego no escopo deste trabalho.

No Apêndice A é apresentada outra forma de contornar o problema de singularidade, que faz uso da matriz de covariância reduzida.

Adicionalmente, dado que os quatérnios não possuem interpretação física direta, o mesmo ocorre com sua matriz de covariância. Deste modo, a matriz $\hat{\mathbf{P}}_k$ deve passar por uma conversão para ser apresentada em função dos ângulos de Euler da forma:

$$\mathbf{P}_{\theta} = \mathbf{H}_{\theta q} \mathbf{P}_{q} \mathbf{H}_{\theta q}^{T} \tag{2.39}$$

em que \mathbf{P}_q é a matriz $\hat{\mathbf{P}}_k$ estimada em função dos quatérnios, e \mathbf{P}_θ é sua equivalente em função dos ângulos de Euler.

A matriz $\mathbf{H}_{\theta q}$ é a matriz de derivadas parciais dos ângulos de Euler em relação aos quatérnios, $\mathbf{H}_{\theta q} = \mathbf{f} \left(\frac{\partial \theta}{\partial q} \right)$. Para os casos analisados neste trabalho, incluindo-se a versão do FKE com estimador de *bias* dos giroscópios e matriz $\hat{\mathbf{P}}_k$ de dimensão 7×7 (\mathbf{P}_{qb} , Seção 4.2), a matriz $\mathbf{H}_{\theta q}$ é equivalente à matriz \mathbf{H}_k da Equação 2.37.

3 DESCRIÇÃO DOS COMPONENTES DO EXPERIMENTO

Neste capítulo realiza-se uma breve descrição das partes que compõem a mesa de mancal a ar e suas funcionalidades. Descreve-se a plataforma, a eletrônica de controle, a disposição das válvulas pneumáticas, o esquema de comunicação e interfaces entre os equipamentos, e por fim são apresentadas as características da unidade inercial.

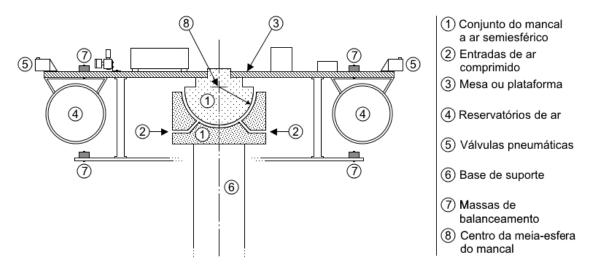
3.1. Plataforma de mancal aerostático

A plataforma utilizada neste trabalho encontra-se no *Laboratório de Simulações* (LABSIM) do INPE, e foi projetada e construída no próprio instituto (CARDIERI e VAROTTO, 1987) originalmente para testar o amortecedor de nutação dos satélites de coleta de dados 1 e 2 (SCD1 e SCD2) (FONSECA e SOUZA, 1989, 1990). Anos mais tarde, após o voo dos satélites, ela foi modificada para a realização de simulação de controle de atitude de satélites utilizando jatos de gás por meio de jatos de ar comprimido (CAMPESATO e CARRARA, 2013). Neste experimento, oito válvulas pneumáticas solenoides direcionais com retorno por mola simulam os atuadores de jatos de gás (*thrusters*), e dois reservatórios de ar comprimido fazem o papel dos tanques de propelentes. A plataforma conta ainda com uma válvula reguladora de pressão com manômetro, um segundo manômetro para conferência da pressão dos reservatórios, uma bateria de 12 V, uma eletrônica de controle digital (PC104) e distribuição de potência, um transmissor-receptor *wireless* para recepção de telecomandos e envio de telemetrias, e uma unidade inercial (descrita em maiores detalhes na seção seguinte).

A fim de se reduzir torques residuais devido ao desbalanceamento, todos os componentes foram distribuídos e instalados de modo a manter o centro de massa de todo o conjunto o mais próximo possível do centro geométrico da meia-esfera do mancal, sendo possível ajustá-lo por meio de massas de balanceamento. A plataforma foi submetida a um processo de balanceamento estático e dinâmico, de modo a reduzir possíveis torques causados pela diferença de posição entre o centro de massa do conjunto completo e o centro da meia-esfera do mancal, bem como para garantir que os eixos de inércia do conjunto coincidam com os eixos de referência adotados para a modelagem da plataforma (CAMPESATO e CARRARA, 2013).

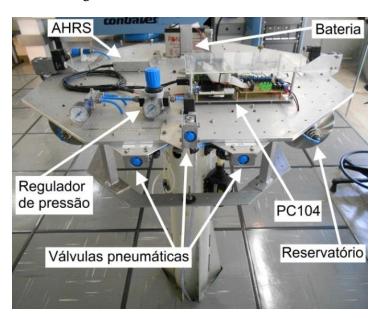
Um esquema da atual configuração da plataforma e uma foto são mostrados nas Figuras 3.1 e 3.2, respectivamente.

Figura 3.1 - Esquema em corte da plataforma de mancal a ar semiesférico.



Fonte: Produção do autor.

Figura 3.2 - Mesa de mancal aerostático.

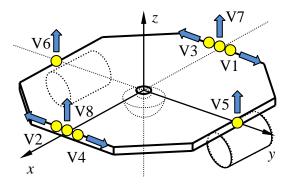


Fonte: Produção do autor.

A Figura 3.3 ilustra o esquema do posicionamento das válvulas pneumáticas, a direção dos jatos de ar, e o sistema de coordenadas adotado na plataforma. As válvulas VI e V2, e V3 e V4 atuam em conjunto, provendo torques na direção vertical, (eixo de guinada, z)

em ambos os sentidos. As demais válvulas geram torques horizontais, nos eixos de arfagem (x) e rolamento (y). Cada válvula gera torque teórico da ordem de 0,0445 Nm para uma pressão de operação de 2 bar.

Figura 3.3 - Esquema do posicionamento das válvulas, direção dos jatos de ar, e sistema de referência fixo à plataforma adotado.



Fonte: Produção do autor.

A Figura 3.4 ilustra o esquema de comunicação e interfaces entre os equipamentos. A eletrônica de controle é baseada em PC104 com sistema operacional Linux e disco de estado sólido. Ela se comunica com um computador externo por meio de rede *wireless*, que envia comandos para início dos testes de controle da plataforma e recebe a telemetria do experimento em tempo real.

Conhecida a atitude atual, o PC104 é responsável por prover os sinais para os atuadores com base no erro entre a atitude calculada e a referência adotada, comandando assim a execução da manobra de correção de apontamento. A estimação de atitude utilizada pela eletrônica de controle, atualmente, é fornecida diretamente pela unidade inercial (detalhada na seção seguinte). Deste modo, a proposta deste trabalho é a realização de estudos sobre um candidato a algoritmo de determinação de atitude que, fazendo-se uso das medidas brutas dos sensores da unidade inercial (acelerômetros, girômetros e magnetômetros), possa ser futuramente implantado e embarcado no PC104.

Interface wireless PC externo Interface wireless Plataforma Eletrônica Interface de **AHRS** de controle potência digital Acelerômetros Girômetros Válvulas pneumáticas Magnetômetro

Figura 3.4 - Esquema de conexões eletrônicas do experimento.

Fonte: Produção do autor.

Maiores detalhes a respeito da plataforma de mancal aerostático podem ser encontrados em Campesato e Carrara (2013), e Campesato et al. (2013).

3.2. Unidade inercial

A unidade inercial adotada na plataforma, do tipo AHRS (*Attitude and Heading Reference System*), é mostrada na Figura 3.5. Ela é produzida pela empresa *Innalabs*, e é composta por três giroscópios de estado sólido (MEMS) e três acelerômetros, um para cada eixo, e também um magnetômetro tri-axial, permitindo medir completamente sua orientação (INNALABS, 2009).

Figura 3.5 - Unidade inercial da *Innalabs*.



Fonte: Innalabs (2009).

O AHRS fornece, basicamente, dois tipos de dados de saída: *i*) medidas processadas e filtradas internamente utilizando algoritmo baseado em filtragem adaptativa de Kalman; ou *ii*) medidas brutas, sem pré-processamento. No primeiro, a unidade inercial provê diretamente a atitude e as velocidades angulares em 3 eixos, em ângulos de Euler ou quatérnios, a partir do processamento da tríade de giroscópios, da tríade de acelerômetros, e do magnetômetro tri-axial magneto-resistivo. O filtro adaptativo de Kalman é utilizado para a estimativa da deriva de viés dos giroscópios e cálculo dos ângulos de atitude estabilizados, ajustando-se automaticamente para alterar as condições dinâmicas (Figura 3.6). Em relação ao segundo tipo de dado fornecido, a unidade provê as medidas brutas de taxas de rotação angular fornecidas pelos giroscópios, a aceleração linear fornecida pelos acelerômetros, e medidas dos componentes de campo magnético local enviadas pelo magnetômetro, todos em três eixos ortogonais. Este estudo fará uso destas medidas brutas fornecidas pelos sensores.

A unidade inercial se comunica com o computador de controle por meio de uma interface serial RS-232. Ao ser inicializado, o sensor entra em modo de calibração e, após 60 segundos, começa a enviar os dados de atitude a uma taxa configurável de 1 a 100 Hz. Durante o processo de calibração o AHRS necessita ser mantido imóvel, caso contrário grandes erros podem ocorrer no processo de determinação da sua orientação, condição inicial para a integração das saídas dos giroscópios.

Algoritmo de autoalinhamento Condições iniciais Arfagem Magnetômetros Acelerômetros Girômetros Integração Estimação Rolamento numérica dos ângulos das equações de orientação Guinada de orientação ayo azo Cálculo dos sinais de correção m۷ mz Filtro de Kalman adaptativo

Figura 3.6 – Processo de estimação de atitude do AHRS.

Fonte: Modificado de Innalabs (2009).

Na Figura 3.7 é exibido o sistema de coordenadas da unidade inercial. Este sistema é fixo ao corpo do AHRS e definido como o sistema de coordenadas calibrado do sensor. A não-ortogonalidade entre os eixos deste sistema é garantida pelo fabricante como sendo menor que 0,01°. O ângulo de guinada (*heading*) do AHRS é referenciado para o norte magnético e vale zero quando a projeção do eixo y num plano horizontal está orientada para norte. O norte geográfico também pode ser utilizado desde que fornecida a atual declinação magnética local à unidade inercial.

Os ângulos de Euler medidos pela unidade inercial partem do sistema coordenado tangente local ENU (East-North-Up) para o sistema fixo ao corpo (heading, pitch, e roll). As orientações medidas não são limitadas e são enviadas nas seguintes faixas: guinada (z) de 0° a 360°; arfagem (x) de ± 90 ° e rolamento (y) de ± 180 °. Para operação

em 100 Hz, o fabricante estima os desvios-padrão em aproximadamente 0.03°RMS em guinada, e 0.02°RMS nos demais eixos.

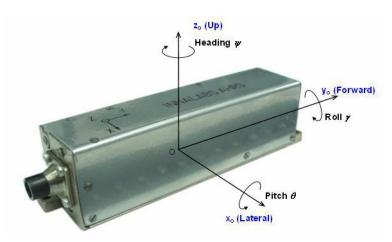


Figura 3.7 – Sistema de coordenadas do AHRS.

Fonte: Innalabs (2009).

A máxima taxa de rotação angular suportada pelo AHRS é de aproximadamente 300°/s.

Ademais, de acordo com o *datasheet* do equipamento (INNALABS, 2009), as medidas das unidades inerciais da *Innalabs* são compensadas em função de toda sua faixa de temperatura de operação.

4 IMPLEMENTAÇÃO DO FKE

Foram implantados dois modelos de estimadores em ambiente MATLAB: o primeiro foi montado com o vetor de estados composto apenas pelos quatérnios, chamado de FKE_q, e o segundo com vetor de estados composto pelos quatérnios e pelo vetor de vieses dos três girômetros, chamado de FKE_{qb}. Por fim, integrou-se o FKE com estimação dos quatérnios e dos vieses dos giros ao modelo de simulação da mesa de mancal a ar. Essas implantações são descritas nas seções a seguir.

Ambos os filtros foram modelados utilizando-se o sistema de coordenadas local NED (*North–East–Down*), apesar das medidas dos sensores serem tomadas em relação ao sistema ENU (*East–North–Up*). A conversão entre os sistemas é realizada trocando-se as medidas dos eixos *x* e *y* entre si, e invertendo-se o sinal do eixo *z*.

Este procedimento de ajuste de sistemas de coordenadas é muitas vezes necessário em aplicações reais, dado que os eixos adotados para os sensores nem sempre correspondem diretamente aos eixos empregados no veículo ou experimento. Assim, as modelagens desenvolvidas neste capítulo, bem como os resultados apresentados no Capítulo 5, são dados em relação ao sistema NED.

4.1. FKE com estimação dos quatérnios

O vetor de estados do sistema dinâmico não-linear adotado é dado por:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{q}(t) \tag{4.1}$$

na qual $\mathbf{q}(t)$ é o quatérnio da atitude dado pela integração da Equação 2.5.

Considera-se que o vetor de vieses $\mathbf{b}(t)$ do vetor de velocidades angulares $\mathbf{\omega}(t)$ é constante no intervalo das medidas. O modelo linear das velocidades angulares é dado por (NOURELDIN et al., 2012):

$$\mathbf{\omega}(t) = \mathbf{S}_{g} \mathbf{\omega}_{g}(t) + \mathbf{b}(t) \tag{4.2}$$

$$\dot{\mathbf{b}}(t) = \mathbf{0}_{3 \times 1} \tag{4.3}$$

em que $\mathbf{\omega}_g(t)$ é o vetor de medidas brutas proveniente dos girômetros da unidade inercial, \mathbf{S}_g é a matriz correspondente ao fator de escala e desalinhamento da tríade de sensores, e $\mathbf{0}_{3x1}$ é um vetor de zeros de dimensão 3.

 \mathbf{S}_g e $\mathbf{b}(t)$ foram obtidas por processo de calibração em trabalho anterior (OLIVEIRA, 2014. OLIVEIRA et al., 2015), e serão utilizados nesta implementação:

$$\mathbf{S}_{g} = \begin{bmatrix} 0.999998 & 0.001119 & -0.001261 \\ -0.000909 & 0.999999 & 0.000079 \\ 0.002063 & 0.001298 & 0.999996 \end{bmatrix}$$
(4.4)

$$\mathbf{b}(t) = \begin{bmatrix} 0.0003152282 \\ -0.0007883985 \\ 0.0001748655 \end{bmatrix} \circ / s \tag{4.5}$$

Nota-se que os valores dos vieses (da calibração em laboratório) são relativamente pequenos, da ordem de 0.5°/h, o que leva a crer que os vieses dinâmicos (que ocorreram durante o experimento) podem ser de maior magnitude.

O sistema dinâmico não-linear resultante é escrito da forma:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \dot{\mathbf{q}}(t) = \frac{1}{2}\mathbf{\Omega}(t)\mathbf{q}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{\kappa}_{q}(t)$$
(4.6)

 $\mathbf{k}_q(t)$ é o processo branco que modela o ruído dinâmico dos quatérnios. A matriz \mathbf{G} adotada é constante, dada por:

$$\mathbf{G}(t) = \mathbf{I}_{4} \tag{4.7}$$

Para a fase de propagação do vetor de estados, foi utilizada a Equação 2.8. A matriz de covariâncias em função dos quatérnios, \mathbf{P}_q , tem dimensão 4×4 .

O vetor de observações, **y**, é o vetor de atitude em ângulos de Euler calculado a partir dos dados brutos provenientes dos acelerômetros e magnetômetros do AHRS, utilizando-se as relações (FARRELL, 2008; FARRELL e BARTH, 1998):

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \tilde{\phi} \\ \tilde{\theta} \\ \tilde{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tan 2(-\tilde{a}_{y}, -\tilde{a}_{z}) \\ \tan 2(\tilde{a}_{x}, \sqrt{\tilde{a}_{y}^{2} + \tilde{a}_{z}^{2}}) \\ \tan 2(\tilde{m}_{y}, \tilde{m}_{x}) \end{bmatrix}$$
(4.8)

na qual $\tilde{\phi}$, $\tilde{\theta}$ e $\tilde{\psi}$ são as componentes do vetor de atitude nos três eixos coordenados, \tilde{a}_x , \tilde{a}_y e \tilde{a}_z são os elementos do vetor de medidas dos acelerômetros, e \tilde{m}_x e \tilde{m}_y são as componentes nas direções x e y do vetor de medidas proveniente dos magnetômetros do AHRS.

