



MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA
E INOVAÇÕES



sid.inpe.br/mtc-m21c/2020/05.06.15.44-TDI

MOVIMENTO DE PARTÍCULAS CARREGADAS, COM VELOCIDADES RELATIVÍSTICAS, SOB AÇÃO DE CAMPO GEOMAGNÉTICO PERTURBADO

Ana María Inostroza Lara

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Geofísica Espacial/Ciências do Ambiente Solar-Terrestre, orientada pela Dra. Livia Ribeiro Alves, aprovada em 26 de março de 2020.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/42EJHLP>>

INPE
São José dos Campos
2020

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GBDIR)

Serviço de Informação e Documentação (SESID)

CEP 12.227-010

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/7348

E-mail: pubtc@inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE - CEPPII (PORTARIA Nº 176/2018/SEI-INPE):

Presidente:

Dr. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CGCPT)

Membros:

Dra. Carina Barros Mello - Coordenação de Laboratórios Associados (COCTE)

Dr. Alisson Dal Lago - Coordenação-Geral de Ciências Espaciais e Atmosféricas (CGCEA)

Dr. Evandro Albiach Branco - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (COCST)

Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação-Geral de Engenharia e Tecnologia Espacial (CGETE)

Dr. Hermann Johann Heinrich Kux - Coordenação-Geral de Observação da Terra (CGOBT)

Dra. Ieda Del Arco Sanches - Conselho de Pós-Graduação - (CPG)

Silvia Castro Marcelino - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Ivone Martins - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

Cauê Silva Fróes - Serviço de Informação e Documentação (SESID)



MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA
E INOVAÇÕES



sid.inpe.br/mtc-m21c/2020/05.06.15.44-TDI

MOVIMENTO DE PARTÍCULAS CARREGADAS, COM VELOCIDADES RELATIVÍSTICAS, SOB AÇÃO DE CAMPO GEOMAGNÉTICO PERTURBADO

Ana María Inostroza Lara

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Geofísica Espacial/Ciências do Ambiente Solar-Terrestre, orientada pela Dra. Livia Ribeiro Alves, aprovada em 26 de março de 2020.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/42EJHLP>>

INPE
São José dos Campos
2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Inostroza Lara, Ana María.

La32m Movimento de partículas carregadas, com velocidades relativísticas, sob ação de campo geomagnético perturbado / Ana María Inostroza Lara. – São José dos Campos : INPE, 2020.
xxii + 90 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21c/2020/05.06.15.44-TDI)

Dissertação (Mestrado em Geofísica Espacial/Ciências do Ambiente Solar-Terrestre) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2020.

Orientadora : Dra. Livia Ribeiro Alves.

1. Elétrons relativísticos. 2. Cinturões de radiação. 3. Ondas chorus. 4. Campo geomagnético perturbado. I.Título.

CDU 550.38



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

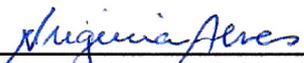
This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aluno (a): **Ana Maria Inostroza Lara**

Título: **"MOVIMENTO DE PARTÍCULAS CARREGADAS, COM VELOCIDADES RELATIVÍSTICAS, SOB AÇÃO DE CAMPO GEOMAGNÉTICO PERTURBADO"**

Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de **Mestre** em
**Geofísica Espacial/Ciências do Ambiente
Solar-Terrestre**

Dra. Maria Virginia Alves

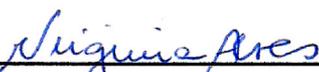


Presidente / INPE / SJCampos - SP

Participação por Video - Conferência

Aprovado Reprovado

Dra. Livia Ribeiro Alves

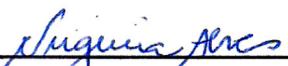


Orientador(a) / INPE / São José dos Campos - SP

Participação por Video - Conferência

Aprovado Reprovado

Dr. Vitor Moura Cardoso e Silva Souza



Membro da Banca / INPE / São José dos Campos - SP

Participação por Video - Conferência

Aprovado Reprovado

Dra. Aline de Lucas



Convidado(a) / IFSP. / Jacareí - SP

Participação por Video - Conferência

Aprovado Reprovado

Este trabalho foi aprovado por:

maioria simples

unanimidade

*“Caminante, son tus huellas
el camino y nada más;
Caminante, no hay camino,
se hace camino al andar.”*

ANTONIO MACHADO
em “*Campos de Castilla: Proverbios y cantares*”, 1912

*A meus pais **Norma e Ariosto**, à minhas irmãs
Claudia e Viviana e ao meu esposo **José***

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer a meu esposo José, meus pais Norma y Ariosto, irmãs Claudia y Viviana, familiares e amigos do Chile que à distância me acompanharam desde o início de minha escolha de viajar a Brasil.

Agradeço também a minha orientadora, Dra. Livia Alves pela paciência, compromisso e confiar nas minhas capacidades sempre, mesmo nos momentos difíceis.

A todas as pessoas que conheci no Brasil, principalmente a meus amigos pela motivação, os momentos de alegria e sua companhia nas tardes de café.

As senhoras Fátima e Vicentina pelo carinho e por ensinar-me a gastronomia Brasileira.

A meus professores da Universidade de Concepción, que me entregaram as ferramentas para meu início no mundo da pesquisa. Especialmente ao Dr. Felix Borotto por me apoiar na ideia de estudar no INPE e o Dr. Guillermo Rubilar pelo curso de Python que foi fundamental neste trabalho.

Agradeço ao Brasil, ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais pela oportunidade de estudar o mestrado em Geofísica Espacial, os serviços, infraestrutura. Também agradecer aos professores e especialmente ao grupo de Radiation Belts que contribuíram no desenvolvimento da pesquisa.

Finalmente agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (Cnpq) pelo apoio financeiro.

RESUMO

O campo magnético da Terra varia dependendo das condições da magnetosfera e a dinâmica das partículas presentes. Quando as partículas estão no campo magnético descrevem três movimentos principais: giro ao redor da linha de campo; repique entre os pontos de espelhamento nos hemisférios e a deriva em torno da Terra, e a cada um destes movimentos está associado uma quantidade física denominada invariante adiabático. Se não existe uma perturbação no campo, a partícula permanecerá aprisionada. No entanto, na ausência de perturbações externas, existem certos limites nos quais os invariantes adiabáticos são quebrados. Neste trabalho, conseguiu-se obter que, para partículas teste com energias entre 2 e 5 MeV, que iniciam sua trajetória na posição maior a $7R_E$, pode existir perdas de partículas, dependendo de sua energia.

Existem certos mecanismos que podem gerar perdas de partículas, sendo um deles a interação com ondas *chorus*. As ondas *chorus* são um tipo de ondas *whistler* com polarização RCP (*Right-hand Circularly Polarized*) que se propagam em direção paralela ao campo magnético da Terra com frequências entre centenas de Hz até alguns kHz. Enquanto se propagam, podem interagir com elétrons energéticos relativísticos do cinturão de radiação Van Allen, quando se cumpre a condição de ressonância, o que pode causar perdas dos elétrons.

Este trabalho tem como objetivo avaliar a variação do *pitch angle* de um elétron com energia relativística em um campo magnético dipolar, perturbado pela ocorrência de ondas *chorus*. A solução da equação do movimento foi obtida numericamente. Em uma primeira etapa, realizou-se a validação do código desenvolvido utilizando o módulo *Scipy* de *Python*, comparando com os resultados obtidos por [Bortnik et al. \(2008\)](#). Uma vez validado o código, este foi utilizado para calcular a variação do *pitch angle* do elétron para a interação onda-partícula em um evento de perda de elétrons ocorrido em 12 de setembro de 2014 ([ALVES et al., 2016](#)). Os dados dos campos eletromagnéticos da onda foram obtidos a partir das sondas Van Allen Probes para elétrons de energia 2 e 5 MeV na zona equatorial e parâmetro $L = 5,5$ e 6.

A variação do *pitch angle* é contabilizada através do valor quadrático médio $\Delta\alpha_{rms}$. Na análise do evento obteve-se o menor valor de $\Delta\alpha_{rms} = 0,25^\circ$, para dois casos diferentes quando $L = 6$ e $L = 5,5$, ambos com frequência de 1 kHz, energia de 5 MeV. O valor máximo foi de $\Delta\alpha_{rms} = 0,44^\circ$ para a onda de 0,5 kHz e o elétron de 2 MeV posicionado inicialmente em $L = 5,5$.

Palavras-chave: Elétrons relativísticos. Cinturões de radiação. Ondas *chorus*. Campo geomagnético perturbado.

MOVEMENT OF CHARGED PARTICLES, WITH RELATIVISTIC VELOCITY, UNDER ACTION OF DISTURBED GEOMAGNETIC FIELD.

ABSTRACT

The Earth's magnetic field varies depending on the conditions of the magnetosphere, as well as on the dynamics of the particles present in it. When charged particles are in the magnetic field, they describe three main movements: gyro motion around the field lines; bounce motion between the mirroring points in the northern and southern hemispheres and drift motion around the Earth, and each of these movements is associated with a physical quantity called adiabatic invariant. If there is no disturbance in the field, particles will remain trapped inside the magnetosphere. However, in the presence of external disturbances, there are certain limits at which adiabatic invariants are broken. In this work, it is found that for particles with energies between 2 and 5 MeV with an initial position greater than $7R_E$ there may be loss of the particle, depending on its energy.

Certain mechanisms can generate particle loss, one of which is the interaction with chorus waves. Chorus waves are a type of whistler waves with RCP (Right-hand Circularly Polarized) polarization that propagate parallel to the Earth's magnetic field with frequencies between hundreds of Hz to a few kHz. As they propagate, they can interact with relativistic energetic electrons in the Van Allen radiation belt. When the gyro-resonance condition is reached, the interaction can cause electron loss.

This work aims to evaluate the pitch angle variation of an electron with relativistic energy in a dipolar magnetic field, disturbed by the occurrence of chorus waves. The motion equation's solution is obtained numerically. In the first step, the code developed using the Python Scipy module was validated, comparing with the results obtained by (BORTNIK et al., 2008). Once the code was validated, it was used to calculate the electron pitch angle variation for the wave-particle interaction in an electron loss event that occurred on September 12, 2014 (ALVES et al., 2016). The wave's electromagnetic fields data were obtained from the Van Allen Probes for electrons energies of 2 and 5 MeV in the equatorial zone and at L-shell values of $L = 5,5$ and 6.

The variation of the pitch angle is accounted for by using the average square value of $\Delta\alpha_{rms}$. In the event analysis, the lowest value of $\Delta\alpha_{rms} = 0,25^\circ$ was obtained for two different cases when $L = 6$ and $L = 5,5$, both with a frequency of 1 kHz, energy of 5 MeV. The maximum value of $\Delta\alpha_{rms}$ was $0,44^\circ$ for the wave with frequency 0,5 kHz and for the 2 MeV electron initially positioned at $L = 5,5$.

Keywords: Relativistic electrons. Radiation belts. Chorus waves. Perturbed magnetic field.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Esboço, fora de escala, da interação entre o vento solar e a magnetosfera da Terra.	5
2.2 Vista transversal das regiões que compõem a parte diurna e noturna da magnetosfera de Terra.	7
2.3 Corte da magnetosfera terrestre mostrando os principais sistemas de correntes.	8
2.4 Esquema das regiões dos cinturões de Van Allen.	9
2.5 Ilustração da vista transversal dos cinturões de radiação interno e externo. Posições das sondas Van Allen, da Estação Espacial Internacional, do Observatório de Dinâmica Solar (SDO), além dos satélites GPS.	10
2.6 Ilustração da variação espacial dos cinturões de radiação devido a variações na Magnetosfera Terrestre.	11
2.7 Diagrama com os vetores utilizados na descrição do movimento das partículas carregadas sob a ação de campo magnético \vec{B} utilizado na aproximação do centro de guia em torno de uma linha de campo.	13
2.8 Esquema dos três tipos de movimentos de uma partícula carregada no campo magnético da Terra.	16
2.9 Trajetória de uma partícula ao redor da linha de campo	17
2.10 Representação esquemática do movimento de repique entre os pontos de espelhamento ao longo da linha de campo magnético. Na figura B, representa o campo magnético e v_b , a velocidade de <i>bounce</i>	20
2.11 Representação da deriva de uma carga positiva devido ao gradiente de curvatura do campo magnético.	22
2.12 Representação esquemática do movimento de deriva ao redor da Terra. Na figura v_D é a velocidade de deriva.	22
3.1 Representação gráfica do vetor campo magnético \vec{B}_0 e do vetor de onda \vec{k} no sistema cartesiano de coordenadas. Ψ é o ângulo entre \vec{k} e a direção oposta ao campo magnético \vec{B}_0	26
3.2 Gráficos de contornos da variação de α e N_{e0} para diferentes <i>L-shell</i> e <i>MLT</i>	31
3.3 Variação da densidade de elétrons N_0 em $L = 5$ em relação à λ e <i>MLT</i> , na zona equatorial do campo geomagnético de aproximação dipolar.	31

3.4	Variação da densidade de elétrons N_0 em $L = 6$ em relação à λ e MLT , na zona equatorial do campo geomagnético de aproximação dipolar. . . .	32
3.5	Variação da densidade de elétrons N_0 em $L = 7$ em relação à λ e MLT , na zona equatorial do campo geomagnético de aproximação dipolar. . . .	32
3.6	Variação da densidade de elétrons N_0 em $L = 8$ em relação à λ e MLT , na zona equatorial do campo geomagnético de aproximação dipolar. . . .	33
3.7	Variação da densidade de elétrons N_0 em $L = 9$ em relação à λ e MLT , na zona equatorial do campo geomagnético de aproximação dipolar. . . .	33
3.8	Variação da média da densidade de elétrons \bar{N}_0 em relação a L para diferentes MLT , na zona equatorial do campo geomagnético de aproximação dipolar.	34
3.9	Variação da média da densidade de elétrons \bar{N}_0 em relação a MLT para diferentes L , na zona equatorial do campo geomagnético de aproximação dipolar.	35
3.10	Índice de refração em função da frequência, para $N_0 = 600 \text{ el/cm}^3$ e $L = 3$	35
3.11	Razões de polarização em função da frequência da onda para diferentes ângulos Ψ . Para $N_0 = 600 \text{ el/cm}^3$ e $L = 3$	37
3.12	Índice de refração em função da frequência. Para diferentes valores de L e MLT	38
3.13	Propagação de ondas LCP e RCP.	39
3.14	Relação de dispersão da onda RCP em um plasma frio magnetizado. . .	40
3.15	Mecanismo de geração de ondas <i>chorus</i> causado pela injeção de <i>seed</i> elétrons energéticos na magnetosfera externa.	41
3.16	Zona equatorial onde as ondas <i>chorus</i> são geradas (em verde claro). Sua propagação é paralela ou antiparalela ao campo geomagnético, indicada pelas setas.	42
3.17	Espectro de ondas <i>chorus</i> obtido com dados das sondas A e B da missão Van Allen Probes entre 2:00 e 12:00 UT de 20 de julho de 2016.	43
3.18	Espectro de ondas <i>chorus</i> obtido com dados Themis-A. Os dados são obtidos perto do equador a 8 raios Terrestre e $MLT = 15$	43
4.1	Esquema do método de integração de <i>leap frog</i>	47
4.2	Representação dos vetores velocidade no plano do espaço perpendicular ao campo magnético.	48
4.3	Trajetória de dois prótons obtidas com o algoritmo de Boris.	50
4.4	Comparação entre a trajetória obtida pelo método de Öztürk (2012) (vermelho) e Boris (azul), de dois prótons em um campo magnético dipolar. .	51

4.5	Comparação entre os valores de r obtidos com o método de Boris e Öztürk (2012).	51
4.6	Trajectoria de três elétrons com energia 2 MeV , <i>pitch angle</i> inicial de 30° e posições iniciais de 2, 5 e $7 R_E$	53
4.7	Trajectoria de três elétrons com energia 4 MeV , <i>pitch angle</i> inicial de 30° e posições iniciais de 2, 5 e $7 R_E$	53
4.8	Trajectoria de três elétrons com energia 7 MeV , <i>pitch angle</i> inicial de 30° e posições iniciais de 2, 5 e $7 R_E$	54
4.9	Trajectoria de dois elétrons com energia 2 MeV , <i>pitch angle</i> inicial de 30° e posições iniciais de 7 e $12 R_E$	54
4.10	Trajectoria de dois elétrons com energia 4 MeV , <i>pitch angle</i> inicial de 30° e posições iniciais de 7 e $11 R_E$	55
4.11	Trajectoria de dois elétrons com energia 5 MeV , <i>pitch angle</i> inicial de 30° e posições iniciais de 7 e $10 R_E$	55
5.1	Interação entre uma onda RCP, de propagação paralela ao campo magnético \vec{B} , e um elétron.	58
5.2	Interação entre uma onda RCP, de propagação oblíqua ao campo magnético \vec{B} , e um elétron.	58
5.3	Relação geométrica entre a fase da onda Φ e a fase do elétron θ	60
5.4	Ilustração do movimento do elétron e a propagação da onda depois da interação.	66
5.5	Variação de η e sua derivada temporal $d\eta/dt$ com respeito à latitude magnética, para um elétron que interage com uma onda <i>chorus</i> na zona equatorial da magnetosfera a $L = 5$	66
5.6	Variação do <i>pitch angle</i> com respeito à latitude magnética para um elétron que interage com uma onda <i>chorus</i> na zona equatorial da magnetosfera a $L = 5$	67
5.7	Variação de η e sua derivada temporal $d\eta/dt$ em função da latitude magnética para um elétron que interage com uma onda <i>chorus</i> na zona equatorial da magnetosfera a $L = 5$	68
5.8	Variação do <i>pitch angle</i> em função da latitude magnética para um elétron que interage com uma onda <i>chorus</i> na zona equatorial da magnetosfera a $L = 5$	68
5.9	Variação do índice SYM-H para o período entre 11 e 16 de setembro de 2014.	69
5.10	Variação do fluxo de elétrons medido por REPT a bordo da sonda Van Allen A para o período entre 11 e 16 de setembro de 2014.	69

5.11	Varição do <i>pitch angle</i> em função da latitude λ para energia de 2 MeV, frequência de 0,5 kHz, MLT = 6 e L = 5,5 na região equatorial.	72
5.12	Varição do <i>pitch angle</i> em função da latitude λ para energia de 5 MeV, frequência de 0,5 kHz, MLT = 6 e L = 5,5, na região equatorial.	72
5.13	Varição do <i>pitch angle</i> em função da latitude λ para energia de 2 MeV, frequência de 1 kHz, MLT = 6 e L = 5,5, na região equatorial.	73
5.14	Varição do <i>pitch angle</i> em função da latitude λ para energia de 5 MeV, frequência de 1 kHz, MLT = 6 e L = 5,5, na região equatorial.	73
5.15	Varição do <i>pitch angle</i> em função da latitude λ para energia de 2 MeV, frequência de 0,5 kHz, MLT = 6 e L = 6, na região equatorial.	74
5.16	Varição do <i>pitch angle</i> em função da latitude λ para energia de 5 MeV, frequência de 0,5 kHz, MLT = 6 e L = 6, na região equatorial.	75
5.17	Varição do <i>pitch angle</i> em função da latitude λ para energia de 2 MeV, frequência de 1 kHz, MLT = 6 e L = 6, na região equatorial.	75
5.18	Varição do <i>pitch angle</i> em função da latitude λ para energia de 5 MeV e frequência de 1 kHz, MLT = 6 e L = 6, na região equatorial.	76

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Ordem de grandeza das características temporais dos movimentos de uma partícula carregada.	16
3.1 Valores médios da densidade de elétrons para diferentes MLT e L equatorial na zona.	34
3.2 Valores médios da densidade de elétrons para diferentes MLT e L.	38
4.1 Erro relativo entre os resultados obtidos por Öztürk e o algoritmo de Boris.	52
4.2 Período de <i>bounce</i> , ciclotrônico e de deriva obtidos por Öztürk (2012) e algoritmo de Boris para dois prótons com posição inicial de 2 e 4 R_E cada um com energia de 10 MeV em um campo magnético dipolar.	52
4.3 Variação do <i>L-shell</i> limite, para elétrons com diferentes energias.	56
5.1 Campo magnético da onda B^w e campo magnético equatorial B_0 para a tempestade geomagnética ocorrida o 12 de setembro de 2014 entre 21:25 até 22:00 UT.	70
5.2 Índice de refração para $L= 5,5$, $MLT = 6$ e distintas frequências da onda.	71
5.3 Índice de refração para $L= 6$, $MLT = 6$ e distintas frequências da onda.	74

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
2 O ESPAÇO PRÓXIMO À TERRA	5
2.1 Vento solar	5
2.2 Magnetosfera	6
2.3 Cinturões de radiação de Van Allen	8
2.4 Aproximação do centro de guia	12
2.4.1 Invariantes adiabáticos	15
2.4.1.1 Movimento de giro: primeiro invariante adiabático	17
2.4.1.2 Movimento de repique: segundo invariante adiabático	19
2.4.1.3 Movimento de deriva: terceiro invariante adiabático	21
3 ONDAS EM PLASMAS FRIOS	25
3.1 Densidade de elétrons no Equador	29
3.2 Índice de refração.	34
3.3 Ondas eletromagnéticas que se propagam paralelamente ao campo magnético \vec{B}_0	39
3.3.1 Ondas <i>chorus</i> modo <i>whistler</i>	40
4 PARTÍCULAS CARREGADAS EM CAMPO MAGNÉTICO DIPOLAR	45
4.1 Trajetória de partículas carregadas em um campo magnético dipolar não perturbado	45
4.1.1 Algoritmo de Boris: partícula sem perturbação	46
4.2 Trajetória de partículas carregadas em um campo magnético dipolar não perturbado	49
4.2.1 Solução numérica utilizando o algoritmo de Boris	49
4.2.2 Validação do código de Boris	50
4.2.3 Movimento de um elétron em um campo magnético dipolar não perturbado	52
5 PARTÍCULAS CARREGADAS EM CAMPO MAGNÉTICO DIPOLAR PERTURBADO	57

5.1	Interação onda partícula em um campo magnético dipolar	58
5.1.1	Simulação com partícula teste	59
5.1.2	Equações de movimento de interação onda partícula para $\Psi = 0^\circ$ (Ondas <i>ducted</i>)	63
5.1.3	Variação temporal do <i>pitch angle</i>	63
5.1.4	Variação temporal da latitude em um campo magnético dipolar	64
5.2	Movimento de partículas carregadas em um campo magnético dipolar perturbado	65
5.2.1	Validação do código desenvolvido em <i>Python</i>	65
5.2.2	Escolha do evento e dados	68
5.2.3	Movimento de um elétron em um campo magnético dipolar perturbado	70
6	DISCUSSÕES	77
7	CONCLUSÕES	81
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	85

1 INTRODUÇÃO

O ambiente espacial solar-terrestre é determinante para a formação da magnetosfera e para o entendimento dos sistemas de corrente que nela se desenvolvem. Dessa forma, para se descrever os fenômenos observados no ambiente espacial próximo à Terra, é necessário descrever todas as estruturas que compõem esse ambiente, ou seja, o Sol, o meio-interplanetário e a magnetosfera em si. Nesta seção, é apresentado, de forma geral, como se dá a interação solar-terrestre e de que forma é possível relacioná-la ao movimento de partículas carregadas na magnetosfera.

Denomina-se magnetosfera a região do espaço de domínio do campo magnético da Terra. Nas proximidades da Terra, isto é, até cerca de $5 R_E$ da superfície, o campo geomagnético pode ser aproximado por um dipolo excêntrico, com inclinação aproximada de 11 graus com relação ao eixo de rotação da Terra. A ação da pressão dinâmica do vento solar sobre a magnetosfera causa pressão no plasma magnetosférico. Por essa razão, nas regiões mais afastadas da Terra, isto é, a partir de cerca de $5 R_E$, a configuração do campo geomagnético desvia-se de um dipolo. Devido à alta condutividade do plasma do vento solar é transportado o campo magnético do Sol, condição chamada de "congelamento" de linhas de campo magnético (SISCOE, 1983), , fazendo com que o plasma e o campo magnético não se misturem.

As perturbações do campo geomagnético podem ser de diferentes escalas temporais. Mudanças na pressão do vento solar que ocorrem em escala de minutos ou dias afetam o desenvolvimento e a intensidade das correntes na magnetosfera. As variações de intensidade e de orientação do campo magnético interplanetário que ocorrem em escala de minutos até horas, controlam a interação entre o meio interplanetário, e o campo magnético terrestre, modificando a estrutura da circulação de corrente elétrica no interior da magnetosfera (MILAN et al., 2017). A variação nas correntes magnetosféricas é importante para definir a dinâmica presente nos cinturões de radiação.

As partículas que constituem o cinturão de radiação interno têm sua origem principalmente na ionosfera (elétrons e íons), no processo de CRAND (do inglês *Cosmic Ray Albedo Neutron Decay*) e nos prótons energéticos de solar *flares* e CME (do inglês *Coronal Mass Ejections*) (LI; HUDSON, 2019); enquanto o cinturão externo é composto também por partículas provenientes do plasma do vento solar. Por meio de processos físicos que se desenvolvem na magnetosfera devido ao acoplamento desta com o vento solar, as partículas carregadas aprisionadas nos cinturões de radiação podem atingir velocidades relativísticas: íons de centenas de MeV e elétrons

de poucos MeV (WALT, 1994).

O movimento de partículas carregadas sujeitas a um campo magnético dipolar pode ser bastante complexo. No entanto, é possível descrevê-lo a partir de três movimentos fundamentais e periódicos, assim definidos: movimento de giro ao redor das linhas de campos magnético, movimento longitudinal de espelhamento entre os polos, e movimento de deriva ao redor da Terra. As partículas carregadas aprisionadas pelo campo geomagnético se concentram em duas regiões principais, definidas em termos do parâmetro L . O parâmetro L descreve a posição das linhas de campo geomagnético. Para um campo magnético de aproximação dipolar, se $L = 3$, representa o ponto da linha do campo magnético que está a 3 raios terrestres, R_E , da superfície da Terra, medido no equador magnético. A região mais interna, localizada entre $1,5 < L < 2,5$, denominada cinturão interno, é ocupada preferencialmente por prótons de mais alta energia, enquanto a mais externa, localizada entre $3,5 < L < 7$, é ocupada em sua maioria por elétrons energéticos. Define-se também uma região intermediária denominada *slot region*, na qual a população de elétrons é muito diminuída.

Quatro abordagens principais para descrever o plasma foram encontradas na literatura. A primeira delas é denominada teoria cinética e fornece um tratamento estatístico em nível microscópico das partículas, as soluções são baseadas nas funções distribuição do sistema. A segunda abordagem é denominada teoria de multifluidos. Nesta teoria, o plasma é considerado como sendo constituído por diferentes espécies de partículas em que cada conjunto de espécies é tratado como um fluido diferente com características locais. Na terceira abordagem, denominada teoria magneto-hidrodinâmica, o plasma é tratado como um fluido formado por apenas uma espécie condutiva. Finalmente, a quarta abordagem é a teoria de aproximação orbital ou centro-guia e sua descrição consiste na solução da equação do movimento de partículas carregadas na presença de campos elétricos e magnéticos, no entanto o movimento de giro no entorno da linha não é resolvido nessa aproximação.. Esta última abordagem não é propriamente uma aproximação da teoria de plasma, no entanto sua importância se deve a facilidade para compreender os processos dinâmicos no plasma e é útil para prever o comportamento de plasmas de baixa densidade, nos quais predomina a interação entre partículas e campos externos. Esta abordagem se aplica aos casos em que o plasma é muito rarefeito, tal como se observa nos cinturões de radiação Van Allen e da coroa solar (BITTENCOURT, 2013).

Existem diferentes pesquisas realizadas para estudar o movimento dos elétrons e íons em plasmas magnetosféricos (BELL, 1984; RISTIC-DJUROVIC, 1994; RISTIĆ-DJUROVIĆ et al., 1998; BORTNIK, 2004; BORTNIK et al., 2008; MALDONADO, 2018;

WU, 2015), os quais resolvem as equações de movimento utilizando o *test particle simulation* ou usam códigos híbridos (por exemplo Wu (2015)), que fornecem soluções para as interações de onda-partícula.