Assim, o vetor de observações é montado de acordo com a Equação 2.28:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\phi} \\ \tilde{\theta} \\ \tilde{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi' \\ \theta' \\ \psi' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}$$
(4.9)

O vetor **h** é calculada utilizando-se as Equações 2.11, 2.12 e 2.13:

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} \phi' \\ \theta' \\ \psi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\operatorname{atan} 2\left(2\left(\varepsilon_{2}\varepsilon_{3} - \eta\varepsilon_{1}\right), \left(-\varepsilon_{1}^{2} - \varepsilon_{2}^{2} + \varepsilon_{3}^{2} + \eta^{2}\right)\right) \\ \operatorname{asen}\left(2\left(\varepsilon_{1}\varepsilon_{3} + \eta\varepsilon_{2}\right)\right) \\ -\operatorname{atan} 2\left(2\left(\varepsilon_{1}\varepsilon_{2} - \eta\varepsilon_{3}\right), \left(\varepsilon_{1}^{2} - \varepsilon_{2}^{2} - \varepsilon_{3}^{2} + \eta^{2}\right)\right) \end{bmatrix}$$
(4.10)

A matriz **H** (Equação 2.37), de derivadas parciais do vetor **h**, é dada por:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_{11} & \cdots & H_{14} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{31} & \cdots & H_{34} \end{bmatrix}$$
 (4.11)

$$H_{11} = \frac{2\eta c_{33} + 4\varepsilon_1(\varepsilon_1 \eta - \varepsilon_2 \varepsilon_3)}{4(\varepsilon_1 \eta - \varepsilon_2 \varepsilon_3)^2 + {c_{33}}^2}$$
(4.12)

$$H_{12} = \frac{-2\varepsilon_3 c_{33} + 4\varepsilon_2 (\varepsilon_1 \eta - \varepsilon_2 \varepsilon_3)}{4(\varepsilon_1 \eta - \varepsilon_2 \varepsilon_3)^2 + c_{33}^2}$$
(4.13)

$$H_{13} = \frac{-2\varepsilon_2 c_{33} - 4\varepsilon_3 (\varepsilon_1 \eta - \varepsilon_2 \varepsilon_3)}{4(\varepsilon_1 \eta - \varepsilon_2 \varepsilon_3)^2 + c_{33}^2}$$
(4.14)

$$H_{14} = \frac{2\varepsilon_{1}c_{33} - 4\eta(\varepsilon_{1}\eta - \varepsilon_{2}\varepsilon_{3})}{4(\varepsilon_{1}\eta - \varepsilon_{2}\varepsilon_{3})^{2} + c_{33}^{2}}$$
(4.15)

$$H_{21} = \frac{2\varepsilon_3}{\left(1 - 4(\varepsilon_1 \varepsilon_3 + \varepsilon_2 \eta)^2\right)^{1/2}} \tag{4.16}$$

$$H_{22} = \frac{2\eta}{\left(1 - 4(\varepsilon_1 \varepsilon_3 + \varepsilon_2 \eta)^2\right)^{1/2}} \tag{4.17}$$

$$H_{23} = \frac{2\varepsilon_1}{\left(1 - 4(\varepsilon_1 \varepsilon_3 + \varepsilon_2 \eta)^2\right)^{1/2}}$$
(4.18)

$$H_{24} = \frac{2\varepsilon_2}{\left(1 - 4(\varepsilon_1 \varepsilon_3 + \varepsilon_2 \eta)^2\right)^{1/2}} \tag{4.19}$$

$$H_{31} = \frac{-2\varepsilon_2 c_{11} + 4\varepsilon_1 (\varepsilon_1 \varepsilon_2 - \varepsilon_3 \eta)}{4(\varepsilon_1 \varepsilon_2 - \varepsilon_3 \eta)^2 + {c_{11}}^2}$$
(4.20)

$$H_{32} = \frac{-2\varepsilon_1 c_{11} - 4\varepsilon_2 (\varepsilon_1 \varepsilon_2 - \varepsilon_3 \eta)}{4(\varepsilon_1 \varepsilon_2 - \varepsilon_3 \eta)^2 + {c_{11}}^2}$$
(4.21)

$$H_{33} = \frac{2\eta c_{11} - 4\varepsilon_3(\varepsilon_1 \varepsilon_2 - \varepsilon_3 \eta)}{4(\varepsilon_1 \varepsilon_2 - \varepsilon_3 \eta)^2 + c_{11}^2}$$
(4.22)

$$H_{34} = \frac{2\varepsilon_3 c_{11} + 4\eta(\varepsilon_1 \varepsilon_2 - \varepsilon_3 \eta)}{4(\varepsilon_1 \varepsilon_2 - \varepsilon_3 \eta)^2 + c_{11}^2}$$
(4.23)

em que c_{11} e c_{33} são componentes da matriz ${\bf C}$ (Equação 2.11):

$$c_{11} = \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2 + \eta^2 \tag{4.24}$$

$$c_{33} = -\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 + \eta^2 \tag{4.25}$$

4.2. FKE com estimação dos quatérnios e dos vieses dos girômetros

O Filtro de Kalman com estimação dos quatérnios juntamente com os vieses para cada um dos três eixos do giroscópio foi denominado de FKE_{qb}.

O vetor de estados do sistema dinâmico não-linear adotado passa a ser:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t) \\ \dot{\mathbf{b}}(t) \end{bmatrix} \tag{4.26}$$

Deste modo, o vetor de vieses (*bias*) dos giroscópios passa a ser estimado pelo filtro de Kalman ao invés de se usar os valores fornecidos pela Equação 4.5. O modelo das velocidades angulares é o mesmo da Equação 4.2.

O sistema dinâmico não-linear resultante, alterado para incorporar o vetor de vieses dos giros, é escrito da forma:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t) \\ \dot{\mathbf{b}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \mathbf{\Omega}(t) \mathbf{q}(t) \\ \mathbf{0}_{3x1} \end{bmatrix} + \mathbf{G}(t) \begin{bmatrix} \mathbf{\kappa}_q(t) \\ \mathbf{\kappa}_b(t) \end{bmatrix}$$
(4.27)

em que $\kappa_b(t)$ é o processo branco que modela o ruído dinâmico do vetor de *bias* dos girômetros.

A nova matriz **G** adotada é dada por (LEFFERTS et al., 1982):

$$\mathbf{G}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\mathbf{\Xi}(\mathbf{q}(t)) & \mathbf{0}_{4x3} \\ \mathbf{0}_{3x3} & \mathbf{I}_{3} \end{bmatrix}$$
(4.28)

em que a matriz $\Xi(\mathbf{q}(t))$ é dada por:

$$\mathbf{\Xi}(\mathbf{q}(t)) = \begin{bmatrix} \eta & -\varepsilon_3 & \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 & \eta & -\varepsilon_1 \\ -\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & \eta \\ -\varepsilon_1 & -\varepsilon_2 & -\varepsilon_3 \end{bmatrix}$$
(4.29)

Para a fase de propagação, a matriz de transição de estados foi reescrita para (LEFFERTS et al., 1982):

$$\mathbf{\Phi}(t,t_0) = \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}_q(t,t_0) & \mathbf{\Psi}(t,t_0) \\ \mathbf{0}_{3x4} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}$$
(4.30)

em que $\Phi_q(t,t_0)$ é dado pela Equação 2.9, e $\Psi(t,t_0)$ é dado por:

$$\mathbf{\Psi}(t,t_0) = -\frac{1}{2} \int_{t_0}^{t} \mathbf{\Phi}_q(t,t') \mathbf{\Xi}(\mathbf{q}(t')) dt'$$
 (4.31)

A matriz de covariâncias em função dos quatérnios e do vetor de bias, \mathbf{P}_{qb} , passa a ter dimensão 7×7 :

$$\mathbf{P}_{qb} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_q & \mathbf{0}_{4\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times4} & \mathbf{P}_b \end{bmatrix} \tag{4.32}$$

sendo que P_b é a componente da matriz de covariância correspondente aos vieses dos giroscópios.

O vetor de observações, **y**, não sofreu alterações. Assim, a matriz **H** tem sua dimensão alterada para 3×7 decorrente apenas da adição do vetor de *bias* no vetor de estados:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_{11} & \cdots & H_{14} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \mathbf{0}_{3x3} \\ H_{31} & \cdots & H_{34} \end{bmatrix}$$
(4.33)

Os componentes H_{11} a H_{34} são os mesmos dados pelas Equações 4.12 a 4.23.

4.3. FKE integrado ao modelo de simulação da plataforma aerostática

Com a intenção de simular o controle da plataforma aerostática com base nas estimativas de atitude provenientes das soluções baseadas em filtro de Kalman descritas nas seções anteriores, foi utilizada a estratégia de controle de posição-e-velocidade com técnica liga-desliga detalhada na Seção 2.3. O principal objetivo destas simulações é verificar a adequabilidade dos FKE desenvolvidos, bem como seus correspondentes desempenhos. Não obstante, deve-se enfatizar que a infraestrutura de *software* construída permite testar propostas de diferentes técnicas de controle.

A dinâmica da mesa foi simulada por meio de integração numérica das equações de cinemática e dinâmica rotacional de corpos rígidos (Equações 2.5 e 2.19) usando, para isso, a biblioteca PROPAT (CARRARA, 2015). Foi empregado o integrador ODE45 que compõe a biblioteca de integradores do MATLAB, com erro relativo e erro absoluto ajustados para 10^{-8} .

A Figura 4.1 ilustra a forma como o modelo de simulação foi montado. Este esquema foi utilizado tanto para as simulações do FKE_q quanto para o FKE_{qb}, sendo que no primeiro caso, a linha tracejada da figura é inexistente.

Não foi montado um simulador de acelerômetros e de magnetômetros tri-axiais. Desta forma, dado que o vetor de medidas **y** do FKE é composto por ângulos de Euler, foi realizada a simplificação mostrada em azul na figura, em que foram adicionados ruídos nos ângulos provenientes dos quatérnios do propagador de atitude, bem como nas velocidades angulares, a fim de simular os girômetros. Estes ruídos foram aproximados como tendo média nula e desvio-padrão calculados a partir das medidas disponíveis nas telemetrias. Foi utilizada a função *randn*() do MATLAB, tomando-se o cuidado de manter a mesma semente para todos os testes, a fim de permitir a reproduzibilidade dos resultados.

Adicionalmente, no modelo de simulação, as medidas de velocidade angular não passam por nenhum tratamento de filtragem antes de serem enviadas ao controlador.

Sensores Adição de ruídos $q \rightarrow \theta$ $\theta + \nu$ $\omega + \mu$ ĝ Equ. de movimento y q Atuador ω FKE u ĥ (PROPAT) ω х $t \longrightarrow t + \Delta t$ Monta vetor de estados $\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{b}$ Controlador θ

Figura 4.1 – Diagrama do modelo de simulação.

Fonte: Produção do autor.

5 TESTES E RESULTADOS COM DADOS REAIS

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os resultados obtidos pelos testes realizados com dados reais sobre as implementações das versões de filtro de Kalman descritas no capítulo anterior.

Serão apresentados e discutidos, ao todo, três testes para cada filtro proposto. Nos dois primeiros testes, a unidade inercial foi mantida parada. No terceiro, os dados abrangem uma mudança de posição da plataforma, simulando uma manobra de correção de atitude. Também, realizaram-se testes de dois casos para o FKE_{qb}, na qual o vetor de vieses foi inicializado como sendo nulo ou com um valor pré-definido.

Com o intuito de facilitar a análise pretendida neste trabalho, todos os resultados serão exibidos em função dos ângulos de Euler no lugar de quatérnios. Também, todos os cálculos envolvendo ângulos e velocidades angulares foram realizados em radianos (rad) e radianos por segundo (rad/s), porém, serão exibidos em graus (°) e graus por segundo (°/s), respectivamente. Adicionalmente, os resultados apresentados neste capítulo são dados em relação ao sistema NED.

Em todos os testes realizados utilizando-se as medidas brutas dos sensores, os dados de telemetria da unidade inercial disponíveis foram colhidos com taxa de 20 Hz. Nestes testes, ao final de cada análise, os resultados obtidos foram comparados com as estimativas de atitude proveniente do AHRS.

Neste trabalho não foram realizados estudos sobre o processo de inicialização do algoritmo de determinação de atitude (autoalinhamento). Desta forma, em todos os testes efetuados, as condições iniciais utilizadas foram obtidas *a partir* da solução de atitude do próprio AHRS.

5.1. FKE com estimação dos quatérnios

O FKE com estimação apenas dos quatérnios, denominado aqui de FKE_q foi inicializado com os parâmetros e informações a priori reunidos na Tabela 5.1:

Tabela 5.1 – Valores de inicialização do FKE_q.

Variável	Valores adotados	
\mathbf{P}_{q_0}	$diag(0.01^2 0.01^2 0.01^2 0.01^2)$	
Q	$diag(0.002^2 0.002^2 0.002^2 0.00002^2)$	
R	$diag(0.001^2 0.001^2 0.001^2)$	

Nos dois primeiros testes, a unidade inercial foi mantida em repouso em posições distintas entre si. No terceiro teste, foi realizada uma rotação em torno de um dos eixos a fim de se avaliar o desempenho do filtro quando a plataforma é submetida a uma manobra de atitude.

5.1.1. Teste 1 do FKEq

O teste 1 foi inicializado com as condições iniciais apresentadas na Tabela 5.2:

Tabela 5.2 – Condições iniciais do teste 1 do FKE_q.

Teste	Condições iniciais		
Teste 1	$(\phi, \theta, \psi)^T = (-89.88 0.43 -29.26)^\circ$		

A Figura 5.1 mostra as medidas provenientes da telemetria dos sensores da unidade inercial utilizadas no primeiro teste. As medidas de aceleração são dadas em unidades de g (gravidade local), as velocidades angulares são apresentadas em graus por segundo ($^{\circ}/s$), e o campo magnético local em nanotesla (nT). As medidas brutas coletadas pelas telemetrias de todos os testes subsequentes serão apresentadas nessas mesmas unidades.

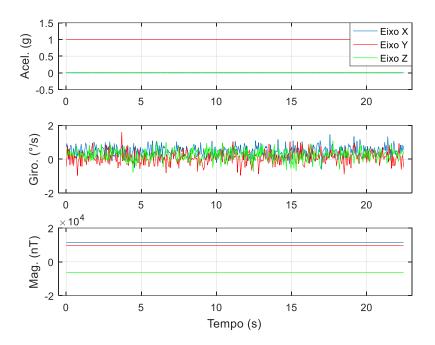


Figura 5.1 – Medidas dos sensores para o teste 1.

As Figuras 5.2 e 5.3 mostram a estimativa de atitude obtida pelo FKE_q a partir das medidas mostradas na figura anterior, juntamente com a estimativa de desvio-padrão (1σ) proveniente da raiz quadrada das componentes da diagonal principal da matriz de covariância, escrita em função dos ângulos de Euler, \mathbf{P}_{θ} . A Figura 5.2 detalha a convergência da covariância de cada eixo, evidenciada pela redução do valor inicial de 1σ , ao passo que a Figura 5.3 detalha o valor do ângulo de Euler para cada eixo.

A Figura 5.4 apresenta o comportamento de cada elemento da matriz de covariância \mathbf{P}_{θ} , e a Figura 5.5 mostra em detalhe os valores de convergência das componentes da sua diagonal principal.

Figura 5.2 – Detalhe da redução de $1\,\sigma$ inicial no teste 1.

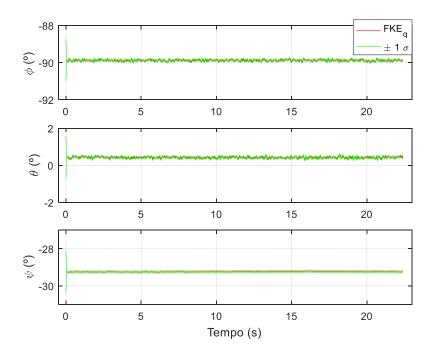


Figura $5.3 - \text{\^A}$ ngulos de Euler e seu desvio-padrão estimados pelo FKEq no teste 1.

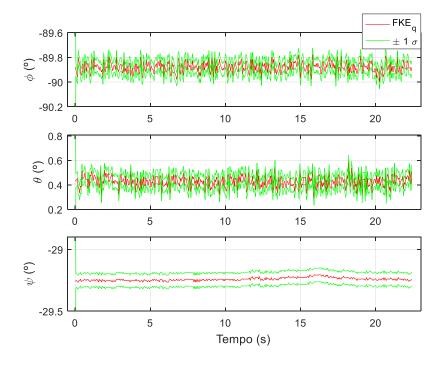


Figura 5.4 – Elementos da matriz de covariância em ângulos de Euler do teste 1.

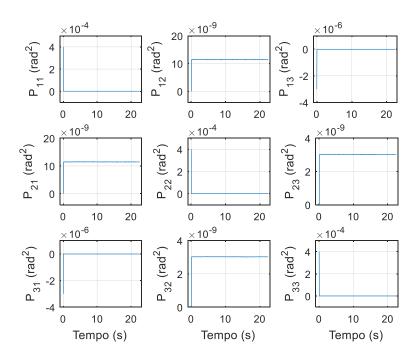
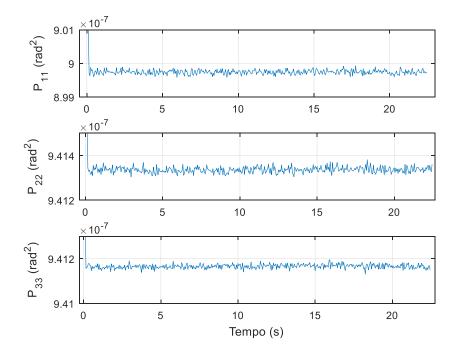


Figura 5.5 – Detalhe dos elementos da diagonal principal da matriz de covariância do teste 1.



As componentes do vetor de resíduos de cada eixo são mostradas na Figura 5.6:

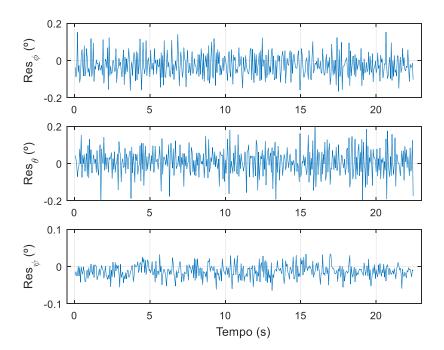


Figura 5.6 – Resíduos do teste 1.

A Tabela 5.3 relaciona as estatísticas referentes ao teste 1. Nota-se que a atitude estimada pelo FKE $_q$ para este teste apresentou maior desvio-padrão nos eixos dependentes das medidas dos acelerômetros (x e y), e menor no eixo z, dependente das medidas do campo magnético local. Este fato tende a salientar que as medidas do acelerômetro tri-axial são menos precisas que as do magnetômetro, em termos angulares. Esta característica deverá se manter ao longo de todos os testes. Também, a média e os desvios-padrão dos resíduos de cada eixo coordenado mantiveram-se baixos, com valores da ordem de 10^{-2} .

 $Tabela \ 5.3 - Resultados \ do \ FKE_q \ para \ o \ teste \ 1.$

Variável	Estados	Resíduos
φ(°)	-89.88 ± 0.04	-0.03 ± 0.06
$ heta(^{\circ})$	0.43 ± 0.05	0.01 ± 0.07
ψ(°)	-29.24±0.01	-0.01 ± 0.02

Em seguida, realizou-se a comparação entre a estimativa de atitude obtida pelo FKE_q com àquela provida diretamente do processamento interno do AHRS, apresentada na Figura 5.7 e Tabela 5.4. Esta comparação é puramente qualitativa, dado que a o fabricante não fornece maiores detalhes sobre o processo de determinação de atitude da unidade inercial além daqueles apresentados na Seção 3.2. Desta forma, a solução de atitude do AHRS é considera uma "caixa-preta".

Observa-se que as estimativas de ambas as soluções ficaram bastante próximas entre si, como evidencia o desvio-médio entre os resultados, dado pela diferença entre a estimativa de atitude do FKE_q pela sua equivalente derivada do AHRS. Também são mostrados os desvios-padrão do desvio-médio, permanecendo entre ± 0.02 e ± 0.05 .

Tabela 5.4 – Comparações entre as estatísticas do FKE_q e do AHRS para o teste 1.

Variável	Atitude FKEq	Atitude AHRS	Desvio-médio
φ(°)	-89.88 ± 0.04	-89.82 ± 0.02	-0.06 ± 0.04
θ (°)	0.43 ± 0.05	0.45 ± 0.02	-0.03 ± 0.05
ψ(°)	-29.24 ± 0.01	-29.23±0.02	-0.01±0.02

Os desvios-padrão das medidas do AHRS ficaram aproximadamente iguais para todos os eixos, ao passo que o FKE_q apresentou maior ruído que o AHRS nos eixos x e y, e menor no eixo z, conforme salientado anteriormente. O fato dos desvios-padrão do AHRS ficarem parecidos em todas as componentes indica que os dados brutos dos acelerômetros e magnetômetros foram alimentados diretamente no seu estimador interno, embora não se possa afirmar com certeza, pois esta informação não está disponível (INNALABS, 2009).

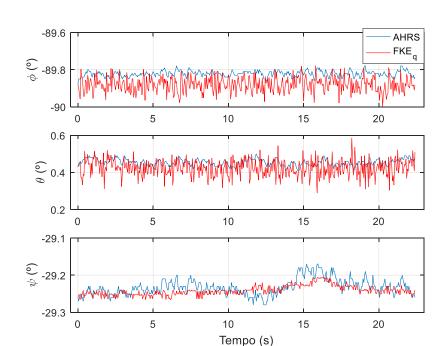


Figura 5.7 – Comparação entre atitude estimada pelo FKE_q e pelo AHRS para o teste 1.

5.1.2. Teste 2 do FKEq

O teste 2 foi inicializado com as condições iniciais apresentadas na Tabela 5.5:

Tabela 5.5 – Condições iniciais do teste 2 do FKE_q.

Teste	Condições iniciais		
Teste 2	$(\phi, \theta, \psi)^T = (89.87 -0.42 -3.21)^\circ$		

A Figura 5.8 mostra as medidas provenientes da telemetria dos sensores da unidade inercial utilizadas no teste 2, enquanto a Figura 5.9 apresenta em detalhe a estimativa de atitude pelo FKE $_q$ com o desvio-padrão (1 σ) extraído da diagonal principal da matriz de covariância \mathbf{P}_{θ} .

A Figura 5.10 apresenta o comportamento de cada componente da matriz de covariância \mathbf{P}_{ϕ} , e a Figura 5.11 mostra em detalhe os valores de convergência das componentes da sua diagonal principal para o teste 2.

Figura 5.8 – Medidas dos sensores para o teste 2.

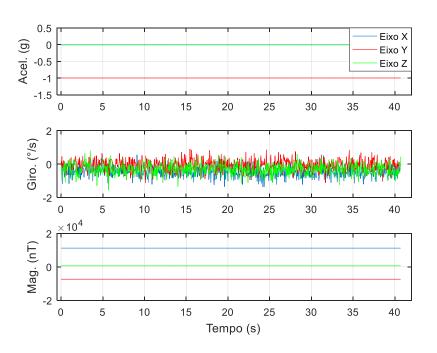


Figura $5.9 - \text{\^A}$ ngulos de Euler e seu desvio-padrão estimados pelo FKEq no teste 2.

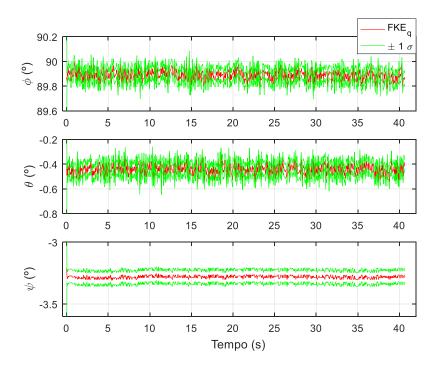


Figura 5.10 – Matriz de covariância em ângulos de Euler do teste 2.

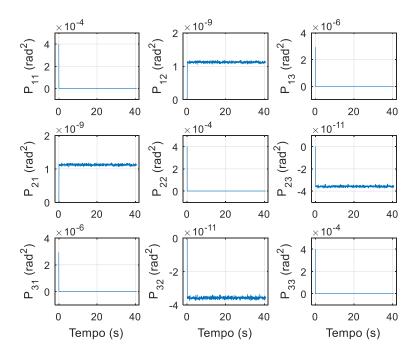
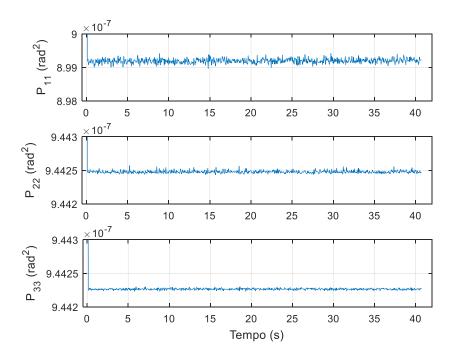


Figura 5.11 – Detalhe da diagonal principal da matriz de covariância do teste 2.



As componentes do vetor de resíduos são mostradas na Figura 5.12:

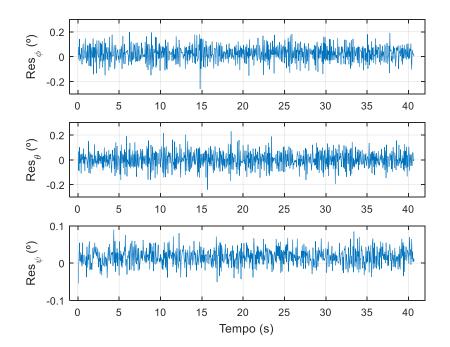


Figura 5.12 – Resíduos do teste 2.

A Tabela 5.6 relaciona as estatísticas referentes ao segundo teste. Nota-se que a atitude estimada pelo FKE_q para este teste apresentou o mesmo comportamento do teste anterior, na qual o desvio-padrão nos eixos dependentes das medidas dos acelerômetros (x e y) foi maior do que o desvio-padrão no eixo z, dependente das medidas do campo magnético local. A média e os desvios-padrão dos ruídos de cada eixo também se mantiveram baixos e com valores da ordem de 10^{-2} °.

Tabela 5.6 – Resultados do FKE $_q$ para o teste 2.

Variável	Estados	Resíduos
φ(°)	89.89 ± 0.04	0.03 ± 0.07
$ heta(^{\circ})$	-0.44 ± 0.04	0.00 ± 0.07
ψ(°)	-3.28 ± 0.01	0.02 ± 0.02

De forma semelhante ao procedido no teste 1, realizou-se a comparação entre a estimativa de atitude obtida pelo FKE_q com àquela enviada pelo AHRS, apresentada na Figura 5.13 e Tabela 5.7. Também de forma análoga, observa-se que os resultados de

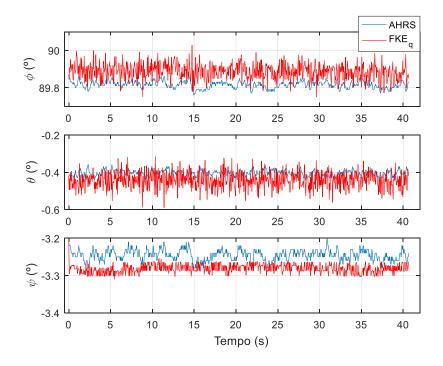
ambos os processos de estimação ficaram bastante próximos, como indica o desviomédio entre as estimativas.

Tabela 5.7 – Comparações entre as estatísticas do FKE_q e do AHRS para o teste 2.

Variável	Atitude FKEq	Atitude AHRS	Desvio-médio
φ(°)	89.89 ± 0.04	89.81±0.02	0.07 ± 0.04
θ(°)	-0.44 ± 0.04	-0.40 ± 0.02	-0.04 ± 0.04
ψ(°)	-3.28 ± 0.01	-3.25 ± 0.01	-0.04 ± 0.02

Os desvios-padrão da solução de atitude do AHRS mantiveram-se bastante próximos entre si. O FKE $_q$ apresentou maior ruído que o AHRS nos eixos x e y, e ruído de mesma ordem de grandeza no eixo z.

Figura 5.13 – Comparação entre atitude estimada pelo FKE_q e pelo AHRS para o teste 2.



5.1.3. Teste 3 do FKEq

O terceiro teste foi inicializado com as condições iniciais apresentadas na Tabela 5.8. Neste teste, a unidade inercial foi rotacionada em torno do seu eixo *z* por um período de

aproximadamente 1.8s, levando seu apontamento de -9.30° para aproximadamente -46.90° .

O objetivo deste teste é analisar o comportamento do filtro quando a plataforma é submetida a uma manobra de correção de atitude. Este teste pretende mostrar o desempenho do FKE_q neste tipo de situação, a fim de se comprovar a robustez da implementação proposta. Em outras palavras, o filtro não foi sintonizado para a condição de rotação, e, deste modo, o teste de manobra em um eixo pretende mostrar que as matrizes apresentadas na Tabela 5.1 também são adequadas para o processo de estimação de atitude quando a unidade inercial não estiver em repouso.

Tabela 5.8 – Condições iniciais do teste 3 do FKE_q.

Teste	Condições iniciais	
Teste 3	$(\phi, \theta, \psi)^T = (0.03 -0.01 -9.30)^\circ$	

A Figura 5.14 mostra as medidas provenientes da telemetria dos sensores da AHRS utilizadas no teste 3, e a Figura 5.15 apresenta a estimativa de atitude do FKE_q com o desvio-padrão (1 σ) calculado a partir da matriz de covariância P_{θ} . Na Figura 5.16 é detalhada a convergência das estimativas e das covariâncias para cada eixo, sendo que no eixo z são destacados os valores antes e após a rotação.

Figura 5.14 – Medidas dos sensores para o teste 3.

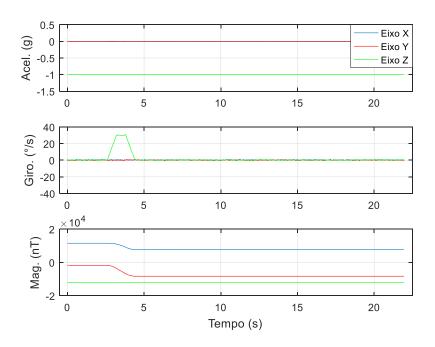


Figura $5.15 - \hat{A}$ ngulos de Euler e seu desvio-padrão estimados pelo FKEq no teste 3.

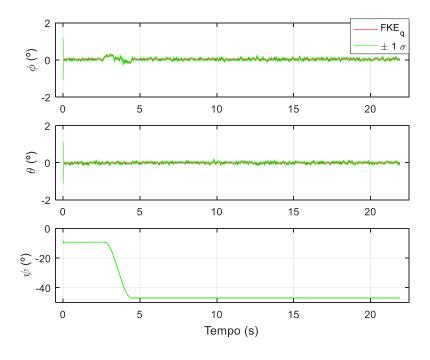
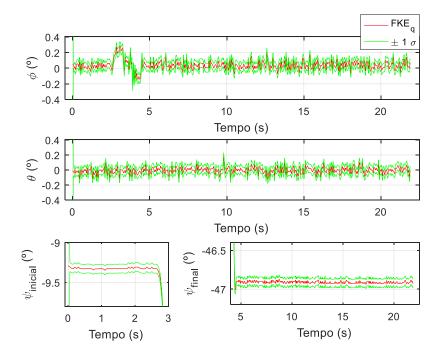


Figura 5.16 – Detalhe da convergência dos ângulos de Euler e seu desvio-padrão estimados pelo FKE_q no teste 3.