Com base nos estudos mencionados anteriormente, neste trabalho, optou-se por utilizar o formalismo de centro de guia no contexto da descrição teórica do *test particle simulation*, com a finalidade de resolver a dinâmica de partículas carregadas, com energia relativística, no ambiente de plasma magnetizado. Utilizando-se dessa teoria, temos como objetivo calcular numericamente a órbita de elétrons aprisionados sob a ação do campo magnético dipolar, como uma primeira aproximação para o campo geomagnético. Além disso, o segundo estágio deste trabalho propõe uma metodologia para a solução do movimento de partículas carregadas, com energia relativística, sujeitas a perturbações temporais tais como as produzidas por ondas eletromagnéticas. Finalmente, são avaliadas as perturbações no campo geomagnético que produzem variação na órbita dos elétrons com potencial para causar perda de partículas conhecidas na literatura como *dropouts*. Esta avaliação visa auxiliar na compreensão de como se deu a interação onda-partícula em um evento de perda de elétrons ocorrido em 12 de setembro de 2014 (ALVES et al., 2016). Para isso, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

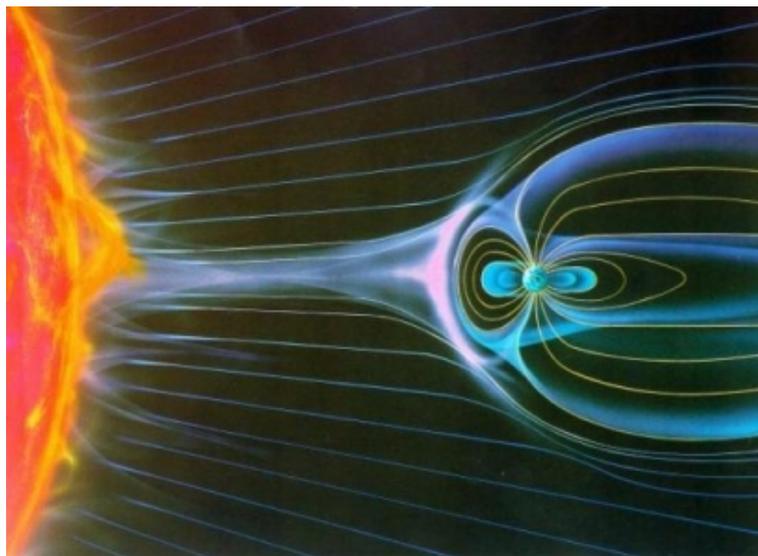
1. Calcular a trajetória de partículas carregadas, com velocidades relativísticas na presença de campo magnético estático e não homogêneo, no caso, dipolar.
2. Obter a solução da equação de movimento para partículas carregadas, com velocidades relativísticas na presença de campo magnético não estático e não homogêneo, no caso, dipolar com perturbação.
3. Calcular a variação do *pitch angle* de elétrons com energias de 2 e 5 MeV, na presença de ondas *whistler* no modo *chorus*, com os parâmetros da onda e do campo magnético obtidos a partir dos dados observados em 12 de setembro de 2014 (ALVES et al., 2016).

2 O ESPAÇO PRÓXIMO À TERRA

2.1 Vento solar

O vento solar é formado por plasma magnetizado, altamente condutor, de baixa densidade, com partículas ionizadas provenientes da atmosfera do Sol, ou coroa. A diferença de pressão entre a coroa e o meio interestelar, gera um gradiente de pressão positivo. Quando o gradiente aumenta o suficiente para vencer a atração gravitacional, as partículas da superfície são acelerados para longe do Sol. A velocidade do vento solar pode ser lenta ou rápida, dependendo de sua origem. Em geral, os feixes gerados em baixas latitudes são mais densos, com comportamento irregular e com velocidade aproximada de 300 km/s . O vento rápido relaciona-se a buracos coronais, associados a linhas de campo magnético "abertas" por onde escapam as partículas carregadas, com velocidades típicas de 900 km/s (COSTA JÚNIOR et al., 2011). Nas proximidades da órbita da Terra, as características do vento solar nominal são: velocidade média de 400 km/s , densidade média de 5 partículas por cm^3 , campo magnético de cerca de 5 nT (PARKS, 1991), com forma de uma espiral complexa (espiral de Parker) devido à rotação do Sol (NATIONAL OCEANIC AND ATMOSPHERIC ADMINISTRATION - NOAA,), de 27 dias nos polos e 25 no equador.

Figura 2.1 - Esboço, fora de escala, da interação entre o vento solar e a magnetosfera da Terra.



Fonte: EUROPEAN SPACE AGENCY - ESA (2019).

O vento solar alcança uma extensa região ao redor do sol, denominada heliosfera; é no interior dessa região que se encontra a Terra. Os parâmetros pressão dinâmica e campo magnético do vento solar são importantes na interação solar-terrestre (ECHER, 2010) e determinam diversas características observadas no espaço próximo à Terra, incluindo as dimensões da magnetosfera e sua dinâmica. Na Figura 2.1 se ilustra a interação entre o vento solar e a magnetosfera da Terra.

2.2 Magnetosfera

Quando o vento solar interage com o campo geomagnético, ele é desacelerado e desviado, como consequência da pressão dinâmica que interage com a magnetosfera, gerando o formato conhecido da Magnetosfera Terrestre. No interior da cavidade, encontra-se o plasma magnetosférico, constituído principalmente por elétrons e prótons, cuja principal origem está no vento solar e na ionosfera (KAMIDE; CHIAN, 2007; PARKS, 1991).

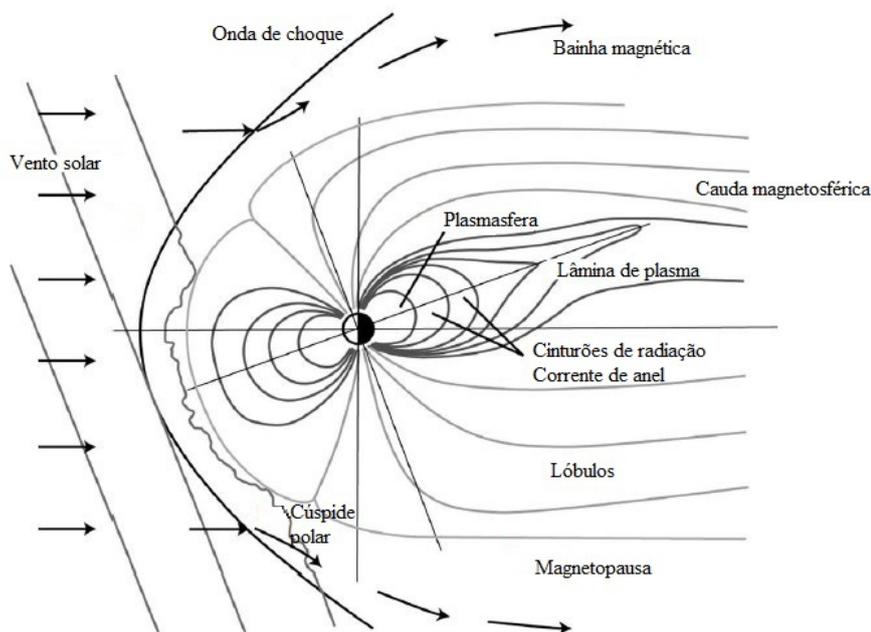
A magnetosfera se caracteriza por estar associada a um campo magnético e ter um momento magnético de $8 \times 10^{15} \text{ Tm}^3$. Com isso, o campo magnético na superfície da Terra, no Equador magnético, é aproximadamente 30.000 nT. Na sua porção mais externa, em direção à parte diurna da magnetosfera terrestre, o campo geomagnético estende-se até $10 R_E$ (COSTA JÚNIOR et al., 2011), onde a intensidade diminui a 30 nT (RUSSELL, 2000). O campo geomagnético apresenta uma assimetria, quando se comparam as regiões noturna e diurna, devido a interação da magnetosfera com o vento solar. Assim, a extensão do campo geomagnético do lado noturno é variável, podendo atingir mais de $200 R_E$ (WOLFE; INTRILIGATOR, 1970).

A Figura 2.2 mostra um esquema da magnetosfera, suas regiões e a onda de choque, onde o vento solar super-alfvênica diminui sua velocidade. As zonas que compõem a magnetosfera podem ser divididas da seguinte maneira:

- Magnetopausa: Estrutura que separa a magnetosfera do meio interplanetário.
- Bainha magnética (*Magnetosheath*): Região de forte turbulência localizada entre a onda de choque do vento solar e a magnetopausa.
- Cúspides polares: Definida pela região na superfície da Terra onde as linhas de campo são verticais em relação à superfície terrestre.
- Cauda magnetosférica: Região do lado noturno onde as linhas de campo se alongam, formando dois lóbulos.

- Lâmina de plasma: Estrutura que separa os dois lóbulos da cauda.
- Plasmasfera: Região mais interna da magnetosfera.
- Plasmapausa: Separa a plasmasfera da magnetosfera externa. (COSTA JÚNIOR et al., 2011)

Figura 2.2 - Vista transversal das regiões que compõem a parte diurna e noturna da magnetosfera de Terra.

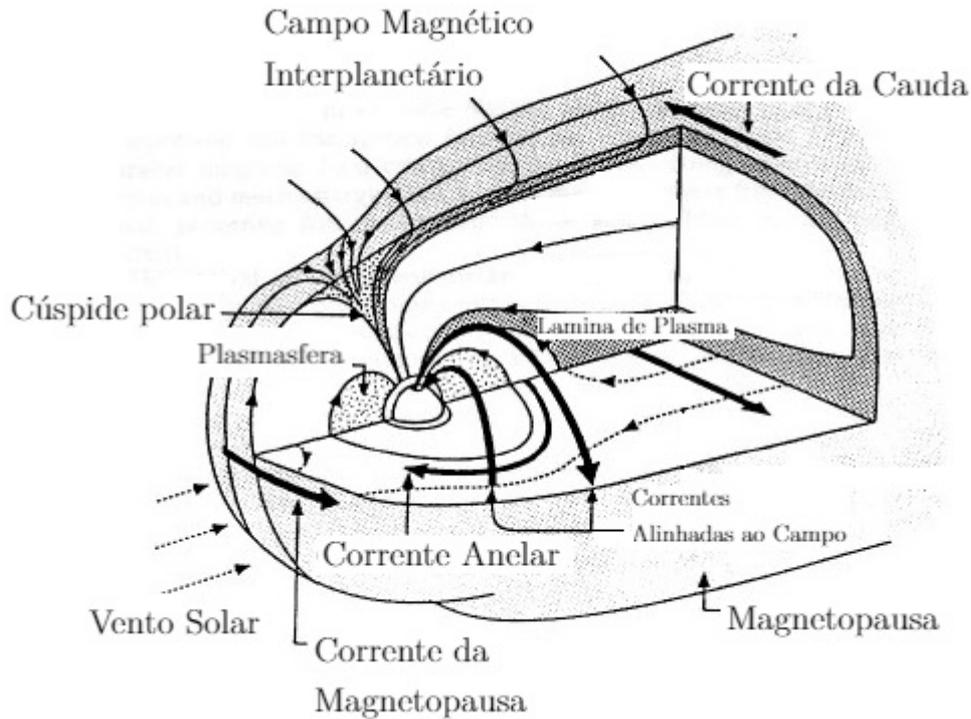


Fonte: Adaptada de Moldwin (2008).

Pode-se associar às diferentes regiões da magnetosfera, os sistemas de corrente que interligam essas regiões. Os principais sistemas de corrente da magnetosfera são ilustrados na Figura 2.3 e são: corrente de Chapman-Ferraro situada na região diurna mais externa da magnetosfera que se interliga com a cauda magnetosférica através do sistema de corrente da cauda. A corrente da cauda se propaga a partir da cauda na direção da Terra e compõe os sistemas da corrente anelar e correntes alinhadas ao campo que se situam na região equatorial e polar, respectivamente. Na zona equatorial, encontra-se além da corrente anelar a região onde se concentram os cinturões de radiação de Van Allen, que se caracterizam por concentrarem partículas carregadas aprisionadas pelo campo geomagnético. Por se tratarem de uma região mais interna

da magnetosfera, de alta concentração de partículas e de grande acúmulo de energia, essa região e a dinâmica das partículas que a constituem é de grande importância nas ciências espaciais. Por esta razão, essa região será descrita em maiores detalhes a seguir.

Figura 2.3 - Corte da magnetosfera terrestre mostrando os principais sistemas de correntes.



Fonte: Adaptada de Chapman (1997).

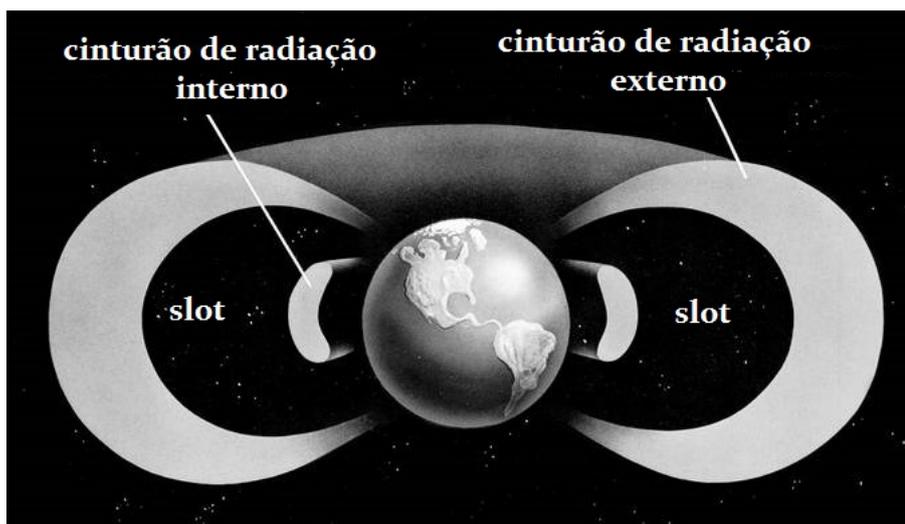
2.3 Cinturões de radiação de Van Allen

Os cinturões de radiação de Van Allen circundam a Terra com forma de dois toroides concêntricos, um interno e outro externo. O campo magnético nesta zona tem valores de 1.000 até 100 nT (BAUMJOHANN; TREUMANN, 2012). As partículas carregadas são aprisionadas nessa região pela característica dipolar do campo geomagnético que atua similarmente a uma garrafa magnética.

No contexto histórico, antes da era espacial, no final dos anos 50 (FARLEY, 1963), Kristian Birkeland, Carl Stoermer e Nicholas Christofilos investigaram a possibilidade da existência de partículas carregadas aprisionadas no campo magnético da Terra (NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION -

NASA, 2001). Naquele ano, quando os satélites Explorer 1 e 3 foram lançados, Van Allen, Ludwig, Ray e McIlwain notaram que a quantidade de partículas contadas pelos instrumentos do satélite excederam os níveis associados aos raios cósmicos. Eles concluíram que as partículas carregadas estavam aprisionadas pela força magnética em órbitas das quais não poderiam escapar (VAN ALLEN et al., 1958). Os resultados obtidos a partir da detecção da radiação no ambiente espacial próximo à Terra permitiram identificar os tipos de partículas, o espectro de energia das mesmas, e a distribuição espacial e temporal (VAN ALLEN et al., 1959). Com as leituras dos instrumentos, o cinturão foi dividido em duas regiões onde a contagem de partículas foi elevada, separadas por uma região com baixa contagem. A sonda Pioneer 1 foi a primeira a atravessar radialmente o cinturão de radiação.

Figura 2.4 - Esquema das regiões dos cinturões de Van Allen.



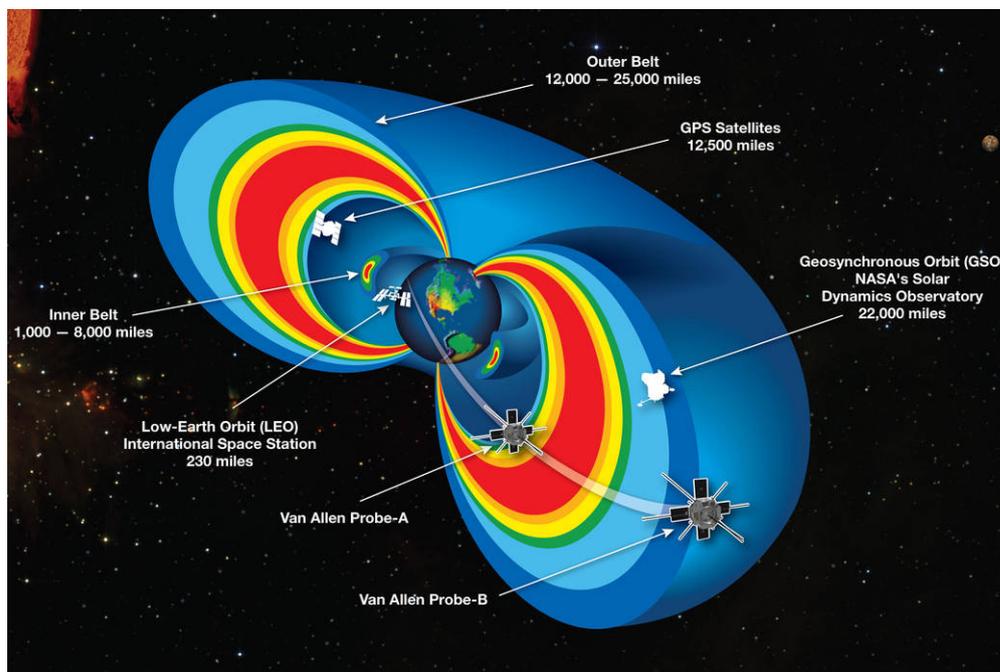
Fonte: Adaptada de NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION - NASA (2018).

Muitas outras missões foram realizadas nos últimos 30 anos e em várias ocasiões os satélites percorreram extensas regiões dos cinturões de radiação. Apesar disso, apenas recentemente o cinturão de radiação pode ser estudado de modo mais dedicado, com o lançamento, no ano de 2012, de duas sondas idênticas, chamadas Van Allen Probes, da NASA. As sondas estão em órbitas próximas ao Equador magnético com uma inclinação próxima a 10° , o perigeu entre 605 e 620 *km* de altitude e o apogeu entre 30410 e 30540 *km* de altitude (MAUK B. et al., 2012). Na Figura 2.5 está ilus-

trado o corte dos cinturões com as sondas Van Allen orbitando ao redor, além de outros satélites que estão perto dos cinturões.

Os resultados obtidos com as sondas Van Allen (VAN ALLEN et al., 1959) mostraram que os cinturões de radiação são divididos em diferentes zonas, cada uma com diferente composição de partículas. A região externa encontra-se formada principalmente por elétrons com energias de centenas de keV até MeV. No entanto, também podem ser observados nêutrons e prótons em quantidades menores. A zona interna está composta majoritariamente de prótons de alguns MeV até centenas de MeV (KHAZANOV, 2016) e em menor quantidade de nêutrons e elétrons. Dividindo as duas regiões, encontra-se a zona de separação chamada de *slot region* onde a quantidade de partículas energéticas diminui, devido à precipitação atmosférica causada pela interação com ondas (LYONS et al., 1972). As três regiões são ilustradas na Figura 2.4.

Figura 2.5 - Ilustração da vista transversal dos cinturões de radiação interno e externo. Posições das sondas Van Allen, da Estação Espacial Internacional, do Observatório de Dinâmica Solar (SDO), além dos satélites GPS.



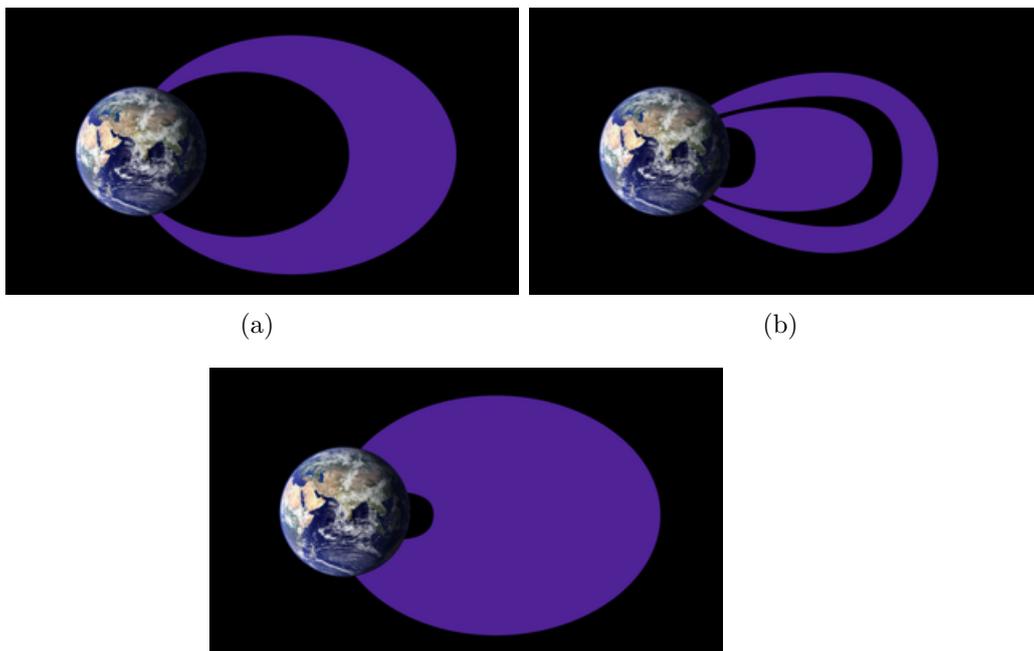
Fonte: Adaptada de NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION - NASA (2017).

Os prótons do cinturão interno podem ter duas origens:

- Origem solar (Aprisionamento de *solar energetic particles* (SEPs)): Alguns eventos podem acelerar prótons que ingressam na magnetosfera pelas regiões polares, ficando aprisionadas no cinturão interno.
- Origem cósmica (*Cosmic ray albedo neutron decay* (CRAND)): Os prótons energéticos surgem como resultado da interação de prótons primários (raios cósmicos) com a atmosfera terrestre. Conseqüentemente, é gerada a decomposição de nêutrons instáveis, formando prótons, elétrons e neutrinos que escapam da magnetosfera. No entanto, os prótons energéticos podem ficar aprisionados formando uma população estável. O mecanismo é lento, com tempos da ordem de anos (KHAZANOV, 2016).

Devido à alta dinâmica do cinturão externo, a densidade de elétrons varia a diferentes escalas temporais entre minutos e anos. Os elétrons energéticos são o resultado de diversos processos de alta energia no interior da magnetosfera. Já os elétrons de baixa energia têm sua origem na ionosfera da Terra e no Sol (KHAZANOV, 2016).

Figura 2.6 - Ilustração da variação espacial dos cinturões de radiação devido a variações na Magnetosfera Terrestre.



Fonte: NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION - NASA (2016).

Os cinturões interno e externo de radiação ocupam a região espacial entre $1,5 R_E$ e $7 R_E$. A posição do cinturão interno está entre $1,5$ e $2,5 R_E$, enquanto, no caso do cinturão externo, entre $3,5$ e $7 R_E$ e a região de separação entre eles, também chamada de *slot region*, está localizada, aproximadamente, entre 2 e $3 R_E$ (GANUSHKINA et al., 2011). De acordo com resultados de pesquisas recentes, as três zonas podem variar sua localização, dependendo das condições da magnetosfera e da energia dos elétrons. Elétrons com energia maior do que 1 MeV são encontrados em sua maioria na região do cinturão externo, ilustrado na Figura 2.6 (a). Os elétrons de menor energia ($\sim 0,1$ MeV), por sua vez, se concentram no cinturão mais interno, chegando até a zona de separação, o que leva à diminuição do cinturão externo (para essa faixa de energia) o que está ilustrado na Figura 2.6 (b). Em situações de atividade geomagnética do tipo tempestade, não é incomum encontrar elétrons de baixa energia, de até $0,8$ MeV, ocupando as três regiões, inclusive a zona de separação, como ilustrado na Figura 2.6 (c) (NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION - NASA, 2016).

2.4 Aproximação do centro de guia

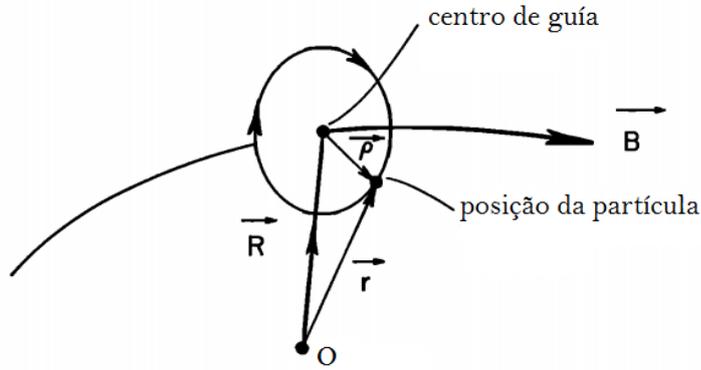
O movimento descrito por uma partícula relativística carregada, em um campo magnético é função da variação espacial e temporal do campo. Se o campo magnético for estático, a partícula irá descrever uma trajetória helicoidal, ou seja, um movimento ao redor e ao longo da linha de campo. No entanto, se o campo apresentar variações espaciais e temporais, a trajetória pode sofrer alterações que serão maiores quanto maior for a amplitude da perturbação. Os conceitos de centro de guia e invariantes adiabáticos podem ser utilizados para o estudo do movimento de partículas em campos que variam lentamente (NORTHROP; TELLER, 1960), ou seja, as variações são suficientemente pequenas para que o movimento helicoidal ainda seja perceptível. Apesar de não ser realmente uma aproximação da teoria do plasma, essa descrição é importante para entender os processos dinâmicos no plasma e é útil para prever o comportamento de plasmas de baixa densidade, nos quais predomina a interação entre partículas e campos externos. As regiões do ambiente espacial onde essa descrição se aplica são caracterizadas por plasmas rarefeitos, tais como os encontrados nos cinturões de radiação de Van Allen e na coroa solar (BITTENCOURT, 2013).

As equações que descrevem o movimento do centro de guia para partículas carregadas com energias relativísticas, podem ser obtidas considerando a definição:

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{\rho}. \quad (2.1)$$

Os vetores da Equação 2.1 são mostrados no diagrama da Figura 2.7, em que se ilustra a rotação em torno da linha de campo, e se define a posição instantânea da partícula \vec{r} variando com respeito ao raio do movimento circular $\vec{\rho}$ e a distância \vec{R} que representa a distância entre o centro de guia e a origem O.

Figura 2.7 - Diagrama com os vetores utilizados na descrição do movimento das partículas carregadas sob a ação de campo magnético \vec{B} utilizado na aproximação do centro de guia em torno de uma linha de campo.



Fonte: Adaptada de Northrop (1963).

Definimos a frequência ciclotrônica, ou de giro, ω_H como

$$\omega_H = \frac{qB(R)}{m}, \quad (2.2)$$

em que q é a carga da partícula, $B(R)$ é o campo magnético na posição R e m é a massa da partícula. Considerando a Equação 2.3 que relaciona a frequência ω_H com o ângulo θ descrito durante a rotação, e o tempo t

$$\theta = \omega t, \quad (2.3)$$

então pode-se escrever o raio ρ descrito pela trajetória da partícula utilizando a generalização feita por Northrop (1963), dada por

$$\vec{\rho} = \rho[\hat{j} \sin \theta + \hat{k} \cos \theta], \quad (2.4)$$

em que \hat{j} e \hat{k} são vetores unitários ortogonais, perpendiculares a \vec{B} .

Considerando pequenas variações dos campos elétrico \vec{E} e magnético \vec{B} , a trajetória da partícula é descrita pela equação de movimento de Lorentz

$$m\gamma \frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \quad (2.5)$$

em que $\gamma = 1/\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$ é o fator de Lorentz, \vec{v} é a velocidade da partícula e $d\vec{v}/dt$ é a variação temporal da velocidade. Define-se a velocidade a partir da derivada da posição como

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}, \quad (2.6)$$

e sua derivada

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}. \quad (2.7)$$

As variações espaciais geradas por ∇B aumentam ao longo do tempo, produzindo variações no movimento helicoidal da partícula. Para obter a descrição desse movimento, pode-se realizar a expansão em série de Taylor de \vec{B} em torno da posição de equilíbrio \vec{R} (WALT, 1994), obtendo-se

$$\vec{B}(\vec{r}) \approx \vec{B}(\vec{R}) + \vec{\rho} \cdot \nabla \vec{B}(\vec{R}) + \dots \quad (2.8)$$

Substituindo-se as Equações 2.1, 2.6, 2.7 e 2.8 na Equação 2.5, obtém-se

$$m\gamma(\ddot{\vec{R}} + \ddot{\vec{\rho}}) \approx q\vec{E} + q(\dot{\vec{R}} + \dot{\vec{\rho}}) \times [\vec{B}(\vec{R}) + \vec{\rho} \cdot \nabla \vec{B}(\vec{R}) + \dots]. \quad (2.9)$$

Calculando a variação temporal de $\vec{\rho}$, tem-se

$$\dot{\vec{\rho}} = \omega\rho[\hat{j} \cos \theta - \hat{k} \sin \theta] + (\dot{\rho}\hat{j}) \sin \theta + (\rho\dot{\hat{k}}) \cos \theta, \quad (2.10)$$

onde a segunda derivada temporal é

$$\ddot{\vec{\rho}} = \ddot{\rho}[\hat{j} \sin \theta + \hat{k} \cos \theta] + 2\dot{\rho}\omega[\hat{j} \cos \theta - \hat{k} \sin \theta] - \vec{\rho}\omega^2, \quad (2.11)$$

então as médias temporais integradas em um período de cíclotron das derivadas obtidas acima são zero, ou seja

$$\langle \vec{\rho} \rangle = \langle \dot{\vec{\rho}} \rangle = \langle \ddot{\vec{\rho}} \rangle = 0. \quad (2.12)$$

Assim, a Equação 2.9 pode ser escrita da seguinte forma

$$m\gamma\ddot{\vec{R}} \approx q\vec{E} + q[\dot{\vec{R}} \times \vec{B}(\vec{R})] - q\frac{\rho^2\omega_H}{2}\nabla B + \dots \quad (2.13)$$

A Equação 2.13 é a base do movimento do centro de guia. Na expansão, os termos de ordem superior foram negligenciados por não terem relevância no estudo de cinturões de radiação (WALT, 1994). A equação do centro de guia é comumente utilizada separando suas componentes paralela e perpendicular. Esse cálculo será feito com a finalidade de estudar os invariantes adiabáticos.