A Figura 5.17 apresenta o comportamento de cada componente da matriz \mathbf{P}_{θ} , e a Figura 5.18 mostra em detalhe os valores de convergência das componentes da sua diagonal principal para o teste 3. Nota-se que a covariância associada ao ângulo ψ teve seu valor levemente reduzido no decorrer da rotação. Entretanto, ainda se manteve na escala de 10^{-7} , semelhante os outros eixos e aos resultados dos testes anteriores. Esta redução decorre do aumento da observabilidade do sistema causado pela entrada de novas informações durante a execução da manobra.

Por sua vez, os resíduos são mostrados na Figura 5.19. Como esperado, houve um aumento no resíduo do ângulo ψ durante a rotação, retornando-se a valores próximos de zero quando a velocidade angular foi anulada.

Também, nota-se que o resíduo de ψ manteve-se perto de -3° enquanto a rotação no eixo foi mantida aproximadamente constante em $30^{\circ}/s$ (Figura 5.14).

Figura 5.17 – Matriz de covariância em ângulos de Euler do teste 3.

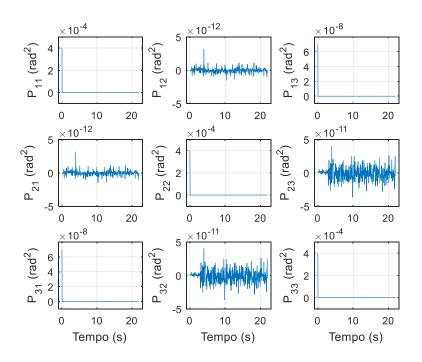


Figura 5.18 – Detalhe da diagonal principal da matriz de covariância do teste 3.

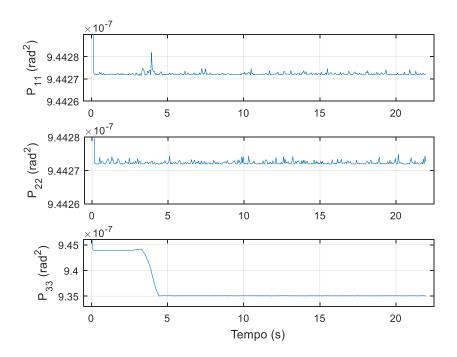
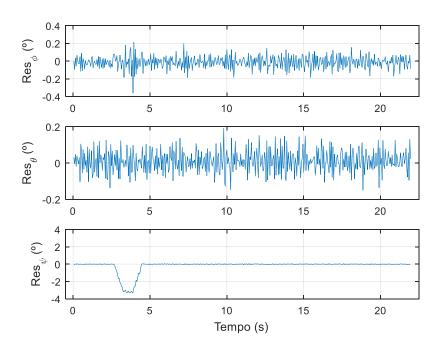


Figura 5.19 – Resíduos do teste 3.



A Tabela 5.9 relaciona as estatísticas referentes ao terceiro teste, as quais foram tomadas apenas a partir do instante em que ambas as curvas do FKE_q e do AHRS não estavam mais em regime transitório. Deste modo, as estatísticas foram calculadas a partir de 7,6s.

O mesmo comportamento dos testes anteriores foi observado, na qual o desvio-padrão nos eixos x e y foi maior do que o desvio-padrão no eixo z. A média e os desvios-padrão dos ruídos de cada eixo também se mantiveram baixos e com valores da ordem de 10^{-2} .

Tabela 5.9 – Resultados do FKE_q para o teste 3.

Variável	Estados	Resíduos
φ(°)	0.04 ± 0.04	-0.01 ± 0.07
$ heta(^{\circ})$	0.00 ± 0.04	0.01±0.06
ψ(°)	-46.91±0.01	-0.01 ± 0.03

A comparação entre a estimativa da atitude obtida pelo FKE $_q$ com àquela provida pelo AHRS é apresentada na Tabela 5.10 e na Figura 5.20. Apesar da execução anterior da manobra de rotação no eixo z, observa-se que os resultados de ambos os processos de

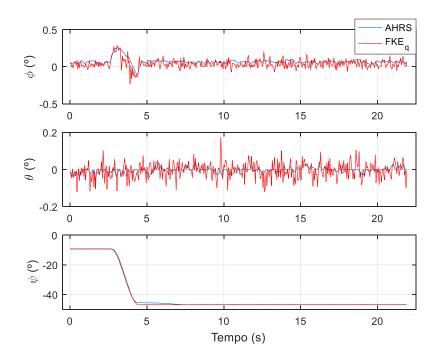
estimação mantiveram-se bastante próximos no regime estacionário, semelhante aos testes sem rotação, como indica o desvio-médio entre as curvas.

Tabela 5.10 – Comparações entre as estatísticas do FKE_q e do AHRS para o teste 3.

Variável	Atitude FKEq	Atitude AHRS	Desvio-médio
φ(°)	0.04 ± 0.04	0.06 ± 0.02	-0.03 ± 0.04
θ(°)	0.00 ± 0.04	0.00 ± 0.01	0.00 ± 0.04
ψ(°)	-46.91±0.01	-46.86 ± 0.02	-0.05 ± 0.02

Os desvios-padrão da solução de atitude do AHRS também permaneceram similares aos testes anteriores, ou seja, bastante próximos entre si, enquanto o FKE_q apresentou maior ruído que o AHRS nos eixos x e y.

Figura 5.20 – Comparação entre atitude estimada pelo FKE_q e pelo AHRS para o teste 3.



Neste teste, chamou atenção a diferença de tempo de assentamento da curva do ângulo de Euler em torno do eixo z, ψ , evidenciado na Figura 5.21. Nesta figura, pode-se observar que a solução por FKE_q aqui estudada apresentou desempenho sensivelmente mais rápido que sua equivalente interna ao AHRS, que necessitou de aproximadamente 3s a mais de tempo para se estabilizar. Outros testes foram realizados (mostrados na

Figura 5.22), obtendo-se comportamento semelhante, porém com períodos de assentamento distintos.

Com base nestas observações, fica evidente que o FKE_q proposto apresentou resposta dinâmica mais rápida que àquela do FKE adaptativo da unidade inercial, apesar de ser, em contrapartida, mais ruidosa. Em outras palavras, o FKE_q estudado reage mais rápido que a solução do AHRS.

Figura 5.21 – Detalhe do assentamento da curva de ψ para atitude estimada pelo FKE_q e pelo AHRS para o teste 3.

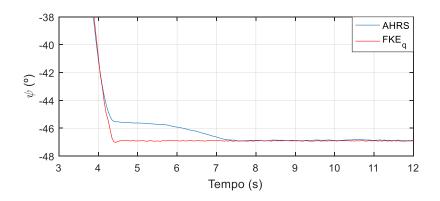
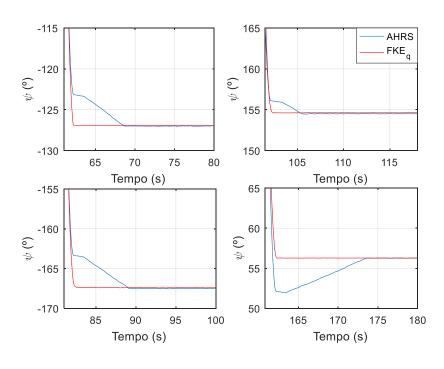


Figura 5.22 – Comparações do assentamento da curva de ψ para outros testes do FKE_q.



5.2. FKE com estimação dos quatérnios e dos vieses dos girômetros

O FKE com estimação dos quatérnios e dos vieses dos girômetros, denominado aqui de FKE_{qb}, foi inicializado com os parâmetros e informações a priori reunidos na Tabela 5.11:

Tabela 5.11 – Valores de inicialização do FKE_{qb}.

Variável	Valores adotados		
\mathbf{P}_{q_0}	$diag(0.003^2 0.003^2 0.003^2 0.001^2 0.0001^2 0.0001^2 0.0001^2)$		
Q	$diag(0.005^2 - 0.005^2 - 0.005^2 - 0.000002^2 - 0.0000002^2 - 0.0000002^2)$		
R	$diag(0.001^2 0.001^2 0.001^2)$		

Para esta versão do filtro de Kalman, foram realizados os mesmos testes apresentados na seção anterior, na qual nos dois primeiros o AHRS foi mantido em repouso, e no terceiro teste, foi realizada uma rotação em torno do eixo *z* a fim de se avaliar o desempenho do filtro em uma manobra de atitude. Também foram mantidas as mesmas condições iniciais de ângulos de Euler.

5.2.1. Teste 1 do FKE_{qb}

O teste 1 foi inicializado com as condições iniciais apresentadas na Tabela 5.12, em que as atitudes iniciais são as mesmas apresentadas na Tabela 5.2 para o teste 1 do FKE_q, apresentado na Seção 5.1.1.

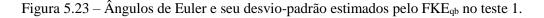
Tabela 5.12 – Condições iniciais do teste 1 do FKE_{qb}.

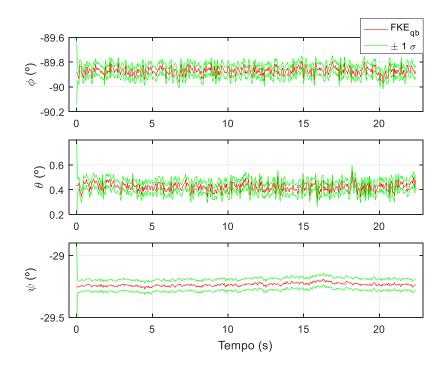
Teste	Condições iniciais
Teste 1	$(\phi, \theta, \psi)^T = (-89.88 0.43 -29.26)^\circ$
Caso 1	$(b_{\omega x}, b_{\omega y}, b_{\omega z})^T = (0 0 0)^{\circ}/\mathrm{s}$
Teste 1	$(\phi, \theta, \psi)^T = (-89.88 0.43 -29.26)^\circ$
Caso 2	$(b_{\omega x}, b_{\omega y}, b_{\omega z})^T = (0.00031522820 -0.0007883985 0.0001748655)^{\circ}/s$

Este teste foi subdividido em dois casos: no primeiro, o vetor de *bias* foi inicializado com condições iniciais nulas, enquanto que no segundo caso, foi empregado o vetor de *bias* dado pela Equação 4.5.

A Figuras 5.23 mostra a estimativa de atitude obtida pelo FKE_{qb} juntamente com a estimativa de desvio-padrão (1σ) proveniente da matriz de covariância P_{θ} . Nota-se pela figura que a estimativa calculada pelo FKE_{qb} ficou praticamente similar à estimativa calculada pelo FKE_{q} , mostrada na Figura 5.3.

A Figura 5.24 apresenta em os valores de convergência das componentes da diagonal principal da matriz \mathbf{P}_{θ} .





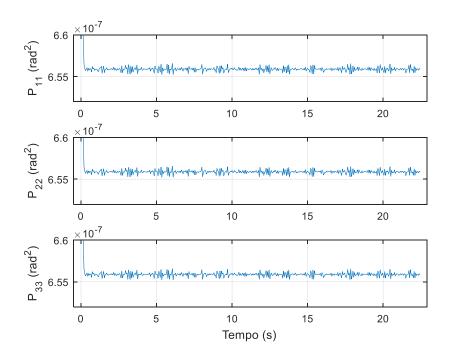


Figura 5.24 – Diagonal principal da matriz de covariância dos ângulos de Euler do teste 1.

As Figuras 5.25 e 5.26 mostram as estimativas de vieses dos giroscópios obtida pelos FKE_{qb}.

Na Figuras 5.25 são detalhadas as curvas do vetor de *bias* estimado para os dois casos. Fica evidente, pela figura, que não houve convergência do vetor de vieses dos giroscópios para os três eixos. Somado a isto, a alteração da condição inicial do caso 1 para o caso 2 teve como efeito apenas o deslocamento vertical das curvas.

As diagonais principais das matrizes de covariância obtidas foram as mesmas para ambos os casos, como é apresentado na Figura 5.27. Consequentemente, o desviopadrão obtido para o vetor de *bias* do caso 2 também é praticamente idêntico ao obtido no caso 1.

Os vetores de vieses juntamente com seus desvios-padrão são apresentados na Figura 5.26. Nota-se que os valores obtidos são altos em comparação com os valores dos *bias* de cada eixo.

Deste modo, há duas suposições a se fazer: a primeira, é que provavelmente não houve tempo suficiente para que ocorresse a convergência dos vieses dos giroscópios; a

segunda suposição diz respeito à natureza dos vieses estimados, sendo que estes podem ser dinâmicos, ou seja, variáveis ao longo do tempo. Em verdade, giroscópios geralmente apresentam vieses não-constantes, porém, sua mudança costuma ser lenta o suficiente para poderem ser considerados constantes no intervalo de tempo do experimento ou mesmo até sua correção periódica em uma missão real. As derivas de *bias*, como são chamadas essas variações, são medidas em °/s/h, ficando normalmente na casa dos 10 a 60°/s/h para giroscópios da mesma categoria dos giros do AHRS.

Ademais, os ângulos de Euler e seu desvio-padrão para cada eixo (Figura 5.23), bem como os elementos da diagonal principal da sua matriz de covariância (Figura 5.24), não sofreram alteração perceptíveis para os testes do caso 1 e 2.

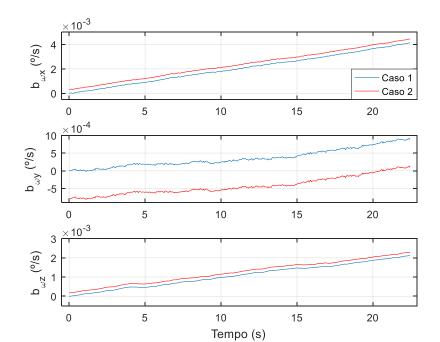


Figura 5.25 - Vieses estimado pelo FKE $_{qb}$ no teste 1 para os casos 1 e 2.

Figura 5.26 – Vieses e seu desvio-padrão estimados pelo FKE $_{qb}$ no teste 1 para os casos 1 e 2.

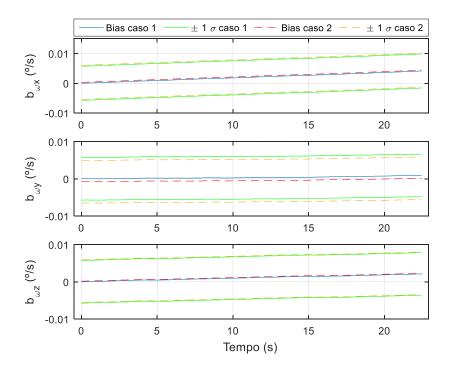
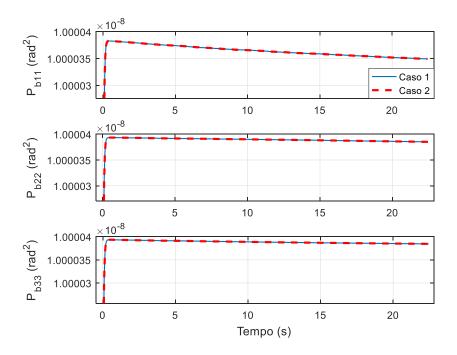


Figura 5.27 – Diagonal principal da matriz de covariância dos vieses do teste 1 para os casos 1 e 2.



As componentes do vetor de resíduos de cada eixo são mostradas na Figura 5.28. Os resíduos também não apresentaram alteração para os testes do caso 1 e 2.

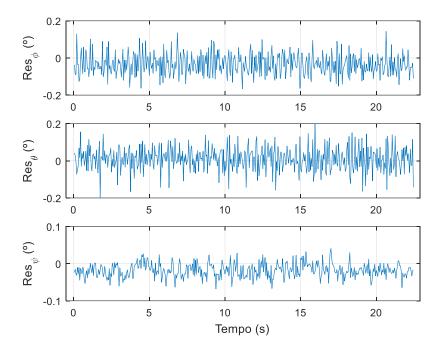


Figura 5.28 – Resíduos do teste 1.

A Tabela 5.13 relaciona as estatísticas referentes ao teste 1. Optou-se por apresentar as estatísticas dos vieses dos giroscópios para os dois casos, mesmo estes não sendo constantes. Foi necessário aumentar o número de casas decimais dos vieses para se ter uma maior facilidade nas comparações.