2.4.1 Invariantes adiabáticos

A Equação 2.13 representa uma melhora significativa da Equação do Movimento de Lorentz. Nesse contexto, são definidas as grandezas que permanecem constantes perante variações lentas do campo magnético, denominadas invariantes adiabáticos. Este conceito é utilizado com a finalidade de estudar a periodicidade dos movimentos, cumprindo um papel essencial para o estudo das partículas aprisionadas, como é o caso dos cinturões de radiação.

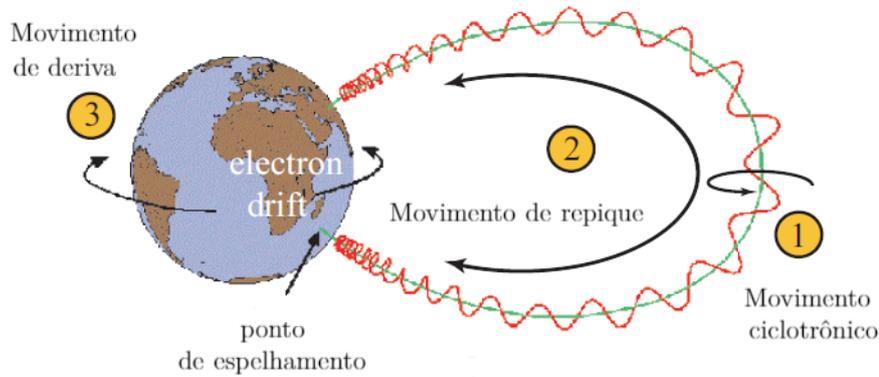
Uma partícula carregada movendo-se em um campo dipolar experimenta três movimentos básicos com diferentes escalas de tempo, conforme descrito anteriormente. Os três movimentos são ilustrados na Figura 2.8 e são os seguintes identificados como:

1. Movimento ciclotrônico ou de giro ao redor da linha de campo magnético;
2. Movimento de repique ou *bounce* entre dois pontos de espelhamento (hemisférios norte e sul);
3. Movimento de deriva ou *drift* ao redor da Terra, em que os elétrons ou prótons são deslocados para direita e esquerda, respectivamente.

Na Tabela 2.1 são reunidos os valores típicos referentes ao período de cada movimento, tanto para elétrons como para prótons no cinturão de radiação.

Os invariantes adiabáticos estão associados a movimentos periódicos, e são mantidos constantes sempre que as variações de campo elétrico ou magnético são lentas. No entanto, na presença de perturbações com períodos comparáveis aos dos invariantes

Figura 2.8 - Esquema dos três tipos de movimentos de uma partícula carregada no campo magnético da Terra.



Fonte: Adaptada de Bortnik (2004).

Tabela 2.1 - Ordem de grandeza das características temporais dos movimentos de uma partícula carregada.

Movimento	Período do elétron (s)	Período do próton (s)
Giro	$10^{-3} - 10^{-4}$	$10^{-1} - 10^{-2}$
Repique	10^{-1}	1
Deriva	$10^2 - 10^3$	10^2

Fonte: Adaptada de Elkington et al. (2002).

a periodicidade dos movimentos pode ser perturbada. Por essa razão, os invariantes são importantes para estudar a dinâmica das partículas nos cinturões de radiação. As perturbações no campo magnético que alteram os invariantes adiabáticos podem levar a:

- Perda de partículas, por transferência de momento, causando alteração de *pitch angle*, podendo levar as partículas para a atmosfera ou magnetosfera externa;
- Aceleração de partículas por transferência de energia no centro dos cinturões de radiação;
- Difusão de partículas provenientes da cauda magnética e previamente aceleradas.

A cada movimento mencionado acima está associado um invariante adiabático, como detalhado a seguir.

2.4.1.1 Movimento de giro: primeiro invariante adiabático

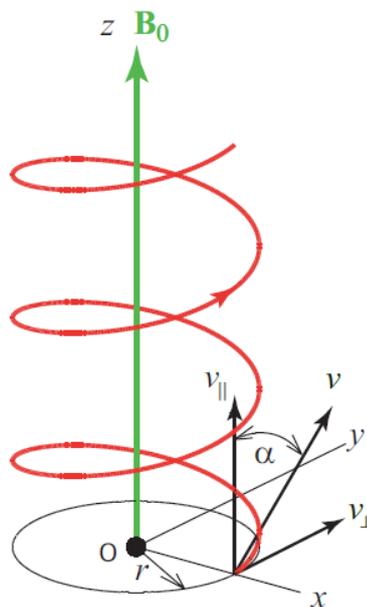
O primeiro invariante adiabático está relacionado com o movimento de giro da partícula ao redor da linha de campo, como ilustra a Figura 2.9.

Para melhor descrição desse movimento, o vetor velocidade da partícula pode ser decomposto em suas componentes paralela e perpendicular ao campo magnético

$$|\vec{v}_\perp \times \vec{B}| = v_\perp B, \quad (2.14)$$

$$|\vec{v}_\parallel \times \vec{B}| = 0. \quad (2.15)$$

Figura 2.9 - Trajetória de uma partícula ao redor da linha de campo



Fonte: Adaptada de Bortnik (2004).

Na Figura 2.9 é ilustrada a relação geométrica entre as componentes da velocidade da partícula e o *pitch angle*, α , sendo representadas pelas expressões

$$\alpha = \arctan \left(\frac{v_\perp}{v_\parallel} \right) \quad (2.16)$$

e

$$\sin(\alpha) = v_{\perp}/v. \quad (2.17)$$

Substituindo na Equação 2.5 para campo elétrico nulo a definição da aceleração centrípeta $a = v^2/R_c$ e que a força $\vec{v} \times \vec{B}$ é centrípeta, o resultado obtido na Equação 2.14

$$m\gamma \frac{v^2}{R_c} = qv_{\perp}B, \quad (2.18)$$

em que R_c é o raio ciclotrônico da partícula. Substituindo-se a Equação 2.17 na 2.18, R_c é definido como

$$R_c = \frac{m\gamma v \sin(\alpha)}{qB}, \quad (2.19)$$

e a velocidade perpendicular pode ser dada por

$$v_{\perp} = \frac{qBR_c}{m\gamma}. \quad (2.20)$$

O período ciclotrônico ou de rotação em torno da linha de campo é obtido substituindo apenas a componente perpendicular da Equação 2.20 em $\tau_c = (2\pi R_c)/v_{\perp}$

$$\tau_c = \frac{2\pi m\gamma}{qB}. \quad (2.21)$$

Considerando que o movimento de giro só depende da componente perpendicular, então os cálculos para obter o primeiro invariante serão feitos levando em conta somente \vec{v}_{\perp} . Se as variações espacial e temporal do campo magnético são pequenas, ou seja

$$\left| \frac{\nabla B}{B} \right| \ll \frac{1}{R_c} \quad \frac{dB}{dt} \ll \frac{B}{\tau_c}, \quad (2.22)$$

então pode ser considerado como um campo magnético quase estático e o fluxo magnético através da órbita da partícula é dado por:

$$\phi = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = B\pi R_c^2, \quad (2.23)$$

pela lei de Faraday, é constante, ou seja:

$$\frac{d\phi}{dt} = 0 \Rightarrow \phi = cte, \quad (2.24)$$

sendo dada por

$$\phi = \frac{\pi m^2 \gamma^2 v_{\perp}^2}{q^2 B} = cte. \quad (2.25)$$

À medida que o campo se intensifica, a partícula gira mais rápido para conservar o fluxo magnético constante. A energia cinética W_{\perp} associada ao movimento de giro é definida como

$$W_{\perp} = \frac{1}{2} m \gamma v_{\perp}^2 \quad (2.26)$$

Substituindo-se a Equação 2.26 em 2.25, tem-se

$$\phi = \frac{2\pi m \gamma W_{\perp}}{q^2 B} = cte. \Rightarrow \frac{W_{\perp}}{B} = cte. \quad (2.27)$$

Nas condições da Equação 2.22, uma partícula que gira em torno de uma linha de campo pode ser considerada como uma espira circular de corrente de raio R_C

$$i = \frac{qv_{\perp}}{2\pi R_c}, \quad (2.28)$$

e assim o momento magnético μ_B , é definido como a corrente que circula em torno da superfície circular de raio R_C

$$\mu_B = i \cdot S = \frac{qv_{\perp} R_c}{2} \quad (2.29)$$

ou substituindo

$$\mu_B = \frac{W_{\perp}}{B} = cte. \quad (2.30)$$

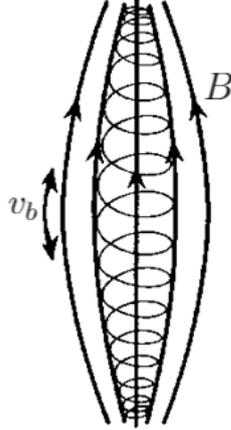
A Equação 2.30 é a expressão para o primeiro invariante adiabático. Isso mostra que o momento magnético de uma partícula carregada num campo magnético que não tem variações significativas, ou seja, satisfazendo as relações expressas na Equação 2.22, é constante.

2.4.1.2 Movimento de repique: segundo invariante adiabático

Devido à topologia do campo geomagnético na região dos cinturões de radiação ser predominantemente dipolar, observa-se, na região dos polos, uma configuração de linhas de campo que se assemelha a uma garrafa magnética, levando à desaceleração das partículas à medida em que elas se propagam na direção dos polos. Devido à existência de dois polos, observa-se nessa configuração um movimento periódico ao qual se relaciona o segundo invariante adiabático. Assim, o segundo invariante está relacionado ao movimento de repique (em inglês *bounce*) entre os hemisférios, como

se mostra na Figura 2.10.

Figura 2.10 - Representação esquemática do movimento de repique entre os pontos de espelhamento ao longo da linha de campo magnético. Na figura B, representa o campo magnético e v_b , a velocidade de *bounce*



Fonte: Adaptada de Regi (2016).

Considerando que a deriva longitudinal é pequena em um período de repique, pode-se calcular o momento canônico J_2 entre dois pontos de espelhamento usando a componente da velocidade paralela, v_{\parallel} , ao campo magnético. Considera-se que os pontos de espelhamento estão separados a uma distância L . Durante um ciclo (ida e volta entre os pontos de espelhamento), a partícula percorre uma distância de $2L$. Se o campo magnético B tem pequenas variações em relação ao período de repique, τ_B , ou seja de acordo com Walt (1994)

$$\frac{\partial B}{\partial t} \ll \frac{B}{\tau_B}, \quad (2.31)$$

pode-se obter o segundo invariante através da integral de ação. Supondo que o campo magnético é uniforme em quase toda a trajetória durante o movimento de *bounce*, considera-se a velocidade paralela constante no espaço, então

$$J_2 = \int \vec{v} \cdot d\vec{l} = \int_0^{2L} v_{\parallel} dl = 2v_{\parallel}L. \quad (2.32)$$

A derivada temporal de J_2 em relação ao tempo é

$$\frac{dJ_2}{dt} = 2v_{\parallel} \frac{dL}{dt} + 2L \frac{dv_{\parallel}}{dt}, \quad (2.33)$$

em que a velocidade média da partícula se aproximando a um dos pontos de espalhamento é

$$v_m = -\frac{dL}{dt}, \quad (2.34)$$

onde o sinal negativo deve-se à diminuição da distância. Considerando

$$v_{\parallel} = 2L/\Delta t \Rightarrow \Delta t = 2L/v_{\parallel}, \quad (2.35)$$

para o movimento de ida e volta tem-se que $\Delta v_{\parallel} = 2v_m$, então a derivada pode ser aproximada por

$$\frac{dv_{\parallel}}{dt} \approx \frac{\Delta v_{\parallel}}{\Delta t} = \frac{v_m v_{\parallel}}{L}. \quad (2.36)$$

Assim, a Equação 2.33 pode ser reescrita como

$$\frac{dJ_2}{dt} = -2v_{\parallel}v_m + 2L \frac{v_m v_{\parallel}}{L} = 0. \quad (2.37)$$

Portanto,

$$J_2 = 2v_{\parallel}L = cte. \quad (2.38)$$

A Equação 2.38 define o segundo invariante adiabático, dessa forma a integral da ação entre os pontos de espelhamento é constante, quando a condição expressa na Equação 2.31 é satisfeita.

Considerando que $v_{\parallel} = J/(2L)$, a energia cinética paralela é

$$W_{\parallel} = \frac{1}{2}m\gamma v_{\parallel}^2, \quad (2.39)$$

pela Equação 2.38

$$W_{\parallel} = \frac{m\gamma J_2^2}{8L^2} \quad (2.40)$$

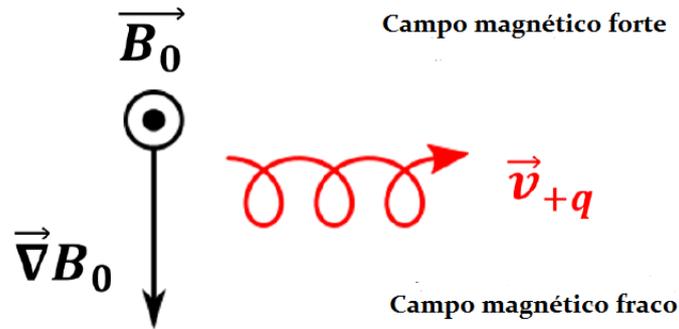
a energia cinética paralela aumenta rapidamente quando L diminui.

2.4.1.3 Movimento de deriva: terceiro invariante adiabático

O movimento de deriva está associado ao gradiente e curvatura as linhas do campo magnético e o sentido do movimento dependerá do sinal da carga. A Figura 2.11 ilustra o movimento de deriva causado pela variação espacial do campo para uma

partícula positiva.

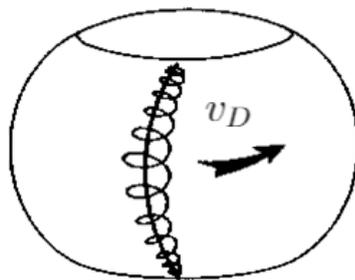
Figura 2.11 - Representação da deriva de uma carga positiva devido ao gradiente de curvatura do campo magnético.



Fonte: Adaptada de Maldonado (2018).

O terceiro invariante está associado ao fluxo magnético relacionado com o movimento de deriva das partículas ao redor da Terra, mostrado na Figura 2.12.

Figura 2.12 - Representação esquemática do movimento de deriva ao redor da Terra. Na figura v_D é a velocidade de deriva.



Fonte: Adaptada de Regi (2016).

O fluxo magnético pode ser escrito como

$$\phi_D = \oint v_D dl = \oint v_D r d\theta, \quad (2.41)$$

em que v_D é a soma de todas as velocidades de deriva, θ é o ângulo azimutal e a integral deve ser feita de 0 a 2π . Sempre que se cumpre a condição da Equação 2.31 pode-se escrever

$$\phi_D = \frac{2\pi m}{q^2} M = cte. \quad (2.42)$$

em que M é o momento magnético do campo assimétrico. Portanto, o terceiro invariante adiabático mostra que o fluxo geomagnético total dentro do caminho de deriva é constante.

3 ONDAS EM PLASMAS FRIOS

Um plasma é considerado frio quando o gradiente de pressão pode ser desprezado devido a velocidade térmica ser pequena em comparação com a velocidade de fase da onda. Esta teoria é utilizada para conhecer algumas propriedades das ondas tais como sua relação de dispersão e as razões de polarização dos campos eletromagnéticos.

A seguir é apresentada uma revisão teórica baseada nos textos de Bittencourt (2013) e de Ristic-Djurovic (1994). No contexto deste trabalho, são consideradas ondas planas que geram pequenas variações dos parâmetros do plasma, as quais são relacionadas à perturbação linear, ou seja, variações de ordem zero e primeira ordem.

Para obter as propriedades das ondas eletromagnéticas, na presença de um campo magnético externo (\vec{B}_0), é utilizada a teoria de ondas em plasmas frios e considera-se o plasma infinito, homogêneo e sem colisões (frequência de colisões ν desprezível). Uma vez definida a velocidade média $\vec{u}(\vec{r}, t)$ e densidade numérica de elétrons $N(\vec{r}, t)$ de um plasma frio, estas quantidades físicas devem satisfazer às seguintes equações

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \nabla \cdot (N\vec{u}) = 0 \quad (\text{Equação de continuidade}), \quad (3.1)$$

$$m \frac{D\vec{u}}{Dt} = q(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) \quad (\text{Equação de movimento}), \quad (3.2)$$

e as equações de Maxwell

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{Lei de Gauss}), \quad (3.3)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{Lei de Faraday-Lenz}), \quad (3.4)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{Ausência de monopolo magnético}), \quad (3.5)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (\text{Lei de Ampere-Maxwell}), \quad (3.6)$$

em que ρ é a densidade de carga elétrica dada por $\rho = -eN$, \vec{J} é a densidade de corrente elétrica definida como $\vec{J} = \rho\vec{u} = -eN\vec{u}$ e e é a carga do elétron.

Como as perturbações no plasma alteram o campo magnético e a densidade numérica de elétrons, as equações anteriores podem ser escritas em termos das componentes perturbadas de ordem um \vec{B}_1 , N_1 , \vec{E}_1 e \vec{u}_1 e não perturbadas de ordem zero \vec{B}_0 , N_0 , \vec{E}_0 e \vec{u}_0 ou seja,

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 + \vec{B}_1(\vec{r}, t), \quad (3.7)$$

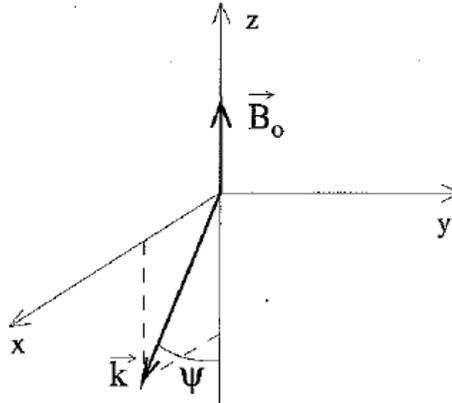
$$N(\vec{r}, t) = N_0 + N_1(\vec{r}, t), \quad (3.8)$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 + \vec{E}_1(\vec{r}, t), \quad (3.9)$$

$$\vec{u}(\vec{r}, t) = \vec{u}_0 + \vec{u}_1(\vec{r}, t). \quad (3.10)$$

A onda avançará pelo plasma na direção dada pelo vetor de onda \vec{k} com magnitude $k = 2\pi/\lambda$ que se propaga com um ângulo Ψ com relação à direção oposta ao campo magnético \vec{B}_0 . A representação gráfica entre cada vetor é ilustrada na Figura 3.1 no sistema cartesiano.

Figura 3.1 - Representação gráfica do vetor campo magnético \vec{B}_0 e do vetor de onda \vec{k} no sistema cartesiano de coordenadas. Ψ é o ângulo entre \vec{k} e a direção oposta ao campo magnético \vec{B}_0 .



Fonte: Ristic-Djurovic (1994).

Para obter as propriedades da onda e do meio, as variáveis devem ser definidas de forma a solucionar as equações de continuidade, de movimento e as equações de Maxwell. Para isto, será considerada a propagação de ondas planas. Esta notação ajudará a simplificar as derivadas temporais e espaciais. Define-se ψ como uma das componentes dos vetores \vec{u}_1 , \vec{E} , \vec{B}_1 , \vec{u} ou N_1 , as quais podem ser escritas como ondas harmônicas planas em termos do vetor de onda e a frequência angular $\omega = 2\pi f$ da seguinte forma

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi e^{i(\vec{k}\cdot\vec{x} - \omega t)}, \quad (3.11)$$

então a derivada temporal pode ser escrita como $-i\omega$ e a derivada espacial será ik .

Substituindo as derivadas nas Equações 3.2, 3.4 e 3.6 e considerando só termos de ordem zero e de primeira ordem, obtém-se

$$-i\omega m\vec{u} = -e(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}_0), \quad (3.12)$$

$$\vec{k} \times \vec{E} = \omega \vec{B}_1, \quad (3.13)$$

$$i\vec{k} \times \vec{B}_1 = \mu_0(-eN_0\vec{u} - i\omega\epsilon_0\vec{E}). \quad (3.14)$$

A combinação das Equações 3.12, 3.13 e 3.14 resulta em

$$\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} = \frac{i\omega e N_0}{\epsilon_0 c^2} \vec{u}, \quad (3.15)$$

$$\vec{u} + \frac{ie}{m\omega} (\vec{u} \times \vec{B}_0) = -\frac{ie}{m\omega} \vec{E}. \quad (3.16)$$

Uma vez feita a simplificação das derivadas, os passos seguintes são realizados para obter a solução do sistema de equações formado pelas Equações 3.15 e 3.16. Então, considerando que

$$\vec{k} = -k \cos(\Psi) \hat{z} + k \sin(\Psi) \hat{x}, \quad (3.17)$$

e

$$\vec{E} = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} + E_z \hat{z}, \quad (3.18)$$

o produto vetorial da Equação 3.15 é

$$\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) = -k^2 \cos \Psi (\cos \Psi E_x + \sin \Psi E_z) \hat{x} - k^2 E_y \hat{y} - k^2 \sin \Psi (\cos \Psi E_x + \sin \Psi E_z) \hat{z}. \quad (3.19)$$

Substituindo a Equação 3.19 na Equação 3.15, a equação pode ser escrita na forma matricial

$$\begin{pmatrix} (1 - n^2 \cos^2 \Psi) & 0 & n^2 \sin \Psi \cos \Psi \\ 0 & (1 - n^2) & 0 \\ n^2 \sin \Psi \cos \Psi & 0 & (1 - n^2 \sin^2 \Psi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \frac{ieN_0}{\epsilon_0 \omega} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix}, \quad (3.20)$$

em que $n = (kc/\omega)$ é o índice de refração do meio.

Para escrever a Equação 3.16 na forma matricial, deve-se usar a definição da frequên-

cia ciclotrônica do elétron

$$\omega_H = eB_0/m, \quad (3.21)$$

e o produto vetorial

$$\vec{u} \times \vec{B}_0 = B_0(u_y \hat{x} - u_x \hat{y}). \quad (3.22)$$

Desta forma, tem-se

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = -\frac{ie}{m\omega \left(1 - \left(\frac{\omega_H}{\omega}\right)^2\right)} \begin{pmatrix} 1 & -i\frac{\omega_H}{\omega} & 0 \\ i\frac{\omega_H}{\omega} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \frac{\omega_H^2}{\omega^2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}. \quad (3.23)$$

Finalmente, as duas Equações 3.20 e 3.23 podem ser unidas em uma única expressão

$$\begin{pmatrix} S_s - n^2 \cos^2 \Psi & -iD_s & n^2 \sin \Psi \cos \Psi \\ iD_s & (S_s - n^2) & 0 \\ n^2 \sin \Psi \cos \Psi & 0 & (P_s - n^2 \sin^2 \Psi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0. \quad (3.24)$$

As variáveis da Equação 3.24 são definidas como

$$S_s = \frac{R_s + L_s}{2}, \quad (3.25)$$

$$D_s = \frac{R_s - L_s}{2}, \quad (3.26)$$

$$P_s = 1 - \sum_k \frac{\omega_{pk}^2}{\omega^2}, \quad (3.27)$$

$$R_s = 1 - \sum_k \frac{\omega_{pk}^2}{\omega^2} \frac{\omega}{\omega + \omega_{Hk}}, \quad (3.28)$$

$$L_s = 1 - \sum_k \frac{\omega_{pk}^2}{\omega^2} \frac{\omega}{\omega - \omega_{Hk}}. \quad (3.29)$$

e a frequência de plasma ω_{pk} da espécie k é

$$\omega_{pk}^2 = \frac{N_0 e^2}{\epsilon_0 m_e}, \quad (3.30)$$

em que e e m_e são a carga e a massa do elétron, respectivamente, ϵ_0 é a permissivi-

dade elétrica no vácuo, N_0 é a densidade de elétrons e B_0 é a magnitude do campo magnético do meio.

Para obter uma solução não trivial, o determinante da matriz 3x3 da Equação 3.24 deve ser zero. Esta condição fornece a seguinte relação de dispersão

$$(S_s \sin^2 \Psi + P_s \cos^2 \Psi)n^4 - (R_s L_s \sin^2 \Psi + S_s P_s (1 + \cos^2 \Psi))n^2 + P_s R_s L_s = 0 \quad (3.31)$$

Considerando as seguintes definições

$$A_s = S_s \sin^2 \Psi + P_s \cos^2 \Psi, \quad (3.32)$$

$$B_s = R_s L_s \sin^2 \Psi + P_s S_s (1 + \cos^2 \Psi), \quad (3.33)$$

$$F_s^2 = (R_s L_s - P_s S_s)^2 \sin^4 \Psi + 4P_s^2 D_s^2 \cos^2 \Psi, \quad (3.34)$$

pode-se escrever a Equação 3.31 de forma mais simples

$$A_s n^4 - B_s n^2 + F_s = 0. \quad (3.35)$$

Resolvendo a Equação 3.35, obtém-se o valor para o índice de refração do meio, que constitui um parâmetro fundamental para determinar a propagação da onda. No entanto, o índice de refração depende de alguns parâmetros como o ângulo de propagação da onda Ψ e a densidade de elétrons. Na sequência, alguns desses parâmetros serão detalhados, com a finalidade de achar as possíveis soluções da Equação 3.35.

3.1 Densidade de elétrons no Equador

As equações obtidas anteriormente consideram que o meio é homogêneo. No entanto, a literatura Denton et al. (2002a), Denton et al. (2002b), Denton et al. (2004), Sandhu et al. (2016) e Cummings et al. (1969) indica que, dependendo da região de estudo da magnetosfera, a densidade eletrônica pode variar com a latitude e consequentemente mudar o valor do índice de refração. As variações da densidade de elétrons, N_0 , são modeladas, geralmente, como uma função potência. Por exemplo, no estudo realizado por Cummings et al. (1969), N_0 é definida como

$$N_0 = N_{e0} \left(\frac{R_{max}}{R} \right)^\alpha, \quad (3.36)$$

em que R é o raio geocêntrico, R_{max} é o raio geocêntrico máximo igual a L escrito em unidades de raios terrestres R_E , N_{e0} é a densidade equatorial em R_{max} e α é um

valor que depende do modelo utilizado. Se o campo magnético é dipolar, N_0 pode ser escrita em termos da latitude magnética λ , da seguinte forma

$$N_0 = N_{e0}(\cos \lambda)^{-2\alpha}. \quad (3.37)$$

Sandhu et al. (2016) obteve um modelo empírico que descreveu a densidade de elétrons ao longo de linhas geomagnéticas fechadas. Para isso, ele usou dados do instrumento WHISPER (Waves of High frequency and Sounder for Probing Electron density by Relaxation) a bordo do Cluster, para a data entre 2001 e 2012. O modelo depende de L e MLT e é limitado para a região entre $4,5 \leq L < 9,5$. De acordo com a estatística desenvolvida por Sandhu et al. (2016)

$$R_{norm}^{-1} = \frac{R_{max}}{R} = (\cos \lambda)^{-2}, \quad (3.38)$$

em que R_{norm} é o raio normalizado. O valor de R_{norm} é importante para definir a zona de análise, ou seja, baixas, médias e altas latitudes. Para a zona equatorial, o valor de R_{norm} é maior que 0,8 (SANDHU et al., 2016), porém o modelo a seguir é

$$N_0 = a \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{R_{norm} - 1.0}{0.1} \right)^2 \right] + N_{e0}, \quad (3.39)$$

em que os coeficientes α e N_{e0} e a são definidos, matematicamente em termos de L e do tempo *Magnetic Local Time* (MLT) como:

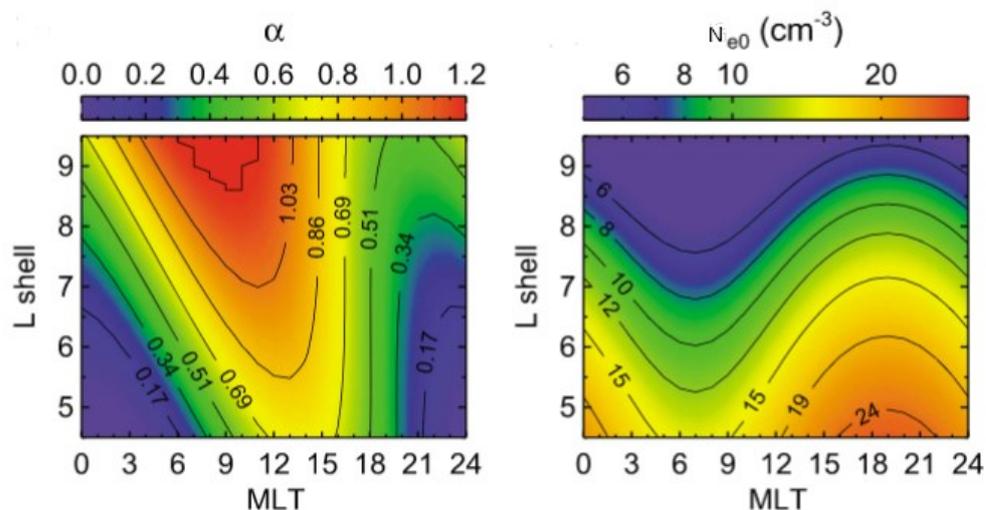
$$\alpha = -0,173 + 0,113L + 0,412 \cos(15MLT + 81,9 + 16,0L), \quad (3.40)$$

$$N_{e0} = 35,0 - 3,35L + (9,38 - 0,756L) \cos(15MLT + 76,0), \quad (3.41)$$

$$a = -1,24 + 0,944L + 2,92 \cos(15MLT + 40,0), \quad (3.42)$$

A Figura 3.2 mostra gráficos de contornos com a informação dos parâmetros α e N_{e0} , dependentes dos valores de L e MLT .

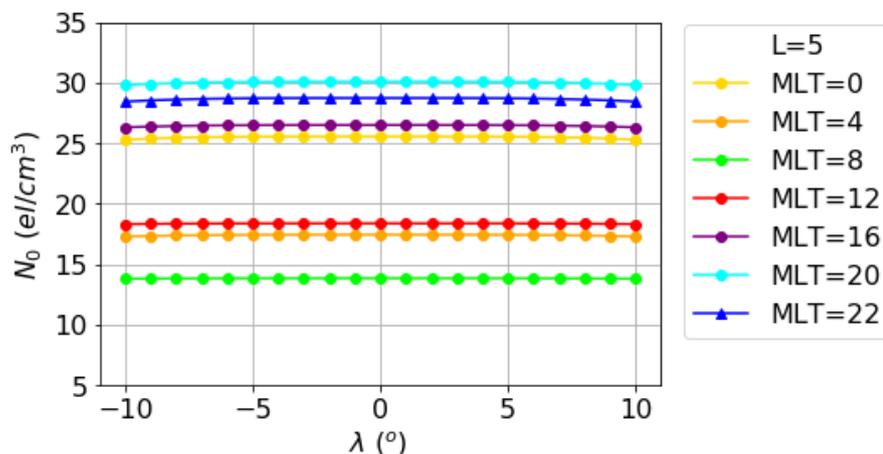
Figura 3.2 - Gráficos de contornos da variação de α e N_{e0} para diferentes L -shell e MLT.



Fonte: Adaptada de Sandhu et al. (2016).

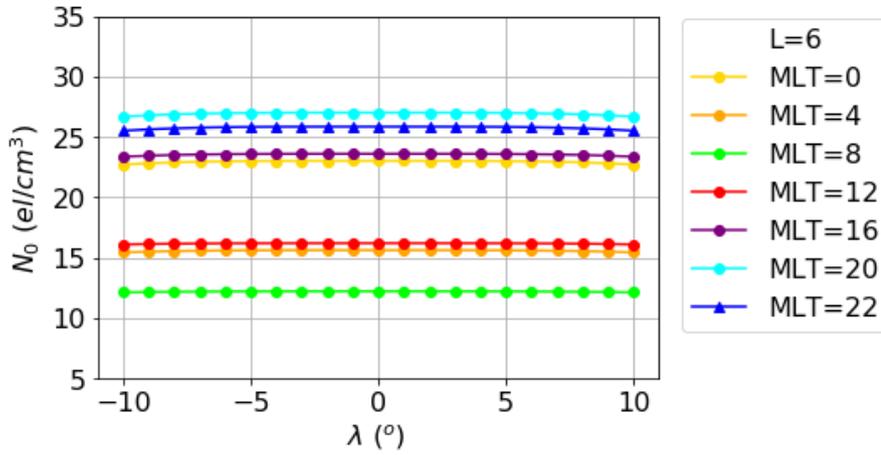
A densidade eletrônica é um indicador de como o índice de refração pode variar nas diferentes regiões da magnetosfera. O índice de refração é um parâmetro determinante na propagação de ondas eletromagnéticas. Assim, para obter a variação da densidade eletrônica na região de interesse deste trabalho, utilizou-se o modelo proposto na Equação 3.39 para calcular a densidade eletrônica na região equatorial, ou seja $-10^\circ < \lambda < 10^\circ$, para diversos MLTs em $L = 5$ (Figura 3.3), $L = 6$ (Figura 3.4), $L = 7$ (Figura 3.5), $L=8$ (Figura 3.6) e $L = 9$ (Figura 3.7).

Figura 3.3 - Variação da densidade de elétrons N_0 em $L = 5$ em relação à λ e MLT , na zona equatorial do campo geomagnético de aproximação dipolar.



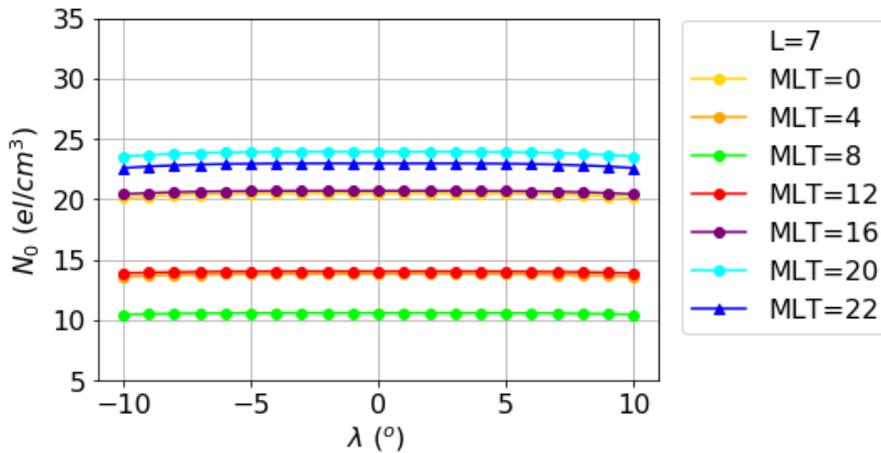
Fonte: Produção do Autor.

Figura 3.4 - Variação da densidade de elétrons N_0 em $L = 6$ em relação à λ e MLT , na zona equatorial do campo geomagnético de aproximação dipolar.



Fonte: Produção do Autor.

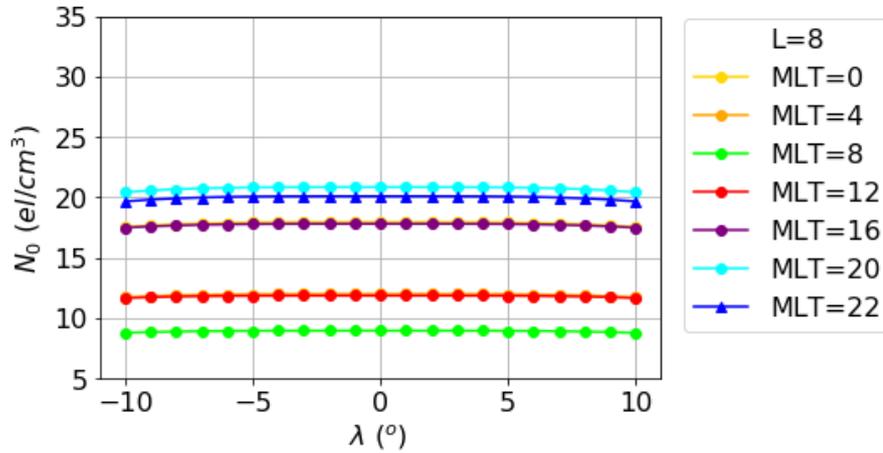
Figura 3.5 - Variação da densidade de elétrons N_0 em $L = 7$ em relação à λ e MLT , na zona equatorial do campo geomagnético de aproximação dipolar.



Fonte: Produção do Autor.

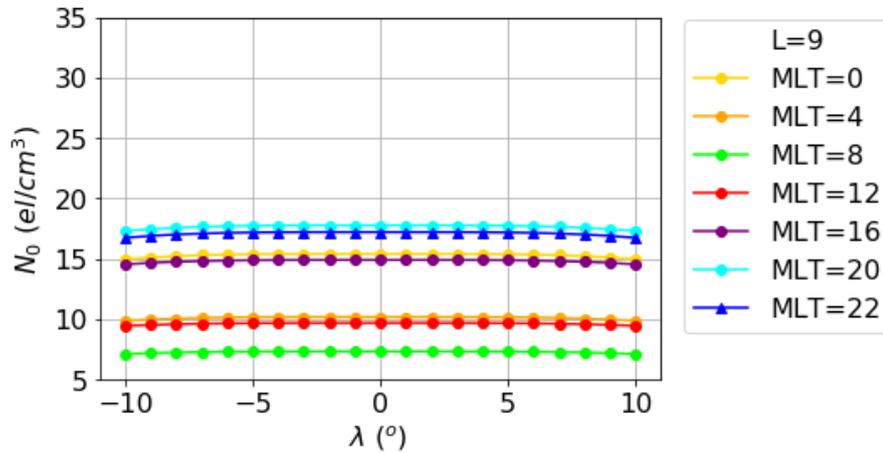
A Tabela 3.1 apresenta os valores médios da densidade de elétrons (\bar{N}_0) para cada MLT e L fixos, considerando a região definida pela latitude $0^\circ \pm 10^\circ$. Os dados apresentados na Tabela 3.1 foram utilizados para produzir as Figuras 3.8 e 3.9 os que mostram a variação dos valores médios da densidade de elétrons para diferentes valores de MLT . As curvas são similares para cada L e têm valor mínimo ao redor de 8 MLT e o máximo para 20 MLT .

Figura 3.6 - Variação da densidade de elétrons N_0 em $L = 8$ em relação à λ e MLT , na zona equatorial do campo geomagnético de aproximação dipolar.



Fonte: Produção do Autor.

Figura 3.7 - Variação da densidade de elétrons N_0 em $L = 9$ em relação à λ e MLT , na zona equatorial do campo geomagnético de aproximação dipolar.



Fonte: Produção do Autor.

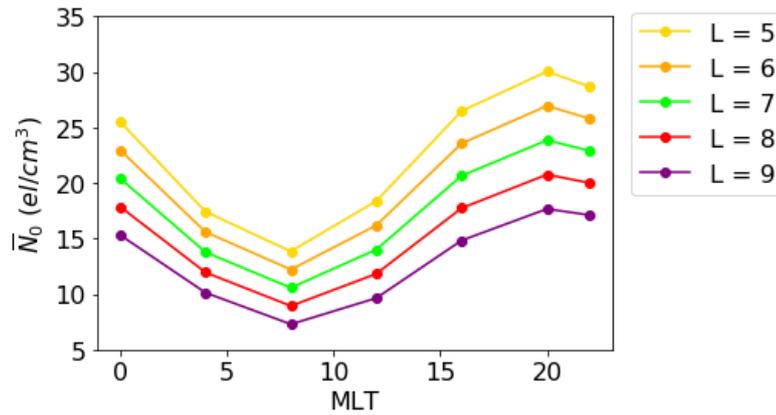
Destes resultados pode-se observar que os valores de N_0 na zona equatorial, variam em função do MLT e L e diminuem à medida que L aumenta.

No contexto do evento que será estudado nos capítulos posteriores, pode-se concluir que os valores da densidade de elétrons para L entre 5,5 e 6 e MLT entre 4 e 8 não apresentam grandes variações que possam mudar significativamente o resultado da interação onda-partícula, o qual é importante, pois, assim, pode-se supor que a densidade eletrônica é constante em certos intervalos para fins do estudo da propagação

Tabela 3.1 - Valores médios da densidade de elétrons para diferentes MLT e L equatorial na zona.

MLT	\bar{N}_0 (el/cm ³) (L = 5)	\bar{N}_0 (el/cm ³) (L = 6)	\bar{N}_0 (el/cm ³) (L = 7)	\bar{N}_0 (el/cm ³) (L = 8)	\bar{N}_0 (el/cm ³) (L = 9)
0	25,5	23	20,4	17,9	15,3
4	17,4	15,6	13,8	11,9	10,1
8	13,8	12,2	10,6	8,9	7,3
12	18,4	16,2	14,0	11,8	9,6
16	26,5	23,6	20,6	17,7	14,8
20	30,0	27	23,8	20,8	17,7
22	28,7	25,8	22,9	20	17,1

Figura 3.8 - Variação da média da densidade de elétrons \bar{N}_0 em relação a L para diferentes MLT , na zona equatorial do campo geomagnético de aproximação dipolar.



Fonte: Produção do Autor.

das ondas.

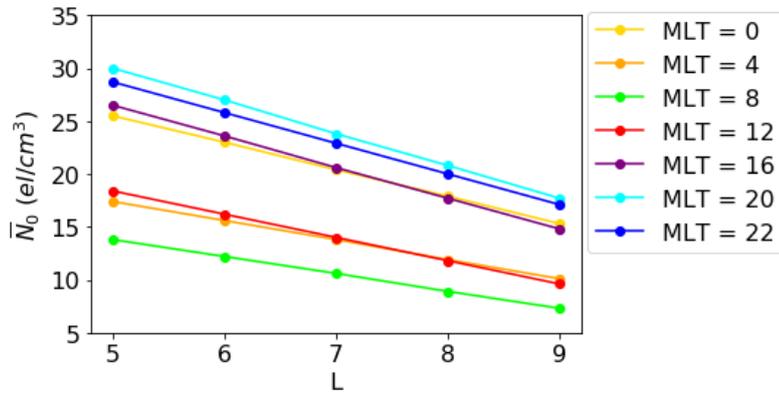
A seguir, os resultados desta seção serão utilizados para o cálculo do índice de refração.

3.2 Índice de refração.

O índice de refração de um plasma frio, sem colisões e infinito, é definido pela solução da Equação 3.35 e pode ser escrito da seguinte maneira

$$n^2 = \frac{B_s \pm F_s}{2A_s}. \quad (3.43)$$

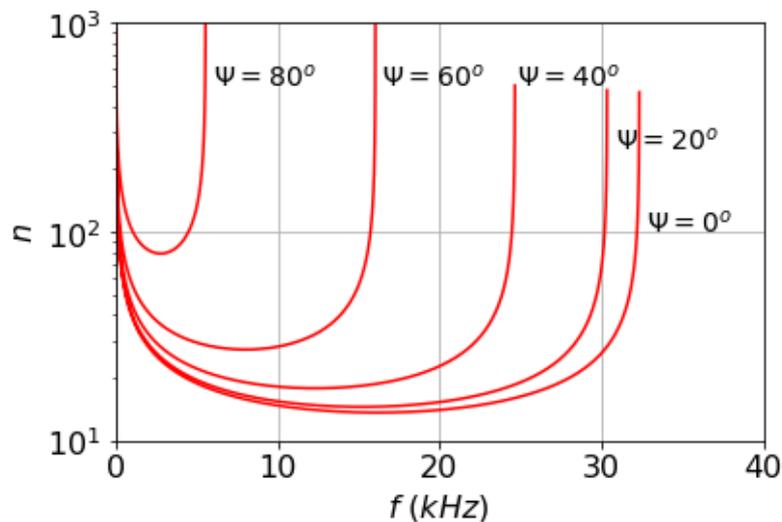
Figura 3.9 - Variação da média da densidade de elétrons \bar{N}_0 em relação a MLT para diferentes L , na zona equatorial do campo geomagnético de aproximação dipolar.



Fonte: Produção do Autor.

A Equação 3.43 é conhecida como equação de Appleton-Hartree. A partir dela, pode-se observar que o índice de refração teoricamente tem duas soluções. No entanto, são consideradas apenas soluções que satisfaçam $n^2 > 0$. Um exemplo da solução para diferentes parâmetros é apresentado na Figura 3.10 a qual ilustra a dependência do índice de refração n com a frequência f para diferentes valores de Ψ e $N_0 = 600 \text{ el/cm}^3$.

Figura 3.10 - Índice de refração em função da frequência, para $N_0 = 600 \text{ el/cm}^3$ e $L = 3$.



Fonte: Produção do autor.

A partir da Figura 3.10 pode-se obter a faixa de frequências em que as soluções de n são reais para diferentes ângulos Ψ . Especificamente, para o caso em que $\Psi = 0^\circ$ as soluções de n estão no intervalo de frequência de 0 a 32,34 kHz. Observa-se que existe um intervalo de frequência em que n permanece quase constante. Este intervalo é maior à medida que Ψ diminui. O índice de refração n é igual a 39,29 e 18,80, para ondas com frequência de 1 e 5 kHz, respectivamente, com propagação paralela ($\Psi = 0$). Outro valor importante para definir as relações entre as componentes dos campos eletromagnéticos da onda é a razão de polarização. Os campos elétrico e magnético da onda são, \vec{E}^w e \vec{B}^w , respectivamente. Em geral, são definidos no sistema cartesiano da seguinte forma (RISTIC-DJUROVIC, 1994):

$$\vec{B}^w = \hat{x}B_x^w \cos \Phi + \hat{y}B_y^w \sin \Phi - \hat{z}B_z^w \cos \Phi, \quad (3.44)$$

$$\vec{E}^w = -\hat{x}E_x^w \sin \Phi + \hat{y}E_y^w \cos \Phi - \hat{z}E_z^w \sin \Phi, \quad (3.45)$$

em que a fase da onda Φ é dada por

$$\Phi = \omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}, \quad (3.46)$$

e $\omega = 2\pi f$, f é a frequência da onda, t é o tempo, \vec{k} é o vetor de onda e \vec{r} é o vetor posição. A partir da solução da Equação 3.43, das componentes dos campos e das Equações 3.25, 3.26 e 3.27 obtém-se as relações entre as componentes dos campos eletromagnéticos, calculando as razões de polarização elétrica (ρ_1 e ρ_2) e magnética (ρ_{m1} e ρ_{m2})

$$\rho_1 = \frac{E_z^w}{E_y^w} = \frac{(n^2 - S_s)n^2 \sin \Psi \cos \Psi}{D_s(n^2 \sin^2 \Psi - P_s)}, \quad (3.47)$$

$$\rho_2 = \frac{E_x^w}{E_y^w} = \frac{(n^2 - S_s)}{D_s}, \quad (3.48)$$

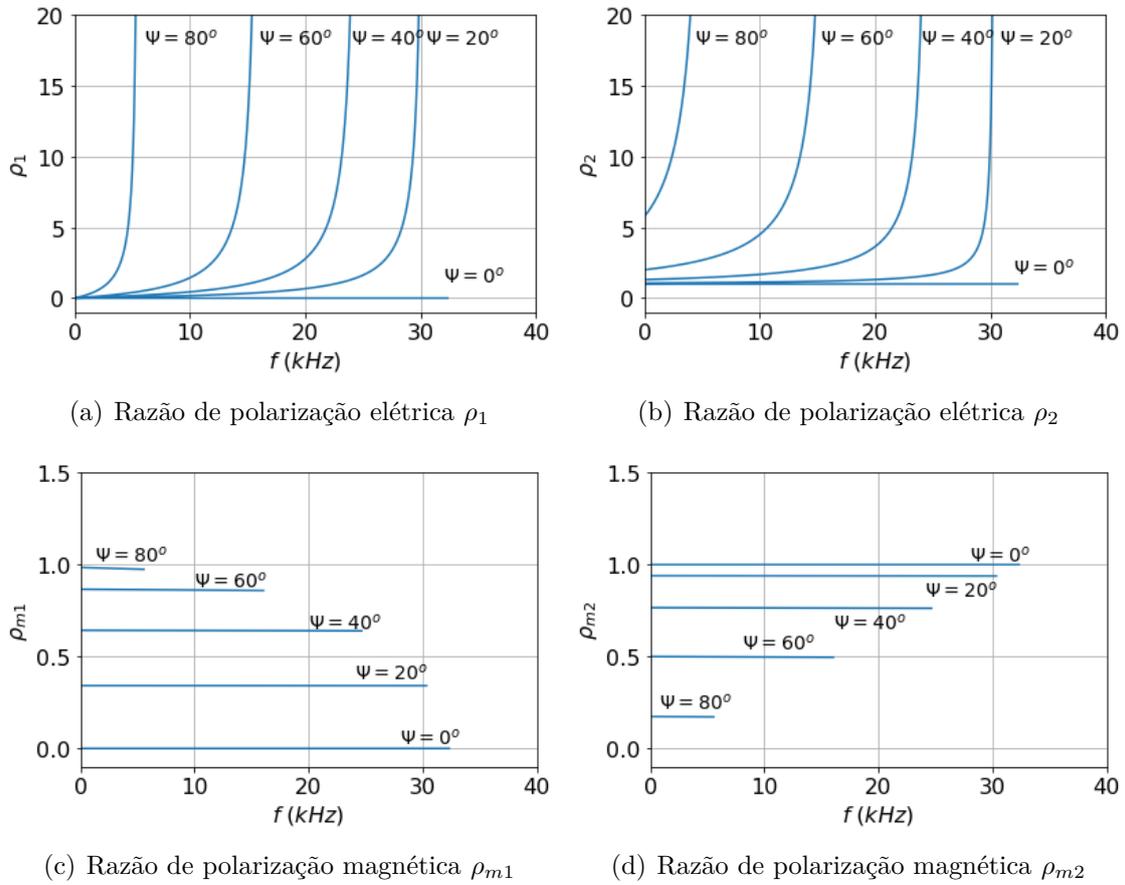
$$\rho_{m1} = \frac{B_z^w}{B_y^w} = \tan \Psi \frac{B_x^w}{B_y^w}, \quad (3.49)$$

$$\rho_{m2} = \frac{B_x^w}{B_y^w} = -\frac{D_s(n^2 \sin^2 \Psi - P_s)}{P_s(n^2 - S_s)}. \quad (3.50)$$

A Figura 3.11 mostra o resultado da solução correspondente à parte real das Equações 3.47, 3.48, 3.49 e 3.50 para diferentes direções de propagação da onda dada por Ψ . Verifica-se que as razões de polarização variam em função do ângulo Ψ . No entanto, para as ondas com frequências mais baixas, existe uma faixa entre 0 e 10

kHz em que as polarizações elétricas são constantes para ondas se propagando com um ângulo de 0° e 40° ou quase constantes para Ψ entre 40° e 60° . Os valores de ρ_1 e ρ_2 dependem da frequência, para ângulos diferentes de 0° . Os valores da polarização permanecem constantes em relação a f nas Figuras 3.11 (c) e (d), e as razões de polarização magnéticas são cerca de uma ordem de grandeza menor que as elétricas.

Figura 3.11 - Razões de polarização em função da frequência da onda para diferentes ângulos Ψ . Para $N_0 = 600 \text{ el/cm}^3$ e $L = 3$.



Fonte: Produção do autor.

Considerando que as ondas *chorus* observadas pelas sondas Van Allen Probes na magnetosfera apresentam frequências que variam de 1 a 5 kHz , as razões de polarização elétrica ρ_1 e ρ_2 podem ser consideradas constantes para Ψ entre 0° e 40° . Portanto, para fins de cálculo de índice de refração, a polarização das ondas *chorus* será relevante para casos em que a propagação ocorra com um ângulo acima de 40° . As Figuras 3.10 e 3.11 são reproduções dos resultados obtidos por Ristic-Djurovic (1994), com a finalidade de validar os fundamentos teóricos estudados em ondas em

plasmas frios (no início deste capítulo) e os códigos desenvolvidos para sua geração. Com isso, é possível obter o índice de refração para $L = 5$ e 6 e $MLT = 4$ e 8 . A Tabela 3.2 apresenta os valores médios de N_0 que serão utilizados para calcular o índice de refração nessas condições. Os valores médios apresentados foram obtidos a partir da Tabela 3.1.

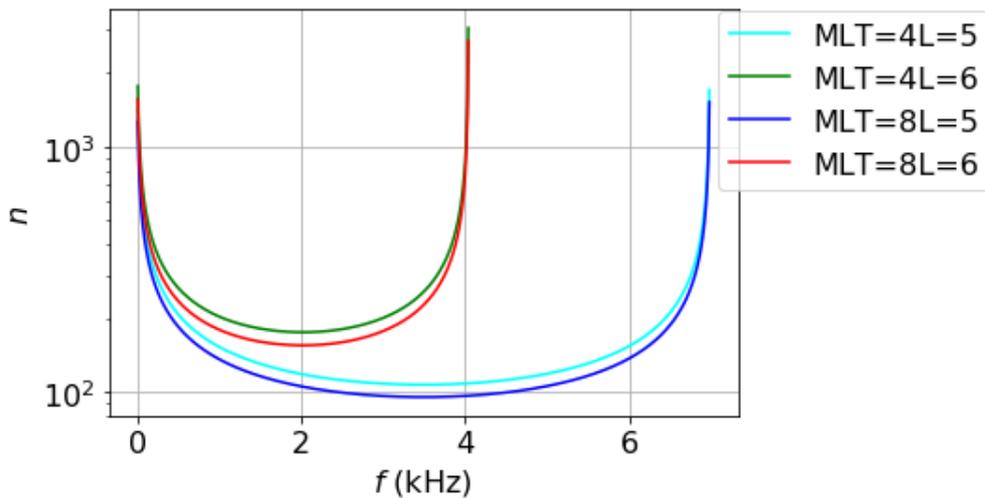
Tabela 3.2 - Valores médios da densidade de elétrons para diferentes MLT e L .

	N_0 (el/cm^3)	N_0 (el/cm^3)
MLT = 4	17,4 (L = 5)	15,6 (L=6)
MLT = 8	13,8 (L= 5)	12,2 (L=6)

Fonte: Produção do Autor.

Os resultados são apresentados na Figura 3.12. É possível observar que as curvas verde e vermelha, ambas para $L = 6$, são quase coincidentes. O mesmo é observado em $L = 5$, ou seja, para as cyan e azul.

Figura 3.12 - Índice de refração em função da frequência. Para diferentes valores de L e MLT .



Fonte: Produção do autor.

Com base nesse resultado, calcularam-se as razões de polarização e verificou-se que

estas eram bastante semelhantes às apresentadas na Figura 3.11. A partir desses resultados, é possível simplificar a determinação das relações entre as componentes dos campos elétricos e magnéticos considerando que a onda *chorus* se propaga paralela às linhas de campo, ou seja, $\Psi = 0^\circ$, com razões de polarização $\rho_1 = 0$, $\rho_2 = 1$, $\rho_{m1} = 0$ e $\rho_{m2} = 1$. Com base nos resultados apresentados nas Figuras 3.11 e 3.12, considera-se essa simplificação adequada para compreender a interação onda-partícula.

3.3 Ondas eletromagnéticas que se propagam paralelamente ao campo magnético \vec{B}_0

Para ondas eletromagnéticas que se propagam paralelamente ao campo magnético de fundo, ou seja $\vec{k} \parallel \vec{B}_0 \Rightarrow \Psi = 0$, têm-se duas soluções possíveis para a Equação 3.43

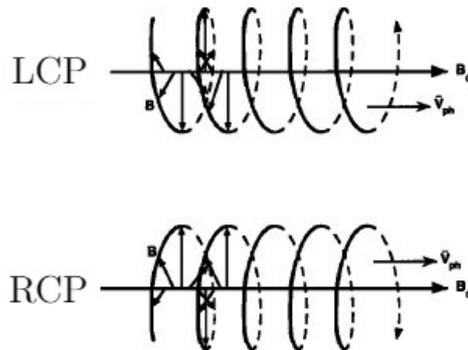
$$n^2 = R_s \quad (3.51)$$

e

$$n^2 = L_s. \quad (3.52)$$

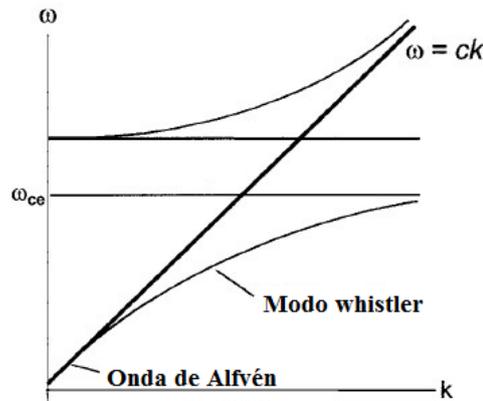
Neste caso, existem dois modos de propagação com diferentes condições de polarização. Quando a solução é R , a onda é circularmente polarizada à direita denominada RCP (*Right-hand Circularly Polarized waves*) e se é L que satisfaz a equação, então a onda é circularmente polarizada à esquerda LCP (*Left-hand Circularly Polarized waves*). A representação esquemática da propagação de ambos tipos de ondas é mostrada na Figura 3.13.