Nota-se que a atitude estimada pelo FKE_{qb} para este teste continuou apresentando maior desvio-padrão nos eixos dependentes das medidas dos acelerômetros (x e y), da ordem de ± 0.03 . Porém, este foi levemente menor que no caso do FKE_q (Tabela 5.3), das ordens de ± 0.04 e ± 0.05 . No eixo z, dependente das medidas do campo magnético local, chegou-se a um desvio-padrão de ± 0.01 para os dois filtros propostos.

Também, a média e os desvios-padrão dos ruídos de cada eixo coordenado mantiveramse baixos, com valores da ordem de 10^{-2} °, similar ao obtido pelo FKE_q.

A respeito das estatísticas dos vieses, observa-se que a diferença entre os dois casos é muito próxima da condição inicial do caso 2, reforçando a afirmação de que houve

apenas um deslocamento vertical nas curvas. Os desvios-padrão obtidos para os dois casos também foram iguais.

Tabela 5.13 – Resultados do FKE_{qb} para o teste 1.

Variável	Estados		Resíduos
	Caso 1	Caso 2	Residuos
φ(°)	-89.87 ± 0.03		-0.03 ± 0.06
$ heta(^\circ)$	0.42 ± 0.03		0.01 ± 0.06
ψ(°)	-29.24 ± 0.01		-0.02 ± 0.02
$b_x(^{\circ}/\mathrm{s})$	0.00203 ± 0.00117	0.00234 ± 0.00117	
<i>b</i> _y (°/s)	0.00036±0.00025	-0.00043±0.00025	
$b_z(^{\circ}/\mathrm{s})$	0.00107 ± 0.00060	0.00125 ± 0.00060	

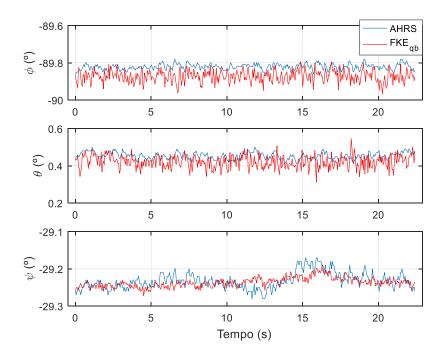
A comparação entre a estimativa de atitude obtida pelo FKE_{qb} com àquela enviada pelo AHRS é apresentada na Tabela 5.14 e na Figura 5.29. Novamente, os resultados de ambos os processos de estimação ficaram bastante próximos, como indica o desviomédio entre as estimativas. Este, por sua vez, teve sua média e seu desvio-padrão levemente reduzidos em relação ao seu similar para o FKE_q (Tabela 4).

Igualmente, o FKE $_{qb}$ apresentou maior ruído que o AHRS nos eixos x e y, e ruído de mesma ordem de grandeza no eixo z.

Tabela 5.14 – Comparações entre as estatísticas do FKE $_{qb}$ e do AHRS para o teste 1.

Variável	Atitude FKEqb	Atitude AHRS	Desvio-médio
φ(°)	-89.87 ± 0.03	-89.82 ± 0.02	-0.05 ± 0.03
θ(°)	0.42 ± 0.03	0.45 ± 0.02	-0.03 ± 0.03
ψ(°)	-29.24 ± 0.01	-29.23 ± 0.02	0.00 ± 0.02

 $\label{eq:Figura} Figura~5.29-Comparação~entre~atitude~estimada~pelo~FKE_{qb}~e~pelo~AHRS~para~o~teste~1.$



5.2.2. Teste 2 do FKEqb

O teste 2 foi inicializado com as condições iniciais apresentadas na Tabela 5.15, na qual, novamente, as atitudes iniciais são a mesma apresentada na Tabela 5.5 para o teste 2 do FKE_q. Neste teste, também se submeteu o vetor de *bias* às condições iniciais nulas e foi empregado o vetor de *bias* dado pela Equação 4.5.

Tabela 5.15 – Condições iniciais do teste 2 do FKE_{qb}.

Teste	Condições iniciais		
Teste 2	$(\phi, \theta, \psi)^T = (89.87 -0.42 -3.21)^{\circ}$		
Caso 1	$(b_{\omega x}, b_{\omega y}, b_{\omega z})^T = (0 0 0)^{\circ}/\mathrm{s}$		
Teste 2	$(\phi, \theta, \psi)^T = (89.87 -0.42 -3.21)^{\circ}$		
Caso 2	$(b_{\omega x}, b_{\omega y}, b_{\omega z})^T = (0.00031522820 -0.0007883985 0.0001748655)^{\circ}/s$		

A Figura 5.30 mostra a estimativa de atitude obtida pelo FKE_{qb} juntamente com a estimativa de desvio-padrão (1 σ) provida pela matriz \mathbf{P}_{θ} , a qual mais uma vez ficou praticamente similar à estimativa calculada pelo FKE_q, mostrada na Figura 5.23.

A Figura 5.31 apresenta em os valores de convergência das componentes da diagonal principal da matriz \mathbf{P}_{θ} , os mesmos obtidos na Figura 5.24.

Figura 5.30 – Ângulos de Euler e seu desvio-padrão estimados pelo FKE_{qb} no teste 2.

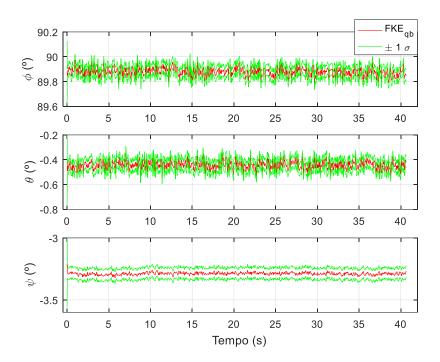
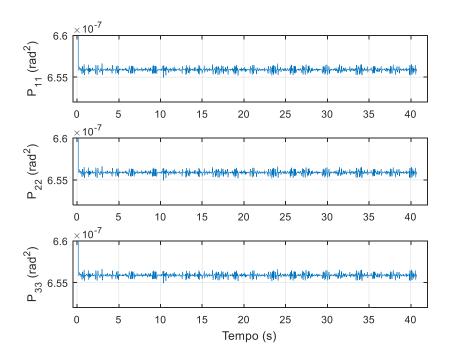


Figura 5.31 – Diagonal principal da matriz de covariância dos ângulos de Euler do teste 2.



As Figuras 5.32 e 5.33 mostram as estimativas de vieses dos giroscópios obtida pelos FKE_{qb}. Mais uma vez, não houve convergência do vetor de vieses dos giroscópios para os três eixos.

Seguindo o mesmo padrão observado no teste 1 (Figuras 5.25 e 5.26), a alteração da condição inicial do caso 1 para o caso 2 teve como efeito apenas o deslocamento vertical das curvas. Porém, no teste 2, a tendência das curvas dos vieses mudou de sentido, tornando-se negativa. Este fato reforça a indicação de que os valores obtidos provavelmente não são verdadeiros.

As diagonais principais das matrizes de covariância obtidas foram as mesmas para ambos os casos, além de apresentarem diferenças insignificantes em relação àquelas mostradas na Figuras 5.27 para o teste 1.

Os vetores de vieses juntamente com seus desvios-padrão são apresentados na Figura 5.33. Observa-se que os valores obtidos são altos em comparação com os valores dos vieses, resultado semelhantes ao obtido no teste 1 (Figura 5.26).

Os ângulos de Euler e seu desvio-padrão (Figura 5.30), assim como os elementos da diagonal principal da matriz covariância (Figura 5.31), novamente não sofreram modificações perceptíveis para os testes de ambos os casos.

As componentes do vetor de resíduos de cada eixo são mostradas na Figura 5.34, sendo que estes novamente não sofreram alterações para os testes do caso 1 e 2.

Figura 5.32 – Vieses estimado pelo FKE_{qb} no teste 2 para os casos 1 e 2.

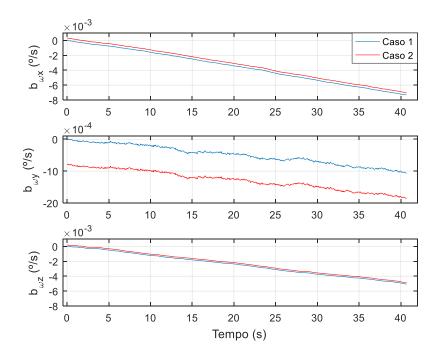


Figura 5.33 - Vieses e seu desvio-padrão estimados pelo FKE $_{qb}$ no teste 2 para os casos 1 e 2.

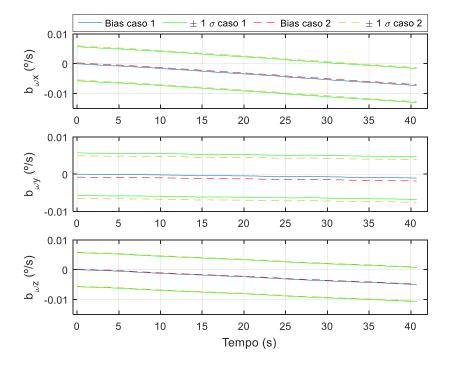
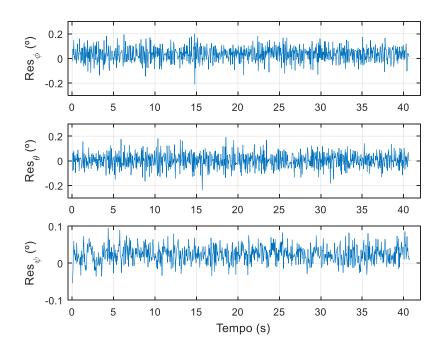


Figura 5.34 – Resíduos do teste 2.



A Tabela 5.16, construída de modo similar à Tabela 5.13, relaciona as estatísticas referentes ao teste 2. As mesmas observações realizadas para a Tabela 5.13 são aplicáveis à Tabela 5.16, uma vez que os valores obtidos juntamente com seus desviospadrão são praticamente os mesmos. A única diferença reside nas estatísticas dos vieses, que foram diferentes devido à não convergência em ambos os testes, bem como à mudança de tendência das curvas (Figuras 5.25 e 5.32).

Tabela 5.16 – Resultados do FKE_{qb} para o teste 2.

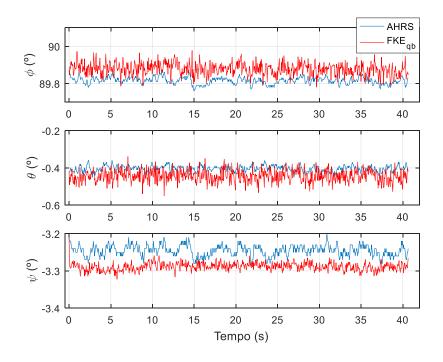
Variável	Estados		Resíduos
	Caso 1	Caso 2	Residuos
φ(°)	89.88±0.03		0.03 ± 0.06
$ heta(^\circ)$	-0.44 ± 0.03		0.00 ± 0.06
ψ(°)	-3.29 ± 0.01		0.02 ± 0.02
$b_x(^{\circ}/\mathrm{s})$	-0.00355 ± 0.00216	-0.00323 ± 0.00216	
<i>b</i> _y (°/s)	-0.00049 ± 0.00030	-0.00128±0.00030	
<i>b</i> _z (°/s)	-0.00247 ± 0.00147	-0.00229 ± 0.00147	

A comparação entre a estimativa de atitude obtida pelo FKE_{qb} com àquela enviada pelo AHRS é apresentada na Tabela 5.17 e na Figura 5.35, que mostra que os resultados obtidos se mantiveram muito próximos para as duas soluções. Novamente houve uma leve redução no desvio-padrão entre as estimativas dos ângulos ϕ e θ entre o FKE_{qb} e o FKE_q (Tabela 5.7), passando de ± 0.04 para ± 0.03 . O mesmo ocorreu com o desvio-médio.

Tabela 5.17 – Comparações entre as estatísticas do FKE $_{qb}$ e do AHRS para o teste 2.

Variável	Atitude FKE _{qb}	Atitude AHRS	Desvio-médio
φ(°)	89.88 ± 0.03	89.81±0.02	0.06 ± 0.03
θ(°)	-0.44 ± 0.03	-0.40 ± 0.02	-0.04 ± 0.03
ψ(°)	-3.29 ± 0.01	-3.25 ± 0.01	-0.04 ± 0.02

Figura 5.35 – Comparação entre atitude estimada pelo FKE_{qb} e pelo AHRS para o teste 2.



5.2.3. Teste 3 do FKEqb

O terceiro teste foi inicializado com as condições iniciais apresentadas na Tabela 5.18. Similar ao teste 3 do FKE_q (Seção 5.1.3), os dados contemplam uma rotação de ψ de

aproximadamente -37.60° em 1,8s . O vetor de *bias* foi inicializado da mesma forma que nos testes 1 e 2 do FKE_{qb}.

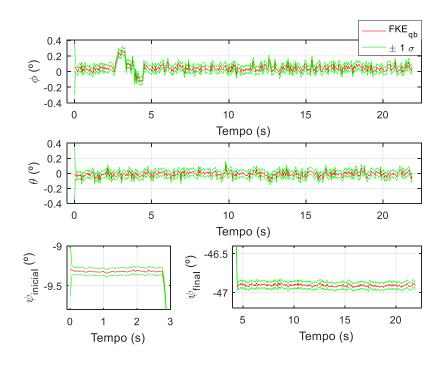
Tabela 5.18 – Condições iniciais do teste 3 do FKE_{qb}.

Teste	Condições iniciais
Teste 3	$(\phi, \theta, \psi)^T = (0.03 -0.01 -9.30)^\circ$
Caso 1	$(b_{\omega x}, b_{\omega y}, b_{\omega z})^T = (0 0 0)^{\circ} / s$
Teste 3	$(\phi, \theta, \psi)^T = (0.03 -0.01 -9.30)^\circ$
Caso 2	$(b_{\omega x}, b_{\omega y}, b_{\omega z})^T = (0.00031522820 -0.0007883985 0.0001748655)^{\circ}/s$

Este teste pretende mostrar que a sintonização realizada para o FKE_{qb} (Tabela 5.11) também é adequada para o processo de estimação de atitude quando o AHRS estiver em rotação.

A Figura 5.36 mostra a estimativa de atitude do FKE_{qb} com o desvio-padrão (1σ) obtida da matriz de covariância escrita em função dos ângulos de Euler. No eixo z são destacados os valores antes e após a manobra.

Figura $5.36 - \text{\^A}$ ngulos de Euler e seu desvio-padrão estimados pelo FKEq no teste 3.



A Figura 5.37 mostra as componentes da diagonal principal da matriz \mathbf{P}_{θ} . Nota-se que neste teste não houve a redução da covariância associada ao ângulo ψ decorrente da rotação, como ocorreu para o teste 3 do FKE_q (Figura 5.18). Como o FKE_{qb} possui mais graus de liberdade que o FKE_q, a alteração da covariância causada pela execução da manobra refletiu-se, neste caso, em outro grau de liberdade associado ao eixo z. Deste modo, a covariância no estado associado ao viés do eixo ψ , sofreu uma leve alteração, mostrada na Figura 5.40 (a frente).

Adicionalmente, os valores obtidos são praticamente os mesmos estimados nos testes 1 e 2 (Figuras 5.24 e 5.31), permanecendo-se na escala de 10^{-7} .

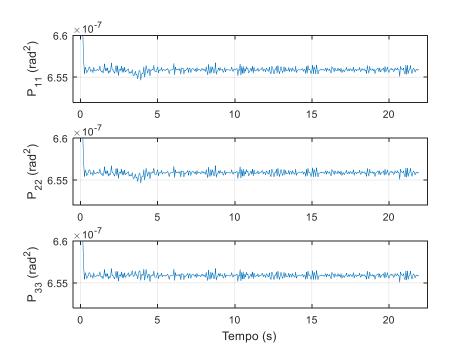


Figura 5.37 – Detalhe da diagonal principal da matriz de covariância do teste 3.

Como também era esperado para este teste, novamente não houve convergência do vetor de vieses dos giroscópios para os três eixos, como mostram as Figuras 5.38 e 5.39. Observou-se o mesmo comportamento de deslocamento vertical das curvas, com desvios-padrão também altos em relação aos próprios valores dos vieses de cada eixo.

O caso geral para este teste, a tendência das curvas foi positiva. Nota-se que $b_{\omega z}$ teve um considerável aumento decorrente da manobra de rotação. Entretanto, este viés não

foi estabilizado e manteve seu incremento positivo, apesar de quase imperceptível nas Figuras 5.38 e 5.39.