Figura 3.13 - Propagação de ondas LCP e RCP.



Fonte: Adaptada de Tsurutani e Lakhina (1997)

Figura 3.14 - Relação de dispersão da onda RCP em um plasma frio magnetizado.



Fonte: Adaptada de Kamide e Chian (2007)

A Figura 3.14 apresenta a relação de dispersão para estes modos, definindo para que frequências a onda consegue-se propagar. O modo *whistler* é de especial interesse no desenvolvimento do trabalho.

3.3.1 Ondas *chorus* modo *whistler*

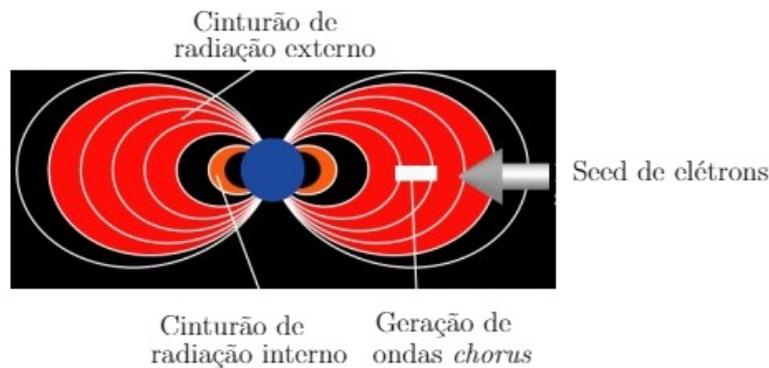
Como explicado no capítulo anterior, no plasma magnetizado, existem diferentes tipos ou modos de ondas que podem interagir com as cargas elétricas livres presentes no meio. No entanto, a interação ocorrerá apenas sob certas condições específicas e com alguns modos de onda. Um dos modos comumente amplificados na magnetosfera é a onda do modo *whistler*, este processo gera os elementos conhecidos como *chorus*. Enquanto se propagam na magnetosfera, as ondas *chorus* podem interagir com elétrons energéticos quando a condição de ressonância é satisfeita. Como consequência da interação, a energia do elétron e seu *pitch angle* variam o que, em larga escala, pode gerar aceleração ou perdas nos cinturões de radiação.

As ondas *chorus* foram observadas pela primeira vez na superfície da Terra por Storey (1953) e mais tarde por satélites na magnetosfera da Terra. Trata-se de ondas planas eletromagnéticas com polarização RCP que se propagam na magnetosfera, com frequências entre centenas de Hz até alguns kHz (LAKHINA et al., 2010) e são formadas por conjuntos de sinais quase monocromáticos (SAZHIN; HAYAKAWA, 1992). Na sequência serão detalhados os mecanismos de geração das ondas *chorus* e as características de seu espectro de frequências.

A) Mecanismos de geração de ondas *chorus*

Dentro do cinturão de radiação, as ondas *whistler* são fortemente amplificadas de maneira não linear, quando a temperatura do plasma perpendicular ao campo magnético de fundo é superior à temperatura paralela (anisotropia de temperatura), gerando um sistema instável, que produz aumentos explosivos (*bursts*) de 0,1 s, conhecidas como ondas *chorus*. A geração de ondas *chorus* no cinturão de radiação externo é causada pela injeção de elétrons energéticos (com energias entre 1 e 100 keV) a partir da cauda e magnetosfera externa como consequência de subtempestades (KATOH et al., 2008). Tal processo é representado na Figura 3.15.

Figura 3.15 - Mecanismo de geração de ondas *chorus* causado pela injeção de *seed* elétrons energéticos na magnetosfera externa.



Fonte: Adaptado de Katoh et al. (2008).

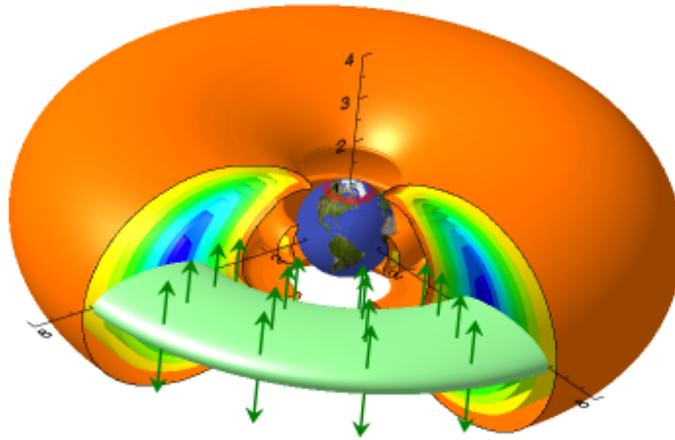
Especificamente, uma vez que existe anisotropia de temperatura perto do equador, as ondas modo *whistler* com propagação paralela ao campo magnético da Terra, recebem energia da *seed population* que atendem à condição de ressonância ciclotron, dada por

$$\omega - kv_{\parallel} = \frac{\omega_H}{\gamma}, \quad (3.53)$$

em que ω é a frequência da onda, k é o número de onda, v_{\parallel} é a velocidade do elétron paralela ao campo magnético da Terra. No lado direito encontra-se a frequência de ciclotron relativística, ω_H , e o fator de Lorentz, γ .

Este processo ocorre no equador magnético, tipicamente entre 4 e 10 R_E , como se ilustra na zona verde da Figura 3.16. As setas da Figura 3.16 indicam a propagação inicial das ondas em direção paralela ou antiparalela ao campo magnético da Terra.

Figura 3.16 - Zona equatorial onde as ondas *chorus* são geradas (em verde claro). Sua propagação é paralela ou antiparalela ao campo geomagnético, indicada pelas setas.



Fonte: University of Calgary (2019).

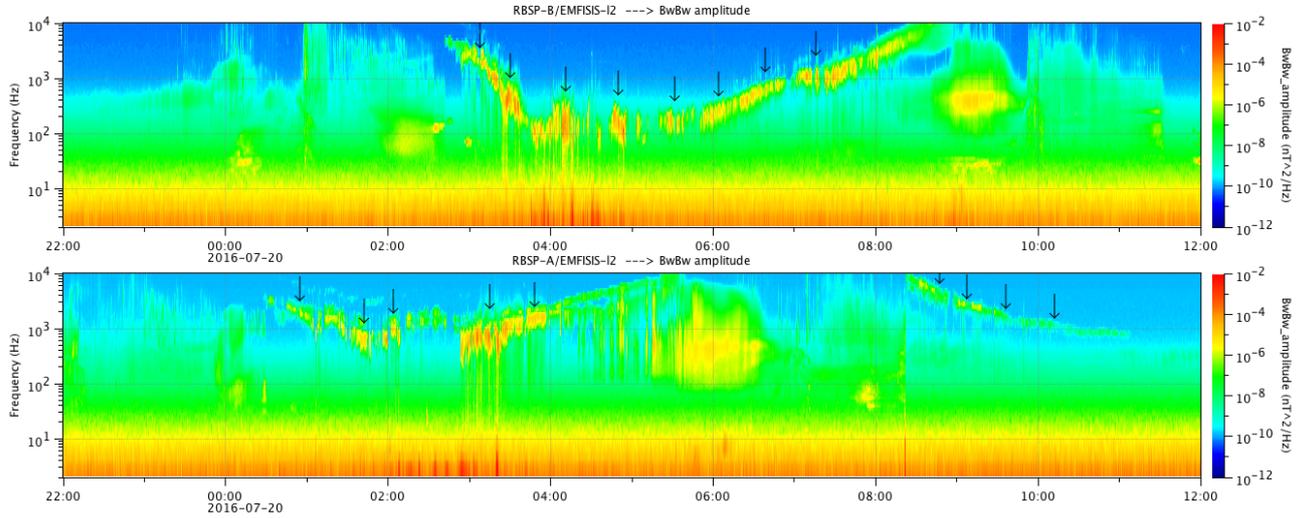
B) Espectro de ondas *chorus*

O espectro das ondas *chorus*, pode ser formado por frequências que aumentam com o tempo (do inglês, *rising tones*), ou que diminuem com o tempo (do inglês, *falling tones*) ou uma combinação de ambas. A partir dos resultados obtidos por Li et al. (2011), conclui-se que é provável que os *rising tones* sejam alinhados ao campo, enquanto os *falling tones* são geralmente oblíquos. Além disso, os *rising tones* são mais frequentes, tanto no lado diurno como no noturno e de maior amplitude que os *falling tones* (LI et al., 2011). Quanto a ocorrência noturna, pode-se observar que os *falling tones* são observados da meia-noite até meio-dia, e os *rising tones* se estendem ainda mais no período da tarde.

A Figura 3.17 apresenta um exemplo de espectrograma de onda *chorus* modo *whistler*. As informações usadas aqui correspondem aos dados obtidos do instrumento EMFISIS a bordo das sondas Van Allen em 20 de julho de 2016, entre 2:00 e 12:00 UT. Observe as intensas variações de tons das setas e que as ondas *chorus* são encontradas concentradas em uma faixa de frequência de centenas Hz até dezenas de kHz. No espectro é possível observar a dependência da frequência com o campo

magnético da Terra.

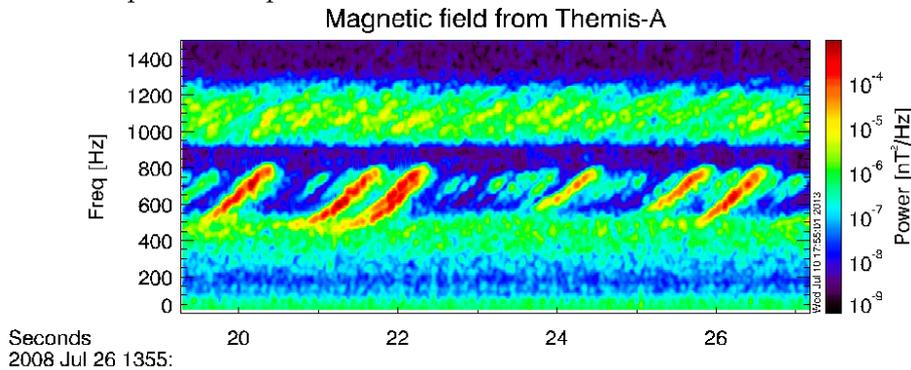
Figura 3.17 - Espectro de ondas *chorus* obtido com dados das sondas A e B da missão Van Allen Probes entre 2:00 e 12:00 UT de 20 de julho de 2016.



Fonte: Produção do autor.

Outro exemplo que permite observar em detalhes as ondas *chorus* é ilustrado na Figura 3.18. Os dados foram obtidos a partir de Themis-A em 26 de julho de 2008. A partir dessa Figura é observado a ocorrência de *falling tones*, seguidos por *rising tones*.

Figura 3.18 - Espectro de ondas *chorus* obtido com dados Themis-A. Os dados são obtidos perto do equador a 8 raios Terrestre e MLT = 15.



Fonte: University of Calgary (2019)

Diferentemente do exemplo anterior, o eixo temporal (abscissa) é em segundos, por esse motivo a existência de elementos de *chorus* é claramente observada. A banda baixa está entre 400 e 800 Hz, nessa faixa as emissões de ondas de *chorus* têm frequências abaixo da metade da frequência de giro, que neste caso é igual a 1800 Hz. Em 900 Hz, há um *gap* de emissões, o que corresponde à metade da frequência de giro. Entre 900 e 1200 Hz estão as ondas *chorus* da banda superior, que são caracterizadas por serem *rising tones* mais fracos.

A partir do desenvolvimento teórico das ondas em plasmas frios deste capítulo, obteve-se uma expressão para o índice de refração e as razões de polarização. Com isso, foram definidas as relações entre as componentes do campo eletromagnético da onda *chorus* que se propaga pela magnetosfera da Terra. Uma vez que as frequências típicas deste tipo de ondas na magnetosfera oscilam entre 1 e 5 *kHz*, é possível definir o índice de refração para diferentes valores de MLT e L, por exemplo para os valores relacionados com o evento descrito por [Alves et al. \(2016\)](#), com MLT= 4 e 8, na região $5 < L < 6$, conforme foram obtidos os resultados na Figura 3.12.

Os resultados serão utilizados para calcular o movimento de um elétron em um campo magnético dipolar perturbado por uma onda *chorus*, para o evento descrito no Capítulo 5.

4 PARTÍCULAS CARREGADAS EM CAMPO MAGNÉTICO DIPO-LAR

Neste capítulo é apresentada a teoria referente ao movimento de partículas carregadas em um plasma sujeito a um campo magnético dipolar e serão apresentados os resultados obtidos a partir da solução numérica das equações de movimento de partículas relativísticas carregadas em um campo magnético dipolar. Cada um dos movimentos será caracterizado em função dos diferentes parâmetros usados para as partículas.

Em uma primeira etapa, as equações dos princípios físicos serão apresentadas. Posteriormente, a teoria do código utilizado para obter as trajetórias será explicado. Finalmente, são apresentados os resultados, ou seja, a solução numérica para elétrons e prótons, além de sua validação através de comparação com a literatura.

4.1 Trajetória de partículas carregadas em um campo magnético dipolar não perturbado

A descrição do movimento de uma partícula energética relativística em um campo magnético aproximadamente dipolar, considerando o campo elétrico nulo é dada pela equação de Newton-Lorentz

$$m \frac{d(\gamma \vec{v})}{dt} = q \vec{v} \times \vec{B}_{dip}, \quad (4.1)$$

em que \vec{v} é a velocidade da partícula definida como

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad (4.2)$$

$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$ é a posição da partícula, m e q são a massa de repouso e a carga da partícula, respectivamente, γ é o fator de Lorentz e \vec{B}_{dip} é a aproximação dipolar do campo magnético da Terra. Em coordenadas cartesianas, o campo magnético dipolar é dado por

$$\vec{B}_{dip} = \frac{B_0 R_0^3}{r^5} [3xz\hat{x} + 3yz\hat{y} + (2z^2 - x^2 - y^2)\hat{z}], \quad (4.3)$$

em que $B_0 = 3,07 \times 10^{-5} T$ é o campo magnético total, na superfície da Terra, e r é o módulo de \vec{r} (ÖZTÜRK, 2012).

Na Equação 4.1, considerou-se o campo elétrico nulo, devido ao fato de que o estudo está orientado à zona do cinturão de radiação, região na qual o plasma se encontra

confinado. Se o campo elétrico não é nulo, então ele pode ser dividido em duas componentes, uma paralela (\vec{E}_{\parallel}) e outra perpendicular (\vec{E}_{\perp}) ao campo magnético. Se a componente paralela é distinta de zero, então as partículas são aceleradas eliminando a condição de confinamento do plasma.

Para resolver o sistema de equações diferenciais ordinárias acopladas dado pelas Equações 4.1 e 4.2, é preciso conhecer os coeficientes, as condições iniciais e de contorno. A solução pode ser obtida utilizando diversos métodos numéricos. Para o desenvolvimento deste trabalho foi utilizado o algoritmo de Boris (BORIS, 1970), devido a sua excelente precisão para grandes intervalos temporais (QIN et al., 2013). Os fundamentos teóricos serão detalhados na sequência.

4.1.1 Algoritmo de Boris: partícula sem perturbação

O algoritmo de Boris é amplamente utilizado em simulações de movimento de partículas em plasmas magnetizados (QIN et al., 2013). Este algoritmo está baseado no método de leap-frog (BORIS, 1970), método explícito, que diferente do método implícito (exemplo: método de Euler) utiliza o valor da força no tempo anterior ao que é feito o cálculo, sendo assim mais simples e rápido. Através deste método, obtém-se a solução da equação de movimento de Newton-Lorentz (ZENITANI; UMEDA, 2018; BIRDSALL; LANGDON, 2004).

A seguir serão detalhadas as equações envolvidas para obter a solução numérica. Para cada partícula, escrevem-se duas equações diferenciais, a equação 4.2 e

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}, \quad (4.4)$$

em que \vec{F} , a força exercida sobre a partícula.

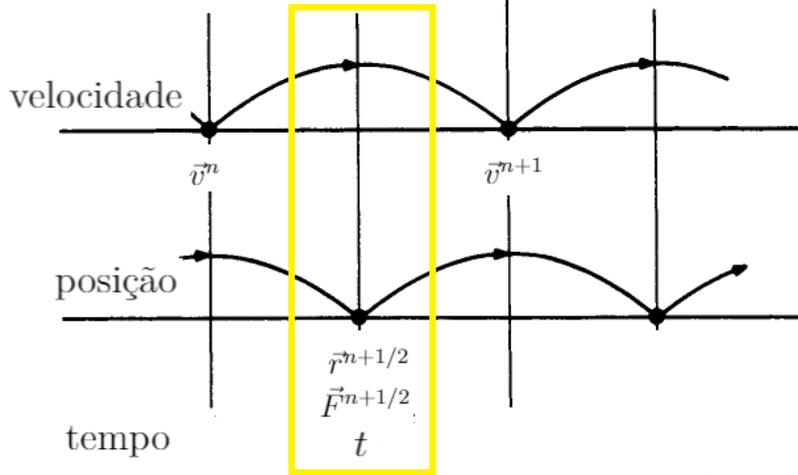
Para solucionar o sistema de equações formado pelas Equações 4.4 e 4.2 é utilizado o método de Leap-frog ilustrado na Figura 4.1, em que t é o tempo e n o passo temporal. De acordo com a notação deste método, a Equação 4.4, centrada no tempo t , pode-se escrever de forma discreta como:

$$m \frac{\vec{v}^{n+1} - \vec{v}^n}{\Delta t} = \vec{F}^{n+1/2}, \quad (4.5)$$

com as mesmas considerações, a Equação 4.2 é

$$\vec{v}^n = \frac{\vec{r}^{n+1/2} - \vec{r}^{n-1/2}}{\Delta t}. \quad (4.6)$$

Figura 4.1 - Esquema do método de integração de *leap frog*.



Fonte: Adaptada de Birdsall e Langdon (2004).

Considerando que a força \vec{F} depende dos campos eletromagnéticos e \vec{v} é a velocidade efetiva, substituindo na Equação 4.5, obtém-se:

$$m \frac{\vec{v}^{n+1} - \vec{v}^n}{\Delta t} = q(\vec{E}^{n+1/2} + \vec{v}^{n+1/2} \times \vec{B}^{n+1/2}), \quad (4.7)$$

Para partículas relativísticas, $\vec{u} = \gamma \vec{v}$, m corresponde à massa em repouso, q é a carga, γ é o fator de Lorentz, \vec{E} e \vec{B} são os campos elétrico e magnético, respectivamente. Considerando a definição de \vec{u} , pode-se escrever:

$$m \frac{\vec{u}^{n+1} - \vec{u}^n}{\Delta t} = q(\vec{E}^{n+1/2} + \vec{v}^{n+1/2} \times \vec{B}^{n+1/2}). \quad (4.8)$$

O método de Boris separa as forças elétrica e magnética da seguinte forma:

$$\vec{u}^- = \vec{u}^n + \varepsilon \Delta t, \quad (4.9)$$

$$\vec{u}^+ = \vec{u}^{n+1} - \varepsilon \Delta t, \quad (4.10)$$

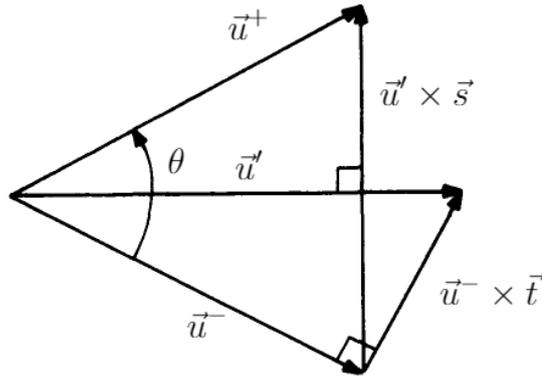
$$\frac{\vec{u}^+ - \vec{u}^-}{\Delta t} = \frac{q}{m} (\vec{v}^{n+1/2} \times \vec{B}^{n+1/2}), \quad (4.11)$$

em que $\varepsilon = (q/2m)\vec{E}^{n+1/2}$ e \vec{u}^- e \vec{u}^+ são dois valores intermediários.

O lado direito da Equação 4.11 mostra que existe uma rotação do sistema que é resultante do produto vetorial, por essa razão, os valores de \vec{u}^+ são definidos em

termos do ângulo θ de fase da rotação. Para se determinar qual é o ângulo de fase correto da rotação θ deve ser próximo a $\omega_H \Delta t$, em que ω_H é a frequência de giro, dada por qB/m (BIRDSALL; LANGDON, 2004).

Figura 4.2 - Representação dos vetores velocidade no plano do espaço perpendicular ao campo magnético.



Fonte: Adaptada de (BIRDSALL; LANGDON, 2004).

A Figura 4.2 permite visualizar as relações vetoriais.

$$\left| \tan \frac{\theta}{2} \right| = \left| \frac{\vec{u}_{\perp}^{+} - \vec{u}_{\perp}^{-}}{\vec{u}_{\perp}^{+} + \vec{u}_{\perp}^{-}} \right| = \frac{qB\Delta t}{2m\gamma} = \frac{\omega_H \Delta t}{2}. \quad (4.12)$$

Usamos $\tan(\theta/2)$ nas equações para obter $\cos(\theta)$ e $\sin(\theta)$ para definir a rotação

$$\vec{t} = -\tan \frac{\theta}{2} \hat{b} \quad (4.13)$$

em que $\hat{b} = \vec{B}/B$ é um vetor unitário. Obtém-se:

$$\vec{s} = -\sin(\theta) \hat{b} = \frac{2\vec{t}}{1+t^2}, \quad (4.14)$$

$$c = \cos(\theta) = \frac{1-t^2}{1+t^2}. \quad (4.15)$$

Se \vec{E} , \vec{B} e \vec{u} têm três componentes, pode-se definir a velocidade em função de \vec{t} e \vec{s}

$$\vec{u}' = \vec{u}^{-} + \vec{u}^{-} \times \vec{t}, \quad (4.16)$$

$$\vec{u}^+ = \vec{u}^- + \vec{u}' \times \vec{s} \quad (4.17)$$

Com isso, são obtidas todas as equações para a implementação numérica do algoritmo de Boris.

A seguir, são apresentados os resultados obtidos deste método numérico para diferentes casos de partículas relativísticas carregadas em um campo magnético dipolar não perturbado.

4.2 Trajetória de partículas carregadas em um campo magnético dipolar não perturbado

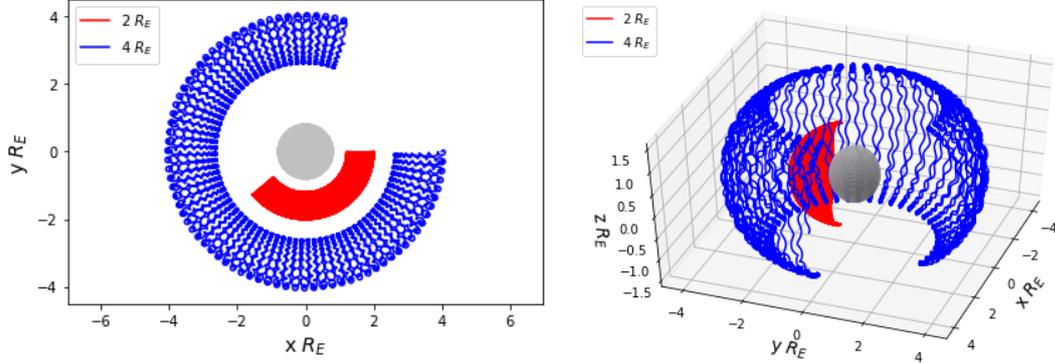
Para realizar o estudo do movimento de partículas carregadas em um campo magnético dipolar sem perturbação, utilizou-se o algoritmo de Boris mencionado anteriormente. A metodologia envolveu as seguintes etapas:

- Solução numérica: Nesta primeira etapa, foi obtida a trajetória de um próton em um campo magnético dipolar sem perturbação por meio de um código desenvolvido em *Python* e baseado no algoritmo de Boris;
- Validação do código: Na segunda fase, realizou-se a validação do código do algoritmo de Boris, comparando com os resultados obtidos por Öztürk (2012);
- Aplicação do código: Uma vez validado o código, este foi utilizado para obter a trajetória de um elétron em um campo magnético dipolar para diferentes posições iniciais e energias.

4.2.1 Solução numérica utilizando o algoritmo de Boris

A primeira etapa para obter a solução numérica das Equações 4.1 e 4.2 consiste em resolvê-las para o caso de prótons, com energia de 10 *MeV*, *pitch angle* inicial de 30°, e posição inicial em $(2R_E, 0, 0)$ e $(4R_E, 0, 0)$. Os gráficos da Figura 4.3 mostram a trajetória de dois prótons, em duas e três dimensões no plano cartesiano, seguidos por um intervalo de 120 segundos. A solução das equações fornece as trajetórias, obtidas utilizando o algoritmo de Boris em *Python*, considerando os períodos usuais para os três movimentos de partículas carregadas no campo magnético da Terra. Este resultado possibilita comparar a solução obtida no presente trabalho com resultados da literatura, os quais são utilizados para validar o código desenvolvido a fim de aplicá-lo a solução de outros problemas.

Figura 4.3 - Trajetória de dois prótons obtidas com o algoritmo de Boris.



(a) Trajetória 2D no plano xy para dois prótons com posições iniciais de 2 e 4 R_E . (b) Trajetória 3D no plano xyz para dois prótons com posições iniciais de 2 e 4 R_E .

Fonte: Produção do Autor.

Em vermelho se mostra o próton que inicia em $(2R_E, 0, 0)$ e em azul o próton que inicia em $(4R_E, 0, 0)$. Em cor cinza é representada a posição da Terra. O movimento é quase helicoidal, e é possível observar o giro do próton ao redor da linha de campo, como também o *bounce* entre os dois pontos de espelhamento e quase um período de deriva completo.

4.2.2 Validação do código de Boris

Os resultados obtidos acima foram comparados com os obtidos por Öztürk (2012). Na Figura 4.4, está representada a trajetória obtida por Öztürk em azul e a obtida através do algoritmo de Boris em vermelho.

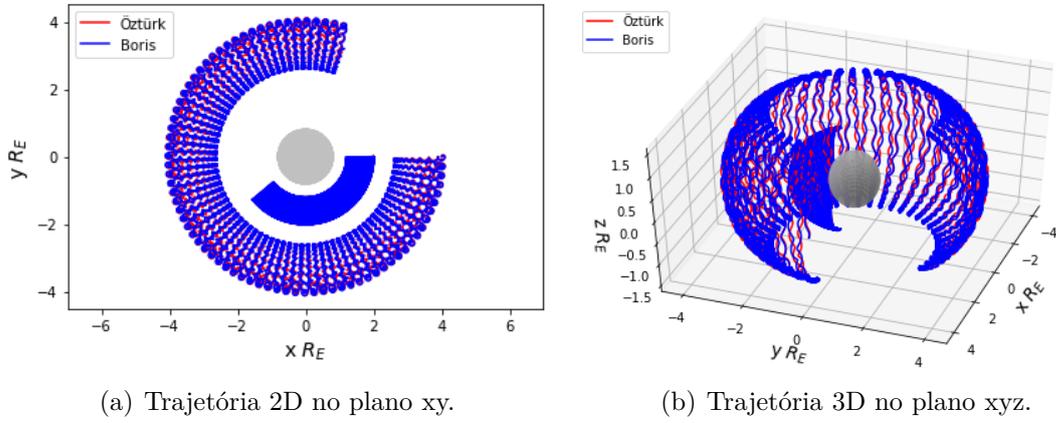
A diferença entre ambos resultados pode ser observada na Figura 4.5, em que a Figura 4.5 (a) representa a variação do módulo da posição dado pela Equação 4.18,

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (4.18)$$

calculada para cada ponto de ambos casos. Na Figura 4.5 (b), apresenta um zoom do gráfico da Figura 4.5 (a), em que pode-se observar as diferenças entre ambos resultados.