As diagonais principais das matrizes de covariância do vetor de *bias* foram as mesmas para ambos os casos, como é apresentado na Figuras 5.40, destacando-se a leve diminuição de observabilidade denunciada pelo aumento da covariância durante a manobra de rotação. Deste modo, os desvios-padrão para os dois casos mantiveram-se praticamente idênticos.

Novamente, os ângulos de Euler e seu desvio-padrão (Figura 5.36), assim como os elementos da diagonal principal da matriz \mathbf{P}_{θ} (Figura 5.37), não foram alterados em decorrência dos testes de ambos os casos.

Figura 5.38 - Vieses estimado pelo FKE $_{qb}$ no teste 3 para os casos 1 e 2.

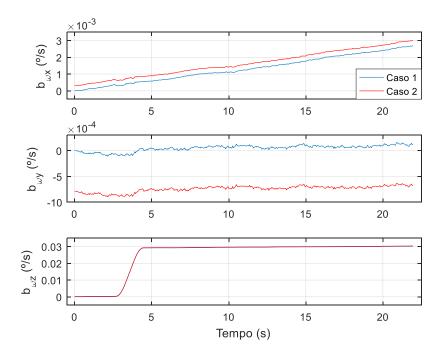


Figura 5.39 – Vieses e seu desvio-padrão estimados pelo FKE_{qb} no teste 3 para os casos 1 e 2.

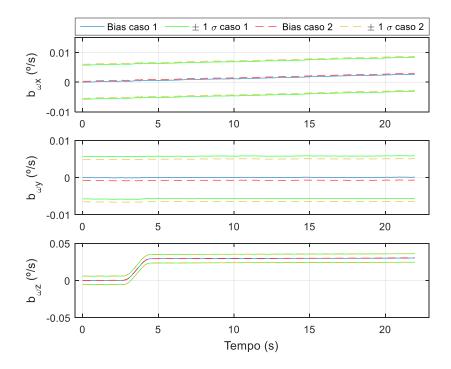
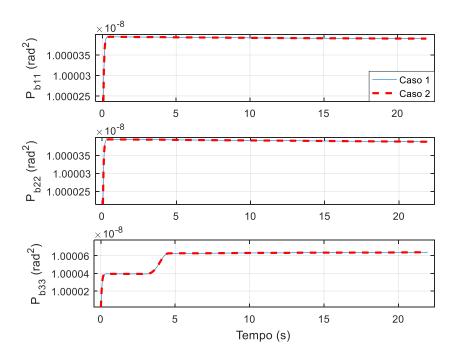


Figura 5.40 – Diagonal principal da matriz de covariância dos vieses do teste 3 para os casos 1 e 2.



O resíduo relacionado ao ângulo ψ , mostrados na Figura 5.41, passou de -3° obtido no teste 3 do FKE_q (Seção 5.1.3), para aproximadamente -4.7° , enquanto a rotação no eixo z foi mantida quase constante em $30^{\circ}/s$ (Figura 5.14).

A Tabela 5.19 apresenta as estatísticas referentes ao teste 3, calculadas a partir do instante em que as estimativas do FKE_{qb} e do AHRS entraram em regime estacionário, ou seja, em torno de 7,6s. Observou-se comportamento semelhante aos testes anteriores.

A Tabela 5.20 e a Figura 5.42 apresentam a comparação entre a estimativa da atitude obtida pelo FKE_{qb} e pelo AHRS. Como já era esperado, os resultados ficaram bastante próximos entre si, destacando-se os desvios-padrão da atitude estimada pelo FKE_{qb} e os desvios-padrão do desvio-médio, que foram reduzidos de ± 0.04 para ± 0.03 .

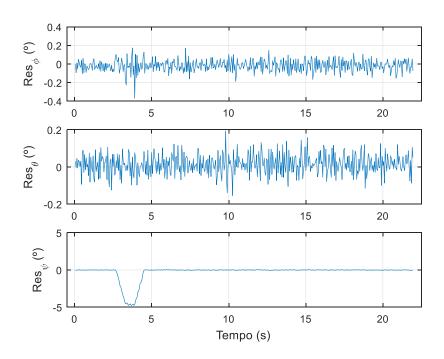


Figura 5.41 – Resíduos do teste 3.

Tabela 5.19 – Resultados do FKE $_{qb}$ para o teste 3.

Variável	Estado	os	Resíduos
variavei	Caso 1	Caso 2	Residuos
φ(°)	$0.04 \pm 0.$	03	-0.02 ± 0.06
$ heta(^\circ)$	-0.01±0	0.03	0.02 ± 0.06
ψ(°)	-46.91±0	0.01	-0.01 ± 0.02
$b_{x}(^{\circ}/\mathrm{s})$	0.00176±0.00053	0.00207 ± 0.00053	
<i>b</i> _y (°/s)	0.00008±0.00003	-0.00071±0.00003	
$b_z(^{\circ}/\mathrm{s})$	0.02975 ± 0.00023	0.02992 ± 0.00023	

Tabela 5.20 – Comparações entre as estatísticas do FKE $_{qb}$ e do AHRS para o teste 3.

Variável	Atitude FKE _{qb}	Atitude AHRS	Desvio-médio
φ(°)	0.04 ± 0.03	0.06 ± 0.02	-0.02 ± 0.03
θ(°)	-0.01 ± 0.03	0.00 ± 0.01	-0.01 ± 0.03
ψ(°)	-46.91±0.01	-46.86 ± 0.02	-0.05 ± 0.02

Adicionalmente, o FKE_{qb} manteve-se com um tempo de assentamento mais rápido que àquele da atitude estimada pelo AHRS, mostrado na Figura 5.43. Entretanto, notou-se um leve atraso na sua resposta quando comparado com o FKE_q (Figura 5.21), perceptível aos 4s, decorrente do aumento de esforço computacional em função da adição do vetor de vieses no processo de estimação (aumento de 4 para 7 estados).

 $Figura\ 5.42-Comparação\ entre\ atitude\ estimada\ pelo\ FKE_{qb}\ e\ pelo\ AHRS\ para\ o\ teste\ 3.$

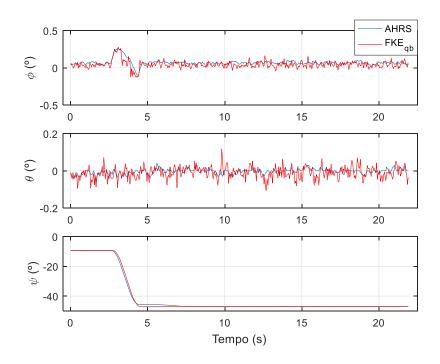
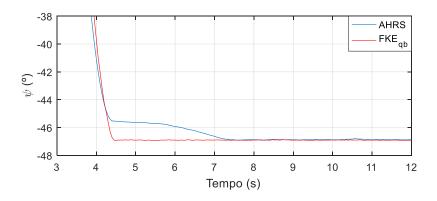


Figura 5.43 — Detalhe do assentamento da curva de ψ para atitude estimada pelo FKE_{qb} e pelo para o teste 3.



6 TESTES E RESULTADOS DO FKE INTEGRADO AO MODELO DE SIMULAÇÃO DA PLATAFORMA AEROSTÁTICA

Neste capítulo serão apresentados os resultados dos testes de controle de atitude realizados com o modelo de simulação apresentado na Seção 4.3.

Os parâmetros do modelo da mesa de mancal a ar, das medidas, e do controlador, utilizados nos testes, estão listados na Tabela 6.1.

As amplitudes dos ruídos nos três eixos do giroscópio (μ), assim como do vetor de medidas \mathbf{y} (\mathbf{v}), foram calculadas pela média simples do desvio-padrão dos valores obtidos para cada eixo nos testes apresentados no Capítulo 5.

As telemetrias referentes às medidas angulares apresentaram desvios-padrão praticamente iguais para os três eixos, enquanto que os vetores \mathbf{y} dos testes precedentes apresentaram desvios-padrão iguais para os eixos x e y, e relativamente inferiores para o eixo z.

Tabela 6.1 – Parâmetros do modelo de simulação da plataforma e do controlador.

Variável	Valores adotados
k_d	0.805
k_p	0.140
<i>k</i> _{db} (°)	1
$ heta_{\!\scriptscriptstyle ri}$ (°)	(0 0 0)
$\mathbf{J}(\mathrm{kgm}^2)$	$\begin{bmatrix} 2,21 & 0 & 0 \\ 0 & 1,91 & 0 \\ 0 & 0 & 2,17 \end{bmatrix}$
$T_q(Nm)$	0.0445
v(°)	(0.046 0.046 0.013)
$\mu(^{\circ}/s)$	(0.322 0.322 0.322)

Foram realizados dois testes ao todo, um para cada versão do filtro, todos com intervalo de discretização de 0,05s (20Hz). Estes testes são apresentados nas seções seguintes.

A Tabela 6.2 apresenta as condições iniciais escolhidas para os testes de ambas as versões do filtro. Para ambos os testes, manteve-se a mesma semente de geração de ruído branco.

Tabela 6.2 – Condições iniciais dos testes do modelo de simulação com FKEq e com FKEqb

Condições inicia	ais
$(\phi, \theta, \psi)^T = (-50.00 -28.0)$	00 40.00)°
$(\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T = (-3.00 1.5)$	50 5.00)°/s

6.1. FKE com estimação dos quatérnios

As Figuras 6.1 e 6.2 apresentam os resultados obtidos para o teste de controle usando a estimativa de atitude do FKE_q. Na Figura 6.1 são mostradas as posições e velocidades angulares, bem como os torques de controle para cada eixo. Nota-se que, apesar das taxas de rotação apresentarem valores bastante ruidosos, ainda assim o controle foi capaz de levar o modelo da plataforma para a referência de forma suave em pouco mais de 30s de tempo de manobra.

Os acionamentos posteriores das válvulas, mostrados no gráfico de torques após o instante aproximado de 35s, ocorreram em decorrência das velocidades angulares não se anularem quando os ângulos de Euler da mesa de mancal a ar estão dentro da zona morta k_{db} . Desta forma, quando os ângulos de cada eixo crescem a ponto de deixar a zona morta, os respectivos atuadores destes eixos são acionados a fim de se contrapor ao movimento. Também, os vários acionamentos em curtos intervalos de tempo neste período ocorrem devido ao ruído da velocidade angular no respectivo eixo, que tem seu sinal alternado devido à velocidade apresentar média próxima de zero nesta fase.

Figura 6.1 – Ângulos de Euler, velocidade angular e torque do teste com FKE_q.

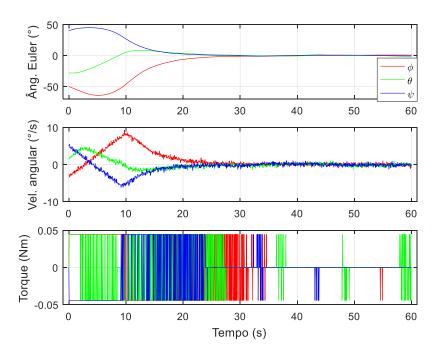
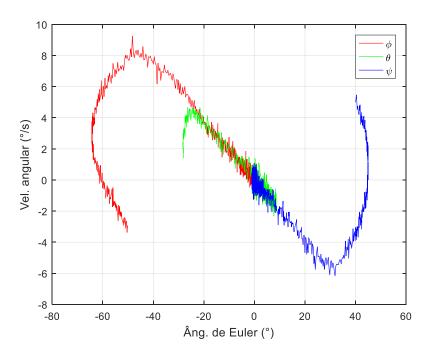


Figura 6.2 – Plano de fase do teste com FKE_q.

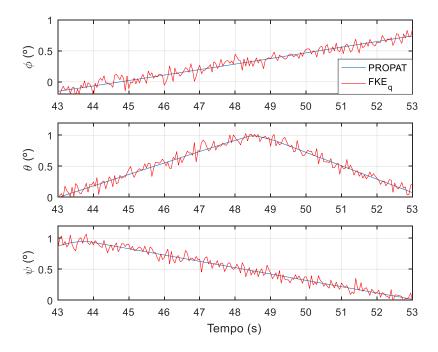


Nesta fase da manobra, em um satélite real, a atitude passaria a ser controlada por outra estratégia de controle, normalmente empregando-se rodas de reação ou torqueadores magnéticos, a fim de se alcançar um apontamento preciso.

A Figura 6.2 exibe o espaço de fase de cada um dos eixos, cujo comportamento das curvas é característico para a lei de controle adotada (WERTZ, 1978). A inclinação da reta de aproximação final da atitude em direção à referência é dada pela relação k_p/k_d .

A Figura 6.3 mostra, em detalhe, os ângulos de Euler estimados pelo FKE_q, sobrepostos à atitude propagada pela integração numérica proveniente do PROPAT. Observa-se que o resultado do FKE_q acompanha a atitude integrada. Neste período, a plataforma encontra-se estabilizada dentro da zona morta.

Figura 6.3 – Detalhe da atitude integrada pelo PROPAT e a atitude estimada pelo FKE_q.



Na Figura 6.4 são apresentados, também em detalhe, os ângulos de Euler de cada eixo juntamente com o desvio-padrão (1σ) obtido a partir da matriz de covariância P_{θ} .

Figura 6.4 – Detalhe dos ângulos de Euler e seu desvio-padrão estimado pela FKE_q.

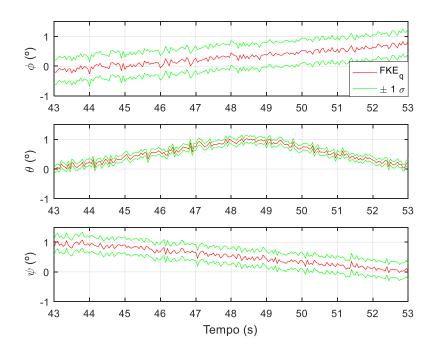
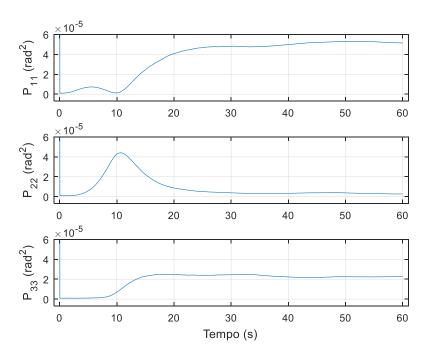


Figura 6.5 – Diagonal principal da matriz de covariância do teste com FKE_q.



Nota-se que os desvios-padrão dos eixos apresentaram maiores diferenças entre si que àqueles obtidos no teste de manobra em um eixo da Seção 5.1.3. Este fato decorre do

comportamento dos elementos da diagonal principal da matriz \mathbf{P}_{θ} , exibidos na Figura 6.5. Adicionalmente, estes elementos apresentaram valores relativamente maiores que aqueles da Seção 5.1.3 (Figura 5.18), da ordem de 10^{-5} contra 10^{-7} , ou seja, o filtro detectou uma incerteza maior quando o controlador é inserido na malha.

Por sua vez, a Figura 6.6 mostra os resíduos resultantes do teste. Estes apresentaram valores baixos mesmo durante a execução das manobras de correção de atitude (valor máximo, em módulo, perto de 0.5°), ao passo que o teste da Seção 5.1.3 (Figura 5.19) exibiu resíduo bem maior (perto de 3°, também em módulo). Uma das razões para essa diferença pode estar relacionada com a não adoção de um modelo que represente as medidas dos acelerômetros e magnetômetros no programa de simulação da plataforma. Isto seria equivalente a afirmar que a atitude enviada ao vetor de medidas y provém de um sensor "ideal", o que não ocorre com a atitude calculada no teste da Seção 5.1.3.