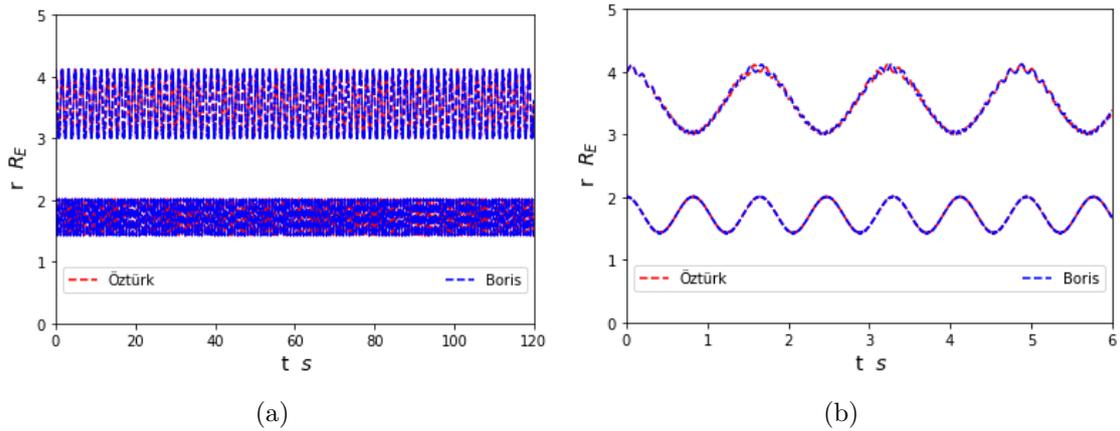
Na Tabela 4.1 são calculados os valores médios do erro relativo entre os dados da posição (\mathbf{r}) e a velocidade (\mathbf{v}) obtidos por Öztürk (2012) e o algoritmo de Boris.

Figura 4.4 - Comparação entre a trajetória obtida pelo método de Öztürk (2012) (vermelho) e Boris (azul), de dois prótons em um campo magnético dipolar.



Fonte: Produção do Autor.

Figura 4.5 - Comparação entre os valores de r obtidos com o método de Boris e Öztürk (2012).



Fonte: Produção do Autor.

A Tabela 4.2 apresenta as diferenças entre os períodos de *bounce* (τ_b), ciclotrônico (τ_c) e de deriva (τ_d) obtidos utilizando o algoritmo de Boris ao comparar com os dados de Öztürk (2012). Pode-se observar que a variação dos períodos de deriva entre os métodos empregados é pequena. Especificamente, a diferença percentual máxima acontece para o período ciclotrônico calculado em $L = 2R_E$ e tem um valor de $\sim 15\%$. Dessa forma, verifica-se que o código desenvolvido baseado no algoritmo de Boris reproduz os resultados esperados.

Tabela 4.1 - Erro relativo entre os resultados obtidos por Öztürk e o algoritmo de Boris.

Posição inicial	r (m)	r (Re)	v (m/s)
$2R_e$	$1,06 \times 10^3$	$1,66 \times 10^{-3}$	$-3,41 \times 10^3$
$4R_e$	$2,27 \times 10^4$	$3,56 \times 10^{-3}$	$-2,24 \times 10^3$

Tabela 4.2 - Período de *bounce*, ciclotrônico e de deriva obtidos por Öztürk (2012) e algoritmo de Boris para dois prótons com posição inicial de 2 e 4 R_E cada um com energia de 10 MeV em um campo magnético dipolar.

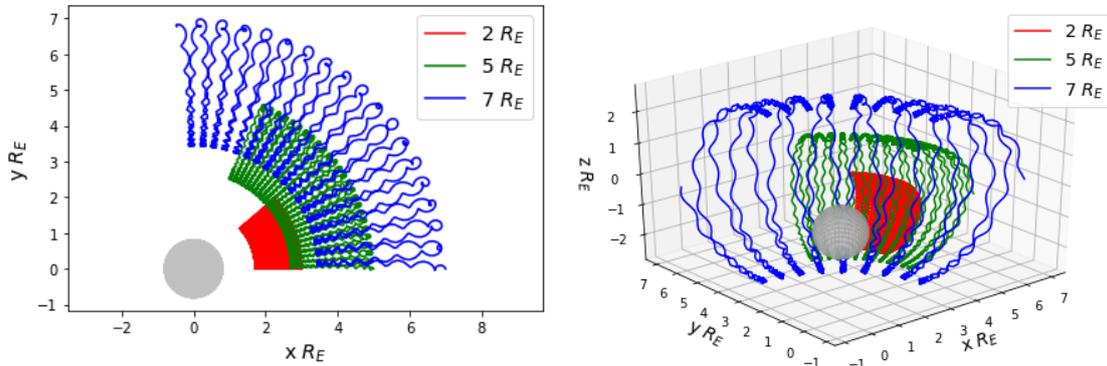
Posição inicial	Método	$\tau_b(s)$	$\tau_c(s)$	$\tau_d(s)$
$2R_e$	Öztürk	1,70	0,02	332
	Boris	1,52	0,02	310
$4R_e$	Öztürk	3,40	0,13	166
	Boris	3,04	0,14	155

4.2.3 Movimento de um elétron em um campo magnético dipolar não perturbado

O movimento de um elétron no campo magnético dipolar dependerá de diferentes condições iniciais como, por exemplo, a posição, a energia e o *pitch angle*. Dependendo de cada um desses valores, as trajetórias serão diferentes.

As Figuras 4.6, 4.7 e 4.8 mostram as trajetórias de 3 elétrons em duas e três dimensões, no plano cartesiano, com *pitch angle* inicial de 30° e energias de $2MeV$, $4MeV$ e $5MeV$, respectivamente. As trajetórias foram obtidas utilizando o algoritmo de Boris, em Python, validado anteriormente. Para cada caso, se considerou uma energia constante e a variação da posição inicial de cada próton em $(2R_E, 0, 0)$, $(5R_E, 0, 0)$ e $(7R_E, 0, 0)$.

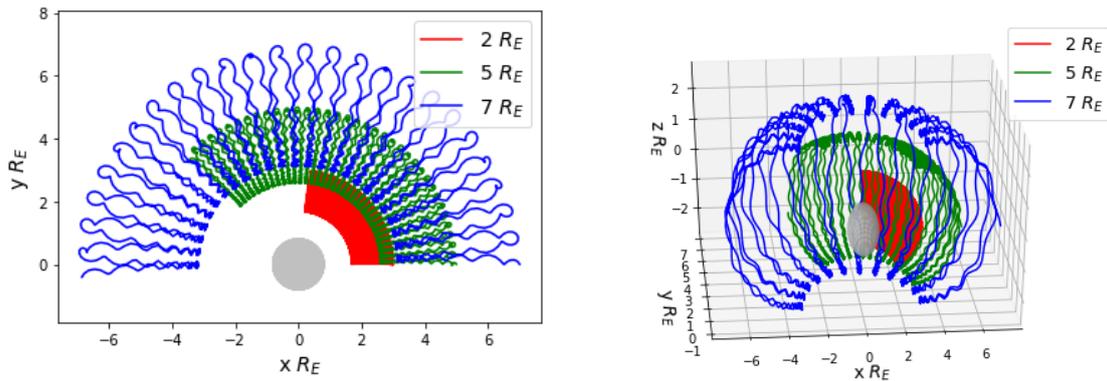
Figura 4.6 - Trajetória de três elétrons com energia 2 MeV , *pitch angle* inicial de 30° e posições iniciais de $2 R_E$, $5 R_E$ e $7 R_E$.



(a) Trajetória 2D no plano xy para três elétrons. (b) Trajetória 3D no plano xyz para três elétrons.

Fonte: Produção do autor.

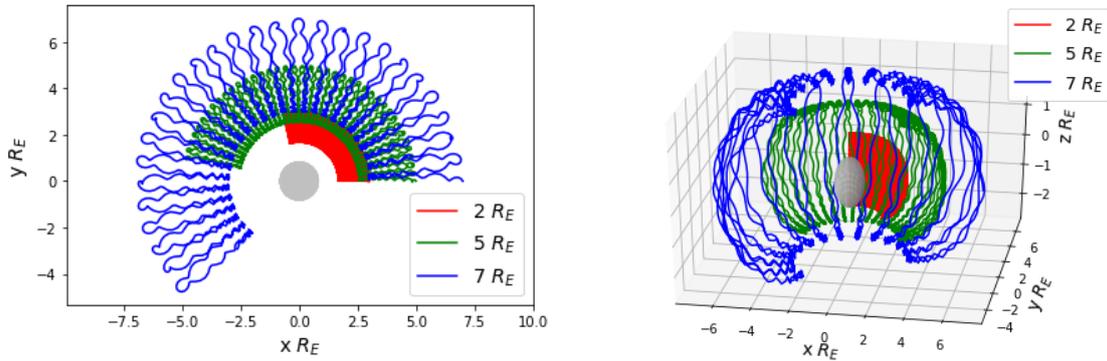
Figura 4.7 - Trajetória de três elétrons com energia 4 MeV , *pitch angle* inicial de 30° e posições iniciais de $2 R_E$, $5 R_E$ e $7 R_E$.



(a) Trajetória 2D no plano xy para três elétrons. (b) Trajetória 3D no plano xyz para três elétrons.

Fonte: Produção do autor.

Figura 4.8 - Trajetória de três elétrons com energia 7 MeV , *pitch angle* inicial de 30° e posições iniciais de 2 , 5 e $7 R_E$.

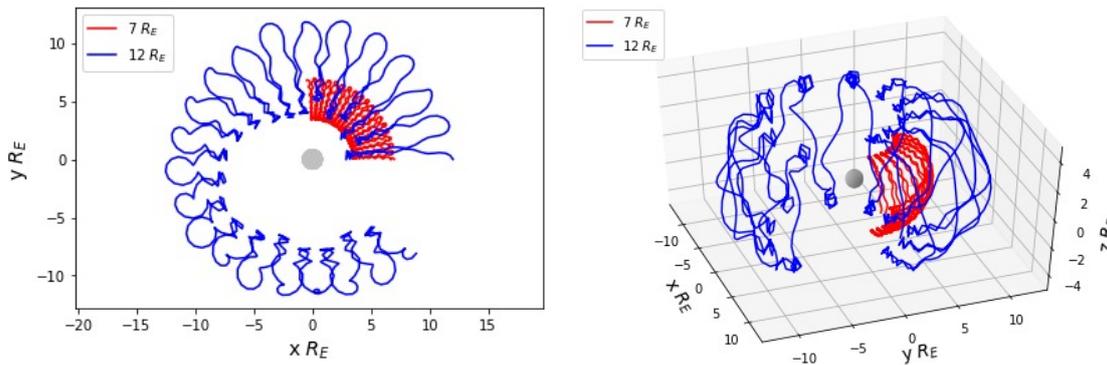


(a) Trajetória 2D no plano xy para três elétrons. (b) Trajetória 3D no plano xyz para três elétrons.

Fonte: Produção do autor.

Para alguns valores de energia, as partículas não conseguem ficar no campo magnético dipolar, conseqüentemente elas são perdidas. Isto é exemplificado nas Figuras 4.9, 4.10 e 4.11, nas quais é definido um *L-shell* limite para o aprisionamento.

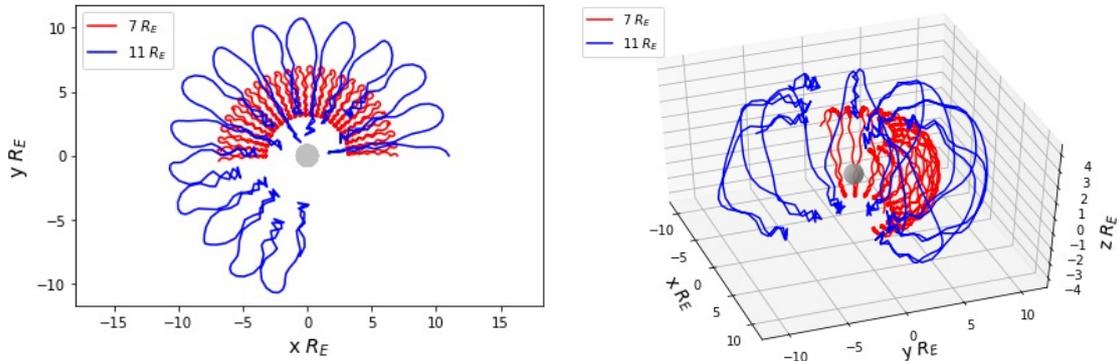
Figura 4.9 - Trajetória de dois elétrons com energia 2 MeV , *pitch angle* inicial de 30° e posições iniciais de 7 e $12 R_E$.



(a) Trajetória 2D no plano xy para dois elétrons. (b) Trajetória 3D no plano xyz para dois elétrons.

Fonte: Produção do autor.

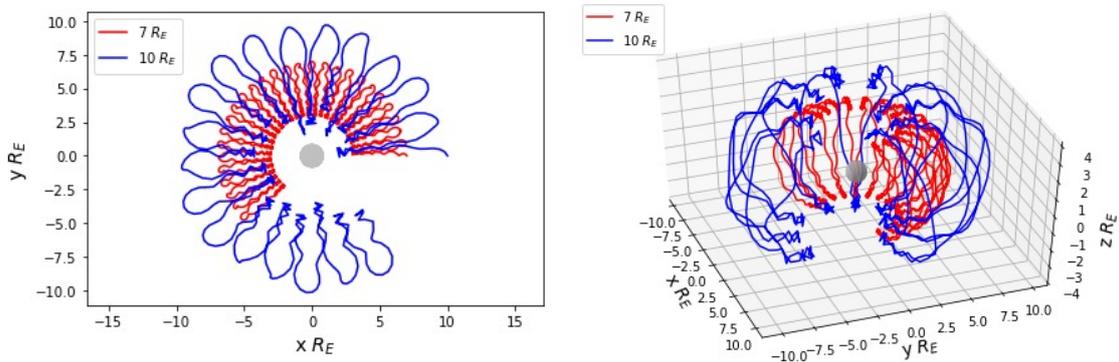
Figura 4.10 - Trajetória de dois elétrons com energia 4 MeV , $pitch \text{ angle}$ inicial de 30° e posições iniciais de 7 e $11 R_E$.



(a) Trajetória 2D no plano xy para dois elétrons. (b) Trajetória 3D no plano xyz para dois elétrons.

Fonte: Produção do autor.

Figura 4.11 - Trajetória de dois elétrons com energia 5 MeV , $pitch \text{ angle}$ inicial de 30° e posições iniciais de 7 e $10 R_E$.



(a) Trajetória 2D no plano xy para dois elétrons. (b) Trajetória 3D no plano xyz para dois elétrons.

Fonte: Produção do autor.

A partir dos resultados, pode-se observar que o aprisionamento da partícula diminui a partir de $L > 7R_E$, condição que depende da energia da partícula. Esta perda está ligada à violação do primeiro invariante adiabático.

Os resultados da Figuras 4.9, 4.10 e 4.11 são resumidos na Tabela 4.3, a partir da qual pode-se observar que para maiores energias o $L \text{ shell}$ limite é menor.

Tabela 4.3 - Variação do L-*shell* limite, para elétrons com diferentes energias.

Energia MeV	L-<i>shell</i> limite
2	12
4	11
5	10

Fonte: Produção do Autor.

5 PARTÍCULAS CARREGADAS EM CAMPO MAGNÉTICO DIPO-LAR PERTURBADO

Neste capítulo, é apresentado o desenvolvimento teórico da solução da equação de movimento considerando a interação onda-partícula para apenas uma partícula, conhecida na literatura com o termo *test-particle simulation*.

Uma breve descrição da interação entre uma partícula relativística e uma onda RCP será apresentada. A seguir é desenvolvido o fundamento teórico da abordagem simulação com partícula teste (do inglês *test particle simulation*), baseado nos trabalhos realizados por Bell (1984), Ristic-Djurovic (1994) e Bortnik (2004). No entanto, para compreender todas as aproximações levadas em conta e a interpretação física das variáveis foi necessário desenvolver os passos intermediários.

Neste contexto, se define a perturbação na equação de movimento, representada pelos campos eletromagnéticos da onda. Por outro lado, o campo magnético de fundo representa o campo magnético da Terra de aproximação dipolar. Uma vez definidos os campos, se procede a dividir a equação de movimento em três componentes utilizando o sistema cartesiano. O conjunto de equações pode ser simplificado fazendo uma mudança de variáveis. Para isso, o movimento é determinado pelas componentes paralela e perpendicular do momento e da fase. Além disso, são considerados apenas termos de ordem zero e primeira ordem sobre um período de giro da partícula. Mesmo com essas considerações, o sistema pode-se simplificar ao considerar apenas ondas com $\Psi = 0^\circ$, conhecidas como ondas *ducted*.

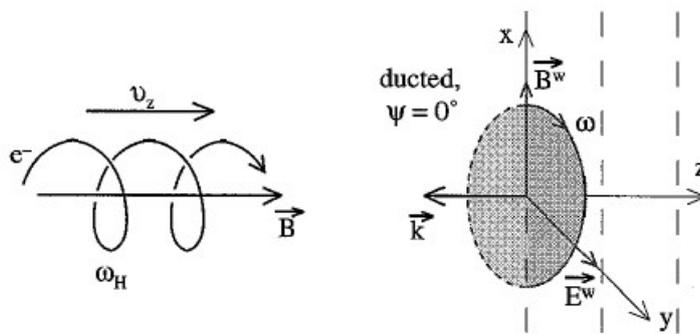
Dessa forma, consegue se obter um sistema de equações o qual é resolvido numericamente utilizando *Python*. O código é validado comparando com os resultados obtidos por Bortnik et al. (2008).

A partir das componentes paralela e perpendicular da velocidade, é possível obter a variação do *pitch angle*, a qual é importante para as análises de perdas de elétrons. Finalmente, as soluções foram aplicadas a um evento específico acontecido em 12 de setembro de 2014.

5.1 Interação onda partícula em um campo magnético dipolar

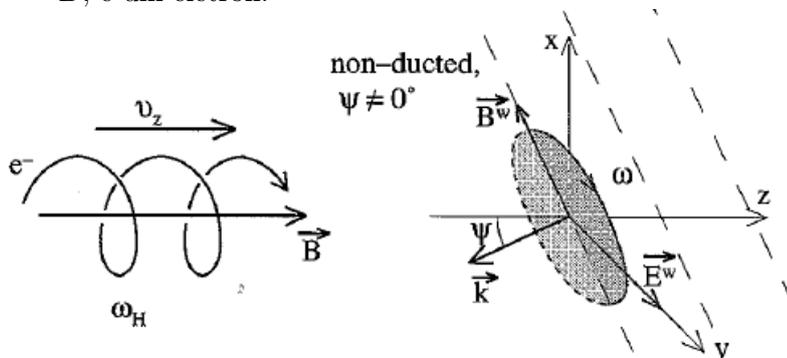
O cinturão de radiação externo é altamente dinâmico. Um dos mecanismos causadores da variação da população nesta zona é a interação onda-partícula. Quando isto acontece, o *pitch angle* e a energia da partícula variam devido aos campos eletromagnéticos da onda, o que pode causar perda de partículas. No caso de uma onda RCP, esta pode ter diferentes ângulos de propagação Ψ (ver Figura 3.1). Se $\Psi = 0^\circ$ a onda é chamada *ducted*, caso contrário a onda será classificada como *non-ducted*.

Figura 5.1 - Interação entre uma onda RCP, de propagação paralela ao campo magnético \vec{B} , e um elétron.



Fonte: Adaptada de Ristić-Djurović et al. (1998).

Figura 5.2 - Interação entre uma onda RCP, de propagação oblíqua ao campo magnético \vec{B} , e um elétron.



Fonte: Adaptada de Ristić-Djurović et al. (1998).

As Figuras 5.1 e 5.2 representam a interação onda-elétron, em que v_z é a velocidade do elétron paralela ao campo magnético \vec{B}_0 , ω_H é a frequência ciclotrônica do elétron, ω é a frequência da onda, \vec{B}^w e \vec{E}^w são os campos magnético e elétrico da onda, respectivamente.

5.1.1 Simulação com partícula teste

A seguinte abordagem está baseada na literatura para a interação onda-elétrons não relativísticos (BELL, 1984) e relativísticos (RISTIC-DJUROVIC, 1994). Neste caso, a equação de movimento não depende apenas do campo dipolar mas também dos campos elétrico \vec{E}^w e magnético \vec{B}^w da onda, então as equações 4.1 e 4.2 devem ser reescritas para conter os termos da interação. Além disso, a solução nesse caso deve ser da forma perturbada, porque a solução sem perturbação não se aplica para este problema. Desse modo, considerando os campos magnéticos da onda, para modificar a equação de movimento da seguinte forma

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -e \left(\vec{E}^w + \frac{\vec{p}}{m_e \gamma} \times (\vec{B}_E + \vec{B}^w) \right), \quad (5.1)$$

em que $\vec{p} = m_e \gamma \vec{v}$, \vec{B}_E é o campo magnético da Terra, \vec{E}^w e \vec{B}^w são os campos elétrico e magnético da onda, respectivamente, definidos nas Equações 3.44 e 3.45.

$$\vec{B}^w = \hat{x} B_x^w \cos \Phi + \hat{y} B_y^w \sin \Phi - \hat{z} B_z^w \cos \Phi,$$

$$\vec{E}^w = -\hat{x} E_x^w \sin \Phi + \hat{y} E_y^w \cos \Phi - \hat{z} E_z^w \sin \Phi,$$

Devido ao fato de as ondas *chorus* serem RCP, então é conveniente dividir em duas componentes de polarização circular e uma componente ao longo do eixo \hat{z}

$$\vec{B}^w = \vec{B}_R + \vec{B}_L - \hat{z} B_z^w \cos \Phi, \quad (5.2)$$

em que

$$\vec{B}_R = \frac{B_x^w + B_y^w}{2} (\hat{x} \cos \Phi + \hat{y} \sin \Phi). \quad (5.3)$$

$$\vec{B}_L = \frac{B_x^w - B_y^w}{2} (\hat{x} \cos \Phi - \hat{y} \sin \Phi). \quad (5.4)$$

\vec{B}_E é o campo magnético da Terra, na região equatorial, definido como

$$\vec{B}_E = \frac{B_0 \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda}}{L^3 \cos^6 \lambda}, \quad (5.5)$$

em que $B_0 = 3,12 \times 10^{-5} T$, λ é a latitude geomagnética e L é o parâmetro *L shell*. Supõe-se que o campo magnético \vec{B}_E varia lentamente ao longo da linha de campo (eixo z) e é localmente paralelo ao eixo z , e pode ser escrito como

$$\vec{B}_E = \vec{B}_{E\perp} + \vec{B}_{Ez} \quad (5.6)$$

em que

$$\vec{B}_{Ez} = \hat{z} B_{Ez} \quad (5.7)$$

$$\vec{B}_{E\perp} = \hat{x} B_{E\perp x} + \hat{y} B_{E\perp y} \quad (5.8)$$

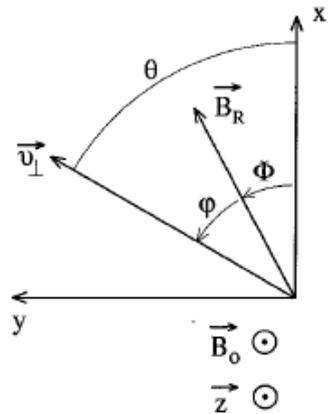
Substituindo na Equação 5.1 e separando por componentes, obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$\dot{p}_x = eE_x^w \sin \Phi - \frac{e}{m_e \gamma} [p_y (-B_z^w \cos \Phi + B_{Ez}) - p_z (B_y^w \sin \Phi + B_{E\perp y})] \quad (5.9)$$

$$\dot{p}_y = -eE_y^w \cos \Phi - \frac{e}{m_e \gamma} [-p_x (-B_z^w \cos \Phi + B_{Ez}) + p_z (B_x^w \cos \Phi + B_{E\perp x})] \quad (5.10)$$

$$\dot{p}_z = eE_z^w \sin \Phi - \frac{e}{m_e \gamma} [p_x (B_y^w \sin \Phi + B_{E\perp y}) - p_y (B_x^w \cos \Phi + B_{E\perp x})]. \quad (5.11)$$

Figura 5.3 - Relação geométrica entre a fase da onda Φ e a fase do elétron θ .



Fonte: Adaptada de Ristic-Djurovic (1994).

As Equações 5.9, 5.10 e 5.11 podem ser simplificadas quando são expressas em função da componente paralela do momento \vec{p}_z e perpendicular \vec{p}_\perp à linha de campo magnético da Terra. Para isso, se considera a onda RCP e as seguintes definições de ângulos de fase que são apresentadas na Figura 5.3:

$$p_x = p_\perp \cos \theta \quad (5.12)$$

$$p_y = p_\perp \sin \theta \quad (5.13)$$

$$\theta = \varphi + \Phi \quad (5.14)$$

em que surge a terceira coordenada φ . Na prática, se considera que $B^w/B_E \cong 10^{-4} - 10^{-5}$, $p_z/p_\perp \leq 10^3 - 10^4$, $E^w \sim cB^w/n$, $w/(kv_\perp) < 10^4 - 10^5$ (RISTIC-DJUROVIC, 1994) e considerando só os termos de ordem zero e de primeira ordem na equação da derivada de φ , obtém-se

$$\dot{\varphi} = \frac{\omega_H}{\gamma} - \omega - \frac{p_z}{m_e \gamma} k_z - \frac{1}{\gamma} A_1 \quad (5.15)$$

$$\dot{p}_z = \frac{1}{\gamma} \omega_2 p_\perp \sin(\varphi + 2\Phi) + \frac{1}{\gamma} \omega_1 p_\perp \sin \varphi + e E_z^w \sin \varphi - m_e A_2 \quad (5.16)$$

$$\dot{p}_\perp = -\omega_1 \left(\frac{p_z}{\gamma} + m_e R_1 \right) \sin \varphi - \omega_2 \left(\frac{p_z}{\gamma} - m_e R_2 \right) \sin(\varphi + 2\Phi) + m_e A_3 \quad (5.17)$$

em que

$$\omega_1 = \frac{e}{m_e} \frac{B_x^w + B_y^w}{2} \quad \omega_2 = \frac{e}{m_e} \frac{B_x^w - B_y^w}{2} \quad (5.18)$$

$$R_1 = \frac{E_x^w + E_y^w}{B_x^w + B_y^w} \quad R_2 = \frac{E_x^w - E_y^w}{B_x^w - B_y^w} \quad (5.19)$$

$$A_1 = \frac{e}{m_e} \frac{p_z}{p_\perp} (B_{E\perp x} \cos(\varphi + \Phi) + B_{E\perp y} \sin(\varphi + \Phi)) \quad (5.20)$$

$$A_2 = \frac{e}{m_e} \frac{p_\perp}{m_e \gamma} (B_{E\perp y} \cos(\varphi + \Phi) - B_{E\perp x} \sin(\varphi + \Phi)) \quad (5.21)$$

$$A_3 = \frac{e}{m_e} \frac{p_z}{m_e \gamma} (B_{E\perp y} \cos(\varphi + \Phi) - B_{E\perp x} \sin(\varphi + \Phi)) \quad (5.22)$$

Devido ao fato de nosso interesse estar na variação do *pitch angle* para elétrons ressonantes e as Equações 5.15, 5.16 e 5.17 incluírem a influência das forças devido ao campo \vec{E}^w e \vec{B}^w das ondas e a rotação em torno da linha de campo magnético

da Terra. Para isso, definem-se três novas variáveis:

$$\chi = \int k_x dx, \quad (5.23)$$

$$\eta = \varphi + \chi, \quad (5.24)$$

$$\sigma = \Phi + \varphi. \quad (5.25)$$

Calculando a média sobre um período de giro se obtém que

$$\eta \cong \underline{\eta} = \underline{\varphi}. \quad (5.26)$$

No caso específico de um elétron as equações de movimento são

$$\dot{\eta} = \frac{\omega_H}{\gamma} - \omega - \frac{p_z k \cos \Psi}{m_e \gamma} - \frac{1}{\gamma} \underline{A}_1, \quad (5.27)$$

$$\dot{p}_z = \omega_\tau^2 k_z^{-1} \sin \eta - m_e \underline{A}_2, \quad (5.28)$$

$$\dot{p}_\perp = - \left[\omega_1 \left(\frac{p_z}{\gamma} + m_e R_1 \right) J_0(\beta) - \omega_2 \left(\frac{p_z}{\gamma} - m_e R_2 \right) J_2(\beta) \right] \sin \eta + m_e \underline{A}_3. \quad (5.29)$$

Em que $\beta = (p_\perp k \sin \Psi) / (\omega_H \gamma m_e)$ e $J_0(\beta)$, $J_1(\beta)$ e $J_2(\beta)$ são as funções de Bessel de primeira espécie e ordem 0, 1 e 2 respectivamente. Em termos destas funções se determina o valor de ω_τ^2 da seguinte forma

$$\omega_\tau^2 = \omega_{\tau 0}^2 [J_0(\beta) - \alpha_1 J_2(\beta) + \gamma \alpha_2 J_1(\beta)], \quad (5.30)$$

$$\omega_{\tau 0}^2 = \frac{\omega_1 k_z v_\perp}{m_e}. \quad (5.31)$$

Nas Equações 5.27, 5.28 e 5.29, os termos \underline{A}_1 , \underline{A}_2 e \underline{A}_3 , são as médias de A_1 , A_2 e A_3 sobre um período de giro, sendo seus valores iguais a:

$$\underline{A}_1 = 0, \quad (5.32)$$

$$\underline{A}_2 = \frac{1}{\gamma m_e^2} \frac{p_\perp^2}{2\omega_H} \frac{\partial \omega_H}{\partial z}, \quad (5.33)$$

$$\underline{A}_3 = \frac{1}{\gamma m_e^2} \frac{p_\perp p_z}{2\omega_H} \frac{\partial \omega_H}{\partial z}. \quad (5.34)$$

Os valores de \underline{A}_1 , \underline{A}_2 e \underline{A}_3 representam o movimento da partícula sem perturbações, ou seja, campos eletromagnéticos da onda nulos. Substituindo estes valores e

utilizando a definição do momento para uma partícula relativística $p_z = m_e \gamma v_z$ e $p_\perp = m_e \gamma v_\perp$ nas equações de movimento, obtém-se

$$\dot{\eta} = \frac{\omega_H}{\gamma} - \omega - v_z k \cos \Psi, \quad (5.35)$$

$$\dot{v}_z = \frac{\omega_\tau^2 k_z^{-1}}{\gamma m_e} \sin \eta - \frac{v_\perp^2}{2\omega_H} \frac{\partial \omega_H}{\partial z}, \quad (5.36)$$

$$\dot{v}_\perp = -[\omega_1 (v_z + R_1) J_0(\beta) - \omega_2 (v_z - R_2) J_2(\beta)] \frac{\sin \eta}{\gamma} + \frac{v_z v_\perp}{2\omega_H} \frac{\partial \omega_H}{\partial z}. \quad (5.37)$$

As soluções das Equações 5.35, 5.36 e 5.37 definem o movimento de uma partícula que interage com uma onda. Esta onda pode ser *ducted* ou *non-ducted*, dependendo do ângulo entre o vetor de onda e o campo magnético \vec{B}_0 .

5.1.2 Equações de movimento de interação onda partícula para $\Psi = 0^\circ$ (Ondas *ducted*)

Como foi definido anteriormente, as ondas *ducted* são ondas que se propagam paralela ou antiparalelamente ao campo magnético \vec{B}_0 , ou seja $\Psi = 0^\circ$ e $\beta = 0$. Então as funções de Bessel para este caso são

$$J_0(0) = 1, \quad J_1(0) = J_2(0) = 0, \quad (5.38)$$

Essa condição resultará na eliminação de alguns termos das equações de movimento. Substituindo nas Equações 5.35, 5.36 e 5.37, obtém-se o seguinte sistema de equações simplificado

$$\dot{\eta} = \frac{\omega_H}{\gamma} - \omega - v_z k, \quad (5.39)$$

$$\dot{v}_z = \frac{\omega_1}{\gamma} v_\perp \sin \eta - \frac{v_\perp^2}{2\omega_H} \frac{\partial \omega_H}{\partial z}, \quad (5.40)$$

$$\dot{v}_\perp = -\frac{\omega_1}{\gamma} (v_z + R_1) \sin \eta + \frac{v_z v_\perp}{2\omega_H} \frac{\partial \omega_H}{\partial z}. \quad (5.41)$$

5.1.3 Variação temporal do *pitch angle*

Para determinar a precipitação de elétrons na magnetosfera como resultado da interação com a onda *chorus* é utilizada a variação temporal do *pitch angle* definida

por (BORTNIK, 2004) como:

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{\omega_\tau^2}{\gamma k_z v_\perp} \left(1 + \frac{\omega \cos^2 \alpha}{\omega_H - \omega} \right) \sin \eta + \frac{v_\perp}{2\omega_H} \frac{\partial \omega_H}{\partial z}. \quad (5.42)$$

Quando a onda é *ducted*, então ω_τ^2 é

$$\omega_\tau^2 = \omega_{\tau 0}^2 = \omega_1 k v_\perp. \quad (5.43)$$

Substituindo-se 5.43 na Equação 5.42, esta pode ser escrita como

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{\omega_1}{\gamma} \left(1 + \frac{\omega \cos^2 \alpha}{\omega_H - \omega} \right) \sin \eta + \frac{v_\perp}{2\omega_H} \frac{\partial \omega_H}{\partial z}. \quad (5.44)$$

5.1.4 Variação temporal da latitude em um campo magnético dipolar

De acordo com Maldonado (2018), para um dipolo, a latitude λ e a componente z da posição encontram-se relacionadas da seguinte forma:

$$\frac{dz}{d\lambda} = LR_E \cos \lambda \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda}, \quad (5.45)$$

considerando que z varia com o tempo

$$\frac{dz}{d\lambda} = \frac{dz}{dt} \frac{dt}{d\lambda} = v_z \frac{dt}{d\lambda}, \quad (5.46)$$

então

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{v_z}{LR_E \cos \lambda \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda}} \quad (5.47)$$

Este resultado é utilizado para obter a solução das equações de movimento da partícula em um campo magnético dipolar e a variação do *pitch angle* à medida que a latitude varia no tempo. Assim o sistema a resolver estará formado pelas Equações 5.39, 5.40, 5.41, 5.44 e 5.47.

Na seguinte seção serão aplicados os fundamentos teóricos desenvolvidos, com a finalidade de estudar o movimento de partículas relativísticas carregadas em um campo magnético dipolar perturbado pela ação de uma onda *chorus*.

5.2 Movimento de partículas carregadas em um campo magnético dipolar perturbado

Quando o sistema de equações formado pelas Equações 5.39, 5.40 e 5.41 é resolvido, obtém-se a variação dos parâmetros para cada elétron devido à interação com uma onda. Neste contexto, esta seção apresenta os resultados correspondentes a interações entre elétrons relativísticos e ondas *chorus* se propagando em direção paralela ao campo geomagnético ($\Psi = 0^\circ$), para diferentes parâmetros e condições iniciais. A metodologia envolveu as seguintes etapas:

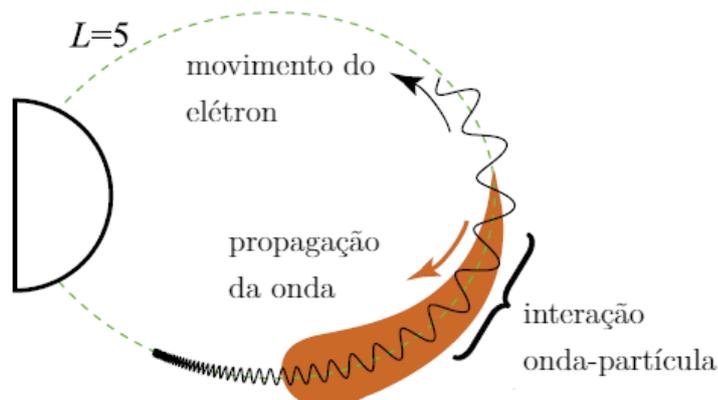
- Validação da Solução numérica: A solução numérica da equação de movimento foi obtida usando o módulo *Scipy* de *Python*, para um elétron relativístico em um campo magnético dipolar, perturbado por uma onda *chorus*. A validação do código foi feita comparando os resultados com os de Bortnik et al. (2008).
- Escolha de evento para o estudo: O evento selecionado corresponde a tempestade geomagnética acontecida em 12 de setembro de 2014 entre 21:25 até 22:00 UT.
- Aplicação do código: Finalmente aplicou-se a solução numérica para o evento citado no item anterior.

5.2.1 Validação do código desenvolvido em *Python*

Com a finalidade de comparar os resultados obtidos e assim validar o código, realizou-se a simulação da interação onda *chorus*-elétron para os dados analisados por Bortnik et al. (2008). Eles realizaram um estudo da interação onda-partícula na região geomagnética equatorial em $L = 5$, considerando a aproximação do campo geomagnético dipolar, que varia em função da latitude, e a onda eletromagnética se propagando paralelamente ao campo, ou seja, com ângulo $\Psi = 0^\circ$. O esquema da interação é ilustrado na Figura 5.4.

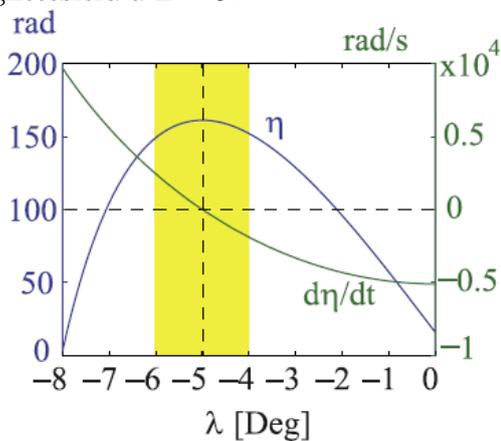
Nessa abordagem, a densidade do plasma é dada pela função desenvolvida por Denton et al. (2002a); $N_0 = N_{e0} \cos^{-4} \lambda$, em que $N_{e0} = 10 \text{cm}^{-3}$, a partir do qual o índice de refração tem um valor aproximado de 9. Considera-se que o pacote de onda é monocromático, de frequência 2kHz . A energia cinética inicial da partícula é 168,3 keV, $\alpha = 70^\circ$, $\eta = \pi$ e a latitude inicial $\lambda = -9^\circ$. O campo magnético total da onda é de 1,4 pT, a componente $B_y^w = 1 \text{pT}$ e o tempo total da simulação é de 80 ms. Os resultados obtidos por Bortnik et al. (2008) são ilustrados nas Figuras 5.5 e 5.6.

Figura 5.4 - Ilustração do movimento do elétron e a propagação da onda depois da interação.



Fonte: Adaptada de Bortnik et al. (2008).

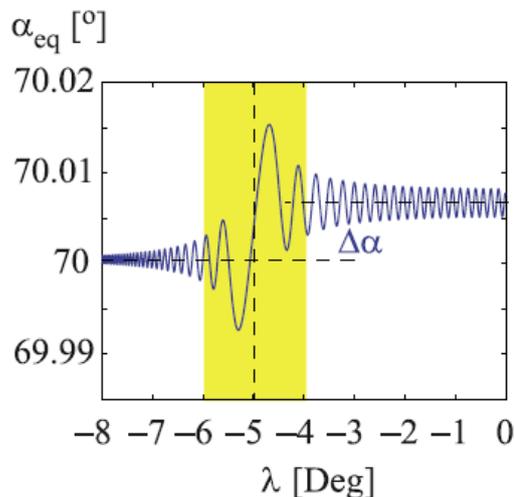
Figura 5.5 - Variação de η e sua derivada temporal $d\eta/dt$ com respeito à latitude magnética, para um elétron que interage com uma onda *chorus* na zona equatorial da magnetosfera a $L = 5$.



Fonte: Bortnik et al. (2008).

A Figura 5.5 representa a variação da fase e a derivada temporal desta entre as latitudes magnéticas de -8° e 0° . O valor máximo de η é maior do que 150 rad. Os valores de $d\eta/dt$ são da ordem de grandeza de 10^4 rad/s. Na Figura 5.6, é apresentada a variação do *pitch angle* na zona equatorial. Nesta Figura existe um mínimo em $\lambda \approx -5,5$ e um máximo em $\lambda \approx -4,4$.

Figura 5.6 - Variação do *pitch angle* com respeito à latitude magnética para um elétron que interage com uma onda *chorus* na zona equatorial da magnetosfera a $L = 5$.



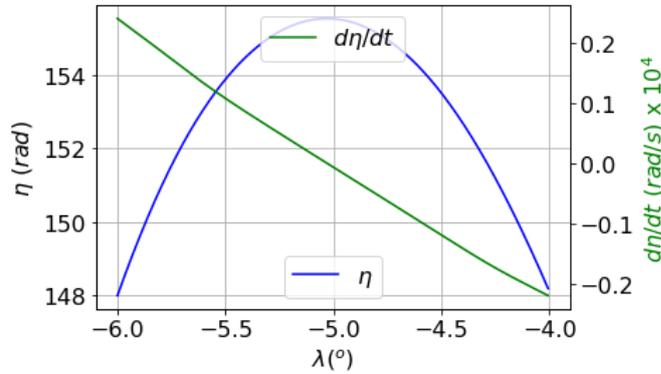
Fonte: Bortnik et al. (2008).

Nota-se que para ambas Figuras 5.5 e 5.6 é definida uma faixa amarela que representa a região em que inicia a oscilação produzida pela interação onda-partícula, ou seja, é nessa faixa que a condição $d\eta/dt = 0$ é satisfeita. A latitude onde isso acontece é $\lambda = -5^\circ$, $d\eta/dt \approx 0,25$ rad/s e $\alpha \approx 70^\circ$.

O programa desenvolvido em *Python*, no presente trabalho, resolve a equação do movimento para a condição de ressonância, ou seja, para o período correspondente ao movimento indicado pela faixa amarela nas Figuras 5.5 e 5.6. Desta forma, os parâmetros iniciais considerados por Bortnik et al. (2008) não são aplicáveis ao código construído. No entanto, é possível obter valores aproximados a partir das Figuras 5.5 e 5.6 no início da interação quando $\lambda = -6^\circ$, latitude $\eta \approx 148$ rad e $\alpha \approx 70^\circ$. Os resultados obtidos estão apresentados nas Figuras 5.7 e 5.8.

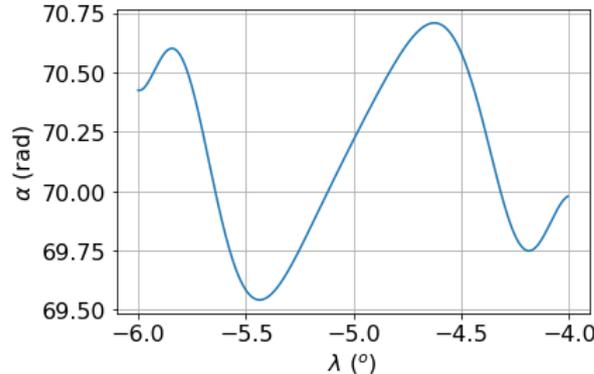
Verificamos que as aproximações feitas neste caso implicam em uma amplitude de variação de η , $d\eta/dt$ e α diferente daquelas obtidas por Bortnik et al. (2008), no entanto, a função é da mesma forma. Outro aspecto relevante no cálculo das variáveis é o tempo de simulação. Obteve-se empiricamente um período de simulação de 0,013 s com intervalos de 1×10^{-7} s, como sendo suficientes para obter gráficos com valores de ressonância (em $\lambda = -5^\circ$) similares aos obtidos por Bortnik et al. (2008). O intervalo de tempo escolhido encontra-se dentro de um valor razoável, pois na simulação de Bortnik et al. (2008) foi considerada para todo o movimento um intervalo de 0,08 s.

Figura 5.7 - Variação de η e sua derivada temporal $d\eta/dt$ em função da latitude magnética para um elétron que interage com uma onda *chorus* na zona equatorial da magnetosfera a $L = 5$.



Fonte: Produção do Autor.

Figura 5.8 - Variação do *pitch angle* em função da latitude magnética para um elétron que interage com uma onda *chorus* na zona equatorial da magnetosfera a $L = 5$.



Fonte: Produção do Autor.

A partir disso, pode-se considerar que o código é válido para estudar a zona de perturbação, no entanto para que os resultados sejam similares a outros obtidos com diferentes métodos ou medidas *in-situ*, devem ser considerados os valores temporais e as condições iniciais mais realista possíveis.

5.2.2 Escolha do evento e dados

Nesta seção, propõe-se aplicar o código validado anteriormente nas Equações 5.39, 5.40, 5.41, 5.44 e 5.47 a um evento real, com o objetivo de avaliar a perturbação produzida pelo campo magnético da onda na trajetória da partícula.

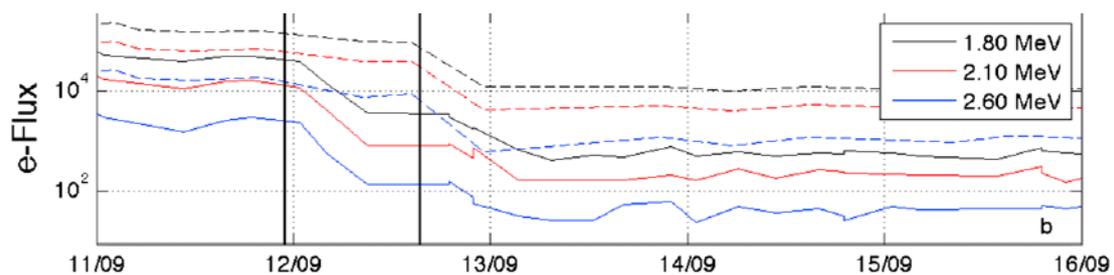
Figura 5.9 - Variação do índice SYM-H para o período entre 11 e 16 de setembro de 2014.



Fonte: Adaptada de Alves et al. (2016).

O evento de estudo tem relação com a chegada de uma CME no dia 10 de setembro de 2014. Essa CME atingiu a magnetosfera da Terra em 11 de setembro do mesmo ano, o que se pode observar na Figura 5.9 como um aumento súbito no valor do índice SYM-H. Como consequência, é observado uma tempestade geomagnética que ocorre em 12 de setembro, com um Dst mínimo igual a -75 nT (CHO et al., 2017), razão pela qual é considerada de intensidade moderada de acordo com a classificação de Gonzalez et al. (1994).

Figura 5.10 - Variação do fluxo de elétrons medido por REPT a bordo da sonda Van Allen A para o período entre 11 e 16 de setembro de 2014.



Fonte: Adaptada de Alves et al. (2016).

Em cada um desses eventos, ocorreu uma queda no fluxo de elétrons, ilustrada na Figura 5.10. No dia 12 de setembro de 2014, aconteceu a maior perda de elétrons relativísticos, por esta razão nosso trabalho estará baseado no estudo de esta data.

Na Tabela 5.1 são identificados os dados obtidos pela sonda Van Allen Probes A, no setor diurno entre 5 e 7 MLT, referente ao evento do 12 de Setembro de 2014 (ALVES et al., 2016). Espera-se que a geração das ondas *chorus* aconteça na região equatorial, ou seja, em torno a $\pm 2^\circ$ de latitude, para que possa ser detectada pela sonda Van Allen Probes A durante o evento. Os dados das variações do campo magnético da onda B^w e o campo magnético local B_0 durante o evento são mostrados na Tabela 5.1. Para fins de aplicação das soluções, considerou-se o máximo valor de $B^w = 1,16$ nT, o qual será utilizado como um dos parâmetros de entrada na simulação a seguir.

Tabela 5.1 - Campo magnético da onda B^w e campo magnético equatorial B_0 para a tempestade geomagnética ocorrida o 12 de setembro de 2014 entre 21:25 até 22:00 UT.

Tempo de inicio [UT]	B^w [nT]	B_0 [nT]
21:29:05,233	0,80	78
21:29:05,362	0,76	78
21:29:05,959	0,76	78
21:29:06,584	0,97	79
21:46:56,248	0,63	69
21:52:55,444	0,88	65
21:52:55,906	1,16	65
21:52:56,524	0,92	65
21:52:58,480	0,90	65
21:52:59,071	0,65	65
21:52:59,332	0,86	65

Fonte: Alves et al. (2016).

5.2.3 Movimento de um elétron em um campo magnético dipolar perturbado

Nesta etapa do trabalho, foram calculadas as soluções numéricas da equação de movimento para elétrons relativísticos com energia de 2 e 5 MeV, considerando os dados do evento descrito anteriormente, ou seja, latitude em torno de $\pm 2^\circ$. No entanto, devido ao fato de não existir informação detalhada de todos os parâmetros como $\eta_0 = \pi$ e $\alpha_0 = 90^\circ$, foram escolhidos valores similares a outros estudos (RISTIC-DJUROVIC, 1994; BORTNIK, 2004). A partir disso, considera-se que a propagação mantém um ângulo Ψ constante ao longo da linha de campo, igual a 0° , a interação ocorre em $L = 5,5$ e 6 e a latitude onde se observa a ressonância é $\lambda_{res} = -2^\circ$, para elétrons com *pitch angle* equatorial igual a 90° . Supõe-se que os campos eletromagnéticos

da onda permanecem constantes durante a interação, especificamente, a magnitude do campo magnético corresponde a 1,16 nT. Para contabilizar a variação em cada caso, foi determinado o valor quadrático médio ou rms (do inglês *root mean square*) definido como

$$\Delta\alpha_{rms} = \sqrt{\frac{\sum_i \Delta\alpha_i^2}{N}} \quad (5.48)$$

em que $\Delta\alpha$ é a variação do *pitch angle* ao respeito do valor inicial e N é a quantidade total de dados. A seguir, os resultados são divididos em duas seções: Caso A e B. O primeiro considera $L = 5,5$ e o segundo $L = 6$, ambos para $MLT = 6$.

Caso A: As Figuras 5.11, 5.12, 5.13 e 5.14 mostram a variação do *pitch angle* devido à interação entre um elétron e uma onda *chorus*. Para cada caso foram considerados valores distintos de energia da partícula e diferentes frequências da onda. A variação do índice de refração se apresenta na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Índice de refração para $L = 5,5$, $MLT = 6$ e distintas frequências da onda.

	f (k Hz)	n
MLT = 6	0,5	216,90
	1	162,15

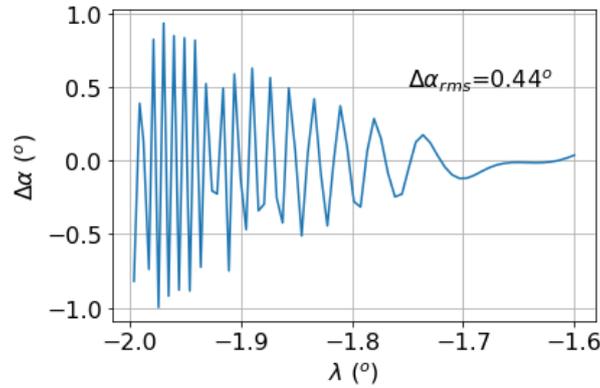
Os resultados apresentados nas Figuras 5.11 e 5.12 foram obtidos considerando a mesma frequência 0,5 kHz, índice de refração igual a 216,90 e distintas energias correspondentes a 2 e 5 MeV respectivamente. Como consequência, o valor de $\Delta\alpha_{rms}$ varia, de $0,44^\circ$ a $0,30^\circ$.

As Figuras 5.13 e 5.14 consideram a mesma frequência de 1 kHz e índice de refração igual a 162,15 e distintas energias correspondentes a 2 e 5 MeV respectivamente. Como consequência, o valor de $\Delta\alpha_{rms}$ varia de $0,30^\circ$ a $0,25^\circ$.

Pode se observar que para as Figuras 5.11 e 5.12 a maior amplitude da variação de $\Delta\alpha$ se concentram entre $-2,0^\circ$ e $-1,8^\circ$. No entanto, quando a frequência aumenta, no caso das Figuras 5.13 e 5.14 esse intervalo diminui e fica entre $-2,0^\circ$ e $-1,9^\circ$.

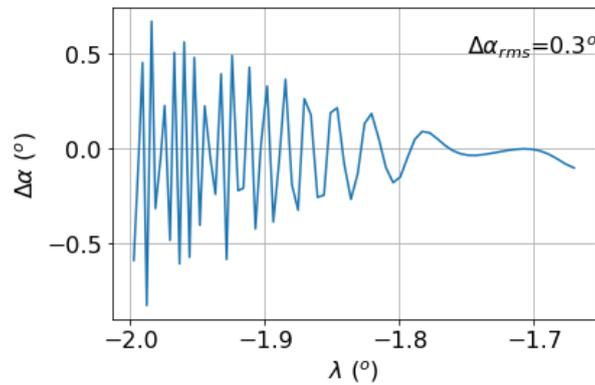
Caso B: Neste caso, os resultados da simulação numérica são apresentados nas Figuras 5.15, 5.16, 5.17 e 5.18 as quais mostram a variação do *pitch angle* devido à

Figura 5.11 - Variação do *pitch angle* em função da latitude λ para energia de 2 MeV, frequência de 0,5 kHz, MLT = 6 e L = 5,5 na região equatorial.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.12 - Variação do *pitch angle* em função da latitude λ para energia de 5 MeV, frequência de 0,5 kHz, MLT = 6 e L = 5,5, na região equatorial.

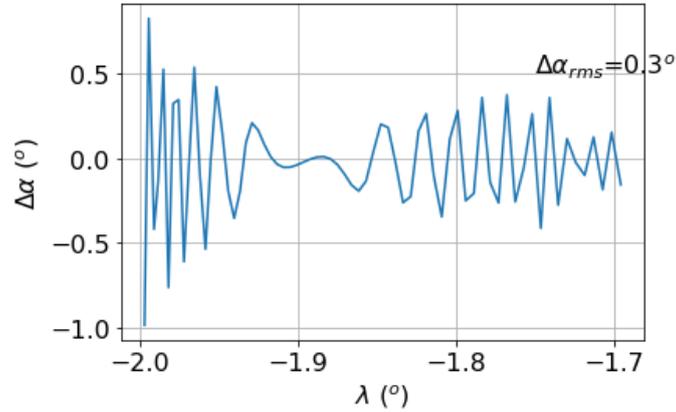


Fonte: Produção do autor.

interação entre um elétron e uma onda *chorus*. Semelhante ao caso anterior, foram considerados valores distintos de energia da partícula e diferentes frequências da onda. A variação do índice de refração é apresentada na Tabela 5.3.

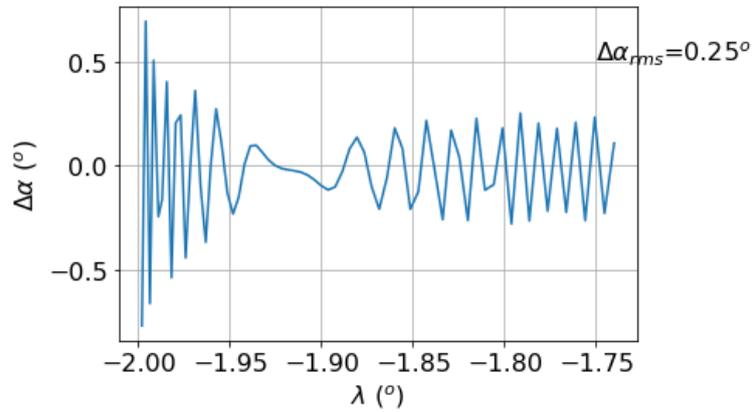
Similar aos casos anteriores, as Figuras 5.15 e 5.16 consideram frequência igual a 0,5 kHz e índice de refração de 243,65 para ambos, os valores de energia são 2 e 5 MeV respectivamente. O valor de $\Delta\alpha_{rms}$ varia, de 0,38° a 0,29°.

Figura 5.13 - Variação do *pitch angle* em função da latitude λ para energia de 2 MeV, frequência de 1 kHz, MLT = 6 e L = 5,5, na região equatorial.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.14 - Variação do *pitch angle* em função da latitude λ para energia de 5 MeV, frequência de 1 kHz, MLT = 6 e L = 5,5, na região equatorial.



Fonte: Produção do autor.

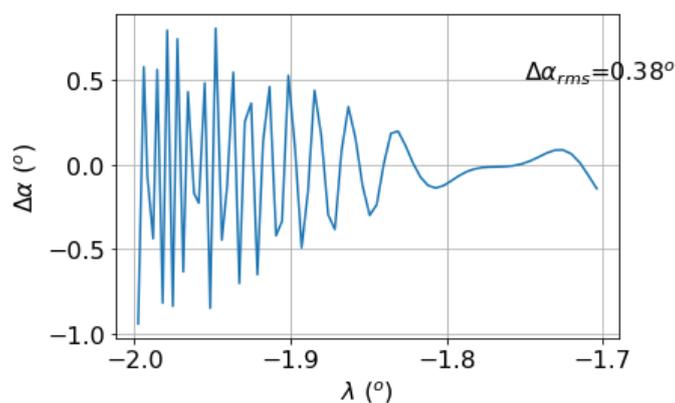
Para o caso das Figuras 5.17 e 5.18 a frequência é igual a 1 kHz e índice de refração é 185,91 e distintas energias correspondentes a 2 e 5 MeV respectivamente. O valor de $\Delta\alpha_{rms}$ varia de $0,32^\circ$ a $0,25^\circ$.