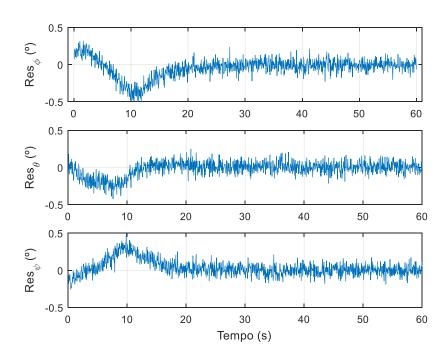
Outro fato que também pode ter contribuído diz respeito à magnitude da aceleração e da velocidade angular impostas naquele teste de bancada, em que ψ sofreu uma aceleração de aproximadamente $50.00^{\circ}/\mathrm{s}^2$ em módulo. No caso da simulação, o torque T_q proveniente das válvulas de gás consegue acelerar o eixo de menor inércia (eixo y) em uma taxa máxima de aproximadamente $1.33^{\circ}/\mathrm{s}^2$.

As estatísticas dos resíduos de cada eixo, exibidas na Tabela 6.3, foram calculados quando a plataforma já se encontrava na zona morta, a partir de 35s. Nota-se que as médias e desvios-padrão permaneceram semelhantes àqueles obtidos nos testes apresentados no capítulo anterior. Houve apenas uma pequena diferença em relação ao resíduo de ψ , que exibiu desvio-padrão igual aos demais eixos (0.07°), ao passo que nos testes anteriores este permanecia na casa de 0.02° ou 0.03°. Nota-se que os resíduos não apresentaram indícios de divergência do filtro, mesmo com a ação do controlador durante a manobra.

Tabela 6.3 – Estatística dos resíduos do teste do FKE_q.

Variável	Resíduos
φ(°)	-0.01 ± 0.07
θ(°)	0.01±0.07
ψ(°)	0.00 ± 0.07

 $Figura\ 6.6-Res\'iduos\ do\ teste\ com\ FKE_q.$



6.2. FKE com estimação dos quatérnios e dos vieses dos girômetros

Na Figura 6.7 são mostradas as posições e velocidades angulares, bem como os torques de controle para cada eixo, obtidos para o teste de controle usando a estimativa de atitude proveniente do FKE_{qb}.

Pode-se observar que o comportamento das curvas de ângulos de Euler e das velocidades angulares foi praticamente o mesmo do teste usando o FKE_q, demandando tempos de manobra praticamente idênticos. Nota-se, no entanto, que a frequência de acionamento dos atuadores, principalmente após 35s, quando os ângulos de Euler estão dentro da zona morta, foi maior que no teste anterior.

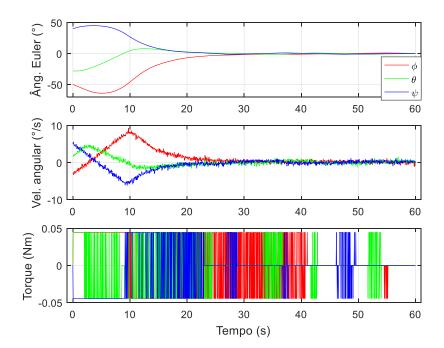


Figura 6.7 – Ângulos de Euler, velocidade angular e torque do teste com FKE_{qb}.

O espaço de fase de cada um dos eixos para este teste é praticamente o mesmo do teste usando o FKE_q , apresentado na Figura 6.2.

A Figura 6.8 mostra, em detalhe, os ângulos de Euler estimados pelo FKE_{qb}, sobrepostos à atitude propagada pela integração numérica proveniente do PROPAT em momento em que a plataforma encontra-se estabilizada dentro da zona morta. A atitude estimada, neste caso, apresentou um nível de ruídos levemente inferior àquele do FKE_q (Figura 6.3). Esta observação também é reforçada pelo desvio-padrão (1σ) de cada eixo, exibido na Figura 6.9, inferior ao seu similar proveniente do FKE_q, exibido na Figura 6.4.

Figura 6.8 – Detalhe da atitude integrada pelo PROPAT e a atitude estimada pelo FKE_{qb}.

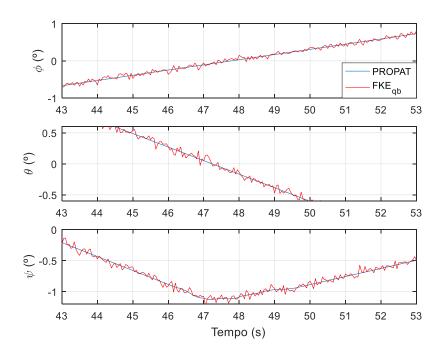
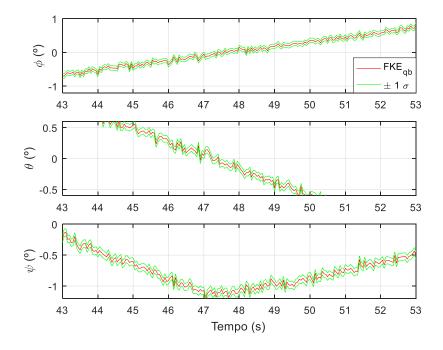
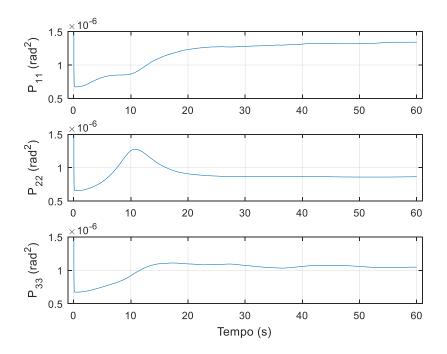


Figura 6.9 – Detalhe dos ângulos de Euler e seu desvio-padrão estimado pela FKE $_{qb}$.



A diminuição do desvio-padrão mostrado nas figuras anteriores é decorrência direta da redução dos valores dos elementos da diagonal principal da matriz \mathbf{P}_{θ} , exibidos na Figura 6.10. Estes permaneceram na casa de 10^{-6} , contra 10^{-5} do FKE_q (Figura 6.5).

Figura 6.10 – Diagonal principal da matriz de covariância dos ângulos de Euler do teste com FKE_{qb}.



Para o teste do FKE_{qb} também foram testados os dois casos de inicialização dos vieses dos giroscópios, sendo o primeiro com vetor nulo, e o segundo com vetor dado pela Equação 4.5. Para o segundo caso, as velocidades angulares provenientes do PROPAT foram subtraídas do vetor da Equação 4.5 antes de entrarem no filtro.

Entretanto, também não se obteve êxito na estimação dos vieses pelo modelo de simulação, como mostra a Figura 6.11.

Figura 6.11 – Vieses estimado pelo FKE_{qb} para os casos 1 e 2.

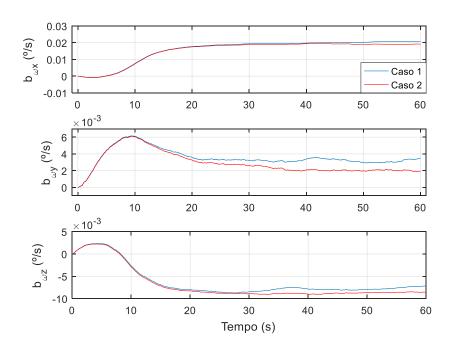
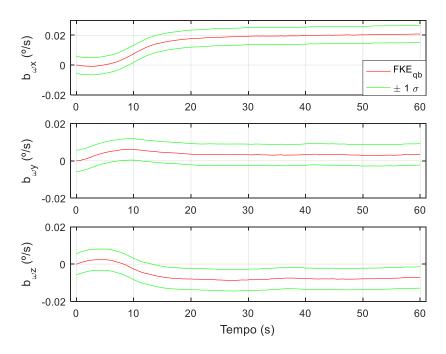


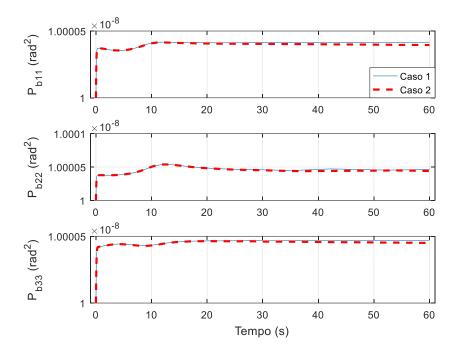
Figura 6.12 – Vieses e seu desvio-padrão estimados pelo FKE_{qb}.



A Figura 6.12 ilustra os desvios-padrão obtidos para o vetor de vieses do caso 1. Para o caso 2, as curvas foram omitidas, uma vez que seus valores de desvio-padrão são os

mesmos do caso 1, já que as diagonais principais das matrizes de covariância de ambos os casos também são equivalentes (Figura 6.13).

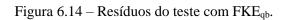
Figura 6.13 – Diagonal principal da matriz de covariância dos vieses do teste com FKE $_{qb}$ para os casos 1 e 2.

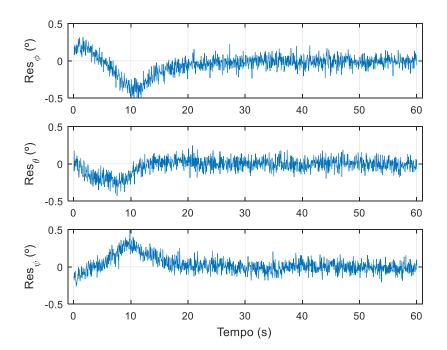


A Figura 6.14 mostra os resíduos obtidos, os quais apresentaram valores também muito similares aos do teste anterior. Suas estatísticas, calculadas a partir de 35s, exibidas na Tabela 6.4, também praticamente não apresentaram alterações.

Tabela 6.4 – Estatística dos resíduos do teste do FKE_{qb}.

Variável	Resíduos
φ(°)	-0.01 ± 0.07
$ heta(^{\circ})$	0.00 ± 0.07
ψ(°)	0.00 ± 0.07





7 CONCLUSÃO

Em face aos resultados apresentados e discutidos nos Capítulos 5 e 6, pode-se concluir que ambos os estimadores baseados em filtro de Kalman estendido propostos (FKE_q e FKE_{qb}) obtiveram êxito no processo de determinação de atitude, tanto nos testes utilizando dados reais quanto na simulação de controle da mesa de mancal a ar.

As comparações entre as estimativas provenientes dos filtros com aquelas colhidas do AHRS mostraram que tanto o FKE_q quanto o FKE_{qb} alcançaram valores muito similares com a atitude provinda da unidade inercial, apesar de mais ruidosas, principalmente nos eixos x e y.

No geral, a magnitude destes ruídos está ligada diretamente às medidas empregadas, sendo que todos os cálculos realizados com as medidas do acelerômetro tri-axial apresentaram mais ruído que aqueles realizados com as medidas do magnetômetro. Este fato decorre das medições da aceleração serem menos precisas que as do campo magnético, em termos angulares.

Por outro lado, a estimação de vieses proposta não funcionou de maneira adequada para os casos testados, mesmo para o modelo de simulação. Nos testes usando dados reais, este resultado leva a crer que provavelmente não houve tempo para os vieses convergirem, ou que estes são dinâmicos (não são constantes), apresentado assim derivas significativas. Por sua vez, em contrapartida, os resultados da simulação podem indicar que as matrizes de covariância e de ruídos adotadas para a estimação dos vieses podem não estar adequadas para reproduzir respostas rápidas à variação dinâmica.

Ainda assim, para os intervalos e testes executados, não foi observada nenhuma degradação na estimativa de atitude do FKE_{qb} decorrente da não-convergência do vetor de vieses.

Como sugestões de trabalhos futuros, pode-se destacar:

 A implantação e testes dos FKE desenvolvidos no computador de bordo da mesa de mancal a ar do laboratório, visando sua verificação e validação prática;

- Estudo e desenvolvimento de um algoritmo para o autoalinhamento do FKE, de forma a substituir as condições iniciais provenientes da solução de atitude interna do AHRS;
- Implementação e testes de uma versão do filtro em que são usadas diretamente as medidas dos acelerômetros e dos magnetômetros no vetor \mathbf{y} , no lugar das aproximações dos ângulos de Euler $(\tilde{\phi}, \tilde{\theta}, \tilde{\psi})$ calculados a partir destas medidas. Com isto, espera-se que as amplitudes dos ruídos das estimativas de atitude sejam reduzidas;
- Implementação do estimador de vieses com base em modelo de Gauss-Markov de primeira ordem, para produzir respostas mais rápidas do filtro às variações dinâmicas dos vieses, já que estes parecem variar durante o experimento;
- Modelagem das medidas e a calibração dos sensores da unidade inercial, visando determinar os vieses e fatores de escala e desalinhamento nas medições do magnetômetro tri-axial, da tríade de acelerômetros, bem como melhorar a calibração dos girômetros. Sugere-se, também, levantar a curva de *Allan variance* para a tríade de giroscópios, acelerômetros e magnetômetros;
- Estimação do tensor de inércia do conjunto completo da plataforma aerostática utilizando-se técnicas do tipo mínimos quadrados ou filtro de Kalman estendido, seguindo modelo já desenvolvido por Oliveira (2014), Oliveira et al. (2013), em que a plataforma aerostática é posta para rotacionar em diversas direções, compondo várias possibilidades de posições e velocidades. Os dados obtidos da leitura dos sensores serão, então, armazenados e processados em seguida utilizando-se o algoritmo de estimação;
- Implantação e testes das outras duas estratégias de controle de atitude por jatos de gás previamente estudadas (CAMPESATO et al., 2015), sendo elas *i*) controle com tempo mínimo de manobra; e *ii*) técnica PWM associada a controle PD.

Por fim, conclui-se que os estimadores desenvolvidos funcionaram corretamente, tanto com dados reais quanto nas simulações com o controle de atitude na malha, mostrando sua robustez nas diversas situações testadas. Acredita-se que o desempenho dos estimadores possa ser melhorado e qualificado quando de sua implantação em ambiente de laboratório, podendo, portanto, prescindir do uso de algoritmo interno da AHRS (caixa preta). Desta forma, oferece-se infraestrutura e flexibilidade para o desenvolvimento e teste de técnicas de controle em mesa de mancal a ar em 3 eixos, instrumentada com atuadores de jatos de gás.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARANTES JÚNIOR, G. Estudo comparativo de técnicas de controle de atitude em três eixos para satélites artificiais. 2005. 201 p. (INPE-12970-TDI/1018). Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2005. Disponível em: http://urlib.net/sid.inpe.br/jeferson/2005/03.09.14.25.

CAMPESATO, W. L.; CARRARA, V. Projeto e implementação de um controlador numa plataforma aerostática com atuadores de jatos de ar comprimido. In: SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DO INPE (SICINPE)., 2013, São José dos Campos. Anais... São José dos Campos: INPE, 2013. Disponível em: http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3EPT35P>. Acessado em 18 jun. 2017.

CAMPESATO, W. L.; CARRARA, V.; BRITO, A. G. Simulação e comparação de controladores de atitude de uma plataforma aerostática com atuadores de jatos de ar comprimido. In: Simpósio Brasileiro de Engenharia Inercial – SBEIN 2015, 8., 2015, São José dos Campos. **Anais...** INPE, São José dos Campos, 16-18 Jun. 2015.

CAMPESATO, W. L.; CARRARA, V.; SIQUELI, G. A.; FENILI; A. Projeto e implementação de um controlador numa plataforma aerostática com jatos de ar. In: DINCON 2013, 2013, Fortaleza, CE. **Anais...**São Carlos: SBMAC, 2013. (ISSN 2359-0793) (DOI: 10.5540/03.2013.001.01.0206).

CARDIERI, L. V. C.; VAROTTO, S. E. C. Projeto de um simulador dinâmico com mancal esférico aerostático para testes de sistema de controle de atitude de satélites artificiais. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 9. / BRAZILIAN CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, (COBEM)., 1987, Florianópolis, BR. **Anais...** 1987. p. 5. (INPE-4284-PRE/1155).

CARRARA, V. Cinemática e dinâmica da atitude de satélites artificiais. São José dos Campos: INPE, 2012. 111 p. Disponível em: http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3B96GD8>.

CARRARA, V. An open source satellite attitude and orbit simulator toolbox for Matlab. INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON DYNAMIC PROBLEMS OF MECHANICS - DINAME 2015, 17., 2015. Natal, RN, Brazil. **Anais...** 2015. (ISSN 2316-9567). Disponível em: http://www.dem.inpe.br/%7Eval/projetos/propat/default.htm. Acessado em 17 jul. 2017.

CRASSIDIS, J. L.; MARKLEY, F. L.; CHENG, Y. Survey of nonlinear attitude estimation methods. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 30, n. 1, Jan. 2007, pp. 12–28.