Tabela 5.3 - Índice de refração para $L=6$, $MLT=6$ e distintas frequências da onda.

	f (k Hz)	n
MLT = 6	0,5	243,65
	1	185,91

Fonte: Produção do autor.

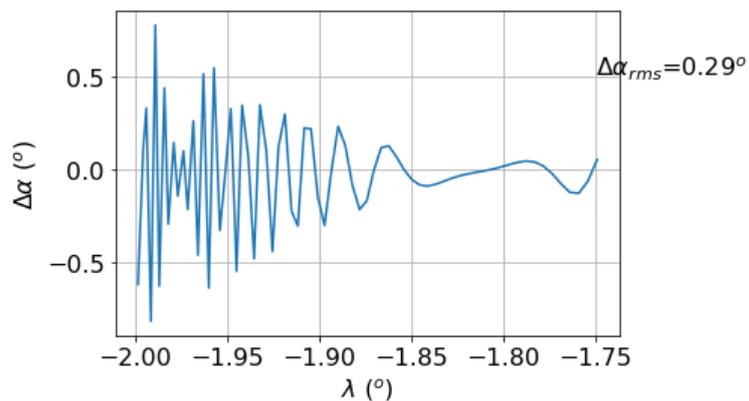
Figura 5.15 - Variação do *pitch angle* em função da latitude λ para energia de 2 MeV, frequência de 0,5 kHz, $MLT=6$ e $L=6$, na região equatorial.



Fonte: Produção do autor.

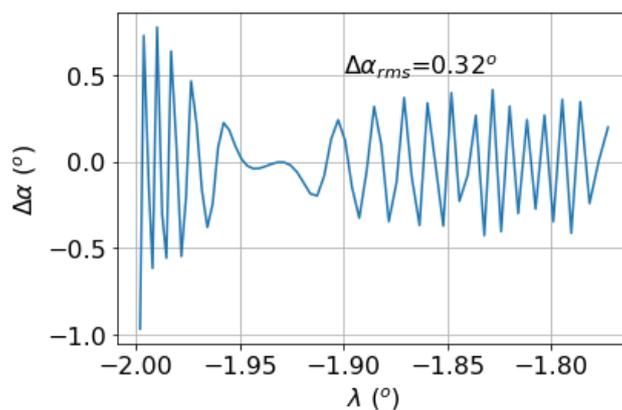
O parâmetro $\Delta\alpha_{rms}$ varia para cada caso e depende da energia e da frequência. Pode-se observar que os maiores valores de frequência e energia, estão relacionados com os menores valores de $\Delta\alpha_{rms}$. No entanto, ao comparar os valores de $\Delta\alpha_{rms}$ para distintos valores de L , mantendo constante os outros parâmetros, as variações não são significativas. Esse é o caso observado na comparação entre as Figuras 5.14 e 5.18.

Figura 5.16 - Variação do *pitch angle* em função da latitude λ para energia de 5 MeV, frequência de 0,5 kHz, MLT = 6 e L = 6, na região equatorial.



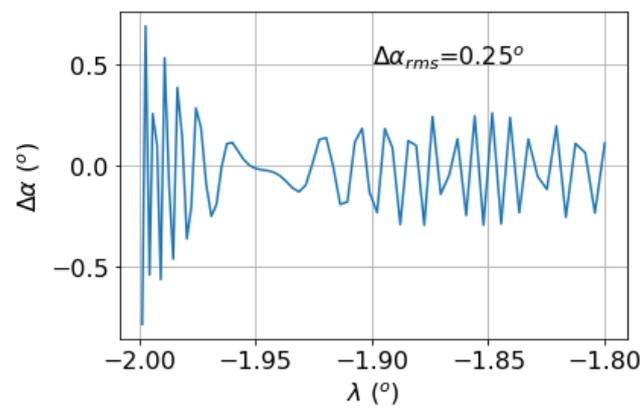
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.17 - Variação do *pitch angle* em função da latitude λ para energia de 2 MeV, frequência de 1 kHz, MLT = 6 e L = 6, na região equatorial.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.18 - Variação do *pitch angle* em função da latitude λ para energia de 5 MeV e frequência de 1 kHz, MLT = 6 e L = 6, na região equatorial.



Fonte: Produção do autor.

6 DISCUSSÕES

No Capítulo 3, foram desenvolvidas e estudadas as equações de ondas em plasma frio, para entender algumas características do ambiente em que as ondas de *chorus* se desenvolvem. A partir disso, foi possível obter a Equação 3.35 e sua solução, a Equação 3.43 que fornece o valor do índice de refração do meio. No entanto, esse parâmetro depende, entre outros fatores, da densidade de elétrons e da zona da magnetosfera em estudo. A região de estudo escolhida é o equador magnético, devido a que é a zona em que as ondas *chorus* são geradas pela injeção de partículas da cauda durante uma tempestade geomagnética. Foi utilizado o modelo Sandhu et al. (2016), que relaciona a densidade de elétrons com L e MLT, limitando a análise à região equatorial para L entre 4,5 e 9,5.

Os resultados obtidos são ilustrados nas Figuras 3.3 a 3.7, nas quais a latitude geomagnética varia entre -10° e 10° , a posição azimutal dada por MLT entre 0 e 22 e, a radial para L entre 5 e 9. Para realizar uma análise subsequente do índice de refração, Os dados de cada gráfico foram considerados e os valores estabelecidos entre -10° e 10° de latitude geomagnética para MLT e L fixo foram calculados como média. Os valores obtidos estão organizados na Tabela 3.1.

Na seção 3.2, é apresentado o código desenvolvido em Python com base nas soluções reais da Equação 3.43. O código é validado através da reprodução dos gráficos obtidos por Ristic-Djurovic (1994), mostrados nas Figuras 3.10 e 3.11. No capítulo 5, foram estudadas as ondas de propagação paralela ($\Psi = 0^\circ$), para L 5,5 e 6, na região com MLT 4 e 8 para um evento específico. Assim, o índice de refração é mostrado novamente em função da frequência associada aos parâmetros mencionados acima. O resultado é observado na Figura 3.12, na qual o índice de refração é quase idêntico para os mesmos valores de L, além de permanecer quase constante em determinadas faixas de frequência. A partir dessas observações, determinou-se que o intervalo de frequência de estudo é 0,5 e 1 kHz.

Deve-se notar que sempre que a onda é canalizada, as taxas de polarização serão 0 e 1, conforme ilustrado na Figura 3.11, independentemente da densidade do elétron.

No capítulo 4, as trajetórias para diferentes partículas relativísticas carregadas em um campo magnético dipolar foram obtidas usando o algoritmo Boris. Uma vez validado o código, comparado aos resultados obtidos por Öztürk (2012), foi utilizado para analisar o caminho de um elétron com energias de 2, 4 e 5 MeV e posições iniciais de $2R_E$, $5R_E$ e $7R_E$ com ângulo de inclinação inicial de 30° igual para todos os casos. Os resultados são mostrados nas Figuras 4.6 para 2 MeV, 4.7 para 4 MeV e 4.8 para

5MeV.

Pode-se observar que, para a condição inicial do $7 R_E$, a trajetória em cada caso está bem definida. No entanto, para valores iniciais maiores que $7 R_E$, a partícula perde a condição de aprisionamento. A partir da observação anterior, foi iniciado o teste da variação de trajetória para cada caso e, por inspeção visual, foi obtida a condição da posição inicial na qual a partícula começa a se perder. Isso é mostrado nas Figuras 4.9, 4.10 e 4.11, para as diferentes energias de 2, 4 e 5 MeV, respectivamente. A Tabela 4.3 resume os resultados obtidos e observa-se que, à medida que a energia aumenta, o L-shell limite é menor.

No capítulo 5, para obter a solução numérica da Equação 5.1, ela foi decomposta em três componentes, dados nas Equações 5.35, 5.36 e 5.37. Essas três últimas equações dependem, entre outros parâmetros, de Ψ , que define a relação entre o vetor de onda e o campo magnético de fundo, determinando dois tipos de classificação de onda, *ducted* (quando $\Psi = 0^\circ$) e *non-ducted* (quando $\Psi \neq 0^\circ$). Neste trabalho, apenas ondas *ducted* foram consideradas, através dessa condição, as razões de polarização são iguais a $\rho_1 = 0$, $\rho_2 = 1$, $\rho_{m1} = 0$ e $\rho_{m2} = 1$, as equações de Bessel são $J_0(0) = 1$, $J_1(0) = J_2(0) = 0$. Porque, ao multiplicar por zero, alguns termos são desconsiderados, as equações a serem resolvidas são simplificadas.

Para obter a solução geral para qualquer Ψ , as razões de polarização e as funções de Bessel serão diferentes de 0 e 1, obtendo soluções maiores e mais complexas que no caso de $\Psi = 0^\circ$. Após o desenvolvimento teórico da decomposição da Equação 5.1, o sistema de equações obtido das componentes foi resolvido numericamente usando o módulo *Scipy* de *Python*. A validação do código foi feita comparando com o trabalho de Bortnik et al. (2008). Porém, o código desenvolvido neste trabalho considera apenas o estudo da zona de interação, ou seja, quando considera-se que a condição de ressonância entre a onda e a partícula carregada. Isso causa dificuldades na obtenção da solução em toda a região estudada por Bortnik et al. (2008). Devido a essa limitação, as Figuras 5.7 e 5.8 se referem à região ressonante entre -6° e -4° de latitude.

A solução completa pode ser considerada como um trabalho futuro através da implementação de um código que inclui a solução executada na primeira parte do trabalho, com base no algoritmo de Boris, e a solução da zona de ressonância baseada em *Scipy*.

Após a validação do código, ele foi utilizado para analisar o evento ocorrido em 12 de setembro de 2014 com a finalidade de comparar com os resultados obtidos por

Alves et al. (2016). Considerou-se o valor do campo magnético medido localmente, com o qual foi obtida a variação do *pitch angle* em relação a 90° correspondente à *pitch angle* inicial do elétron relativístico. Os resultados são ilustrados para o caso A quando $MLT = 5,5$ nas Figuras 5.11 a 5.14 e o caso B correspondente a $MLT = 6$ nas Figuras 5.15 a 5.18, para diferentes frequências e energias. Em ambos os casos, foi considerado $L = 6$. No entanto, como os valores das variações do *pitch angle* são baixos, não é possível fazer uma comparação com os resultados obtidos por Alves et al. (2016). Por outro lado, pode-se observar que as variações do *pitch angle* dependem da frequência o que leva a diferentes valores da densidade média e, portanto, também do índice de refração. Assim, o resultado da variação do *pitch angle* dependerá das características físicas do meio onde ocorre a propagação da onda.

Durante a realização do mestrado, o programa desenvolvido abordou as variações de alguns parâmetros associados ao problema físico. No entanto, outras variáveis devem ser estudadas em profundidade, por exemplo, o intervalo de tempo e o número de etapas usadas na integração. Verificou-se que pequenas alterações nas configurações do programa, podem levar a grandes variações na solução das equações.

7 CONCLUSÕES

O objetivo principal deste trabalho é avaliar o movimento de uma partícula carregada, que se move com velocidade relativística, sob ação de um campo geomagnético dipolar, e como este movimento é alterado se o campo geomagnético estiver perturbado. Considerando o primeiro objetivo descrito, neste trabalho obteve-se a trajetória de uma partícula carregada, com energia relativística sob a ação de um campo magnético dipolar não perturbado. Para isso foi utilizada uma aproximação do centro de guia para desenvolver um código baseado no algoritmo de Boris (BORIS, 1970) o qual foi validado ao comparar com os resultados de Öztürk (2012). A aproximação de centro de guia é uma ferramenta importante para entender as aplicações da teoria básica do movimento de partículas carregadas em um campo magnético. A partir dos resultados aqui obtidos, pode-se dizer que o algoritmo é válido para estudar o movimento de partículas no campo magnético dipolar. Especificamente, para o caso de elétrons, é possível obter a trajetória sem modificação dos invariantes até $7 R_E$. As partículas com posição inicial maiores que $7 R_E$ podem não satisfazer a condição de aprisionamento e como consequência podem ser perdidas. Esta condição está ligada à violação do primeiro invariante adiabático (ver Figuras 4.9, 4.10 e 4.11). À medida que a energia varia, também muda a condição de aprisionamento, especificamente para maiores energias onde o *L shell* limite é menor (ver Tabela 4.3).

Para a segunda etapa do trabalho, o objetivo foi quantificar a variação na trajetória de uma partícula carregada, se movendo com velocidades relativísticas, que interage com uma onda tipo *chorus*. Para isso, foi desenvolvido um estudo analítico de ondas em plasma frio, com a finalidade de obter as variáveis que caracterizam o meio de propagação e os campos eletromagnéticos da onda. Neste contexto, foi obtida a densidade de elétrons que é um parâmetro fundamental na definição do índice de refração. A partir dos resultados, pode-se dizer que a densidade e o índice de refração variam dependendo da posição (L) em que são medidas, como se apresenta nas Figuras 3.8 e 3.9. Desta forma, torna-se possível achar as relações entre as componentes dos campos eletromagnéticos da onda a partir das razões de polarização, obtido no estudo de ondas em plasmas frios. Devido à complexidade para obter os parâmetros de interesse do meio e da onda (índice de refração e razões de polarização), os quais variam com o ângulo Ψ , diversas aproximações foram consideradas para a dedução das equações do movimento. Dessa forma os resultados obtidos no presente trabalho são considerados apenas quando as ondas *whistler*, no modo *chorus*, se propagam alinhadas ao campo magnético, chamadas ondas *ducted*, ou seja, para $\Psi = 0^\circ$. Assim,

se obteve um sistema de equações diferenciais que descrevem o movimento durante a interação onda-partícula, o qual foi solucionado numericamente utilizando o módulo *Scipy* de *Python*. A partir da validação do código, comparando com os resultados de Bortnik et al. (2008), é possível dizer que este só pode ser utilizado em latitudes perto da latitude de ressonância. No entanto, é importante enfatizar a importância do período de integração, pois pequenas variações deste valor, podem gerar grandes mudanças na simulação.

O código foi utilizado para avaliar a alteração do *pitch angle* durante a interação onda-partícula relacionada à perda de elétrons relativísticos do cinturão de Van Allen medida em 12 de setembro de 2014, registrada pela sonda Van Allen Probes A. Utilizando dados dos instrumentos a bordo dedicados à medida de campos eletromagnéticos da sonda, foi possível obter um valor aproximado da frequência da onda *chorus* durante a interação 0,5 kHz, a magnitude do campo magnético da onda 1,16 nT e do campo principal 65 nT. No entanto, com a finalidade de analisar a relação do resultado com a frequência, também foi considerada frequência igual a 1 kHz. Além desses, outros parâmetros importantes também foram obtidos a partir dos dados, tais como o *pitch angle* inicial igual a 90° , $MLT = 6$ (no intervalo de tempo da interação) e o ângulo de fase igual a π rad.

Para calcular a variação do *pitch angle*, foi considerado o valor $\Delta\alpha_{rms}$ como parâmetro de comparação. Desses resultados pode-se observar que a variação de $\Delta\alpha_{rms}$ está relacionada com a energia da partícula e frequência da onda. Após análise dos dados obtidos, para valores maiores de frequência e energia, verificou-se que o valor de $\Delta\alpha_{rms}$ é menor. Quando comparam-se resultados com L variável, por sua vez, não existem variações significativas de $\Delta\alpha_{rms}$ (ver Figuras 5.14 e 5.18). Em relação à análise do evento, pode-se verificar que o maior valor de $\Delta\alpha_{rms}$ apresenta-se com a partícula com energia de 2 MeV, na posição inicial de $L = 5,5$, $MLT = 6$, interagindo com uma onda com frequência igual a 0,5 kHz, neste caso $\Delta\alpha_{rms} = 0,44^\circ$. Obteve-se o menor valor de $\Delta\alpha_{rms}$ para dois casos com a mesma energia de 5 MeV, frequência de 1 kHz e diferente L de 5,5 e 6, para esses valores $\Delta\alpha_{rms} = 0,25^\circ$.

A partir dos resultados apresentados nos parágrafos anteriores e discutidos na seção 5, pode-se concluir que o estudo de simulações de interação entre o elétron relativístico e a onda *chorus* é crucial para interpretar a variação do *pitch angle* em diferentes eventos no cinturão de radiação, como medida de perda de partículas. Especialmente no cinturão de radiação externo, região que apresenta uma grande dinâmica. Nestes termos, podem ser considerados alguns promissores trabalhos fu-

turos relacionados ao estudo mais detalhado do movimento das partículas para o entendimento de diversos fenômenos que ocorrem nessa área, tais como a interação para ondas *chorus* oblíqua, e outros tipos de partículas. Além de analisar a variação de outros parâmetros que resultam da integração numérica da equação diferencial.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVES, L.; SILVA, L. D.; SOUZA, V.; SIBECK, D.; JAUER, P.; VIEIRA, L.; WALSH, B.; SILVEIRA, M.; MARCHEZI, J.; ROCKENBACH, M. Outer radiation belt dropout dynamics following the arrival of two interplanetary coronal mass ejections. **Geophysical Research Letters**, v. 43, n. 3, p. 978–987, 2016. xi, xiii, 3, 44, 69, 70, 79
- BAUMJOHANN, W.; TREUMANN, R. A. **Basic space plasma physics**. [S.l.: s.n.], 2012. 8
- BELL, T. F. The nonlinear gyroresonance interaction between energetic electrons and coherent vlf waves propagating at an arbitrary angle with respect to the earth's magnetic field. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, v. 89, n. A2, p. 905–918, 1984. 2, 3, 57, 59
- BIRDSALL, C. K.; LANGDON, A. B. **Plasma physics via computer simulation**. [S.l.: s.n.], 2004. 46, 47, 48
- BITTENCOURT, J. A. **Fundamentals of plasma physics**. [S.l.: s.n.], 2013. 2, 12, 25
- BORIS, J. P. Relativistic plasma simulation-optimization of a hybrid code. In: **CONFERENCE ON NUMERICAL SIMULATION OF PLASMAS**. [S.l.: s.n.], 1970. p. 3–67. 46, 81
- BORTNIK, J. **Precipitation of radiation belt electrons by lightning-generated magnetospherically reflecting whistler waves**. [S.l.: s.n.], 2004. 2, 3, 16, 17, 57, 64, 70
- BORTNIK, J.; THORNE, R.; INAN, U. S. Nonlinear interaction of energetic electrons with large amplitude chorus. **Geophysical Research Letters**, v. 35, n. 21, 2008. xi, xiii, 2, 3, 57, 65, 66, 67, 78, 82
- CHAPMAN, G. **Encyclopedia of planetary science, encyclopedia of Earth science**. [S.l.: s.n.], 1997. 8
- CHO, K.-S.; MARUBASHI, K.; KIM, R.-S.; PARK, S.-H.; LIM, E.-K.; KIM, S.-J.; KUMAR, P.; YURCHYSHYN, V.; MOON, Y.-J.; LEE, J.-O. Impact of the icme-earth geometry on the strength of the associated geomagnetic storm: the september 2014 and march 2015 events. **Journal of the Korean Astronomical Society**, v. 50, n. 2, p. 29–39, 2017. 69

- COSTA JÚNIOR, E.; SIMÕES JÚNIOR, F.; CARDOSO, F.; ALVES, M. O vento solar e a atividade geomagnética. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 33, n. 4, p. 4301, 2011. 5, 6, 7
- CUMMINGS, W.; O’SULLIVAN, R.; COLEMAN JUNIOR, P. Standing alfvén waves in the magnetosphere. **Journal of Geophysical Research**, v. 74, n. 3, p. 778–793, 1969. 29
- DENTON, R.; GOLDSTEIN, J.; MENIETTI, J. Field line dependence of magnetospheric electron density. **Geophysical Research Letters**, v. 29, n. 24, p. 58–1, 2002. 29, 65
- DENTON, R.; GOLDSTEIN, J.; MENIETTI, J.; YOUNG, S. Magnetospheric electron density model inferred from polar plasma wave data. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, v. 107, n. A11, p. SMP–25, 2002. 29
- DENTON, R.; MENIETTI, J.; GOLDSTEIN, J.; YOUNG, S.; ANDERSON, R. Electron density in the magnetosphere. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, v. 109, n. A9, 2004. 29
- ECHER, E. Magnetosferas planetárias. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 32, n. 2, p. 1–7, 2010. 6
- ELKINGTON, S. R.; HUDSON, M. K.; WILTBERGER, M. J.; LYON, J. G. Mhd/particle simulations of radiation belt dynamics. **Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics**, v. 64, n. 5-6, p. 607–615, 2002. 16
- EUROPEAN SPACE AGENCY - ESA. **Solar wind impact on the Earth’s magnetosphere**. 2019. Disponível em: <<https://sci.esa.int/web/cluster/-/45253-solar-wind-impact-on-the-earth-s-magnetosphere>>. 5
- FARLEY, T. The growth of our knowledge of the earth’s outer radiation belt. **Reviews of Geophysics**, v. 1, n. 1, p. 3–34, 1963. 8
- GANUSHKINA, N. Y.; DANDOURAS, I.; SHPRITS, Y.; CAO, J. Locations of boundaries of outer and inner radiation belts as observed by cluster and double star. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, v. 116, n. A9, 2011. 12
- GONZALEZ, W.; JOSELYN, J.-A.; KAMIDE, Y.; KROEHL, H. W.; ROSTOKER, G.; TSURUTANI, B.; VASYLIUNAS, V. What is a geomagnetic storm? **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, v. 99, n. A4, p. 5771–5792, 1994. 69

- KAMIDE, Y.; CHIAN, A. C.-L. **Handbook of the solar-terrestrial environment**. [S.l.: s.n.], 2007. 6, 40
- KATOH, Y.; OMURA, Y.; SUMMERS, D. Rapid energization of radiation belt electrons by nonlinear wave trapping. **Annales geophysicae**, v. 26, n. 11, p. 3451, 2008. 41
- KHAZANOV, G. V. **Space weather fundamentals**. [S.l.: s.n.], 2016. 10, 11
- LAKHINA, G.; TSURUTANI, B.; VERKHOGLYADOVA, O.; PICKETT, J. Pitch angle transport of electrons due to cyclotron interactions with the coherent chorus subelements. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, v. 115, n. A8, 2010. 40
- LI, W.; HUDSON, M. Earth's van allen radiation belts: From discovery to the van allen probes era. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, Wiley Online Library, v. 124, n. 11, p. 8319–8351, 2019. 1
- LI, W.; THORNE, R.; BORTNIK, J.; SHPRITS, Y.; NISHIMURA, Y.; ANGELOPOULOS, V.; CHASTON, C.; CONTEL, O. L.; BONNELL, J. Typical properties of rising and falling tone chorus waves. **Geophysical Research Letters**, v. 38, n. 14, 2011. 42
- LYONS, L. R.; THORNE, R. M.; KENNEL, C. F. Pitch-angle diffusion of radiation belt electrons within the plasmasphere. **Journal of Geophysical Research**, v. 77, n. 19, p. 3455–3474, 1972. 10
- MALDONADO, A. A. **The interaction of fast magnetosonic waves with energetic electrons in the Van Allen Radiation belts**. Tese (Doutorado) — University of Texas, Dallas, 2018. 2, 3, 22, 64
- MAUK B., H.; FOX N., J.; KANEKAL S., G.; KESSEL R., L.; SIBECK D., G.; UKHORSKIY, A. Science objectives and rationale for the radiation belt storm probes mission. **Space Science Reviews**, v. 179, n. 1-4, p. 3–27, 2012. 9
- MILAN, S. E. et al. Overview of solar wind–magnetosphere–ionosphere–atmosphere coupling and the generation of magnetospheric currents. **Space Science Reviews**, v. 206, n. 1-4, p. 547–573, 2017. 1
- MOLDWIN, M. **An introduction to space weather**. [S.l.: s.n.], 2008. 7

NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION - NASA.

Trapped radiation - history. 2001. Disponível em:

<<https://www-istp.gsfc.nasa.gov/Education/whtrap1.html>>. 9

_____. **NASA's Van Allen probes revolutionize view of radiation belts.**

2016. Disponível em: <<https://www.nasa.gov/feature/goddard/2016/nasa-s-van-allen-probes-revolutionize-view-of-radiation-belts>>. 11, 12

_____. **Radiation belts with satellites.** 2017. Disponível em:

<https://www.nasa.gov/mission_pages/sunearth/news/gallery/20130228-radiationbelts.html>. 10

_____. **Studying the Van Allen belts 60 year after America's first**

spacecraft. 2018. Disponível em:

<<https://www.nasa.gov/feature/goddard/2018/studying-the-van-allen-belts-60-years-after-america-s-first-spacecraft>>. 9

NATIONAL OCEANIC AND ATMOSPHERIC ADMINISTRATION - NOAA.

Solar wind. Disponível em:

<<https://www.swpc.noaa.gov/phenomena/solar-wind>>. 5

NORTHROP, T. G. Adiabatic charged-particle motion. **Reviews of Geophysics**, v. 1, n. 3, p. 283–304, 1963. 13

NORTHROP, T. G.; TELLER, E. Stability of the adiabatic motion of charged particles in the earth's field. **Physical Review**, v. 117, n. 1, p. 215, 1960. 12

ÖZTÜRK, M. K. Trajectories of charged particles trapped in earth's magnetic field. **American Journal of Physics**, v. 80, n. 5, p. 420–428, 2012. xvi, xvii, xix, 45, 49, 50, 51, 52, 77, 81

PARKS, G. K. **Physics of space plasmas: an introduction.** [S.l.]:

Addison-Wesley Publishing, 1991. 5, 6

QIN, H.; ZHANG, S.; XIAO, J.; LIU, J.; SUN, Y.; TANG, W. M. Why is boris algorithm so good? **Physics of Plasmas**, v. 20, n. 8, p. 084503, 2013. 46

REGI, M. Ulf power fluctuations in the solar-wind parameters and their relationship with the relativistic electron flux at the geosynchronous orbit. **II Nuovo Cimento**, v. 39, p. 285–295, 2016. 20, 22

RISTIĆ-DJUROVIĆ, J.; BELL, T.; INAN, U. Precipitation of radiation belt electrons by magnetospherically reflected whistlers. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, v. 103, n. A5, p. 9249–9260, 1998. 2, 3, 58

RISTIC-DJUROVIC, J. L. **Gyroresonant scattering of radiation belt electrons by oblique whistler waves**. Tese (Doutorado) — Stanford University, Stanford, 1994. 2, 3, 25, 26, 36, 37, 57, 59, 60, 61, 70, 77

RUSSELL, C. The solar wind interaction with the earth's magnetosphere: a tutorial. **IEEE transactions on plasma science**, v. 28, n. 6, p. 1818–1830, 2000. 6

SANDHU, J.; YEOMAN, T.; FEAR, R.; DANDOURAS, I. A statistical study of magnetospheric electron density using the cluster spacecraft. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, v. 121, n. 11, p. 11–042, 2016. 29, 30, 31, 77

SAZHIN, S.; HAYAKAWA, M. Magnetospheric chorus emissions: a review. **Planetary and Space Science**, v. 40, n. 5, p. 681–697, 1992. 40

SISCOE, G. L. Solar system magnetohydrodynamics. In: **Solar-terrestrial physics**. [S.l.]: Springer, 1983. p. 11–100. 1

STOREY, L. An investigation of whistling atmospherics. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences**, v. 246, n. 908, p. 113–141, 1953. 40

TSURUTANI, B. T.; LAKHINA, G. S. Some basic concepts of wave-particle interactions in collisionless plasmas. **Reviews of Geophysics**, v. 35, n. 4, p. 491–501, 1997. 39

UNIVERSITY OF CALGARY. **Whistler-mode chorus**. 2019. Disponível em: <<https://www.ucalgary.ca/above/science/chorus>>. 42, 43

VAN ALLEN, J.; LUDWIG G. AND, R. E.; MCILWAIN, C. Observation of high intensity radiation by satellites 1958 alpha and gamma. **Jet Propulsion**, v. 28, n. 9, p. 588–592, 1958. 9

VAN ALLEN, J.; MCILWAIN, C. E.; LUDWIG, G. H. Radiation observations with satellite 1958 ϵ . **Journal of Geophysical Research**, v. 64, n. 3, p. 271–286, 1959. 9, 10

WALT, M. **Introduction to geomagnetically trapped**. Cambridge: [s.n.], 1994. 2, 14, 15, 20

WOLFE, J. H.; INTRILIGATOR, D. S. The solar wind interaction with the geomagnetic field. **Space Science Reviews**, v. 10, n. 4, p. 511–596, 1970. 6

WU, S. **Whistler choruswaves: linear theory and nonlinear simulations in dipole geometry**. [S.l.: s.n.], 2015. 2, 3

ZENITANI, S.; UMEDA, T. On the boris solver in particle-in-cell simulation. **Physics of Plasmas**, v. 25, n. 11, p. 112110, 2018. 46