CRASSIDIS, J. L.; JUNKINS, J. L. **Optimal estimation of dynamic systems**. 2. ed. London: Chapman and Hall/CRC, 2011.

CROWELL, C. W. **Development and analysis of a small satellite attitude determination and control system testbed**. 2011. 145p. Master's thesis, Department of Aeronautics and Astronautics - Massachusetts Institute of Technology,
Massachusetts, USA, 2011.

FARRELL, J. A. Aided navigation – GPS with high rate sensors. McGraw-Hill, 2008.

FARRELL, J. A.; BARTH, M. The Global Positioning System & inertial navigation. McGraw-Hill, 1998.

FONSECA, I.M.; SOUZA, P.N. Movimento rotacional de um corpo rígido dotado de um amortecedor de nutação anular viscoso - modelagem, simulação digital e validação experimental em um simulador dinâmico com mancal aerostático. In: SIMPÓSIO SOBRE PROBLEMAS DINÂMICOS DA MECÂNICA - DINAME, 3., ago.1989, Águas de São Pedro, São Paulo. **Anais...** Rio de Janeiro: 1989. p. 597-600. (INPE-9874-PRE/5453).

FONSECA, I.M.; SOUZA, P.N. Partially filled viscous ring nutation damper dynamics analysis and experimental approach for modeling validation. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SPACE TECHNOLOGY AND SCIENCE, 17., 1990, Tokyo, Japan. **Proceedings...** Tokyo, 1990.

GARCIA, R. V. Filtro não linear de Kalman sigma-ponto com algoritmo unscented aplicado a estimativa dinâmica da atitude de satélites artificiais. 2011. 189 p. Tese (Doutorado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2011. Disponível em: http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3AKGTCP.

GARCIA, R. V.; KUGA, H. K.; ZANARDI, M. C. Unscented Kalman Filter applied to the spacecraft attitude estimation with Euler Angles. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2012, n. ID 985429, p. 1-12, 2012. DOI: <10.1155/2012/985429>.

Disponível em: http://dx.doi.org/10.1155/2012/985429>.

GARCIA, R. V.; MATOS, N. F. O.; KUGA, H. K.; ZANARDI, M. C. Unscented Kalman filter for spacecraft attitude estimation using modified Rodrigues parameters and real data. **Computational & Applied Mathematics**, v. 3, p. 1807-0302, 2015.

HANSEN, N. H. Development of a computer balanced motion table: a ground testing facility for microsatellite attitude control systems. Master's thesis, University of Toronto, Canada. Oct. 2000.

HUGHES, P.C. **Spacecraft attitude dynamics**. New York: John Wiley & Sons, 1986. 564 p.

INNALABS. **Attitude and heading reference system -** INNALABS® AHRS M2, M3 - user's manual. Revision 2.6. Dulles, USA. 2009.

JAXA. Small solar power sail demonstrator 'IKAROS' successful attitude control by liquid crystal device. (Press release). Japan Aerospace Exploration Agency, Japan, Jul. 2010. Disponível em: http://global.jaxa.jp/press/2010/07/20100723_ikaros_e.html. Acessado em 14 mai. 2015.

KIM, B.; VELENIS, E.; KRIENGSIRI, P.; TSIOTRAS, P. Designing a Low-Cost Spacecraft Simulator. **IEEE Control Systems Magazine**, v. 23, n. 4, p. 26–37, Aug. 2003.

KOMANDURI, A.; ARANTES Jr., G.; MARTINS-FILHO, L. S. Controle de atitude e posição para um simulador experimental de satélite artificial. In: BRAZILIAN CONFERENCE ON DYNAMICS, CONTROL AND APPLICATIONS, 9., 2010, Serra Negra. **Proceedings...** São Carlos: SBMAC, 2010. v. 1. p. 1-6. (ISSN 2178-3667).

KUGA, H. K. **Noções práticas de técnicas de estimação**. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos – SP, 2005. Notas de Aula. Disponível em http://www.dem.inpe.br/~hkk/Cursos/NPTE.pdf>. Acessado em 01 mai. 2017.

KUGA, H. K.; CARRARA, V. Attitude Determination with Magnetometers and Accelerometers to Use in Satellite Simulator. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2013, Article ID 401282, 6 pages, 2013. (DOI: 10.1155/2013/401282).

LEFFERTS, E. J.; MARKLEY, F. L.; SHUSTER, M. D. Kalman filtering for spacecraft attitude estimation. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 5, n. 5, p. 417–429, 1982.

MESQUITA, B. D. R.; KUGA, H. K.; CARRARA, V. Estimation and Attitude Control in CONASATs Nominal Operation Mode: An Approach for SDRE Filter and PID Control. **IEEE Latin America Transactions**, v. 15, n. 5, p. 835–842, 2017.

NICOLINI, D. LISA Pathfinder Field Emission Thruster System Development Program. In: INTERNATIONAL ELECTRIC PROPULSION CONFERENCE, 30., 2007, Florence, Italy. **Proceedings...** Sept. 17-20, 2007. (IEPC-2007-363). Disponível em: http://erps.spacegrant.org/uploads/images/images/iepc_articledownload_1988-2007/2007index/IEPC-2007-363.pdf. Acessado em 14 mai. 2015.

NOURELDIN, A.; KARAMAT, T.; GEORGY, J. Fundamentals of inertial navigation, satellite-based positioning and their integration. Springer, 2012. (ISBN 9783642304651).

OLIVEIRA, A. M.; KUGA, H. K.; CARRARA, V. Estimating the mass characteristics of a dumbbell air bearing satellite Simulator. INTERNATIONAL CONGRESS OF

MECHANICAL ENGINEERING, 22. (COBEM)., 2013, Ribeirão Preto. **Proceedings...** 2013. p. 4836-4844. DVD. ISSN 2176-5480.

OLIVEIRA, A. M. Estimação das características de massa de mancais aerostáticos para aplicações espaciais. 2014. Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2014. Disponível em: http://urlib.net/8JMKD3MGP5W34M/3GK4L3P>. Acessado em 22 jul. 2015.

OLIVEIRA, A. M.; KUGA, H. K.; CARRARA, V. Air bearing platforms for simulation of spacecraft attitude control systems. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON DYNAMIC PROBLEMS OF MECHANICS, DINAME, 17., 2015, Natal, RN. **Proceedings...** 2015. p. 1-13.

PRADO, A. F. B. A.; KUGA, H. K. **Fundamentos de tecnologia espacial**. São José dos Campos: INPE, 2001.

SCHWARTZ, J. L.; HALL, C. D. The distributed spacecraft attitude control system simulator: development, progress, plans. In: FLIGHT MECHANICS SYMPOSIUM, 2003, Greenbelt, Maryland. **Proceedings...** Goddard Space Flight Center, USA: NASA, 2003.

SCHWARTZ, J. L.; PECK, M. A.; HALL, C. D. Historical survey of air-bearing spacecraft simulators. **Journal of guidance, control, and dynamics**, v. 26, n. 4, July-Aug. 2003, pp. 513–522. (DOI:10.2514/2.5085)

SILVA, M. A. C; FIGUEIREDO, H. V.; BOGLIETTI, B. G. N.; et al. A framework for development of satellite attitude control algorithms. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, v. 25, n. 6, Dec. 2014, pp. 657-667. (DOI: 10.1007/s40313-014-0141-7).

SIQUELI, G. A.; CARRARA, V.; CAMPESATO, W. L. Modelo matemático de roda de reação à baixa velocidade, estimação de parâmetros e controle de atitude de mesa de

mancal a ar com roda. In: DINCON 2013, 2013, Fortaleza, CE. **Anais...**São Carlos: SBMAC, 2013. (ISSN 2359-0793) (DOI: 10.5540/03.2013.001.01.0141).

STARIN, S. R.; ETERNO, J. **Attitude determination and control systems**. NASA, 2010. Disponível em

https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20110007876.pdf. Acessado em 02 jul. 2017.

TAGAWA, G. B. S.; KUGA, H. K.; EINWOEGERER, W. Experimento de navegação utilizando unidade inercial de baixo custo (IMU MEMS), magnetômetro e receptor GPS. In: DINCON 2011, 2011, Águas de Lindóia, SP, **Anais...**, 2011. p.331-334. (http://dx.doi.org/10.5540/DINCON.2011.001.1.0085).

WERTZ, J. R. **Spacecraft attitude determination and control**. London, England: D. Reideil Publishing Company, 1978. 861 p.

APÊNDICE A – REDUÇÃO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIA DOS QUATÉRNIOS

A atitude propagada em quatérnios no Filtro de Kalman Estendido necessita de uma atenção especial na matriz de covariância do erro associado aos componentes do quatérnio devido a esta ser não-diagonal e singular. Como apresentado na Seção 2.4, essa singularidade é difícil de ser mantida numericamente devido ao acúmulo de erros de arredondamento.

Existem algumas formas de contornar este problema de singularidade, detalhadas por Lefferts et al. (1982) e também por Crassidis e Junkins (2011). Lefferts et al. (1982) apresenta três métodos: *i.* representação da matriz de covariância reduzida; *ii.* estimação dos incrementos dos quatérnios utilizando um vetor de estados e a matriz de covariância reduzida (representação de covariância truncada); e *iii.* representação da covariância e do vetor de estados no sistema fixo ao corpo.

Neste Apêndice será detalhada a abordagem de representação da matriz de covariância reduzida, que por sua vez acarreta alterações na formulação original do FKE.

A inicialização do FKE requer um conjunto de informações *a priori*, destacando a informação do erro inicial associado ao estado, computado pela matriz de covariância \mathbf{P} , e do ruído dinâmico, computado pela matriz \mathbf{Q} . Essas matrizes são associadas diretamente ao erro na atitude (em ângulos de Euler) e ao erro das componentes dos vieses dos giros (GARCIA, 2011; GARCIA et al., 2012, 2015). Deste modo, a parcela da matriz de covariância associada à atitude em ângulos de Euler é representada por \mathbf{P}_{θ} , com dimensão 3×3 , e a matriz completa contendo também as componentes dos vieses dos giros é representada por $\mathbf{P}_{\theta\theta}$, com dimensão 6×6 . De forma semelhante, \mathbf{Q}_{θ} é a parcela da matriz de ruído dinâmico associada aos ângulos de Euler, com dimensão 3×3 , e $\mathbf{Q}_{\theta\theta}$ é a matriz completa, de dimensão 6×6 .

De posse de \mathbf{P}_{θ} e \mathbf{Q}_{θ} , determinam-se as matrizes associadas aos quatérnios \mathbf{P}_{q} e \mathbf{Q}_{q} por meio de:

$$\mathbf{P}_{q} = \mathbf{H}_{q\theta} \left(\frac{\partial q}{\partial \theta} \right) \mathbf{P}_{\theta} \mathbf{H}_{q\theta} \left(\frac{\partial q}{\partial \theta} \right)^{T}$$
(A.1)

$$\mathbf{Q}_{q} = \mathbf{H}_{q\theta} \left(\frac{\partial q}{\partial \theta} \right) \mathbf{Q}_{\theta} \mathbf{H}_{q\theta} \left(\frac{\partial q}{\partial \theta} \right)^{T}$$
(A.2)

na qual $\mathbf{H}_{q\theta} \left(\frac{\partial q}{\partial \theta} \right)$ é a matriz de derivadas parciais dos quatérnios em relação aos ângulos de Euler. As matrizes \mathbf{P}_{qb} e \mathbf{Q}_{qb} , de dimensão 7×7 , são montadas da forma:

$$\mathbf{P}_{qb} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_q & \mathbf{0}_{4\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times4} & \mathbf{P}_b \end{bmatrix} \tag{A.3}$$

$$\mathbf{Q}_{qb} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_q & \mathbf{0}_{4\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times4} & \mathbf{Q}_b \end{bmatrix} \tag{A.4}$$

Em seguida, pode-se obter as matrizes reduzidas \mathbf{P}_{qb}^r e \mathbf{Q}_{qb}^r através das seguintes equações (LEFFERTS et al., 1982):

$$\mathbf{P}_{ab}^{r} = \mathbf{S}^{T} \mathbf{P}_{ab} \mathbf{S} \tag{A.5}$$

$$\mathbf{Q}_{ab}^{r} = \mathbf{S}^{T} \mathbf{Q}_{ab} \mathbf{S} \tag{A.6}$$

sendo:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Xi}(\mathbf{q}) & \mathbf{0}_{4\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times4} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \tag{A.7}$$

na qual $\Xi(\mathbf{q})$ é dado pela Equação 4.8.

Na fase de propagação do FKE, a matriz de covariância reduzida $\overline{\mathbf{P}}_{qb}^r$ propagada do instante t_0 até o instante t_k é dada pela integral de Riccati (LEFFERTS et al., 1982):

$$\overline{\mathbf{P}}_{qb}^{r}(t) = \tilde{\boldsymbol{\Phi}}(t, t_0) \overline{\mathbf{P}}_{qb}^{r}(t_0) \tilde{\boldsymbol{\Phi}}^{T}(t, t_0) + \int_{t_0}^{t} \tilde{\boldsymbol{\Phi}}(t, t') \tilde{\mathbf{G}}(t') \mathbf{Q}(t') \tilde{\mathbf{G}}^{T}(t') \tilde{\boldsymbol{\Phi}}^{T}(t, t') dt'$$
(A.8)

em que as matrizes $\tilde{\Phi}(t,t_0)$ e $\tilde{\mathbf{G}}(t)$ são dadas por:

$$\tilde{\Phi}(t,t_0) = \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}(t,t_0) & \mathbf{J}(t,t_0) \\ \mathbf{0}_{3\times 3} & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}$$
(A.9)

$$\tilde{\mathbf{G}}(t) = \mathbf{S}^{T}\mathbf{G}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\mathbf{I}_{3} & \mathbf{0}_{3\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{I}_{3} \end{bmatrix}$$
(A.10)

com:

$$\mathbf{\Lambda}(t,t_0) = \mathbf{\Xi}^T(\mathbf{q}(t))\Phi_q(t,t_0)\mathbf{\Xi}(\mathbf{q}(t_0))$$
 (A.11)

$$\mathbf{J}(t,t_0) = -\frac{1}{2} \int_{t_0}^{t} \mathbf{\Lambda}(t,t') dt'$$
 (A.12)

Na fase de atualização com uso da matriz de covariância reduzida, é necessário definir as matrizes $\tilde{\mathbf{H}}_k$ (1×6) e $\tilde{\mathbf{K}}_k$ (6×1) de acordo com Lefferts et al. (1982):

$$\tilde{\mathbf{H}}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{S}(\overline{\mathbf{q}}_k) \tag{A.13}$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_{k} = \overline{\mathbf{P}}_{k} \tilde{\mathbf{H}}_{k}^{T} \left(\tilde{\mathbf{H}}_{k} \overline{\mathbf{P}}_{k} \tilde{\mathbf{H}}_{k}^{T} + \mathbf{R}_{k} \right)^{-1}$$
(A.14)

 $\tilde{\mathbf{H}}_k$ é a matriz de sensitividade relacionada aos quatérnios. A matriz de covariância reduzida atualizada é calculada por:

$$\hat{\mathbf{P}}_{k} = \left(\mathbf{I}_{6} - \tilde{\mathbf{K}}_{k} \tilde{\mathbf{H}}_{k}\right) \overline{\mathbf{P}}_{k} \tag{A.15}$$

$$\mathbf{K}_{k} = \mathbf{S}(\overline{\mathbf{q}}_{k})\tilde{\mathbf{K}}_{k} \tag{A.16}$$

Assim, matriz de covariância reduzida (6×6) é propagada e atualizada continuamente.

Na implementação deste método associado com vetor de estados em quatérnios, a matriz \mathbf{P}_{qb} deve ser computada a cada passo, a fim de que o vetor de estados de dimensão 7×1 seja atualizado. \mathbf{P}_{qb} é obtida fazendo-se:

$$\mathbf{P}_{qb} = \mathbf{S}^{-T} \mathbf{P}_{qb}^{r} \mathbf{S}^{-1} \tag{A.17}$$

A atualização do vetor de estados deve, então, ser realizada da mesma forma descrita na Seção 2.4.